1. Η ΣΕΙΣΜΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

1.1 Γενικά

Τα σεισμικά κύματα είναι φορείς μηνυμάτων που μεταφέρουν πληροφορία για τη δομή του εσωτερικού της γης. Τα κύματα αυτά προκαλούν την ταλάντωση των υλικών σημείων, γεγονός που σημαίνει ότι τα σωματίδια της ύλης απομακρύνονται από τη θέση ισορροπίας τους προσωρινά, κινούμενα μπροστά-πίσω μέχρι να σταματήσουν. Η ικανότητα του υλικού να παραμορφωθεί προσωρινά με το πέρασμα των σεισμικών κυμάτων μπορεί να περιγραφεί από τις ελαστικές ιδιότητες του. Αυτές οι φυσικές ιδιότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον διαχωρισμό των διαφορετικών υλικών. Οι ελαστικές ιδιότητες επιδρούν στις ταχύτητες διάδοσης των σεισμικών κυμάτων μέσα από τα υλικά αυτά. Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά για τις ελαστικές ιδιότητες του υλικών καθώς και για τα διαφορετικά είδη σεισμικών κυμάτων, τα οποία διαδίδονται μέσα στα υλικά αυτά.

Κυρίως χρησιμοποιούνται ελεγχόμενες σεισμικές πηγές, οι οποίες παρέχουν πληροφορίες τόσο για τις σεισμικές ταχύτητες, όσο και για τη στρωματογραφία του φλοιού της γης. Η μέθοδος της σεισμικής διάθλασης είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για τη χαρτογράφηση του υποβάθρου, τα πάχη του φλοιού και τη σεισμική ταχύτητα του ανώτερου μανδύα της γης. Η μέθοδος της σεισμικής ανάκλασης απεικονίζει καλύτερα και με λεπτομέρεια τη στρωματογραφική δομή των ιζηματογενών λεκανών και δίδει μια γενική δομή για το βαθύτερο φλοιό της γης. Η σεισμική ταχύτητα για βαθύτερα μέρη της γης υπολογίζεται από τη μελέτη των σεισμικών κυμάτων που προέρχονται από ένα μεγάλο σεισμό.

1.2 Ελαστικές σταθερές

Εάν δημιουργηθούν κύματα με ένα κτύπημα ενός σφυριού σε σκληρό πέτρωμα, τότε τα κύματα αυτά θα οδεύσουν μέσω του πετρώματος ως σωματιδιακές (μοριακές) μετατοπίσεις, με τρόπο ανάλογο που διαδίδονται τα κύματα μέσα στο νερό, ως μετατοπίσεις των υδατικών μορίων. Μετά τη διέλευση της διαταραχής (παραμόρφωσης) τα σωματίδια επανέρχονται στην αρχική τους κατάσταση (εκτός ίσως των σημείων που βρίσκονται ακριβώς στη θέση του κτυπήματος). Με άλλα λόγια, το πέτρωμα έχει υποστεί μια τάση (stress, δύναμη/επιφάνεια), και έχει αλλάξει μορφή ή σχήμα (strain), το οποίο επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση (μορφή ή σχήμα). Αυτή η συμπεριφορά ονομάζεται ελαστική. Ο τρόπος και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων μέσω των υλικών ελέγχεται από τις ελαστικές ιδιότητες τους. Υλικά τα οποία υπακούουν στο νόμο Hook είναι ελαστικά και παρουσιάζουν μια γραμμική σχέση μεταξύ stress και strain (Means, 1976).

Εάν ένα ελαστικό υλικό υποστεί μια μονοαξονική συμπίεση ή εφελκυσμό, η γραμμική σχέση μεταξύ της εφαρμοζόμενης τάσης σ και της προκύπτουσας παραμόρφωσης ε, δίδεται από τη σχέση:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

όπου η σταθερά αναλογικότητας *E* ονομάζεται μέτρο Young. Καθώς η σταθερά αυτή σχετίζεται απ' ευθείας με την προκύπτουσα παραμόρφωση για μια δεδομένη τάση, φαίνεται πιθανό ότι τα πετρώματα με διαφορετικές τιμές *E* μπορεί να έχουν διαφορετικές ταχύτητες.

Η επιμήκυνση ε, ορίζεται ως η μεταβολή του μήκους μιας γραμμής στην παραμορφωμένη κατάσταση, διαιρούμενη με το αρχικό της μήκος

$$\varepsilon = \frac{l_f - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad (2)$$

Εάν όπως φαίνεται και στην εικόνα 1-1, ένα ελαστικό σώμα υποστεί μια μονοαξονική συμπίεση, θα σμικρυνθεί στην κατεύθυνση της εφαρμοζόμενης τάσης, αλλά κατά την ίδια στιγμή θα επιμηκυνθεί σε κατεύθυνση κάθετα προς τον άξονα συμπίεσης. Τα μήκη μπορούν να μετρηθούν σε κάθε κατεύθυνση και ο λόγος τους αναφέρεται ως λόγος Poisson, μ.

$$\mu = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3}$$
όπου $\mu \le 0.5$



Δύο επιπλέον ελαστικές σταθερές είναι επίσης ενδιαφέρουσες. Εάν ένα ισότροπο υλικό υποστεί μια πανταχόθεν πίεση (εικ. 1-2), ο όγκος του θα αλλάξει από ένα αρχικό V_0 σε ένα τελικό V_f , και με τη σύγκριση της μεταβολής της πίεσης σε σχέση με τη μεταβολή του όγκου, ορίζεται ένα άλλο μέτρο, το μέτρο κυβικής ελαστικότητας, k:

$$k = \frac{\Delta P}{\Delta} \quad \text{όπου} \quad \Delta = \frac{V_f - V_0}{V_0} \quad (3)$$

Το μέτρο κυβικής ελαστικότητας δίνει το μέτρο της ασυμπιεστότητας ενός υλικού. Το αντίστροφο του μέτρου κυβικής ελαστικότητας ονομάζεται συντελεστής συμπιεστότητας.



Ένα άλλο μέτρο προκύπτει εάν παραμορφωθεί ένα σώμα με απλή διατμητική τάση (εικ. 1-3). Σ' αυτή την περίπτωση μια παραμορφωτική τάση, γ, επάγεται με την εφαρμογή μιας διατμητικής τάσης σ_s . Ο λόγος αυτών των ποσοτήτων είναι το μέτρο ακαμψίας, G:

$$G = \frac{\sigma_s}{\gamma} \quad (4)$$

Οι τιμές των ελαστικών σταθερών (*E*, μ, *k*, και *G*) των περισσότερων υλικών μπορούν να υπολογισθούν στο εργαστήριο. Μερικές ενδεικτικές τιμές για συνήθη πετρώματα δίδονται στον πίνακα 1-1. Οι τέσσερις παραπάνω σταθερές δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, αλλά σχετίζονται με τις παρακάτω σχέσεις:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$
(5)
$$k = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$
(6)



Εικόνα 1-3. Το μέτρο της διατμητικής αντίστασης του υλικού είναι ο λόγος της διατμητικής τάσης προς την διατμητική παραμόρφωση, το οποίο ονομάζεται μέτρο ακαμψίας, G. Η γωνιακή διάτμηση είναι ψ.

Πίνακας 1-1.
ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ & ΣΕΙΣΜΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ
ΓΙΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΑ ΠΕΤΡΩΜΑΤΑ

Τύπος Πετρώματος	Πυκνότητα ρ	Μέτρο Young E	Λόγος Poisson μ	Vp (m/s)	Vs (m/s)	Vp/Vs
Ασβεστόλιθος	2,71	0,337	0,156	3633	2319	1,57
Χαλαζίτης	2,66	0,636	0,115	4965	3274	1,52
Ψαμμίτης	2,28	0,140	0.060	2488	1702	1,46
Σχιστόλιθος	2,70	0,544	0,181	4680	2921	1,60
Γνεύσιος	2,64	0,255	0,146	3189	2053	1,55
Μάρμαρο	2,87	0,717	0,270	5587	3136	1,78
Γρανίτης	2,66	0,416	0,055	3967	2722	1,46
Γάββρος	3,05	0,727	0,162	5043	3203	1,57
Διαβάσης	2,96	1,020	0,271	6569	3682	1,78
Βασάλτης	2,74	0,630	0,220	5124	3070	1,67
Ανδεσίτης	2,57	0,540	0,180	4776	2984	1,60
Τόφφος	1,45	0,014	0,110	996	659	1,51

Οι μονάδες για το Μέτρο Young είναι $(N/m^2) \ge 10^{11}$ και για την πυκνότητα σε g/cm^3 .

1.3 Σεισμικά κύματα

Σε ένα ισότροπο και ομογενές σώμα άπειρης έκτασης, που παραμορφώνεται ελαστικά, δύο είδη κυμάτων είναι δυνατόν να διαδοθούν. Το ένα είδος μεταδίδεται με τη κίνηση των υλικών σωματιδίων μπρος-πίσω κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης του κύματος και αναφέρεται ως επίμηκες κύμα. Το άλλο είδος κύματος ονομάζεται εγκάρσιο κύμα, διότι η κίνηση των υλικών σωματιδίων γίνεται κάθετα προς τη διάδοση του κύματος ή της σεισμικής ακτίνας. Τα δύο αυτά είδη κυμάτων παρατηρούνται τόσο σε πειράματα μέσα στο εργαστήριο όσο και στο ύπαιθρο.



Εικόνα 1-4. Προσπίπτον Ρ-κύμα προς την επιφάνεια. Η μοριακή κίνηση είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης. Επειδή το επίπεδο του μετωπικού κύματος συναντά υπό κλίση την οριζόντια επιφάνεια, η επιφανειακή εδαφική κίνηση θα έχει μια οριζόντια και μια κατακόρυφη συνιστώσες.

Οι κινήσεις των υλικών σωματιδίων που διαδίδονται ως επιμήκη κύματα αποτελούνται από μια σειρά συμπιέσεων και αραιώσεων, οι οποίες μπορούν να παρασταθούν ως κέντρα υλικών σωματιδίων που κινούνται πιο κοντά (συμπυκνώσεις) και πιο μακριά (αραιώσεις) από την αρχική τους θέση (εικ. 1-4). Τα επιμήκη κύματα συνήθως ονομάζονται Ρ-κύματα διότι κινούνται με μεγαλύτερη ταγύτητα και φθάνουν πρώτα στους δέκτες. Καθώς ένα εγκάρσιο κύμα κινείται μέσα σε ένα υλικό, τα υλικά σωματίδια υπόκεινται σε διατμητικές τάσεις καθώς τα πλησιέστερα σημεία κινούνται σε ένα επίπεδο κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος (εικ. 1-5). Αυτά τα S-κύματα έχουν μικρότερες ταχύτητες από τα P-κύματα και φθάνουν στους δέκτες αργότερα. Τα Ρ-κύματα και τα S-κύματα ονομάζονται και κύματα χώρου. Τα εγκάρσια κύματα οδεύοντας μέσα στη γη δεν περιορίζουν τη κίνηση των υλικών σωματιδίων σε μια ειδική διεύθυνση, όπως συμβαίνει με τα επιμήκη κύματα, αλλά μπορούν να κινηθούν σε κάθε κατεύθυνση σε ένα επίπεδο κάθετο προς τη διάδοση του κύματος. Συχνά η κίνηση ενός S-κύματος αναλύεται σε δύο συνιστώσες (εικ. 1-5) – μια παράλληλα προς την επιφάνεια του εδάφους (SH-συνιστώσα) και μια συνιστώσα που βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο που περιλαμβάνει την ακτίνα διάδοσης του Ρ-κύματος (SV-συνιστώσα). Οι συνιστώσες αυτές και οι δύο πρέπει να βρίσκονται στο επίπεδο κάθετα προς την ακτίνα.

