# 2. Η ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

## 2.1 Εισαγωγή

Όλες οι βαρυτικές μελέτες στηρίζονται στο νόμο βαρύτητας του Νεύτωνα, ο οποίος εκφράζεται ως η δύναμη (F) μεταξύ δύο σημειακών μαζών (m<sub>1</sub> και m<sub>2</sub>) που βρίσκονται σε μια απόσταση (r) και δίδεται από τη σχέση:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad \text{se newtons} \tag{1}$$

όπου G είναι η παγκόσμια σταθερά βαρύτητας και ισούται με 6,67 x  $10^{-11}~{\rm Nm}^2{\rm kg}^{-2}$  ή 6,67 x  $10^{-11}~{\rm m}^3{\rm s}^{-2}{\rm kg}^{-1}$ 

Η έλξη η οποία ασκείται από τη γη (μάζα M) σε μια εξωτερική μάζα (m) είναι μια ειδική περίπτωση του νόμου Νεύτωνα. Στην περίπτωση αυτή η εξωτερική μάζα αν αφεθεί ελεύθερη θα πέσει κατακόρυφα με μια επιτάχυνση (g), η οποία είναι περίπου 9,8 ms<sup>-2</sup>. Εν τούτοις, η επιτάχυνση που οφείλεται στη βαρύτητα δεν είναι ακριβώς η ίδια σε όλα τα σημεία της επιφάνειας της γης. Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις που προκύπτουν από μεταβολές του σχήματος της γης και από ανομοιογένειες της πυκνότητας αυτής. Γεωφυσικό ενδιαφέρον προκύπτει για τη μέτρηση και ερμηνεία αυτών των μικρών μεταβολών του g, σχετικά με το σχήμα και τη δομή της γης.

Η δύναμη που ασκείται σε μια πίπτουσα μάζα (m) προς τη γη υπό την επίδραση μόνο της βαρύτητας μπορεί να γραφεί ως:

$$F = μάζα x επιτάχυνση = mg$$
(2)

και συνδυάζοντας αυτή τη σχέση με την (1) για τη γη προκύπτει η σχέση:

$$F = mg = \frac{GmM}{r^2} \tag{3}$$

όπου r, είναι η απόσταση μέχρι του κέντρου της γης. Έτσι, από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει:

$$g = \frac{GM}{r^2} \tag{4}$$

και για τα σημεία επί της επιφανείας της γης:

$$g = \frac{GM}{R^2} \tag{5}$$

όπου R είναι η ακτίνα της γης.

Η γενική σχέση μεταξύ της βαρύτητας και της μέσης πυκνότητας της γης (ρ) εύκολα προσδιορίζεται. Για τη γη (θεωρούμενη ως σφαιρική) προκύπτει:

$$\rho = \frac{\mu \dot{\alpha} \zeta \alpha}{\dot{\sigma} \gamma \kappa \sigma \varsigma} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{3M}{4 \pi R^3}$$
(6)

και αναδιαρθρώνοντας τη σχέση (5) προκύπτει:

$$M = \frac{gR^2}{G}$$

Έτσι,

$$\rho = \frac{3gR^2}{G4\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi RG} \tag{7}$$

Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι εάν τα g, R και G είναι γνωστά ή μπορούν να μετρηθούν, τότε η μέση πυκνότητα, ρ, της γης μπορεί να υπολογισθεί. Χρησιμοποιώντας πρόσφατες μετρήσεις, η μέση πυκνότητα της γης υπολογίσθηκε σε  $5,52 \times 10^3$  kg m<sup>-3</sup>. Το γεγονός ότι αυτή η τιμή είναι πολύ μεγαλύτερη από τις πυκνότητες των επιφανειακών πετρωμάτων (2,5-3,0x10<sup>3</sup> kg m<sup>-3</sup>), δείχνει ότι η πυκνότητα της γης πρέπει να αυξάνεται προς το κέντρο της.

Ο γεωφυσικός, επί πλέον, ενδιαφέρεται για τη χρησιμοποίηση του πεδίου βαρύτητας της γης για να μελετήσει καλύτερα το σχήμα ή/και τη δομή της. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιεί τη σχέση (7) με κάποια αναδιάρθρωση των όρων της.



Η σχέση αυτή εκφράζει ότι το g εξαρτάται από τις δύο μεταβλητές, R και ρ. Εάν η γη ήταν τελείως σφαιρική (R= σταθερό) και τελείως ομοιογενής (ρ = σταθερό), το g θα είχε την ίδια τιμή παντού στην επιφάνεια της. Εν τούτοις, εάν σε κάποιο σημείο της γης υπάρχει απόκλιση από τη σφαιρικότητα ελαφρώς, η τιμή του g σε εκείνο το σημείο θα αποκλίνει από τη μέση τιμή. Επί πλέον, εάν υπάρχει μια τοπική ανωμαλία στην πυκνότητα σε ένα σημείο, το g θα αποκλίνει από τη μέση τιμή. Επί πλέον, εάν υπάρχει μια τοπική ανωμαλία στην πυκνότητα σε ένα σημείο, το g θα αποκλίνει επίσης. Γενικά προκύπτει ότι, μετρώντας μεταβολές του g επί της επιφανείας της γης, μπορούν να εξαχθούν αποκλίσεις ως προς την ακτίνα, R, και την πυκνότητα, ρ. Δηλαδή να προκύψουν αποκλίσεις που οφείλονται στην απόσταση μεταξύ του σημείου παρατήρησης και του κέντρου της γης και σε πλευρικές μεταβολές της πυκνότητας κάτω από την επιφάνεια της.

### 2.2 Η επίδραση του σχήματος της γης

Στην πραγματικότητα η γη δεν είναι σφαιρική, αλλά το σχήμα της είναι πολύ κοντά σε ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής (εικ. 2-1α και 2-1γ). Αυτό σημαίνει ότι είναι «πεπλατυσμένη» στους πόλους. Αυτή η πλάτυνση μπορεί να αποδοθεί με την τιμή *f*, η οποία ορίζεται ως:

$$f = i σημερινή ακτίνα – πολική ακτίνα ~ 1/297 ισημερινή ακτίνα (9)$$

Επειδή υπάρχει η πλάτυνση της γης, δηλαδή η ακτίνα της δεν είναι παντού η ίδια, το g θα μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος. Σύμφωνα με τη Διεθνή Εξίσωση Βαρύτητας (Geodetic Reference System, GRS 1967) που έχει τροποποιηθεί και υιοθετηθεί από τη Διεθνή Ενωση Γεωδαισίας και Γεωφυσικής, η τιμή του g στο επίπεδο της θάλασσας μεταβάλλεται με το πλάτος ( $\varphi$ ) σύμφωνα με τη σχέση:

$$g_t = 978.031,85(1+0,005278895\eta\mu^2\varphi + 0,000023462\eta\mu^4\varphi) \ mGal$$
(10)

Στην εξίσωση αυτή το  $\varphi$  μετριέται σε μοίρες.

Η επιφάνεια της θάλασσας πάνω στην οποία λαμβάνεται η τιμή βαρύτητας από τη σχέση (10), αντιστοιχεί στη μέση στάθμη της θάλασσας όλων των ωκεανών και του ισοδύναμου επιπέδου αυτής κάτω από τις ηπείρους.

Στη σχέση (10), η τιμή 978.031,85 mGal είναι η τιμή του g στον ισημερινό ( $\varphi=0$ ). Καθώς το  $\varphi$  αυξάνει προς τους πόλους το g θα αυξάνει επειδή η απόσταση μεταξύ ενός σημείου που βρίσκεται επί της στάθμης της θάλασσας και του κέντρου της γης μειώνεται. Έτσι, στους πόλους ( $\varphi=90^{\circ}$ ), προκύπτει ότι το g ισούται με 983.217,72 mGal. Η βαρύτητα επομένως μεταβάλλεται περίπου 5000 mGal από τον ισημερινό μέχρι τους πόλους. Στην εικόνα 2-1β απεικονίζεται η αύξηση της έντασης του πεδίου από τον ισημερινό προς τους πόλους.



Εικόνα 2-1. α) Τρεις κύριοι παράγοντες είναι υπεύθυνοι για τη διαφορά της βαρύτητας στον ισημερινό σε σχέση με τους πόλους,

- β) Η βαρύτητα αυξάνει από περίπου 978,000 mGal στον ισημερινό μέχρι περίπου 983,000 mGal στους πόλους,
- γ) Η μεταβολή της βαρύτητας από τον ισημερινό μέχρι τους πόλους, σύμφωνα με τη 1967 Διεθνή Εξίσωση Βαρύτητας.

Η απόσταση από το κέντρο της γης δεν είναι η μόνη αιτία για την αύξηση της βαρύτητας προς τους πόλους σε μια επιφάνεια ενός ελλειψοειδούς εκ περιστροφής. Η φυγοκεντρική επίδραση, η οποία δρα σε κάθε αντικείμενο που επικάθεται στη γη, πρέπει επίσης να ληφθεί υπόψη. Επειδή η γη περιστρέφεται, το κάθε αντικείμενο έπ' αυτής κινείται κατά μήκος μιας κυκλικής τροχιάς με κέντρο που βρίσκεται στον άξονα περιστροφής της γης. Στην εικόνα 2-2β γίνεται φανερό ότι η φυγοκεντρική επίδραση δεν κατευθύνεται από το κέντρο της γης κατακόρυφα προς τα έξω, αλλά κατευθύνεται προς τα έξω της κυκλικής τροχιάς του κινούμενου αντικειμένου. Η ένταση της φυγόκεντρης δύναμης α<sub>c</sub>, είναι:

$$\alpha_c = \omega^2 d \qquad (11)$$

όπου ω είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής και d είναι η απόσταση του αντικειμένου από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Μπορούμε να ιδούμε ότι η φυγοκεντρική επίδραση δρα έντονα σε ένα αντικείμενο που βρίσκεται στον ισημερινό. Εκεί η τιμή της απόστασης d είναι η μέγιστη, ίση με  $R_e$ . Η απόσταση d ελαττώνεται σε μεγαλύτερα πλάτη προσεγγίζοντας τη τιμή μηδέν στους πόλους. Έτσι, σύμφωνα με την εξίσωση (11), η φυγοκεντρική επίδραση έλαττώνεται προς μεγαλύτερα πλάτη και μηδενίζεται στους πόλους. Τα διανύσματα στην εικόνα 2-2β δείχνουν την μείωση της φυγόκεντρης δύναμης με την αύξηση του γεωγραφικού πλάτους.



### Εικόνα 2-2. Διανύσματα που δείχνουν:

- α) την έλξη βαρύτητας στην επιφάνεια ενός ελλειψοειδούς,
- β) τη φυγόκεντρο επιτάχυνση στην επιφάνεια ενός περιστρεφόμενου ελλειψοειδούς και
- γ) τη συνολική βαρυτική έλξη που ασκείται σε σώμα επί της επιφανείας ενός περιστρεφόμενου ελλειψοειδούς, η οποία είναι η συνισταμένη των διανυσμάτων της βαρύτητας και της φυγοκέντρου επιτάχυνσης. Τα διανύσματα δεν έχουν χαραχθεί υπό κλίμακα.

Η βαρύτητα στην επιφάνεια ενός ελλειψοειδούς εκ περιστροφής περιγράφεται πλήρως με τον συνδυασμό των επιδράσεων της μάζας και της φυγόκεντρης δύναμης. Στην εικόνα 2-2γ φαίνεται πως προκύπτει η πλήρης βαρυτική έλξη (βαρύτητα) g, από τις δύο παραπάνω αναφερθείσες επιδράσεις. Τα διανύσματα στην εικόνα 2-2α δείχνουν τη σχετική αύξηση της βαρύτητας αν και δεν έχουν χαραχθεί υπό κλίμακα. Στην πραγματικότητα η βαρυτική έλξη της μάζας είναι πολύ μεγαλύτερη από τη φυγοκεντρική επίδραση. Να σημειωθεί ότι, στον ισημερινό οι διευθύνσεις των δύο επιδράσεων είναι αντίθετες, με συνέπεια η βαρύτητα g, να διευθύνεται προς το κέντρο της γης. Αυτό δεν συμβαίνει σε όλες τις άλλες θέσεις, όπου το g, δεν διευθύνεται ακριβώς προς το κέντρο του ελλειψοειδούς.

