

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΣΜΟΣ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2002

Θέμα 1. Άτομο με κεφάλαιο $w = 5$ και ωφελισμοσυνάρτηση $u(w) = 2 - \exp(-w)$ πρόκειται να ασφαλιστεί για ολική κάλυψη ζημιάς X με πυκνότητα

$$f(x) = 2x, \quad 0 < x < 1.$$

Η ασφαλιστική εταιρεία που προτίθεται να ασφαλίσει τη ζημιά διαθέτει κεφάλαιο $w_0 = 1000$ και ωφελισμοσυνάρτηση $u_I(w_0) = 1 - \exp(-w_0)$.

(α) Υπολογίστε το μέγιστο ασφάλιστρο G_{\max} που δέχεται να πληρώσει ο υποψήφιος ασφαλισμένος.

(β) Υπολογίστε το ελάχιστο ασφάλιστρο H_{\min} που μπορεί να δεχθεί η εταιρεία για ολική κάλυψη της X .

(γ) Υπάρχει εφικτή ασφαλιστική πολιτική; Αν ναι, βρείτε κάποια δυνατή τιμή του ασφάλιστρου. Αν όχι, εξηγήστε διαισθητικά για ποιο λόγο συμβαίνει αυτό.

Θέμα 2. Στο συλλογικό μοντέλο κινδύνου μιας περιόδου, έστω $S = X_1 + \dots + X_N$ η συνολική ζημιά της εταιρείας, όπου το πλήθος ζημιών N είναι Poisson(λ) τυχαία μεταβλητή, στοχαστικά ανεξάρτητη από τις ατομικές ζημιές X_i , $i = 1, 2, \dots$, οι οποίες είναι ανεξάρτητες με συνάρτηση πιθανότητας

$$\mathbb{P}[X_i = x] = \frac{x^2}{30}, \quad x = 1, 2, 3, 4, \quad (i = 1, 2, \dots).$$

Αν είναι γνωστό ότι $\mathbb{E}(S) = 12$, υπολογίστε

(α) τη σταθερά λ , και

(β) τη διασπορά $\text{Var}(S)$ της S .

Θέμα 3. Δανειολήπτης έλαβε δάνειο $P = 10000$ Ευρώ με τη συμφωνία να το αποπληρώσει σε $n = 30$ ισόποσες ληξιπρόθεσμες μηνιαίες δόσεις R με (μηνιαίο) επιτόκιο $i = 0.4\%$.

(α) Υπολογίστε τη μηνιαία δόση R .

(β) Αν για κάποιο λόγο ο δανειολήπτης δεν μπόρεσε να ξεπληρώσει τις δόσεις υπ' αριθμόν 11, 12, \dots , 20 (ενώ προηγουμένως ήταν συνεπής για τις πρώτες 10 δόσεις), τι μηνιαία δόση R' θα πρέπει να πληρώσει τις στιγμές 21, 22, \dots , 30 ώστε να αποπληρωθεί κανονικά το δάνειο;

(γ) Υπολογίστε τη δόση R'' , όπως στο (β), αν η Τράπεζα που παρείχε το δάνειο επιβάλλει επιπρόσθετο μηνιαίο επιτόκιο 0.3% το μήνα για τα ποσά που δεν αποπληρώθηκαν εγκαίρως.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!