

B

ΒΙΟΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (Βιολογικού), ΙΟΥΛΙΟΣ 2010

Θέμα 1. Η συνεχής τυχαία μεταβλητή X έχει συνάρτηση κατανομής

$$F_X(x) = F_X(x; \lambda) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{\lambda^2}, & 0 \leq x < \lambda, \\ 1, & x \geq \lambda, \end{cases}$$

όπου $\lambda > 0$ κάποια σταθερά (άγνωστη παράμετρος).

(α) Να υπολογισθεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, $f_X(x) = f_X(x; \lambda)$, της τυχαίας μεταβλητής X .

(β) Έστω X_1, X_2, \dots, X_{450} ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους $\nu = 450$, προερχόμενο από την $F_X(x; \lambda)$. Θέτουμε

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{450}}{450}.$$

Να υπολογισθεί κατά προσέγγιση η πιθανότητα

$$\mathbb{P}\left(\bar{X} > \frac{2\lambda}{3} + \frac{\lambda}{45}\right).$$

(γ) Να προσδιοριστεί η τιμή της παραμέτρου λ αν είναι γνωστό ότι η διασπορά της X ισούται με 2.

Θέμα 2. (α) Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι μέχρι να εμφανιστεί για πρώτη φορά η ένδειξη «6». Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού των δοκιμών που απαιτούνται.

(β) Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι μέχρι να εμφανιστεί για πρώτη φορά κάποια από τις ενδείξεις «5» ή «6». Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού των δοκιμών που απαιτούνται.

(γ) Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι μέχρι να εμφανιστούν **και οι δύο ενδείξεις** «5» και «6». Να βρείτε τη συνάρτηση πιθανότητας του αριθμού των δοκιμών που απαιτούνται.

Θέμα 3.

Ο αριθμός τερμάτων που σημειώθηκαν στους $\nu = 48$ ποδοσφαιρικούς αγώνες των ομίλων του Παγκοσμίου Κυπέλλου 2010 περιγράφεται στον διπλανό (συνοπτικό) πίνακα:

αριθμός τερμάτων	πλήθος αγώνων
0 έως 2	31
3 έως 7	17

Υπολογίστε τον δειγματικό μέσο, \bar{X} , και τη δειγματική διασπορά, S^2 , από τα παραπάνω (ομαδοποιημένα) δεδομένα, και κατασκευάστε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τον άγνωστο μέσο αριθμό τερμάτων μ .

Τιμές από πίνακες: $z_{0.01} = 2.326$, $z_{0.025} = 1.960$, $z_{0.05} = 1.645$, $z_{0.10} = 1.282$

$t_{1;0.05} = 6.314$, $t_{1;0.10} = 3.078$, $t_{2;0.05} = 2.920$, $t_{2;0.10} = 1.886$

$\Phi(0.5) = 0.69$, $\Phi(1) = 0.84$, $\Phi(1.5) = 0.93$, $\Phi(2) = 0.98$, $\Phi(2.5) = 0.99$

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!