Από τα παραπάνω είναι φανερό γιατί η βαρύτητα δεν είναι παντού η ίδια σε ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Για μια στατική σφαίρα ισχύει,  $g = GM/R^2$ . Για μια όμως περιστρεφόμενη σφαίρα, η σταθερή αυτή τιμή πρέπει να τροποποιηθεί, για να ληφθούν υπόψη οι επιδράσεις λόγω πλάτυνσης και φυγόκεντρης δύναμης, οι οποίες και οι δύο εξαρτώνται από το γεωγραφικό πλάτος. Οι διορθώσεις εφαρμόζονται στη τιμή βαρύτητας  $g_e$ , του ισημερινού. Η γενική εξίσωση για τον υπολογισμό της βαρύτητας  $g(\varphi)$  για ένα πλάτος  $\varphi$  σε ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής είναι,

$$g(\varphi) = g_e \left( 1 + C_1 \eta \mu^2 \varphi + C_2 \eta \mu^4 \varphi \right)$$
(12)

Οι σταθερές  $C_1$  και  $C_2$  εξαρτώνται από την πλάτυνση f και την ταχύτητα περιστροφής  $\omega$ . Οι τιμές αυτών των σταθερών για τη γη, υπολογίζονται από αστρονομικές μετρήσεις και παρατηρήσεις των τροχιών τεχνητών δορυφόρων.

Από την εξίσωση (12) έχει προκύψει η σχέση (10) με τον προσδιορισμό των σταθερών  $C_I$  και  $C_2$ .

# 2.3 Η επίδραση των πλευρικών ανομοιογενειών

Εάν δεν υπάρχουν πλευρικές μεταβολές στην πυκνότητα της γης, το g θα μεταβάλλεται ομαλά από τον ισημερινό προς τους πόλους σύμφωνα με την εξίσωση IGF. Στην πράξη, εν τούτοις, μεγάλης κλίμακας ανομοιογένειες που υπάρχουν στη γη, δημιουργούν αποκλίσεις των μετρούμενων τιμών του g στο επίπεδο της θάλασσας, σε σχέση με τις τιμές που αναμένονται από την εξίσωση IGF.

Πράγματι, το γεγονός ότι η τιμή του g δεν μεταβάλλεται ομαλά από τον ισημερινό προς τους πόλους, μπορεί να θεωρηθεί ως ένδειξη της παρουσίας πλευρικών ανομοιογενειών μέσα στη γη. Μπορεί κανείς να ιδεί και από άλλη σκοπιά την επίδραση αυτή. Εάν δεν υπήρχαν πλευρικές μεταβολές στην πυκνότητα της γης, η επιφάνεια της στάθμης της θάλασσας πάνω στην οποία δίδεται η τιμή βαρύτητας με τη σχέση *IGF*, θα ήταν μια ομαλή επιφάνεια «πεπλατυσμένης» σφαίρας, τα στοιχεία της οποίας έχουν περιγραφεί σε προηγούμενη παράγραφο. Στην πράξη, όμως, επειδή υπάρχουν ανομοιογένειες, η πραγματική επιφάνεια πάνω στην οποία δίδονται οι τιμές βαρύτητας *IGF*, είναι ακανόνιστη ή καλύτερα κυματοειδής. Αυτή η επιφάνεια είναι γνωστή ως γεωειδές. Το γεωειδές μπορεί να κατασκευασθεί είτε από επιφανειακές μετρήσεις του g ή από δορυφορικές παρατηρήσεις. Μια εικόνα του γεωειδούς από δορυφορικές παρατηρήσεις φαίνεται στην εικόνα 2-3, όπου παρατηρούνται οι κυματοειδείς μορφές μέχρι του ύψους (βάθους) δεκάδων μέτρων.



Εικόνα 2-3. Το γεωειδές κατασκευασμένο από δορυφορικές παρατηρήσεις βαρύτητας. Οι μονάδες των ισότιμων καμπύλων είναι σε μέτρα, με ισοδιάσταση 10m. (Πηγή: Gaposchkin, 1966)

Στην εικόνα 2-4α φαίνεται η σχέση μεταξύ του γεωειδούς και του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής της γης. Η ύπαρξη περίσσειας μάζας (εικ. 2-4β) δημιουργεί στρέβλωση του πεδίου με αποτέλεσμα την απόκλιση του ελλειψοειδούς και τη δημιουργία του γεωειδούς.





## 2.4 Διορθώσεις βαρύτητας

Ο γεωφυσικός που χρησιμοποιεί τη βαρύτητα ως ένα εργαλείο για τη διερεύνηση της δομής της γης, ελάχιστα ενδιαφέρεται για τις απόλυτες τιμές του g, παρά μόνο για τις σχετικές τιμές του. Αυτό που προσπαθεί να κάνει είναι να ορίσει τις ανομοιογένειες και τις διαφορές (αντιθέσεις) των πυκνοτήτων σε εκείνη την περιοχή της γης που ερευνά. Το ενδιαφέρον στοιχείο εδώ είναι η εξέταση της διαφοράς μεταξύ της επίδρασης ενός ιδιαίτερου χαρακτηριστικού στη βαρύτητα και η επίδραση που προκύπτει εάν δεν είναι παρόν το χαρακτηριστικό αυτό. Αυτό λοιπόν που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι μόνο οι επιδράσεις στη τιμή της βαρύτητας.

Γενικά, μετριέται το g σε ένα σημείο στην περιοχή έρευνας και σε ένα σημείο αναφοράς μακριά από την περιοχή, αλλά υπολογίζεται και ερμηνεύεται η τιμή Δg, δηλαδή η διαφορά μεταξύ της βαρύτητας στο σημείο μέτρησης και της βαρύτητας στο σημείο αναφοράς. Επειδή τέτοιες ανωμαλίες βαρύτητας είναι συνήθως πολύ μικρές, η μονάδα m s<sup>-2</sup> είναι υπερβολικά μεγάλη (κυμαίνεται μεταξύ 9,83 και 9,78 m s<sup>-2</sup>). Οι ανωμαλίες βαρύτητας μετριούνται συνήθως σε μονάδες βαρύτητας (g.u) όπου:

1 Gal = 1 cm s<sup>-2</sup> = 0.01 ms<sup>-2</sup>  $\eta$ 1 mGal = 10<sup>-3</sup> Gal = 10<sup>-3</sup> cm s<sup>-2</sup> = 10<sup>-5</sup> m s<sup>-2</sup> = 10 g.u.

Εφόσον το g είναι περίπου 10 m s<sup>-2</sup>, η μονάδα βαρύτητας είναι περίπου ένα δεκάκις εκατομμυριοστό της απόλυτης τιμής της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης. Δυστυχώς, η διαφορά βαρύτητας μεταξύ δύο σημείων (σταθμού μέτρησης και σημείου αναφοράς) εξαρτάται από πολλούς παράγοντες εκτός των μεταβολών της πυκνότητας. Από την στιγμή που υπάρχει η διαφορά  $\Delta g$ , στη συνέχεια χρειάζεται να εφαρμοσθούν «διορθώσεις» για να απαλειφθούν οι άλλες επιδράσεις, πριν κανείς προχωρήσει και συμπεράνει για τη φυσική κατάσταση του φλοιού στην ιδιαίτερη περιοχή έρευνας. Οι κυριότερες διορθώσεις που απαιτούνται, και οι λόγοι που τις επιβάλλουν, αναφέρονται παρακάτω.

#### 2.4.1 Γεωγραφικό Πλάτος

Έχει αναφερθεί ότι η βαρύτητα μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος (αυξάνει προς τα μεγαλύτερα πλάτη) λόγω του σχήματος της γης. Έτσι, εάν η γη ήταν τελείως ομοιόμορφη δομικά (δηλαδή και αν ακόμα δεν υπήρχαν πλευρικές μεταβολές πυκνότητας) θα υπήρχε μια πεπερασμένη τιμή του  $\Delta g$  μεταξύ του σημείου μέτρησης και του σημείου αναφοράς, εάν τα δύο σημεία ήταν σε διαφορετικό πλάτος. Η επίδραση του πλάτους πρέπει να εξαλειφθεί από τη μετρηθείσα τιμή της διαφοράς βαρύτητας  $\Delta g$ , πριν δοθεί οποιαδήποτε ερμηνεία σχετικά με τις μεταβολές της πυκνότητας.

Δεχόμενοι ότι η μεταβολή του g με το πλάτος δίδεται από την εξίσωση IGF, προκύπτει από τη σχέση (10) (έπειτα από παραγώγιση) ότι, εάν το σημείο μέτρησης και το σημείο αναφοράς διαφέρουν στο πλάτος κατά  $\Delta \varphi$ , η διαφορά στη βαρύτητα  $\Delta_1$ g, που εισάγεται μέσα στη μετρηθείσα διαφορά της βαρύτητας,  $\Delta g$ , προκύπτει από τη σχέση:

## $\Delta_1 g = [51723 \, \eta \mu(2\phi)] \, \Delta \phi$ g.u. ανά ακτίνιο (13)

Εάν η διαφορά  $\Delta \varphi$  ειναι μικρή, το  $\Delta_1 g$  μπορεί να υπολογισθεί σε συνάρτηση με την απόσταση, μεταξύ του σημείου μέτρησης και του σημείου αναφοράς και σε διεύθυνση βορρά-νότου, από τη σχέση:

```
\Delta_1 g = 0.81 ημ(2φ) g.u. ανά 100 μέτρα (14)
```

Εάν το σημείο μέτρησης βρίσκεται σε μεγαλύτερα πλάτη από το σημείο αναφοράς (δηλαδή όπου η επίδραση του πλάτους στο g είναι μεγαλύτερη), η διόρθωση  $\Delta_1 g$  πρέπει να αφαιρεθεί από το  $\Delta g$ . Αντίστροφα, εάν το σημείο μέτρησης βρίσκεται σε χαμηλότερα πλάτη από το σημείο αναφοράς, το  $\Delta_1 g$  πρέπει να προστεθεί. Εάν η μεταξύ βορρά-νότου απόσταση του σημείου μέτρησης και του σημείου αναφοράς είναι γνωστή με ακρίβεια 10 μέτρων, το σφάλμα που υπεισέρχεται θα είναι μικρότερο από 0,1 g.u.

### 2.4.2 Υψόμετρο

Η εξίσωση (4) δείχνει ότι το g μεταβάλλεται με την απόσταση (r) από το κέντρο της γης σύμφωνα με το λόγο  $1/r^2$ . Αυτό υπαγορεύει ότι το g θα ελαττώνεται με την αύξηση του υψομέτρου από την επιφάνεια της γης και επομένως εάν τα σημεία μέτρησης και αναφοράς δεν είναι στο ίδιο υψόμετρο, τότε θα προκύπτει μια επίδραση στο Δg.

Ας υποθέσουμε ότι το σημείο μέτρησης βρίσκεται σε ένα ύψος h πάνω από το σημείο αναφοράς. Τότε εάν το σημείο αναφοράς είναι σε μια απόσταση r από το κέντρο της γης, το σημείο μέτρησης θα είναι σε μια απόσταση (r+h) από το κέντρο της γης. Εάν  $g_p$  είναι η τιμή της βαρύτητας στο σημείο αναφοράς, τότε από τη σχέση (4) έχουμε:

$$g_p = \frac{GM}{r^2} \tag{15}$$

Εάν gs είναι η τιμή της βαρύτητας στο S, τότε από την ίδια σχέση έχουμε:

$$g_s = \frac{GM}{(r+h)^2} \tag{16}$$

Διαιρώντας την εξίσωση (16) με την εξίσωση (15) έχουμε:

$$\frac{g_{s}}{g_{p}} = \frac{r^{2}}{(r+h)^{2}}$$
(17)

Εάν το υψόμετρο h είναι μικρό, είναι μαθηματικά επιτρεπτό να γραφεί η παραπάνω σχέση (αναπτύσσοντας σε δυωνυμική σειρά και λαμβάνοντας μόνο τους δύο πρώτους όρους) ως:

$$g_{s} = g_{p} \left( 1 - \frac{2h}{r} \right) = g_{p} - \frac{2hg_{p}}{r}$$
 (18)

Έτσι, η διαφορά στη βαρύτητα,  $\Delta_2 g$ , μεταξύ των σημείων μέτρησης και αναφοράς που οφείλεται στην επίδραση του υψομέτρου είναι:

$$\Delta_2 g = g_p - g_s = \frac{2hg_p}{r} \tag{19}$$

Για πρακτικούς λόγους, ως r λαμβάνεται η μέση ακτίνα της γης (R= 6.367 km) και λαμβάνοντας ως μέση τιμή του g την τιμή 980.625 mGal, η σχέση (17) γίνεται:

$$\Delta_2 g = 3,086 \text{ h g.u.}$$
 (20)

όπου h μετριέται σε μέτρα.

