

**ΒΙΟΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (Βιολογικού), ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2010**

**Θέμα 1.** (α) Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι μέχρι να εμφανιστεί για πρώτη φορά η ένδειξη «2». Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού των δοκιμών που απαιτούνται.

(β) Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι μέχρι να εμφανιστεί για πρώτη φορά κάποια από τις ενδείξεις «2» ή «3». Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού των δοκιμών που απαιτούνται.

(γ) Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι μέχρι να εμφανιστούν **και οι δύο ενδείξεις «2» και «3»**. Να βρείτε τη συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού των δοκιμών που απαιτούνται.

**Θέμα 2.** Η συνεχής τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει συνάρτηση κατανομής

$$F_X(x) = F_X(x; \lambda) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2 + \lambda x^3}{1 + \lambda}, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$$

όπου  $\lambda > 0$  κάποια σταθερά (άγνωστη παράμετρος).

(α) Να υπολογισθεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας,  $f_X(x) = f_X(x; \lambda)$ , της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .

(β) Να προσδιοριστεί η τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  αν είναι γνωστό ότι η μέση τιμή της  $X$  ισούται με  $\frac{11}{15}$ .

**Θέμα 3.** Θεωρούμε ένα τυχαίο δείγμα  $X_1, X_2, \dots, X_{300}$ , μεγέθους  $n = 300$ , από την (συνεχή) ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[2, 4]$ . Θέτουμε  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{300}$ . Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση την πιθανότητα  $P(S > 905)$ .

**Θέμα 4.**

Στον διπλανό πίνακα καταγράψαμε με συνοπτικό τρόπο τον αριθμό παιδιών σε τυχαίο δείγμα  $n = 140$  οικογενειών:

αριθμός παιδιών	πλήθος οικογενειών
0 έως 1	40
2 έως 3	70
4 έως 5	30

Υπολογίστε τον δειγματικό μέσο,  $\bar{X}$ , και τη δειγματική διασπορά,  $S^2$ , από τα παραπάνω (ομαδοποιημένα) δεδομένα, και κατασκευάστε ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης για τον άγνωστο μέσο αριθμό παιδιών  $\mu$ .

$$\begin{aligned} \text{Τιμές από πίνακες: } z_{0.01} &= 2.326, z_{0.025} = 1.960, z_{0.05} = 1.645, z_{0.10} = 1.282 \\ t_{1;0.05} &= 6.314, t_{1;0.10} = 3.078, t_{2;0.05} = 2.920, t_{2;0.10} = 1.886 \\ \Phi(0.5) &= 0.69, \Phi(1) = 0.84, \Phi(1.5) = 0.93, \Phi(2) = 0.98, \Phi(2.5) = 0.99 \end{aligned}$$

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**