

Ασκήσεις Γενικών Μαθηματικών

2 Φυλλάδιο

Παράδοση 19 Νοεμβρίου

1. Να βρεθούν οι λύσεις του συστήματος

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. Να λυθεί το σύστημα για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$x + y + w = \alpha + 1$$

$$\alpha x + y + (\alpha - 1)w = \alpha$$

$$x + \alpha y + w = 1$$

3. Να υπολογιστεί η ορίζουσα του πίνακα

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

Στην συνέχεια να υπολογιστεί ο αντίστροφος A^{-1} . Τέλος να λυθεί το σύστημα

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$2x + 3y + 4z = 0$$

$$3x + 4y + 6z = 0$$

4. Για ένα πίνακα $n \times n$ $A = (a_{ij})$ θα συμβολίζουμε με $\text{tr}(A)$ το άθροισμα των διαγωνίων στοιχείων του, δηλαδή

$$\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}.$$

Να αποδειχτεί ότι για κάθε δύο $n \times n$ πίνακες A, B ισχύει

$$\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA).$$