Εάν το σημείο μέτρησης βρίσκεται υψηλότερα από το σημείο αναφοράς, το h είναι θετικό και το  $\Delta_2 g$  είναι θετικό και πρέπει να προστεθεί στο  $\Delta g$ . Αντίστροφα, εάν το σημείο μέτρησης βρίσκεται χαμηλότερα του σημείου αναφοράς (το h είναι αρνητικό), το  $\Delta_2 g$  πρέπει να αφαιρεθεί. Εάν το  $\Delta_2 g$  είναι γνωστό με ακρίβεια 0,1 g.u., η υψομετρική διαφορά h, μεταξύ του σημείου μέτρησης και του σημείου αναφοράς πρέπει να είναι γνωστή με ακρίβεια 4 cm.

Η σχέση (18) μπορεί να προκύψει επίσης, από την πρώτη παράγωγο του g της σχέσης (13), ως προς R, η οποία δίδει τη μεταβολή της βαρύτητας (Δg) με την αύξηση της απόστασης από το κέντρο της γης (δηλαδή την αύξηση του υψομέτρου  $\Delta R$ ):

$$\lim_{\Delta R \to 0} \frac{\Delta g}{\Delta R} = \frac{dg}{dR} = -2\left(\frac{GM}{R^3}\right) = \frac{-2}{R}\left(\frac{GM}{R^2}\right) = \frac{-2}{R}\left(g\right)$$
(21)

Θέτοντας τις μέσες τιμές για το g και την ακτίνα R, λαμβάνεται η σχέση:

$$\frac{dg}{dR} \approx -0.3086 m Gal / m \tag{22}$$

όπου dg/dR ισούται με τη μέση τιμή μεταβολής της βαρύτητας με την αύξηση του υψομέτρου κατά ένα μέτρο. Η συνολική μεταβολή βαρύτητας λόγω υψομέτρου h, δίδεται από τη σχέση,

$$\Delta_2 g = -0,3086 \text{ x h mGal}$$
 (23)

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει την ελάττωση της βαρύτητας μετά του υψομέτρου.

# 2.4.3 Υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ του σημείου μέτρησης και του σημείου αναφοράς

Η διόρθωση υψομέτρου  $\Delta_2 g$ , είναι γνωστή ως διόρθωση ελεύθερου αέρα, επειδή για τον υπολογισμό της έχει υποτεθεί ότι το μόνο υλικό που μεσολαβεί μεταξύ των σημείων μέτρησης και αναφοράς είναι ο αέρας. Στην πράξη όμως, πέραν της υψομετρικής διαφοράς μεταξύ των σημείων μέτρησης και αναφοράς που οφείλεται στην τοπογραφία, υπάρχει και η μάζα που δεν έχει ληφθεί υπόψη. Εάν τα δύο σημεία μέτρησης και αναφοράς βρίσκονται στην επιφάνεια της γης, αλλά λόγω της τοπογραφίας το σημείο μέτρησης βρίσκεται σε υψόμετρο μεγαλύτερο του σημείου αναφοράς, τότε η βαρύτητα στο σημείο μέτρησης θα είναι

μικρότερη από το σημείο αναφοράς κατά μια ποσότητα  $\Delta_2 g$  (διόρθωση ελεύθερου αέρα), επειδή το σημείο μέτρησης είναι πιο μακριά από το κέντρο της γης σε σχέση με το σημείο αναφοράς. Την ίδια όμως στιγμή, η βαρύτητα στο σημείο μέτρησης θα είναι μεγαλύτερη από εκείνη στο σημείο αναφοράς κατά ένα ποσό  $\Delta_3 g$ , επειδή ασκείται μια επί πλέον έλξη από τη μάζα πυκνότητας  $\rho$ , που βρίσκεται μεταξύ των επιπέδων του σημείου μέτρησης και του σημείου αναφοράς. Μπορεί να δειχθεί ότι:

$$\Delta_3 g = 2\pi G \rho h = 41,91 \times 10^{-5} \rho h \quad \text{g.u.}$$
(24)

όπου h είναι σε μέτρα και  $\rho$  είναι σε kg m<sup>-3</sup>.

Η διόρθωση Δ<sub>3</sub>g πρέπει να αφαιρεθεί από το Δg εάν το σημείο μέτρησης είναι υψηλότερα από το σημείο αναφοράς και να προστεθεί εάν το σημείο μέτρησης είναι χαμηλότερα του σημείου αναφοράς. Η ποσότητα Δ<sub>3</sub>g είναι γνωστή ως διόρθωση Bouguer και λαμβάνει υπόψη, αντίθετα με τη διόρθωση ελεύθερου αέρα, την πυκνότητα ρ. Για ένα τυπικό πέτρωμα του φλοιού της γης με πυκνότητα π.χ. 2,67x10<sup>3</sup> kg m<sup>-3</sup> και εάν το σημείο μέτρησης βρίσκεται ένα μέτρο υψηλότερα του σημείου αναφοράς, τότε έχουμε:

από την εξίσωση (19)	$\Delta_3 g = 1,118$ g.u.
και από την εξίσωση (18)	$\Delta_2 g = 3,086 \text{ g.u.}$

Με άλλα λόγια, η διόρθωση Bouguer είναι τυπικά μικρότερη από την διόρθωση ελεύθερου αέρα. Έτσι, αν και οι διορθώσεις Bouguer και ελεύθερου αέρα έχουν αντίθετο πρόσημο, η βαρύτητα που μετριέται στην επιφάνεια της γης γενικά θα ελαττώνεται με το υψόμετρο κατά 1,968 g.u., όπως φαίνεται παραπάνω.

## 2.4.4 Τοπογραφία

Η βαρύτητα στο σημείο μέτρησης της εικόνας 2-5α θα επηρεάζεται (μικρότερη τιμή), επειδή ο λόφος πλησίον του σημείου μέτρησης θα ασκεί μια έλξη, της οποίας το αποτέλεσμα θα έχει φορά προς τα πάνω. Ομοίως, η βαρύτητα στο σημείο μέτρησης της εικόνας 2-5β θα έχει επίσης μικρότερη τιμή, επειδή η κοιλάδα έχει αφαιρέσει μια ελκτική μάζα που βρίσκεται κάτω από το σημείο μέτρησης.

67



Τα πρόσημα των επιδράσεων που περιλαμβάνονται εδώ φαίνονται παραστατικά στην εικόνα 2-6.



Εικόνα 2-6. Η παρουσία του λόφου (Α) ασκεί μια έλξη της μάζας που βρίσκεται στο σημείο S προς τη διεύθυνση του βέλους (+), μειώνοντας τη βαρύτητα. Η παρουσία της κοιλάδας (B) έχει αφαιρέσει μια ελκτική μάζα και έτσι ασκεί μια «αρνητική» έλξη προς τη διεύθυνση του βέλους (-) ή μια θετική έλξη προς την αντίθετη διεύθυνση. Η επίδραση επομένως της κοιλάδας έχει το ίδιο πρόσημο με τον λόφο και μειώνει τη τιμή βαρύτητας στο σημείο S.

Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτει ότι, η μέτρηση βαρύτητας πρέπει να διορθωθεί από επιδράσεις λόφων και κοιλάδων που βρίσκονται κοντά στο σημείο μέτρησης (S). Ουσιαστικά δηλαδή πρέπει να ληφθεί υπόψη η επίδραση της τοπογραφίας ή η κατανομή των τοπογραφικών μαζών γύρω από το σημείο μέτρησης. Η επίδραση αυτή υπολογίζεται διαιρώντας την περιοχή γύρω από το σημείο μέτρησης σε «διαμερίσματα», όπως φαίνεται στην εικόνα 2-7.



Το μέσο υψόμετρο καθενός διαμερίσματος στη συνέχεια υπολογίζεται, αδιαφορώντας για το πρόσημο του υψομέτρου επειδή η διόρθωση είναι πάντα προσθετική (με άλλα λόγια, κάθε μεταβολή στη τοπογραφία ελαττώνει την βαρύτητα και κατά συνέπεια η διόρθωση πρέπει να είναι πάντα προσθετική στο  $\Delta g$ ). Στη συνέχεια, η επίδραση στην βαρύτητα λόγω υψομέτρου (μέσου) καθενός διαμερίσματος προσδιορίζεται από ειδικά κατασκευασμένους πίνακες.

Η τοπογραφική διόρθωση,  $\Delta_4 g$ , η οποία πρέπει να προστεθεί στο  $\Delta g$  λαμβάνεται από το άθροισμα των διορθώσεων των επί μέρους διαμερισμάτων.

Από τη στιγμή που έχουν υπολογισθεί οι διορθώσεις, γεωγραφικού πλάτους, ελεύθερου αέρα, Bouguer και τοπογραφική, είναι δυνατόν να υπολογισθεί μια «διορθωμένη» τιμή για την διαφορά βαρύτητας μεταξύ των σημείων μέτρησης και αναφοράς, μια τιμή η οποία έχει απαλλαχθεί από όλες τις επιδράσεις, εκτός από τις μεταβολές της πυκνότητας κάτω από την επιφάνεια του εδάφους στην περιοχή έρευνας.

Γενικά, η τιμή αυτή δίδεται από τη σχέση:

# Διορθωμένη τιμή = $\Delta g \pm \Delta_1 g \pm \Delta_2 g \pm \Delta_3 g + \Delta_4 g$ (25)

Όπου σε κάθε περίπτωση το + ή – πρόσημο επιλέγεται σύμφωνα με το σχετικό κριτήριο α), β) ή γ) που αναφέρεται παραπάνω.

# 2.5 Ανωμαλίες βαρύτητας

Οι βαρυτικές παρατηρήσεις (μετρήσεις) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ερμηνευθούν μεταβολές στη μάζα (πυκνότητα) κάτω από διαφορετικές περιοχές της γης. Για να ανιχνευθούν οι διαφορές αυτές στη μάζα, πρέπει να αφαιρεθούν από τους σταθμούς μέτρησης οι μεταβολές της βαρύτητας που υπάρχουν από τον ισημερινό μέχρι τους πόλους. Αυτό επιτυγχάνεται με τον προσδιορισμό αρχικά της τιμής βαρύτητας στο γεωγραφικό πλάτος του σταθμού (θεωρητική τιμή βαρύτητας) και την εν συνεχεία αφαίρεση αυτής της τιμής από την πραγματική τιμή του σταθμού (μετρηθείσα τιμή βαρύτητας), προκύπτοντας έτσι μια ανωμαλία βαρύτητας. Ανάλογα με το ποιές διορθώσεις έχουν ληφθεί για τον προσδιορισμό των βαρυτικών ανωμαλιών προκύπτουν αντίστοιχες ανωμαλίες, όπως η βαρυτική ανωμαλία Εοuguer και η πλήρης βαρυτική ανωμαλία Bouguer (η οποία συμπεριλαμβάνει και την τοπογραφική διόρθωση).