Στην περίπτωση μη ομογενούς και ισότροπου μέσου είναι δυνατόν να παραχθούν και άλλα είδη κυμάτων. Αυτά αναφέρονται ως επιφανειακά κύματα και διαδίδονται μέσα και κοντά στο επιφανειακό στρώμα. Υπάρχουν δύο είδη επιφανειακών κυμάτων τα οποία παρατηρούνται: Rayleigh κύματα και Love κύματα. Αυτά πήραν το όνομα τους από τους επιστήμονες J. W. S. Rayleigh (1842-1919) και Α. Ε. Η. Love (1863-1940), οι οποίοι απέδειξαν θεωρητικά ότι τα κύματα αυτά υπάρχουν.



Εικόνα 1-5. Προσπίπτον S-κύμα προς την επιφάνεια. Η μοριακή κίνηση είναι κάθετη προς τη διεύθυνση διάδοσης. Επειδή το επίπεδο του μετωπικού κύματος συναντά υπό κλίση την οριζόντια επιφάνεια, η επιφανειακή εδαφική κίνηση θα έχει μια οριζόντια και μια κατακόρυφη συνιστώσα. Κανονικά η κίνηση του S-κύματος αναλύεται σε δύο συνιστώσες, οι οποίες περιλαμβάνονται στο κάθετο επίπεδο της προσπίπτουσας ακτίνας: 1) μια SH συνιστώσα, η οποία είναι παράλληλη προς την επιφάνεια του εδάφους (οριζόντια) και 2) μια SV συνιστώσα στο κατακόρυφο επίπεδο, το οποίο περιλαμβάνει την προσπίπτουσα ακτίνα.

Τα κύματα Rayleigh οδεύουν στο μέσο με τη κίνηση των υλικών σωματιδίων να περιορίζεται σε ένα κατακόρυφο επίπεδο και να είναι ανάδρομη ελλειπτική (εικ. 1-6α) και προς την διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Οι μετατοπίσεις των υλικών σωματιδίων είναι μεγαλύτερες κοντά στην επιφάνεια και μειώνονται εκθετικά με το βάθος (Richter, 1958). Τα κύματα Rayleigh εμφανίζουν το φαινόμενο της διασποράς, το οποίο σημαίνει ότι η ταχύτητα δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται με το μήκος κύματος. Τα κύματα Love οδεύουν με εγκάρσια κίνηση των υλικών σωματιδίων, παράλληλα προς την επιφάνεια του εδάφους (εικ. 1-6β) όμοια με εκείνη των S-κυμάτων.



Εικόνα 1-6. α) Κύματα Rayleigh. Όλη η μοριακή κίνηση περιλαμβάνεται στο κατακόρυφο επίπεδο και η παραμόρφωση μειώνεται με το βάθος.

β) Η επιφανειακή εδαφική κίνηση που συνδέεται με τη διάδοση ενός κύματος Love. Όλη η μοριακή κίνηση είναι στο οριζόντιο επίπεδο και μειώνεται με το βάθος.

1.3.1 Ταχύτητες των σεισμικών κυμάτων

Χρησιμοποιώντας μαθηματική ανάλυση για ελαστικά μέσα, μπορούν να εξαχθούν οι εξισώσεις κίνησης των Ρ- και S-κυμάτων εκ των οποίων προκύπτουν οι αντίστοιχες ταχύτητες τους, λαμβάνοντας υπόψη την πυκνότητα, ρ και τις ελαστικές σταθερές των υλικών. Οι ταχύτητες των Ρ- και S- κυμάτων είναι:

$$V_{p} = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{(1-\mu)}{(1-2\mu)(1+\mu)}}$$
(7)
$$V_{s} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1+\mu)}}$$
(8)

και

Εάν σημειώσουμε ότι η σταθερά κυβικής διαστολής, k και το μέτρο ακαμψίας, G λαμβάνουν πάντοτε θετικές τιμές και ότι ο λόγος Poisson είναι μικρότερος ή ίσος με 0.5, τότε γίνεται φανερό ότι η ταχύτητα των P-κυμάτων πρέπει να είναι πάντοτε μεγαλύτερη από εκείνη των

S- κυμάτων, με σημαντικό μάλιστα συντελεστή. Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι:

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{1-\mu}{\frac{1}{2}-\mu}} \qquad (9)$$

Επειδή το G είναι ίσο με το μηδέν για τα υγρά, η ταχύτητα των S-κυμάτων είναι επίσης μηδέν. Με άλλα λόγια τα εγκάρσια κύματα δεν διαδίδονται στα υγρά.

Στη διερεύνηση ρηχών σχετικά βαθών χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά τα επιμήκη κύματα και επομένως ενδιαφέρουν κυρίως οι ταχύτητες των Ρ-κυμάτων. Οι ταχύτητες αυτές μπορούν να υπολογισθούν είτε με εργαστηριακές μετρήσεις, με καταγραφές μέσα σε γεωτρήσεις ή με την εφαρμογή σεισμικών μεθόδων στο ύπαιθρο. Στον πίνακα 1-2 εμφανίζεται ένας κατάλογος των πλέον συνηθισμένων υλικών με το εύρος διακύμανσης της ταχύτητας τους.

Το εύρος διακύμανσης είναι πολλές φορές μεγάλο με συνέπεια να μην αντιστοιχεί μια μοναδική τιμή σε κάθε πέτρωμα ή ίζημα. Παρόλα αυτά, μπορούν να εξαχθούν κάποια γενικά συμπεράσματα:

- Μη κορεσμένα ιζήματα έχουν μικρότερες τιμές ταχύτητας από τα κορεσμένα ιζήματα
- Μη συνεκτικά ιζήματα έχουν μικρότερες τιμές ταχύτητας από τα συνεκτικά ιζήματα
- Οι σεισμικές ταχύτητες είναι αρκετά όμοιες σε κορεσμένα και μη συνεκτικά ιζήματα
- Διαβρωμένα πετρώματα έχουν μικρότερες τιμές ταχύτητας από όμοια μη διαβρωμένα πετρώματα
- Διερρηγμένα πετρώματα έχουν μικρότερες τιμές ταχύτητας από όμοια μη διερρηγμένα πετρώματα

				1	
Ασύνδετα Υλικά		Συνεκτικά	Διάφορα		
Διαβρωμένο Στρώμα	300-900	Γρανίτης	5000-6000	Ύδωρ	1400-1600
Έδαφος	250-600	Βασάλτης	5400-6400	Αέρας	331,5
Αλλούβιο	500-2000	Μεταμορφωμένα Πετρώματα	3500-7000		
Άργιλος	1100-2500	Ψαμμίτης	2000-4500		
Άμμος		Ασβεστόλιθος	2000-6000		
Ακόρεστη	200-1000			-	
Κορεσμένη	800-2200				
Άμμος & Χάλικες					
Ακόρεστη	400-500				
Κορεσμένη	500-1500				
Παγετώδης Απόθεση					
Ακόρεστη	400-1000				
Κορεσμένη	1700				
Συνεκτική	1200-2100	1			

Πίνακας 1-2. ΑΝΤΙΠΡΟΣΩΠΕΥΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ Ρ-ΚΥΜΑΤΩΝ

Οι σεισμικές ταχύτητες είναι σε m/s.

Σε ορισμένες μελέτες απαιτείται η εκτίμηση και των ταχυτήτων των εγκαρσίων κυμάτων και των κυμάτων Rayleigh. Κύματα Love δεν παράγονται τεχνητά για τη διερεύνηση του υπεδάφους. Μερικοί γενικοί κανόνες συνήθως ακολουθούνται για τον υπολογισμό των ταχυτήτων των εγκαρσίων και των κυμάτων Rayleigh, όπως:

 $V_s = 0.6 V_p$ για κρυσταλλικά πετρώματα $V_s = 0.5 V_p$ για ιζηματογενή πετρώματα $V_s = 0.4 V_p$ για εδάφη και μη συνδεδεμένα υλικά $V_R = 0.9 V_s$

1.3.2 Ακτινικές τροχιές ή σεισμικές ακτίνες σε στρωματοποιημένη δομή

Ένα μετωπικό κύμα ορίζεται ως η επιφάνεια κατά μήκος της οποίας το διαδιδόμενο κύμα είναι σε φάση. Για παράδειγμα, η άφιξη του κύματος στην εικόνα 1-7 εμφανίζεται εκεί όπου τα σωματίδια αρχίζουν να κινούνται από τη θέση ισορροπίας καθώς το κύμα διαδίδεται (μετωπικό κύμα σε μηδενική φάση). Το μέγιστο πλάτος της σωματιδιακής κίνησης εμφανίζεται στο μετωπικό κύμα με φάση 90°. Άλλα μετωπικά κύματα αντιστοιχούν σε θέσεις όπου το κύμα μεταβαίνει από θετικό σε αρνητικό πλάτος (φάση 180°) και σε ελάχιστο πλάτος (270°).



Εικόνα 1-7. Τα μετωπικά κύματα είναι επιφάνειες κατά μήκος των οποίων οι μοριακές κινήσεις του διαδιδόμενου κύματος είναι σε φάση (μια πλήρης ταλάντωση είναι φάσης 360⁰. Για παράδειγμα, μια επιφάνεια, όπου οι μοριακές κινήσεις φθάνουν το μέγιστο θετικό πλάτος, είναι φάσης 90⁰. Εκεί όπου οι μοριακές κινήσεις λαμβάνουν μέγιστα αρνητικά πλάτη είναι φάσης 270° .

Ας θεωρήσουμε ότι τα μετωπικά κύματα παριστούν τα διαδιδόμενα P, S και Rayleigh κύματα (εικ. 1-8α). Σε ένα ομογενές μέσο τα κύματα χώρου διαδίδονται ως σφαιρικά μετωπικά κύματα, ενώ τα κύματα Rayleigh διαδίδονται κατά μήκος της επιφανείας.



α) Αρχικά μετωπικά κύματα για επιμήκη (P), εγκάρσια (S) και Rayleigh (R) κύματα. β) Μετωπικά κύματα για διαδιδόμενο Ρκύμα.. Μεταβολές στη ταχύτητα προκαλούν τμήματα των μετωπικών κυμάτων να κινηθούν πιο γρήγορα ή πιο αργά, παραμορφώνοντας τα από τέλειες σφαίρες. Έτσι, οι τροχιές των κυμάτων κάμπτονται (διαθλώνται) καθώς η ταχύτητα αλλάζει.

