



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών

HELLENIC REPUBLIC
National and Kapodistrian
University of Athens

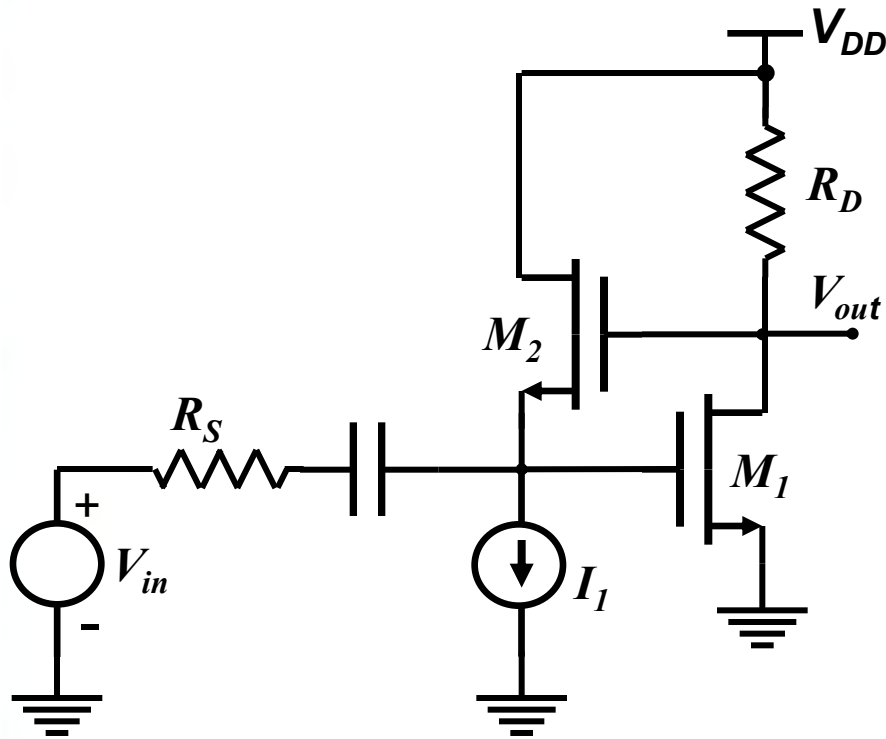


Εισαγωγή στη Σχεδίαση RF Κυκλωμάτων

Βασικές έννοιες Σχεδίασης RF Κυκλωμάτων

Εικόνα θορύβου – Παράδειγμα

- Ενισχυτής MOS και ισοδύναμο κύκλωμα – Να βρεθεί η σχέση τα μεγέθη: g_{m1} , g_{m2} , R_S και R_D .



Προσαρμογή, $R_S = R_{IN}$

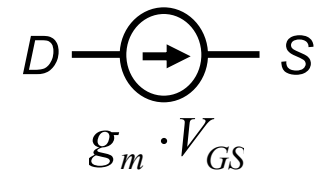
Στο ισοδύναμο κύκλωμα:

I_1 : άπειρη αντίσταση = ανοικτό κύκλωμα,

οι πυκνωτές θεωρούνται βραχυκύκλωμα,

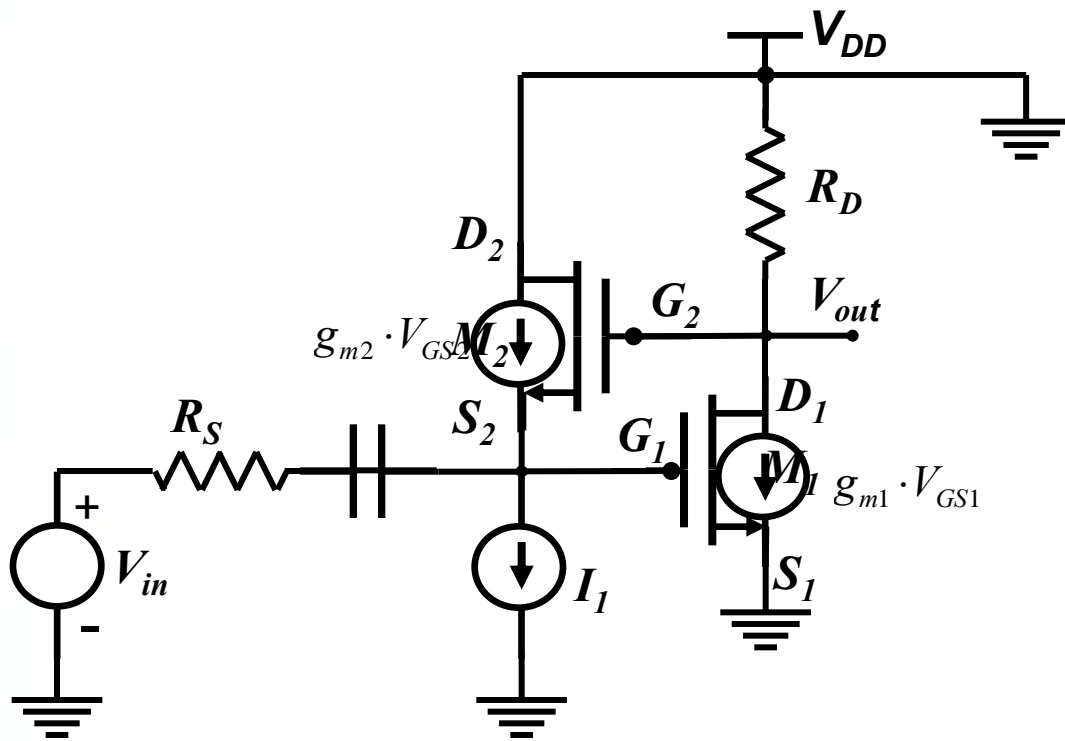
Η τροφοδοσία V_{DD} συνδέεται στη γη

Το τρανζίστορ (MOS) αντικαθιστάται με πηγή ρεύματος



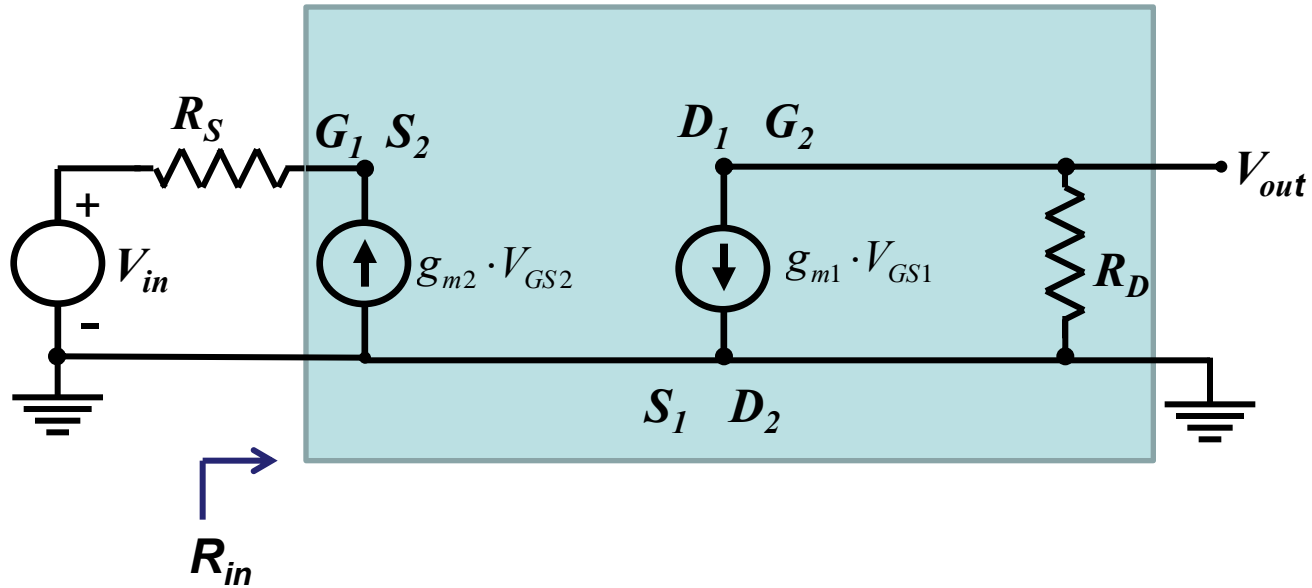
Εικόνα θορύβου – Παράδειγμα

- **ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή MOS**



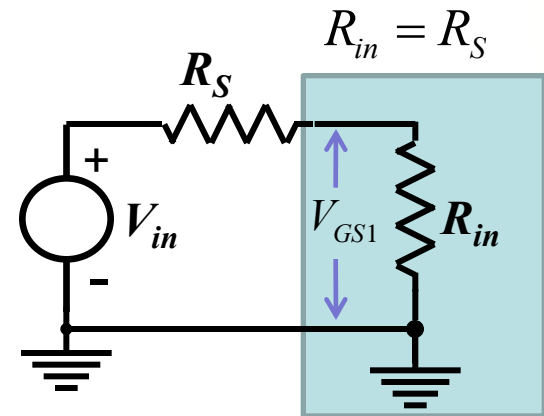
Εικόνα θορύβου – Παράδειγμα

- Ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή MOS, υπολογισμός A_V



$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-g_{m1} V_{GS1} \cdot R_D}{V_{in}} \quad (1)$$

$$V_{GS1} = V_{in} \frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} = V_{in} \frac{R_{in}}{R_{in} + R_{in}} = \frac{V_{in}}{2} \quad (2)$$



Εικόνα θορύβου – Παράδειγμα

- Ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή MOS, υπολογισμός R_{in}

$$A_V = \frac{-g_{m1} V_{GS1} \cdot R_D}{V_{in}} \quad (1)$$

$$V_{GS1} = \frac{V_{in}}{2} \quad (2)$$

$$A_V = -\frac{g_{m1} \cdot R_D}{2} \quad (3)$$

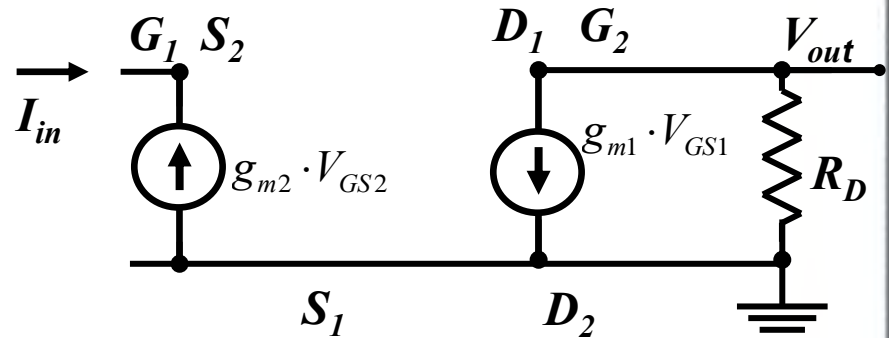
Υπολογισμός της R_{in}

$$R_{in} = \frac{V_{G1}}{I_{in}} = \frac{V_{G1}}{-g_{m2} \cdot V_{GS2}} \quad (4)$$

$$V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = V_{out} - V_{G1}$$

$$V_{out} = -g_{m1} V_{GS1} \cdot R_D$$

$$\text{άρα } V_{GS2} = -g_{m1} V_{GS1} \cdot R_D - V_{G1}$$



επίσης $V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} = V_{G1} - 0 = V_{G1}$

$$\text{άρα } V_{GS2} = -V_{G1} \cdot (g_{m1} R_D + 1)$$

Ισοδύναμο κύκλωμα

- Ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή MOS, υπολογισμός R_{in}

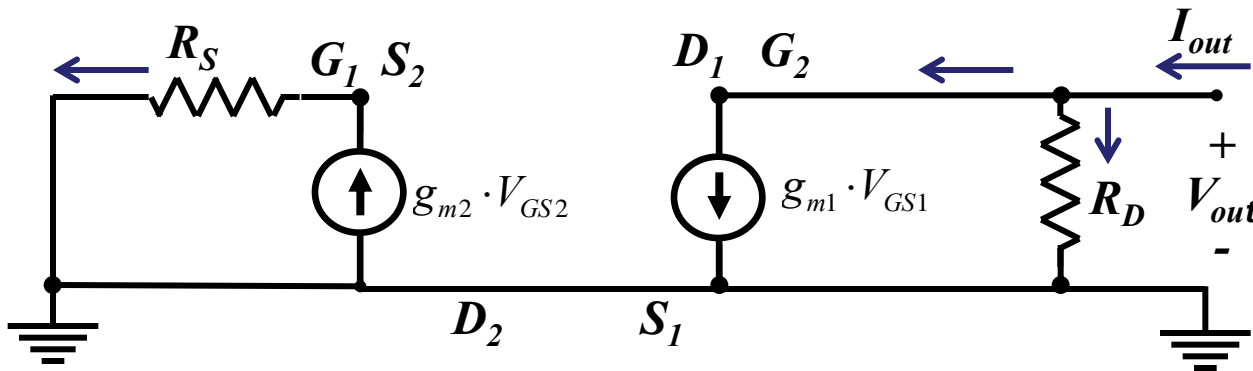
$$(4) \Rightarrow R_{in} = \frac{V_{G1}}{g_{m2} \cdot V_{G1} \cdot (g_{m1} R_D + 1)}$$

