

Γραμμική Άλγεβρα II
Ερωτήσεις κατανόησης
Κεφάλαιο 2

Εξετάστε ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές ή λάθος.

1. Για κάποιο $a \in \mathbb{R}$, το $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ είναι ιδιοδιάνυσμα του $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & a \end{pmatrix}$.
2. Αν το 2 είναι ιδιοτιμή του A , τότε το 9 είναι ιδιοτιμή του $A^2 + A + 3I$.
3. Αν το 3 είναι ιδιοτιμή του $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$, τότε ο A δεν είναι αντιστρέψιμος.
4. Υπάρχει αντιστρέψιμος πίνακας με χαρακτηριστικό πολυώνυμο το $x^2 - 3x$.
5. Αν U, V είναι ιδιόχωροι μιας γραμμικής απεικόνισης που αντιστοιχούν σε διακεκριμένες ιδιοτιμές τότε $U \cap V = \{0\}$.
6. Οι πίνακες $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ είναι όμοιοι.
7. Ο πίνακας $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ είναι διαγωνίσιμος αν και μόνο αν $a = 0$.
8. Ο πίνακας $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ είναι τριγωνίσιμος αν και μόνο αν $a = 0$.
9. Το άθροισμα δυο διαγωνίσιμων πινάκων είναι διαγωνίσιμος πίνακας.
10. Κάθε αντιστρέψιμος πίνακας είναι διαγωνίσιμος.
11. Αν ο A είναι διαγωνίσιμος και ο B είναι όμοιος με τον A , τότε ο B είναι διαγωνίσιμος.
12. Υπάρχει διαγωνίσιμος πίνακας στο $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ με χαρακτηριστικό πολυώνυμο το $x^2 + x + 3$.
13. Κάθε τριγωνίσιμος πίνακας είναι διαγωνίσιμος.
14. Κάθε $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ που έχει τουλάχιστον δυο πραγματικές ιδιοτιμές είναι τριγωνίσιμος.
15. Αν ο $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ είναι τριγωνίσιμος, τότε ο $\phi(A)$ είναι τριγωνίσιμος για κάθε $\phi(x) \in \mathbb{F}[x]$.
16. Έστω $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$. Αν ισχύει $A^{11} = 0$, τότε θα ισχύει $A^{10} = 0$.
17. Για κάθε $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ ο A^n μπορεί να παρασταθεί ως γραμμικός συνδυασμός των $I, A, \dots, A^{n-1}$.

ΜΜ

Απαντήσεις

1. Λ
2. Σ
3. Σ
4. Λ
5. Σ
6. Λ
7. Λ
8. Λ
9. Λ
10. Λ
11. Σ
12. Λ
13. Λ
14. Σ
15. Σ
16. Σ
17. Σ