

Ονοματεπώνυμο:

A.M.:

Εξέταση Σεπτεμβρίου 2019 στο μάθημα: Στατιστική Ι

ΘΕΜΑ 1

Έστω τ.δ. X_1, X_2, \dots, X_n από την κατανομή με αθροιστική συνάρτηση κατανομής

$$F(x; \theta) = 1 - (1 + x^2)^{-\theta}, \quad x > 0, \quad \theta > 0.$$

A. Να βρεθεί επαρκής στ. συν. για το θ .

B. Να βρεθεί ΕΜΠ $\hat{\theta}$ του θ και μια αποτελεσματική $U(\underline{X})$ του $\frac{1}{\theta}$. Είναι οι $\hat{\theta}$ και $U(\underline{X})$ επαρκείς για το θ ;

Γ. Ναδειχθεί ότι η $U(\underline{X})$ είναι συνεπής για το $\frac{1}{\theta}$.

ΘΕΜΑ 2

Έστω X τ.δ. μεγέθους 1 από π.π.

$$f(x; \theta) = \frac{2x}{\theta} I_{[0, \theta]}(x) + \frac{2(1-x)}{1-\theta} I_{(\theta, 1]}(x), \quad \theta \in (0, 1).$$

A. Να βρεθεί ΕΜΠ $\hat{\theta}$ του θ .

B. Να βρεθεί Α.Ο.Ε.Δ για το θ .

ΘΕΜΑ 3

Έστω τ.δ. X_1, X_2, \dots, X_n τ.δ. από την κανονική κατανομή $N(\theta, 1)$.

A. Να κατασκευαστεί διάστημα εμπιστοσύνης για το θ με συντελεστή εμπιστοσύνης $1 - \alpha$.

B. Ναδειχθεί ότι δεν υπάρχει Ομοιόμορφα Ισχυρότατος Έλεγχος για τον έλεγχο της υπόθεσης

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \theta \neq \theta_0, \quad \theta_0 \in R.$$

ΘΕΜΑ 4

Να κατασκευάσετε ομοιόμορφα ισχυρότατο έλεγχο (Ο.Ι.Ε.) επιπέδου σημαντικότητας $\alpha \in (0, 1)$ για τις υποθέσεις

$$H_0 : \theta \leq \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \theta > \theta_0$$

όπου $\theta_0 > 0$ γνωστή σταθερά, όταν το τυχαίο δείγμα X_1, X_2, \dots, X_n προέρχεται από κατανομή με πυκνότητα $f(x, \theta) = \theta(1-x)^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$, $\theta \in \Theta = (0, \infty)$.

Διάρκεια διαγωνίσματος 2,5 ώρες.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