$$R_{in} = R_S = \frac{1}{g_{m2} g_{m1} R_D + g_{m2}} \Rightarrow$$

$$g_{m2} R_S = \frac{1}{1 + g_{m1} R_D}$$

Ισοδύναμο κύκλωμα

- Ενισχυτής MOS και ισοδύναμο κύκλωμα, υπολογισμός R_{out}



Υπολογισμός της $R_{out} = \left. \frac{V_{out}}{I_{out}} \right|_{V_{in}=0}$ (1)

$$I_{out} = \frac{V_{out}}{R_D} + g_{m1} \cdot V_{GS1}$$

$$R_{out} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_D} + g_{m1} \cdot V_{GS1}}$$

$$V_{GS1} = (g_{m2} V_{GS2}) \cdot R_S$$

$$V_{GS2} = V_{out} - V_{G1}$$

$$V_{GS1} = V_{G1}$$

άρα $V_{G1} = g_{m2} \cdot R_S \cdot (V_{out} - V_{G1})$

$$V_{G1} + g_{m2} \cdot R_S \cdot V_{G1} = g_{m2} \cdot R_S \cdot V_{out}$$

$$V_{G1} = \frac{g_{m2} \cdot R_S \cdot V_{out}}{1 + g_{m2} \cdot R_S}$$

Ισοδύναμο κύκλωμα

- Ενισχυτής MOS και ισοδύναμο κύκλωμα, υπολογισμός R_{out}

$$R_{out} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_D} + g_{m1} \cdot V_{GS1}}$$

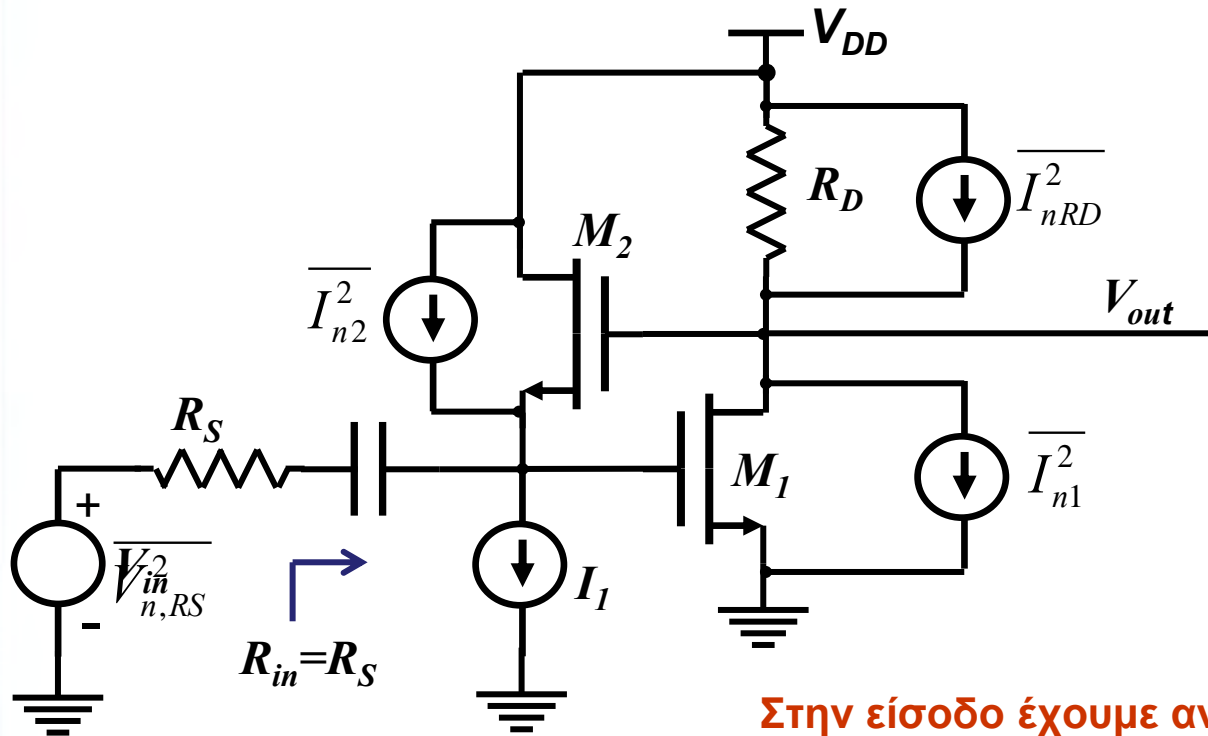
$$R_{out} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_D} + g_{m1} \cdot \frac{g_{m2} \cdot R_S \cdot V_{out}}{1 + g_{m2} \cdot R_S}}$$

$$R_{out} = \frac{1}{\frac{1}{R_D} + \frac{g_{m1} g_{m2} \cdot R_S}{1 + g_{m2} \cdot R_S}} = \frac{R_D (1 + g_{m2} \cdot R_S)}{1 + g_{m2} \cdot R_S + g_{m1} g_{m2} \cdot R_S R_D}$$

$$\left. \begin{aligned} g_{m2} R_S &= \frac{1}{1 + g_{m1} R_D} \\ R_{out} &= \frac{R_D (1 + g_{m2} \cdot R_S)}{1 + g_{m2} \cdot R_S (1 + g_{m1} \cdot R_D)} \end{aligned} \right\} R_{out} = \frac{R_D (1 + g_{m2} \cdot R_S)}{2}$$

