

**Θέμα 1.** (α) Ένας παίκτης ρίχνει ένα συνηθισμένο ζάρι και αν φέρει έξι κερδίζει 10 ευρώ, αν φέρει πέντε ή τέσσερα κερδίζει 1 ευρώ, ενώ αν φέρει ένα, δύο, ή τρία χάνει 4 Ευρώ. Να βρείτε την μέση τιμή και την διασπορά του κέρδους.

(β) Αν ο παίκτης επαναλάβει το παιχνίδι 702 φορές, να βρείτε κατά προσέγγιση την πιθανότητα το συνολικό κέρδος του να υπερβαίνει τα 234 Ευρώ.

**Θέμα 2.** Η  $X$  είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με πυκνότητα πιθανότητας

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x}, & 1 < x < 3, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases}$$

όπου  $c > 0$  σταθερά.

(α) Βρείτε τη σταθερά  $c$ .

(β) Να υπολογιστεί η συνάρτηση κατανομής  $F_X(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

(γ) Να υπολογιστούν οι ροπές  $E(X^n)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ .

**Θέμα 3.** Έστω  $X_1, X_2, \dots, X_n$  τυχαίο δείγμα από πληθυσμό με πυκνότητα πιθανότητας:

$$f(x; \theta) = \frac{\theta}{3^\theta} x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 3 \quad (0 < \theta < \infty).$$

Να βρεθεί η εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας της άγνωστης παραμέτρου  $\theta$ .

[Τιμές από Στατιστικούς Πίνακες:  $\Phi(0.5) = 0.6915$ ,  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(1.5) = 0.9332$ ,  $\Phi(2) = 0.9773$ ,  $\Phi(2.5) = 0.9938$ ,  $\Phi(3) = 0.9987$ , όπου  $\Phi$  η συνάρτηση κατανομής της τυποποιημένης κανονικής,  $N(0, 1)$ .]

**ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ  $2\frac{1}{2}$  ώρες. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**