



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών

HELLENIC REPUBLIC
National and Kapodistrian
University of Athens

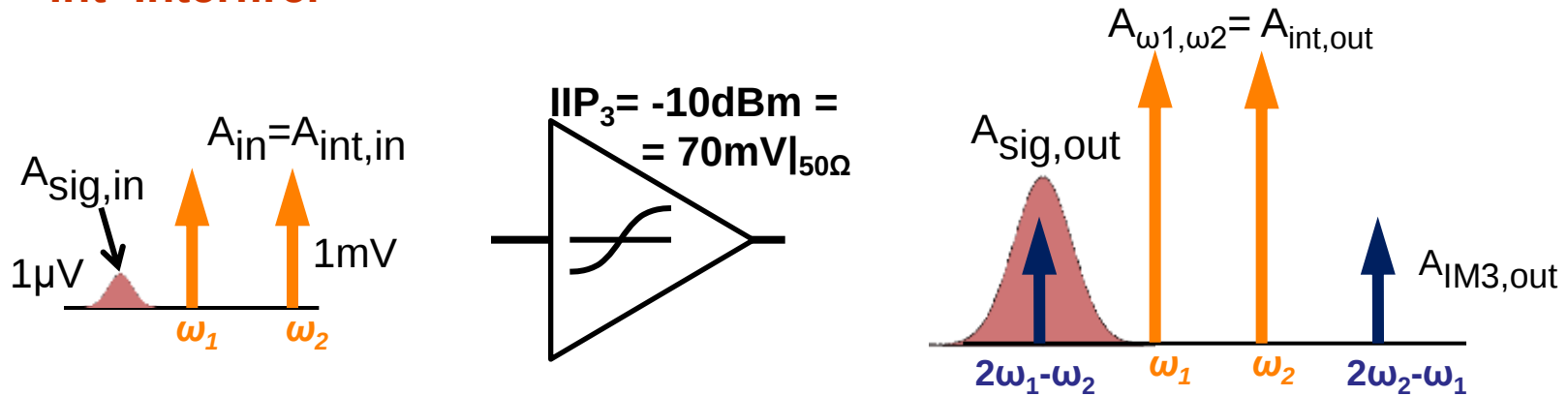


Εισαγωγή στη Σχεδίαση RF Κυκλωμάτων

*Κεφάλαιο 2, §2.1.2 – Βασικές έννοιες
Σχεδίασης RF Κυκλωμάτων*

IP3 Παράδειγμα

Int=Interfurer



$$\frac{A_{\omega 1, \omega 2}}{A_{IM3}} = \frac{A_{IP3}^2}{A_{in}^2}$$

$$\frac{A_{sig, out}}{A_{sig, in}} = \frac{A_{int, out}}{A_{int, in}} = \frac{A_{\omega 1, \omega 2}}{A_{in}} = \frac{A_{\omega 1, \omega 2} \cdot A_{IM3}}{A_{IM3} \cdot A_{in}}$$

$$\frac{A_{sig, out}}{A_{sig, in}} = \frac{A_{IP3}^2}{A_{in}^2} \frac{A_{IM3}}{A_{in}} = \frac{A_{IP3}^2 A_{IM3}}{A_{in}^3}$$

$$\frac{A_{sig, out}}{A_{sig, in}} = \frac{A_{IP3}^2 \cdot A_{IM3, out}}{A_{int, in}^3} = \frac{(70mV)^2 \cdot A_{IM3, out}}{(1mV)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{A_{sig, out}}{A_{IM3, out}} = \frac{(70mV)^2 \cdot A_{sig, in}}{(1mV)^3} = \frac{70^2 \cdot 10^{-6}}{10^{-9}} = 4.9 = 13.8dB$$

1 dB Compression Point & IP_3

Σύγκριση IP_3 και P-1dB (Compression Point)

$$A_{IP3} = \sqrt{\frac{4|a_1|}{3|a_3|}}$$

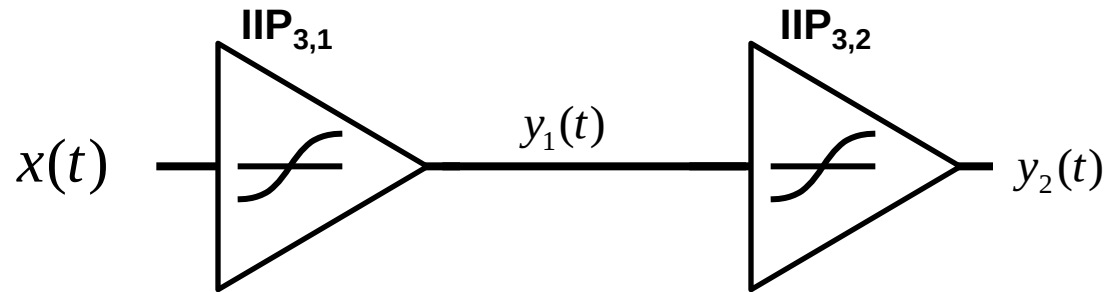
$$A_{1dB_CP} = \sqrt{0.145 \frac{|a_1|}{|a_3|}}$$

$$\frac{A_{in-1dB_{CP}}}{A_{IP3}} = \frac{\sqrt{0.145 \frac{|a_1|}{|a_3|}}}{\sqrt{\frac{4|a_1|}{3|a_3|}}} = \sqrt{\frac{0.145 \cdot 3}{4}} \approx -9.6dB$$



Δύο βαθμίδες

Δύο μη γραμμικές βαθμίδες



$$y_1(t) = y_1 = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)$$

$$y_2(t) = y_2 = \beta_1 y_1(t) + \beta_2 y_1^2(t) + \beta_3 y_1^3(t)$$

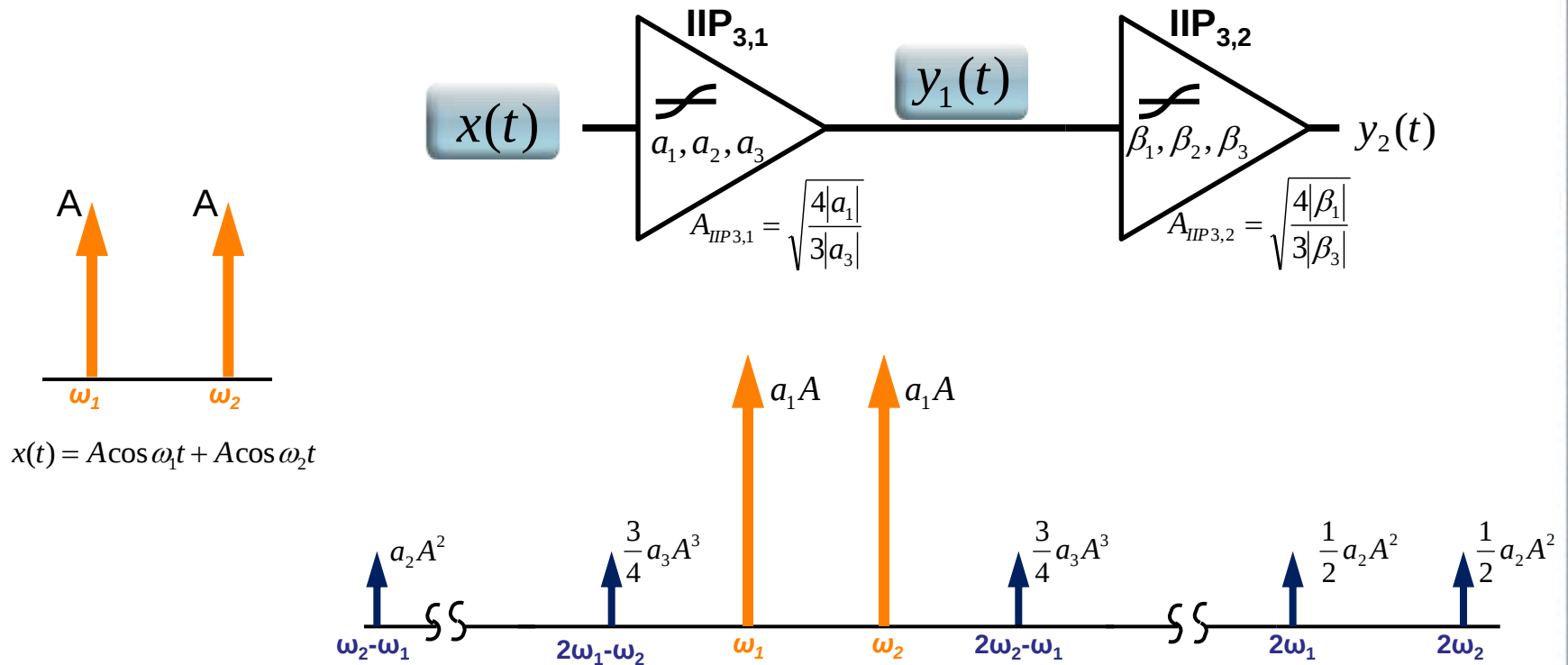
$$A_{IIP3,1} = \sqrt{\frac{4|a_1|}{3|a_3|}}$$

$$A_{IIP3,2} = \sqrt{\frac{4|\beta_1|}{3|\beta_3|}}$$

$$y_2 = \beta_1 (a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)) + \beta_2 (a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t))^2 + \beta_3 (a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t))^3$$