## 2.5.1 Βαρυτική ανωμαλία ελεύθερου αέρα.

Η τιμή της ανωμαλίας αυτής προκύπτει λαμβάνοντας υπόψη τις διορθώσεις γεωγραφικού πλάτους και του υψομέτρου του σταθμού μέτρησης. Η τιμή της ανωμαλίας αυτής,  $\Delta g_{f.a}$ , δίδεται παρακάτω:

$$\Delta g_{\rm f.a} = g - g_{\rm t} + \Delta_2 g \qquad (26)$$

όπου g είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στο σημείο μέτρησης και gt είναι η θεωρητική τιμή βαρύτητας για το γεωγ. πλάτος του σημείου μέτρησης

Ας σημειωθεί ότι στην παραπάνω εξίσωση:

- Η αφαίρεση της θεωρητικής βαρύτητας g<sub>t</sub> από την μετρηθείσα τιμή g, διορθώνει για το πλάτος, αλλά λαμβάνει υπόψη και την πλάτυνση της γης και
- 2) Η πρόσθεση της διόρθωσης ελεύθερου αέρα, Δ<sub>2</sub>g, επαναφέρει την βαρύτητα που μειώθηκε λόγω υψομέτρου, διορθώνοντας έτσι για την αύξηση της ακτίνας R μέχρι του κέντρου της γης.

Η ανωμαλία ελεύθερου αέρα ουσιαστικά είναι μια συνάρτηση των πλευρικών μεταβολών της μάζας (M στην εικόνα 2-8), επειδή οι επιδράσεις του πλάτους και του υψομέτρου ( $\varphi$  και  $\Delta R$  στην εικόνα 2-8) έχουν διορθωθεί.



Εικόνα 2-8. Τρεις παράγοντες προσδιορίζουν τη τιμή βαρύτητας στο σημείο μέτρησης:

- α) Το γεωγραφικό πλάτος (φ),
- β) η απόσταση από το επίπεδο αναφοράς (στάθμη της θάλασσας) μέχρι το σημείο μέτρησης (ΔR) και
- γ) η κατανομή της μάζας της γης (M), σχετικά με τη θέση του σημείου μέτρησης (η μάζα M περιλαμβάνει υλικό επάνω και κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας). Το γεωγραφικό πλάτος φ λαμβάνεται υπόψη κατά την αφαίρεση της θεωρητικής βαρύτητας από την παρατηρηθείσα τιμή βαρύτητας και το ΔR με τη διόρθωση του ελεύθερου αέρα. Η παραμένουσα τιμή είναι έτσι μια συνάρτηση της μάζας M.

Στην εικόνα 2-9 φαίνεται πώς ένα προφίλ με εναλλαγές ανωμαλιών ελεύθερου αέρα μπορεί να προκύψει από την παρουσία σωμάτων περίσσειας ή έλλειψης μάζας κάτω από τη μέση στάθμη της θάλασσας. Να σημειωθεί ότι η ανωμαλία δείχνει σχετικά υψηλές τιμές κοντά σε περίσσεια μάζας και χαμηλές τιμές κοντά σε έλλειψη μάζας.



## 2.5.2 Απλή βαρυτική ανωμαλία Bouguer.

Μετά την διόρθωση ελεύθερου αέρα η βαρύτητα μπορεί πάλι να διαφέρει από σταθμό σε σταθμό μέτρησης επειδή, εξακολουθούν να υπάρχουν διαφορές στη μάζα μεταξύ των σημείων μέτρησης και του επιπέδου της θάλασσας (επιπέδου αναφοράς). Σχετικά με τις παράκτιες περιοχές, οι ορεινές περιοχές θα έχουν επί πλέον μάζα, η οποία θα τείνει να αυξήσει την βαρύτητα (εικ. 2-10α).





- α) η επί πλέον μάζα των οροσειρών προκαλεί υψηλότερη τιμή βαρύτητας σχετικά με περιοχές που βρίσκονται κοντά στο επίπεδο της θάλασσας.
- β) Για να υπολογισθεί η επίδραση της επί πλέον μάζας πάνω από τη στάθμη της θάλασσας, η διόρθωση Bouguer υποθέτει μια πλάκα άπειρης έκτασης, πυκνότητας (ρ), πάχους (h) που είναι ίσο με το υψόμετρο του σημείου μέτρησης.

Η διόρθωση Bouguer λαμβάνει υπόψη την βαρυτική έλξη της μάζας πάνω από το επίπεδο αναφοράς (της μέσης στάθμης της θάλασσας). Αυτό επιτυγχάνεται προσεγγίζοντας τη μάζα ως μια άπειρη σε έκταση πλάκας, πλάτους h ίσης με το υψόμετρο του σταθμού (εικ. 2-10β). Η έλξη μιας τέτοιας πλάκας δίδεται από τη σχέση (24).

## 2.5.2.α Βαρυτική ανωμαλία Bouguer στη ξηρά

Για περιοχές πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας (εικ. 2-10α) η απλή ανωμαλία Bouguer,  $\Delta g_B$ , προκύπτει με την αφαίρεση της επίδρασης της άπειρης πλάκας ( $\Delta_3 g$ ), από την ανωμαλία ελεύθερου αέρα:

$$\Delta g_{\rm B} = \Delta g_{\rm fa} - \Delta_3 g \qquad (27)$$

Για να υπολογισθεί η διόρθωση Bouguer, πρέπει να θεωρηθεί μια πυκνότητα (ρ) για την άπειρη πλάκα (πυκνότητα αναγωγής). Ως πυκνότητα αναγωγής συνήθως λαμβάνεται η τιμή 2,67 g / cm<sup>3</sup>, μια τυπική τιμή πυκνότητας για γρανίτη.

Όπως, η βαρυτική ανωμαλία ελεύθερου αέρα, η βαρυτική ανωμαλία Bouguer αντανακλά αλλαγές στη κατανομή της μάζας κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Η ανωμαλία Bouguer, εν τούτοις, έχει μια επί πλέον διόρθωση, αφαιρώντας τη μεγαλύτερη επίδραση της περίσσειας μάζας πάνω από το επίπεδο της θαλάσσιας στάθμης (στη ξηρά). Οι διορθώσεις Bouguer που εφαρμόζονται στο προφίλ βαρυτικής ανωμαλίας ελεύθερου αέρα της εικόνας 2-9, θα δώσουν ένα προφίλ ανωμαλίας Bouguer, όπως φαίνεται στην εικόνα 2-11.

Τα δύο προφίλ δείχνουν τρεις γενικές ιδιότητες των βαρυτικών ανωμαλιών:

- Για σταθμούς πάνω από τη στάθμη της θάλασσας, η ανωμαλία Bouguer είναι πάντοτε μικρότερη από εκείνη του ελεύθερου αέρα (η έλξη της μάζας πάνω από τη στάθμη θάλασσας έχει αφαιρεθεί από την ανωμαλία ελεύθερου αέρα).
- 2) Μικρού μήκους κύματος αλλαγές στην ανωμαλία ελεύθερου αέρα, που οφείλονται σε απότομες τοπογραφικές αλλαγές, έχουν αφαιρεθεί με την εφαρμογή της διόρθωσης Bouguer. Η ανωμαλία Bouguer είναι επομένως ομαλότερη από εκείνη της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα.
- Περίσσεια μάζας προκαλεί θετική αλλαγή στη βαρυτική ανωμαλία, ενώ έλλειψη μάζας προκαλεί αρνητική αλλαγή.



## 2.5.2.β Βαρυτική ανωμαλία Bouguer στη θάλασσα

Σε περιοχές που καλύπτονται από θάλασσα, η βαρύτητα μετριέται συνήθως στην επιφάνεια του νερού (εικ. 2-12β). Με την αυστηρή έννοια του όρου, οι ανωμαλίες Bouguer στο επίπεδο της θάλασσας είναι ακριβώς οι ίδιες με τις ανωμαλίες ελεύθερου αέρα, διότι τα υψόμετρα των σταθμών είναι μηδέν:

$$\Delta g_{\rm B} = \Delta g_{\rm fa} - 0.0419 \,\rho {\rm h} : {\rm h} = 0 \,\kappa \alpha \iota \,\Delta g_{\rm B} = \Delta g_{\rm fa} \qquad (28)$$

όπου  $\rho$  είναι σε g/cm<sup>3</sup> και h σε μέτρα





- α) Στη ξηρά, ως τιμή της πυκνότητας λαμβάνεται συνήθως +2.67 g/cm<sup>3</sup>. Το πάχος της πλάκας είναι ίσο με το υψόμετρο του σταθμού παρατήρησης (h).
- β) Στη θάλασσα, ως πυκνότητα λαμβάνεται η τιμή -1.64 g/cm<sup>3</sup>, που είναι η διαφορά μεταξύ του θαλασσινού νερού (+1.03 g/cm<sup>3</sup>) και του υποκείμενου πετρώματος (+2.67 g/cm<sup>3</sup>). Το πάχος της πλάκας είναι ίσο με το βάθος του νερού (h<sub>w</sub>).

Ένας τύπος διόρθωσης Bouguer μπορεί, εν τούτοις, να εφαρμοσθεί, επειδή η πυκνότητα και το βάθος του θαλασσινού νερού είναι γνωστά. Αντί, να αφαιρεθεί η μάζα, όπως γίνεται στην ξηρά, η επίδραση μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από την εναπόθεση «σκυροδέματος» για να πληρωθεί ο χώρος που καταλαμβάνει η θάλασσα. Έτσι, η διόρθωση Bouguer στη θάλασσα θα απεικονισθεί με μια άπειρη πλάκα, ίση με το βάθος του νερού και με πυκνότητα ίση με τη διαφορά μεταξύ του νερού και του «σκυροδέματος».

$$\Delta_5 g = 0.0419 \rho h = 0.0419 (\rho_w - \rho_c) h_w \qquad (29)$$

όπου

 $\Delta_5 g = \Delta$ ιόρθωση Bouguer στη θάλασσα

 $\rho_w = πυκνότητα θαλασσινού νερού$ 

 $\rho_c = \pi$ υκνότητα «σκυροδέματος»

 $h_{\rm w}$  = βάθος στήλης νερού κάτω από το σημείο μέτρησης

Υποθέτοντας ότι  $\rho_w = 1,03 \text{ g/cm}^3$  και  $\rho_c = 2,67 \text{ g/cm}^3$ 

$$\Delta_5 g = 0.0419 (-1.64 \text{ g/cm}^3) h_w = -0.0687 (\text{mGal/m}) \text{ x } h_w$$
 (30)

όπου  $\Delta_5 g$  είναι σε mGal και  $h_w$  σε μέτρα.

Έτσι, η ανωμαλία Bouguer στη θάλασσα ορίζεται ( $\Delta g_{Bs}$ ), εάν αφαιρεθεί η διόρθωση Bouguer από την ανωμαλία ελεύθερου αέρα:

$$\Delta g_{\rm Bs} = \Delta g_{\rm fa} - \Delta_5 g \qquad (31)$$

Να σημειωθεί ότι το νερό υποδηλώνει έλλειψη μάζας όταν συγκρίνεται με γειτονικές μάζες ξηράς. Η αρνητική διόρθωση Bouguer στη θάλασσα σημαίνει ότι κάποια τιμή πρέπει να προστεθεί στη ανωμαλία ελεύθερου αέρα για να υπολογισθεί η ανωμαλία Bouguer.

## $\Delta g_{\rm Bs} = \Delta g_{\rm fa} + (0,0687 \text{ mGal/m}) h_{\rm w} \qquad (32)$

#### 2.5.3 Πλήρης βαρυτική ανωμαλία Bouguer.

Η εφαρμογή της διόρθωσης της άπειρης πλάκας που περιγράφηκε προηγουμένως, προσδιορίζει την απλή ανωμαλία Bouguer. Η διόρθωση αυτή είναι κανονικά αρκετά καλή για να προσεγγίσει τη μάζα που βρίσκεται πάνω από το επίπεδο αναφοράς (στάθμη θάλασσας) στη γειτνίαση του σταθμού μέτρησης (εικ. 2-13α). Σε περιοχές με έντονο ανάγλυφο, εν τούτοις, μπορεί να υπάρξουν σημαντικές επιδράσεις που οφείλονται στην παρουσία κοντινών ορεινών όγκων που έλκουν προς τα πάνω τη μάζα του βαρυτόμετρου στο σταθμό μέτρησης ή στην παρουσία κοιλάδων, οι οποίες μεν δεν περιέχουν μάζα, αλλά έχει αφαιρεθεί η επίδραση τους με τη διόρθωση Bouguer (εικ. 2-13β). Για αυτούς τους σταθμούς πρέπει να εφαρμοσθούν τοπογραφικές διορθώσεις, προκύπτοντας έτσι η πλήρης ανωμαλία Bouguer, ( $\Delta g_{Bc}$ ):



Εικόνα 2-13. Τοπογραφική διόρθωση.

