ΛΕΩΝΗ ΕΥΑΓΓΕΛΑΤΟΥ-ΔΑΛΛΑ

ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2014

Περιεχόμενα

1. Στοιχεία **2**

2. Γενικά Στοιχεία και Σπουδές **3**

3. Ερευνητική-Ακαδημαϊκή Δραστηριότητα **4**

3.1 Ερευνητικά Ενδιαφέροντα . . . 4

3.2 Προπτυχιακή Διδακτική Δραστηριότητα . . . 4

3.3 Μεταπτυχιακή Διδακτική Δραστηριότητα . . . 5

3.4 Σημειώσεις - Ηλεκτρονικές τάξεις . . . 5

3.5 Συμμετοχή σε επιτροπές . . . 6

3.6 Διπλωματικές Εργασίες Ειδίκευσης . . . 6

3.7 Διδακτορικές Διατριβές . . . 7

3.8 Κριτής σε επιστημονικά περιοδικά . . . 8

3.9 Σεμινάρια-Συνέδρια . . . 9

3.10 Ερευνητικά προγράμματα . . . 10

4. Εργασίες **11**

5. Ανάλυση Εργασιών **14**

Α. Κυρτή Ανάλυση . . . 14

Β. Γεωμετρία των Fractals . . . 24

Γ. Άλλες δημοσιεύσεις . . . 29

6. Αναφορές **31**

6.1 Αναφορές σε μονογραφίες . . . 31

6.2 Αναφορές σε άρθρα . . . 32

6.2.1 Ετεροαναφορές . . . 32

6.2.2 Από συνεργάτες σε κοινές εργασίες (χωρίς αυτοαναφορές) . . . 42

6.3 Αναφορές σε διατριβές . . . 44

6.4 Αναφορές κατά εργασία . . . 45

1. Στοιχεία

Λεώνη Ευαγγελάτου-Δάλλα

Καθηγήτρια
Τομέας Μαθηματικής Ανάλυσης,
Τμήμα Μαθηματικών
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ημερομηνία Γέννησης	:	10 Ιουνίου 1950
Τόπος Γέννησης	:	Κεφαλλονιά
Τηλέφωνο	:	+30 210-7276375
Φαξ	:	+30 210-7276398
Ηλεκτρονική διεύθυνση	:	ldalla@math.uoa.gr
Ιστοσελίδα	:	http://users.uoa.gr/~ldalla

Ακαδημαϊκά προσόντα

Δ.Δ.Ε. (Ph.D.) στα Μαθηματικά 1981
University College London
London University
Επιβλεπων : D. G. Larman

Μ.Δ.Ε. (M.Sc.) στα Καθαρά Μαθηματικά (*Διάκριση*) 1977
Birkbeck College
London University

Πτυχίο Μαθηματικών (*Άριστα*) 1972
Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

2. Γενικά Στοιχεία και Σπουδές

Γεννήθηκα στις 10 Ιουνίου του 1950 στο Αργοστόλι Κεφαλονιάς. Αποφοίτησα από το Γυμνάσιο Θηλέων Αμαρουσίου το 1968 και το ίδιο έτος εισήχθηκα στο Μαθηματικό Τμήμα του Πανεπιστημίου Αθηνών από όπου απεφοίτησα τον Σεπτέμβριο του 1972 με βαθμό "Άριστα". Τον Οκτώβριο του 1973 διορίστηκα βοηθός στην Α' Έδρα Μαθηματικής Ανάλυσης, όπου παρέμεινα έως τον Οκτώβριο του 1976.

Κατά τη διάρκεια των τριών αυτών ετών άρχισα τη μελέτη Πραγματικής Ανάλυσης, Συναρτησιακής Ανάλυσης, Γενικής Τοπολογίας, Θεωρίας Μέτρου και Αρμονικής Ανάλυσης. Συμμετείχα σε όλα τα σεμινάρια που λειτουργούσαν στην Α' Έδρα Μαθηματικής Ανάλυσης και παρουσίασα ερευνητικά άρθρα και αποσπάσματα από κεφάλαια βιβλίων.

Το ακαδημαϊκό έτος 1976-77 έγινα δεκτή για μεταπτυχιακές σπουδές στο Birkbeck College του Πανεπιστημίου του Λονδίνου, όπου παρακολούθησα και εξετάστηκα σε μάθημα με περιεχόμενο Συναρτησιακή Ανάλυση, C^*-Άλγεβρες, Θεωρία Τελεστών και Θεωρία Μέτρου. Τον Ιούνιο του 1977 έλαβα το Master of Sciences in Pure Mathematics με "Διάκριση" (Distinction).

Τον Οκτώβριο του 1977 έγινα δεκτή στο Τμήμα Μαθηματικών του University College, Πανεπιστημίου του Λονδίνου, για εκπόνηση διδακτορικής διατριβής, υπό την επίβλεψη του Καθηγητή D. G. Larman. Κατά τη διάρκεια των ετών 1977-80 παρακολούθησα και έδωσα διάφορες διαλέξεις στα σεμινάρια του τμήματος, όπου παρουσιάζονταν ερευνητικά θέματα της Κυρτής Ανάλυσης και της Θεωρίας Πολυτόπων. Οργανωτές των σεμιναρίων ήταν οι Καθηγητές C. A. Rogers, D. G. Larman, R. R. Phelps, Victor Klee και Peter McMullen. Τον Οκτώβριο του 1980 ολοκλήρωσα τη διδακτορική μου διατριβή με τίτλο "Some results on the k-skeleton of a convex compact set" και έλαβα τον τίτλο του διδάκτορος.

Τον Μάιο του 1981 διορίστηκα Επιστημονικός Συνεργάτης στη Β' Έδρα Γενικών Μαθηματικών (ΕΚΠΑ) και τον Μάρτιο του 1982 διορίστηκα Επιμελήτρια της ίδιας Έδρας, μετά από πρόταση του Καθηγητή Λ. Ν. Τσίτσα.

Τον Μάρτιο του 1983 εντάχθηκα σε θέση Λέκτορα του Τομέα Μαθηματικής Ανάλυσης και τον Μάιο του 1985 εκλέχθηκα Επίκουρος Καθηγήτρια στον ίδιο τομέα. Το 1991 εκλέχθηκα Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Μαθηματικών (ΕΚΠΑ) και διορίστηκα το 1992. Το 2014 εκλέχθηκα Καθηγήτρια του Τμήματος Μαθηματικών (ΕΚΠΑ). Στη θέση αυτή υπηρετώ έως σήμερα.

Κατά τα έτη 1977-1980 εργάστηκα ως βοηθός (Demonstrator) στο Τμήμα Μαθηματικών του University College London και ήμουν Research Fellow (1988-89, 1995-96) στο ίδιο Τμήμα.

3. Ερευνητική-Ακαδημαϊκή Δραστηριότητα

3.1 Ερευνητικά Ενδιαφέροντα

Τα ερευνητικά μου ενδιαφέροντα αναφέρονται στην Κυρτή Ανάλυση και στη Γεωμετρία των Fractals. Στην Κυρτή Ανάλυση η ερευνητική μου δραστηριότητα επικεντρώθηκε στη μελέτη του συνόρου κυρτού συνόλου σε χώρους πεπερασμένης ή άπειρης διάστασης και γενικότερα σε προβλήματα που αφορούσαν κυρτά σύνολα. Από το 1992, σε συνεργασία με το Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών (ΕΚΠΑ), μελέτησα προβλήματα της Γεωμετρίας των Fractals, με κύριο ενδιαφέρον την παρεμβολή fractal και εφαρμογές της στην ανάλυση εικόνας και εκπονήθηκαν δύο διδακτορικές διατριβές.

Τα τελευταία χρόνια διοργανώθηκαν από κοινού, σεμινάρια με θέματα όπως "Convex optimization" (Boyd and Vanderberghe, 2004), "Real and complex quaternions" (I. R. Porteous, Topological Geometry, 1969), "Wirtinger's calculus" (H. Li, Complex-valued Adaptive Signal Processing Using Wirtinger Calculus and Its Application to Independent Component Analysis, 2008, University of Maryland) και "Theory of reproducing kernels" (N. Arouzajn, 1950, V. I. Paulsen, 2009). Σκοπός των σεμιναρίων ήταν να δοθεί η δυνατότητα κατανόησης ερευνητικών άρθρων που εφαρμόζουν μαθηματικά δεδομένα των ανωτέρων περιοχών στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος και στις μηχανές μάθησης. Στα πλαίσια αυτών των σεμιναρίων εκπονήθηκαν δύο διπλωματικές εργασίες (Παπαγεωργίου, 2012 και Μητσάκος, 2012) και υπάρχει τρίτη σε εξέλιξη.

3.2 Προπτυχιακή Διδακτική Δραστηριότητα

Στο Πανεπιστήμιο Αθηνών έχω διδάξει (αυτοδύναμα)

1. Στο Τμήμα Μαθηματικών: Απειροστικό Λογισμό I, II και III, Πραγματική Ανάλυση, Συναρτησιακή Ανάλυση, Κυρτή Ανάλυση, Βελτιστοποίηση και Θέματα Μαθηματικής

Ανάλυσης.

2. Στο Τμήμα Φυσικής: Ανάλυση I, II και IV.

3. Στο Τμήμα Χημείας: Μαθηματικά I και II.

4. Στο Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών: Ανάλυση I και II.

Στο Πανεπιστήμιο Κύπρου έχω διδάξει (αυτοδύναμα)

1. Στο Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής: Απειροστικό Λογισμό, Πραγματική Ανάλυση.

2. Στο Τμήμα Πληροφορικής και στο Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης και Διοίκησης Επιχειρήσεων: Ανάλυση.

3. Στο Τμήμα Φυσικής: Ανάλυση με Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας.

Επιπλέον δίδαξα φροντιστηριακές ασκήσεις Απειροστικού Λογισμού, Πραγματικής Ανάλυσης και Μιγαδικής Ανάλυσης (1973-76), σύμφωνα με τις παραδόσεις του Καθηγητή κ. Σ. Νεγρεπόντη, καθώς και Calculus and Linear Algebra (1988-89) σύμφωνα με τις παραδόσεις στο Τμήμα Μαθηματικών του UCL.

3.3 Μεταπτυχιακή Διδακτική Δραστηριότητα

1. Διδασκαλία του μαθήματος Γεωμετρία των Fractals (επί σειρά ετών) στα μεταπτυχιακό πρόγραμμα Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών.

2. Διδασκαλία του μαθήματος Ανάλυσης II στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα των Θεωρητικών Μαθηματικών.

3.4 Σημειώσεις - Ηλεκτρονικές τάξεις

Σημειώσεις

[Σ1] Σημειώσεις Διαφορικών Εξισώσεων (Τμήμα Χημείας, 1985).

[Σ2] Βελτιστοποίηση (Τμήμα Μαθηματικών, 1997-98).

[Σ3] Κυρτά σύνολα και εφαρμογές (Τμήμα Μαθηματικών, 1998-99).

[Σ4] Γεωμετρία των Fractals (Τμήμα Μαθηματικών, 2000).

Ηλεκτρονικές τάξεις

[**Η1**] Ανάλυση Ι (Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών)
url: http://eclass.di.uoa.gr/D5/

[**Η2**] Ανάλυση ΙΙ (Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών)
url: http://eclass.uoa.gr/courses/D260/

[**Η3**] Ανάλυση ΙΙ (Τμήμα Φυσικής)
url: http://eclass.uoa.gr/courses/MATH147/

[**Η4**] Γεωμετρία των Fractals (Τμήμα Μαθηματικών)
url: http://eclass.uoa.gr/courses/MATH209/

3.5 Συμμετοχή σε επιτροπές

Έχω συμμετάσχει στις εξής επιτροπές του Τμήματος Μαθηματικών: Επιλογής μεταπτυχιακών φοιτητών, Βιβλιοθήκης, Ωριαίας αντιμισθίας μεταπτυχιακών φοιτητών, Συμβούλων πρωτοετών φοιτητών, Καλής λειτουργίας και βελτίωσης των προσφερομένων μαθημάτων προς άλλα τμήματα (ως πρόεδρος).

Επί σειρά ετών ήμουν μέλος της Γενικής Συνέλευσης του τμήματος.

Έχω συμμετάσχει σε εισηγητικές επιτροπές για εκλογές μέλων ΔΕΠ και σε τριμελείς επιτροπές για εκπόνηση διδακτορικών διατριβών στο Τμήμα Μαθηματικών (ΕΚΠΑ) καθώς και στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Κρήτης.

3.6 Διπλωματικές Εργασίες Ειδίκευσης

1. Αγγελική Λιανού (2000, Π.Μ.Σ. Θεωρητικών Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Το Fermat-Toricelli σημείο" (από κοινού με τον επιβλέποντα Ν. Καλαμίδα).

2. Ελένη Ρουμελιώτη (2004, Π.Μ.Σ. Αστροφυσικής, Τμήμα Φυσικής), "Εισαγωγή στα σύνολα Julia και στο σύνολο Mandelbrot" (από κοινού με τον επιβλέποντα Ν. Βόγλη).

3. Μαρία Κώστα-Κωστάκη (2007, Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Ερμιτιανές fractal επιφάνειες παρεμβολής".

4. Ρεζάρτα Λάτη (2008, Π.Μ.Σ. Θεωρητικών Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Μέτρα πιθανότητας σε μετρικοποιήσιμους χώρους".

5. Τριαντάφυλλος Καρανικολός (2008, Π.Μ.Σ. Θεωρητικών Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Μελέτη μερικών ισοπεριμετρικών προβλημάτων και εφαρμογές".
6. Ιωάννης Γκόλιας (2008, Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Fractal παρεμβολές και ροπές bivariate fractal συναρτήσεων παρεμβολής".
7. Αγγελική Παπασπυροπούλου (2010, Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Πολύεδρα-Πολύτοπα" (από κοινού με τον επιβλέποντα Δ. Λάππα).
8. Γεώργιος Παπαγεωργίου (2012, Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Αλγόριθμοι για τον υπολογισμό αραιών λύσεων αορίστων γραμμικών συστημάτων" (από κοινού με τον επιβλέποντα Μ. Δρακόπουλο).
9. Νικόλαος Μητσάκος (2012, Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Εφαρμογές της Συναρτησιακής Ανάλυσης στη Μηχανική Μάθησης".
10. Παρθενία Κουλτούκη (2013, Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Η γεωμετρία των fractals και η προσέγγιση του ασυνείδητου - Η γεωμετρία των fractals και ο εγκέφαλος".
11. Γεωργία Αναστοπούλου (σε εξέλιξη, Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Fractals-Γεωμετρικά σχήματα-Περιβάλλον: Εφαρμογή στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση και διδακτικές προτάσεις".
12. Άννα Παπάζογλου (σε εξέλιξη, Π.Μ.Σ. Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών), "Εφαρμογές των reproducing Kernel Hilbert Spaces στην Μηχανική Μάθηση και Υλοποίηση Αλγορίθμων".