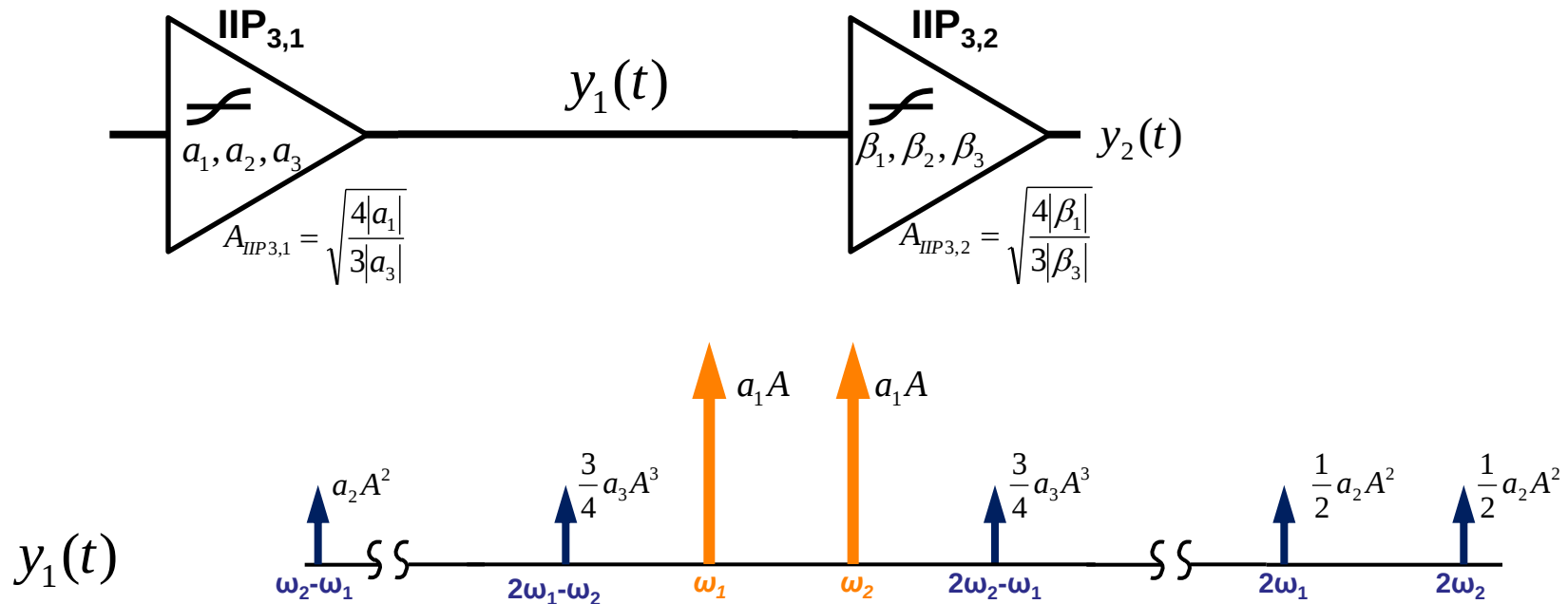
Δύο βαθμίδες

Προϊόντα στην έξοδο $y_1(t)$ της πρώτης βαθμίδας



Δύο βαθμίδες

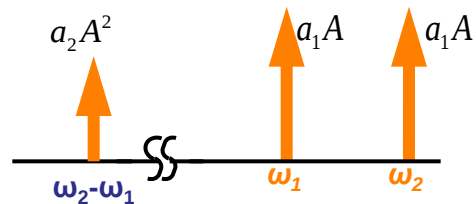
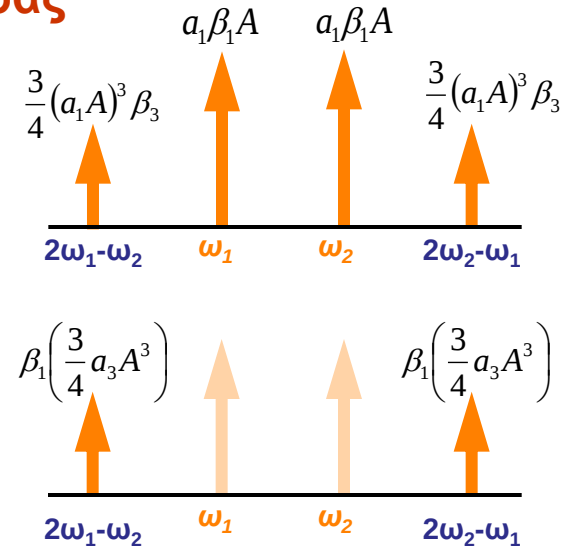
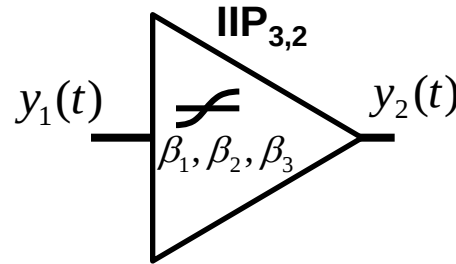
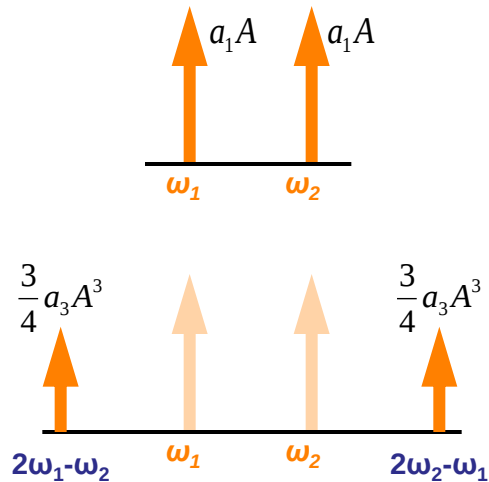
Προϊόντα στην έξοδο $y_2(t)$ της δεύτερης βαθμίδας



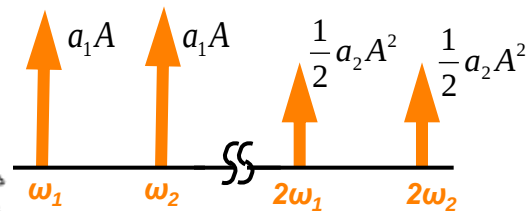
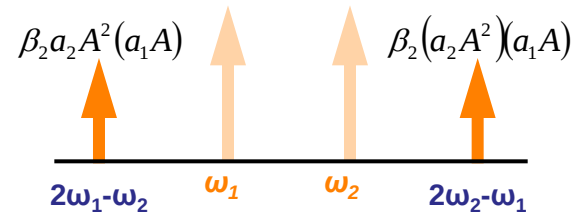
Θα δούμε χωριστά τις συνιστώσες του $y_1(t)$ και τι θα εμφανιστεί στην έξοδο της δεύτερης βαθμίδας

Δύο βαθμίδες

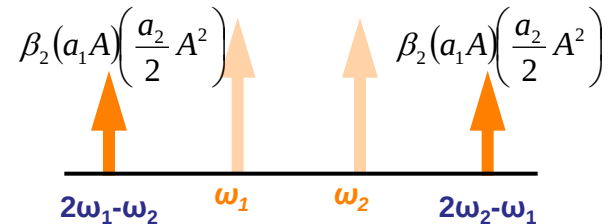
Προϊόντα στην έξοδο $y_2(t)$ της δεύτερης βαθμίδας



Cross-modulation
($\omega_2 - \omega_1$) με το ω_1 και το ω_2

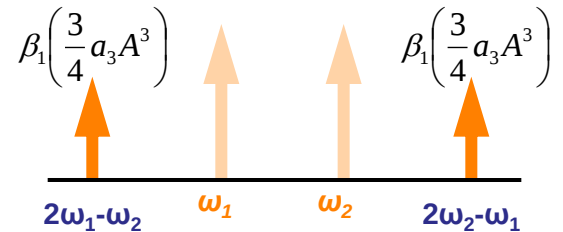
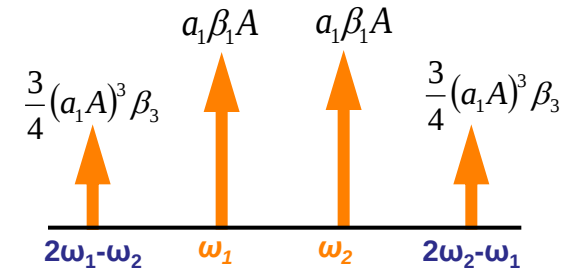