Η σεισμική ενέργεια διαδίδεται κατά μήκος τροχιών κάθετα προς τα μετωπικά κύματα, γνωστών ως ακτινικών τρογιών ή σεισμικών ακτίνων (εικ. 1-8β). Μεταβολές της ταχύτητας των κυμάτων χώρου προκαλούν απόκλιση των μετωπικών κυμάτων από κανονικές σφαίρες, με συνέπεια τη κάμψη ή διάθλαση των σεισμικών ακτίνων.

Ένα σεισμικό ίχνος είναι η καταγραφή της εδαφικής κίνησης από ένα δέκτη (γεώφωνο), απεικονιζόμενη σε συνάρτηση με το χρόνο (εικ. 1-9).



Εικόνα 1-9.

α) Σεισμικά κύματα που οδεύουν από την πηγή σε ένα δέκτη (γεώφωνο).

β) Σεισμικό ίχνος καταγραφής της εδαφικής κίνησης από ένα δέκτη, ως συνάρτηση του χρόνου διαδρομής από την πηγή στο δέκτη.

Σε μη ομογενή μέσα οι σεισμικές ακτίνες ανακλώνται ή διαθλώνται όταν συναντήσουν υλικά τα οποία έχουν διαφορετικές ελαστικές σταθερές και πυκνότητες. Δύο βασικές αρχές διέπουν τις σχέσεις των ανακλώμενων και διαθλώμενων κυμάτων. Αυτές είναι η *αρχή Huygens* και η *αρχή Fermat*.

1.3.3 Αρχή Huygens

Ο C. Huygens (1629-1695) διατύπωσε μια απλή αλλά εξαιρετική αρχή, ως ένα μέρος της ανάπτυξης της θεωρίας του για το φως. Η αρχή του αναφέρει ότι όλα τα σημεία ενός μετωπικού κύματος μπορούν να θεωρηθούν ως σημειακές πηγές για τη γένεση νέων σφαιρικών δευτερογενών κυμάτων. Μετά από χρόνο t, η νέα θέση του μετωπικού κύματος θα είναι η εφαπτομενική επιφάνεια (περιβάλλουσα) όλων αυτών των σφαιρικών κυμάτων. Εάν εφαρμόσουμε αυτή την αρχή στο μετωπικό κύμα κατά τη χρονική στιγμή t_1 , της εικόνας 1-10, θα μπορέσουμε να κατασκευάσουμε το μετωπικό κύμα και κατά τη χρονική στιγμή t_2 . Για απλοποίηση του παραδείγματος θεωρούμε ότι η ταχύτητα διάδοσης είναι σταθερή σε όλο το μέσο. Στη συνέχεια διαλέγουμε λίγα διάσπαρτα σημεία ως σημειακές πηγές στο αρχικό μετωπικό κύμα και υπολογίζουμε την ακτίνα του δευτερογενούς κύματος, βασισμένοι στη ταχύτητα του μέσου και θεωρώντας ένα χρονικό διάστημα, Δt . Ακολούθως χαράσσουμε τα δευτερογενή κύματα και την περιβάλλουσα όλων αυτών. Έτσι, παράγεται το νέο μετωπικό κύμα κατά τη χρονική στιγμή t_2 .



1.3.4 Αρχή Fermat

Ο P. Fermat (1601-1665) ανέπτυξε μια αρχή, η οποία είναι γνωστή ως αρχή του ελαχίστου χρόνου. Αυτή η αρχή αναφέρει ότι η διάδοση των κυμάτων μεταξύ δύο σταθερών σημείων ακολουθεί τροχιά της οποίας ο χρόνος διάδοσης είναι ο ελάχιστος, από όλες τις άλλες πιθανές τροχιές. Με άλλα λόγια, τα σεισμικά κύματα ακολουθούν τροχιές ελαχίστου χρόνου.

Εφαρμόζοντας την αρχή Fermat προκύπτει ότι η τροχιά ή η ακτίνα πρέπει να είναι ευθεία γραμμή σε ένα μέσο με σταθερή ταχύτητα, διότι η ευθεία γραμμή είναι η μικρότερη απόσταση μεταξύ δύο σημείων και καθώς η ταχύτητα είναι σταθερή, η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων είναι επίσης εκείνη όπου ο χρόνος διάδοσης είναι ο ελάχιστος. Σε προηγούμενες

παραγράφους τα κύματα απεικονίζονταν ως σφαιρικά, αλλά στο εξής τα μετωπικά κύματα θα απεικονίζονται ως επίπεδα. Καθώς το κύμα αυξάνει την απόσταση του από το αρχικό κέντρο (πηγή) η ακτίνα καμπυλότητας αυξάνει σε τέτοιο βαθμό που μπορεί να θεωρηθεί και χρησιμοποιηθεί ως επίπεδο μετωπικό κύμα.

1.3.5 Ανάκλαση

Ας υποθέσουμε ότι ένα επίπεδο μετωπικό κύμα προσπίπτει σε μια επίπεδη και οριζόντια επιφάνεια που διαχωρίζει δύο υλικά με σεισμικές ταχύτητες V_1 και V_2 . Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της σεισμικής ακτίνας και της καθέτου επί της οριζόντιας επιφανείας ονομάζεται γωνία πρόσπτωσης και συμβολίζεται ως θ_1 . Εάν αναφερθούμε στις εικόνες 1-11 και 1-12 μπορούμε να διερωτηθούμε ποια είναι η σχέση των γωνιών θ_2 και θ_1 ; Με άλλα λόγια, ποια τροχιά θα πάρει η ανακλώμενη ακτίνα; Η απάντηση στην ερώτηση αυτή μπορεί να δοθεί με τη εφαρμογή είτε της αρχής Huygens ή με την αρχή Fermat.



Κατ' αρχήν, ας εξετάσουμε τη διαδικασία της ανάκλασης μέσω της εφαρμογής της αρχής Huygens. Ας θεωρήσουμε ένα μετωπικό κύμα με ταχύτητα V₁ που φθάνει μια οριζόντια επιφάνεια (εικ. 1-11). Όταν η ακτίνα Ι προσπέσει στη διαχωριστική επιφάνεια, δημιουργεί μια διαταραχή η οποία απλώνεται προς τα έξω και στα δύο υλικά (επάνω και κάτω, αν και μας ενδιαφέρει σ' αυτή την περίπτωση μόνο η διάδοση του ανακλώμενου κύματος). Σε μια χρονική στιγμή αργότερα, η ακτίνα 2 προσπίπτει στην διαχωριστική επιφάνεια και αρκετά αργότερα η ακτίνα 3 φθάνει στο σημείο Υ. Το δευτερογενές μετωπικό κύμα που δημιουργείται στο Α πρέπει να διαδοθεί προς τα έξω (ανακλάται) και φθάνει σε μια ορισμένη απόσταση κατά το ίδιο γρονικό διάστημα που η ακτίνα 3 οδεύει από το B στο Y. Καθώς η ταχύτητα θεωρείται σταθερή, αυτή η απόσταση πρέπει να είναι ίση με την ΒΥ. Όμοια, μπορεί να εφαρμοσθεί και στην ακτίνα 2. Έτσι, μπορούμε να κατασκευάσουμε το νέο μετωπικό κύμα με τη χάραξη ενός τόξου με αρχή το A και ακτίνα $d_1 = d_2$. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα τόξο για την ακτίνα 2. Στη συνέχεια χαράσσουμε μια γραμμή αρχίζοντας από το Υ, η οποία είναι εφαπτόμενη στα τόξα αυτά (περιβάλλουσα) και οριοθετεί τη θέση του νέου μετωπικού κύματος κατά τη στιγμή που η ακτίνα 3 είναι στο σημείο B. Επειδή τα ορθογώνια τρίγωνα ABY και AXY είναι ίσα και οι γωνίες θ'_1 και θ'_2 είναι ίσες, επομένως και οι συμπληρωματικές γωνίες πρόσπτωσης (θ_1) και ανάκλασης (θ_2) είναι ίσες.

Εφαρμόζοντας την αρχή Fermat για να βρεθεί η σχέση μεταξύ των γωνιών θ_1 και θ_2 , πρέπει να βρεθεί πρώτα ποια τροχιά είναι η ελάχιστη για μια ακτίνα που περνά από το A και ανακλώμενη από μια διαχωριστική επιφάνεια φθάνει στο σημείο B. Η εικόνα 1-12α απεικονίζει το πρόβλημα. Η τροχιά ελαχίστου χρόνου είναι κατά μήκος της τροχιάς ARB ή κατά μήκος της τροχιάς APB;



Αναφερόμενοι στην εικόνα 1-12β, ο χρόνος διαδρομής (απόσταση/ταχύτητα) για μια ακτίνα από το *A* μέσω του σημείου *O* στο *B*, δίδεται από τη σχέση:

$$t = \frac{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}}{V_1} + \frac{\left((s - x)^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}}{V_1} \qquad (10)$$

Για να υπολογισθεί ο ελάχιστος χρόνος *t*, πρέπει να ληφθεί η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης και να εξισωθεί με μηδέν:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{V_1 \left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{(s-x)}{V_1 \left((s-x)^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad (11)$$

και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις:

$$\eta \mu \theta_1 = \frac{x}{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (12) \qquad \text{Kat} \qquad \eta \mu \theta_2 = \frac{\left(s - x\right)}{\left(\left(s - x\right)^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

βλέπουμε ότι

$$\frac{\eta \mu \theta_1}{V_1} - \frac{\eta \mu \theta_2}{V_1} = 0$$
και επομένως $\theta_1 = \theta_2$

Έτσι, η τροχιά για την οποία ο χρόνος όδευσης είναι ελάχιστος, είναι εκείνη για την οποία η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

1.3.6 Διάθλαση

Η ίδια προσέγγιση θα ακολουθηθεί, όπως και προηγουμένως, για να βρεθεί η σχέση μεταξύ της προσπίπτουσας και της διαθλώμενης ακτίνας. Θα εφαρμοσθεί αρχικά η *αρχή Huygens* και στη συνέχεια η *αρχή Fermat*.

Η χάραξη των ακτίνων στην εικόνα 1-13 είναι ουσιαστικά η ίδια με εκείνη της εικόνας 1-11, με τη διαφορά ότι αναφερόμαστε εδώ σε διαθλώμενες ακτίνες. Όταν η ακτίνα 1 φθάνει στο

σημείο A, δημιουργεί μια διαταραχή στο υλικό με ταχύτητα V_2 . Η διαταραχή απλώνεται προς τα έξω σ' αυτό το στρώμα (διαθλάται) και οδεύει μια απόσταση d2 κατά τη χρονική διάρκεια t_1 που χρειάζεται η ακτίνα 3 να οδεύσει από το σημείο X στο σημείο Y (μια απόσταση d_1). Έτσι, μπορούμε να χαράξουμε τη θέση του νέου μετωπικού κύματος κατά τη στιγμή που η ακτίνα 3 φθάνει στο Υ, με τη χάραξη μιας γραμμής που συνδέει τα Υ και Β (η οποία είναι η εφαπτόμενη του μετώπου με ακτίνα d₂, που δημιουργήθηκε στο A).



