

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά Ι (Τμήμα Φυσικής)
Φεβρουάριος 2006

Ομάδα Α

Παρακαλούμε αναγράψτε στην πρώτη σελίδα της κόλλας σας την ένδειξη **Ομάδα Α**

Θέμα 1

Έστω V ο υπόχωρος του $\mathbb{R}^4$ που παράγεται από τα διανύσματα

$$v_1 = (1, 1, 1, 1), v_2 = (1, 2, 3, -1), v_3 = (-1, 0, 1, -3).$$

1. Εξετάστε αν $(0, 2, 4, -1) \in V$.
2. Να βρεθεί η διάσταση του V .
3. Να βρεθεί μια ορθοκανονική βάση του V .
4. Να βρεθεί ένα μη μηδενικό διάνυσμα του $\mathbb{R}^4$ που είναι κάθετο προς κάθε διάνυσμα του V .
5. Έστω $U = \{(x, y, 0, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Δείξτε ότι $\dim V + \dim U = \dim(U + V)$.

Θέμα 2

Έστω $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$

1. Να βρεθούν οι λύσεις του συστήματος $AX=0$ και η διάσταση του χώρου των λύσεων.
2. Έστω $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ η γραμμική απεικόνιση με αντίστοιχο πίνακα τον A ως προς τη συνήθη βάση του $\mathbb{R}^3$. Να βρεθεί μια βάση της εικόνας της f .
3. Εξετάστε αν ο πίνακας B^2AB^{-1} είναι αντιστρέψιμος, όπου B είναι ένας πραγματικός 3×3 πραγματικός πίνακας.
4. Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του A .
5. Εξετάστε αν ο A είναι διαγωνίσιμος πίνακας.

Τα δυο θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα. Καλή επιτυχία.