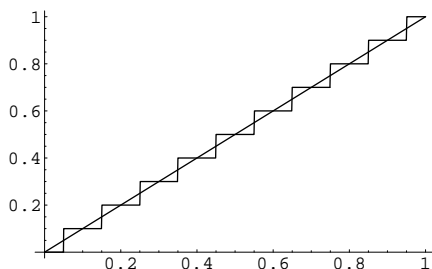


## Βάθος Χρώματος

Ξεκινάμε με ένα προβολέα ο οποίος εκπέμπει φως συγκεκριμένης απόχρωσης, έστω κόκκινο και υποθέτουμε ότι με την βοήθεια μίας μεταβλητής αντίστασης μπορούμε να ρυθμίσουμε τον προβολέα σε όλες τις ενδιάμεσες φωτεινότητες από το 0 που αντιστοιχεί στον σβηστό προβολέα και στο 1 που αντιστοιχεί στην μέγιστη φωτεινότητα που μπορεί να μας δώσει. Όλες οι τιμές στο διάστημα  $[0, 1]$  αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες φωτεινότητες. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε είναι ότι οι άπειρες ενδιάμεσες φωτεινότητες δεν είναι δυνατόν να περιγραφούν στον υπολογιστή.

Αυτό το οποίο κάνουμε είναι να διακριτοποιήσουμε το πρόβλημα χωρίζοντας το διάστημα  $[0, 1]$  σε  $\lambda$  το πλήθος διαστήματα. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε διακριτοποιήσει την ταυτοτική συνάρτηση  $f(x) = x$  στο διάστημα  $[0, 1]$  πέρνοντας  $\lambda = 10$ .



Όσο ποιά μεγάλο είναι το  $\lambda$ , τόσο ποιά καλή προσέγγιση της παραπάνω συνάρτησης έχουμε. Όπως θα δούμε παρακάτω στο μοντέλο RGB έχουμε παραγωγή όλων των χρωμάτων από 3 βασικά χρώματα, οπότε θέτοντας  $\lambda = 2^8$  για κάθε βασικό χρώμα μπορούμε να αναπαραστήσουμε συνολικά  $(2^8)^3 = 2^{24} = 16.777.216$  χρώματα. Τον αριθμό  $3\lambda$  θα τον ονομάζουμε βάθος χρώματος και θα τον μετράμε σε bits. <sup>1</sup> Έτσι όταν μιλάμε για βάθος χρώματος 24-bit, θα εννοούμε ότι  $\lambda = 2^8 = 256$ .

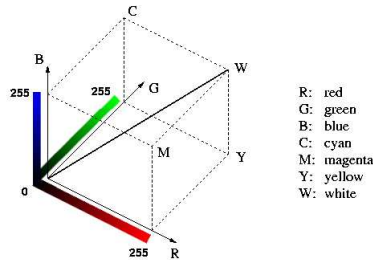
## Ο χώρος χρωμάτων RGB.

Ο χώρος χρωμάτων RGB είναι αρκετά σημαντικός γιατί παραμετροποιεί τα χρώματα που δείχνει μία έγχρωμη οθόνη. Η τεχνολογία του σωλήνα καθοδικών ακτίνων, την οποία χρησιμοποιούν οι οθόνες του υπολογιστή, βασίζεται στην

<sup>1</sup> Το bit είναι μονάδα μέτρησης πληροφορίας, μία ερώτηση η οποία μπορεί να απαντηθεί με ένα ναι ή όχι θα λέμε ότι έχει πληροφορία 1-bit

μίξη τριών βασικών χρωμάτων. Με αυτόν τον τρόπο η περιγραφή ενός χρώματος μπορεί να δωθεί μέσω τριών συντεταγμένων,  $(R, G, B)$  οι οποίες δίνουν την «ποσότητα» των χρωμάτων αυτών.

Το μαθηματικό μοντέλο μιας τέτοιας παράστασης δίνεται μαθηματικά μέσω του RGB χρωματικού κύβου



Αν έχουμε 24-bit χρώμα, τότε κάθε άξονας του κύβου δίνει τιμές στα χρώματα κόκκινο, πράσινο, μπλέ από  $[0, 255]$ <sup>2</sup>. Η τιμή 0 σε ένα άξονα σημαίνει ότι το χρώμα αυτό εμφανίζεται στην ελάχιστη φωτεινότητα του, ενώ η τιμή 255 σημαίνει ότι εμφανίζεται στην μέγιστη φωτεινότητα του.