Πηγές θορύβου

- Πηγές θορύβου στο κύκλωμα του ενισχυτή



$$\overline{I_{n2}^2} = 4kT \frac{2g_{m2}}{3}$$

$$\overline{I_{n1}^2} = 4kT \frac{2g_{m1}}{3}$$

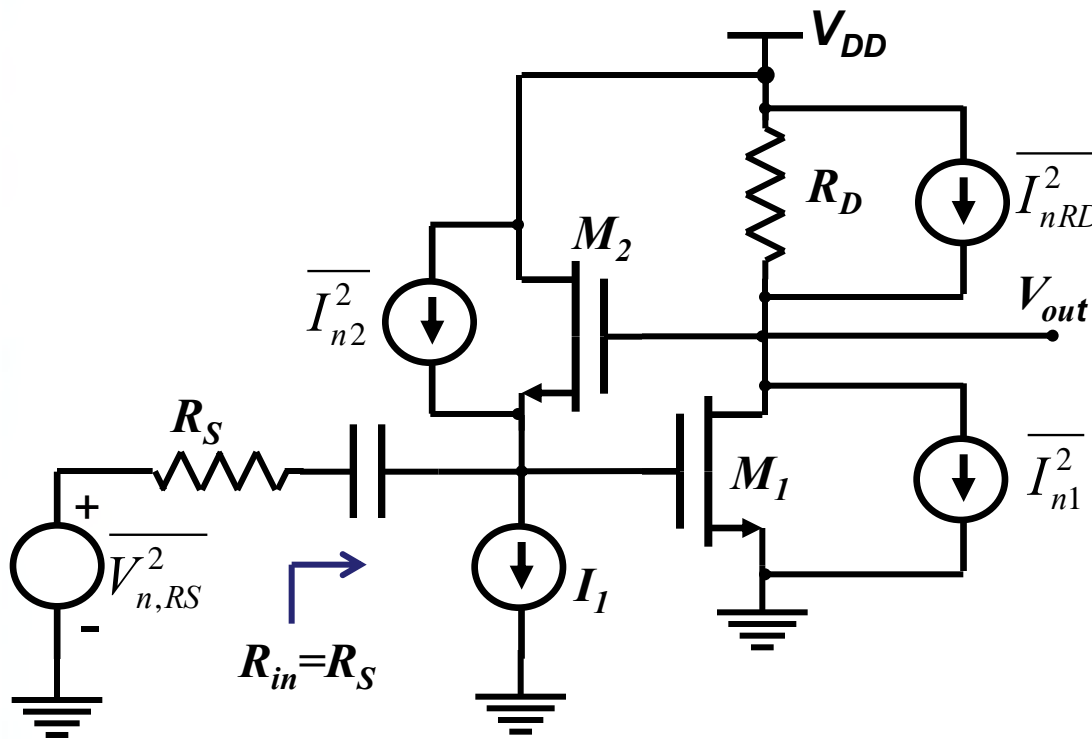
Στην είσοδο έχουμε αντίσταση $(R_S)/2 = R_S || R_S$

Απολαβή χωρίς να παραλείψουμε τον διαιρέτη τάσης στην είσοδο $|A_V| = \frac{g_{m1} \cdot R_D}{2}$

Επομένως ο θόρυβος $\overline{V_{n,RS}^2}$ στην είσοδο, θα γίνει στην έξοδο $A_V^2 \cdot \overline{V_{n,RS}^2}$

Πηγές θορύβου

- Πηγές θορύβου στο κύκλωμα του ενισχυτή



Το ρεύμα $\overline{I_{n2}^2}$

διέρχεται από την $(R_S)/2$
άρα η ισχύς στην έξοδο
θα είναι:

$$\overline{I_{n2}^2} \cdot \frac{R_S^2}{4} A_V^2$$

Τέλος τα: $\overline{I_{nRD}^2}$ & $\overline{I_{n1}^2}$ στην έξοδο θα δώσουν: $(\overline{I_{nRD}^2} + \overline{I_{n1}^2}) \cdot R_{out}^2$

Πηγές θορύβου

- Θόρυβος εξόδου στο κύκλωμα του ενισχυτή

$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kTR_S \left(\frac{g_{m1} \cdot R_D}{2} \right)^2 + 4kT \left(\frac{2g_{m2}}{3} \right) \left(\frac{R_S}{2} \right)^2 (g_{m1} \cdot R_D)^2 + (\overline{I_{nRD}^2} + \overline{I_{n1}^2}) \left(\frac{R_D(1 + g_{m2} \cdot R_S)}{2} \right)^2$$

Διότι: $\overline{I_{nRD}^2} = \frac{V_{nRD}^2}{R_D^2} = \frac{4kT}{R_D}$

$$|A_V| = g_{m1} \cdot R_D$$

$$R_{out} = \frac{R_D(1 + g_{m2} \cdot R_S)}{2}$$

$$\overline{V_{n,out}^2} = kTR_S g_{m1}^2 R_D^2 + kT \frac{2g_{m2} R_S^2}{3} g_{m1}^2 R_D^2 + \left(\frac{4kT}{R_D} + 4kT \frac{2g_{m1}}{3} \right) \frac{R_D^2}{4} (1 + g_{m2} \cdot R_S)^2$$

Πηγές θορύβου

- Θόρυβος εξόδου στο κύκλωμα του ενισχυτή

$$\overline{V_{n,out}^2} = kTR_S g_{m1}^2 R_D^2 + kT \frac{2g_{m2} R_S^2}{3} g_{m1}^2 R_D^2 + \left(\frac{4kT}{R_D} + 4kT \frac{2g_{m1}}{3} \right) \frac{R_D^2}{4} (1 + g_{m2} \cdot R_S)^2$$

$$NF = \frac{V_{n,out}^2}{A^2} \cdot \frac{1}{4kTR_S}$$

$$NF = 1 + \frac{\overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{4kTR_S}$$

