

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά I (Τμήμα Φυσικής)
Φεβρουάριος 2006

Ομάδα Β

Παρακαλούμε αναγράψτε στην πρώτη σελίδα της κόλλας σας την ένδειξη **Ομάδα Β**

Θέμα 1

Έστω $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -3 & -6 & -5 \end{pmatrix}$.

1. Να βρεθούν οι λύσεις του συστήματος $AX=0$ και η διάσταση του χώρου των λύσεων.
2. Έστω $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ η γραμμική απεικόνιση με αντίστοιχο πίνακα τον A ως προς τη συνήθη βάση του \mathbb{R}^3 . Να βρεθεί μια βάση της εικόνας της f .
3. Εξετάστε αν ο πίνακας $B^{-1}AB^3$ είναι αντιστρέψιμος, όπου B είναι ένας αντιστρέψιμος 3×3 πραγματικός πίνακας.
4. Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του A .
5. Εξετάστε αν ο A είναι διαγωνίσιμος πίνακας.

Θέμα 2

Έστω V ο υπόχωρος του \mathbb{R}^4 που παράγεται από τα διανύσματα $v_1 = (1, 1, -1, -1)$, $v_2 = (1, 2, 3, -1)$, $v_3 = (4, 7, 8, -4)$.

1. Εξετάστε αν $(5, 9, 11, -5) \in V$.
2. Να βρεθεί η διάσταση του V .
3. Να βρεθεί μια ορθοκανονική βάση του V .
4. Να βρεθεί ένα μη μηδενικό διάνυσμα του \mathbb{R}^4 που είναι κάθετο προς κάθε διάνυσμα του V .
5. Έστω $U = \{(x, y, 0, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Δείξτε ότι $\dim V + \dim U = \dim(U + V)$.

Τα δυο θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα. Καλή επιτυχία.