Έτσι η τριάδα  $(0, 0, 0)$  δίνει μαύρο (οι φωτεινότητες όλων των χρωμάτων είναι μηδενικές) ενώ η τριάδα  $(255, 255, 255)$  αντιστοιχεί στο λευκό. Τα χρώματα προστίθεντε σαν διανύσματα του  $\mathbb{R}^3$ . Έτσι όπως μας δίνει ο χρωματικός κύβος το πράσινο συν κόκκινο δίνει κίτρινο.<sup>3</sup>

Η διαγώνιος του κύβου που συνδέει τα σημεία  $(0, 0, 0)$  και  $(255, 255, 255)$  περιέχει όλα τα χρώματα σε ίσες φωτεινότητες και αντιστοιχεί στις διαβαθμίσεις του γκριζου.

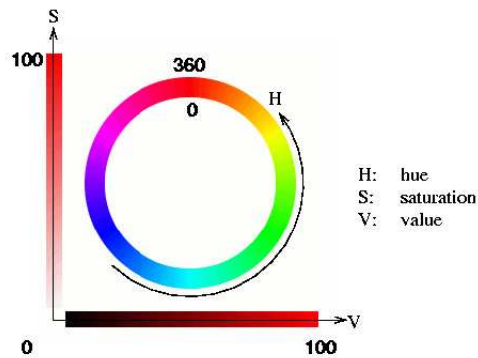
## Ο HSV χρωματικός χώρος

Η αντίληψη του χρώματος που έχουμε στην καθημερινή μας ζωή δεν εξυπηρετείται καλά από τον χρωματικό χώρο RGB.

Έτσι στην καθημερινή ζωή αναφερόμαστε στην απόχρωση (hue) που περιγράφει το χρώμα και που το χρώμα βρίσκεται στο χρωματικό φάσμα. Έτσι λέξεις όπως κόκκινο, κίτρινο, μώβ είναι επίθετα που περιγράφουν την απόχρωση. Ο παρακάτω κύκλος δίνει τις τιμές της απόχρωσης οι οποίες βρίσκονται πάνω σε ένα κύκλο.

<sup>2</sup> Αργότερα όταν θα αναφερθούμε στην βιβλιοθήκη OpenGL θα δούμε ένα μοντέλο του RGB στο οποίο οι χρωματικές τιμές θα είναι στο  $[0, 1]$ , και το οποίο έχει το πλεονέκτημα να είναι ανεξάρτητο από το βάθος χρώματος της οθόνης μας.

<sup>3</sup> Αν αυτό φέρεται περίεργο σε αυτούς που έχουν ασχοληθεί με την ζωγραφική ας κάνουν λίγο υπομονή μέχρι να μιλήσουμε για το CMY μοντέλο



Το επόμενο βασικό χαρακτηριστικό ενός χρώματος είναι ο κορεσμός (saturation)  $S$ . Ο κορεσμός περιγράφει πόσο καθαρό είναι το χρώμα σε σχέση με το λευκό. Έτσι έχουμε το καθαρό κόκκινο (πλήρως κορεσμένο) στο οποίο μπορούμε να βάζουμε λευκό «ανοίγοντας» το. Ο κορεσμός μετριέται σε ποσοστά επί τοις εκατό και πέρνει τιμές από 0 (λευκό) μέχρι 100 (πλήρως κορεσμένο).

Τέλος ένα χρώμα έχει φωτεινότητα. Αυτή είναι μία σχετική τιμή με το πόσο φωτεινό είναι ένα χρώμα. Αν το χρώμα αντανακλά πολύ φως τότε είναι φωτεινό. Η φωτεινότητα όπως και ο κορεσμός είναι τιμή η οποία μετριέται σε ποσοστό επί τοις εκατό.

## Συσχέτιση του HSV με τον RGB.

Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε την σχέση των χρωματικών χώρων HSV και RGB. Θα ξεκινήσουμε ορίζοντας καλύτερα την φωτεινότητα. Ο όρος δίνει διαισθητικά το πόσο φως αντανακλά το χρώμα.