- α) Σε περιοχές χαμηλού ανάγλυφου, η προσέγγιση της διόρθωσης με την άπειρη πλάκα Bouguer, είναι ικανοποιητική. Δεν απαιτείται τοπογραφική διόρθωση.
- β) Περιοχές με υψηλό ανάγλυφο ή η παρουσία κοιλάδων απαιτούν την εφαρμογή τοπογραφικών διορθώσεων.

# 2.6 Μέτρηση της βαρύτητας

Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης μπορεί να μετρηθεί σε απόλυτες ή σχετικές τιμές (εικ. 2-14). Η απόλυτη τιμή βαρύτητας αντανακλά την πραγματική επιτάχυνση ενός αντικειμένου καθώς πίπτει προς την επιφάνεια της γης, ενώ η σχετική βαρύτητα είναι η διαφορά της επιτάχυνσης βαρύτητας σε ένα σταθμό σε σχέση με κάποιον άλλο.



Εικόνα 2-14.

- α) Απόλυτη τιμή
  βαρύτητας είναι η
  πραγματική επιτάχυνση
  βαρύτητας (g).
- β) Η σχετική τιμή βαρύτητας αντανακλά τη διαφορά της επιτάχυνσης βαρύτητας (Δg) μεταξύ ενός σταθμού (g<sub>1</sub>) σχετικά με ένα άλλο σταθμό (g<sub>2</sub>).

## 2.6.1 Απόλυτη τιμή βαρύτητας.

Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι προσδιορισμού της απόλυτης τιμής βαρύτητας. Η μέθοδος του πίπτοντος βάρους (εικ. 2-15α), όπου η ταχύτητα και η μετατόπιση ενός ελεύθερα πίπτοντος σώματος μετριούνται και η απόλυτη τιμή της βαρύτητας υπολογίζεται από τον τύπο

$$z = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \qquad (34)$$

όπου z = aπόσταση που διανύει το πίπτον σώμα t = χρόνος που απαιτείται να διανύσει απόσταση z  $V_0 = αρχική ταχύτητα σώματος$ g = απόλυτη τιμή βαρύτητας

Α απόλυτη τιμή βαρύτητας δίδεται από τη σχέση:

$$g = 2(z - V_0 t)/t^2$$
 (35)

A)  $\Pi(\pi \tau \circ V = V_0)$ T = t  $V = V_t$ B)  $E \kappa \kappa \rho \epsilon \mu \epsilon \zeta$  T = t T = t  $V = V_t$  Εικόνα 2-15. Μέτρηση της απόλυτης τιμής βαρύτητας. α) Πίπτον βάρος. Το αντικείμενο επιταχύνεται από μια αρχική ταχύτητα V<sub>0</sub>, τη χρονική στιγμή (T=0), σε μια ταγύτητα V, σε χρόνο (T=t), καθώς πίπτει διανύοντας μια απόσταση (z). β) Εκκρεμές. Η επιτάχυνση βαρύτητας είναι μια συνάρτηση του μήκους (L) του εκκρεμούς και της περιόδου ταλάντωσης (Τ).

Χρησιμοποιώντας τη δεύτερη μέθοδο (εικ. 2-15β), ένα εκκρεμές ταλαντώνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$T = 2\pi \sqrt{L/g} \tag{36}$$

όπου  $T = \eta$  περίοδος ταλάντωσης του εκκρεμούς

L = το μήκος του εκκρεμούς

Η απόλυτη τιμή βαρύτητας υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$g = L\left(4\pi^2 / T^2\right) \qquad (37)$$

#### 2.6.2 Σχετική τιμή της βαρύτητας.

Η ακρίβεια που πρέπει να ληφθούν οι απόλυτες τιμές βαρύτητας καθιστά τις μετρήσεις αυτές ακριβές και χρονοβόρες. Οι σχετικές μετρήσεις βαρύτητας μπορούν να γίνουν εύκολα και με ένα όργανο, το βαρυτόμετρο, το οποίο ουσιαστικά μετρά το μήκος ενός ελατηρίου (L, εικ. 2-16α). Η μάζα ενός σώματος αναρτάται από ένα ελατήριο το οποίο παραμένει σταθερό. Όταν το βαρυτόμετρο μεταφέρεται από ένα σταθμό σε ένα άλλο, η δύναμη (F) την οποία η μάζα (m) ασκεί στο ελατήριο ποικίλλει ανάλογα με την τοπική επιτάχυνση της βαρύτητας (g):

$$F = \operatorname{mg} \operatorname{\kappaal} g = F/\mathrm{m}$$
 (38)

Με άλλα λόγια, η μάζα θα ζυγίζει περισσότερο ή λιγότερο (άσκηση μεγαλύτερης ή μικρότερης δύναμης), εξαρτώμενη από την έλξη της βαρύτητας (g) στο σταθμό μέτρησης. Ένα βαρυτόμετρο απλά ζυγίζει μια μάζα σε διαφορετικούς σταθμούς. Το ελατήριο τεντώνεται  $(+\Delta L)$  όπου υπάρχει μεγαλύτερη βαρύτητα και συρρικνώνεται  $(-\Delta L)$ , όπου η βαρύτητα είναι μικρότερη (εικ. 2-16β).



Εικόνα 2-16. Μέτρηση της σχετικής τιμής βαρύτητας.

- α) Ένα βαρυτόμετρο μετρά το μήκος του ελατηρίου του (L), το οποίο είναι ανάλογο προς τη βαρύτητα (g).
- β) Μια δύναμη ( $F_1$ ) ασκείται σε ένα σταθμό και προκαλεί ένα μήκος ελατηρίου  $(L_l)$ . Το μήκος μπορεί να αλλάξει σε  $L_2$ , λόγω της διαφορετικής δύναμης  $(F_2)$  που ασκείται σε ένα άλλο σταθμό. Η δύναμη που ασκείται στη μάζα είναι μια συνάρτηση του g. Η αλλαγή στο μήκος του ελατηρίου (ΔL), είναι έτσι ανάλογη προς τη μεταβολή της βαρύτητας (Δg). γ) Χάρτης μιας σχετικής

Εάν γνωρίζουμε την απόλυτη τιμή βαρύτητας σε ένα αρχικό σημείο (σταθμός αναφοράς), μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το βαρυτόμετρο για να μετρήσουμε σε σημεία σχετικά με αυτόν τον σταθμό (εικ. 2-16γ). Η αρχική ανάγνωση (δηλαδή, το αρχικό μήκος του ελατηρίου) που μετριέται στο σταθμό αναφοράς παριστά την απόλυτη τιμή βαρύτητας σ' αυτό το σημείο. Οι μετρήσεις που λαμβάνονται στους άλλους σταθμούς, με τις αλλαγές του μήκους του ελατηρίου καταγράφονται για παραπέρα επεξεργασία. Το βαρυτόμετρο βαθμονομείται έτσι ώστε μια μεταβολή στο μήκος του ελατηρίου (ΔL) να παριστά μια ορισμένη αλλαγή στη βαρύτητα (Δg) σε mGal. Η επιτάχυνση (g) μπορεί να υπολογισθεί με την πρόσθεση της τιμής του Δg στην απόλυτη τιμή του σταθμού αναφοράς.

Στη θάλασσα, η μέτρηση της βαρύτητας είναι πολύπλοκη και οφείλεται στο γεγονός ότι η πλατφόρμα (η βάση) μέτρησης δεν είναι σταθερή. Επίσης, όπως συμβαίνει με την περιστροφή της γης, η ταχύτητα του πλοίου στο νερό προκαλεί μια φυγόκεντρο επιτάχυνση. Η ταχύτητα του πλοίου προστίθεται στην ταχύτητα περιστροφής της γης. Επομένως, μια επί πλέον διόρθωση πρέπει να προστεθεί στις θαλάσσιες βαρυτικές μετρήσεις, η οποία ονομάζεται διόρθωση Εötvös:

Όπου

 $EC = η \deltaιόρθωση Eötvös$ 

V = η ταχύτητα του πλοίου (σε κόμβους, 1 κόμβος = 1,852 km/hr = 0,5144 m/s)

φ = γεωγραφικό πλάτος σημείου παρατήρησης (σε μοίρες)

α = πορεία διεύθυνσης πλοίου (αζιμούθιο, σε μοίρες)

## 2.7 Ισοστασία

Μέχρι πρόσφατα οι τοπογράφοι οριζοντίωναν τα όργανα μέτρησης αναρτώντας ένα βάρος μολύβδου (νήμα της στάθμης) από ένα σχοινί. Στη γειτνίαση μεγάλων οροσειρών αναγνωρίσθηκε από παλιά ότι έπρεπε να εφαρμοσθεί μια διόρθωση, επειδή η περίσσεια μάζας των οροσειρών που βρίσκονταν αρκετά υψηλότερα από τη θέση του σταθμού παρατήρησης, προκαλούσε μια ελαφρά απόκλιση του νήματος της στάθμης από την κατακόρυφο (εικ. 2-17α). Στα μέσα του 1800 μια μεγάλης κλίμακας έρευνα έλαβε χώρα στην Ινδία. Προσεγγίζοντας τα Ιμαλάια όρη από τα ομαλά επίπεδα προς νότο, η διόρθωση υπολογιζόταν και εφαρμοζόταν. Ένα συστηματικό λάθος, εν τούτοις, αργότερα αναγνωρίσθηκε, καθώς το νήμα της στάθμης δεν παρέκκλινε προς τα Ιμαλάια τόσο όσο είχε υπολογισθεί (εικ. 2-17β). Αυτή η διαφορά αποδόθηκε στην έλλειψη μάζας μέσα στη γη, κάτω από την περίσσεια μάζας των Ιμαλαΐων.



## 2.7.1 Μοντέλα Pratt και Airy (Τοπική ισοστασία)

Οι επιστήμονες πρότειναν δύο μοντέλα για να εξηγήσουν πώς η έλλειψη μάζας σχετίζεται με την τοπογραφία των Ιμαλαΐων.

Ο Pratt υπέθεσε ότι ο φλοιός της γης αποτελείται από τεμάχη διαφορετικής πυκνότητας. Τα τεμάχη με μικρότερη πυκνότητα πρέπει να προεκταθούν περισσότερο κατακόρυφα προς τον αέρα για να ασκήσουν την ίδια πίεση λεπτότερων τεμαχών υψηλότερης πυκνότητας (εικ. 2-18α). Η κατάσταση είναι ανάλογη με τεμάχη ξύλου, καθένα διαφορετικής πυκνότητας που επιπλέουν στο νερό. Με το μοντέλο Pratt η βάση του φλοιού είναι επίπεδη, έτσι ώστε η επιφάνεια ίσης πίεσης (βάθος εξισορρόπησης ή αντιστάθμισης) είναι ουσιαστικά μια επίπεδη ασυνέχεια μεταξύ φλοιού/μανδύα.



Στο μοντέλο Airy (εικ. 2-18β), τα τεμάχη του φλοιού έχουν την ίδια πυκνότητα, αλλά επιπλέουν σε υλικό υψηλότερης πυκνότητας (μανδύας της γης), με τον ίδιο τρόπο που επιπλέουν παγόβουνα (χαμηλής πυκνότητας) σε νερό (υψηλότερης πυκνότητας). Έτσι, η βάση του φλοιού μεγεθύνεται και αποτελεί το κατοπτρικό είδωλο της τοπογραφίας. Περιοχές

μεγάλου υψομέτρου έχουν χαμηλής πυκνότητας «ρίζες φλοιού» υποβαστάζοντας έτσι το βάρος τους.