3.7 Διδακτορικές Διατριβές

Ως μέλος τριμελούς

1. Νέλλη Κατσέλη-Τσίτσα (1985). "Ημιπρώτες άλγεβρες Banach". Πανεπιστήμιο Αθηνών.

   (από κοινού με τους Σ. Νεγρεπόντη και Σ. Γιωτόπουλο)

2. Βασίλειος Δρακόπουλος (1998). "Δυναμική ρητών επαναληπτικών μεθόδων και μορφοκλασματικές συναρτήσεις: Αλγοριθμική κατασκευή και γραφική αναπαράστασή τους με υπολογιστή". Πανεπιστήμιο Αθηνών.
(σε συνεργασία με το Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, από κοινού με επιβλέποντα τον Αλ. Μπεμ)

3. Παντελής Μπουμπούλης (2006). "Fractal επιφάνειες παρεμβολής. Θεωρία και εφαρμογές στη συμπίεση εικόνας". Πανεπιστήμιο Αθηνών.
(σε συνεργασία με το Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, από κοινού με επιβλέποντα τον Σ. Θεοδωρίδη)

4. Γεώργιος Παπαγεωργίου (σε εξέλιξη). "Μέθοδοι και Αλγόριθμοι Αραιής Μοντελοποίησης για Μηχανική Μάθηση σε Αναπαραγώμενους Χώρους Hilbert". Πανεπιστήμιο Αθηνών.
(σε συνεργασία με το Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, από κοινού με επιβλέποντα τον Σ. Θεοδωρίδη)

Ως Εξωτερικός Εξεταστής

1. A. K. B. Chand (2004) "A study of coalescence and spline fractal interpolation functions", Department of Mathematics, Indian Institute of Technology, Kanpur, India.

2. Selvinaz Sergin (2010) "The unrestricted blocking numbers in Convex Geometry", Department of Mathematics, University College London, University of London.

3. P. Viswanathan (2014 - σε εξέλιξη). "A Study on Univariate Shape Preserving Fractal Interpolation and Approximation", Department of Mathematics, Indian Institute of Technology, Madras, India.

3.8 Κριτής σε επιστημονικά περιοδικά

Mathematika, Journal of the Franklin Institute, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Journal of Approximation Theory, Fractals.

3.9 Σεμινάρια-Συνέδρια

- Σεμινάριο:
    1. Α' έδρας Μαθηματικής Ανάλυσης (1973-76)
    2. Τμήμα Μαθηματικών, University College London (1976-80, 1995-96)
    3. Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής, Πανεπιστήμιο Κύπρου (2001-02, 2003-04)
    4. Σεμινάριο στη θεωρία των fractals και εφαρμογή στην επεξεργασία σήματος (2005-10)
- Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Ανάλυσης: 1ο (Θεσσαλονίκη, 1990), 2ο (Αθήνα, 1992), 5ο (Ανώγεια, 1996), 6ο (Σάμος, 1997), 7ο (Λευκωσία, 1999), 8ο (Ξάνθη, 2000), 9ο (Χανιά, 2002), 10ο (ΕΜΠ, 2004), 12ο (ΕΚΠΑ, 2008).
- 5ο Πανελληνιο Συνέδριο Στατιστικής (Βόλος, 1996)
- 14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας (Μυτηλίνη, 1997)
- Hellenic European Conference in Computer Mathematics and Applications (Αθήνα, 1999)
- Διήμερο ομιλιών στη Συναρτησιακή Ανάλυση (Ηράκλειο, 2003)
- M3ST International Conference on Modern Mathematical Methods in Science and Technology (Πάρος, 2006)
- International Conference and Workshop on Fractals and Wavelets (India, 2013, invited speaker)

Επίσης έχω παρακολουθήσει συνέδρια όπως: International Conference on Convexity (Université Paris-Est Marne-La-Vallée, France, 1994), Workshop in Random Methods in Convex Geometry (MSRI, Berkeley, California, 1996), Intuitive Geometry (Hungary, 2000), Workhop on Convex Geometric Analysis (Anogia, Crete, 2001), Phenomena in high dimensions (Samos, 2007).

3.10 Ερευνητικά προγράμματα

1. Μορφοκλασματικά σύνολα (fractals) στον τετραδιάστατο χώρο των quaternions
2. Fractal επιφάνειες παρεμβολής
3. Σύνολα fractals και χαοτική συμπεριφορά
4. Συμπίεση εικόνων χρησιμοποιώντας συσχετισμένες fractal συναρτήσεις παρεμβολής
5. Συμπίεση εικόνας χρησιμοποιώντας διμεταβλητές fractal συναρτήσεις παρεμβολής

Τα προγράμματα 1-5 δόθηκαν από τον Ειδικό Λογαριασμό Κονδυλίων Έρευνας (ΕΛΚΕ), 2003-2009 με επιστημονικό υπεύθυνο την Λεώνη Ευαγγελάτου-Δάλλα.

6. Πρόγραμμα Δράση «ΑΡΙΣΤΕΙΑ» 2012-2015. Adaptive sparsity-Aware distribuded. Learning with Applicatiosn to Cognitive Radio (Επιστημονικός υπεύθυνος: Σ. Θεοδωρίδης, Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών).

4. Εργασίες

A. Κυρτή Ανάλυση

[**A1**] **L. Dalla** and D. G. Larman (1980). Convex bodies with almost all k-dimensional sections polytopes. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **88**, pp. 395–401.

[**A2**] **L. Dalla** (1983). The n-dimensional Hausdorff measure of the n-skeleton of a convex w-compact set (body). *Mathematische Nachrichten* **123**, pp. 131–135.

[**A3**] **L. Dalla** and N. K. Tamvakis (1985). Sets of constant width and diametrically complete sets in normed spaces. *Bulletin of the Greek Mathematical Society* **26**, pp. 27–39.

[**A4**] **L. Dalla** (1986). Increasing paths on the one-skeleton of a convex compact set in a normed space. *Pacific Journal of Mathematics* **124** (2), pp. 289–294.

[**A5**] **L. Dalla** (1987). On the measure of the one-skeleton of the sum of convex compact sets. *Journal of the Australian Mathematical Society (Series A)* **42**, pp. 385–389.

[**A6**] **L. Dalla**, S. Giotopoulos, and N. Katseli (1987). Skeletons of the unit ball of a C^*-algebra. *Mathematica Balkanica* **1**, pp. 83–88.

[**A7**] **L. Dalla** (1988). Increasing paths leading to a face of a convex compact set in a Hilbert space. *Acta Mathematica Hungarica* **52** (3–4), pp. 195–198.

[**A8**] **L. Dalla**, S. Giotopoulos, and N. Katseli (1989). The socle and finite-dimensionality of a semiprime Banach algebra. *Studia Mathematica* **XCII**, pp. 201–204.

[**A9**] **L. Dalla** (1989). On a class of some special sets on the k-skeleton of a convex compact set. *Israel Journal of Mathematics* **68** (3), pp. 353–364.

[**A10**] **L. Dalla** and D. G. Larman (1990). Volumes of a random polytope in a convex set. *Applied Geometry and Discrete Mathematics*, pp. 175–180.

[**A11**] **L. Dalla** and N. K. Tamvakis (1996). An isoperimetric inequality in the class of simplicial polytopes. *Mathematica Japonica* **44** (3), pp. 569–572.

[**A12**] I. Bárány and **L. Dalla** (1997). Few points to generate a convex polytope. *Mathematika* **44**, pp. 325–331.

[**A13**] **L. Dalla**, D. G. Larman, P. Mani-Levitska, and C. Zong (2000). The blocking numbers of convex bodies. *Discrete & Computational Geometry* **24**, pp. 267–277.

[**A14**] **L. Dalla** (2001). A note on the Fermat-Torricelli point of a d-simplex. *Journal of*

Geometry **70**, pp. 38–43.

[**A15**] **L. Dalla** and T. Hatziafratis (2006). Strict convexity of sets in analytic terms. *Journal of the Australian Mathematical Society* **81**, pp. 49–61.

[**A16**] **L. Dalla** and E. Samiou (2007). Curvarture and q-strict convexity. *Beiträge zur Algebra und Geometrie* **48** (1), pp. 83–93.

[**A17**] P. Bouboulis, S. Theodoridis, C. Mavroforakis, and **L. Dalla** (2014). Complex support vector machines for regression and quaternary classification. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* **99**. (in press, doi:10.1109/TNNLS.2014.2336679).

B. Γεωμετρία των Fractals

[**B1**] **L. Dalla** and V. Drakopoulos (1999). On the parameter identification problem in the plane and the polar fractal interpolation functions. *Journal of Approximation Theory* **101**, pp. 289–302.

[**B2**] **L. Dalla** (2002). Bivariate fractal interpolation functions on grids. *Fractals* **10** (1), pp. 53–58.

[**B3**] **L. Dalla**, V. Drakopoulos, and M. Prodromou (2003). On the box dimension for a class of non-affine fractal interpolation functions. *Analysis in Theory and Applications* **19** (3), pp. 220–233.

[**B4**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2005). Hidden variable vector valued fractal interpolation functions. *Fractals* **13** (3), pp. 227–232.

[**B5**] P. Bouboulis, **L. Dalla**, and V. Drakopoulos (2006). Construction of recurrent bivariate fractal interpolation surfaces and computation of their box-counting dimension. *Journal of Approximation Theory* **141** (2), pp. 99–117.

[**B6**] P. Bouboulis, **L. Dalla**, and V. Drakopoulos (2006). Image compression using recurrent bivariate fractal interpolation functions. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **16** (7), pp. 2063–2071.

[**B7**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2007). Closed fractal interpolation surfaces. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **327** (1), pp. 116–126.

[**B8**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2007). Fractal interpolation surfaces derived from fractal interpolation functions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **336** (2), pp. 919–936.

[**B9**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2007). A general construction of fractal interpolation functions on grids of $\mathbb{R}^n$. *European Journal of Mathematical Analysis and Applications* **18** (4), pp. 449–476.

[**B10**] P. Bouboulis, **L. Dalla**, and M. Kostaki-Kosta (2007). Construction of smooth fractal surfaces using Hermite fractal interpolation functions. *Bulletin of the Greek Mathematical Society* **54**, pp. 179–196.

Γ. Άλλες δημοσιεύσεις

[**Γ1**] **Λ. Δάλλα**, Β. Δρακόπουλος και A. Bohm (1995). Στοιχεία Fractal Γεωμετρίας. *Μαθηματική Επιθεώρηση* **43**, σελ. 21-41.

[**Γ2**] **L. Dalla** and C. Damianou (1996). An estimation of the box dimension of Greater Athens. *Tech. Chron. A*, pp. 9–15.

[**Γ3**] **Λ. Δάλλα** και Β. Δρακόπουλος (1997). Η νέα διάσταση της εκπαιδευτικής μαθηματικής σκέψης. *14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, ΕΜΕ.*

[**Γ4**] V. Drakopoulos, V. Tziovaras, A. Bohm, and **L. Dalla** (1999). Fractal interpolation techniques for the generation of space filling curves. *Hellenic European Conference in Computer Mathematics and its Applications*. Ed. by H. Lipitakis, LEA.

[**Γ5**] V. Drakopoulos and **L. Dalla** (1999). Space filling curves generated by fractal interpolation functions. *Numerical Methods and Applications: Recent advances in Numerical Methods*. Ed. by O. Iliev, M. Kaschiev, S. Margenov Bl. Sendov and P. Vassilevski. World Scientific, pp. 784–792.

[**Γ6**] **Λ. Δάλλα** και Α. Παπασπυροπούλου (2010). Το θεώρημα του Άνω Φράγματος για το πλήθος των εδρών πολυτόπου στον $\mathbb{R}^d$. *Μαθηματική Επιθεώρηση* **73**, σελ. 66-98.

[**Γ7**] **Λ. Δάλλα** και Δ.-Δ. Στεργιοπούλου (2011). Τα θεωρήματα των Radon, Καραθεοδωρή και Helly. *Μαθηματική Επιθεώρηση* **75-76**, σελ. 135-148.

[**Γ8**] **L. Dalla** and G.K. Papageorgiou (2012). Metrics and norms used for obtaining sparse solutions to underdetermined systems of linear equations, arXiv: 1203.4579 [math.OC].

[**Γ9**] Σ. Αναγνωστοπούλου, **Λ. Δάλλα**, Β.-Λ. Κανελοπούλου και Π. Κουλτούκη (2014). Μία fractal προσέγγιση του 'εγώ' (υπό προετοιμασία).

5. Ανάλυση Εργασιών

Α. Κυρτή Ανάλυση

[**A1**] **L. Dalla** and D. G. Larman (1980). Convex bodies with almost all k-dimensional sections polytopes. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **88**, pp. 395–401.

Ένα πολύ γνωστό αποτέλεσμα του Victor Klee (1959) είναι ότι: αν K είναι κυρτό σώμα (συμπαγές με μη κενό εσωτερικό στον $\mathbb{R}^3$) για το οποίο οι τομές με κάθε επίπεδο του $\mathbb{R}^3$ είναι πολύτοπο, τότε το K είναι πολύτοπο. Ο R. Schneider έθεσε το ακόλουθο προβλημα (Konvexe Körper, Oberwolfach, 1978): Ένα κυρτό σώμα του οποίου οι τομές με "σχεδόν όλα" τα επίπεδα του $\mathbb{R}^3$ είναι πολύτοπο έχει αριθμήσιμο το πλήθος κορυφές; Στην εργασία αυτή κατασκευάστηκε κυρτό σώμα K του οποίου "σχεδόν όλες" οι τομές με επίπεδα του $\mathbb{R}^3$ είναι πολύτοπα, αλλά το σύνολο των κορυφών του είναι υπεραριθμήσιμο. Για την ακρίβεια οι κορυφές του K είναι ένα σύνολο "τύπου Cantor" μέτρου μηδέν, αλλά διαστάσεως Hausdorff 1.

