

Προόδος Σύνολα και Αριθμοί
30 Νοεμβρίου 2003

1. Να αποδείξετε με επαγωγή ότι για κάθε φυσικό αριθμό ισχύει

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

2. Να υπολογιστούν οι δέκατες ρίζες του μιγαδικού αριθμού $10 + 10i$.
3. Δίνονται οι ακολουθίες πραγματικών αριθμών (a_n) , (b_n) , (c_n) για τις οποίες ισχύει η ανισότητα

$$a_n \leq b_n \leq c_n,$$

και επίσης είναι γνωστό ότι οι ακολουθίες (a_n) , (c_n) συγκλίνουν στον αριθμό $\ell \in \mathbb{R}$. Αποδείξτε ότι και η (b_n) συγκλίνει στο ℓ .

4. Να υπολογιστεί με την βοήθεια του ορισμού ότι:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 1}{3n^2 - 2n + 1} = \frac{2}{3}.$$

Διάρκεια διαγωνίσματος 2 ώρες
Καλή Επιτυχία