Υδροστατική πίεση είναι η πίεση που ασκείται σε ένα σημείο μέσα στο σώμα του νερού. Ομοίως, η πίεση σε ένα δεδομένο βάθος μέσα στη γη (εικ. 2-19α) μπορεί να ορισθεί ως λιθοστατική πίεση, σύμφωνα με τη σχέση:

 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{g} \mathbf{z}$  (40)

όπου  $P = \eta$  πίεση σε ένα σημείο μέσα στη γη

 $\rho = \eta$  μέση πυκνότητα του υλικού πάνω από το σημείο

g = η επιτάχυνση βαρύτητας (~ 9,8 m/s<sup>2</sup>)

z = το βάθος του σημείου

Για τα μοντέλα Pratt και Airy (εικ. 2-19β), η πίεση που ασκείται από ένα τέμαχος του φλοιού εκφράζεται ως:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{g} \mathbf{h} \qquad (41)$$

όπου  $P = \eta$  πίεση που ασκείται από το τέμαχος του φλοιού

 $\rho = \eta \pi$ υκνότητα του τεμάχους του φλοιού

h =το πάχος του τεμάχους του φλοιού





β) Για τα μοντέλα Pratt και Airy, η πίεση εξαρτάται από την πυκνότητα και το πάχος (h) των τεμαχών του φλοιού. Η πίεση, και στα δύο μοντέλα, είναι η ίδια στο βάθος αντιστάθμισης.

Η πίεση και στα δύο μοντέλα πρέπει να είναι η ίδια παντού στο επίπεδο (βάθος) εξισορρόπησης. Για το μοντέλο Pratt, η βάση κάθε τεμάχους είναι ακριβώς στο βάθος εξισορρόπησης (αντιστάθμισης), έτσι ώστε:

$$\boldsymbol{P} = \rho_2 \boldsymbol{g} \mathbf{h}_2 = \rho_3 \boldsymbol{g} \mathbf{h}_3 = \rho_4 \boldsymbol{g} \mathbf{h}_4 = \rho_5 \boldsymbol{g} \mathbf{h}_5 \qquad (42)$$

όπου  $\rho_{2}, \rho_{3}, \rho_{4}, \rho_{5} = \eta$  πυκνότητα κάθε τεμάχους h<sub>2</sub>, h<sub>3</sub>, h<sub>4</sub>, h<sub>5</sub> = το πάχος κάθε τεμάχους

Διαιρώντας με τη σταθερά της επιτάχυνσης βαρύτητας (g) έχουμε:

$$P/g = \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3 = \rho_4 h_4 = \rho_5 h_5$$
 (43)

Στο ιδιαίτερο μοντέλο κατά Pratt που φαίνεται στην εικόνα 2-20α,  $\rho_5 < \rho_4 < \rho_3 < \rho_2 < \rho_1$ , όπου  $\rho_1$  είναι η πυκνότητα του υποστρώματος (μανδύας της γης).

Στο μοντέλο Airy η πυκνότητα του φλοιού (ρ<sub>2</sub>) είναι σταθερή και μικρότερη από εκείνη του μανδύα (ρ<sub>1</sub>). Μόνο το τέμαχος μεγίστου πάχους εκτείνεται μέχρι του βάθους εξισορρόπησης. Για το ισοστατικό μοντέλο Airy της εικόνας 2-20β, η πίεση που ασκείται στο βάθος εξισορρόπησης (διαιρούμενης δια του g) είναι:

$$\frac{P}{g} = \rho_2 h_5 = \left(\rho_2 h_4 + \rho_1 h_4'\right) = \left(\rho_2 h_3 + \rho_1 h_3'\right) = \left(\rho_2 h_2 + \rho_1 h_2'\right) \quad (44)$$

όπου  $h'_2$ ,  $h'_3$ ,  $h'_4$  = το πάχος της στήλης του μανδύα από τη βάση κάθε τεμάχους του φλοιού μέχρι του βάθους αντιστάθμισης.



**Εικόνα 2-20.** Σχέσεις μεταξύ της πυκνότητας (ρ) και του πάχους (h, h') για τα ισοστατικά μοντέλα Pratt και Airy.

Ενώ γενικά οι περιοχές που έχουν μελετηθεί παρουσιάζουν στοιχεία και από τις δύο υποθέσεις, η ισοστατική εξισορρόπηση είναι πλησιέστερα προς το μοντέλο του Airy παρά του Pratt. Μια πλήρης ισοστατική εξισορρόπηση κατά Airy, με περιοχές ηπειρωτικού και ωκεάνιου φλοιού και με αυξανόμενο πάχος φλοιού κάτω από τις οροσειρές, φαίνεται στην εικόνα 2-21. Να σημειωθεί ότι η ρίζα του φλοιού κάτω από υπερυψωμένες περιοχές είναι τυπικά 5 έως 8 φορές του ύψους του τοπογραφικού αναγλύφου. Στο βάθος εξισορρόπησης κάτω από κάθε περιοχή, δύο εξισώσεις μπορούν να εφαρμοσθούν.

 Η συνολική πίεση (P), που ασκείται από κάθε κατακόρυφη στήλη, διαιρούμενη από την επιτάχυνση βαρύτητας (g) είναι σταθερή:

$$\frac{P}{g} = \rho_a h_a + \rho_w h_w + \rho_c h_c + \rho_m h_m = \sigma \tau \alpha \theta \varepsilon \rho \dot{\eta} \qquad (45)$$

όπου

 $\rho_a$  = η πυκνότητα του αέρα  $h_a$  = το πάχος της στήλης αέρος, μέχρι του επιπέδου του μεγαλύτερου υψομέτρου  $\rho_w = \eta \pi \nu \kappa \nu \delta \tau \eta \tau a \tau o \nu ύ \delta a \tau o ζ$   $h_w = τo π άχος της υδάτινης στήλης$   $\rho_c = η π υ \kappa ν \delta τ \eta \tau a τ o υ φλοιού$   $h_c = τo π άχος τ o υ φλοιού$   $\rho_m = η π υ \kappa ν \delta τ \eta \tau a τ o υ μανδύα$   $h_m = τo π άχος τ ης στήλης τ o υ μανδύα μέχρι τ o υβάθους εξισορρόπησης$ 

2) Το συνολικό πάχος (T) κάθε κατακόρυφης στήλης είναι σταθερό:  $T = h_a + h_w + h_c + h_m = \text{σταθερό}$ (46)

Εάν η ισοστατική κολόνα (P/g) μπορεί να υπολογισθεί ή υποτεθεί για μια περιοχή, τότε με την επίλυση των δύο αυτών εξισώσεων μπορούν να εκτιμηθούν πάχη και/ή πυκνότητες κατακόρυφων στηλών άλλων περιοχών.



Εικόνα 2-21. Ισοστατικό μοντέλο Airy. Οι ωκεάνιες περιοχές έχουν λεπτό φλοιό, σγετικά με τις ηπειρωτικές περιοχές. Το επί πλέον μανδυακό υλικό κάτω από τον λεπτό ωκεάνιο φλοιό, σύρεται προς τα κάτω, μέχρι η υπερκείμενη λεκάνη πληρωθεί με νερό αρκετού βάθους για να αποκτήσει ισοστατική ισορροπία. Οι περιοχές των οροσειρών έχουν παχύ φλοιό, σχετικά με τις κανονικές ηπειρωτικές περιοχές. Η «ρίζα» του φλοιού ασκεί μια προς τα πάνω δύναμη (άνωση) μέχρι να επιτευχθεί ισορροπία με το κατάλληλο βάρος των οροσειρών.

## 2.8 Λιθοσφαιρική κάμψη - Μεγάλης κλίμακας ισοστασία

Τα μοντέλα Airy και Pratt υποθέτουν τοπική ισοστασία, όπου η εξισορρόπηση εμφανίζεται αμέσως κάτω από το φορτίο (εικ. 2-22α). Τα υλικά υποστήριξης συμπεριφέρονται σαν υγρά, ρέοντας για να προσαρμόσουν το φορτίο. Με άλλα λόγια, τα υλικά υποτίθεται ότι δεν έχουν συνοχή (ακαμψία).



# **Εικόνα 2-22.** Ο τύπος της ισοστατικής αντιστάθμισης εξαρτάται από την καμπτική συνοχή του υλικού υποστήριξης.

- α) Τοπική ισοστασία. Εκεί όπου δεν υπάρχει συνοχή στο υλικό, η αντιστάθμιση είναι ακριβώς κάτω από το φορτίο.
- β) Περιφερειακή ισοστασία. Υλικά με συνοχή κάμπτονται, κατανέμοντας το φορτίο σε μεγαλύτερη περιοχή.

Τα περισσότερα υλικά, εν τούτοις, έχουν συνοχή. Η επίδραση ενός φορτίου κατανέμεται πάνω σε μια ευρύτερη περιοχή, που εξαρτάται από τη καμπτική συνοχή του υλικού υποστήριξης. Τοιουτοτρόπως, τα μοντέλα μεγάλης κλίμακας ισοστασίας λαμβάνουν υπόψη τη λιθοσφαιρική αντοχή (εικ. 2-22β).

Ένα σύνηθες μοντέλο μεγάλης κλίμακας ισοστατικής εξισορρόπησης είναι εκείνο της ελαστικής πλάκας, η οποία κάμπτεται από τοπογραφικά και υποεπιφανειακά φορτία. Η ακαμψία (D) της πλάκας προσδιορίζει το βαθμό στον οποίο η πλάκα υποστηρίζει το φορτίο. Το μοντέλο της ελαστικής πλάκας είναι ανάλογο με τη δοκό κατάδυσης, όπου το φορτίο είναι ο δύτης που στέκεται κοντά στο άκρο της δοκού (εικ. 2-23). Μια λεπτή, ασθενής δοκός (μικρό D) κάμπτεται πολύ, ιδιαίτερα κοντά στο δύτη (εικ. 2-23α). Μια παχιά δοκός του ίδιου υλικού συμπεριφέρεται πιο άκαμπτα (εικ. 3-23β). Ο δύτης προκαλεί μικρότερη απόκλιση. Η ακαμψία (αντίσταση στη κάμψη) εξαρτάται από το ελαστικό πάχος κάθε δοκού.



## Εικόνα 2-23. Καμπτική ικανότητα.

α) Μια λεπτή σανίδα κατάδυσης έχει μικρή ακαμψία.

β) Μια παχιά σανίδα έχει υψηλή ακαμψία.

Η απόκλιση μίας δύο-διαστάσεων πλάκας, που οφείλεται σε ένα γραμμικό φορτίο που συμπιέζει την επιφάνεια της πλάκας, έχει μελετηθεί από τους Turcotte και Schubert (1982).

Το μοντέλο (εικ. 2-24α) υποθέτει ότι το υλικό κάτω από την πλάκα είναι υγρό. Η κατακόρυφη απόκλιση των σημείων κατά μήκος της επιφάνειας της πλάκας μπορεί να υπολογισθεί σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$D\left(d^4w/dx^4\right) + \left(\rho_b - \rho_a\right)gw = q(x) \tag{47}$$

όπου:

 $D = \eta$  ακαμψία της πλάκας

*w* = η κατακόρυφη απόκλιση της πλάκας

x = η οριζόντια απόσταση από το φορτίο στο σημείο της επιφανείας της πλάκας

 $\rho_{\alpha} = \eta \pi \nu \kappa \nu \delta \tau \eta \tau \alpha \tau \delta \nu \nu \delta \iota \kappa \delta \nu \delta \pi \delta \nu \delta \tau \eta \nu \pi \delta \delta \kappa \alpha$ 

 $\rho_b = \eta \pi \nu \kappa \nu \delta \tau \eta \tau a \tau \sigma \nu \nu \lambda \iota \kappa \sigma \nu \kappa \delta \tau \omega a \pi \delta \tau \eta \nu \pi \lambda \delta \kappa a$ 

 $g = \eta επιτάχυνση βαρύτητας$ 

q(x) = το φορτίο που εφαρμόζεται στην οροφή της πλάκας

Τέσσερις ενδιαφέρουσες περιπτώσεις παρουσιάζονται από την επίλυση της παραπάνω εξίσωσης (εικ. 2-24β):

- Μια ισχυρή λιθοσφαιρική πλάκα (μεγάλο D) θα έχει ένα μικρό πλάτος απόκλισης (μικρό w), που εκτείνεται σε ένα μεγάλο μήκος κύματος
- Μια ασθενής λιθοσφαιρική πλάκα (μικρό D) έχει μεγάλη απόκλιση (μεγάλο w), αλλά εκτείνεται σε μικρότερο μήκος κύματος
- Όπου οι πλάκες έχουν σημαντική αντοχή, αναπτύσσεται μια προς τα πάνω απόκλιση του υλικού σε κάποια απόσταση από το φορτίο
- 4) Οι πλάκες χωρίς συνοχή καταρρέουν σε μια τοπική ισοστατική ισορροπία.