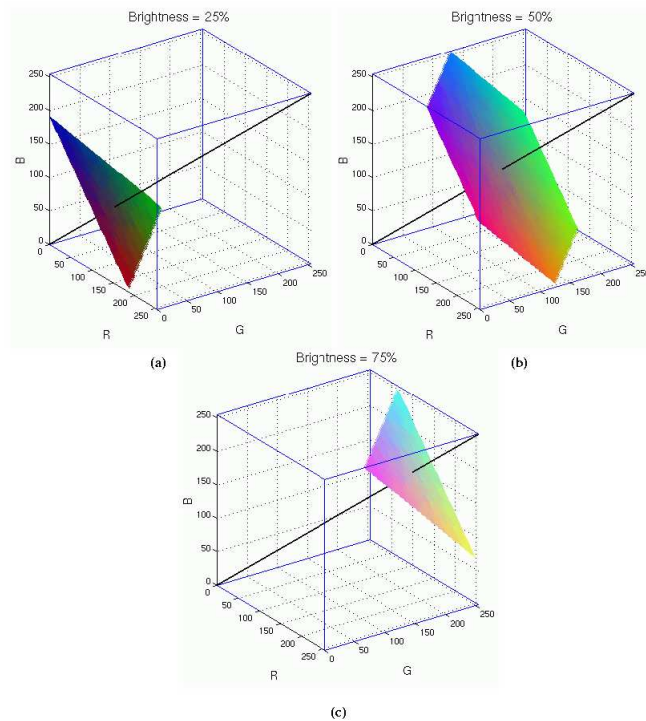
Αν έχουμε για παράδειγμα μία κόκκινη λάμπα η οποία είναι συνδεδεμένη με μια μεταβλητή αντίσταση ρύθμισης της φωτεινότητας, τότε μπορούμε να αλλάζουμε την φωτεινότητα της, αλλά το χρώμα της παραμένει σταθερό.

Μία οθόνη μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν ένα σύνολο από πολλές μικρές λάμπες, και η φωτεινότητα μίας περιοχής της οθόνης είναι απλά το άθροισμα των φωτεινοτήτων όλων των σημείων της περιοχής.

Ποιά είναι τα χρώματα στον RGB κύβο που έχουν την ίδια φωτεινότητα; Είναι ο γεωμετρικός τόπος που το άθροισμα των τριών βασικών χρωμάτων είναι σταθερό.

$$\frac{R + B + G}{3} = V, \quad 0 \leq V \leq 100.$$

Έτσι τα παρακάτω σχήματα δίνουν τον χώρο ίδιας σταθερής φωτεινότητας για  $\{25, 25, 75\}$ :



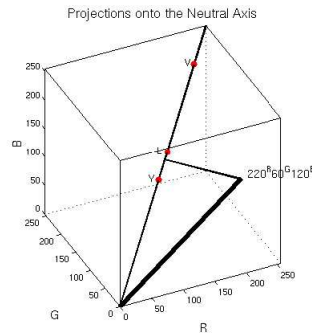
Ο γεωμετρικός τόπος των χρωμάτων ίδιας φωτεινότητας είναι ένα κυρτό πολύγωνο κάθετο στην διαγώνιο του κύβου που συνδέει το μαύρο  $(0, 0, 0)$  με το άσπρο  $(255, 255, 255)$ .

Έκτος από την φωτεινότητα (brightness) η οποία ορίζεται σαν  $(R + G + B)/3$  μπορούμε να ορίσουμε και άλλες έννοιες συσχετισμένες με αυτήν όπως

$$\begin{aligned} \text{lightness,} & \quad L = \frac{\max(R,G,B) + \min(R,G,B)}{2} \\ \text{value,} & \quad V = \max(R, G, B) \\ \text{luminance,} & \quad Y = 0.3R + 0.59G + 0.11B \end{aligned}$$