Χρησιμοποιώντας αποτελέσματα της θεωρίας των μέτρων Hausdorff αποδείχθηκε το εξής θεώρημα: Έστω K κυρτό σώμα στον $\mathbb{R}^n$. Η διάσταση Hausdorff του συνόλου $\operatorname{ext}(K \cap L)$ είναι το πολύ s για σχεδόν όλες τις k-διαστάσεως L τομές τότε και μόνον τότε, αν η διάσταση Hausdorff του $(n-k)$-σκελετού του K είναι το πολύ $n-k+s$.

[**A2**] **L. Dalla** (1983). The n-dimensional Hausdorff measure of the n-skeleton of a convex w-compact set (body). *Mathematische Nachrichten* **123**, pp. 131–135.

Εάν C κυρτό και ασθενώς συμπαγές σύνολο του χώρου με νόρμα E και $n = 0, 1, 2, \ldots$, ο n-σκελετός ($\operatorname{skel}_n C$) αποτελείται από τα σημεία του C, τα οποία δεν βρίσκονται στο σχετικό εσωτερικό $(n+1)$-διαστάσεως κυρτού υποσυνόλου του C. Ο 0-σκελετός είναι το σύνολο $\operatorname{ext} C$ των ακραίων σημείων, ο 1-σκελετός είναι το σύνολο των ακμών, κ.ο.κ.

Αποδεικνύεται ότι:

Εάν C είναι κυρτό και ασθενώς συμπαγές σύνολο απείρου διαστάσεως σε χώρο με νόρμα E, τότε $H^n(\operatorname{skel}_n C) = +\infty$, όπου H^n είναι το n-διάστατο μέτρο Hausdorff.

Στην περίπτωση που ο χώρος E είναι αυτοπαθής χώρος Banach, οι Linderstrauss-Phelps έχουν αποδείξει ότι: *Εάν C είναι κυρτό σώμα (φραγμένο, κλειστό, με μη κενό εσωτερικό) στον E, τότε το σύνολο $\mathrm{skel}_0 C = \mathrm{ext}\, C$ είναι υπεραριθμήσιμο.* Χρησιμοποιώντας αυτό το αποτέλεσμα αποδείξαμε το εξής θεώρημα:

Το H^n-μέτρο του $\mathrm{skel}_n C$ δεν είναι σ-πεπερασμένο για $n = 1, 2, \ldots$.

Στην εργασία αυτή περιέχεται επίσης και ένα παράδειγμα κυρτού φραγμένου και κλειστού συνόλου απείρου διαστάσεως με κενό εσωτερικό, του οποίου το σύνολο $\mathrm{skel}_n C$ έχει H^n-μέτρο σ-πεπερασμένο (για $n = 0, 1, 2, \ldots$).

[**A3**] **L. Dalla** and N. K. Tamvakis (1985). Sets of constant width and diametrically complete sets in normed spaces. *Bulletin of the Greek Mathematical Society* **26**, pp. 27–39.

Στην εργασία αυτή ορίζονται σύνολα σταθερού πάχους και διαμετρικά πλήρη σε τυχαίο χώρο με νόρμα E (κατ' επέκταση των αντιστοίχων εννοιών σε n-διάστατους χώρους). Αποδεικνύονται τα εξής:

1. Για κλειστά και φραγμένο σύνολα του E οι ιδιότητες "σύνολο σταθερού πάχους" και "διαμετρικά πλήρες" είναι ισοδύναμες.

2. Σε αυτοπαθείς χώρους Banach το σύνορο φραγμένων, κλειστών, κυρτών συνόλων σταθερού πάχους αποτελείται μόνο από exposed σημεία.

3. Σε αυτοπαθή χώρο Banach υπάρχει πάντοτε σύνολο διαμετρικά πλήρες, το οποίο δεν είναι ομοιόθετο με τη μοναδιαία σφαίρα.

[**A4**] **L. Dalla** (1986). Increasing paths on the one-skeleton of a convex compact set in a normed space. *Pacific Journal of Mathematics* **124** (2), pp. 289–294.

Εάν C είναι κυρτό συμπαγές σύνολο ενός χώρου με νόρμα E, ως ℓ-γνησίως αύξον μονοπάτι ορίζεται το σύνολο $D \subseteq \mathrm{skel}_1 C$ για το οποίο υπάρχει $g : [\alpha, \beta] \to D$ συνεχής, ώστε η $\ell \circ g$ να είναι γνησίως αύξουσα και:

$$\ell(g(\alpha)) = \inf\{\ell(x) : \ x \in C\}\,,\ \ell(g(\beta)) = \sup\{\ell(x) : \ x \in C\}\,,$$

όπου $\ell : E \to \mathbb{R}$ συνεχές γραμμικό συναρτησοειδές.

Η ύπαρξη τέτοιων ℓ-μονοπατιών έχει μελετηθεί από τους Larman & Rogers για την περίπτωση των Ευκλείδειων χώρων. Στην εργασία αυτή μελετάται, στην περίπτωση απειροδιάστατων χώρων με νόρμα, το πλήθος μονοπατιών, τα οποία είναι ξένα ανά δύο μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, εάν $\varepsilon > 0$ αποδεικνύεται ότι για κάθε $n \in \mathbb{N}$ υπάρχουν ℓ-μονοπάτια $P_1, P_2, \ldots, P_n$ με $g_k(\alpha) = m + \varepsilon$, $g_k(\beta) = M - \varepsilon$, $1 \le k \le n$, όπου $m = \min_{x \in C}(x)$, $M = \max_{x \in C}(x)$ και

$$\operatorname{rel\,int} P_i \cap \operatorname{rel\,int} P_j = \varnothing \ , \ i \neq j \ .$$

Για την απόδειξη χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα των Larman & Rogers που αναφέρονται στις διευθύνσεις των ευθυγράμμων τμημάτων του συνόρου ενός κυρτού σώματος, καθώς και το θεώρημα Menger-Whitney από τη θεωρία γραφημάτων.

[**A5**] **L. Dalla** (1987). On the measure of the one-skeleton of the sum of convex compact sets. *Journal of the Australian Mathematical Society (Series A)* **42**, pp. 385–389.

Εάν K κυρτό συμπαγές σύνολο του $\mathbb{R}^d$, τότε $n_\nu(K) = H^\nu(\operatorname{skel}_\nu K)$, $1 \le \nu \le d$. Για $\nu = d$, $n_d(K)$ είναι ο όγκος του K. Η ανισότητα των Brunn-Minkowski δείχνει ότι η $(n_d)^{1/d}$ είναι κοίλη συνάρτηση. Αναλυτικά, αν $K_t = (1-t)K_0 + tK_1$, K_0, K_1 συμπαγή κυρτά σύνολα, τότε:

$$\Big(n_d(K_t)\Big)^{1/d} \ge (1-t)\Big(n_d(K_0)\Big)^{1/d} + t\Big(n_d(K_1)\Big)^{1/d} \quad , \quad 0 \le t \le 1 \ .$$

Το ερώτημα είναι εάν η $(n_\nu)^{1/d}$, $\nu \neq d$, έχει αυτή την ιδιότητα. Εδώ αποδεικνύεται ότι αν $K = \lambda K_0 + \mu K_1$, $\lambda, \mu \ge 0$, τότε:

$$\mathcal{H}^s(\operatorname{ext} K) \ge \max\Big\{\lambda^s H^s(\operatorname{ext} K_0), \mu^s H^s(\operatorname{ext} K_1)\Big\} \ ,$$

για $s \in \mathbb{R}$, $s \ge 0$, και στη συνέχεια ότι $n_1(K) \ge \lambda n_1(K_0) + \mu n_1(K_1)$. Με αυτό τον τρόπο έχουμε ότι $n_1(K_t) \ge (1-t)n_1(K_0) + t\, n_1(K_1)$, $0 \le t \le 1$.

Αποδεικνύουμε επίσης ότι δεν υπάρχει $M > 0$ τέτοιο ώστε:

$$n_1(K) \le M\Big[\lambda n_1(K_0) + \mu n_1(K_1)\Big] \ ,$$

για τυχαία K_0, K_1. Για την απόδειξη κατασκευάζονται κυρτά συμπαγή σύνολα με $n_1(K_0) < +\infty$, $n_1(K_1) < +\infty$ και $n_1(K_0 + K_1) = +\infty$.

[**A6**] **L. Dalla**, S. Giotopoulos, and N. Katseli (1987). Skeletons of the unit ball of a C^*-algebra. *Mathema tica Balka nica* **1**, pp. 83–88.

(Η εργασία ανήκει στη θεωρία των C^*-αλγεβρών.)

Στην εργασία αυτή χαρακτηρίζονται οι $\mathrm{skel}_1\, S$ και $\mathrm{skel}_2\, S$ της κλειστής μοναδιαίας σφαίρας S της C^*-άλγεβρας, $C(X)$ των συνεχών συναρτήσεων σε έναν συμπαγή χώρο, και εξετάζεται η σχέση τους με τα απλά στοιχεία της άλγεβρας. Αποδεικνύεται ότι τα απλά στοιχεία της $C(X)$ είναι οι συναρτήσεις $s \in C(X)$ με την ιδιότητα το σύνολο $\{x \in X : \ s(x) \neq 0\}$ να είναι μονοσύνολο (όταν ο X έχει μεμονωμένα σημεία), και με τη βοήθεια αυτού ότι $\mathrm{skel}_2\, S = \{f \in C(X) : \ |f| = 1 - |s|$ για κάποιο απλό στοιχείο $s \in S\}$ και $\mathrm{skel}_1\, S = \mathrm{ext}\, S$. Επίσης, αποδεικνύεται ανάλογος χαρακτηρισμός του $\mathrm{skel}_1\, B$ της κλειστής μοναδιαίας σφαίρας B μιας μη μεταθετικής C^*-άλγεβρας και εξετάζονται ορισμένες ιδιότητες του $\mathrm{skel}_2\, B$.

[**A7**] **L. Dalla** (1988). Increasing paths leading to a face of a convex compact set in a Hilbert space. *Acta Mathematica Hungarica* **52** (3–4), pp. 195–198.

Η εργασία αυτή αποτελεί συνέχεια της A4. Κατ' αρχάς έχουμε ότι: Αν C είναι συμπαγές κυρτό σύνολο σε χώρο με νόρμα E και ℓ είναι συνεχές γραμμικό συναρτησοειδές του E, το οποίο παίρνει τη μέγιστη τιμή $\max_{x \in C} \ell(x)$ σε μία έδρα F του C διαστάσεως k ($k \geq 1$), τότε υπάρχουν $k+1$ μονοπάτια ανά δύο ξένα μεταξύ τους, τα οποία μας οδηγούν στην F.

Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι το παραπάνω συμπέρασμα είναι το καλύτερο δυνατό σε χώρο Hilbert. Εάν ℓ είναι συναρτησοειδές σε διαχωρίσιμο χώρο Hilbert, κατασκευάζεται κυρτό συμπαγές σύνολο Σ, για το οποίο δεν υπάρχουν $k+2$ μονοπάτια, ανά δύο ξένα, τα οποία οδηγούν στην έδρα $F = \{x \in \Sigma : \ \ell(x) = \max_{y \in \Sigma} \ell(y)\}$.

Στην περίπτωση των Ευκλείδειων χώρων ο Gallivan έχει ασχοληθεί με ανάλογα προβλήματα.

[**A8**] **L. Dalla**, S. Giotopoulos, and N. Katseli (1989). The socle and finite-dimensionality of a semiprime Banach algebra. *Studia Mathematica* **XCII**, pp. 201–204.

(Η εργασία ανήκει στη θεωρία των C^*-αλγεβρών.)

Εάν A είναι άλγεβρα, το $t \in A$ καλείται πεπερασμένο, αν η άλγεβρα tAt είναι πεπερασμένης διάστασης. Αποδεικνύεται ότι αν A είναι ημιπρώτη άλγεβρα Banach, τότε το socle της A συμπίπτει με το σύνολο των πεπερασμένων στοιχείων της. Από την ιδιότητα αυτή των ημιπρώτων αλγεβρών συμπεραίνουμε ότι:

1. Μια ημιπρώτη άλγεβρα Banach είναι πεπερασμένης διάστασης τότε και μόνο τότε, αν $A = \operatorname{soc} A$.

2. Κάθε ημιπρώτη άλγεβρα Banach πεπερασμένης διάστασης είναι ημιαπλή.

[**A9**] **L. Dalla** (1989). On a class of some special sets on the k-skeleton of a convex compact set. *Israel Journal of Mathematics* **68** (3), pp. 353–364.

Εάν H είναι χώρος Hilbert, E^k k-διάστατος υπόχωρός του και π η ορθογώνια προβολή επί του E^k, ορίζουμε το σύνολο $D \subseteq K$ ως k-area ενός κυρτού συμπαγούς συνόλου K, αν υπάρχουν k-διάστατο κυρτό συμπαγές σύνολο $J \subseteq E^k$ και $g:\ J \to \operatorname{skel}_k K$ συνεχής 1-1 με $D = g(J)$. Η D k-area καλείται E^k-area, εάν $\pi(g(t)) = t$, $t \in \pi(K)$. Για $k = 1$ η 1-area είναι ℓ-μονοπάτι στον $\operatorname{skel}_1 K$ (βλ. A4).

Στην εργασία αυτή εξασφαλίζεται η ύπαρξη k-area για σύνολα K του Ευκλείδειου χώρου E^d. Το σύνολο των υποχώρων E^k, για τους οποίους δεν υπάρχει E^k-area στο K, αποτελούν ένα σύνολο με σ-πεπερασμένο $(k(d-k)-1)$-διαστάσεως Hausdorff μέτρο.

Ιδιαιτέρως, για κυρτό συμπαγές υποσύνολο C του H με $\dim(\pi(C)) = k$ εξασφαλίζεται η ύπαρξη ακολουθίας $\{D_r\}_{r=1}^{\infty}$ από k-areas του C ώστε η ακολουθία $\{\pi(D_n)\}_{n=1}^{\infty}$ να "συγκλίνει" στην $\pi(K)$.