- Εικόνα 2-24. α) Παράμετροι που υπεισέρχονται σε ένα δύο-διαστάσεων μοντέλο μιας πλάκας που κάμπτεται υπό το βάρος ενός φορτίου. Η πλάκα και το φορτίο εκτείνονται σε άπειρη απόσταση μέσα και έξω από τη σελίδα.
  - β) Θέσεις υφέσεων (ταπεινώσεων) και υβωμάτων (διογκώσεων) που σχηματίζονται στην επιφάνεια από μια καμπτόμενη πλάκα. Μια πλάκα με ισχυρή συνοχή έχει ρηχές αλλά ευρείες υφέσεις. Οι υφέσεις και τα περιφερειακά υβώματα έχουν μεγαλύτερα πλάτη σε πλάκα ασθενούς συνοχής, αλλά είναι κοντά στη θέση του φορτίου. Μια πλάκα με πολύ ασθενή συνοχή καταρρέει και αποκτά μια τοπική ισοστατική ισορροπία.

Δύο απλοποιημένα παραδείγματα λιθοσφαιρικής κάμψης φαίνονται στην εικόνα 2-25. Σε μια ζώνη καταβύθισης (εικ. 2-25α), η κάμψη είναι ανάλογη με εκείνη του άκρου της δοκού κατάδυσης (εικ. 2-23α). Το φορτίο προέρχεται από το ανάγλυφο της ιζηματογενούς ζώνης συσσώρευσης και του ηφαιστειακού τόξου της υπερκείμενης πλάκας. Η κάμψη της βυθιζόμενης πλάκας στην περιοχή της τάφρου και μακρύτερα προς τη θάλασσα εμφανίζει μια προς τα πάνω απόκλιση του υλικού του ωκεάνιου φλοιού.

Η μάζα των υψηλών οροσειρών θέτει ένα φορτίο στην πλάκα, το οποίο μπορεί να εκφρασθεί με δύο τρόπους (εικ. 2-25β):

- α) Ταπεινώσεις της επιφάνειας λόγω του φορτίου των οροσειρών και
- β) αποκλίσεις του υλικού προς τα πάνω, που μπορούν να πληρωθούν με ιζήματα σημαντικού πάχους.



# 2.9 Παραδείγματα ισοστασίας σε διαφορετικά γεωλογικά περιβάλλοντα

### 2.9.1 Ηπειρωτικό κράσπεδο

Ο μανδύας υπόκειται του λεπτού ωκεάνιου φλοιού στην περιοχή αυτή και βρίσκεται στο ίδιο βάθος με το μέσον του κατώτερου φλοιού της παρακείμενης ηπείρου. Η περίσσεια μάζας  $(+\Delta m)$  του μανδύα ασκεί μια δύναμη η οποία έλκει τον ωκεάνιο φλοιό προς τα κάτω. Από το μοντέλο του Airy προκύπτει ότι η ωκεάνιος λεκάνη βυθίζεται μέχρις ότου έχει αρκετό νερό (- $\Delta m$ ), έτσι ώστε η περιοχή βρεθεί σε ισοστατική ισορροπία. Το μοντέλο της εικόνας 2-26 είναι σε ισοστατική ισορροπία κατά Airy, σύμφωνα με τις τροποποιημένες παραμέτρους της εικόνας 2-21.



Εικόνα 2-26. Το ισοστατικό μοντέλο Airy για τη μεταβατική ζώνη παχύς ηπειρωτικός/λεπτός ωκεάνιος φλοιός, σε ηπειρωτικό κράσπεδο. Οι πυκνότητες του φλοιού και του μανδύα της γης είναι απλοποιημένες, έτσι ώστε να προκύψουν λογικές διαφορές για το νερό σε σχέση με τον ανώτερο ηπειρωτικό φλοιό (-1.64 g/cm<sup>3</sup>).

Πυκνότητες:

 $\rho_w = \eta \pi \nu \kappa \nu \delta \tau \eta \tau a \tau \sigma \nu \nu \epsilon \rho \sigma \delta = 1,03 \text{ g/cm}^3$   $\rho_c = \eta \pi \nu \kappa \nu \delta \tau \eta \tau a \tau \sigma \nu \phi \lambda \sigma \delta \sigma = 2,67 \text{ g/cm}^3$  $\rho_m = \eta \pi \nu \kappa \nu \delta \tau \eta \tau a \tau \sigma \nu \mu a \nu \delta \delta a = 3,1 \text{ g/cm}^3$ 

Τα πάχη της ωκεάνιας πλευράς είναι:

 $h_w =$  το πάχος της στήλης νερού = 5 km  $(h_c)_0 =$  το πάχος του ωκεάνιου φλοιού = 8 km  $h_m =$  το πάχος της επί πλέον στήλης του μανδύα = ;

Το πάχος της ηπειρωτικής πλευράς είναι:

 $(h_c)_c =$  το πάχος του ηπειρωτικού φλοιού = ;

Οι δύο άγνωστοι όροι  $(h_m \, \text{kau} \, (h_c)_c)$  μπορούν να υπολογισθούν από τις εξισώσεις που εκφράζουν τις δύο συνθήκες τοπικής ισοστατικής ισορροπίας.

Επιλύνοντας τις δύο εξισώσεις για τους δύο αγνώστους έχουμε:

 $(h_c)_c = 31,84 \text{ km}$  Kai  $h_m = 18,84 \text{ km}$ 

Το νερό βαθαίνοντας προς τη θάλασσα παρουσιάζει μια έλλειψη μάζας (-Δm), δηλαδή μια συνάρτηση του γινομένου του βάθους του νερού επί της διαφοράς πυκνότητας του ανώτερου φλοιού ( $\Delta \rho = \rho_w - \rho_c = -1,64 \text{ g/cm}^3$ ). Στην εικόνα 2-27α φαίνεται ότι η αρνητική συνεισφορά στη βαρυτική ανωμαλία συμβαίνει στη θέση της απότομης αλλαγής, όπου το νερό βαθαίνει.

Η περίσσεια μάζας (+Δm) που εξισορροπεί το πάχος του νερού, σχετίζεται με άνοδο του μανδύα σε μικρότερα υψόμετρα ( $\mathbf{h}_{m}$ ) επί την διαφορά πυκνοτήτων μεταξύ του μανδύα και του φλοιού ( $\Delta \rho = \rho_m - \rho_c = +0,43$  g/cm<sup>3</sup>; εικ. 2-27β). Σε μεγάλες αποστάσεις από το ηπειρωτικό κράσπεδο, η θετική συνεισφορά στη βαρύτητα (που οφείλεται στην άνοδο του μανδύα) έχει το ίδιο πλάτος όπως η αρνητική συνεισφορά (που οφείλεται στη βάθυνση του νερού), επειδή οι δύο επιδράσεις παριστούν αντισταθμιστικά περίσσεια και έλλειψη μάζας αντίστοιχα.

Η βαθμίδα από την συνεισφορά του μανδύα είναι περισσότερο ομαλή, διότι η ανώμαλη μάζα βρίσκεται βαθύτερα.

Η βαρυτική ανωμαλία ελεύθερου αέρα ( $\Delta g_{e,a}$ ) για το απλό μοντέλο του 'σταθερού' ηπειρωτικού κρασπέδου είναι το άθροισμα των συνεισφορών των ρηχών (νερού) και βαθιών (μανδύα) επιδράσεων (εικ. 2-27γ). Να σημειωθεί ότι η ανωμαλία είναι σχεδόν μηδενική πάνω από το εσωτερικό τμήμα της ηπείρου ή/και του ωκεανού, αλλά παρουσιάζει ένα μέγιστο πάνω από την ηπειρωτική παρυφή και ένα ελάχιστο πάνω από την ωκεάνια παρυφή. Αυτό το θετικό/αρνητικό ζεύγος, που είναι γνωστό ως επίδραση παρυφής, προκύπτει επειδή οι συνεισφορές που οφείλονται σε ρηχές ή βαθιές πηγές έχουν διαφορετικές βαθμίδες (κλίσεις).



**Εικόνα 2-27.** Οι κύριες βαρυτικές επιδράσεις στην περιοχή του ηπειρωτικού κρασπέδου έχουν ίσα πλάτη αλλά διαφορετικές βαθμίδες.

- α) Το νερό με ρηχό βάθος προκαλεί μια απότομη μεταβολή στη βαρύτητα (μεγάλη βαθμίδα).
- β) Το επί πλέον υλικό του μανδύα κάτω από τον ωκεάνιο φλοιό προκαλεί μια βαθύτερη επίδραση, προσδίδοντας μια λιγότερο απότομη μεταβολή στη βαρύτητα (ομαλή βαθμίδα).
- γ) Η ανωμαλία ελεύθερου αέρα στο ηπειρωτικό κράσπεδο είναι το αποτέλεσμα αυτής της θετικής/αρνητικής επίδρασης, που οφείλεται στο άθροισμα των συνεισφορών, οι οποίες έχουν ίσα μεν πλάτη αλλά διαφορετικές βαθμίδες.

Το απλό μοντέλο του 'σταθερού' ηπειρωτικού κρασπέδου δείχνει δύο σπουδαία χαρακτηριστικά της βαρυτικής ανωμαλίας ελεύθερου αέρα για μια περιοχή ισοστατικής ισορροπίας (εικ. 2-28α):

1) Οι τιμές είναι κοντά στο μηδέν (εκτός από τις επιδράσεις παρυφής), επειδή η περίσσεια μάζας ( $+\Delta m$ ) είναι ίση με την έλλειψη μάζας ( $-\Delta m$ ).

2) Στις επιδράσεις παρυφής, το εμβαδόν κάτω από τη καμπύλη της βαρυτικής ανωμαλίας ισούται με μηδέν, επειδή το ολοκλήρωμα της ανωμαλίας, σε σχέση με την απόσταση χ, είναι ίσο με μηδέν.



- Εικόνα 2-28. Ανωμαλίες ελεύθερου αέρα και Bouguer πάνω από ηπειρωτικό κράσπεδο σε τοπική ισοστατική ισορροπία.
  - α) Ισοστατική ισορροπία σημαίνει ότι η απόλυτη τιμή της περίσσειας μάζας  $(|+\Delta m|)$  ισούται με την απόλυτη τιμή της έλλειψης μάζας  $(|-\Delta m|)$ . Με αυτή τη ισότητα, το ολοκλήρωμα της μεταβολής βαρύτητας σε συνάρτηση με το x  $(\int \Delta g dx)$  ισούται με μηδέν. Το ολοκλήρωμα αυτό (ίσο με μηδέν) σημαίνει ότι οι θετικές και αρνητικές περιοχές της καμπύλης της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα έχουν άθροισμα μηδέν.
  - β) Η διόρθωση Bouguer στο επίπεδο της θάλασσας (εικ. 2-12β) εφαρμοζόμενη στο (α), παράγει τη γενική μορφή της ανωμαλίας Bouguer.

Στην εικόνα 2-29 φαίνεται ένα προφίλ βαρυτικής ανωμαλίας ελεύθερου αέρα και ένα μοντέλο πυκνοτήτων, για το 'σταθερό' ηπειρωτικό κράσπεδο της ανατολικής ακτής των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής. Η ανωμαλία ελεύθερου αέρα δείχνει καθαρά την επίδραση που οφείλεται στη βάθυνση του νερού καθώς και στην άνοδο του μανδύα. Επίσης,

φαίνεται μια έλλειψη ισοστατικής ισορροπίας, διότι η αρνητική επιφάνεια (κάτω από την καμπύλη) είναι μεγαλύτερη από την θετική επιφάνεια.