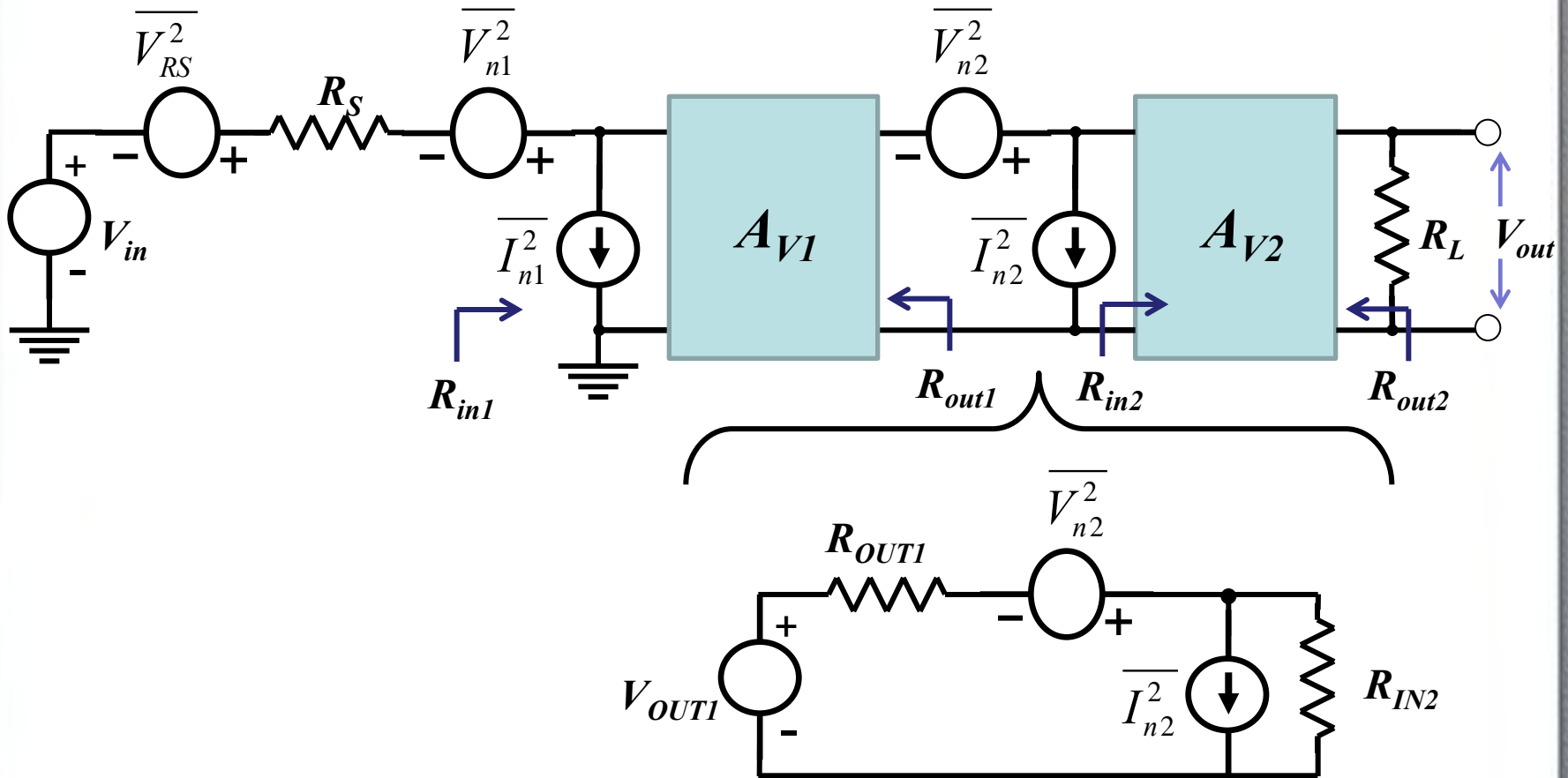
Για $\Delta f = 1\text{Hz}$ spot NF

$$NF = 1 + \frac{2g_{m2} R_S}{3} + \left(\frac{1}{R_D} + \frac{2g_{m1}}{3} \right) \frac{(1 + g_{m2} \cdot R_S)^2}{g_{m1}^2 \cdot R_S}$$

Υπενθύμιση

CASCADED STAGES

- Εικόνα θορύβου σε cascaded stages



CASCADED STAGES

- Θόρυβος στην είσοδο της πρώτης βαθμίδας

$$V_{n,in1}^2 = \overline{V_{RS}^2} \frac{R_{in1}^2}{(R_{in1} + R_S)^2} + \left(V_{n1} \frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_S} + I_{n1} \frac{R_{in1} R_S}{R_{in1} + R_S} \right)^2$$

- Θόρυβος στην είσοδο της δεύτερης βαθμίδας

$$V_{n,out1} = V_{n,in1} A_{V1}$$

$$V_{n,in2}^2 = V_{n,in1}^2 A_{V1}^2 \frac{R_{in2}^2}{(R_{in2} + R_{out1})^2} + \left(V_{n2} \frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}} + I_{n2} \frac{R_{out1} R_{in2}}{R_{out1} + R_{in2}} \right)^2$$

CASCADED STAGES

- **Θόρυβος στην έξοδο της δεύτερης βαθμίδας** $V_{n,out2} = V_{n,in2} A_{V2}$

$$V_{n,out2}^2 = A_{V2}^2 V_{n,in2}^2 \frac{R_L^2}{(R_L + R_{out2})^2}$$

- **Ολική απολαβή** $A_{total} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_S} A_{V1} \frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}} A_{V2} \frac{R_L}{R_L + R_{out2}}$

$$NF = \frac{V_{n,out}^2}{A_{V,total}^2} \cdot \frac{1}{4kTR_S}$$

$$NF = 1 + \frac{\overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{4kTR_S}$$

CASCADED STAGES

- NF

$$NF_{tot} = \frac{V_{n,out}^2}{A_{V,total}^2} \cdot \frac{1}{4kTR_S} = \frac{1}{A_{V,total}^2} A_{V2}^2 \frac{R_L^2}{(R_L + R_{out2})^2} V_{n,in2}^2 \frac{1}{4kTR_S}$$

$$NF_{tot} = \frac{A_{V2}^2 \frac{R_L^2}{(R_L + R_{out2})^2} \left(\frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}} \right)^2 \left((I_{n2} R_{out1} + V_{n2})^2 + A_{V1}^2 \left(V_{RS}^2 + (I_{n1} R_{RS} + V_{n1})^2 \frac{R_{in1}}{(R_{in1} + R_{RS})^2} \right) \right)}{\left(\frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_S} A_{V1} \frac{R_{in2}}{R_{in2} + R_{out1}} A_{V2} \frac{R_L}{R_L + R_{out2}} \right)^2} \frac{1}{4kTR_S}$$

$$NF_{tot} = \frac{V_{RS}^2 + \overline{(I_{n1} R_{RS} + V_{n1})^2}}{4kTR_S} + \frac{\overline{(I_{n2} R_{out1} + V_{n2})^2}}{A_{V1}^2} \frac{1}{\left(\frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_S} \right)^2} \frac{1}{4kTR_S}$$