την αρχή Huygens προκύπτει η σχέση μεταξύ των γωνιών προσπίπτουσας και διάθλασης.

Επειδή

$$\eta \mu \theta_2 = \frac{d_2}{AY} ext{ kon } \eta \mu \theta_1 \frac{d_1}{AY}$$

 $d_1 = t_1 V_1 ext{ kon } d_2 = t_1 V_2$

ισχύει ότι:

$$AY = \frac{t_1 V_1}{\eta \mu \theta_1} = \frac{t_1 V_2}{\eta \mu \theta_2} \quad \text{kon} \quad \frac{\eta \mu \theta_1}{\eta \mu \theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

Έτσι, προσεγγίζοντας τη γεωμετρία της διάθλασης και χρησιμοποιώντας την αρχή Huygens, προκύπτει ότι ο λόγος των ημιτόνων των γωνιών πρόσπτωσης και διάθλασης ισούται με το λόγο των σεισμικών ταχυτήτων των δύο υλικών.

Εφαρμόζοντας την αρχή Fermat και αναφερόμενοι στην εικόνα 1-14α, ενδιαφέρον παρουσιάζει ποια είναι η τροχιά ελαχίστου χρόνου μιας ακτίνας από το A στο C καθώς περνά μέσα από τη διαχωριστική επιφάνεια που διαχωρίζει υλικά με διαφορετικές σεισμικές ταχύτητες. Κατ' αρχήν εκφράζουμε το χρόνο διαδρομής που χρειάζεται η ακτίνα να οδεύσει από το Α στο C μέσω Β:

$$t = \frac{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}}{V_1} + \frac{\left((s - x)^2 + z^2\right)^{\frac{1}{2}}}{V_2} \quad (14)$$



Εικόνα 1-14. Χρησιμοποιώντας την αρχή Fermat προκύπτει η σχέση μεταξύ των γωνιών προσπίπτουσας και διάθλασης.

Συνεχίζοντας λαμβάνουμε την πρώτη παράγωγο και εξισώνουμε με μηδέν και προκύπτει η σχέση:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{V_1 \left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{(s-x)}{V_2 \left((s-x)^2 + z^2\right)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad (15)$$

Λαμβάνοντας την παράγωγο σημειώνουμε ότι τα z και y είναι σταθερές ποσότητες, εφόσον έχουν τις ίδιες τιμές ανεξάρτητα που τοποθετείται το B στη διαχωριστική επιφάνεια. Όπως προηγουμένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω ισότητες για να προκύψει η σχέση που συνδέει τις σχετικές γωνίες και σεισμικές ταχύτητες:

$$\eta \mu \theta_1 = \frac{x}{\left(x^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (16) \quad \text{kal} \quad \eta \mu \theta_2 = \frac{\left(s - x\right)}{\left(\left(s - x\right)^2 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (17)$$
$$\frac{\eta \mu \theta_1}{V_1} - \frac{\eta \mu \theta_2}{V2} = 0 \quad \text{kal étal} \quad \frac{\eta \mu \theta_1}{\eta \mu \theta_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

1.3.7 Nóµoç Snell

Η σχέση ημ θ_l /ημ $\theta_2 = V_l/V_2$ συνήθως αναφέρεται ως νόμος Snell και είναι ουσιώδης στην εξαγωγή άλλων εκφράσεων στις μεθόδους ανάκλασης και διάθλασης. Ο νόμος Snell συνήθως γράφεται ως ημ θ_i /ημ $\theta_r = Vi/Vr$, όπου *i* είναι η γωνία πρόσπτωσης και *r*, παριστά τη γωνία διάθλασης. Επειδή οι ακτινικές τροχιές περιορίζονται στο *Vi* στην ανάκλαση, ο νόμος Snell απλοποιείται σε ημ θ_i = ημ $\theta_{aváxλaση}$

Μέχρι τώρα δεν έχουμε προσδιορίσει τη ταυτότητα του προσπίπτοντος και των ανακλώμενων ή διαθλώμενων κυμάτων ως P- ή S-κυμάτων, αλλά έχουμε υποθέσει ότι το προσπίπτον και τα ανακλώμενα/διαθλώμενα κύματα είναι του ιδίου είδους. Η πραγματική κατάσταση είναι κάπως διαφορετική και πιο περίπλοκη. Ένα P-κύμα προσπίπτον σε μια επιφάνεια που διαχωρίζει υλικά με διαφορετικές σεισμικές ταχύτητες, δημιουργεί μια διαταραχή η οποία παράγει ένα ανακλώμενο P-κύμα και ένα ανακλώμενο S-κύμα καθώς και ένα διαθλώμενο Pκύμα και ένα S-κύμα (εικ. 1-15β,δ). Ο νόμος Snell εφαρμόζεται και στις γωνίες διάθλασης και ανάκλασης των S-κυμάτων. Η μόνη ρύθμιση που απαιτείται είναι η αντικατάσταση της κατάλληλης ταχύτητας του S-κύματος. Για παράδειγμα, η γωνία διάθλασης για το S-κύμα (θ_{rfrs} στην εικόνα 1-15δ) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{\eta\mu\theta_{ip}}{\eta\mu\theta_{rfr.}} = \frac{V_{ip}}{V_{2s}} \quad (18)$$

Όμοια, ένα προσπίπτον S-κύμα παράγει ανακλώμενα και διαθλώμενα P-κύματα καθώς και ανακλώμενα και διαθλώμενα S-κύματα (εικ. 1-15γ και ε). Ειδικά παραδείγματα με τιμές απεικονίζονται στην εικόνα 1-15β, γ, δ και ε. Ο πίνακας 1-3 περιέχει τις γωνίες για προσπίπτοντα P- και S-κύματα, τις ταχύτητες τους και τις υπολογισθείσες γωνίες ανάκλασης και διάθλασης.

Η μόνη περίπτωση για την οποία ένα προσπίπτον S-κύμα δεν παράγει ανακλώμενα και διαθλώμενα P-κύματα είναι όταν το S-κύμα είναι καθ' ολοκληρία τύπου SH. Σ' αυτή την περίπτωση οι σωματιδιακές (μοριακές) κινήσεις περιορίζονται στο οριζόντιο επίπεδο και είναι, έτσι, παράλληλες προς την ασυνέχεια της ταχύτητας.

1.3.8 Οριακή διάθλαση

Για χάριν απλότητας ας περιορισθούμε στα Ρ-κύματα. Ας υποθέσουμε ότι ένα Ρ-κύμα προσπίπτει σε μια επιφάνεια που διαχωρίζει δύο μέσα με ταχύτητες V_1 και V_2 όπου $V_2 > V_1$. Καθώς η προσπίπτουσα γωνία αυξάνει, η τιμή του ημιτόνου της γωνίας διάθλασης επίσης πρέπει να αυξάνει για να διατηρηθεί η ισότητα των λόγων του νόμου Snell.

Σε κάποιο σημείο η γωνία πρόσπτωσης θα είναι έτσι ώστε ημ $\theta_i = V_I / V_2$, που σημαίνει ότι το ημίτονο της γωνίας διάθλασης είναι 1.0 (και η γωνία 90⁹). Εάν η γωνία θ_i αυξηθεί πέραν της τιμής αυτής μια λάθος τιμή προκύπτει, διότι το ημίτονο της γωνίας δεν μπορεί να υπερβεί την μονάδα και η ισότητα δεν μπορεί να διατηρηθεί. Από φυσικής πλευράς αυτό σημαίνει ότι η γωνία διάθλασης αυξάνει καθώς η γωνία πρόσπτωσης αυξάνει, μέχρις ότου οι ακτίνες να διαθλασθούν παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ των δύο υλικών. Εάν η γωνία πρόσπτωσης αυξάνεται πέραν αυτής της ειδικής τιμής, τότε δεν εμφανίζεται διάθλαση αλλά οι ακτίνες ανακλώνται καθ' ολοκληρία ή παρατηρείται ολική ανάκλαση.













S

 $\theta_{rfi_p} = 20^{\circ}$

Εικόνα 1-15.

- Α) Μια γενική ορολογία για τα επόμενα διαγράμματα, θ_i, η προσπίπτουσα γωνία, θ_{rfl} , η γωνία ανάκλασης, και θ_{rfr} , η γωνία διάθλασης. Η V_I είναι η ταχύτητα πάνω από την ασυνέχεια και V_2 είναι η ταχύτητα κάτω από την ασυνέχεια.
- B) και Δ) Ένα προσπίπτον επίμηκες κύμα δημιουργεί ένα ανακλώμενο Ρ-κύμα, ένα ανακλώμενο S-κύμα, ένα διαθλώμενο Ρ-κύμα και ένα διαθλώμενο S-κύμα.
- Γ) και Ε) Ένα προσπίπτον S-κύμα παράγει επίσης ανακλώμενα και διαθλώμενα Ρ- και Sκύματα.
- ΣΤ) Ένα συνοπτικό διάγραμμα που δείχνει ότι ένα προσπίπτον Ρ-κύμα ή S-κύμα παράγει και ανακλώμενα και διαθλώμενα κύματα τόσο επιμήκων όσο και εγκαρσίων κυμάτων.

Γωνία	Για	πρόσπτωσ	ση Ρ-κυμά	των	Για	πρόσπτωα	σ η S-κυμό	ιτων
Πρόσπτωσης	Ανακλ. Ρ	Ανακλ. S	Διαθλ. Ρ	Διαθλ. S	Ανακλ. S	Ανακλ. Ρ	Διαθλ. S	Διαθλ. Ρ
10	10	6	28	16	10	17	28	51
11	11	7	31	18	11	19	31	58
12	12	7	34	19	12	20	34	68
13	13	8	37	21	13	22	37	88
14	14	8	40	23	14	24	40	*
15	15	9	44	24	15	26	44	*
16	16	10	47	26	16	27	47	*
17	17	10	51	28	17	29	51	*
18	18	11	55	30	18	31	55	*
19	19	11	60	31	19	33	60	*
20	20	12	66	33	20	35	66	*
21	21	12	73	35	21	37	73	*
22	22	13	87	37	22	39	87	*
23	23	14	*	39	23	41	*	*
24	24	14	*	41	24	43	*	*
25	25	15	*	43	25	45	*	*
26	26	15	*	45	26	47	*	*
27	27	16	*	47	27	49	*	*
28	28	16	*	49	28	51	*	*
29	29	17	*	51	29	54	*	*
30	30	17	*	53	30	56	*	*

Πίνακας 1-3 Γωνίες Ανακλάσης & διαθλάσης Για Ρ- και S-κυμάτα

Ταχύτητα 1-P (m/s)	1500
Ταχύτητα 1-S (m/s)	900
Ταχύτητα 2-P (m/s)	4000
Ταχύτητα 2-S (m/s)	2400

Σημείωση: Ο αστερίσκος * σημαίνει ότι δεν υφίσταται διάθλαση, αλλά ολική ανάκλαση

Η μέθοδος της σεισμικής διάθλασης στηρίζεται σ' αυτή την ειδική περίπτωση, όπου η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται οριακή γωνία ή οριακή διάθλαση. Εάν θ_{ic} συμβολίζει την οριακή γωνία, τότε η τιμή αυτή μπορεί να υπολογισθεί από τη σχέση:

$$\theta_{ic} = \eta \mu^{-1} \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \quad (19)$$

Όπως και προηγουμένως, δεν χρειάζεται να αποδειχθεί ότι αυτή η γενική σχέση ισχύει για όλες τις περιπτώσεις διάθλασης, όπως των διαθλώμενων εγκαρσίων κυμάτων που παράγονται από προσπίπτοντα P-κύματα.

