

Άσκηση2

Έστω p ένας πρώτος αριθμός, G μια πεπερασμένη αβελιανή ομάδα τάξης p^n και k ένα αλγεβρικά κλειστό σώμα χαρακτηριστικής p . Δείξτε ότι υπάρχει μοναδικό απλό $k[G]$ -πρότυπο.

Υπόδειξη:

- 1) Γενική παρατήρηση: Δείξτε ότι ένα ιδεώδες μεταθετικού δακτυλίου που παράγεται από μηδενοδύναμα στοιχεία είναι μηδενοδύναμο.
- 2) Δείξτε ότι το ριζικό του Jacobson $J(k[G])$ παράγεται ως διανυσματικός χώρος από τα στοιχεία $g-1, g \in G - \{1\}$ και $\dim_k J(k[G]) = |G| - 1$. Η άλγεβρα $k[G]/J(k[G])$ είναι ημιαπλή.

Άσκηση2'

Αποδείξτε την προηγούμενη άσκηση χωρίς την υπόθεση ότι η G είναι αβελιανή.

Υπόδειξη: Σελίδα 77, άσκηση 49 του βιβλίου των Farb, Dennis.