CASCADED STAGES

- NF

$$NF_{tot} = \underbrace{\frac{V_{RS}^2 + \overline{(I_{n1}R_{RS} + V_{n1})^2}}{4kTR_S}}_{NF_1} + \underbrace{\frac{\overline{(I_{n2}R_{out1} + V_{n2})^2}}{A_{V1}^2} \frac{1}{\left(\frac{R_{in1}}{R_{in1} + R_S}\right)^2} \frac{1}{4kTR_S}}_{A^2 \alpha^2}$$

$$NF_{tot} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{A^2 \alpha^2} \quad \text{Friis equation}$$

$$NF_{tot} = 1 + (NF_1 - 1) + \frac{NF_2 - 1}{A_{P1}} + \frac{NF_3 - 1}{A_{P1}A_{P2}}$$

υπενθύμιση

$$NF - 1 = \frac{\overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{4kTR_S}$$

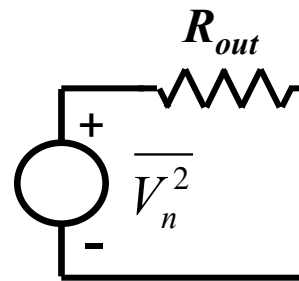
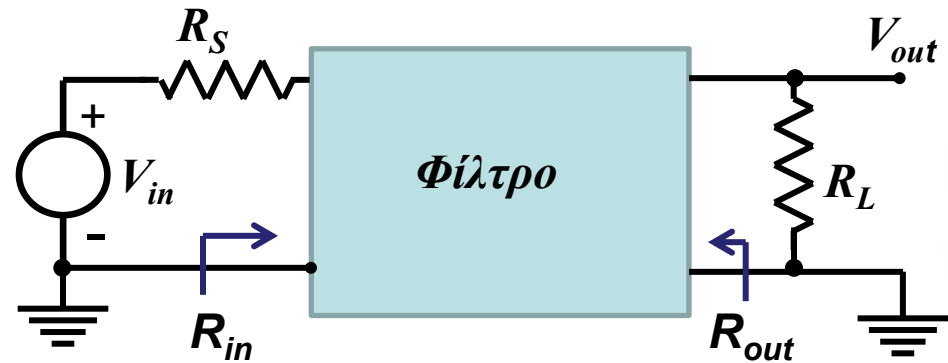
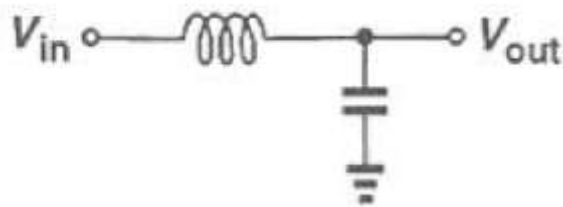
$$\overline{V_{RS}^2} = 4kTR_S$$



LOSSY CIRCUITS

Εικόνα Θορύβου Κυκλωμάτων με Απώλειες

- Κυκλώματα με απώλειες



Ισοδύναμο Thevenin

$$\overline{V_n^2} = 4kTR_{out}$$

$$R_{out} = f(R_S)$$

Εικόνα Θορύβου Κυκλωμάτων με Απώλειες

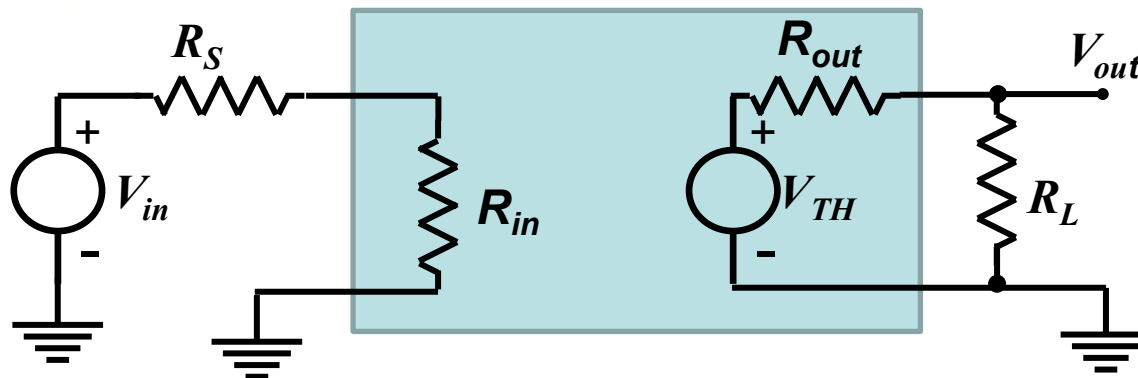
- Κυκλώματα με απώλειες



Ισοδύναμο
Thevenin

$$P_{in} = \frac{V_{in}^2}{4R_S}$$

Ισοδύναμο ...

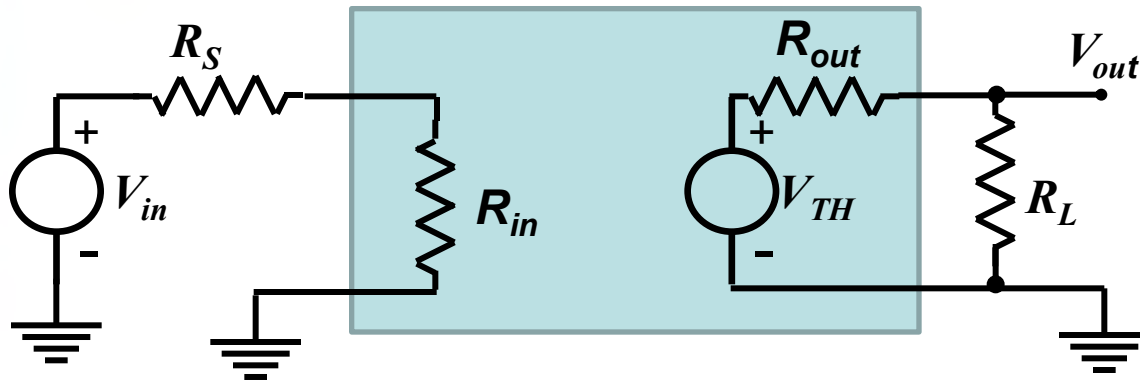


$$P_{out} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{out}}$$

$$L = \frac{P_{in}}{P_{out}} = \frac{V_{in}^2 R_{out}}{V_{TH}^2 R_S}$$

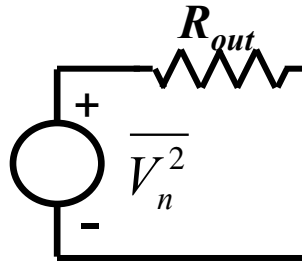
LOSSY CIRCUITS

συνέχ.



