

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 1 ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΧΗΜΕΙΑΣ**  
**ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2020**

**ΟΔΗΓΙΕΣ : 1)** Όσοι ακολουθούν το νέο πρόγραμμα σπουδών ή το παλαιό πρόγραμμα σπουδών και οφείλουν **και τα δύο μαθήματα «Μαθηματικά Ι» και «Μαθηματικά ΙΙΙ»** θα απαντήσουν **σε δύο (2) από τα τρία θέματα της Ομάδας Α' και σε δύο (2) από τα τρία θέματα της Ομάδας Β'.**

**2)** Όσοι ακολουθούν το παλαιό πρόγραμμα σπουδών και οφείλουν **μόνον το μάθημα «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι»** θα απαντήσουν **σε όλα τα θέματα της Ομάδας Α'.**

**3)** Όσοι ακολουθούν το παλαιό πρόγραμμα σπουδών και οφείλουν **μόνον το μάθημα «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙΙ»** θα απαντήσουν **σε όλα τα θέματα της Ομάδας Β'.**

**ΟΜΑΔΑ Α'**

**Θέμα 1°: α)** Δίνεται η ακολουθία  $(\alpha_n)$  με  $\alpha_1 = \frac{1}{2}$  και  $\alpha_{n+1} = \frac{2\alpha_n}{1 + \alpha_n^2}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Αποδείξτε ότι  $0 < \alpha_n < 1$ , για κάθε  $n = 1, 2, \dots$  και η  $\alpha_n$  είναι γνησίως αύξουσα. Στη συνέχεια υπολογίστε το  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$ .

**β)** Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = xe^{-x^2}$ .

**Θέμα 2°: α)** Βρείτε το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n(x-2)^n$ .

**β)** Βρείτε την τιμή  $f^{(10)}(0)$ , όταν  $f(x) = (x^2 - 1)e^{x^2}$ .

**Θέμα 3°:** Να προσδιοριστεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης  
$$y' - 2xy = x^3$$

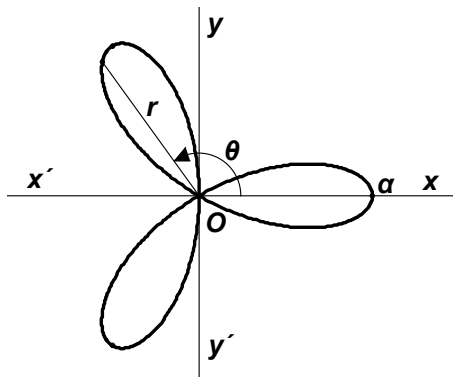
με  $y(0) = 0$ .

**ΟΜΑΔΑ Β'**

**Θέμα 4°:** Αλλάζοντας τη σειρά ολοκλήρωσης, υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα

$$\int_0^4 \int_{x/2}^2 e^{y^2} dy dx.$$

**Θέμα 5°:** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη:  $r = \alpha \cos 3\vartheta$ , όπου  $\alpha > 0$  και  $(r, \vartheta)$  οι πολικές συντεταγμένες του σημείου της καμπύλης.



**Θέμα 6°:** Βρείτε τα κρίσιμα σημεία της συνάρτησης  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , με  $f(x, y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$  και στη συνέχεια εξετάστε ποια από αυτά είναι τοπικά ακρότατα ή σαγματικά σημεία.

*Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες*  
*Καλή Επιτυχία!*