

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ και ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (Πληροφορ.), ΙΟΥΝΙΟΣ 2016

Θέμα 1. Η κάλπη A περιέχει 5 Λευκές, 5 Μαύρες και 9 Κόκκινες σφαίρες, ενώ η κάλπη B περιέχει 2 Λευκές, 3 Μαύρες και 5 Κόκκινες. Από την B διαλέγουμε μία σφαίρα (στην τύχη) και την τοποθετούμε στην A, χωρίς να δούμε το χρώμα της. Μετά εξάγουμε στην τύχη μία σφαίρα από την A.

- (α) Ποια είναι η πιθανότητα να δούμε Λευκή σφαίρα στο τέλος της διαδικασίας;
(β) Αν δούμε Λευκή σφαίρα, ποια είναι η πιθανότητα να είχε μεταφερθεί Λευκή σφαίρα από την B στην A;
(γ) Αν δούμε Λευκή σφαίρα, ποια είναι η πιθανότητα να είχε μεταφερθεί Κόκκινη σφαίρα από την B στην A;

Θέμα 2. Η συνεχής τυχαία μεταβλητή X έχει πυκνότητα πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} x/2, & 0 < x < c, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases}$$

όπου $c > 0$ σταθερά.

- (α) Να βρείτε τη σταθερά c και στη συνέχεια να προσδιορίσετε την συνάρτηση κατανομής $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$, $-\infty < x < \infty$, της X .
(β) Να προσδιορίσετε τις ροπές της X , $\mathbb{E}(X^n)$, $n = 1, 2, \dots$, και στη συνέχεια να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διασπορά της X .
(γ) Να υπολογίσετε την συνδιακύμανση της X με την $Y = X^2$, καθώς και τον συντελεστή συσχέτισης των X και Y .

Θέμα 3. Στους 48 αγώνες των ομίλων της τελικής φάσης των παγκοσμίων κυπέλλων ποδοσφαίρου 2010 (Νότιος Αφρική) και 2014 (Βραζιλία) σημειώθηκαν τα εξής τέρματα:

	2010	2014
πλήθος αγώνων με 0 τέρματα	6	5
πλήθος αγώνων με 1 τέρμα	13	8
πλήθος αγώνων με 2 τέρματα	12	4
πλήθος αγώνων με 3 τέρματα	9	15
πλήθος αγώνων με 4 τέρματα	5	9
πλήθος αγώνων με 5 τέρματα	2	4
πλήθος αγώνων με 6 τέρματα	0	2
πλήθος αγώνων με 7 τέρματα	1	1
Σύνολο αγώνων ομίλων:	48	48

Να εξετάσετε, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, αν μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο μέσος αριθμός τερμάτων στην Βραζιλία είναι μεγαλύτερος από ότι στην Ν. Αφρική. Κάντε κατάλληλο στατιστικό έλεγχο και αναπτύξτε τις υποθέσεις και τα συμπεράσματά σας.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Τιμές από τον πίνακα της τυποποιημένης κανονικής: $\Phi(1,282) = 0,90$, $\Phi(1,645) = 0,95$, $\Phi(1,96) = 0,975$, $\Phi(2,326) = 0,99$.