

Ασκήσεις Θ. Αριθμών

5 Φυλλάδιο

Παράδοση Τετάρτη 14 Δεκεμβρίου

1. Δίνεται η ισοδυναμία

$$ax^2 + bx + c \equiv 0 \pmod{p}.$$

όπου p περιττός πρώτος και $a \not\equiv 0 \pmod{p}$. Αν $d = b^2 - 4ac$ είναι η διακρίνουσα του τριωνύμου $ax^2 + bx + c$ να αποδειχτεί ότι το πλήθος λύσεων αυτής είναι

$$N = \begin{cases} 1 + \left(\frac{d}{p}\right), & \text{αν } p \nmid d \\ 1, & \text{αν } p \mid d. \end{cases}$$

2. Να υπολογιστούν τα παρακάτω σύμβολα του Legendre

$$\left(\frac{12703}{12361}\right), \left(\frac{3422}{5683}\right), \left(\frac{56737}{1001983}\right).$$

3. Να εξεταστεί αν έχει λύση η ισοδυναμία:

$$x^2 \equiv 631 \pmod{1033}.$$

4. Για ποιούς πρώτους p ο 3 είναι τετραγωνικό υπόλοιπο \pmod{p} .
5. Για ποιούς πρώτους p ο 5 είναι τετραγωνικό υπόλοιπο \pmod{p} .