

Θέμα 1. (α) Ένας παίκτης ρίχνει ένα συνηθισμένο ζάρι και αν φέρει έξι κερδίζει 5 ευρώ, αν φέρει πέντε ή τέσσερα κερδίζει 2 ευρώ, ενώ αν φέρει ένα, δύο, ή τρία χάνει 3 Ευρώ. Να βρείτε την μέση τιμή και την διασπορά του κέρδους.

(β) Αν ο παίκτης επαναλάβει το παιχνίδι 420 φορές, να βρείτε κατά προσέγγιση την πιθανότητα το συνολικό κέρδος του να υπερβαίνει τα 70 Ευρώ.

Θέμα 2. Η X είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με πυκνότητα πιθανότητας

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x}, & 1 < x < 2, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases}$$

όπου $c > 0$ σταθερά.

(α) Βρείτε τη σταθερά c .

(β) Να υπολογιστεί η συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

(γ) Να υπολογιστούν οι ροπές $E(X^n)$, $n = 1, 2, \dots$.

Θέμα 3. Έστω X_1, X_2, \dots, X_n τυχαίο δείγμα από πληθυσμό με πυκνότητα πιθανότητας:

$$f(x; \theta) = \frac{\theta}{2^\theta} x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 2 \quad (0 < \theta < \infty).$$

Να βρεθεί η εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας της άγνωστης παραμέτρου θ .

[Τιμές από Στατιστικούς Πίνακες: $\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(1.5) = 0.9332$, $\Phi(2) = 0.9773$, $\Phi(2.5) = 0.9938$, $\Phi(3) = 0.9987$, όπου Φ η συνάρτηση κατανομής της τυποποιημένης κανονικής, $N(0, 1)$.]

ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ $2\frac{1}{2}$ ώρες. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!