

μέχρι και τη Τρίτη 6.2.2012, ώρα 22:30

Προσοχή : Η άσκηση είναι **ατομική** (δηλαδή ο κάθε φοιτητής θα πρέπει να εργαστεί μόνος του).

3η Άσκηση (Προαιρετική)

Μέθοδος των Συζυγών Κλίσεων (Conjugate-Gradient)

Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$Ax = b \quad (1)$$

όπου $A = (a_{ij}) \in R^{n \times n}$, $x = (x_i) \in R^n$, $b = (b_i) \in R^n$ και ο A είναι μη ιδιάζων, **συμμετρικός** και **θετικά ορισμένος**.

Να επιλυθεί το γραμμικό σύστημα (1), με τις ακόλουθες μεθόδους

1. Μέθοδος των Συζυγών Κλίσεων (**Conjugate-Gradient(CG)**).
2. Προρυθμισμένη μέθοδος των Συζυγών Κλίσεων (**Preconditioned Conjugate-Gradient(PCG)**).

Να υλοποιηθούν σε γλώσσα **C**(ή C++) (ή και) σε MatLab οι αλγόριθμοι των ανωτέρω μεθόδων. Λάβετε ως επιθυμητή ακρίβεια $\epsilon = \frac{1}{2}10^{-6}$.

Σε όλες τις ανωτέρω περιπτώσεις να χρησιμοποιήσετε αριθμητική διπλής ακρίβειας (double precision). Τα προγράμματά σας πρέπει να δίνουν στο χρήστη τις ακόλουθες δυνατότητες επιλογής :

- (i) να εισάγει τα απαραίτητα δεδομένα,
- (ii) να δημιουργεί ένα συγκεκριμένο (ή τυχαίο) πίνακα.

Υπόδειξη

Για την διευκόλυνσή σας στην υλοποίηση των αλγορίθμων των ανωτέρω μεθόδων προτείνεται να χρησιμοποιήσετε τους ψευδοκώδικες στις διαφάνειες(βλ. αρχείο [KEF_4_6_3_06.pdf](#)) καθώς επίσης και τους (έτοιμους) κώδικες σε MatLab(βλ. αρχείο [κώδικες_CG](#)) στην e-class.

Υλοποίηση - Πειραματική μελέτη

1. Για την πειραματική επαλήθευση της ορθότητας των αλγορίθμων σας για την επίλυση του γραμμικού συστήματος (1) θεωρήστε ότι το διάνυσμα x είναι γνωστό (ως προσχεδιασμένη λύση), υπολογίστε το $b = Ax$ και στη συνέχεια επιλύστε το γραμμικό σύστημα.
2. Για την πειραματική μελέτη της σύγκλισης και της πολυπλοκότητας των ανωτέρω επαναληπτικών μεθόδων να υπολογιστούν
 - α) ο αριθμός επαναλήψεων (itcount),
 - β) ο χρόνος εκτέλεσης (cputime) και
 - γ) ο αριθμός των (flops) (μόνο αν η υλοποίηση γίνει σε MatLab).
3. Να γίνει κατάλληλη πινακοποίηση των αποτελεσμάτων σας και να σχολιάσετε τα συμπεράσματά σας.