Cross-modulation
 $2\omega_2$ με το ω_1 και $2\omega_1$ με το ω_2



Δύο βαθμίδες

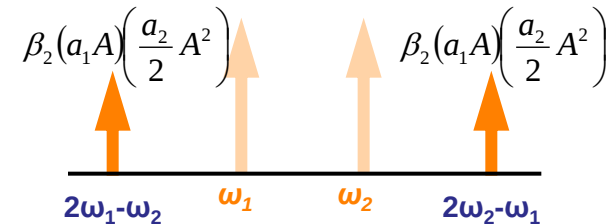
Προϊόντα στην έξοδο $y_2(t)$ της δεύτερης βαθμίδας



$$y(t) = a_1 \beta_1 A (\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) +$$

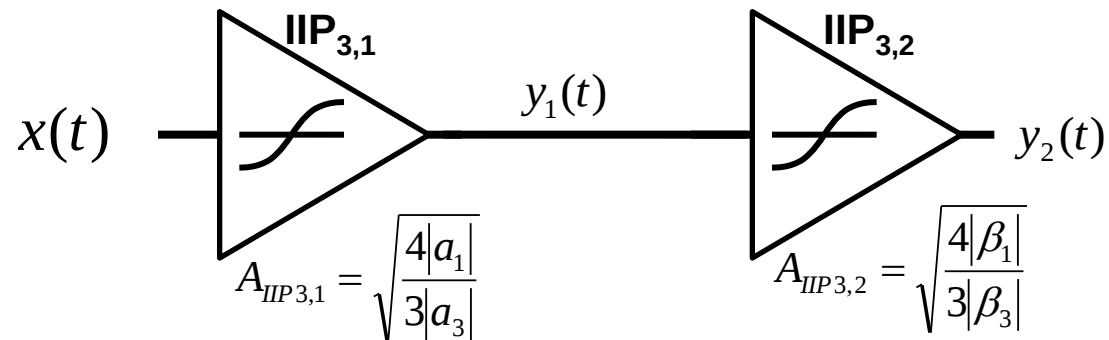
$$+ \left(\frac{3a_3 \beta_1}{4} + \frac{3a_1^3 \beta_3}{4} + \frac{3a_1 a_2 \beta_2}{2} \right) A^3 (\cos(2\omega_1 - \omega_2)t + \cos(2\omega_2 - \omega_1)t)$$

Diagram showing the third stage of a two-stage system. It features four orange arrows pointing upwards from a horizontal line. The arrows are labeled with their respective amplitudes and frequencies: $\left(\frac{3a_3 \beta_1}{4} + \frac{3a_1^3 \beta_3}{4} + \frac{3a_1 a_2 \beta_2}{2} \right) A^3$ at $2\omega_1 - \omega_2$, $\left(\frac{3a_3 \beta_1}{4} + \frac{3a_1^3 \beta_3}{4} + \frac{3a_1 a_2 \beta_2}{2} \right) A^3$ at ω_1 , $\left(\frac{3a_3 \beta_1}{4} + \frac{3a_1^3 \beta_3}{4} + \frac{3a_1 a_2 \beta_2}{2} \right) A^3$ at ω_2 , and $\left(\frac{3a_3 \beta_1}{4} + \frac{3a_1^3 \beta_3}{4} + \frac{3a_1 a_2 \beta_2}{2} \right) A^3$ at $2\omega_2 - \omega_1$.



Διαδοχικές βαθμίδες

Λαμβάνοντας υπόψιν μόνον όρους πρώτης και 3^{ης} τάξης



$$y_2 = \beta_1(a_1x(t) + a_2x^2(t) + a_3x^3(t)) + \beta_2(a_1x(t) + a_2x^2(t) + a_3x^3(t))^2 + \beta_3(a_1x(t) + a_2x^2(t) + a_3x^3(t))^3$$

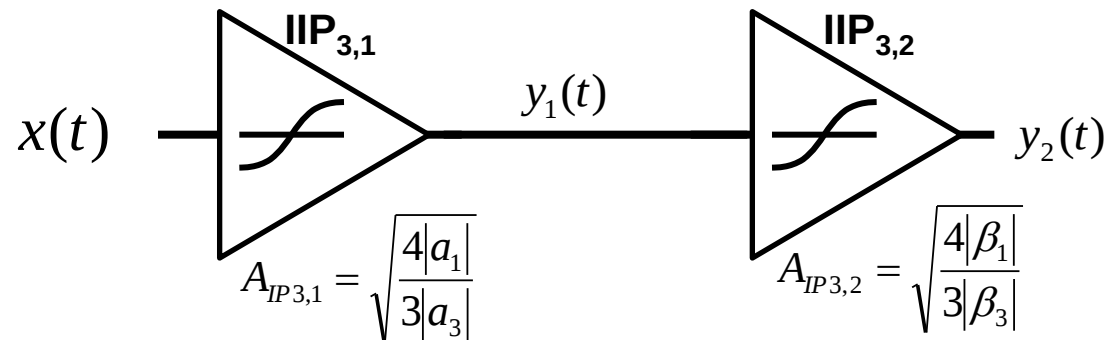
$$y_2(t) = \underbrace{a_1\beta_1}_{a'_1}x(t) + \underbrace{(a_3\beta_1 + 2a_1a_2\beta_2 + a_1^3\beta_3)}_{a'_3}x^3(t) + \dots$$

$$A_{IIP3,total} = \sqrt{\frac{4|a'_1|}{3|a'_3|}} = \sqrt{\frac{4|a_1\beta_1|}{3|a_3\beta_1 + 2a_1a_2\beta_2 + a_1^3\beta_3|}}$$



Διαδοχικές βαθμίδες

Θεωρούμε την χειρότερη περίπτωση με το ελάχιστο A_{IP3}



$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{3|a_3\beta_1 + 2a_1a_2\beta_2 + a_1^3\beta_3|}{4|a_1\beta_1|} =$$

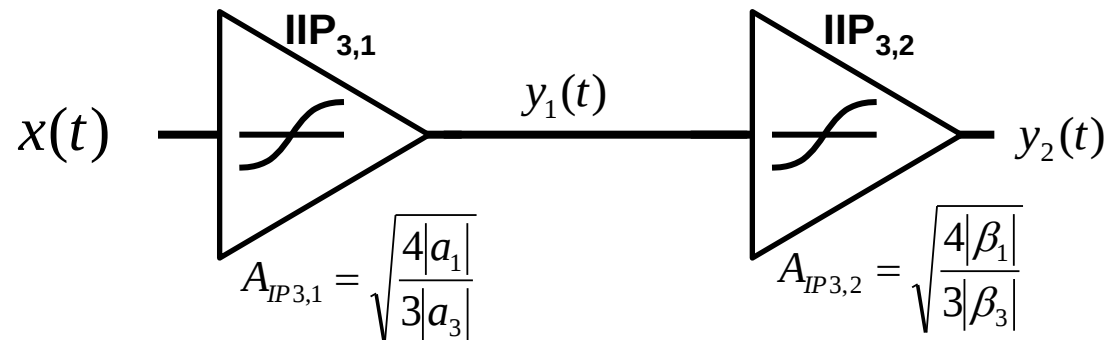
$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{3|a_3|}{4|a_1|} + \frac{3|a_2\beta_2|}{4|\beta_1|} + \frac{3|a_1^2\beta_3|}{4|\beta_1|}$$

$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{1}{(A_{IP3,1})^2} + \frac{3a_2\beta_2}{2\beta_1} + \frac{a_1^2}{(A_{IP3,2})^2}$$

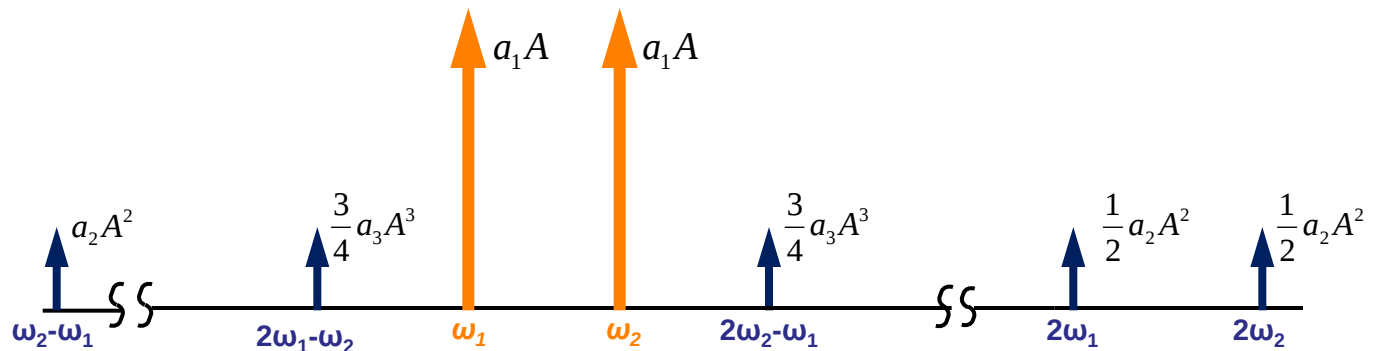


Διαδοχικές βαθμίδες

Θεωρούμε τις ποσότητες A_{IP3} , $A_{IP3,1}$, $A_{IP3,2}$ ως τάσεις και όχι ως ισχύς