Μπορούμε να απεικονίσουμε τα οριακά διαθλώμενα κύματα, ως κύματα που οδεύουν παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, αλλά με τη ταχύτητα V₂ του κατώτερου μέσου και παράγοντας διαταραχές στην διαχωριστική επιφάνεια. Αυτές οι διαταραχές δημιουργούν δευτερογενή κύματα καθώς τα διαθλώμενα κύματα περνούν και επιστρέφουν στην επιφάνεια δια μέσου του στρώματος με ταχύτητα V_I . Μια φορά ακόμη θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την *αρχή Huygens* για να χαράξουμε το μετωπικό κύμα που οδεύει προς την επιφάνεια με ταχύτητα V_I . Αυτό το κύμα αναφέρεται ως μετωπικό κύμα διάθλασης και κάθε ακτίνα του αναδύεται υπό την οριακή γωνία (εικ. 1-16).



Τα φαινόμενα της διάθλασης και ανάκλασης, η οριακή διάθλαση και η ολική ανάκλαση αναφέρονται συνοπτικά στην εικόνα 1-17.



Εικόνα 1-17. Α) Προσπίπτουσα, ανακλώμενη και διαθλώμενη ακτίνες.
 Β) Αύξηση του θ_i προκαλεί μια οριακά διαθλώμενη ακτίνα.
 Γ) Περαιτέρω αύξηση της γωνίας θ_i προκαλεί ολική ανάκλαση.

1.3.9 Περίθλαση

Στις περισσότερες περιπτώσεις θεωρούμε συνεχείς επίπεδες επιφάνειες και άλλες απλές γεωμετρίες στις αναλύσεις των μεθόδων σεισμικής ανάκλασης και διάθλασης, αν και η υπεδαφική δομή είναι σπάνια τόσο ιδανική. Εν τούτοις, μια ενδιαφέρουσα εξαίρεση στα παραπάνω αναφέρεται στο φαινόμενο της περίθλασης. Εάν μια διαταραχή παραχθεί στην επιφάνεια και συναντήσει μια απότομη αλλαγή στη καμπυλότητα του μέσου με παρουσία ασυνέχειας ταχύτητας, θα παραχθούν επιπλέον κύματα, τα οποία δεν προβλέπονται από τη χάραξη των ανακλώμενων ή διαθλώμενων ακτίνων. Δηλαδή, η ανάλυση μας δεν ισχύει όταν οι διαστάσεις του αντικειμένου που θα συναντήσουν οι σεισμικές ακτίνες δεν είναι αρκετά μεγαλύτερες από τα μήκη κύματος των σεισμικών αυτών κυμάτων.

Για την απεικόνιση του φαινομένου της περίθλασης ας θεωρήσουμε τη συμπεριφορά των υδατικών κυμάτων. Εάν υδατικά κύματα με επίπεδο μέτωπο συναντήσουν ένα εμπόδιο το οποίο περιέχει μια μικρή οπή με διαστάσεις όμοιες με το μήκος κύματος των υδατικών κυμάτων (εικ. 1-18), τότε εμφανίζεται το φαινόμενο της περίθλασης και τα υδατικά κύματα απλώνονται πέραν από την οπή υπό μορφή ημικυκλίων. Πράγματι, εάν θεωρήσουμε ότι μικρό μέρος του κύματος περιθλασης είναι ξεκάθαρη.



Εικόνα 1-18. Επίπεδα μετωπικά κύματα που προσεγγίζουν εμπόδιο με ένα άνοιγμα, το οποίο έχει πλάτος, d, ίσο με το μήκος κύματος, λ, των μετωπικών κυμάτων. Η αρχή Huygens εξηγεί το φαινόμενο της περίθλασης που παρατηρείται.

Αν και η διαδικασία, η οποία εμφανίζεται στην απότομη ασυνέχεια της εικόνας 1-19, είναι περισσότερο πολύπλοκη, η γενική μορφή εξηγείται αρκετά καλά με τη θεώρηση ότι, η απότομη αλλαγή στη καμπυλότητα λειτουργεί ως πηγή δευτερογενών κυμάτων και κατά συνέπεια μπορεί να χαραχθεί το μετωπικό κύμα με βάση την αρχή *Huygens*. Το ερώτημα που ανακύπτει είναι κάτω από ποιες συνθήκες οι περιθλάσεις μπορούν να εμφανισθούν στο υπέδαφος; Ας αναφερθούμε πάλι στην εικόνα 1-18. Καθώς το μέγεθος της οπής (άνοιγμα) στο εμπόδιο αυξάνεται, η επίδραση της περίθλασης ελαττώνεται και είναι μόλις αισθητή όταν οι διαστάσεις της οπής είναι αρκετές φορές μεγαλύτερη του μήκους κύματος. Το γεγονός αυτό υπαγορεύει ότι η περίθλαση θα είναι περισσότερο σημαντική όταν απότομες αλλαγές στη καμπυλότητα θα έχουν οι ακτίνες, οι οποίες είναι όμοιες με τις διαστάσεις των σεισμικών μήκων κύματος. Καθώς τα σεισμικά μήκη κύματος τυπικά είναι αρκετές δεκάδες μέτρα σε μήκος, τα περιθλώμενα κύματα βεβαίως δεν θα είναι ασυνήθη. Τα κύματα περίθλασης επηρεάζουν περισσότερο την ανάλυση των σεισμικών καταγραφών ανάκλασης, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν είναι παρόντα και στις σεισμικές καταγραφές διάθλασης.



1.3.10 Εξασθένηση των σεισμικών κυμάτων

Ο κυριότερος σκοπός σε μια σεισμική έρευνα είναι η ερμηνεία των διαφορετικών κυματικών αφίξεων στην επιφάνεια. Η προσπάθεια αυτή δεν είναι εύκολο πράγμα κι αν ακόμη τα γεωλογικά στρώματα είναι ομογενή και υπάρχει μια μόνο διαχωριστική επιφάνεια (ασυνέχεια). Η ποικιλία των σεισμικών κυμάτων, οι μεταβολές στις πυκνότητες και στις ελαστικές σταθερές, η ανάκλαση και διάθλαση στις ασυνέχειες και η μετατροπή των

κυμάτων στις ασυνέχειες, όλα αυτά συμβάλλουν σε μια περίπλοκη άφιξη των κυμάτων σε κάθε σημείο στην επιφάνεια. Για να κατανοηθεί αυτός ο γρίφος, πρέπει να μελετηθούν οι παράγοντες που μεταβάλλουν τα πλάτη των κυμάτων που καταγράφονται σε δέκτες κατά μήκος της επιφανείας.

1.3.10.α Γεωμετρική εξασθένηση

Ο πρώτος παράγοντας που επηρεάζει τα πλάτη των κυμάτων μπορεί εύκολα να απεικονισθεί. Ας θεωρήσουμε την εικόνα όπου η κυματική ενέργεια διαδίδεται μακριά από μια διαταραχή ως σφαιρικό μετωπικό κύμα. Για κάθε μέτρο διάδοσης, το κύμα οδεύει με την ενέργεια να κατανέμεται σε όλο και μεγαλύτερη επιφάνεια. Έτσι, σε κάθε μια περιοχή μακριά από την πηγή το ποσόν της ενέργειας πρέπει να μειώνεται. Ας θεωρήσουμε το ποσόν της ενέργειας που κατανέμεται σε μια μικρή επιφάνεια ενός σφαιρικού μετωπικού κύματος κατά τη χρονική στιγμή t_0 και λάβουμε την επιφάνεια αυτή σε μια χρονική στιγμή, t, αργότερα. Εφόσον η επιφάνεια της σφαίρας είναι $4 \pi r^2$, όπου r είναι η ακτίνα, τότε ο λόγος των επιφανειών πρέπει να είναι ίσος με τα τετράγωνα των ακτίνων των σφαιρικών κυμάτων. Έτσι, η ενέργεια που κατανέμεται σε όλη τη νέα επιφάνεια του μετωπικού κύματος πρέπει να ελαττώνεται ως $1/r^2$. Επειδή το πλάτος του κύματος είναι ανάλογο της τετραγωνικής ρίζας της κυματικής ενέργειας, το πλάτος πρέπει να ελαττώνεται ως 1/r. Ο πίνακας 1-4 απεικονίζει τις απώλειες ενέργειας για αποστάσεις από την πηγή ενέργειας που είναι τυπικές για πολλές έρευνες υπαίθρου και για ρηχούς στόχους υπόγειας διερεύνησης (βάθη μικρότερα από 100 μέτρα). Η εικόνα 1-20 είναι η γραφική παράσταση των σχέσεων μεταξύ των σειρών 1 και 2 του πίνακα 1-4.

Πίνακας 1-4 ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΟΝΤΑΙ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΞΑΣΘΕΝΗΣΗ

Απόσταση από πηγή (m)	3	6	9	12	24	36	48	96	144	192	240
Απώλεια Γεωμετρικής Εξασθένησης (db)	9,54	15,56	19,08	21,58	27,60	31,13	33,62	39,65	43,17	45,67	47,60





1.3.10.β Απορρόφηση

Καθώς τα σεισμικά κύματα διαδίδονται, προκαλούν παραμόρφωση των υλικών δια μέσου των οποίων διέρχονται. Έτσι, παράγεται θερμική ενέργεια, η οποία μειώνει την ολική ενέργεια του κύματος. Αυτή η μείωση της ελαστικής ενέργειας του κύματος ονομάζεται απορρόφηση. Η σχέση της διαδικασίας αυτής είναι:

$$I = I_0 e^{-qr} \quad (20)$$

όπου I ορίζεται ως η ένταση της ενέργειας (το ποσόν της ενέργειας που περνά μέσα από τη μονάδα επιφανείας στη μονάδα χρόνου), q είναι ο συντελεστής απορρόφησης και r είναι η απόσταση. Για μια δεδομένη ένταση ενέργειας σε ένα σημείο I_0 , το I παριστά την ένταση της ενέργειας σε ένα σημείο $σ_0$, το I παριστά την ένταση της ενέργειας σε ένα σημείο σε απόσταση r από το I_0 . Ο συντελεστής απορρόφησης q εκφράζεται σε decibels/μήκος κύματος (db/ λ). Ο πίνακας 1-5 δείχνει απώλειες ενέργειας για μια περίπτωση που το q δίδεται ως 0.55 db/ λ . Αυτή η τιμή για το q είναι μια μέση τιμή των δημοσιευμένων τιμών για διαφορετικά υλικά, αλλά το ενδιαφέρον του πίνακα αυτού δεν είναι οι απόλυτες τιμές, αλλά οι συγκρίσεις αυτών σε διαφορετικές συχνότητες και αποστάσεις.

