

ΒΙΟΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (ΒΙΟΛΟΓΙΚΟΥ), ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2006

Θέμα 1. Ένα συνηθισμένο ζάρι ρίπτεται 6 ανεξάρτητες φορές. Να υπολογισθεί η πιθανότητα όπως:

- (α) εμφανιστεί τουλάχιστον 2 φορές η ένδειξη «6».
- (β) εμφανιστούν οι ενδείξεις «5» και «6» από τουλάχιστον μία φορά η καθεμία.
- (γ) εμφανιστούν οι ενδείξεις «4», «5» και «6» από τουλάχιστον μία φορά η καθεμία.
- (δ) η μεγαλύτερη ένδειξη είναι το «4».
- (ε) η μικρότερη ένδειξη είναι το «3» και η μεγαλύτερη ένδειξη είναι το «4».

Θέμα 2. Η τυχαία μεταβλητή X έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_X(x) = 9e^{-9(x-9)}, \quad x \geq 9.$$

Να βρεθούν:

- (α) η μέση τιμή της X , $\mathbb{E}(X)$,
- (β) η διασπορά της X , $\text{Var}(X)$,
- (γ) η συνάρτηση κατανομής της X , $F_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$, και
- (δ) να προσδιοριστεί η σταθερά c για την οποία ισχύει ότι $\mathbb{P}(X > c) = 0.05$.

Θέμα 3. Από δύο ανεξάρτητα τυχαία δείγματα

$$X_1, X_2, \dots, X_{80} \quad \text{και} \quad Y_1, Y_2, \dots, Y_{300},$$

προερχόμενα από πληθυσμούς με (άγνωστους) μέσους μ_1, μ_2 , και (άγνωστες) διασπορές σ_1^2, σ_2^2 , αντίστοιχα, προέκυψαν τα εξής αριθμητικά δεδομένα:

$$\sum_{i=1}^{80} X_i = 960, \quad \sum_{j=1}^{300} Y_j = 3630, \quad \sum_{i=1}^{80} X_i^2 = 11836, \quad \sum_{j=1}^{300} Y_j^2 = 45119.$$

- (α) Να κατασκευαστεί (προσεγγιστικά) ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για το μ_1 .
- (β) Να κατασκευαστεί (προσεγγιστικά) ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για το $\mu_2 - \mu_1$.
- (γ) Να ελέγξετε αν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από τα δεδομένα, τέτοια ώστε να μπορούμε να ισχυριστούμε, με πιθανότητα σφάλματος το πολύ 1%, ότι $\mu_2 > \mu_1$.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!