$$L = \frac{V_{in}^2 R_{out}}{V_{TH}^2 R_s} \quad (1)$$

Θόρυβος



$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kTR_{out} \left(\frac{R_L}{R_L + R_{out}} \right)^2 \quad (2)$$

Απολαβή τάσης

$$A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{TH}}{V_{in}} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} \quad (3)$$

$$NF_{tot} = \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{A_V^2} \cdot \frac{1}{4kTR_s}$$

$$NF_{tot} = \frac{4kTR_{out} \frac{R_L^2}{(R_L + R_{out})^2}}{\left(\frac{V_{TH}}{V_{in}} \right)^2 \left(\frac{R_L}{R_L + R_{out}} \right)^2} \frac{1}{4kTR_s} = \dots$$

LOSSY CIRCUITS

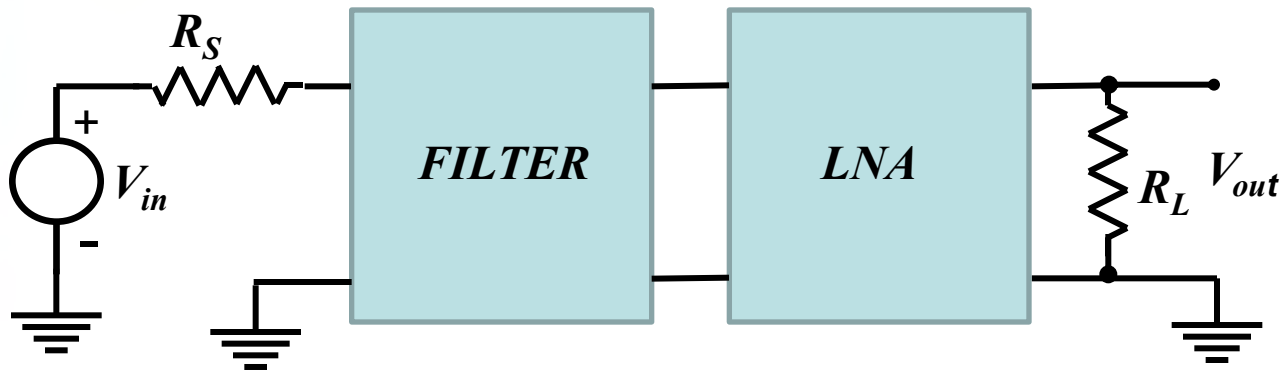
- Κυκλώματα με απώλειες

$$NF_{tot} = L$$



LOSSY CIRCUITS

συνέχ.



Υπολογισμός εικόνας θορύβου

$$NF_{tot} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{A_{P,1}} + \frac{NF_3 - 1}{A_{P,1}A_{P,2}} + \dots$$

$$A_{P,1} = \frac{1}{L}$$

$$NF_{tot} = NF_{filt} + \frac{NF_{LNA} - 1}{L^{-1}} = L \cdot NF_{LNA}$$

Ευαισθησία και Δυναμικό Εύρος

- Στα RF συστήματα ευαισθησία είναι το ελάχιστο σήμα που μπορεί να ανιχνεύσει ο δέκτης με δεδομένο τον λόγο S/N

Υπολογισμός ευαισθησίας

$$NF = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}} = \frac{P_S / P_{RS}}{SNR_{out}}$$

P_S Ισχύς σήματος ανά Hz

P_{RS} Ισχύς θορύβου πηγής ανά Hz

$$P_S = NF \cdot SNR_{out} \cdot P_{RS} \cdot B$$

Σε dB

$$P_S|_{\min, dB} = NF|_{dB} + SNR_{out}|_{\min, dB} + P_{RS}|_{dBm/Hz} + 10 \log B$$

Το B σε Hz

Ευαισθησία και Δυναμικό Εύρος

- Υπολογισμός ευαισθησίας, συνέχ.

Στην προσαρμογή $R_S = R_{in}$

$$P_{RS,avail} = \frac{V_{RS}^2}{4R_{in}} = \frac{4kTR_S}{4R_{in}} = kT \quad \text{To } T = 300 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$P_{RS} \Big|_{dBm/Hz} = -174dBm / Hz \quad @27 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Ευαισθησία και Δυναμική Περιοχή

- Στην είσοδο, το $P_{S_{\min}}$ ή απλά το S_{\min} πρέπει να είναι τόσο, ώστε να έχουμε ένα SNR τουλάχιστον όσο το SNR_{\min}
- Το S_{\min} καθορίζεται από την απαιτούμενη ευαισθησία
- Το S_{\max} καθορίζεται από την ενδοδιαμόρφωση (στον έλεγχο 2 τόνων – 2 tone test – τα προϊόντα IM 3ης τάξης δεν πρέπει να ξεπερνούν το noise floor)
- Η ποσότητα $S_{\max} - S_{\min}$ ονομάζεται SFDR

