

Ασκήσεις Θ. Αριθμών

2 Φυλλάδιο

Παράδοση Πέμπτη 3 Νοεμβρίου

1. Για m, n ακεραίους $n > m$, ορίζεται το $\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. Δείξτε ότι το $\binom{n}{m}$ είναι ακέραιος.
2. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $2^{4n+2} + 1$ δεν είναι πρώτος για $n \geq 1$.
3. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $n^4 + 4$ δεν είναι πρώτος για $n > 1$.
4. Να αποδειχθεί ότι υπάρχουν άπειροι πρώτοι αριθμοί της μορφής $6m + 5$.
5. Αν p_n συμβολίζει τον n -οστό πρώτο αριθμό, να αποδειχθεί ότι $p_{n-1} \geq n + 2$ για $n \geq 5$.
6. Πότε ο αριθμός $(p - 1)! + 1$ είναι δύναμη του p , όπου p πρώτος αριθμός;
7. Να βρεθεί ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των αριθμών 625 και 231 και να εκφρασθεί αυτός σαν γραμμικός συνδιασμός των παραπάνω αριθμών.
8. Να αποδειχθεί ότι το γινόμενο τεσσάρων διαδοχικών αριθμών διαιρείται δια του 24.