Η βαρυτική ανωμαλία Bouguer ( $\Delta g_B$ ) για το απλό μοντέλο του 'σταθερού' ηπειρωτικού κρασπέδου προκύπτει από την διόρθωση της έλλειψης μάζας του νερού για να προσεγγισθεί εκείνη του ανώτερου φλοιού (εικ. 2-28β). Έτσι, το απλό μοντέλο του 'σταθερού' ηπειρωτικού κρασπέδου δείχνει την γενική μορφή της ανωμαλίας Bouguer για μια περιοχή που βρίσκεται σε ισοστατική ισορροπία:

- Οι τιμές βαρυτικής ανωμαλίας είναι κοντά στο μηδέν πάνω από τον ηπειρωτικό φλοιό.
- Η ανωμαλία Bouguer μιμείται την ασυνέχεια Moho, αυξάνοντας σε μεγάλες θετικές τιμές καθώς ο μανδύας βρίσκεται σε μικρά βάθη κάτω από την επιφάνεια του ωκεανού.
- Η μορφή της ανωμαλίας Bouguer είναι σχεδόν το κατοπτρικό είδωλο της τοπογραφίας (ή της βαθομετρίας). Η αύξηση στην ανωμαλία έτσι σχετίζεται με την βάθυνση του νερού.



Εικόνα 2-29. Παρατηρηθείσα ανωμαλία ελεύθερου αέρα στο ηπειρωτικό κράσπεδο των Ατλαντικών ακτών της Αμερικής. Η διακεκομμένη γραμμή είναι η υπολογισθείσα ανωμαλία, που προέκυψε από το δύο-διαστάσεων μοντέλο πυκνότητας. Να σημειωθεί η επίδραση «παρυφής» με μια υψηλή τιμή προς την ηπειρωτική πλευρά και μια χαμηλή τιμή προς την πλευρά του ωκεανού. Το μηδέν συναντάται πλησίον του κρασπέδου, εκεί όπου η στήλη του νερού βαθαίνει απότομα.

## 2.9.2 Οροσειρά.

Καθώς ο ηπειρωτικός φλοιός αυξάνει σε πάχος κατά τη διάρκεια της ορογένεσης, η ρίζα του φλοιού ασκεί μια προς τα πάνω δύναμη, που οφείλεται στην άνωση του, σχετικά με τον περιβάλλοντα μανδύα. Από το μοντέλο του Airy προκύπτει ότι, η τοπογραφία  $(+\Delta m)$  αναπτύσσεται μέχρι του ύψους που επιτυγχάνεται πλήρης εξισορρόπηση της επίδρασης της χαμηλής πυκνότητας ρίζας  $(-\Delta m)$ . Το μοντέλο της οροσειράς (εικ. 2-30) είναι σε ισοστατική ισορροπία κατά Airy, σύμφωνα με τις τροποποιημένες παραμέτρους από την εικόνα 2-21.

Πυκνότητες:

Τα πάχη στον κανονικό ηπειρωτικό φλοιό:

 $h_a = \pi \alpha \chi_{00} \zeta$  της στήλης αέρος = 2 km  $(h_c)_c = \pi \alpha \chi_{00} \zeta$  του φλοιού μακριά από τις οροσειρές = 35 km  $h_m = \pi \alpha \chi_{00} \zeta$  της επί πλέον στήλης του μανδύα = ;

Το πάχος στις οροσειρές:

 $(h_c)_M = \pi άχος$  του συνολικού φλοιού στις οροσειρές = ;

Όπως και στο ηπειρωτικό κράσπεδο, οι δύο άγνωστες παράμετροι μπορούν να υπολογισθούν από τις δύο συνθήκες για τοπική ισοστατική ισορροπία:

K	ανονικός ηπειρωτικός φλοιός	Οροσειρές
Ίση πίεση:	$\rho_{\alpha}(h_a) + \rho_c(h_c)_C + \rho_m(h_m)$	$= \rho_c(h_c)_M$
Ίσο πάχος:	$h_a + (h_c)_C + h_m$	$=$ $(h_c)_M$

Επιλύνοντας τις δύο εξισώσεις για τους δύο αγνώστους προκύπτει:

 $h_m = 12,42$  km και  $(h_c)_M = 49,42$  km (Ασυνέχεια Moho = 47,42 km)

Η συνεισφορά στη ανωμαλία ελεύθερου αέρα που οφείλεται στη τοπογραφία των οροσειρών (εικ. 2-30a) προκύπτει από την περίσσεια μάζας του υλικού που βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας (+Δm). Αυτή η περίσσεια είναι μια συνάρτηση του γινομένου του ύψους της οροσειράς (ίσο προς  $h_a$ ) επί της διαφοράς πυκνότητας των ανώτερων επιπέδων του φλοιού (Δρ =  $\rho_c - \rho_a = + 2,67$  g/cm<sup>3</sup>). Ας σημειωθεί ότι, όπως στην περίπτωση του ηπειρωτικού κρασπέδου, η επίδραση του νερού είναι έντονη και με απότομη βαθμίδα.





- α) Μια απότομη αύξηση προκαλείται από την παρουσία της περίσσειας μάζας της τοπογραφίας.
- β) Η έλλειψη μάζας της ρίζας του φλοιού δίδει μια πιο βαθμιαία μείωση.
- γ) Το προφίλ της βαρυτικής ανωμαλίας ελεύθερου αέρα για μια οροσειρά σε τοπική ισοστατική ισορροπία παρουσιάζει επιδράσεις «παρυφής», που οφείλονται στις διαφορετικές βαθμίδες ρηχών (α) και βαθύτερων (β) συνεισφορών.

Η ρίζα του φλοιού παρέχει μια έλλειψη μάζας (-Δm), η οποία εξισορροπεί το επί πλέον βάρος της τοπογραφίας (εικ. 2-30β). Η έλλειψη σχετίζεται με το γινόμενο της εκβάθυνσης του φλοιού (ίσο με  $h_m$ ) επί της διαφοράς μεταξύ των πυκνοτήτων του φλοιού και του μανδύα (Δρ =  $\rho_c - \rho_m = -0.43$ g/cm<sup>3</sup>). Εάν η οροσειρά είναι ευρεία (μερικές εκατοντάδες χιλιόμετρα), η αρνητική συνεισφορά που οφείλεται στη ρίζα του φλοιού, έχει το ίδιο πλάτος όπως η θετική συνεισφορά που οφείλεται στην τοπογραφία. Η βαθμίδα από τη συνεισφορά της ρίζας του φλοιού είναι περισσότερο ομαλή, διότι η ανώμαλη μάζα είναι βαθύτερα.

Όπως στην περίπτωση του ηπειρωτικού κρασπέδου, η ανωμαλία ελεύθερου αέρα ( $\Delta g_{fa}$ ) για την οροσειρά είναι το άθροισμα των συνεισφορών των βαθιών και των ρηχών πηγών (εικ. 2-30γ). Η ανωμαλία είναι μηδέν πάνω από ηπειρωτικό φλοιό κανονικού πάχους και προσεγγίζει το μηδέν πάνω από το κεντρικό μέρος των οροσειρών. Εκατέρωθεν της οροσειράς παρατηρείται μια επίδραση παρυφής.

Η ανωμαλία ελεύθερου αέρα μιας οροσειράς συχνά δείχνει κάποιες από τις θεμελιώδεις ιδιότητες μιας περιοχής με τοπική ισοστατική ισορροπία (εικ. 2-31α):

- Οι τιμές είναι σχεδόν μηδενικές, διότι η περίσσεια μάζας (+Δm) της τοπογραφίας εξισορροπείται με την έλλειψη μάζας (-Δm) της ρίζας του φλοιού;
- Οι σημαντικές επιδράσεις παρυφής εμφανίζονται επειδή οι ρηχές και οι βαθιές συνεισφορές έχουν διαφορετικές βαθμίδες;
- 3) Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της ανωμαλίας συνολικά είναι μηδέν.

Η εικόνα 2-32 δείχνει τις παρατηρηθείσες και τις υπολογισθείσες ανωμαλίες ελεύθερου αέρα εγκάρσια προς τη δυτική Νότιο Αμερική. Να σημειωθεί ότι οι παρατηρηθείσες ανωμαλίες ελεύθερου αέρα, δείχνουν κλασικές επιδράσεις παρυφής, υποδεικνύοντας ότι η περιοχή είναι κοντά σε τοπική ισοστατική ισορροπία (εικ. 2-31α). Το μοντέλο δείχνει ότι ο ηπειρωτικός φλοιός είναι αρκετά παχύς (≈ 60 km), κάτω από την έντονη τοπογραφία των οροσειρών των Άνδεων. Λεπτότερες ηπειρωτικές παρυφές των οροσειρών παρατηρούνται προς περιοχές με κανονικό ηπειρωτικό φλοιό προς ανατολάς και ωκεάνιο φλοιό προς δυσμάς. Η ευρύτερη περιοχή θεωρείται ως μια οροσειρά που βρίσκεται κοντά σε κατάσταση ισοστασίας κατά Airy (εικ. 2-21). Αποκλίσεις από την τοπική ισοστασία παρατηρούνται σε ζώνες υποβύθισης στο δυτικό άκρο, όπου η μικρή επίδραση παρυφής μεγεθύνεται στην τάφρο και μια έντονη έξαρση του φλοιού λόγω κάμψης εμφανίζεται πάνω από τον γειτονικό ωκεάνιο φλοιό.

Η ανωμαλία Bouguer ( $\Delta g_{Bs}$ ) για την οροσειρά προκύπτει από την αφαίρεση της επίδρασης της περίσσειας μάζας της τοπογραφίας από την ανωμαλία ελεύθερου αέρα. Χαρακτηριστική ανωμαλία Bouguer, η οποία προκύπτει από ισοστατική ισορροπία φαίνεται στην εικόνα 2-31β:

- 1) Οι τιμές είναι κοντά στο μηδέν πάνω από ηπειρωτικό φλοιό κανονικού πάχους;
- Η μορφή της ανωμαλίας Bouguer μιμείται την συνεισφορά της ρίζας; Η ανωμαλία μειώνεται καθώς η ασυνέχεια Moho βαθαίνει κάτω από τις οροσειρές;
- Η μορφή της ανωμαλίας Bouguer είναι το κατοπτρικό είδωλο της τοπογραφίας; Η ανωμαλία μειώνεται όπου η τοπογραφία των οροσειρών ανέρχεται.





- α) Αντιστάθμιση της θετικής (+Δm) και αρνητικής (-Δm) μάζας σημαίνει ότι το ολοκλήρωμα σε σχέση με το x, της ανωμαλίας ελεύθερου αέρα είναι ίση με μηδέν.
- β) Η διόρθωση Bouguer αφαιρεί την περισσότερη συνεισφορά της μάζας πάνω από το επίπεδο της θάλασσας, με αποτέλεσμα τα προφίλ της ανωμαλίας Bouguer να παρουσιάζουν χαμηλές τιμές, αντανακλώντας τη συνεισφορά της ρίζας του φλοιού. Λαμβάνοντας μαζί τις ανωμαλίες ελεύθερου αέρα και Bouguer, σχηματίζουν την ανωμαλία «Batman», η οποία είναι χαρακτηριστική πάνω από οροσειρά τοπικής ισορτοπίας.



Εικόνα 2-32. Παρατηρηθείσα και υπολογισθείσα ανωμαλία ελεύθερου αέρα για την οροσειρά των Άνδεων και των γειτονικών περιοχών, που δείχνει μόνο τμήμα της κλασικής ανωμαλίας «*Batman*». Η υπολογισθείσα ανωμαλία βαρύτητας με βάση το προτεινόμενο μοντέλο είναι σε καλή συμφωνία με την παρατηρηθείσα. Οι πυκνότητες είναι σε g/cm<sup>3</sup> (=10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>).