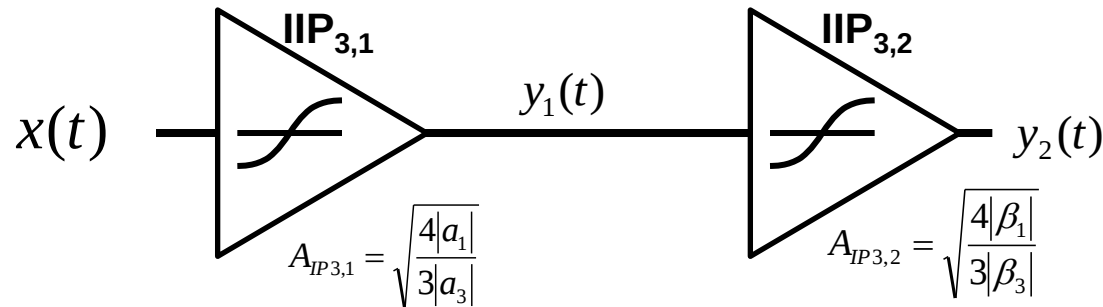


$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{1}{(A_{IP3,1})^2} + \frac{3a_2\beta_2}{2\beta_1} + \frac{a_1^2}{(A_{IP3,2})^2}$$



Διαδοχικές βαθμίδες

Ανακεφαλαίωση



$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{1}{(A_{IP3,1})^2} + \frac{3a_2\beta_2}{2\beta_1} + \frac{a_1^2}{(A_{IP3,2})^2}$$

Ο όρος $(3a_2\beta_2/2\beta_1)$ προέρχεται από την $(\omega_2 - \omega_1)$ και τα $2\omega_1$ και $2\omega_2$,

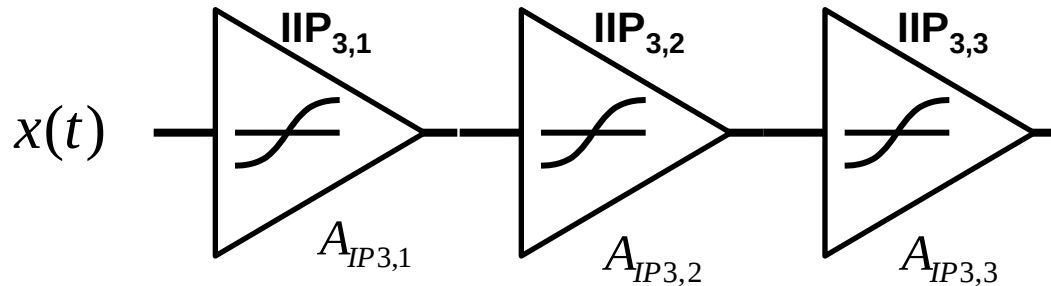
Τα πλάτη αυτών των συνιστωσών είναι πολύ μικρά λόγω φίλτρων και επομένως ο δεύτερος όρος μπορεί να παραλειφθεί

$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{1}{(A_{IP3,1})^2} + \frac{a_1^2}{(A_{IP3,2})^2}$$

Καθώς αυξάνεται το a_1 , το $A_{IIP,total}$ μειώνεται

Διαδοχικές βαθμίδες

Γενικεύοντας



$$\frac{1}{(A_{IP3,total})^2} = \frac{1}{(A_{IP3,1})^2} + \frac{a_1^2}{(A_{IP3,2})^2} + \frac{a_1^2 \beta_1^2}{(A_{IP3,3})^2}$$

Συμπεράσματα

- Οι παραπάνω σχέσεις είναι προσεγγιστικές και δεν αντικαθιστούν τις προσομοιώσεις,
- Η μη γραμμικότητα των τελευταίων βαθμίδων υποβαθμίζει την συμπεριφορά όλου του συστήματος



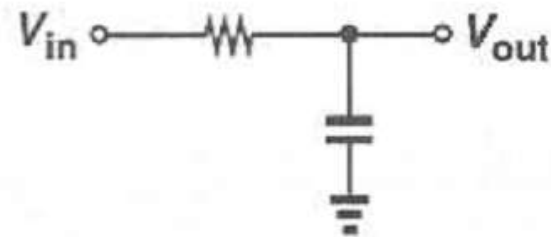
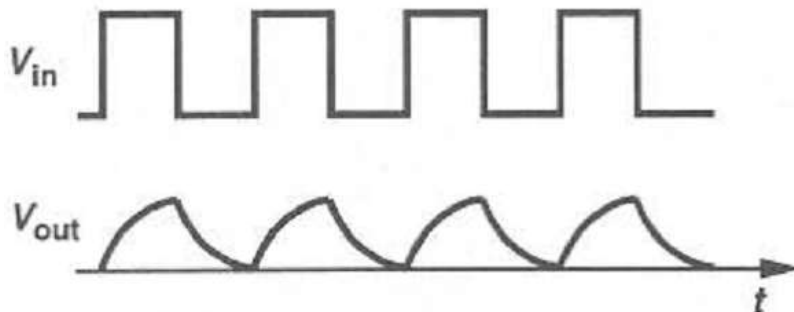
§ 2.2

Intersymbol Interference



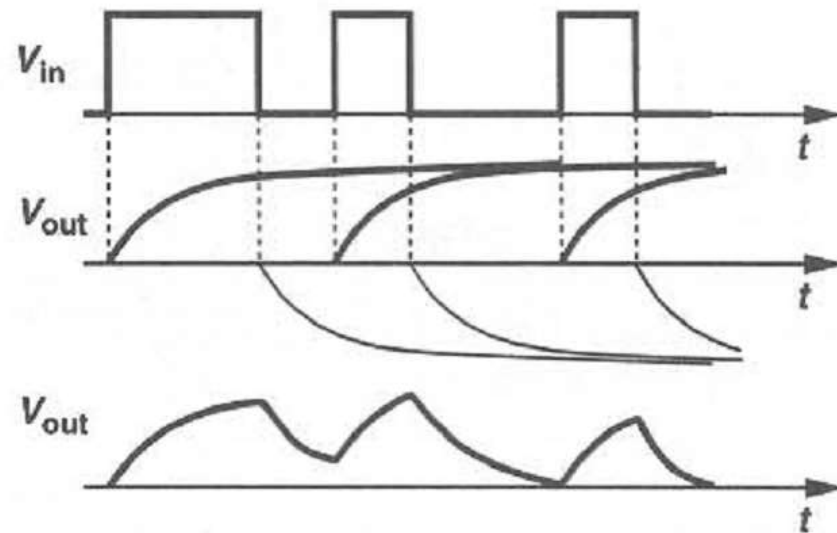
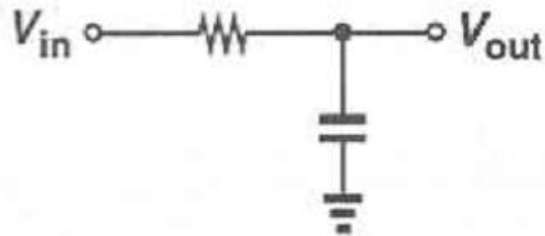
§ 2.2 InterSymbol Interference Αλληλεπίδραση συμβόλων (ISI)

- Μπορεί να εμφανιστεί σε γραμμικά, χρονικά αναλλοίωτα συστήματα με περιορισμένο εύρος ζώνης.
- Αντιμετωπίζεται με τις εξής τεχνικές: (α) μορφοποίηση παλμών στον πομπό (Nyquist signaling) και (β) εξίσωση των παλμών στον δέκτη (equalization).
- Ένα σήμα δεν μπορεί να είναι και time-limited και bandwidth-limited.
- Όταν ένα time-limited σήμα (παλμός) διέλθει από ένα σύστημα περιορισμένου εύρους ζώνης (bandwidth-limited),
- τότε η έξοδός του θα εκτείνεται στο άπειρο στο πεδίο του χρόνου.