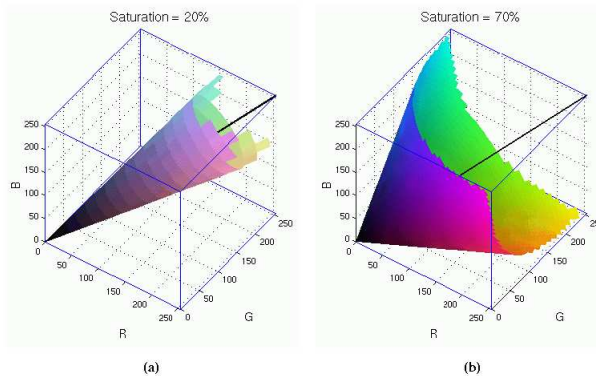
Η luminance είναι η αντίληψη της φωτεινότητας του ανθρώπινου ματιού, η οποία δεν είναι σταθερή για κάθε χρώμα, δηλαδή πολλαπλασιάζουμε με σταθερές οι οποίες προκρίπτονται πειραματικά, γιατί το ανθρώπινο μάτι δεν είναι το ίδιο ευαίσθητο σε όλα τα χρώματα.

Η παρακάτω εικόνα δίνει πως το χρώμα  $(220, 60, 120)$  προβάλλεται στον ουδέτερο άξονα



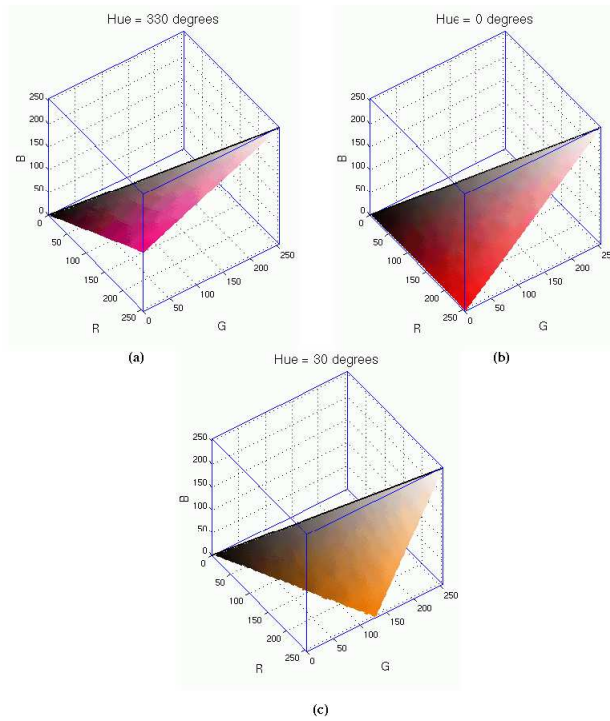
Τώρα θα ορίσουμε τον κορεσμό. Ο ορισμός του κορεσμού σχετίζεται με τον ορισμό της φωτεινότητας. Ο κορεσμός μετρά το πόσο «έγχρωμο» είναι ένα χρώμα. Ο ουδέτερος άξωνας είναι η διαγώνιος που συνδέει το άσπρο με το μαύρο, και πάνω σε αυτόν βρίσκονται όλες οι αποχρώσεις του γκρι. Ο άξωνας αυτός είναι άχρωμος. Τα σημεία που είναι κοντά στον άξωνα είναι λιγότερο έγχρωμα από αυτά που είναι μακριά. Ο κορεσμός ενός χρώματος ορίζεται να είναι η απόσταση του σημείου από τον ουδέτερο άξωνα, δια την φωτεινότητα του σημείου.

Από τα παραπάνω γίνεται σαφές ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων σταθερού κορεσμού είναι κώνοι με κορυφή το μαύρο  $(0, 0, 0)$ , όπως φέρεται στο παρακάτω σχήμα:

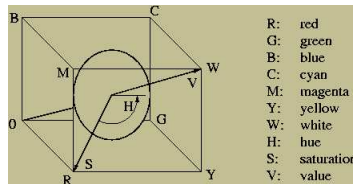


Τέλος, ο ορισμός της απόχρωσης είναι σχετικός με αυτό που διαισθητικά θα περιμέναμε. Η απόχρωση ενός χρώματος είναι η γωνιακή θέση γύρω από τον ουδέτερο άξωνα. Έτσι το τρίγωνο που ορίζεται από τον ουδέτερο άξωνα και από κάθε σημείο του χρωματικού κύβου είναι ο γεωμετρικός τόπος των

σημείων ίδιας απόχρωσης. Η παρακάτω εικόνα παριστά διαφορετικά ισοχρωματικά τρίγωνα για διαφορετικές γωνίες. Η κόκκινη γωνία του κύβου ορίζεται να είναι η απόχρωση στο 0. Παρατηρήστε ότι στα τρίγωνα ένω η απόχρωση είναι η ίδια, η φωτεινότητα και ο κορεσμός αλλάζει.



