

Θέμα 1. Η επιτροπή προσωπικού μίας εταιρείας συνεδριάζει για να προσλάβει έναν εργαζόμενο. Οι υποψήφιοι προσέρχονται διαδοχικά για συνέντευξη, και η πιθανότητα να προσληφθεί κάποιος υποψήφιος (ανεξάρτητα από τους άλλους) είναι $1/4$. Το αρχικό κόστος συνεδρίασης της επιτροπής είναι 100 Ευρώ, και το κόστος προσαυξάνεται κατά 30 Ευρώ για κάθε υποψήφιο που εξετάζεται. Η διαδικασία τερματίζεται όταν προσληφθεί κάποιος υποψήφιος. Βρείτε

- (α) την πιθανότητα το (συνολικό) κόστος της επιτροπής να υπερβεί τα 180 Ευρώ,
- (β) το μέσο (συνολικό) κόστος συνεδρίασης της επιτροπής,
- (γ) την διασπορά του (συνολικού) κόστους συνεδρίασης της επιτροπής.

Θέμα 2. (α) Αν η τυχαία μεταβλητή X έχει πυκνότητα πιθανότητας $f(x) = \frac{2}{\pi(1+x^2)}$, $x > 0$, να βρεθεί η πυκνότητα πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής $Y = 1/(1 + X^2)$.

(β) Να βρεθεί η μέση τιμή η διασπορά και η πυκνότητα πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής

$$Y = X + \frac{1}{X}$$

όταν η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(1/4, 4)$.

Θέμα 3. Έστω X_1, X_2, \dots, X_n τυχαίο δείγμα από πληθυσμό με πυκνότητα πιθανότητας

$$f(x; \theta) = \frac{\theta x^{\theta-1}}{2^\theta}, \quad 0 < x < 2 \quad (0 < \theta < \infty).$$

Να βρείτε την εκτιμήτρια ροπών και την εκτιμήτρια μέγιστης πιθανοφάνειας της παραμέτρου θ .

Διάρκεια $2\frac{1}{2}$ ώρες. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!