

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Θ. ΟΜΑΔΩΝ

1 ΦΥΛΛΑΔΙΟ

Παράδοση Παρασκευή 22 Φεβρουαρίου

- (1) Να δείξετε ότι το σύνολο G των $n \times n$ πινάκων με ορίζουσα διαφορετική του μηδενός αποτελεί ομάδα με πράξη τον πολ/σμό πινάκων. Να δείξετε ότι το υποσύνολο H του G που αποτελείτε από τους $n \times n$ πίνακες με ορίζουσα 1 αποτελεί υποομάδα του G .
- (2) Αν H, K είναι υποομάδες της ομάδας G , η τομή τους είναι υποομάδα της G ; Η ένωση τους είναι υποομάδα της G ;
- (3) Καθορίστε αν είναι ομάδες οι παρακάτω
 - $(\mathbb{Z}, *)$ όπου $a * b = a - b$
 - $(\mathbb{Z}, *)$ όπου $a * b = a + 3b$
- (4) Αν σε μία ομάδα G ισχύει $(ab)^i = a^i b^i$ για τρεις διαδοχικούς ακαίρεους i , αποδείξτε ότι η G είναι αβελιανή.
- (5) Δείξτε ότι μία ομάδα με δύο ή τρία στοιχεία είναι αβελιανή.
- (6) Να δείξετε ότι το σύνολο των πινάκων $n \times n$ με συντελεστές πραγματικούς, για τους οποίους ισχύει:

$$AA^t = \text{Id}_n,$$

αποτελεί ομάδα με πράξη τον πολ/σμό πινάκων.

- (7) Είναι οι ομάδες που ορίστηκαν στις ασκήσεις (1) και (6) αβελιανές;