§ 2.2 Intersymbol Interference

- Διέλευση time-limited σήματος από ένα σύστημα περιορισμένου εύρους ζώνης



Pulse Shaping (Μορφοποίηση παλμών)

- Για την αποφυγή του ISI χρησιμοποιούνται οι εξής τεχνικές:
 - Στον πομπό: *shaping of pulse*
 - Στον δέκτη: *equalization*
- Για μηδενικό ISI οι παλμοί επιλέγονται έτσι ώστε

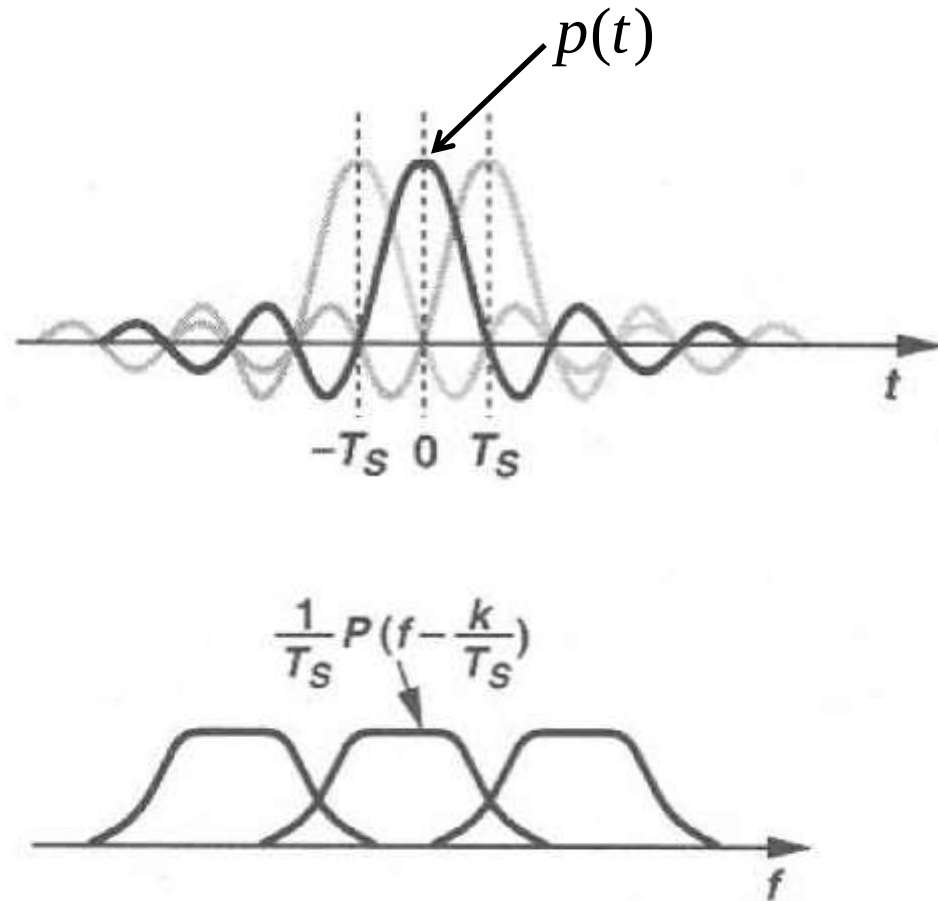
$$p(kT_s) = \begin{cases} 1 & \alpha\nu & k = 0 \\ 0 & \alpha\nu & k \neq 0 \end{cases}$$

Ο παλμός sinc ικανοποιεί αυτές τις συνθήκες



Pulse Shaping (Μορφοποίηση παλμών)

- Δηλαδή την στιγμή της δειγματοληψίας οι «ουρές» των άλλων παλμών να μηδενίζονται, ώστε μα μην «ενοχλούν».



Pulse Shaping (Μορφοποίηση παλμών)

Η δειγματοληψία του $p(t)$ δίνει :

- Χρονικό πεδίο:

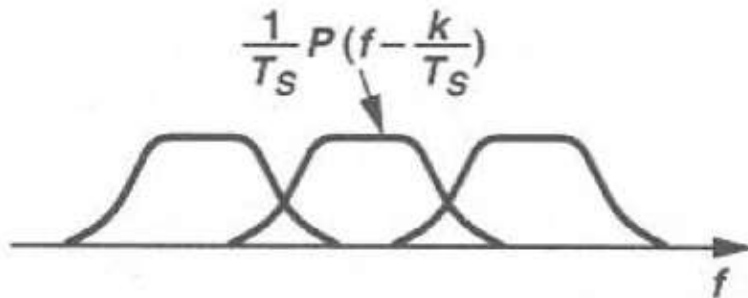
$$p(t) \cdot \sum \delta(t - kT_s) = \delta(t)$$

- Πεδίο συχνοτήτων (φάσμα):

$$P(f) * \frac{1}{T_s} \sum \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right) = 1$$

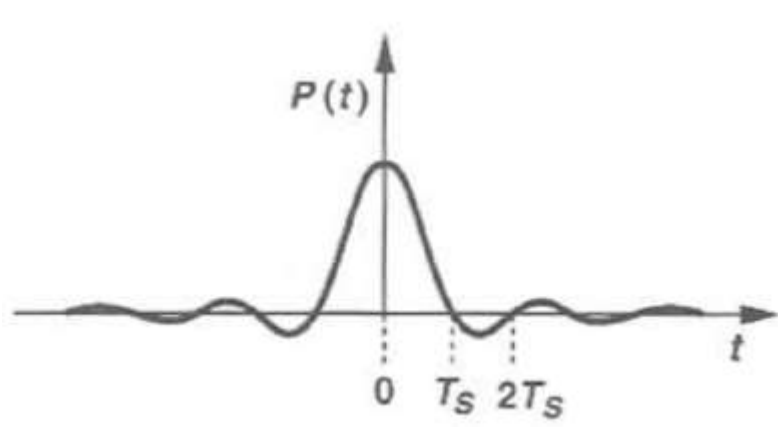
Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{T_s} \sum P\left(f - \frac{k}{T_s}\right) = 1$$



Pulse Shaping (Μορφοποίηση παλμών)

- Μειονεκτήματα παλμού sinc: απαιτήσεις φίλτρων, ευαισθησία στα σφάλματα χρονισμού.
- Προτιμάται το raised cosine



$$p(kT_s) = \begin{cases} 1 & \alpha v & k = 0 \\ 0 & \alpha v & k \neq 0 \end{cases}$$

$$p(t) = \frac{\sin(\pi t / T_s)}{(\pi t / T_s)} \cdot \frac{\cos(\pi \alpha t / T_s)}{1 - (2\alpha t / T_s)^2}$$

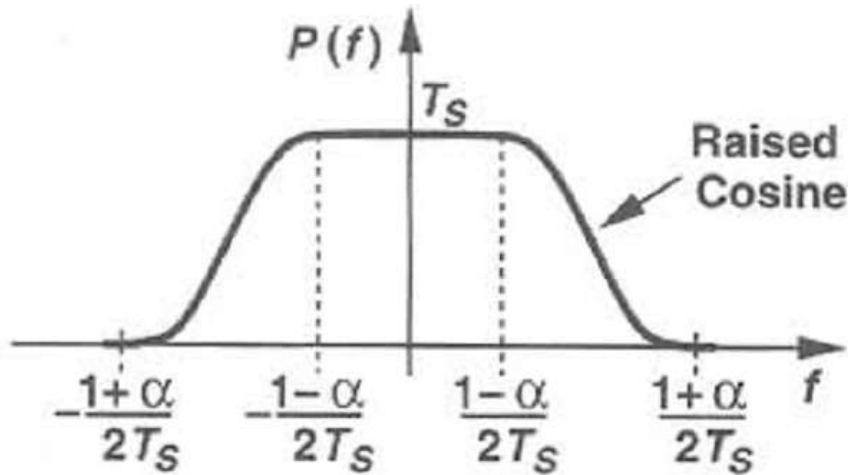
$$0 < \alpha < 1$$

$$\alpha = \text{rolloff factor} = 0.4$$



Pulse Shaping (Μορφοποίηση παλμών)

- Φάσμα του παλμού raised cosine



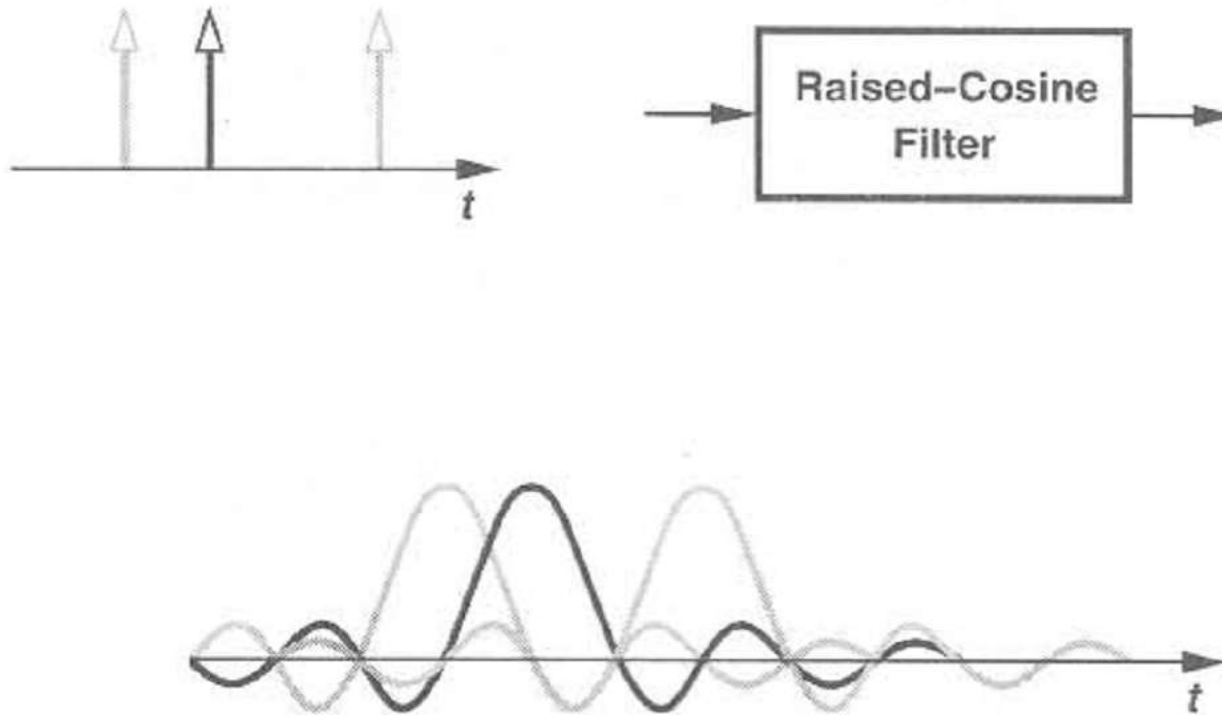
$$p(t) = \frac{\sin(\pi t / T_s)}{(\pi t / T_s)} \cdot \frac{\cos(\pi \alpha t / T_s)}{1 - (2\alpha t / T_s)^2}$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$P(f) = \begin{cases} T_s & \alpha \nu & 0 < |f| < \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi T_s}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T_s} \right) \right) & \alpha \nu & \frac{1-\alpha}{2T_s} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0 & \alpha \nu & |f| > \frac{1+\alpha}{2T_s} \end{cases}$$

