

ΒΙΟΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (ΒΙΟΛΟΓΙΚΟΥ), ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2004

Θέμα 1. Οι μηχανές A, B και Γ εμφιάλωσης ενός αναψυκτικού παράγουν 25, 25 και 50 κουτιά το λεπτό, αντίστοιχα. Είναι γνωστό ότι 5% των κουτιών που παράγονται από την A είναι ελαττωματικά, ενώ τα αντίστοιχα ποσοστά για τις B και Γ είναι 10% και 20%.

- (α) Τι ποσοστό κουτιών της συνολικής παραγωγής είναι ελαττωματικά;
- (β) Αν ένα κουτί είναι ελαττωματικό, ποια είναι η πιθανότητα να προέρχεται από τη μηχανή Γ;

Θέμα 2. Μια κάλπη περιέχει 1 σφαιρίδιο με τον αριθμό 1, 2 σφαιρίδια με τον αριθμό 2, 3 σφαιρίδια με τον αριθμό 3, και 4 σφαιρίδια με τον αριθμό 4. Εκλέγεται ένα σφαιρίδιο στην τύχη και θέτουμε X την τυχαία μεταβλητή που παριστάνει τον αριθμό του σφαιριδίου που εκλέχτηκε.

- (α) Να βρεθεί η συνάρτηση πιθανότητας $f(x)$ της τυχαίας μεταβλητής X .
- (β) Να υπολογιστούν η μέση τιμή μ και η διασπορά σ^2 της X .
- (γ) Εξάγουμε με επανάθεση 1000 σφαιρίδια από την παραπάνω κάλπη και έστω $X_1, X_2, \dots, X_{1000}$ οι αναγραφόμενοι αριθμοί. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση την πιθανότητα $\mathbb{P}(X_1 + X_2 + \dots + X_{1000} > 3000)$, καθώς και την πιθανότητα $\mathbb{P}(2900 < X_1 + X_2 + \dots + X_{1000} \leq 3100)$.

Θέμα 3. Τα ύψη 10 τυχαία επιλεγμένων μαθητών της δευτέρας γυμνασίου ήταν

157, 173, 170, 160, 172, 171, 164, 163, 169, 161,

ενώ, αντίστοιχα, τα ύψη 7 τυχαία επιλεγμένων μαθητριών βρέθηκαν

161, 147, 149, 155, 160, 170, 150.

Υποθέτοντας ότι τα ύψη προέρχονται από κανονικές κατανομές με άγνωστες αλλά ίσες διασπορές, να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 10\%$ ο ισχυρισμός ότι οι μαθητές είναι, κατά μέσο όρο, ψηλότεροι από τις μαθήτριες, και να αναλύσετε το συμπέρασμα όσο λεπτομερέστερα μπορείτε.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!