Πίνακας 1-5 ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (σε DB) ΟΦΕΙΛΟΜΕΝΕΣ ΣΕ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗ

		P-k	τύμα	S-κύμα				
Συχνότητα				Απόστ	αση (m)			
(Hz)	10	60	120	240	10	60	120	240
5	0,0293	0,1755	0,351	0,702	0,0585	0,351	0,702	1,404
10	0,0585	0,351	0,702	1,404	0,117	0,702	1,404	2,808
30	0,1755	1,053	2,106	4,212	0,351	2,106	4,212	8,424
100	0,585	3,51	7,02	14,04	1,17	7,02	14,04	28,08
200	1,17	7,02	14,04	28,08	2,34	14,04	28,08	56,16
300	1,755	10,53	21,06	42,12	3,51	21,06	42,12	84,24

Ταχύτητα Ρ-κύματος (m/s) 4000 Ταχύτητα S-κύματος (m/s) 2000 Συντελεστής απορρόφησης 0,55 db/Μήκος κύματος

Από τις συγκρίσεις αυτές προκύπτει ότι οι απώλειες ενέργειας, που οφείλονται στην απορρόφηση είναι πολύ μεγαλύτερες σε υψηλότερες συχνότητες, παρά σε χαμηλότερες συχνότητες για μια δεδομένη απόσταση από την πηγή ενέργειας. Να σημειωθεί ιδιαίτερα η σημαντική διαφορά μεταξύ του κύματος συχνότητας 10-Ηz και του κύματος συχνότητας 100-Ηz στα 240 μέτρα. Επειδή πολλοί φυσικοί σεισμικοί παλμοί περιλαμβάνουν ένα εύρος συχνοτήτων, οι υψηλότερες συχνότητες διαδοχικά μειώνονται με την απόσταση, έτσι ώστε η μορφή των σεισμικών παλμών να αλλάζει και να λαμβάνει ομαλότερο ή ευρύτερο σχήμα (μορφή). Αυτή είναι η αιτία που η γη δρα ως χαμηλό-πέρασμα (low-pass) φίλτρο. Οι χαμηλότερες συχνότητες διαδίδονται με λιγότερη απώλεια ενέργειας, ενώ οι υψηλότερες συχνότητες προοδευτικά εξασθενούν.

Εάν όλοι οι άλλοι παράγοντες παραμείνουν οι ίδιοι, τότε τα κύματα που διαδίδονται με μικρότερες ταχύτητες θα απολέσουν ενέργεια πολύ πιο γρήγορα από απορρόφηση, παρά τα κύματα που οδεύουν με υψηλότερες ταχύτητες. Σ' αυτή τη βάση, τα S-κύματα θα χάσουν ενέργεια πολύ πιο γρήγορα από τα P-κύματα. Επειδή το πλάτος του κύματος είναι ανάλογο της τετραγωνικής ρίζας της κυματικής ενέργειας, τα πλάτη των S-κυμάτων θα μειωθούν πολύ πιο γρήγορα από τα πλάτη των P-κυμάτων.

1.3.11 Καταμερισμός ενέργειας

Έχει αναφερθεί και προηγουμένως ότι P- και S-κύματα όταν προσπέσουν σε μια ασυνέχεια όχι μόνο θα ανακλασθούν και διαθλασθούν, αλλά θα παράγουν και άλλα P- και S-κύματα. Επειδή το ολικό ποσόν της ενέργειας πρέπει να παραμένει σταθερό μεταξύ του προσπίπτοντος και των ανακλώμενων και διαθλώμενων κυμάτων, τα πλάτη των ανακλώμενων και διαθλώμενων σχετικά με το πλάτος του προσπίπτοντος κύματος.

Για ένα δεδομένο πλάτος ενός προσπίπτοντος P-κύματος, είναι δυνατό να υπολογισθούν τα πλάτη των ανακλώμενων και διαθλώμενων κυμάτων χρησιμοποιώντας εξισώσεις που έχει αναπτύξει ο Zoeppritz (1919). Εάν οι ταχύτητες (V_1, V_2) και οι πυκνότητες (ρ_1, ρ_2) των υλικών πάνω και κάτω από την ασυνέχεια είναι γνωστές, αυτές οι εξισώσεις παρέχουν λύσεις για όλες τις γωνίες πρόσπτωσης. Ουσιαστικά, υπεισέρχονται τέσσερις εξισώσεις με τέσσερις αγνώστους (τα πλάτη). Δεν θα αναφερθούν εδώ οι εξισώσεις αυτές, αλλά είναι προσιτές σε αρκετά ξένα εγχειρίδια όπως του Telford et.al (1990).

Παρόλα αυτά, εάν το προσπίπτον Ρ-κύμα είναι κάθετο προς την ασυνέχεια, οι εξισώσεις απλοποιούνται σε πολύ απλή μορφή. Δεν παράγονται S-κύματα σε κάθετη πρόσπτωση. Οι λόγοι των πλατών A είναι:

$$\frac{A_{rfl}}{A_i} = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1} \quad (21) \qquad \qquad \frac{A_{rfr}}{A_i} = \frac{2\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1} \quad (22)$$

όπου οι ποσότητες παριστάνονται γραφικά στην εικόνα 1-21. Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να γραφούν συνοπτικά υπό μορφή:



όπου $Z_1 = \rho_1 V_1$ και $Z_2 = \rho_2 V_2$

Τιμές για αυτούς τους λόγους πλατών δίδονται στον πίνακα 1-6 για μια σειρά σχέσεων πυκνότητας-ταχύτητας και χαρακτηρίζονται ως «συντελεστής ανάκλασης» και «συντελεστής διάθλασης». Αυτοί οι όροι συνήθως χρησιμοποιούνται αντί των λόγων πλατών. Οι γεωφυσικοί επίσης χρησιμοποιούν αυτούς του όρους για να αναφερθούν στους λόγους των ενεργειών των ανακλώμενων και διαθλώμενων κυμάτων. Ας θυμηθούμε τη γενική σχέση μεταξύ της ενέργειας και του πλάτους. Οι εξισώσεις που διέπουν τους λόγους των ενεργειών είναι αρκετά όμοιες με εκείνες των πλατών:

$$\frac{I_{rfl}}{I_i} = \left(\frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1}\right)^2 (25) \qquad \frac{I_{rfr}}{I_i} = \frac{4\rho_1 V_1 \rho_2 V_2}{\left(\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1\right)^2} (28)$$
$$\frac{I_{rfl}}{I_i} = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2 (27) \qquad \frac{I_{rfr}}{I_i} = \frac{4Z_1 Z_2}{\left(Z_2 + Z_1\right)^2} (28)$$

ή

Λύσεις των εξισώσεων αυτών παρουσιάζονται επίσης στον πίνακα 1-6.

Πίνακας 1-6 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΝΑΚΛΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ ΓΙΑ ΚΑΘΕΤΗ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗ

Πυκνότητα (g/cm³) - Στρώμα 1	2,00	Z_l	3000
Πυκνότητα (g/cm³) - Στρώμα 2	2,60	Z_2	11700
Ταχύτητα Ρ-κύματος (m/s) - Στρώμα 1	1500		
Ταχύτητα Ρ-κύματος (m/s) - Στρώμα 2	4500		

Συντελεστής Ανάκλασης 0,59	Κλάσμα ανακλώμενης ενέργειας 0,35
Συντελεστής Διάθλασης 0,41	Κλάσμα διαθλώμενης ενέργειας 0,65

1.4 Η μέθοδος της σεισμικής διάθλασης

Η διάθλαση των σεισμικών κυμάτων παρέχει πληροφορίες τόσο για τη σύσταση όσο και τη δομή του υπεδάφους και ιδιαίτερα για τη δομή του φλοιού της γης και την ύπαρξη του πυρήνα αυτής. Μεταβολές στη σεισμική ταχύτητα σχετίζονται με αλλαγές του συντελεστή κυβικής ελαστικότητας, το μέτρο ακαμψίας και την πυκνότητα. Η μέθοδος της σεισμικής διάθλασης είναι περισσότερο χρήσιμη εκεί όπου υπάρχει απότομη αύξηση της ταχύτητας με το βάθος, διότι τα οριακά διαθλώμενα κύματα φθάνουν πρώτα στο σταθμό παρατήρησης απ' όλα τα άλλα είδη κυμάτων.

Αν και οι σεισμογράφοι επινοήθηκαν προς το τέλος του 19^{ου} αιώνα, εν τούτοις, οι πρώτες σημαντικές εφαρμογές και ανακαλύψεις των τεχνικών διάθλασης έγιναν στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Το 1909 ο Α. Mohorovičić ανακάλυψε ότι υπάρχει μια ασυνέχεια ταχύτητας στη βάση του φλοιού της γης, στηριζόμενος στις αφίξεις κυμάτων από ένα κοντινό σεισμό. Αργότερα το 1913 ο Β. Gutenberg υπολόγισε το βάθος του πυρήνα της γης. Έτσι, η μέθοδος της σεισμικής διάθλασης ήταν υπεύθυνη για την αρχική μας γνώση σχετικά με τη δομή της γης.

Από το 1920 και μετά οι τεχνικές διάθλασης εφαρμόσθηκαν κυρίως για τον εντοπισμό υδρογονανθράκων και είχαν μεγάλη επιτυχία. Καθώς οι σεισμικές τεχνικές και ο τεχνικός εξοπλισμός βελτιώθηκαν, η μέθοδος της ανάκλασης αντικατέστησε τη διάθλαση και έγινε η κυρίαρχη μέθοδος εντοπισμού υδρογονανθράκων. Εν τούτοις, η μέθοδος της σεισμικής διάθλασης συνεχίζει να είναι η πλέον συχνά χρησιμοποιούμενη σεισμική μέθοδος για ρηχές υπεδαφικές έρευνες.

1.4.1 Η περίπτωση ενός ομογενούς στρώματος

Πριν εξετάσουμε τη μέθοδο διάθλασης, ας θεωρήσουμε ξανά τα κύματα που διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις σε ένα ομογενές υπέδαφος. Καθώς το ημισφαιρικό μετωπικό κύμα φθάνει σε μια σειρά δεκτών (γεωφώνων) που ισαπέχουν, κάθε δέκτης καταγράφει τη μετατόπιση του εδάφους που οφείλεται σ' αυτό το κύμα. Ο χρόνος διαδρομής αυτού του μετωπικού κύματος, από το σημείο της πηγής ενέργειας (σημείο σεισμικής πηγής) μέχρι κάθε

γεώφωνο, μπορεί να υπολογισθεί (αναγνωσθεί) από το σεισμόγραμμα. Από την ισαπόσταση των γεωφώνων και την απόσταση του πρώτου γεωφώνου από τη σεισμική πηγή, μπορεί να χαραχθεί ένα γράφημα (δρομο-χρονική καμπύλη), που απεικονίζει το χρόνο σε σχέση με την απόσταση (εικ. 1-22).