[**A10**] **L. Dalla** and D. G. Larman (1990). Volumes of a random polytope in a convex set. *Applied Geometry and Discrete Mathematics*, pp. 175–180.

Εάν K είναι κυρτό σώμα του $\mathbb{R}^d$, επιλέγουμε n σημεία ($n \geq d+1$) $x_1, x_2, \ldots, x_n \in K$ και θεωρούμε την κυρτή τους θήκη $K(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Ο αναμενόμενος όγκος του πολύτοπου $K(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ είναι:

$$m(n, K) = \frac{1}{[V(K)]^n} \int\limits_{x_1 \in K} \cdots \int\limits_{x_n \in K} V(K(x_1, \ldots, x_n))\, \mathrm{d}x_1 \cdots \mathrm{d}x_n \ ,$$

όπου το $V(\cdot)$ παριστά όγκο.

Έχουν βρεθεί οι τιμές του $m(n, K)$ για K κανονικό πολύγωνο στον $\mathbb{R}^2$ και $m(d+1, S)$ για S ελλειψοειδές του $\mathbb{R}^d$. Επίσης έχει μελετηθεί η ασυμπτωτική συμπεριφορά του $m(n, K)$ για δοθέν K και μεγάλα n.

Εάν θεωρήσουμε το σύνολο Σ των κυρτών σωμάτων του $\mathbb{R}^d$ με όγκο 1, τότε ο χώρος Σ εφοδιασμένος με τη μετρική Hausdorff, είναι συμπαγής μετρικός χώρος. Στον χώρο Σ αναζητούνται τα σώματα για τα οποία η $m(n, \cdot)$ λαμβάνει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή (Πρόβλημα Sylvester).

Ο Groemer (1973) απέδειξε ότι το ελάχιστο λαμβάνεται στα ελλειψοειδή του Σ, και μόνο σε αυτά.

Στην εργασία αυτή αποδεικνύεται ότι το μέγιστο της $m(n, \cdot)$ για $d = 2$ λαμβάνεται στα τρίγωνα εμβαδού 1. Ο Απ. Γιαννόπουλος στη διατριβή του απέδειξε ότι το προηγούμενο μέγιστο λαμβάνεται μόνο στα τρίγωνα.

Για διαστάσεις $d \geq 3$ αποδεικνύουμε ότι στα d-simplex έχουμε το μέγιστο της $m(n, \cdot)$, αν η $m(n, \cdot)$ παίρνει τιμές σε ορισμένες κατηγορίες πολυτόπων.

[**A11**] **L. Dalla** and N. K. Tamvakis (1996). An isoperimetric inequality in the class of simplicial polytopes. *Mathematica Japonica* **44** (3), pp. 569–572.

Εάν P είναι πολύτοπο στον $\mathbb{R}^d$ και $\zeta_k(P)$ είναι το k-διαστάσεως μέτρο Hausdorff του k-σκελετού του P, το πρόβλημα είναι να υπολογιστεί ο ελάχιστος αριθμός $\gamma(d, s, r)$, $1 \leq$

$r \le s \le d$, ώστε να ισχύει:

$$\frac{\zeta_s^{1/s}(P)}{\zeta_r^{1/r}(P)} \le \gamma(d,s,r) \ , \text{ για κάθε πολύτοπο } P \text{ του } \mathbb{R}^d \ .$$

Οι Eggleston, Grunbaum και Klee απέδειξαν ότι για $\gamma(d,d,r), \gamma(d,d-a,r) < +\infty$ και εάν r διαιρεί τον s τότε $\gamma(d,s,r) \le 1$. Για $d=3$ υπάρχουν φράγματα για τον $\gamma(3,2,1)$ και $\gamma(3,3,1)$ καθώς και για τον $\gamma(d,d-1,r)$.

Στην εργασία αυτή αποδεικνύεται ότι

$$\frac{\zeta_s^{1/s}(P)}{\zeta_r^{1/r}(P)} \le \binom{d-r}{d-s} \frac{\left(\frac{1}{s!}\sqrt{\frac{s+1}{2^s}}\right)^{1/s}}{\left[\binom{s+1}{r+1}\frac{1}{r!}\sqrt{\frac{r+1}{2^r}}\right]^{1/r}} \ ,$$

για P simplicial πολύτοπα.

Επίσης αποδεικνύεται ότι η παραπάνω ανισότητα ισχύει ως ισότητα αν και μόνον αν το P είναι κανονικό s-simplex.

[**A12**] I. Bárány and **L. Dalla** (1997). Few points to generate a convex polytope. *Mathematika* **44**, pp. 325–331.

Εάν K είναι κυρτό σώμα του $\mathbb{R}^d$ ($\operatorname{vol} K = 1$) και τυχαίο πολύτοπο $K_n = \operatorname{conv}\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, όπου $x_1, x_2, \ldots, x_n \in K$ ($n \ge d+1$), με μεγάλη πιθανότητα πολλά σημεία από τα $x_1, x_2, \ldots, x_n$ βρίσκονται στο εσωτερικό του K_n και δεν χρησιμοποιούνται στη δημιουργία της κυρτής θήκης των $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Σκοπός του άρθρου είναι να μελετηθεί το φαινόμενο αυτό, όταν το πλήθος των σημείων $x_1, x_2, \ldots, x_n$ είναι μεγάλο. Εάν $M(x,1) = x + [(K-x) \cap (x-K)]$, $x \in K$ είναι περιοχή Macbreath (1952) του x, $u(x) = \operatorname{vol} M(x,1)$ και $K(u \ge t) = \{x \in K : \ u(x) \ge t\}$, η μέση τιμή του $\operatorname{vol}(K \backslash K_n)$ είναι της ίδιας τάξης με αυτήν του $\operatorname{vol} K(u \le 1/n)$ (I. Bárány and D. G. Larman, 1988). Ορίζοντας $p(n,t) = \operatorname{Prob}(K_n \supseteq K(u \ge t))$ αποδεινκύεται ότι για $t = \beta(\log n)/n$ ($\beta > 0$, n αρκετά μεγάλο) η $p(n,t)$ είναι πολύ κοντά στη μονάδα.

Κάνοντας την επιλογή $\{y_1, y_2, \ldots, y_m\} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \cap K\left(u \le \beta(\log n)/n\right)$ η $\operatorname{conv}\{y_1, y_2, \ldots, y_m\}$ θα είναι ένα τυχαίο πολύτοπο K_n με πιθανότητα $p(n, \beta(\log n)/n)$ και ο αριθμός

m είναι πολύ μικρότερος του n.

Το διάστημα στο οποίο κυμαίνεται η $p(n, \beta(\log n)/n)$ εκτιμήθηκε για τυχαίο κυρτό σώμα K του $\mathbb{R}^d$ και ιδιαιτέρως αν το K είναι πολύτοπο.

[**A13**] **L. Dalla**, D. G. Larman, P. Mani-Levitska, and C. Zong (2000). The blocking numbers of convex bodies. *Discrete & Computational Geometry* **24**, pp. 267–277.

Εάν K είναι κυρτό σώμα στον $\mathbb{R}^n$, ο αριθμός blocking $b(K)$ είναι ο ελάχιστος αριθμός μη τεμνόμενων μεταφορών $K + x$, που αγγίζουν το K και δεν επιτρέπουν άλλη μεταφορά του K να αγγίξει το K.

Το ζητούμενο ήταν να υπολογιστεί ο $b(S)$ για την Ευκλείδεια σφαίρα S του $\mathbb{R}^n$ $(n \geq 3)$. Στην περίπτωση της τριδιάστατης σφαίρας αποδεικνύεται (με χρήση τριγωνομετρίας) ότι $b(S) = 6$. Για την τετραδιάστατη σφαίρα ισχύει ότι $b(S) = 9$, όπου η απόδειξη βασίστηκε στην επαλήθευση για $n = 4$ της εξής εικασίας (L. Fejes Tóth 1972, C. Zong 1993):

Εάν $S(0, 1)$ είναι η Ευκλείδεια μοναδιαία σφαίρα του $\mathbb{R}^n$ και P είναι πολύτοπο περιγεγραμμένο στην $S(0, 1)$ με $2n$-υπερέδρες, τότε η απόσταση Hausdorff, $h\left(S(0, 1), P\right) \geq \sqrt{n} - 1$, με ισότητα αν και μόνο αν το P είναι κύβος. Για τον $\mathbb{R}^3$ η εικασία είχε επαληθευθεί (L. Fejes Tóth, 1972), ενώ για τον $\mathbb{R}^4$ αποδείχθηκε με τη χρήση των σχέσεων Dehn-Sommerville, που όμως δεν δίνουν αρκετές πληροφορίες για τον $\mathbb{R}^n$ με $n \geq 5$, όπου η εικασία παραμένει ανοικτή.

[**A14**] **L. Dalla** (2001). A note on the Fermat-Torricelli point of a d-simplex. *Journal of Geometry* **70**, pp. 38–43.

Στην Ευκλείδεια Γεωμετρία το σημείο Fermat-Torricelli (F-T) ενός τριγώνου (2-simplex) με κορυφές a_1, a_2, a_3 είναι το $x_0 \in \mathbb{R}^3$ στο οποίο η συνάρτηση $f(x) = \sum_{i=1}^{3} \|x - a_i\|$ παίρνει ελάχιστη τιμή. Στην περίπτωση που οι γωνιές του τριγώνου είναι μικρότερες των $120°$ το σημείο x_0 βρίσκεται στο εσωτερικό του τριγώνου και οι γωνίες $\widehat{a_1 x_0 a_2}$, $\widehat{a_2 x_0 a_3}$, $\widehat{a_1 x_0 a_3}$ είναι όλες ίσες. Έχουν δοθεί πολλές αποδείξεις της ισογωνιότητας του x_0, με πρώτη αυτή του Torricelli. Αν το x_0 είναι στο εσωτερικό του τριγώνου, τότε η ισογωνιότητα χαρακτηρίζει το σημείο. Γενικά, το σημείο F-T ενός d-simplex $K = \operatorname{conv}\{a_1, a_2, \ldots, a_{d+1}\}$ $(d \geq 2)$ είναι το

$x_0 \in \mathbb{R}^d$ που η $f(x) = \sum_{i=1}^{d+1} \|x - a_i\|$ ελαχιστοποιείται. Για την περίπτωση τριγωνικής πυραμίδας (3-simplex) στον $\mathbb{R}^3$ αποδείχθηκε ότι ισχύει ο ίδιος χαρακτηρισμός της ισογωνιότητας αν το x_0 είναι στο εσωτερικό της πυραμίδας (L. Lindelöf 1866, Sturm 1884).

Στην περίπτωση d-simplex στον $\mathbb{R}^d$ με $d \geq 4$ δόθηκε παράδειγμα όπου δεν ισχύει η ισογωνιότητα για το x_0 όταν αυτό βρίσκεται στο εσωτερικό του d-simplex. Το βασικό εργαλείο της κατασκευής ήταν το εξής αποτέλεσμα (από την εργασία A13):

Θεωρούμε τη μοναδιαία σφαίρα $S(0,1)$ του $\mathbb{R}^d$, ένα υπερεπίπεδο H που δεν περνά από το 0 και τυχαίο $(d-1)$-simplex στο $S(0,1) \cap H$. Τότε η γωνία $S(K,0)$ (δηλ. το "εμβαδόν" του αντίστοιχου σφαιρικού simplex που δημιουργεί ο κυρτός κώνος $(K,0)$ πάνω στην επιφάνεια της $S(0,1)$) γίνεται μέγιστη αν και μόνο αν το K είναι κανονικό $(d-1)$-simplex.

Στην προσπάθεια εντοπισμού της διαφορετικής συμπεριφοράς του σημείου x_0 (F-T) για $d = 2, 3$ και $d \geq 4$, δόθηκε αναλυτικός χαρακτηρισμός του x_0 (για κάθε $d \geq 2$) από τον οποίο προκύπτει νέα απόδειξη της ισογωνιότητας για $d = 2, 3$ και διαφαίνεται η μη ισογωνιότητα για $d \geq 4$.

[**A15**] **L. Dalla** and T. Hatziafratis (2006). Strict convexity of sets in analytic terms. *Journal of the Australian Mathematical Society* **81**, pp. 49–61.

Στην Κυρτή Γεωμετρία ένα κυρτό σώμα του $\mathbb{R}^n$ λέγεται αυστηρά κυρτό αν δεν υπάρχουν ευθύγραμμα τμήματα στο σύνορό του. Στη Μιγαδική Ανάλυση ένα φραγμένο ανοικτό σύνολο D του $\mathbb{R}^n$ με C^2-σύνορο μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια C^2-συνάρτησης $\rho : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ώστε $D = \{x \in \mathbb{R}^n : \rho(x) < 0\}$, $\partial D = \{x \in \mathbb{R}^n : \rho(x) = 0\}$. Το D καλείται 2-αυστηρά κυρτό, αν για κάθε $x \in \partial D$ και $y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ με $\sum_{j=1}^n \dfrac{\partial \rho(x)}{\partial x_j} y_j = 0$ ισχύει ότι:

$$\sum_{1 \leq j,k \leq n} \frac{\partial^2 \rho(x)}{\partial x_j \partial x_k} y_j y_k > 0 \ .$$

Προφανώς κάθε 2-αυστηρά κυρτό σύνολο, είναι αυστηρά κυρτό με τη γεωμετρική έννοια, αλλά δεν ισχύει το αντίστροφο.

Γενικεύοντας τον ορισμό του 2-αυστηρά κυρτού συνόλου σε $2N$-αυστηρά κυρτό ($N \in \mathbb{N}$), αποδεικνύεται η σχέση της γεωμετρικής με την αναλυτική αυστηρή κυρτότητα, όταν το σύνορο του D είναι αναλυτικό (real analytic). Στη συνέχεια αποδεικνύεται ότι τυχαίο κυρτό σώμα προσεγγίζεται εκ των έσω με γνησίως αύξουσα ακολουθία 2-αυστηρά κυρτών συνόλων με ομαλό σύνορο.

[**A16**] **L. Dalla** and E. Samiou (2007). Curvarture and $\boldsymbol{q}$-strict convexity. *Beiträge zur Algebra und Geometrie* **48** (1), pp. 83–93.