Raised cosine filtering

- Κάθε bit αναπαριστάται με ένα impulse



§ 2.3 Random Processes & Noise Τυχαίες Διαδικασίες και Θόρυβος

- Τυχαίες (Random or stochastic) διαδικασίες - το αντίθετο είναι οι ντετερμινιστικές (deterministic) διαδικασίες.
- Άπειρος αριθμός μετρήσεων για άπειρη χρονική διάρκεια

Για να μετρήσουμε την τάση θορύβου μιας αντίστασης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δύο τρόπους:

- Χρησιμοποιούμε μία αντίσταση και παίρνουμε **πολλές** μετρήσεις για **μεγάλο** χρονικό διάστημα.
- Χρησιμοποιούμε **πολλές** όμοιες αντιστάσεις και μετράμε ταυτόχρονα την τάση του θορύβου.

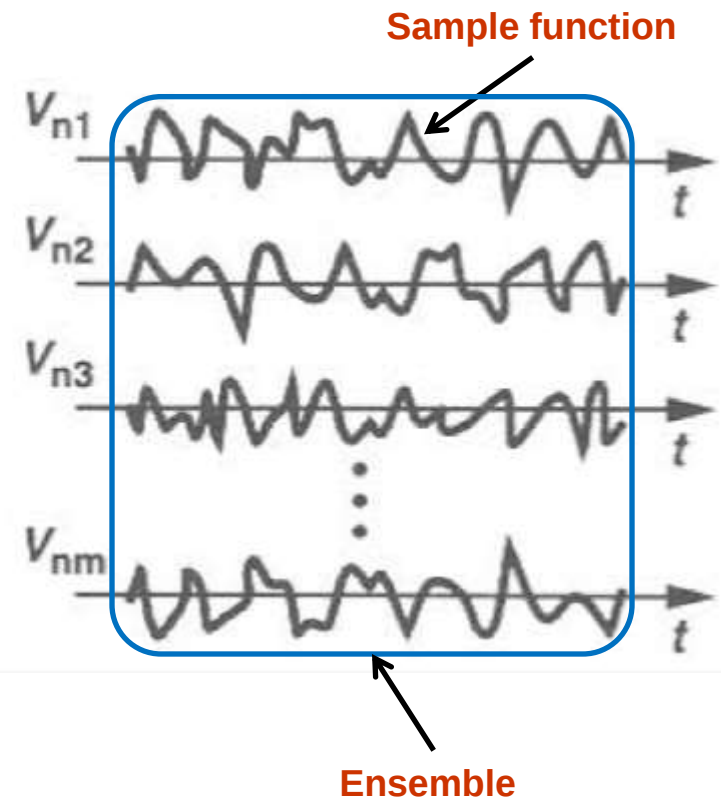
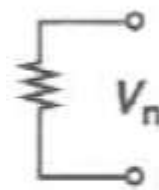


§ 2.3 Random Processes & Noise Τυχαίες Διαδικασίες και Θόρυβος

- Ορισμοί
- 1^{ος} τρόπος: μετράμε την τάση θορύβου $n(t)$ μιας αντίστασης για μεγάλο χρονικό διάστημα T , και υπολογίζουμε τη μέση τιμή $\langle n(t) \rangle$, ή αλλιώς την DC συνιστώσα:

$$\langle n(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} n(t) dt$$

Χρονικός μέσος όρος
(time average)

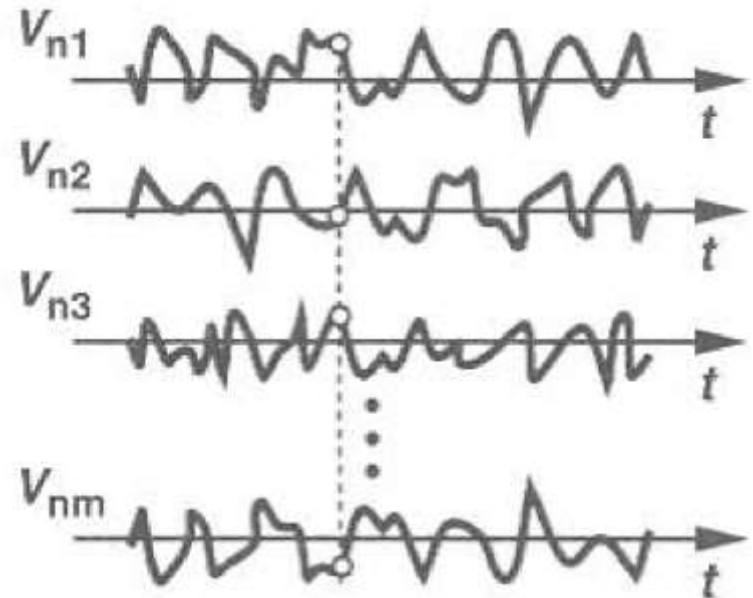


Τυχαίες Διαδικασίες και Θόρυβος

- 2^{ος} τρόπος: έχουμε πολλές κυματομορφές και παίρνουμε ταυτόχρονα πολλά δείγματα, ένα από κάθε μία, (ensemble average or statistical average)

$$\overline{n(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} n(t) P_n(n) dn$$

$P_n(n)$: Probability Density Function – ή απλά PDF – ή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της διαδικασίας



Τυχαίες Διαδικασίες και Θόρυβος

- Ένα σήμα ονομάζεται **stationery** όταν το : $\langle n(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} n(t) dt$
είναι σταθερό
- Οι προηγούμενοι μέσοι όροι είναι πρώτης τάξης, οι μέσοι όροι δεύτερης τάξης που εκφράζουν την ισχύ των σημάτων είναι οι εξής:
 - Ισχύς του σήματος : $\langle n^2(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} n^2(t) dt$ **Mean square power (1Ω)**
 - Δεύτερης τάξης ensemble average : $\overline{n^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} n^2(t) P_n(n) dn$
(μέση ισχύς δείγματος)
- Παρατηρήσεις:
 - (α) η ισχύς υπολογίζεται στα άκρα αντίστασης **1 Ω**,
 - (β) ισχύει ότι: $\overline{n^2(t)} = \langle n^2(t) \rangle$



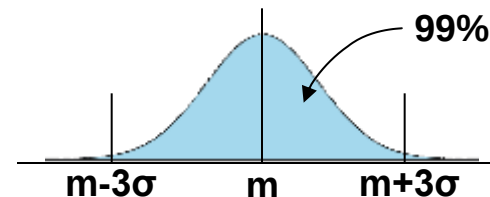
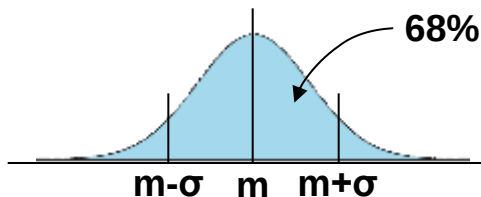
Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (PDF)

- **Probability Density Function:** $P_x(x)dx$

Είναι η πιθανότητα το $x < X < x+dx$, όπου το X είναι η μετρούμενη τιμή του $x(t)$ κάποια χρονική στιγμή



- **Gaussian PDF** $P_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$ σ : τυπική απόκλιση
 m : μέση τιμή της κατανομής