Επειδή το κύμα οδεύει με σταθερή ταχύτητα και τα γεώφωνα είναι σε ίσες αποστάσεις, αυτή η δρομο-χρονική καμπύλη πρέπει να είναι μια ευθεία γραμμή. Ο τύπος της εξίσωσης θα είναι:

Χρόνος = (Απόσταση) / (Ταχύτητα)





Για μια εξίσωση αυτής της απλής μορφής, είναι φανερό ότι μπορούμε να υπολογίσουμε τη ταχύτητα του ομοιογενούς υλικού, εάν γνωρίζουμε τις τιμές του χρόνου και της απόστασης. Ας θυμηθούμε εδώ τη μαθηματική έκφραση της κλίσης της ευθείας. Λαμβάνοντας την πρώτη παράγωγο αυτής της εξίσωσης σε σχέση με το x, προκύπτει η κλίση της ευθείας. Έτσι,

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{V_1}$$

κλίση = $\frac{1}{V_1}$ (30)
 $V_l = 1/$ κλίση (31)

και

ή

Αυτό σημαίνει ότι εάν έχουμε μια δρομο-χρονική καμπύλη όμοια με εκείνη της εικόνας 1-22, μπορούμε να υπολογίσουμε την κλίση της ευθείας, να πάρουμε την αντίστροφη τιμή της και να την πολλαπλασιάσουμε επί 1000 εάν το γράφημα είναι σε μέτρα και χιλιοστά του δευτερολέπτου.



Ακολουθώντας αυτή τη διαδικασία για το γράφημα της εικόνας 1-23 υπολογίσθηκε μια ταχύτητα 286 m/s. Αν και η ταχύτητα αυτή είναι χαμηλή, μας δίδει πληροφορία για την ύπαρξη ενός επιφανειακού στρώματος χαμηλής ταχύτητας

1.4.2 Η περίπτωση της παρουσίας μιας ασυνέχειας

Η υπεδαφική δομή δεν είναι συνήθως ομοιογενής. Αναμένουμε κανονικά την ύπαρξη αρκετών ασυνεχειών (στρωμάτων) με το βάθος. Σύμφωνα με τα όσα έχουν αναφερθεί προηγουμένως, οι ασυνέχειες αυτές θα παράγουν ανακλάσεις, διαθλάσεις και κυματικές μετατροπές. Προς το παρόν, θα ασχοληθούμε με την ύπαρξη μιας ασυνέχειας και θα περιορισθούμε στην ανάλυση των διαθλάσεων και ιδιαίτερα των διαθλάσεων εκείνων που προκαλούν την ενέργεια να επιστρέψει στην επιφάνεια, όπου εκεί θα εντοπισθεί και καταγραφεί.

Η εικόνα 1-24 δείχνει την τροχιά που ακολουθεί ένα οριακά διαθλώμενο κύμα από τη σεισμική πηγή E στο γεώφωνο G. Ένα P-κύμα που παράγεται στο E και οδεύει με ταχύτητα V₁, προσπίπτει στην ασυνέχεια μεταξύ δύο υλικών με διαφορετικές ταχύτητες, V₁ και V₂. Η ακτίνα η οποία προσπίπτει στην ασυνέχεια με την ορική γωνία, θ_{ic}, διαθλάται παράλληλα προς την ασυνέχεια και διαδίδεται με ταχύτητα V₂. Ένα μετωπικό κύμα παράγεται καθώς η ενέργεια επιστρέφει προς την επιφάνεια κατά μήκος ακτίνων, όπως αυτής που οδεύει από το N στο G.



1.4.3 Η εξίσωση του χρόνου διαδρομής

Ας ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία όπως και για την ανάλυση των απ' ευθείας κυμάτων.

Το πρώτο βήμα είναι πολύ απλό. Ο συνολικός χρόνος διαδρομής από το E στο G δίδεται από τη σχέση, σύμφωνα με την *αρχή Fermat*:

$$X\rho \circ vos = t = \frac{EM}{V_1} + \frac{MN}{V_2} + \frac{NG}{V_1}$$
 (32)

Όπου

$$\sigma \upsilon \upsilon \theta_{ic} = \frac{h_1}{EM}$$
 (33) $\kappa \alpha \iota EM = NG$

Τότε

$$EM = NG = \frac{h_1}{\sigma \upsilon v \mathcal{P}_{ic}} \qquad (34)$$

Επίσης

$$EA = BG = h_1 \varepsilon \varphi \theta_{ic} \quad (35) \quad \text{kat} \quad MN = x - 2h_1 \varepsilon \varphi \theta_{ic} \quad (36)$$

Έτσι,

$$t = \frac{h_1}{V_1 \sigma \upsilon v \mathcal{P}_{ic}} + \frac{x - 2h_1 \varepsilon \varphi \theta_{ic}}{V_2} + \frac{h_1}{V_1 \sigma \upsilon v \mathcal{P}_{ic}}$$
(37)

Η παραπάνω σχέση είναι η βασική εξίσωση για τον υπολογισμό του χρόνου διαδρομής των οριακά διαθλώμενων κυμάτων σε μια ασυνέχεια. Εάν γνωρίζουμε τα h_1 , V_1 και V_2 , τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το χρόνο διαδρομής για κάθε απόσταση x, από τη σεισμική πηγή στο γεώφωνο. Η παραπάνω σχέση μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω. Με αναδιάρθρωση των όρων της λαμβάνουμε,

$$t = \frac{2h_1}{V_1 \sigma \upsilon v \vartheta_{ic}} - \frac{2h_1 \varepsilon \varphi \vartheta_{ic}}{V_2} + \frac{x}{V_2}$$
(38)

Εάν αντικαταστήσουμε με τις σχέσεις

$$\mathcal{E}\phi \mathcal{G}_{ic} = \frac{\eta \mu \mathcal{G}_{ic}}{\sigma \upsilon v \mathcal{G}_{ic}}$$
 και $\eta \mu \mathcal{G}_{ic} = \frac{V_1}{V_2}$

Η εξίσωση γίνεται

$$t = \frac{2h_1}{V_1 \sigma \upsilon v \vartheta_{ic}} - \frac{2h_1 \eta \mu^2 \vartheta_{ic}}{V_1 \sigma \upsilon v \vartheta_{ic}} + \frac{x}{V_2}$$
(39)

και με σύμπτυξη των όρων

$$t = \frac{2h_1(1 - \eta\mu^2 \mathcal{G}_{ic})}{V_1 \sigma \upsilon v \mathcal{G}_{ic}} + \frac{x}{V_2}$$

και χρησιμοποιώντας τη γνωστή τριγωνομετρική σχέση

$$\eta \mu^2 \vartheta_{ic} + \sigma \upsilon v^2 \vartheta_{ic} = 1$$

λαμβάνουμε τη σχέση

$$t = \frac{2h_1 \sigma \upsilon v \mathcal{P}_{ic}}{V_1} + \frac{x}{V_2} \qquad (40)$$

ή εάν εκφρασθεί το $\sigma v v \theta_{ic}$ με τις ταχύτητες V_1 και V_2 , τότε προκύπτει η σχέση

$$t = \frac{2h_1 \left(1 - \left(\frac{V_1^2}{V_2^2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}{V_1} + \frac{x}{V_2} \qquad (41) \qquad \text{kat} \qquad t = \frac{2h_1 \left(V_2^2 - V_1^2\right)^{\frac{1}{2}}}{V_2 V_1} + \frac{x}{V_2} \qquad (42)$$

Εάν λάβουμε την πρώτη παράγωγο της παραπάνω σχέσης (όπως και προηγουμένως για τα απ' ευθείας κύματα) σε σχέση με το x, τότε θα προκύψει ένα πολύ απλό αποτέλεσμα:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{V_2} \quad (43)$$

Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι η εξίσωση του χρόνου διαδρομής των οριακά διαθλώμενων κυμάτων είναι η εξίσωση της ευθείας γραμμής με κλίση $1/V_2$. Επειδή $V_2 > V_1$, η κλίση $1/V_2$ θα είναι μικρότερη από τη κλίση $1/V_1$.

1.4.4 Ο υπολογισμός του πάχους

Ας εξετάσουμε την εικόνα 1-25. Η ευθεία γραμμή που περνά από τους χρόνους άφιξης για τα οριακά διαθλώμενα κύματα, μπορεί να προεκταθεί μέχρι να τμήσει τον άξονα του χρόνου. Αυτός ο χρόνος ονομάζεται χρόνος συνάντησης, t_i . Ο χρόνος αυτός δεν έχει φυσική έννοια εφόσον δεν φθάνουν διαθλώμενα κύματα σε απόσταση x = 0. Εν τούτοις, σε x = 0, ο χρόνος διαδρομής από την εξίσωση γίνεται:

Χρόνος =
$$t_i = 2h_1 \frac{\left(V_2^2 - V_1^2\right)^{1/2}}{V_2 V_1}$$
 (44)

Και έτσι,

$$h_1 = \frac{t_i}{2} \frac{V_2 V_1}{\left(V_2^2 - V_1^2\right)^{1/2}} \quad (45)$$



Έτσι, για μια οριζόντια ασυνέχεια, εάν μπορέσουμε να προσδιορίσουμε τις αφίξεις των απ' ευθείας και διαθλώμενων κυμάτων από ένα σεισμόγραμμα, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το πάχος του υλικού πάνω από την ασυνέχεια και τις σεισμικές ταχύτητες των υλικών πάνω και κάτω από την ασυνέχεια.

1.4.5 Ταυτόχρονη άφιξη των απ' ευθείας και διαθλώμενων κυμάτων

Υπάρχει και ένας άλλος τρόπος για να προσδιορισθεί το πάχος του πρώτου στρώματος. Εάν εξετάσουμε πάλι τη δρομο-χρονική καμπύλη της εικόνας 1-25, θα ιδούμε ότι οι δύο ευθείες γραμμές των απ' ευθείας και των διαθλώμενων κυμάτων τέμνονται σε ένα σημείο. Η οριζόντια συντεταγμένη αυτού του σημείου, x_{co} , αναφέρεται ως διασταυρωτή απόσταση. Η απόσταση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί του χρόνου συνάντησης t_i , για να υπολογισθεί το h_i , το βάθος μέχρι την ασυνέχεια. Σε απόσταση x_{co} οι χρόνοι διαδρομής των απ' ευθείας και των διαθλώμενων

Χρόνος _{απ'ευθείας κύμα} =
$$\frac{x_{co}}{V_1}$$

Χρόνος _{διαθλώμενο κύμα} = $\frac{2h_1(V_2^2 - V_1^2)^{1/2}}{V_2V_1} + \frac{x_{co}}{V_2}$

και

$$\frac{x_{co}}{V_1} = \frac{2h_1(V_2^2 - V_1^2)^{\frac{1}{2}}}{V_2V_1} + \frac{x_{co}}{V_2} \quad (46)$$

Εάν αναδιαρθρώσουμε τους όρους λαμβάνουμε

$$\frac{h_1 \left(V_2^2 - V_1^2\right)^{\frac{1}{2}}}{V_2 V_1} = \frac{x_{co}}{2} \left(\frac{V_2 - V_1}{V_2 V_1}\right) \quad \text{kon} \quad h_1 = \frac{x_{co}}{2} \left(\frac{V_2 - V_1}{V_2 V_1}\right) \left(\frac{V_2 V_1}{\left(V_2^2 - V_1^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

Απαλείφοντας τον όρο V_2V_1 , λαμβάνουμε τη απλή σχέση

$$h_1 = \frac{x_{co}}{2} \left(\frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (47)$$

1 /

1.4.6 Οριακή απόσταση

Βασιζόμενοι στη γεωμετρία της οριακής διάθλασης, υπάρχει μια πεπερασμένη απόσταση από το σημείο της σεισμικής πηγής μέχρι το πρώτο σημείο (γεώφωνο) στο οποίο αυτή η διαθλώμενη ενέργεια μπορεί να καταγραφεί. Αυτή η απόσταση ονομάζεται οριακή απόσταση και είναι ίση με x_{crit} στην εικόνα 1-26.