Θεωρώντας το σύνολο $\mathscr{K}_c(\mathbb{R}^n)$ των μη κενών, συμπαγών, κυρτών υποσυνόλων του $\mathbb{R}^n$, εφοδιασμένο με τη μετρική h του Hausdorff, αυτός είναι πλήρης μετρικός χώρος. Στον $\mathscr{K}_c(\mathbb{R}^n)$ το σύνολο C^k αποτελείται από τα σύνολα με C^k-σύνορο. Είναι γνωστό (Klee 1959, Gruber 1977) ότι αν S_1 είναι το σύνολο των αυστηρώς κυρτών σύνολων, τότε το $\mathscr{K}_c(\mathbb{R}^n)\backslash(C^1 \cap S_1)$ είναι F_σ σύνολο, 1ης κατηγορίας, ενώ τα C^2 είναι 1ης κατηγορίας στον $\mathscr{K}_c(\mathbb{R}^n)$. Για $K \in C^q$, με νέο ορισμό του q-αυστηρά κυρτού συνόλου K ($q \geq 2$) (για $q = 2$ παραμένει αυτός της A15) και ορισμό της q-καμπυλότητας σε συνοριακό σημείο κυρτού συνόλου K, αποδεικνύεται ότι το K είναι q-αυστηρά κυρτό αν και μόνο αν η q-καμπυλότητα είναι θετική στο σύνορο του K. Από την A15 έπεται ότι το σύνολο S_2 των 2-αυστηρά κυρτών συνόλων είναι πυκνό στον $\mathscr{K}_c(\mathbb{R}^n)$. Αποδεικνύεται ότι το S_q είναι F_σ-σύνολο, 1ης κατηγορίας.

Συμπερασματικά έχουμε ότι το σύνολο των q-αυστηρά κυρτών συνόλων είναι μεν πυκνό στον C^q αλλά είναι "μικρό" σύνολο.

[**A17**] P. Bouboulis, S. Theodoridis, C. Mavroforakis, and **L. Dalla** (2014). Complex support vector machines for regression and quaternary classification. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* **99**. (in press, doi:10.1109/TNNLS.2014.2336679).

Εάν έχουμε δύο ξένα κυρτά σώματα στον $\mathbb{R}^n$ ο διαχωρισμός αυτών γίνεται με τη βοήθεια του κλασσικού θεωρήματος των Hahn-Banach και είναι 'γραμμικός'. Στις εφαρμογές συνήθως εμφανίζονται δεδομένα τα οποία δεν επιδέχονται 'γραμμικό' διαχωρισμό. Η θεωρία των χώρων Hilbert που παράγονται από θετικά ορισμένο πυρήνα K (RKHS), αν και θεμελιωμένη από παλιά (π.χ. Aronszajn, 1950) χρησιμοποιήθηκε σχετικά πρόσφατα (π.χ. Schölkopf-Smola, 2002) για να δώσει μια κάποια λύση στο πρόβλημα του διαχωρισμού στη θεωρία σήματος. Με τη βοήθεια κατάλληλου πυρήνα (πραγματικού ή μιγαδικού) συνήθως Gaussian τα δεδομένα εμβαπτίζονται στον αντίστοιχο χώρο Hilbert που παράγεται με τη χρήση του K. Εκεί γίνεται 'γραμμικός' διαχωρισμός ο οποίος αντιστρέφεται σε 'μη-γραμμικό' στα δεδομένα. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιούνται καθαρά μιγαδικοί πυρήνες οι οποίοι δίνουν βελτιωμένα αποτελεσματα σε σύγκριση με τα ήδη υπάρχονται.

B. Γεωμετρία των Fractals

Τα σύνολα τύπου Cantor κατασκευάστηκαν ως παραδείγματα για να απαντηθούν ερωτήματα όπως: Υπάρχουν συμπαγή, υπεραριθμήσιμα σύνολα του $\mathbb{R}$ με μέτρο Lebesgue μηδέν; Υπάρχουν σύνολα στον $\mathbb{R}$ με μη ακέραια διάσταση; Οι συναρτήσεις τύπου Weierstrass έδωσαν απάντηση στο εξής ερώτημα: Υπάρχουν συναρτήσεις $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ συνεχείς, μη παραγωγίσιμες σε κάθε σημείο του $[a, b]$; Τα περισσότερα σύνολα τύπου Cantor είχαν κοινό χαρακτηριστικό την αυτοομοιότητα (selfsimilarity) και τη μη ακέραια διάσταση Hausdorff.

Ο Mandelbrot (1982) έδωσε στα σύνολα αυτά και στις συναρτήσεις την ονομασία "fractals" και θεώρησε ότι είναι κατάλληλα για να περιγράψουν τη Γεωμετρία της Φύσης.

Δημιουργήθηκε ένας καινούργιος επιστημονικός τρόπος για να περιγραφούν αντικείμενα, για τα οποία η κλασική Γεωμετρία (Κυρτή ή Διαφορική) έδινε μόνο μια πρώτη προσέγγιση.

Για την "απεικόνιση" συνόλων τύπου Cantor στον Η/Υ ακολουθήθηκε η εξής ιδέα (από του Barnsley & Demko, 1985). Θεωρώντας το σύνολο $\mathscr{H}(X)$ των συμπαγών μη κενών υποσυνόλων του κλειστού συνόλου $X \subseteq \mathbb{R}^d$, $(d \geq 1)$ εφοδιασμένου με τη μετρική h του Hausdorff, ο μετρικός χώρος $\langle \mathscr{H}(X), h \rangle$ γίνεται πλήρης.

Ένα αυτοόμοιο σύνολο τύπου Cantor (π.χ. τριαδικό σύνολο στον $\mathbb{R}$, τρίγωνο ή τετράγωνο του Sierpinski στον $\mathbb{R}^2$, πυραμίδα ή κύβος του Menger στον $\mathbb{R}^3$, κ.τ.λ.) αποτελεί τον ελκυστή (σταθερό σημείο) κατάλληλης συστολής $W : \mathscr{H}(X) \to \mathscr{H}(X)$.

Η ύπαρξη του ελκυστή, καθώς και εκτίμηση του σφάλματος προσέγγισης, εξασφαλίζεται από το Θεώρημα Σταθερού Σημείου του Banach. Η απόδειξη του Θεωρήματος του Banach υποδεικνύει τον αλγόριθμο που θα χρησιμοποιηθεί για την "απεικόνιση" στον Η/Υ. Για την κατασκευή συνεχών συναρτήσεων παρεμβολής $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ με $f(x_i) = y_i$, $i = 1, \ldots, N$

$(N > 2)$, $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b$, όπου αυτές δεν έχουν παράγωγο για κάθε σημείο $x \in [a, b]$ χρησιμοποιήθηκε από τον M. F. Barnley και Demko το Θεώρημα του Banach στους χώρους $\mathscr{H}(\mathbb{R})$ και $C([a, b])$. Η συστολή W που χρησιμοποιήθηκε εξαρτάται από συστολές affine $w_i : X \to X$ που περιείχαν ελεύθερες παραμέτρους s_i $(0 < |s_i| < 1)$, $i = 1, \ldots, N$, και η συνάρτηση fractal, f, που προκύπτει ονομάστηκε affine fractal συνάρτηση παρεμβολής. Επιπλέον υπολογίστηκε η διάσταση box του γραφήματος της f συναρτήσει των παραμέτρων s_i.

Η μέθοδος αυτή είχε επιτυχία στη Θεωρία Παρεμβολής και εφαρμογή στη συμπίεση εικόνας και επεξεργασία σήματος.

[**B1**] **L. Dalla** and V. Drakopoulos (1999). On the parameter identification problem in the plane and the polar fractal interpolation functions. *Journal of Approximation Theory* **101**, pp. 289–302.

Εάν έχουμε ένα σύνολο δεδομένων $\Delta = \{(x_i, y_i) : \ a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b, \ y_i \in \mathbb{R}, \ i = 0, 1, \ldots, N\}$ $(N > 2)$ ο προσδιορισμός συνάρτησης παρεμβολής $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ ώστε $f(x_i) = y_i$, $i = 0, 1, \ldots, N$ με την κατασκευή των Barnsley & Demko (1985) εξαρτάται από ελεύθερες παραμέτρους s_i $(1 \leq i \leq N)$. Στις εφαρμογές πολλές φορές χρειαζόμαστε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f, ώστε αυτές να βρίσκονται εντός συγκεκριμένων ορίων.

Στην εργασία αυτή υπολογίστηκαν τα διαστήματα στα οποία αν ανήκουν τα s_i, έχουμε εξασφαλίσει εκ των προτέρων ότι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της f είναι εντός δοθέντων ορίων. Επιπλέον, χρησιμοποιώντας το ανωτέρω αποτέλεσμα, κατασκευάστηκαν απλές, κλειστές, fractal καμπύλες (τόξα Jordan) του $\mathbb{R}^2$ με μη ακέραια box-διάσταση.

[**B2**] **L. Dalla** (2002). Bivariate fractal interpolation functions on grids. *Fractals* **10** (1), pp. 53–58.

Η κατασκευή fractal επιφανειών παρεμβολής είχε γίνει αποκλειστικά για τριγωνικά χωρία του $\mathbb{R}^2$ με περιορισμούς στις συνοριακές τιμές των δεδομένων (R. Massopust: Fractal surfaces, *J. Math. Anal. and Appl.*, **151**(1), 275-290, 1990). Εδώ γίνεται η πρώτη προσπάθεια ώστε να δημιουργηθούν fractal συναρτήσεις παρεμβολής, όταν τα δεδομένα σημεία $(x_i, y_j) \in \mathbb{R}^2$, $i = 0, 1, \ldots, N$, $j = 0, 1, \ldots, M$, $(N, M \geq 2)$ σχηματίζουν πλέγμα. Αναλυτικότερα: Έστω $\varDelta = \{(x_i, y_j, z_{ij}) : \ i = 0, 1, \ldots, N \ j = 0, 1, \ldots, M\} \subseteq ([a, b] \times [c, d]) \times \mathbb{R}^2$ με $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b$ και $c = y_0 < y_1 < \cdots < y_N = d$ $(N, M \geq 2)$. Δημιουργήθηκε fractal συνάρτηση παρεμβολής $f : [a, b] \times [c, d] \to \mathbb{R}$ με $f(x_i, y_j) = z_{ij}$ $(i = 0, \ldots, N, j = 0, \ldots, M)$ στην περίπτωση που τα δεδομένα στο σύνορο $[a, b] \times [c, d]$ υπόκεινται σε κάποιους περιορισμούς. Επειδή τα δεδομένα στις εφαρμογές είναι σε πλέγμα, η κατασκευή παρεμβολής αποδείχθηκε ότι ήταν ιδιαίτερα χρήσιμη.

[**B3**] **L. Dalla**, V. Drakopoulos, and M. Prodromou (2003). On the box dimension for a class of non-affine fractal interpolation functions. *Analysis in Theory and Applications* **19** (3), pp. 220–233.

Οι fractal συναρτήσεις παρεμβολής των Barnsley & Dembo ήταν “affine”. Εδώ, με τη χρήση κατάλληλων κυρτών (ή κοίλων) συναρτήσεων, αποδείχθηκε η ύπαρξη fractal συναρτήσεων, με τις ήδη γνωστές (affine) να αποτελούν ειδική περίπτωσή τους και μελετήθηκε η box-διάσταση αυτών.

[**B4**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2005). Hidden variable vector valued fractal interpolation functions. *Fractals* **13** (3), pp. 227–232.

Εδώ παρουσιάζεται μια μέθοδος για την κατασκευή διανυσματικών fractal επιφανειών παρεμβολής και με κατάλληλη προβολή δημιουργούνται νέες επιφάνειες στον $\mathbb{R}^3$. Μία ανάλογη μέθοδος είχε εφαρμοστεί και για συναρτήσεις παρεμβολής στον $\mathbb{R}^2$ (Barnsley, Elton, Hardin, Massopust, 1988). Συγκεκριμένα: Εάν έχουμε ένα σύνολο σημείων παρεμβολής $\varDelta' = \{(x_i, y_j, z_{ij}) : \ i = 0, 1, \ldots, N, \ j = 0, 1, \ldots, M\}$ με $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b$ και $c = y_0 < y_1 < \cdots < y_N = d$, ζητάμε $f_1 : B = [a, b] \times [c, d] \to \mathbb{R}$ με $f_1(x_i, y_j) = z_{ij}$ $(i = 0, \ldots, N, j = 0, \ldots, M)$. Θεωρούμε ελεύθερη παράμετρο t, t_{ij}, $(i = 0, \ldots, N, \ j = 0, \ldots, M)$ και δημιουργούμε το σύνολο των σημείων παρεμβολής $\varDelta = \{(x_i, y_j, z_{ij}, t_{ij}) \subseteq$

$([a,b]\times[c,d])\times\mathbb{R}^2\subseteq\mathbb{R}^4,\ i=0,1,\ldots,N,\ j=0,1,\ldots,M\}$. Η ζητούμενη συνάρτηση παρεμβολής είναι $\vec{f}=(f_1,f_2):\ B\to\mathbb{R}^2$ με $\vec{f}(x_i,y_j)=(z_{ij},t_{ij})$. Το γράφημα της $\vec{f}$ κατασκευάζεται ως ελκυστής κατάλληλου συστήματος επαναλαμβανόμενων συναρτήσεων και το γράφημα της f_1 ως η προβολή αυτού στο xyz. Λόγω της επιλογής των ελευθέρων τιμών της t υπάρχει δυνατότητα κατασκευής διαφορετικών συναρτήσεων παρεμβολής για το ίδιο σύνολο παρεμβολής Δ'.

[B5] P. Bouboulis, **L. Dalla**, and V. Drakopoulos (2006). Construction of recurrent bivariate fractal interpolation surfaces and computation of their box-counting dimension. *Journal of Approximation Theory* **141** (2), pp. 99–117.

