

# Ασκήσεις Θ. Αριθμών

4 Φυλλάδιο

Παράδοση Πέμπτη 1 Δεκεμβρίου

1. Αν για τον ακέραιο αριθμό  $a$  και για τον φυσικό αριθμό  $m$  ισχύει  $(a, m) = 1$  και  $(a - 1, m) = 1$ , να αποδειχτεί ότι ισχύει

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{\phi(m)-1} \equiv 0 \pmod{m}.$$

2. Να αποδειχτεί ότι ισχύει

$$2^{341} \equiv 2 \pmod{11}.$$

3. Να αποδειχτεί ότι η ισοδυναμία

$$x^{13} \equiv 1 \pmod{29},$$

έχει μοναδική λύση την  $x \equiv 1 \pmod{29}$ .

4. Να λυθούν οι ισοδυναμίες:

$$x^3 - 3 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$7x^4 + 19x + 25 \equiv 0 \pmod{27}.$$

5. Αν  $0 < s < p$  όπου  $p$  πρώτος αριθμός να αποδειχτεί ότι ισχύει

$$(s - 1)!(p - s)! + (-1)^{s-1} \equiv 0 \pmod{p}.$$

6. Να λυθεί το σύστημα

$$x \equiv 3 \pmod{25}$$

$$x \equiv 1 \pmod{27}$$

$$x \equiv 4 \pmod{11}$$