

## ΒΙΟΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (ΒΙΟΛΟΓΙΚΟΥ), ΙΟΥΝΙΟΣ 2004

**Θέμα 1.** Ένα test για μια συγκεκριμένη ασθένεια έχει 3 διαγνωστικά αποτελέσματα: Θ (Θετικό), Ν (Ουδέτερο) και Α (Αρνητικό). Είναι γνωστό ότι το 1% του πληθυσμού πάσχει από την ασθένεια αυτή. Όταν κάποιος πάσχει από την ασθένεια αυτή, τότε το test βγαίνει Θ με πιθανότητα 90%, Α με πιθανότητα 5% και Ν με πιθανότητα 5%. Οι αντίστοιχες πιθανότητες για κάποιον που δεν πάσχει είναι 5% (για Θ), 10% (για Ν) και 85% (για Α).

- (α) Ποια η πιθανότητα να βγει το test θετικό για κάποιο τυχαία επιλεγμένο άτομο;
- (β) Αν σε κάποιο άτομο που εξετάστηκε το test έδειξε Θ, ποια η πιθανότητα το άτομο αυτό να πάσχει πράγματι από την ασθένεια;
- (γ) Αν σε κάποιο άτομο που εξετάστηκε το test έδειξε Ν, ποια η πιθανότητα το άτομο αυτό να είναι υγιές;

**Θέμα 2.** Ο Α, ένας συγκεκριμένος, μετρίων δυνατοτήτων, φοιτητής, έχει πιθανότητα  $1/2$  να επιτύχει, σε κάθε μάθημα στο οποίο εξετάζεται. Ο Α χρωστάει 2 μαθήματα για να πάρει πτυχίο. Έστω  $X$  ο αριθμός των μαθημάτων που τελικά θα εξεταστεί ο Α μέχρι να πάρει το πτυχίο του (δηλ. μέχρι να επιτύχει σε 2 μαθήματα).

- (α) Να βρεθεί η  $\mathbb{P}[X \geq 4]$ , δηλ. η πιθανότητα όπως απαιτηθεί να εξεταστεί σε τουλάχιστον 4 μαθήματα μέχρι τη λήψη του πτυχίου.
- (β) Ποιος ο αναμενόμενος αριθμός μαθημάτων,  $\mathbb{E}(X)$ , στα οποία θα εξεταστεί ο Α;
- (γ) Να βρεθεί η διασπορά,  $\text{Var}(X)$ , και να εξηγήσετε τη σημασία της για το παρόν πρόβλημα.

**Θέμα 3.** Σε δύο τυχαία δείγματα μεγέθους  $\nu_1 = 110$  και  $\nu_2 = 90$  από τυχαία επιλεγμένους μισθωτούς, κατοίκους της Ελλάδας ( $X$ ) και της Πορτογαλίας ( $Y$ ), προέκυψαν οι παρακάτω τιμές:

Μισθός	Συχνότητα ( $X$ )	Συχνότητα ( $Y$ )
600–800	20	10
800–1000	30	20
1000–1200	40	20
1200–1400	10	20
1400–1600	10	20
Σύνολο	$\nu_1 = 110$	$\nu_2 = 90$

- (α) Να υπολογίσετε τους δειγματικούς μέσους  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ , και τις δειγματικές διασπορές  $S_1^2$  και  $S_2^2$  των παραπάνω (ομαδοποιημένων) δειγμάτων, και να εξηγήσετε ποιες άγνωστες ποσότητες εκτιμούν.
- (β) Να κατασκευάσετε ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά  $\mu_1 - \mu_2$  των μέσων μισθών σε Ελλάδα και Πορτογαλία. Επίσης να εξηγήσετε τη σημασία του διαστήματος που βρήκατε.
- (γ) Να ελέγξετε σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha = 10\%$  τη μηδενική υπόθεση ότι οι μέσοι μισθοί είναι ίσοι στις δύο χώρες, και να αναλύσετε το συμπέρασμα που προκύπτει από τον έλεγχο. Επίσης να δικαιολογήσετε γιατί χρησιμοποιήσατε ποσοστιαία σημεία συγκεκριμένης κατανομής.

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ  $2\frac{1}{2}$  ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**