Random Processes & Noise

- **Πιθανότητα το $x(t)$ να βρίσκεται στο διάστημα: (x_1, x_2)**

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

- **Error Function** $erf(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$



Φασματική πυκνότητα ισχύος

Για ένα ντετερμινιστικό σήμα, ο μετασχηματισμός Fourier μας δίνει πληροφορία για τις συχνότητες που περιέχει:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

ο μετασχηματισμός Fourier υπάρχει μόνο για σήματα με πεπερασμένη ενέργεια

$$E_X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$



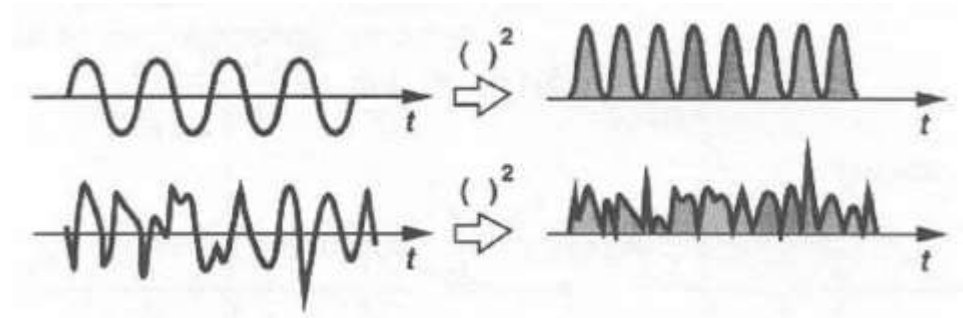
Φασματική πυκνότητα ισχύος

- Power Spectral Density

ο μετασχηματισμός Fourier του $x(t)$ είναι: $X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt$

Εφόσον: $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$

Αυτό όμως δεν ισχύει για τα
περιοδικά ή τα τυχαία σήματα



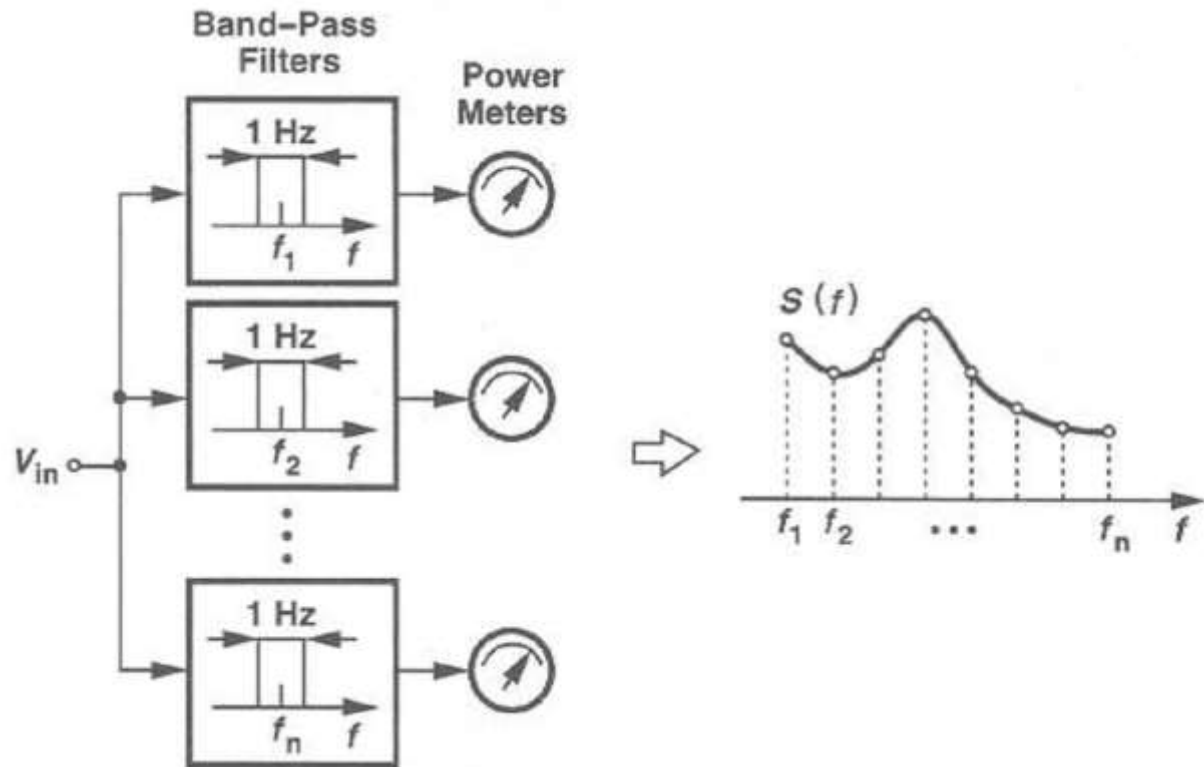
Σε πολλές περιπτώσεις τα σήματα
έχουν πεπερασμένη ισχύ

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt < \infty$$



Φασματική πυκνότητα ισχύος

Power Spectral Density $S_X(f)$

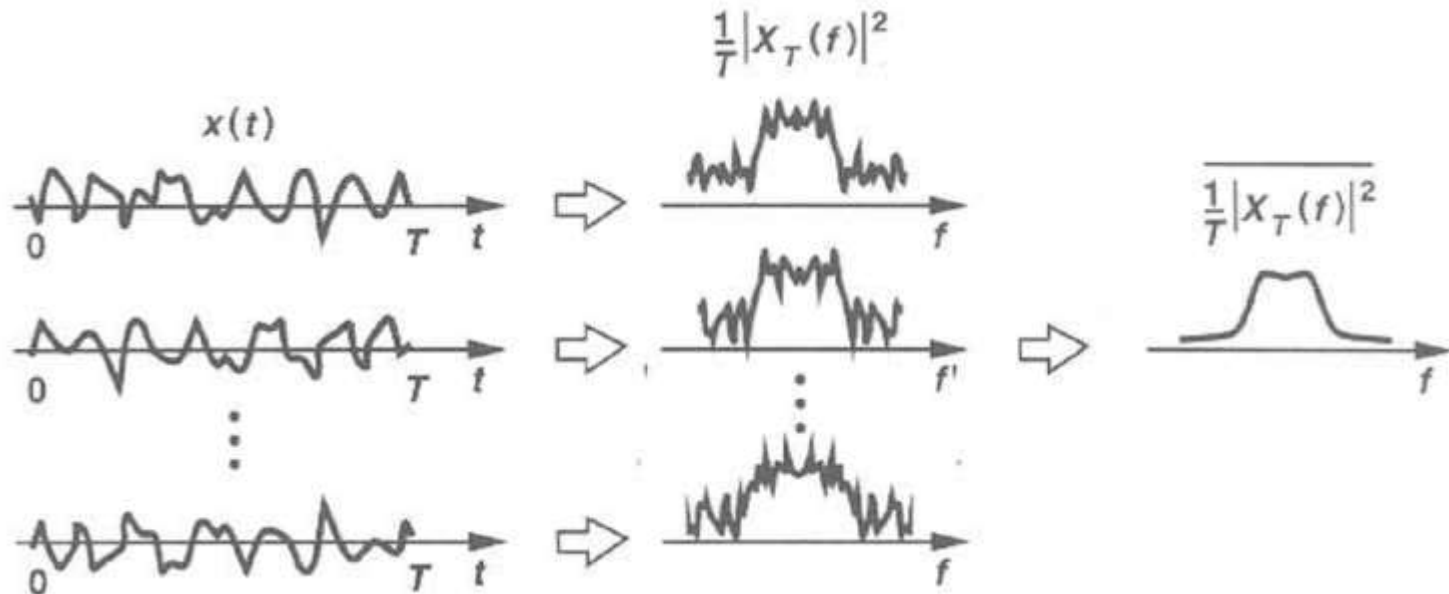


Random Processes & Noise

- Ορισμός του Power Spectral Density
(χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός Fourier)

PSD $S_X(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\overline{|X_T(f)|^2}}{T}$

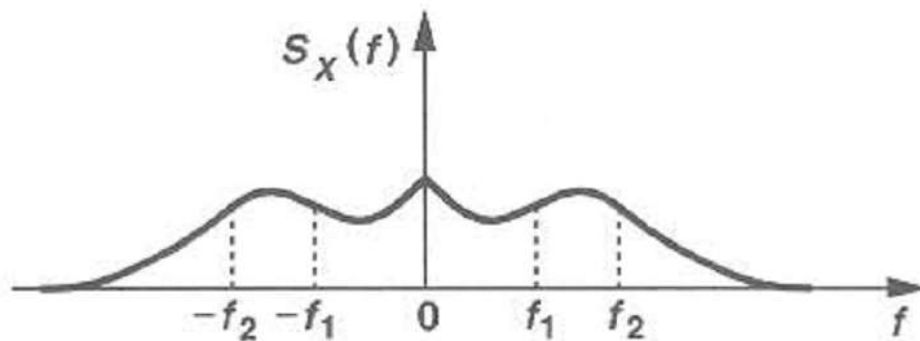
Όπου $X_T(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt$