Στις fractal επιφάνειες παρεμβολής εμφανίζεται μια μορφή αυτοομοιότητας που είναι δεσμευτική για την εφαρμογή της στη συμπίεση εικόνας. Στην εργασία αυτή, με τη βοήθεια στοχαστικού πίνακα, παρακάμπτεται η δέσμευση αυτή. Αποδείχθηκε η ύπαρξη fractal επιφάνειας όπου τα δεδομένα είναι σε πλέγμα (όπως στην B2) με κάποιους περιορισμούς στα συνοριακά δεδομένα, χωρίς αυτή να παρουσιάζει αυτοομοιότητες. Υπολογίστηκε η διάσταση box αυτών των επιφανειών, συναρτήσει της φασματικής ακτίνας κατάλληλου πίνακα.

[B6] P. Bouboulis, **L. Dalla**, and V. Drakopoulos (2006). Image compression using recurrent bivariate fractal interpolation functions. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **16** (7), pp. 2063–2071.

Η μέθοδος της εργασίας B3 χρησιμοποιήθηκε στη συμπίεση εικόνας και έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη γνωστή JPEG μέθοδο και των ήδη χρησιμοποιούμενων μεθόδων που βασίζονταν σε τεχνικές με fractals.

[B7] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2007). Closed fractal interpolation surfaces. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **327** (1), pp. 116–126.

Στην εργασία αυτή, αλλάζοντας τις συντεταγμένες από καρτεσιανές σε σφαιρικές και με κατάλληλες fractal επιφάνειες παρεμβολής (σε πλέγμα) κατασκευάστηκαν απλές κλειστές fractal επιφάνειες. Για τη δημιουργία κλειστών επιφανειών χρειάστηκε να περιοριστούν οι τιμές της συνάρτησης παρεμβολής εντός ορίων (ανάλογα με την B1). Επίσης μελετήθηκαν οι διαστάσεις Hausdorff και box των κλειστών αυτών επιφανειών.

[**B8**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2007). Fractal interpolation surfaces derived from fractal interpolation functions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **336** (2), pp. 919–936.

Στην προσπάθεια παράκαμψης των περιορισμών για τα συνοριακά σημεία του πλέγματος προτάθηκε μια νέα μέθοδος κατασκευής fractal επιφανειών παρεμβολής. Αυτό έγινε με τη χρήση συναρτήσεων παρεμβολής $f\ [a, b] \to \mathbb{R}$.

[**B9**] P. Bouboulis and **L. Dalla** (2007). A general construction of fractal interpolation functions on grids of $\mathbb{R}^n$. *European Journal of Mathematical Analysis and Applications* **18** (4), pp. 449–476.

Στην εργασία αυτή γενικεύτηκε η κατασκευή fractal επιφανειών παρεμβολής, χωρίς να έχουμε περιορισμούς στα συνοριακά σημεία των δεδομένων, χρησιμοποιώντας κατάλληλα συστήματα επαναληπτικών συναρτήσεων. Επίσης, με την επιλογή παραμέτρων, η μέθοδος δίνει C^p $(p > 0)$ επιφάνειες παρεμβολής.

[**B10**] P. Bouboulis, **L. Dalla**, and M. Kostaki-Kosta (2007). Construction of smooth fractal surfaces using Hermite fractal interpolation functions. *Bulletin of the Greek Mathematical Society* **54**, pp. 179–196.

Η κατασκευή των fractal επιφανειών παρεμβολής έχει το πλεονέκτημα να δίνει διαφορετικές επιφάνειες για διάφορες επιλογές των ελεύθερων παραμέτρων που εμφανίζονται στο σύστημα των επαναληπτικών συναρτήσεων. Οι παράμετροι αυτές καθορίζουν και τη διάσταση box καθώς και την ομαλότητα των επιφανειών αυτών. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των B3 και B6 προσεγγίστηκε το πρόβλημα της παρεμβολής Hermite με μεθόδους fractal παρεμβολής.

Γ. Άλλες δημοσιεύσεις

[Γ1] **Λ. Δάλλα**, Β. Δρακόπουλος και Α. Bohm (1995). Στοιχεία Fractal Γεωμετρίας. *Μαθηματική Επιθεώρηση* **43**, σελ. 21-41.

Στο άρθρο αυτό έχουν παρουσιαστεί τα κύρια σημεία της γεωμετρίας των fractals, με σκοπό την ενημέρωση των ενδιαφερομένων της ευρύτερης μαθηματικής κοινότητας στη σχετικά νέα περιοχή των fractals.

[Γ2] **L. Dalla** and C. Damianou (1996). An estimation of the box dimension of Greater Athens. *Tech. Chron. A*, pp. 9–15.

Ο Benoit Mandelbrot δημοσίευσε (Science, 1967) εργασία σχετικά με το παράδοξο του μήκους της ακτής της Μ. Βρετανίας. Αν και δεν χρησιμοποίησε τον όρο fractal (από τον ίδιο, 1975), η εργασία ήταν η απαρχή της θεωρίας των fractals και της εφαρμογής τους σε πολλούς κλάδους. Στην γεωγραφία εκτιμήθηκε το μήκος των ακτών πολλών χωρών (περίπου 150) με τη χρήση του τύπου του Richardson, όπου εμφανίζεται η διάσταση box του αντικειμένου προς μέτρηση. Αν και η διάσταση box δεν μπορεί να ευρεθεί ακριβώς σε μη μαθηματικά σύνολα, μπορεί να εκτιμηθεί με δειγματοληψία εντός διαστήματος εμπιστοσύνης.

Στο άρθρο αυτό έγινε εκτίμηση της διάστασης box του αναγλύφου της Αθήνας και βρέθηκε σε διάστημα εμπιστοσύνης $(2.04, 2.14)$.

[Γ3] **Λ. Δάλλα** και Β. Δρακόπουλος (1997). Η νέα διάσταση της εκπαιδευτικής μαθηματικής σκέψης. *14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, ΕΜΕ.*

Η παρουσίαση αυτή είναι μια προσπάθεια για πρώτη επαφή των εκπαιδευτικών της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη θεωρία των Fractals.

[Γ4] V. Drakopoulos, V. Tziovaras, A. Bohm, and **L. Dalla** (1999). Fractal interpolation techniques for the generation of space filling curves. *Hellenic European Conference in Computer Mathematics and its Applications*. Ed. by H. Lipitakis, LEA.

[Γ5] V. Drakopoulos and **L. Dalla** (1999). Space filling curves generated by fractal interpolation functions. *Numerical Methods and Applications: Recent advances in Numerical Methods*. Ed. by O. Iliev, M. Kaschiev, S. Margenov Bl. Sendov and P. Vassilevski. World Scientific, pp. 784–792.

Παρουσιάστηκαν (σε συνέδρια) νέες μέθοδοι κατασκευής καμπύλων που γεμίζουν τον χώρο με τη χρήση παρεμβολής fractal (απλής παρεμβολής [Γ4] και με κρυφή μεταβλητή [Γ5]).

[Γ6] **Λ. Δάλλα** και Α. Παπασπυροπούλου (2010). Το θεώρημα του Άνω Φράγματος για το πλήθος των εδρών πολυτόπου στον $\mathbb{R}^d$. *Μαθηματική Επιθεώρηση* **73**, σελ. 66-98.

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας (Παπασπυροπούλου, 2010) αναλύεται το θεώρημα του Άνω Φράγματος με σκοπό να παρουσιαστεί, κατά το δυνατό με απλούστερο τρόπο και με τη χρήση σχημάτων, για τη μελέτη αυτού από μη ερευνητές.

[Γ7] **Λ. Δάλλα** και Δ.-Δ. Στεργιοπούλου (2011). Τα θεωρήματα των Radon, Καραθεοδωρή και Helly. *Μαθηματική Επιθεώρηση* **75-76**, σελ. 135-148.

Τα γνωστά θεωρήματα των Radon, Καραθεοδωρή και Helly προσεγγίζονται με τη βοήθεια των όρων της στατικής υλικού σημείου, ώστε να γίνουν πιο κατανοητές οι μαθηματικές αποδείξεις αυτών έχοντας κατά νου την ερμηνεία του Gauss για τον κυρτό συνδιασμό σημείων. Η εργασία αυτή παρουσιάστηκε στα πλαίσια του μαθήματος “Κυρτή Ανάλυση” (ακαδημαϊκό έτος 2010-11).

[Γ8] **L. Dalla** and G.K. Papageorgiou (2012). Metrics and norms used for obtaining sparse solutions to underdetermined systems of linear equations, arXiv: 1203.4579 [math.OC].

Για τη μελέτη αορίστων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων χρησιμοποιούνται μετρικές (Candes and Tao, 2006, Domoho, 2009, και άλλοι) ώστε να ευρεθούν οι βέλτιστες αραιές λύσεις αυτών. Η βελτιστοποίηση αυτή χρησιμοποιείται για την αφαίρεση θορύβου στα σήματα. Στο άρθρο αυτό (μέρος της διπλωματικής εργασίας, Γ. Παπαγεωργίου, 2012) έγινε ανάλυση των μετρικών αυτών, από μαθηματική σκοπιά.

6. Αναφορές

Υπάρχουν 17 αναφορές σε μονογραφίες (Μ), 175 ετεροαναφορές σε επιστημονικά άρθρα (Ε-Α), 12 αναφορές σε διδακτορικές διατριβές (ΔΔ) και 29 αναφορές από συνεργάτες (Σ).

6.1 Αναφορές σε μονογραφίες

1. K. Falconer (1986). *The geometry of Fractal sets*. Cambridge University Press, [A1].
2. R. Schneider (1993). *Convex bodies: The Brunn-Minkowski theory*. Cambridge: Cambridge University Press, [A1], [A2], [A4], [A5] .
3. P. M. Gruber and J. M. Wills, eds. (1993). *Handbook of Convex Geometry*. Amsterdam: North-Holland, [A3], [A10].
4. R. J. Gardner (1995). *Geometric tomography*. 2nd. New York: Cambridge University Press, [A1].
5. K. Leichtweiß (1998). *Affine geometry of convex bodies*. Heidelberg, J.A. Barth: Wiley-VCH, [A10].
6. P. Mattila (1995). *Geometry of sets and measure in Euclidean spaces: Fractals and rectifiability*. Cambridge: Cambridge University Press, [A1].
7. C. Zong (1999). *Sphere Packings*. Ed. by J. Talbot. New York: Springer-Verlag, [A13].

8. K. Falconer (2003). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications*. 2nd. West Sussex: Wiley, [A1].

9. R. Schneider and W. Weil (2008). *Stochastic and Integral Geometry*. Springer, [A10], [A12].

10. P. Massopust (2010). *Interpolation and approximation with splines and fractals*. New York: Oxford University Press, Inc., [B7], [B8], [B9].

6.2 Αναφορές σε άρθρα

6.2.1 Ετεροαναφορές

1. G. R. Burton (1980). Skeleta and sections of convex bodies. *Mathematika* **27** (01), pp. 97–103, [A1].

2. B. Yood (1992). Finite-dimensional ideals in Banach algebras. *Colloquium Mathematicum*. **63**, pp. 295–301, [A8].

3. A. A. Giannopoulos (1992). On the mean value of the area of a random polygon in a plane convex body. *Mathematika* **39** (2), pp. 279–290, [A10].

4. F. Affentranger (1992). Aproximación aleatoria de cuerpos convexos. *Publicacions matematiques* **36** (1), pp. 85–109, [A10].

5. C. Buchta (1994). On the probabitity that two sets of points have disjoint convex hulls. *Rend. Circ. Math. Palermo, Ser. II, Suppl.* **35**, pp. 67–74, [A10].

6. D. Xia, W. Gao, and H. Li (1994). Fractal geometry-based classification approach for the recognition of lung cancer cells. *Medical Imaging 1994*. International Society for Optics and Photonics, pp. 447–453, [A1].

7. C. Bauer and R. Schneider (1995). Extremal problems for geometric probabilities involving convex bodies. *Advances in applied probability*, pp. 20–34, [A10].

8. D. D. Draghia (1995). Semi-simplicity of some semi-prime Banach algebras. *Extracta mathematicae* **10** (2), pp. 189–193, [A8].

9. E. Makai and H. Martini (1996). The cross-section body, plane sections of convex bodies and approximation of convex bodies, I. *Geometriae Dedicata* **63** (3), pp. 267–296, [A10].

10. C. Buchta and M. Reitzner (1997). Equiaffine inner parallel curves of a plane convex body and the convex hulls of randomly chosen points. *Probability Theory and Related Fields* **108** (3), pp. 385–415, [A10].

11. E. Makai and H. Martini (1998). The cross-section body, plane sections of convex bodies, and approximation of convex bodies II. *Geom. Ded.* **70** (3), pp. 2863–303, [A10].

12. M. Reitzner (2000). Inequalities for convex hulls of random points. *Monatshefte für Mathematik* **131** (1), pp. 71–78, [A10].

13. B. Yood (2002). The strong radical and finite-dimensional ideals. *Proceedings-American Mathematical Society* **130** (1), pp. 139–144, [A8].

14. G. Aloupis, S. Langerman, M. Soss, and G. Toussaint (2003). Algorithms for bivariate medians and a Fermat-Torricelli problem for lines. *Computational Geometry: Theory and Applications* **26** (1), pp. 69–79, [A14].

15. K. Boroczky and G. Wintsche (2003). Covering the sphere by equal spherical balls. *Algorithms and Combinatorics* **25**, pp. 235–252, [A13].

16. W. E. Longstaff (2003). Single elements of operator algebras. *Singular Integral Operators, Factorization, and Applications: International Workshop on Operator Theory and Applications, IWOTA 2000, Portugal.* **142.** Birkhauser, p. 213, [A8].

17. M. Hartzoulaki and G. Paouris (2003). Quermassintegrals of a random polytope in a convex body. *Archiv der Mathematik* **80** (4), pp. 430–438, [A10].

18. M. Reitzner (2003). Random polytopes and the Efron–Stein jackknife inequality. *The Annals of Probability* **31** (4), pp. 2136–2166, [A10].

19. H.-J. Ruan, Z. Sha, and W.-Y. Su (2003). Counterexamples in parameter identification problem of the fractal interpolation functions. *Journal of Approximation Theory* **122** (1), pp. 121–128, [B1].

20. T.-K. Lee and T.-L. Wong (2003). Semiprime algebras with finiteness conditions. *Communications in Algebra* **31** (4), pp. 1823–1835, [A8].