Στο επόμενο σχήμα συνοψίζεται η σχέση μεταξύ των RGB και HSV συντεταγμένων του χρώματος.



Μερικές παρατηρήσεις που μπορούν να γίνουν σχετικά με το χρώμα είναι οι εξής: Το κυανό, magenta και το κίτρινο σαν κορυφές του χρωματικού κύβου αναπαριστούν φωτεινότερα χρώματα από τα κόκκινο, πράσινο και μπλέ, αφού τα τελευταία προβάλλονται χαμηλότερα στον ουδέτερο άξωνα. Ομοίως όλα τα χρώματα στην πυραμίδα που ορίζονται από της  $C, Y, M$  και  $W$  κορυφές είναι

φωτεινότερα από τα χρώματα στην πυραμίδα που ορίζεται από τις  $R, G, B$  κορυφές. Τα χρώματα κοντά στον ουδέτερο άξωνα είναι «ξεπλυμένα» σε αντίθεση με τα απομακρισμένα χρώματα που είναι ποίο έγχρωμα.

## Τα αφαιρετικά συστήματα CMY και CMYK.

Μία έγχρωμη οθόνη ακτινοβολεί χρώμα και συνεπώς το χρωματικό της μοντέλο βασίζεται στο RGB σύστημα. Το μελάνι στο χαρτί αντιθέτως αποροφά το χρώμα και αντανακλά το χρώμα που δεν αποροφά.

Έτσι αν στείλουμε λευκό χρώμα σε ένα κυανό χαρτί, το χρώμα που αντιλαμβανόμαστε είναι κυανό, γιατί το κόκκινο αποροφήθηκε στο χαρτί. Ομοίως η magenta αποροφά το πράσινο και το κίτρινο αποροφά το μπλέ. Τα χρώματα κυανό, magenta και κίτρινο σχηματίζουν ένα χρωματικό μοντέλο που είναι το CMY.

Ένα σημείο με συντεταγμένες  $(R, G, B)$  στον RGB χώρο έχει  $(255 - R, 255 - G, 255 - B)$  συντεταγμένες στον CMY.

Ο χώρος CMY ταιριάζει περισσότερο στην περιγραφή των εικόνων που πρόκειται να τυπωθούν. Προσθήκη όλων των χρωμάτων δίνει μαύρο (δεν αφήνει τίποτα να ανακλαστεί) ενώ το άσπρο είναι απουσία χρώματος, αρκεί να τυπώνουμε - ζωγραφίζουμε σε άσπρο χαρτί!

Στην πράξη, εξαιτίας ατελιών στα χρώματα η προσθήκη όλων των χρωμάτων δεν δίνει μαύρο. Για αυτό τον σκοπό υπάρχει ένα μοντέλο που αφαιρεί λίγο από τα χρώματα κυανό, magenta και κίτρινο και το αντικαθιστά με μαύρο. Το μοντέλο αυτό ονομάζεται CMYK, αυτό το μοντέλο βελτιώνει κατά πολύ την απόδοση των εκτυπωμένων εικόνων.

Το ποσό του χρώματος που θα πρέπει να αφαιρεθεί και να αντικατασταθεί με μαύρο είναι μία πολύπλοκη διαδικασία που δεν θα μας απασχολήσει εδώ. Για να δώσουμε μια ιδέα για την πολυπλοκότητα του προβήματος μπορούμε να πούμε ότι πρέπει να ληφθούν υπόψη παράμετροι όπως το πόσο γρήγορα στεγνώνει ένα χρώμα καθώς και η χημική σύσταση και οι ανακλαστικές ιδιότητες του χαρτιού.