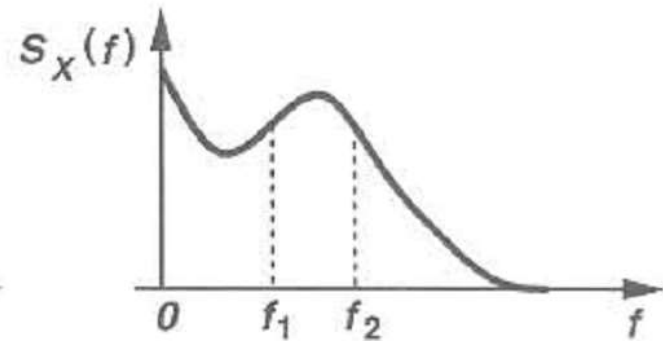
Random Processes & Noise

- Η συνάρτηση $S_X(f)$ είναι άρτια για πραγματική $x(t)$

$$\int_{-f_2}^{-f_1} S_X(f) df + \int_{f_1}^{f_2} S_X(f) df = \int_{f_1}^{f_2} 2S_X(f) df$$



Two sided spectrum



One side spectrum

Παράδειγμα PSD θορύβου στα άκρα αντίστασης R : $S_X(f) = 2kTR$



ΔΙΑΤΑΞΗ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΟΥ IP3



2 SIGNAL
GENERATORS

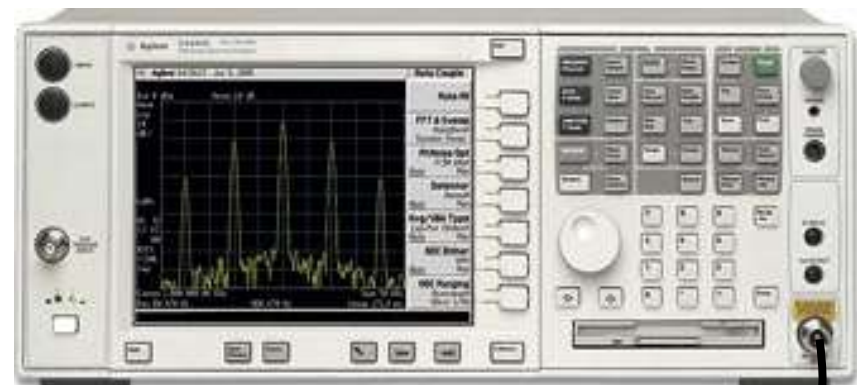
-27dBm

-27dBm

L=3dB

COMBINER

-20dB



SPECTRUM ANALYZER



Device Under Test

ΕΚΤΥΠΩΣΗ ΟΘΟΝΗΣ ΦΑΣΜΑΤΙΚΟΥ ΑΝΑΛΥΤΗ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΟΥ IP3

M2: 805 MHz

Ref: 0 dBm

● **RBW: 300 kHz**

● **VBW: 3 kHz**

SWT: 112 ms



Center: 800 MHz

Span: 40 MHz

M1 : 795 MHz -20.2 dBm

M3 : 785 MHz -56.1 dBm

M2 : 805 MHz -20.1 dBm

M4 : 815 MHz -55.9 dBm

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ IP3

$$\Delta P = P_{OUT} - P_{IM,OUT} = (-20\text{dBm}) - (-56\text{dBm})$$

$$\Delta P = 36\text{dBm}$$

$$IIP_3 = P_{IN} + \Delta P / 2$$

$$OIP_3 = P_{OUT} + \Delta P / 2$$

$$OIP_3 = (-20\text{dBm}) + (36 / 2) \text{ dBm}$$

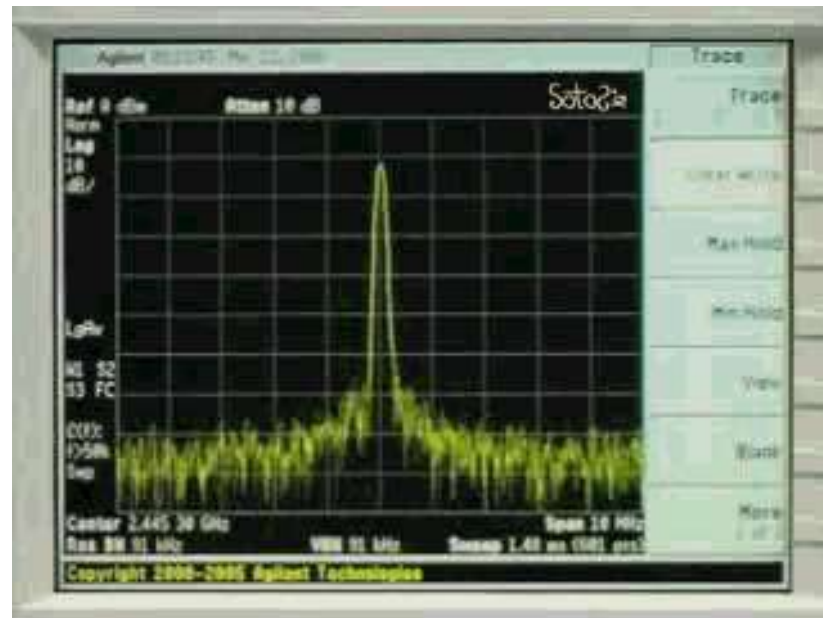
$$OIP_3 = -2\text{dBm}$$

$$IIP_3 = OIP_3 - G = -2\text{dBm} - 10\text{dB} = -12\text{dBm}$$



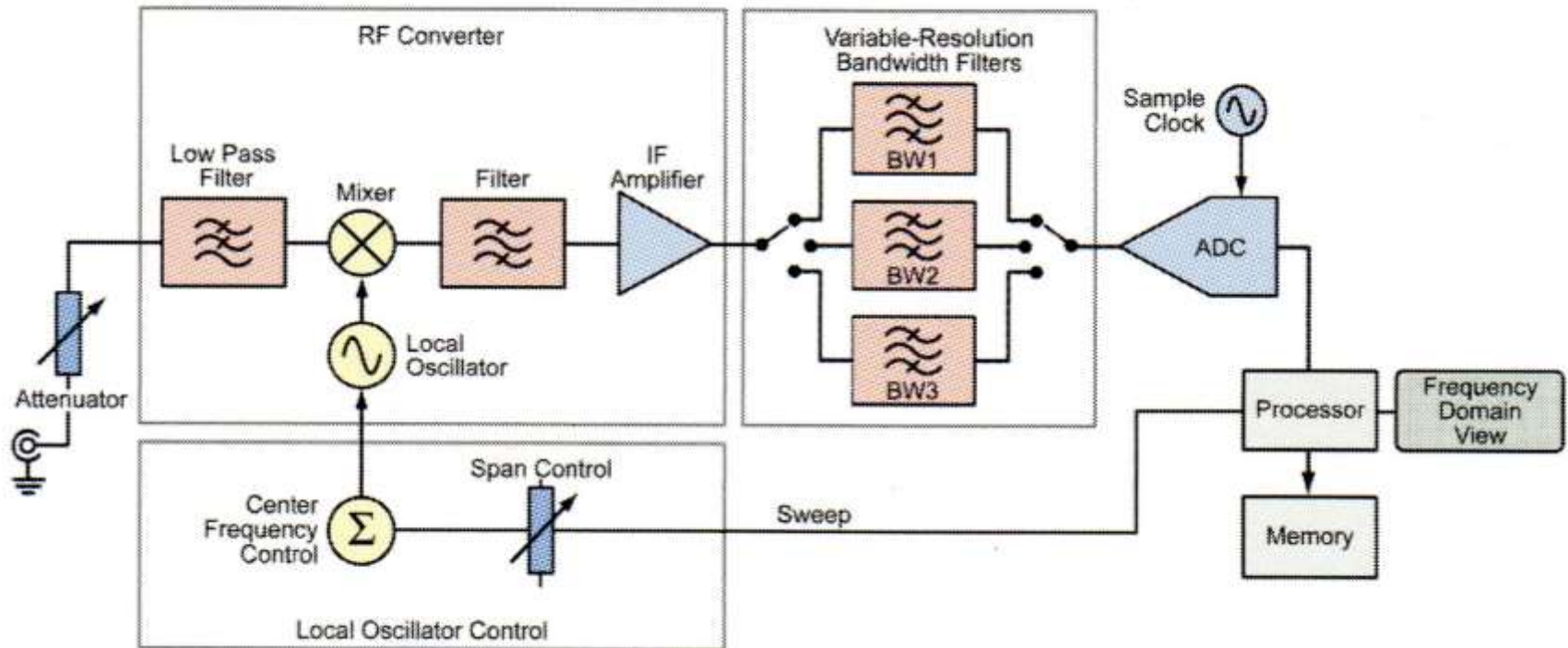


1ms Sweep Time



5s Sweep Time

Typical swept spectrum analyzer architecture.



Αρχιτεκτονική ενός τυπικού φασματικού αναλυτή

RF POWER METER



