

**ΒΙΟΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (ΒΙΟΛΟΓΙΚΟΥ), ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2002
(ΕΞ' ΑΝΑΒΟΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗ ΙΟΥΝΙΟΥ 2002)**

Θέμα 1. Υποθέτουμε ότι το 5% των γυναικών έχει το γονίδιο της αιμοφιλίας, και ότι αν μια γυναίκα έχει το γονίδιο, τότε η πιθανότητα να το κληρονομήσει στο παιδί της είναι 1/2. Ποια είναι η δεσμευμένη πιθανότητα όπως μια γυναίκα έχει το γονίδιο, αν είναι γνωστό ότι έχει αποκτήσει υγιή γιο;

Θέμα 2. Η τυχαία μεταβλητή X είναι διακριτή με συνάρτηση πιθανότητας

$$f(x) = \mathbb{P}[X = x] = cx^2, \quad x = 1, 2, 3, 4,$$

όπου c προσδιοριστέα σταθερά. Να υπολογιστούν:

- (α) Η σταθερά c .
- (β) Η μέση τιμή $\mu = \mathbb{E}[X]$.
- (γ) Η διασπορά $\sigma^2 = \text{Var}[X]$.
- (δ) Η πιθανότητα $\mathbb{P}[|X - \mu| \geq \sigma]$.

Θέμα 3. Οι τιμές της αμόλυβδης βενζίνης (σε λεπτά του Ευρώ ανά λίτρο) σε τυχαίο δείγμα X_1, X_2, \dots, X_{10} μεγέθους 10 από την Αθήνα βρέθηκαν

71, 67, 75, 71, 70, 69, 70, 70, 71, 71.

Ομοίως, οι τιμές ενός δεύτερου δείγματος Y_1, Y_2, \dots, Y_{10} μεγέθους 10 από την Θεσσαλονίκη ήταν

70, 73, 75, 74, 75, 77, 75, 73, 67, 75.

Υποθέτοντας ότι οι τιμές προέρχονται από κανονικές κατανομές $N(\mu_1, \sigma^2)$ και $N(\mu_2, \sigma^2)$, για Αθήνα και Θεσσαλονίκη αντίστοιχα, με κοινή (άγνωστη) διασπορά σ^2 ,

- (α) κατασκευάστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή πώλησης της αμόλυβδης βενζίνης σε Αθήνα και Θεσσαλονίκη,
- (β) κατασκευάστε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων τιμών πώλησης σε Θεσσαλονίκη και Αθήνα, και
- (γ) να ελεγχθεί η υπόθεση

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \quad \text{έναντι της} \quad H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 10\%$, και να αναπτυχθεί το συμπέρασμα που προκύπτει.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!