21. H. Martini and K. J. Swanepoel (2004). The geometry of Minkowski spaces—a survey. Part II. *Expositiones mathematicae* **22** (2), pp. 93–144, [A3].

22. M. W. Meckes (2004). Volumes of symmetric random polytopes. *Archiv der Mathematik* **82** (1), pp. 85–96, [A10].

23. A. L. Edmonds, M. Hajja, and H. Martini (2005). Coincidences of simplex centers and related facial structures. *Beitrage zur Algebra und Geometrie* **46** (2), pp. 491–512, [A14].

24. Z. Feng, L. Tian, and J. Jiao (2005). Integration and Fourier transform of fractal interpolation functions. *Fractals* **13** (1), pp. 33–41, [B2].

25. A. Ghaffari and A. R. Medghalchi (2005). The socle and finite dimensionality of some Banach algebras. *Proceedings Mathematical Sciences* **115** (3), pp. 327–330, [A8].

26. G. Jin and J. Mellor-Crummey (2005). SFCGen: A framework for efficient generation of multi-dimensional space-filling curves by recursion. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* **31** (1), pp. 120–148, [Γ4].

27. M. W. Meckes (2005). Sylvester's problem for symmetric convex bodies and related problems. *Monatshefte für Mathematik* **145** (4), pp. 307–319, [A10].

28. M. Reitzner (2005). The combinatorial structure of random polytopes. *Advances in Mathematics* **191** (1), pp. 178–208, [A10].

29. V. H. Vu (2005). Sharp concentration of random polytopes. *Geometric and Functional Analysis* **15** (6), pp. 1284–1318, [A12].

30. C. Zong (2005). What is known about unit cubes. *Bulletin of the American Mathematical Society* **42** (2), pp. 181–211, [A13].

31. S. Campi and P. Gronchi (2006). Extremal convex sets for Sylvester–Busemann type functionals. *Applicable Analysis* **85** (1-3), pp. 129–141, [A10].

32. R. Małysz (2006). The Minkowski dimension of the bivariate fractal interpolation surfaces. *Chaos, Solitons & Fractals* **27** (5), pp. 1147–1156, [B2].

33. V. Vu (2006). Central limit theorems for random polytopes in a smooth convex set. *Advances in Mathematics* **207** (1), pp. 221–243, [A12].

34. H.-Y. Wang (2006). On smoothness for a class of fractal interpolation surfaces. *Fractals* **14** (3), pp. 223–230, [B2].

35. M. Bresar and Y. V. Turovskii (2007). Compactness conditions for elementary operators. *Studia mathematica* **178**, p. 1, [A8].

36. X. Chen, Q. Guo, and L. Xi (2007). The range of an affine fractal interpolation function. *International Journal of Nonlinear Science* **3** (3), pp. 181–186, [B1].

37. S. Kim, K. Kwon, I. Park, B. Han, and D. Kim (2007). A study on the comparison of median filter regularization methods in diffusion tensor MRI, pp. 3454–3457, [A14].

38. M. Jin, Q. Wang, and L. Xi (2007). Investigation on fitting graph based on fractal dimension's pretreatment. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* **4693 LNAI** (Part 2), pp. 217–224, [B1].

39. J. Min, W. Qin, and X. Lifeng (2007). Optimization of affine fractal interpolation function for graph fitness using genetic algorithms. *Population* **1**, p. 2, [B1].

40. Q. Wang, M. Jin, and L. Xi (2007). Fitness of graph based on fractal dimension. *International Journal of Nonlinear Science* **4** (2), pp. 156–160, [B1].

41. Q. Wang, M. Jin, L. Xi, and Z. Meng (2007). Fractal interpolation fitness based on BOX dimension's pretreatment. *Advances in Soft Computing* **42**, pp. 520–526, [B1].

42. C. Xiang and A. G. Aghdam (2007). A two-stage formation flying strategy to reduce the mission time. *IEEE International Conference on System of Systems Engineering, SoSE '07*, pp. 1–4, [A14].

43. E. M. Bronstein (2008). Approximation of convex sets by polytopes. *Journal of Mathematical Sciences* **153** (6), pp. 727–762, [A10], [A12].

44. H. Cao, X. Yu, and J. Zhang (2008). A new algorithm fusing the fractal interpolation and the enhanced lee filter and its application to the SAR image's denoising. *Intelligent*

Control and Automation, 2008. WCICA 2008. 7th World Congress on. IEEE, pp. 6778–6782, [B8].

45. A. K. B. Chand and M. Navascués (2008). Natural bicubic spline fractal interpolation. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications* **69** (11), pp. 3679–3691, [B6].

46. S. S. Dragomir and D. Comanescu (2008). On the Torricellian point in inner product spaces. *Demonstratio Mathematica* **XLI** (3), pp. 639–650, [A14].

47. Z. Feng (2008). Variation and Minkowski dimension of fractal interpolation surface dimension of fractal interpolation surface. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **345** (1), pp. 322–334, [B2], [B5], [B7], [B9].

48. M. Jin and Q. Wang (2008). Application of genetic algorithms in graph fitness from affine fractal interpolation function. *Journal of Information and Computational Science* **5** (1), pp. 351–358, [B1].

49. M. Jin, Q. Wang, and L. Xi (2008). Research and implementation on genetic algorithms for graph fitness optimization. *WSEAS Transactions on Systems* **7** (4), pp. 321–331, [B1].

50. K. Kwon, D. Kim, S. Kim, I. Park, J. Jeong, T. Kim, C. Hong, and B. Han (2008). Regularization of DT-MR images using a successive Fermat median filtering method. *Physics in Medicine and Biology* **53** (10), pp. 2523–2536, [A14].

51. S. Lian (2008). Image authentication based on fractal features. *Fractals* **16** (4), pp. 287–297, [B4].

52. M. A. Navascues (2008). Fractal interpolants on the unit circle. *Applied Mathematics Letters* **21** (4), pp. 366–371, [B1].

53. H.-Y. Wang and X.-J. Li (2008). Perturbation error analysis for fractal interpolation functions and their moments. *Applied Mathematics Letters* **21** (5), pp. 441–446, [B1].

54. H.-Y. Wang, S.-Z. Yang, and X.-J. Li (2008). Error analysis for bivariate fractal interpolation functions generated by 3-D perturbed iterated function systems. *Computers and Mathematics with Applications* **56** (7), pp. 1684–1692, [B2], [B5], [B8], [B9].

55. C. Zong (2008). The kissing number, blocking number and covering number of a convex body. *Contemporary Mathematics* **453**, p. 529, [A13].

56. M. L. Coleman, J. D. Niemann, and E. P. Jacobs (2009). Reconstruction of hillslope and valley paleotopography by application of a geomorphic model. *Computers and Geosciences* **35** (9), pp. 1776–1784, [B5].

57. W. He, Z. Niu, and L. Liang (2009). An improved fractal construction on 3D DEM terrain profile. *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)* **2**, pp. II654–II657, [B2], [B7].

58. Y. M. Huang and C.-J. Chen (2009). 3D Fractal reconstruction of terrain profile data based on digital elevation model. *Chaos, Solitons and Fractals* **40** (4), pp. 1741–1749, [B7].

59. G. P. Kapoor and S. A. Prasad (2009). Smoothness of coalescence hidden-variable fractal interpolation surfaces. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **19** (7), pp. 2321–2333, [B2].

60. S. Lian, X. Chen, and D. Ye (2009). Secure fractal image coding based on fractal parameter encryption. *Fractals* **17** (2), pp. 149–160, [B4].

61. H.-J. Ruan, W.-Y. Su, and K. Yao (2009). Box dimension and fractional integral of linear fractal interpolation functions. *Journal of Approximation Theory* **161** (1), pp. 187–197, [B1].

62. H.-Y. Wang (2009). Sensitivity analysis for hidden variable fractal interpolation functions and their moments. *Fractals* **17** (2), pp. 161–170, [B4].

63. L. Yu (2009). Blocking numbers and fixing numbers of convex bodies. *Discrete Mathematics* **309** (23-24), pp. 6544–6554, [A13].

64. L. Yu and C. Zong (2009). On the blocking number and the covering number of a convex body. *Advances in Geometry* **9** (1), pp. 13–29, [A13].

65. A. K. B. Chand and M. A. Navascués (2010). On complete bicubic fractal splines. *Applied Mathematics* **1** (3), pp. 200–210, [B8].

66. G. P. Kapoor and S. A. Prasad (2010). Stability of coalescence hidden variable fractal interpolation surfaces. *International Journal of Nonlinear Science* **9** (3), pp. 265–275, [B2].

67. W. Metzler and C. H. Yun (2010). Construction of fractal interpolation surfaces on rectangular grids. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **20** (12), pp. 4079–4086, [B2], [B5], [B7], [B8], [B9].

68. Z. Ming-Yue, H. Kuzuma, and J. Rector (2010). A new fractal algorithm to model discrete sequences. *Chinese Physics B* **19** (9), [B8].

69. P. Paramanathan and R. Uthayakumar (2010). Fractal interpolants on the s-Sets. *Fractals* **18** (3), pp. 343–348, [B1], [B2].

70. H. Raubenheimer (2010). On quasinilpotent equivalence of finite rank elements in Banach algebras. *Czechoslovak mathematical journal* **60** (3), pp. 589–596, [A8].

71. T. V. Tan (2010). An extension of the Fermat-Torricelli Problem. *Journal of Optimization Theory and Applications* **146** (3), pp. 735–744, [A14].

72. H. Martini, Z. Mustafaev, and U. Abel (2010). On isoperimetric inequalities in Minkowski spaces. *Journal of Inequalities and Applications* **2010**, p. 697954, [A11].

73. J. Ji, J. Peng, and H. Wang (2011). An Application of Support Vector Machine in Fractal Interpolation Surfaces Fitting. *International Journal of Nonlinear Science* **12** (4), pp. 413–418, [B5], [B6], [B8], [B9].

74. X. Xiao, Z. Li, and S. Yan (2011). Fitting of fuzzy fractal interpolation for uncertain data. *Communications in Computer and Information Science* **86 CCIS**, pp. 78–84, [B8].

75. Q.-M. Xie, Y. Long, M.-S. Zhong, H.-Q. Liu, and X. Zhou (2011). Application of wavelet packet and fractal combination technology in blasting vibration signal analysis. *Zhendong yu Chongji/Journal of Vibration and Shock* **30** (1), pp. 11–15, [B3].

76. Y. Zhang, Q. Cheng, Y. Zhou, S. Xie, X. Liu, and D. Xu (2011). Assessment of fractal interpolation method in geochemical exploration. *Zhongshan Daxue Xuebao/Acta Scientiarum Natralium Universitatis Sunyatseni* **50** (1), pp. 133–137, [B4].

77. A. K. B. Chand (2012). Coalescence cubic spline fractal interpolation surfaces. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling, Series B* **3** (3), pp. 207–233, [B2], [B4].

78. A. K. B. Chand (2012). Natural cubic spline coalescence hidden variable fractal interpolation surfaces. *Fractals* **20** (2), pp. 117–131, [B4], [B5], [B8], [B9].

79. C. Chen, S.-X. Li, S.-M. Wang, and S.-W. Liang (2012). Multiple information contents derived from the chromatograms and their application to the modeling of quantitative profile-efficacy relationship. *Analytica Chimica Acta* **713**, pp. 30–35, [B5].

80. Z. Feng, Y. Feng, and Z. Yuan (2012). Fractal interpolation surfaces with function vertical scaling factors. *Applied Mathematics Letters* **25** (11), pp. 1896–1900, [B2].

81. J. Ji and J. Peng (2012). Analytical properties of bivariate fractal interpolation functions with vertical scaling factor functions. *International Journal of Computer Mathematics*, pp. 1–15, [B2], [B5], [B8], [B9].

82. X. Li, Z. Lu, X. Xi, and M. Zhao (2012). 3D reconstruction of transportation vehicles travecting pavement based on fractal characteristics. *Nongye Gongcheng Xuebao/Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering* **28** (2), pp. 61–65, [B8].

83. Y.-Q. Niu and Y.-Q. Wei (2012). A class of recurrent fractal interpolation surfaces with multi-parameters. *Zhongbei Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of North University of China (Natural Science Edition)* **33** (1), pp. 52–55, [B2], [B5], [B7].

84. X. Sun and Z. Feng (2012). The central variation of fractal interpolation surfaces derived from fractal interpolation functions. *International Journal of Nonlinear Science* **13** (3), pp. 353–356, [B2], [B8].

85. C.-H. Yuen and K.-W. Wong (2012). Chaos-based encryption for fractal image coding. *Chinese Physics B* **21** (1), [B4].

86. C.-H. Yuen and K.-W. Wong (2012). Cryptanalysis on secure fractal image coding based on fractal parameter encryption. *Fractals* **20** (1), pp. 41–51, [B4].

87. X. Xiao, Z. Li, and W. Gong (2012). Fuzzy fractal interpolation surface and its applications. *Advanced Materials Research* **542-543**, pp. 1141–1144, [B8].

88. H.-Y. Wang and J.-B. Ji (2012). Surface fitting and error analysis using fractal interpolation. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **22** (8), [B2], [B5], [B9].

89. A. N. Zachos (2012). A plasticity principle of closed hexahedra in the three-dimensional Euclidean space. *Acta Applicandae Mathematicae*, pp. 1–16, [A14].

90. G. Ayala-Landeros, F. Carrion, J. Morales, V. Torres-Argüelles, D. Alaniz-Lumbreras, and V. M. Castaño (2013). Optical assessment of vibrating systems: A fractal geometry approach. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics* **124** (5), pp. 2260–2268, [B5].

91. C. Gentil and M. Neveu (2013). Mixed-aspect fractal surfaces. *CAD Computer Aided Design* **45** (2), pp. 432–439, [B8].

92. C.-H. Yun, H.-C. Choi, and H.-C. O. (2013). Construction of Recurrent Fractal Interpolation Surfaces with Function Scaling Factors and Estimation on Box-counting Dimension on Rectangular Grids. *arXiv preprint arXiv:1307.3229*, [B2], [B5], [B8], [B9].

93. J. Ji and J. Peng (2013). Analytical properties of bivariate fractal interpolation functions with vertical scaling factor functions. *International Journal of Computer Mathematics* **90** (3), pp. 539–553, [B2], [B5], [B8], [B9].

