

**ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ και ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ,
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2016**

Θέμα 1. (α) Οι 20 επιβάτες ενός τραίνου θα αποβιβαστούν τυχαία στις επόμενες τρεις στάσεις $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$. Να βρεθεί η πιθανότητα να αποβιβαστεί τουλάχιστον ένας επιβάτης σε καθεμία από τις τρεις στάσεις.

(β) Έστω X μία τυχαία μεταβλητή με $E(X) = 2$ και $E(X^2) = 13$. Ναδειχθεί ότι

$$P(-2 \leq X \leq 6) \geq \frac{7}{16}.$$

Θέμα 2. Η X είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με πυκνότητα πιθανότητας

$$f_X(x) = \begin{cases} c - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

όπου $c > 0$ σταθερά.

(α) Βρείτε τη σταθερά c .

(β) Να υπολογιστεί η συνάρτηση κατανομής $F_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

(γ) Να υπολογιστούν οι ροπές $E(X^n)$, $n = 1, 2, \dots$.

Θέμα 3. Τα ετήσια εισοδήματα (σε χιλ. Ευρώ) τυχαίου δείγματος 7 εργαζομένων από την Αθήνα ήταν

19 26 40 44 33 17 45,

ενώ στη Θεσσαλονίκη, τυχαίο δείγμα 10 εργαζομένων έδωσε τα εξής δεδομένα:

28 27 32 34 29 28 25 41 26 30.

Υποθέτουμε ότι το ετήσια εισοδήματα των Αθηναίων ακολουθούν Κανονική Κατανομή, $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, ενώ τα αντίστοιχα εισοδήματα των Θεσσαλονικέων ακολουθούν Κανονική Κατανομή, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, με $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$ άγνωστες παραμέτρους.

(α) Να ελεγχθεί η υπόθεση

$$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 \quad \text{έναντι της} \quad H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2,$$

σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 10\%$.

(β) Υποθέτοντας περαιτέρω ότι $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ (άγνωστη), υπάρχουν αρκετά στοιχεία ώστε να συμπεράνουμε ότι ο μέσος μισθός στην Αθήνα είναι μεγαλύτερος από αυτόν της Θεσσαλονίκης σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$; Κάντε κατάλληλο έλεγχο και αναπτύξτε τα συμπεράσματά σας.

Τιμές από Στατιστικούς Πίνακες:

$$z_{0.05} = 1.645, \quad t_{15}(0.05) = 1.7531, \quad F_{6,9}(0.05) = 3.374, \quad F_{9,6}(0.05) = 4.099$$

ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ 2½ ώρες. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!