SFDR = Spurious Free Dynamic Range



SFDR – Spurious Free DR

Υπολογισμός του A_{IP3}

$$20 \log A_{IP3} = \frac{1}{2} (20 \log A_{\omega_1, \omega_2} - 20 \log A_{IM3}) + 20 \log A_{in}$$

$$P_{IIP3} = 0.5(P_{out} - P_{IM, out}) + P_{in}$$

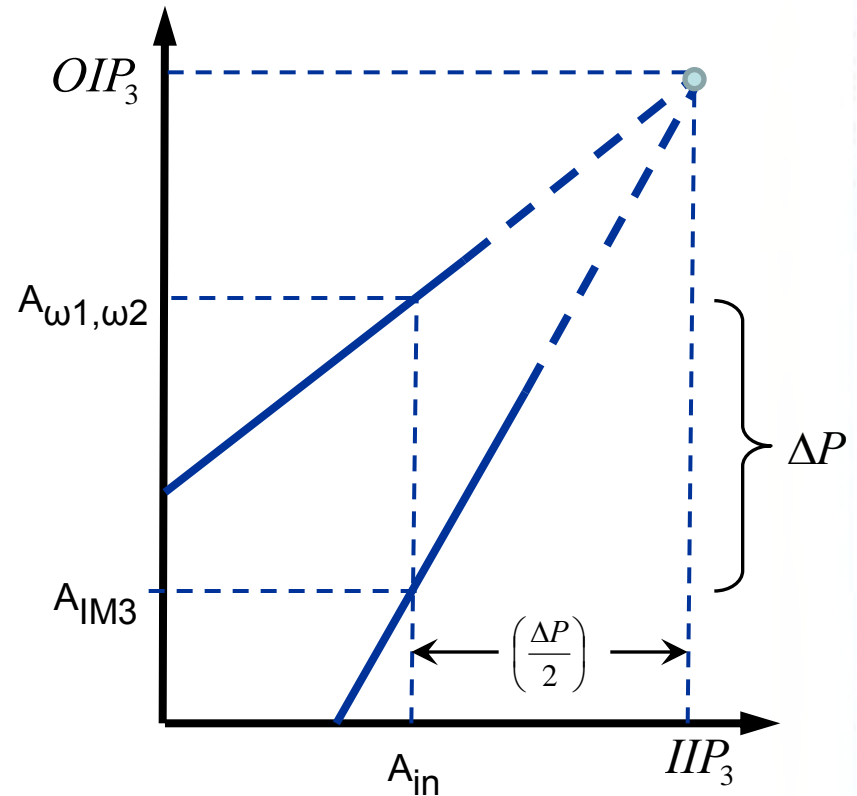
$$P_{out} = P_{in} + G$$

$$P_{IM, out} = P_{IM, in} + G$$

(έχει γίνει αναγωγή στην είσοδο)

$$P_{IIP3} = P_{in} + \frac{(P_{in} - P_{IM, in})}{2}$$

$$P_{IIP3} = \frac{3P_{in} - P_{IM, in}}{2}$$



Ευαισθησία και Δυναμική Περιοχή

$$P_{IIP3} = \frac{3P_{in} - P_{IM,in}}{2}$$

$$P_{in} = \frac{2P_{IIP3} + P_{IM,in}}{3} \quad (1)$$

$$P_{RS}|_{dBm/Hz} = -174dBm/Hz \quad (2)$$

$$P_S|_{min,dB} = S_{min} = P_{in,min} = NF|_{dB} + SNR_{out}|_{min,dB} + P_{RS}|_{dBm/Hz} + 10\log B$$

$$S_{min} = P_{in,min} = NF|_{dB} + SNR_{out}|_{min,dB} - 174dBm/Hz + 10\log B$$

$$S_{min} = P_{in,min} = \underbrace{-174dBm/Hz + NF + 10\log B}_{\text{Noise Floor } F} + SNR_{min}$$

Noise Floor F

Ευαισθησία και Δυναμική Περιοχή

$$P_{in} = \frac{2P_{IIP3} + P_{IM,in}}{3} \quad (1)$$

$$P_S|_{\min, dB} = F + SNR_{\min}$$

Όταν η στάθμη στα προϊόντα *IM* στη σχέση (1), γίνει όση και το Noise Floor *F*

$$P_{in,max} = \frac{2P_{IIP3} + F}{3}$$

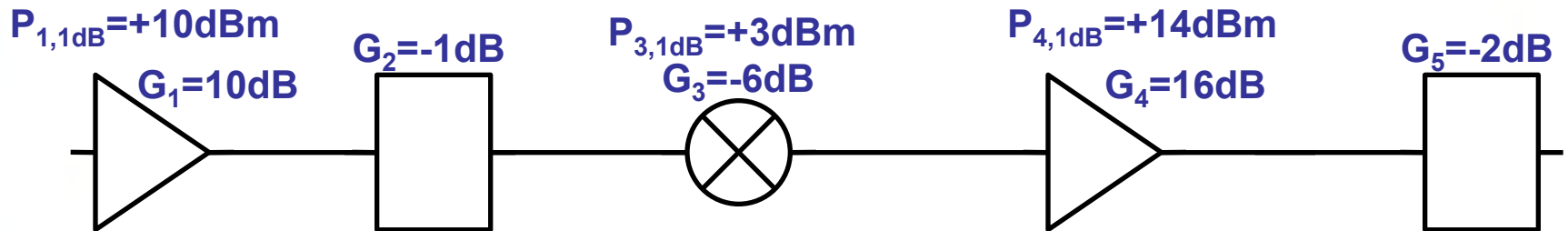
$$SFDR = P_{in,max} - P_{in,min} = \frac{2P_{IIP3} + F}{3} - (F + SNR_{\min})$$

$$SFDR = \frac{2(P_{IIP3} - F)}{3} - SNR_{\min}$$

Παράδειγμα

- Στην είσοδο, το $P_{in,min}$ ή S_{min} πρέπει να είναι τόσο, ώστε να έχουμε ένα SNR τουλάχιστον όσο το SNR_{min}
- Το S_{min} καθορίζεται από την απαιτούμενη ευαισθησία και το S_{max} από την ενδοδιαμόρφωση

Ως προς την είσοδο



Av $P_{1,in} = -30\text{dBm}$ τότε

$$P_{1,out} = P_{1,in} + G_1 = -20\text{dBm}$$

Av $P_{1,in} = 0\text{dBm}$ τότε

$$P_{1,out} = P_{1,in} + G_1 = 10\text{dBm}$$

Άρα $P_{in,sat} = 0\text{dBm}$

$$P_{3,in,sat} = 3\text{dBm}$$

$$P_{3,in} = P_{in} \cdot G_1 \cdot G_2 = P_{in} + G_1 + G_2 \text{ (dB)}$$

$$P_{in,sat} = P_{3,in,sat} - G_1 - G_2 \text{ (dB)}$$

$$P_{in,sat} = -6\text{dBm}$$

Εισέρχεται στον κόρο όταν η ισχύς εξόδου είναι $+14\text{dBm}$

$$P_{in,sat} = P_{4,1dB} - G_4 - G_3 - G_2 - G_1 \text{ (dB)}$$

$$P_{in,sat} = -5\text{dBm}$$