94. S. A. Prasad (2013). Node insertion in Coalescence Fractal Interpolation Function. *Chaos, Solitons & Fractals* **49**, pp. 16–20, [B2].

95. H.-Y. Wang and J.-S. Yu (2013). Fractal interpolation functions with variable parameters and their analytical properties. *Journal of Approximation Theory* **175**, pp. 1–18, [B2], [B4], [B9].

96. B.-M. G. Gavriloaia, R. C. Vizireanu, C. I. Neamtu, and G. V. Gavriloaia (2013). Fractal evaluation of drug amorphicity from optical and scanning electron microscope images. *SPIE Optical Engineering+ Applications*. International Society for Optics and Photonics, pp. 88561V–88561V, [B8].

97. Y. Luo, Q. Z. Jiang, and Y. Zhang (2013). Sub-Pixel Image Matching Based on the Fractal Dimension. *Key Engineering Materials* **562**, pp. 1531–1537, [B8].

98. C.-H. Yun, W. Metzler, and M. Barski (2013). Image compression predicated on recurrent iterated function systems. *arXiv preprint arXiv:1304.2014*, [B5], [B6], [B8].

99. P. Massopust (2013). Fractal Hypersurfaces, Wavelet Sets and Affine Weyl Groups. *arXiv preprint arXiv:1309.0241*, [B7], [B8], [B9],

100. C. Gentil and M. Neveu (2013). Mixed-aspect fractal surfaces. *CAD Computer Aided Design* **45** (2), pp. 432–439, [B8].

101. T. A. O. Salau and S. A. Oke (2013). The application of fractal box dimensions in predicting the emission characteristics of colliding sawdust particles for sustainable sawmilling. *The South Pacific Journal of Natural and Applied Sciences* **30** (1), pp. 18–32, [B5].

102. G. Ayala-Landeros, F. Carrion, J. Morales, V. Torres-Argüelles, D. Alaniz-Lumbreras, and V. M. Castaño (2013). Optical assessment of vibrating systems: A fractal geometry approach. *Optik* **124** (15), pp. 2260–2268, [B5].

103. C. Saroglou (2013). Shadow systems: remarks and extensions. *Archiv der Mathematik* **100** (4), pp. 389–399, [A10].

104. A. K. B. Chand and P. Viswanathan (2013). A constructive approach to cubic Hermite fractal interpolation function and its constrained aspects. *BIT Numerical Mathematics* **53** (4), pp. 841–865, [B1], [B3].

105. Y.-S. Kang, C.-H. Yun, and D.-H. Kim (2013). A Construction of the Best Fractal Approximation. *arXiv preprint arXiv:1305.3365*, [B9].

106. M. A. Navascués (2013). Fractal Spherical Harmonics. *International Journal of Analysis* **2013**, p. 927368, [B7].

107. Y. Luo, Q. Jiang, and Y. Zhang (2013). Sub-pixel image matching based on fractal dimension. *Chongqing Daxue Xuebao/Journal of Chongqing University* **36** (4), pp. 87–92, [B7].

108. R. A. Al-Jawfi, B. Al-Helali, and A. M. Ahmed (2013). Fractal Image Compression Using Modified Operator (IFS). *Journal of Advances in Mathematics* **5** (1), pp. 549–561, [B6].

109. D.-O. Alexandrescu (2013). A Characterization of the Fermat Point in Hilbert Spaces. *Mediterranean Journal of Mathematics* **10**, pp. 1509–1525, [A13], [A14].

110. S. S. Dragomir, D. Comănescu, and E. Kikianty (2013). Torricellian points in normed linear spaces. *Journal of Inequalities and Applications* **2013** (1), p. 258, [A14].

111. A. N. Zachos (2013). A plasticity principle of closed hexahedra in the three-dimensional euclidean space. *Acta Applicandae Mathematicae* **125** (1), pp. 11–26, [A14].

112. P. Viswanathan, A. K. B. Chand, and R. P. Agarwal (2014). Preserving convexity through rational cubic spline fractal interpolation function. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **263**, pp. 262–276, [B4].

113. A. K. B. Chand and N. Vijender (2014). Positive blending Hermite rational cubic spline fractal interpolation surfaces. *Calcolo*, pp. 1–24, [B2], [B6], [B7], [B8].

114. Z. Feng and X. Sun (2014). Box-counting dimensions of fractal interpolation surfaces derived from fractal interpolation functions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **412** (1), pp. 416–425, [B2], [B5], [B8].

115. S. Wu (2014). Upper bounds for the covering number of centrally symmetric convex bodies in $\mathbb{R}^n$. *Mathematical Inequalities and Application*. (to appear), [A13].

6.2.2 Από συνεργάτες σε κοινές εργασίες (χωρίς αυτοαναφορές)

1. S. Giotopoulos and M. Roumeliotis (1991). Algebraic ideals of semiprime Banach algebras. *Glasgow Mathematical Journal* **33** (03), pp. 359–363, [A8].

2. I. Bárány and C. Buchta (1993). Random polytopes in a convex polytope, independence of shape, and concentration of vertices. *Math. Ann.* **297**, pp. 467–497, [A10].

3. S. Giotopoulos (2002). Single elements in Banach algebras. *Journal of mathematical analysis and applications* **270** (1), pp. 129–142, [A8].

4. V. Drakopoulos, P. Bouboulis, and S. Theodoridis (2006). Image compression using affine fractal interpolation on rectangular lattices. *Fractals* **14** (4), pp. 259–269, [B5], [B6].

5. P. Bouboulis (2007). Pseudo random number generation with the aid of iterated function systems on $\mathbb{R}^2$. *International Journal of Modern Physics C* **18** (5), pp. 861–882, [B4], [B5], [B6], [B7].

6. I. Bárány, S. Vempala, and A. Vetta (2007). Nash equilibria in random games. *Random Structures & Algorithms* **31** (4), pp. 391–405, [A12].

7. I. Bárány and V. Vu (2007). Central limit theorems for Gaussian polytopes. *The Annals of Probability* **35** (4), pp. 1593–1621, [A12].

8. P. Manousopoulos, V. Drakopoulos, and T. Theoharis (2008). Curve fitting by fractal interpolation. *Transactions on computational science I*, pp. 85–103, [B1].

9. I. Bárány (2008). Random points and lattice points in convex bodies. *Bulletin of the American Mathematical Society* **45** (3), p. 339, [A12].

10. P. Manousopoulos, V. Drakopoulos, and T. Theoharis (2009). Parameter identification of 1D fractal interpolation functions using bounding volumes. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **233** (4), pp. 1063–1082, [B1].

11. P. Bouboulis (2009). Construction of orthogonal multi-wavelets using generalized-affine fractal interpolation functions. *IMA Journal of Applied Mathematics* **74** (6), pp. 904–933, [B2], [B5], [B7], [B8], [B9].

12. P. Bouboulis (2010). Construction of fractal surfaces via solutions of partial differential equations. *SRX Mathematics*. Article ID 432521, 10 pages, [B5], [B7], [B8], [B9].

13. I. Bárány and M. Reitzner (2010). On the variance of random polytopes. *Advances in Mathematics* **225** (4), pp. 1986–2001, [A12].

14. I. Bárány and M. Reitzner (2010). Poisson polytopes. *The Annals of Probability* **38** (4), pp. 1507–1531, [A12].

15. I. Bárány, F. Fodor, and V. Vígh (2010). Intrinsic volumes of inscribed random polytopes in smooth convex bodies. *Advances in Applied Probability* **42** (3), pp. 605–619, [A12].

16. P. Bouboulis and M. Mavroforakis (2011). Reproducing Kernel Hilbert Spaces and fractal interpolation. *Journal of Computational and Applied Mathematics* **235** (12), pp. 3425–3434, [B5], [B9], [B10].

17. V. Drakopoulos (2013). Fractal-based image encoding and compression techniques. *Komunikacie* **15** (3), pp. 48–55, [B6].

6.3 Αναφορές σε διατριβές

1. Ν. Κατσέλη (1985). Ημιπρώτες άλγεβρες Banach. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Αθηνών, [A2], [A4].

2. Α. Γιαννόπουλος (1993). Προβλήματα των κυρτών σωμάτων. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Κρήτης, [A10].

3. L. Wu (2006). Random inscribed polytopes. PhD thesis. University of Califo□rnia, San Diego, [A10].

4. Π. Μπουμπούλης (2006). Fractal επιφάνειες παρεμβολής. Θεωρία και εφαρμογές στη συμπίεση εικόνας. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Αθηνών, [B3].

5. Ν. Μαρκουλάκης (2006). Τυχαία πολύτοπα. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Κρήτης, [A10].

6. R. Mascolo (2008). Separately CR functions and peak interpolation manifolds. PhD thesis. University of Padova, [A15].

7. S. Sezgin (2010). The unrestricted blocking number in convex geometry. PhD thesis. UCL (University College London), [A13].

8. G. Ambrus (2010). Theorems from the interface of convex geometry and analysis. PhD thesis. University of Szeged, Hungary, [A10].

9. Χ. Σαρόγλου (2011). Προβλήματα των κυρτών σωμάτων: Ακραίες τιμές συναρτησοειδών. Ειδικές θέσεις. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Κρήτης, [A10].

10. P. Viswanathan (2014). A Study on Univariate Shape Preserving Fractal Interpolation and Approximation. PhD thesis. Madras, India: Department of Mathematics, Indian Institute of Technology, [B1], [B9].

6.4 Αναφορές κατά εργασία

Παρατίθενται οι αναφορές σε κάθε μία από τις δημοσιευμένες εργασίες. Με Μ οι αναφορές σε μονογραφίες (§ 6.1), με Ε-Α οι ετεροαναφορές σε άρθρα (§ 6.2.1), με Σ οι αναφορές σε εργασίες συνεργατών με κοινές εργασίες (§ 6.2.2) και με ΔΔ οι αναφορές σε διδακτορικές διατριβές (§ 6.3). Επίσης παρατίθεται το σύνολο των αναφορών κάθε εργασίας.

[A1] "Convex bodies with almost all k-dimensional sections polytopes"

	M: 1, 2, 4, 6, 8	Ε-Α: 1, 6		
σύνολο	7			

[A2] "The n-dimensional Hausdorff measure of the n-skeleton of a convex w-compact set (body)"

	M: 2		ΔΔ: 1	
σύνολο	1		1	

[A3] "Sets of constant width and diametrically complete sets in normed spaces".

	M: 3	Ε-Α: 21		
σύνολο	2			

[A4] "Increasing paths on the one-skeleton of a convex compact set in a normed space".

	M: 2		ΔΔ: 1	
σύνολο	1		1	

[**A5**] “On the measure of the one-skeleton of the sum of convex compact sets”.

	M: 2			
σύνολο	1			

[**A8**] “The socle and finite-dimen□sio□nality of a semiprime Banach algebra”.

		E-A: 2, 8, 13, 16, 20, 25, 35, 70		Σ: 1, 3
σύνολο	8			2

[**A10**] “Volumes of a random polytope in a convex set”.

	M: 3, 5, 9	E-A: 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 17, 18, 22, 27, 28, 31, 43, 103	ΔΔ: 2, 3, 5, 8, 9	Σ: 2
σύνολο	19		5	1

[**A11**] “An isoperimetric inequality in the class of simplicial polytopes”.

		E-A: 72		
σύνολο	1			

[**A12**] “Few points to generate a convex polytope”.

	M: 9	E-A: 29, 33, 43		Σ: 6, 7, 9, 13, 14, 15
σύνολο	4			6

[**A13**] “The blocking numbers of convex bodies”.

	M: 7	E-A: 15, 30, 55, 63, 64, 109, 115	ΔΔ: 7	
σύνολο	8		1	

[**A14**] "A note on the Fermat-Torricelli point of a d-simplex".

		E-A: 14, 23, 37, 42, 46, 50, 71, 89, 109		
σύνολο		9		

[**A15**] "Strict convexity of sets in analytic terms".

			ΔΔ: 6	
σύνολο			1	

[**B1**] "On the parameter identification problem in the plane and the polar fractal interpolation functions".

		E-A: 19, 36, 38, 39, 40, 41, 48, 49, 52, 53, 61, 69, 104	ΔΔ: 10	Σ: 8, 10
σύνολο		13	1	2

[**B2**] "Bivariate fractal interpolation functions on grids".

		E-A: 24, 32, 34, 47, 54, 57, 59, 66, 67, 69, 77, 80, 81, 83, 84, 88, 92, 93, 94, 95, 113, 114		Σ: 11
σύνολο		22		1

[**B3**] "On the box dimension for a class of non-affine fractal interpolation functions".

		E-A: 75, 104	ΔΔ: 4	
σύνολο		2	1	

[**B4**] "Hidden variable vector valued fractal interpolation functions".

		E-A: 51, 60, 62, 76, 77, 78, 85, 86, 95, 112		Σ: 5
σύνολο	10			1

[**B5**] "Construction of recurrent bivariate fractal interpolation surfaces and computation of their box-counting dimension".

		E-A: 47, 54, 56, 67, 73, 78, 79, 81, 83, 88, 90, 92, 93, 98, 101, 102, 114		Σ: 4, 5, 11, 12
σύνολο	17			4

[**B6**] "Image compression using recurrent bivariate fractal interpolation functions".

		E-A: 45, 73, 98, 108, 113		Σ: 4, 5, 17
σύνολο	5			3

[**B7**] "Closed fractal interpolation surfaces".

	M: 10	E-A: 47, 57, 58, 67, 83, 99, 106, 107, 113		Σ: 5, 11, 12
σύνολο	10			3

[**B8**] "Fractal interpolation surfaces derived from fractal interpolation functions".

	M: 10	E-A: 44, 54, 65, 67, 68, 73, 74, 78, 81, 82, 84, 87, 91, 92, 93, 96, 97, 98, 99, 100, 113, 114		Σ: 11, 12
σύνολο	23			2

[**B9**] "A general construction of fractal interpolation functions on grids of $\mathbb{R}^n$".

	M: 10	E-A: 47, 54, 67, 73, 78, 81, 92, 93, 95, 99, 105	ΔΔ: 10	Σ: 11, 12, 16
σύνολο	12		1	3

[**B10**] "Construction of smooth fractal surfaces using Hermite fractal interpolation functions".

				Σ: 16
σύνολο				1