Το σημείο απ' όπου η σεισμική ακτίνα αφήνει την ασυνέχεια και φθάνει στην επιφάνεια στην οριακή απόσταση, ονομάζεται οριακό σημείο ανάκλασης. Ο υπολογισμός της οριακής απόστασης είναι εύκολος. Γνωρίζουμε ότι,

$$\varepsilon\phi\theta_{ic} = \frac{x_{crit}/2}{h_1}$$
 Kai $\eta\mu\vartheta_{ic} = \frac{V_1}{V_2}$

Τότε

$$\varepsilon\phi\left[\eta\mu^{-1}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\right] = \frac{x_{crit}/2}{h_1} \quad (48)$$

$$x_{crit} = 2h_1 \varepsilon \phi \left[\eta \mu^{-1} \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \right] \quad \dot{\eta} \quad x_{crit} = \frac{2h_1}{\left[\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (49)$$

και

αν χρησιμοποιηθούν οι τριγωνομετρικές ιδιότητες που έχουν αναφερθεί προηγουμένως.

Ο πίνακας 1-7 παρουσιάζει μερικές τιμές οριακών αποστάσεων για ένα εύρος τιμών παχών του πρώτου στρώματος. Οι σεισμικές ταχύτητες που χρησιμοποιήθηκαν είναι όμοιες με εκείνες για μη κορεσμένους άμμους που υπέρκεινται κορεσμένων άμμων.

Πάχος	Οριακή απόσταση	
(m)	(m)	
2	1,53	Ταχύτητα 1-P (m/s) 500
4	3,06	Ταχύτητα 2 - P (m/s) 1400
6	4,59	
8	6,12	Αύξηση πάχους κατά 2 m
10	7,65	
12	9,18	
14	10,71	
16	12,24	
18	13,76	
20	15,29	

Πίνακας 1-7 ΤΙΜΕΣ ΟΡΙΑΚΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΠΑΧΗ

Αξιοσημείωτο εδώ είναι ότι η τροχιά του πρώτου οριακά διαθλώμενου κύματος που φθάνει στην επιφάνεια είναι η ίδια με την ανάκλαση, η οποία προσπίπτει στην ασυνέχεια στον οριακό σημείο ανάκλασης. Έτσι, τα ανακλώμενα και διαθλώμενα κύματα φθάνουν στον ίδιο χρόνο στην οριακή απόσταση x_{crit}, δηλαδή φθάνουν συγχρόνως στην επιφάνεια.

1.4.7 Η ασυνέχεια Mohorovičić

Μετά από ένα ισχυρό σεισμό τον Οκτώβριο 1909, που έγινε αισθητός στο Μετεωρολογικό Σταθμό του Ζάγκρεμπ, εκεί που εργαζόταν ο Andrija Mohorovičić (1857-1936), ο Mohorovičić ανέλυσε τις κύριες αποκλίσεις των σεισμογραμμάτων που είχαν καταγραφεί (Bonini & Bonini, 1979). Ο σεισμός είχε καταγραφεί από 29 σεισμολογικούς σταθμούς που βρίσκονταν από πολύ κοντά έως 2400 km από το επίκεντρο. Θεωρώντας μόνο τις αφίξεις των P-κυμάτων, ο Mohorovičić σημείωσε ότι οι σταθμοί που ήταν κοντά στο επίκεντρο παρουσίαζαν ένα μόνο παλμό, ενώ σεισμογράμματα από μακρινές αποστάσεις παρουσίαζαν δύο καθαρά αναγνωρίσιμους παλμούς. Την ίδια εικόνα έλαβε μελετώντας και τις αφίξεις των S-κυμάτων (εικ. 1-27). Ο Mohorovičić εξήγησε ότι οι πρώτοι παλμοί στους μακρινούς σταθμούς έπρεπε να οφείλονται σε κύματα που έχουν οδεύσει με μεγαλύτερη ταχύτητα για μια αρκετά μεγάλη απόσταση της τροχιάς τους. Υπολόγισε τις ταχύτητες από τις δρομοχρονικές καμπύλες καθώς και το βάθος που τοποθετείται η ασυνέχεια ταχύτητας (50 km).

Εάν εξετάσουμε την εικόνα 1-27 θα αναγνωρίσουμε τη κλασική περίπτωση των δύο στρωμάτων (μια οριζόντια ασυνέχεια), που έχουμε ήδη αναφέρει προηγουμένως. Τα απ' ευθείας κύματα για τα P- και S-κύματα (συμβολιζόμενα με Pg και Sg), δεν περνούν από την αρχή των αξόνων, διότι ο σεισμός δεν εμφανίστηκε στην επιφάνεια, αλλά σε κάποιο βάθος. Τα διαθλώμενα κύματα από την ασυνέχεια Mohorovičić ή κοινώς Moho συμβολίζονται ως Pn και Sn, αντίστοιχα.



Εικόνα 1-27. Δρομοχρονικές καμπύλες που έγουν απλοποιηθεί από τις αργικές απεικονίσεις του Mohorovičić. Pg είναι τα απ' ευθείας επιμήκη κύματα (κύματα φλοιού της γης) και Pn είναι τα διαθλώμενα επιμήκη κύματα (από ανώτερο μανδύα της γης). Η ορολογία για τα εγκάρσια κύματα, S, είναι η ίδια.

1.4.8 Μια ασυνέχεια υπό κλίση

Ας εξετάσουμε την εικόνα 1-28. Η γεωλογία στα Α και Β είναι η ίδια, εκτός από την ασυνέχεια στο Β που κλίνει 4⁰ προς τα κάτω και αριστερά. Η δρομο-χρονική καμπύλη του Α παρουσιάζει δύο γραμμικά τμήματα, τα οποία είναι ακριβώς ίδιας μορφής με εκείνα που έχουν προκύψει για το Β. Δεν υπάρχει κανένας τρόπος να ξεχωρίσει κανείς την υπό κλίση ασυνέχεια από την οριζόντια, βασιζόμενος στο τρόπο της έρευνας όπως αυτή διεξήχθη (διεξαγωγή μόνο της κανονικής διάταξης). Πώς όμως μπορεί να λυθεί το πρόβλημα αυτό;

Η εικόνα 1-28 αν και δεν λύνει το πρόβλημα μας, εν τούτοις το μέρος Γ παρέχει μια ένδειξη. Η κλίση της γραμμής που συμβολίζεται με «οριζόντια ασυνέχεια» είναι ίση με $1/V_2$, όπως ήδη γνωρίζουμε. Εν τούτοις, η κλίση της γραμμής που συμβολίζεται «ασυνέχεια υπό κλίση» είναι μικρότερη από την προηγούμενη τιμή, με συνέπεια η ταχύτητα να είναι μεγαλύτερη από την πραγματική ταχύτητα. Η ταχύτητα αυτή αναφέρεται συχνά ως φαινόμενη ταχύτητα.

Η ένδειξη βρίσκεται στους διαφορετικούς χρόνους άφιξης του διαθλώμενου μετωπικού κύματος στις δύο αυτές υπεδαφικές δομές. Να σημειωθεί ότι η άφιξη των διαθλώμενων κυμάτων σε κάθε γεώφωνο (εικ. 1-28 Γ) έρχεται νωρίτερα σε όμοιες αποστάσεις γεωφώνων, σχετικά με την περίπτωση της οριζόντιας ασυνέχειας. Η αιτία μπορεί να βρεθεί όταν συγκριθεί το Α με το Β. Όλες οι ακτίνες στο Α που επιστρέφουν στην επιφάνεια από την ασυνέχεια έχουν τις ίδιες τροχιές αποστάσεων να διασχίσουν και όλες είναι μεγαλύτερες από εκείνες του Β. Επειδή η επιφάνεια στο Β είναι υπό κλίση προς τα πάνω και δεξιά, κάθε ακτίνα που επιστρέφει στην επιφάνεια μέσω V₁, διασχίζει μια μικρότερη απόσταση από την ακτίνα που βρίσκεται αμέσως προς τα αριστερά της. Έτσι, το χρονικό κενό μεταξύ του οριακά διαθλώμενου κύματος στις δρομο-χρονικές καμπύλες από την οριζόντια και υπό κλίση ασυνέχεια αυξάνεται προς τα πάνω και δεξιά. Το γεγονός αυτό συμβάλλει στην εξήγηση των διαφορετικών κλίσεων στο Γ. Βέβαια αυτή η παρατήρηση δεν λύνει το πρόβλημα μας. Ας εξετάσουμε στην συνέχεια τι μορφή θα έχει η δρομο-χρονική καμπύλη εάν αντιστρέψουμε τη θέση της σεισμικής πηγής. Πρέπει πρώτα να δούμε και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτής της μετάθεσης της σεισμικής πηγής, στην περίπτωση της οριζόντιας ασυνέχειας.



Στην εικόνα 1-29 απεικονίζεται η διάταξη της κανονικής και αντίστροφης σεισμικής πηγής στην περίπτωση της οριζόντιας ασυνέχειας. Τα γεώφωνα κατανέμονται κατά μήκος της επιφάνειας μεταξύ των δύο σεισμικών πηγών.

Η θέση της σεισμικής πηγής που βρίσκεται αριστερά ονομάζεται κανονική, διότι είναι η αρχική θέση, ενώ η θέση που βρίσκεται δεξιά ονομάζεται αντίστροφη, διότι η πηγή σεισμικής ενέργειας έχει αντιστραφεί σε σχέση με την αρχική (κανονική). Ο λόγος που αναφερόμαστε στην εικόνα 1-29 είναι ότι οι τροχιές και κατά συνέπεια οι χρόνοι άφιξης είναι ακριβώς ίδιοι από κάθε πηγή για μια δεδομένη απόσταση γεωφώνου. Για παράδειγμα, η επιφανειακή απόσταση από την αντίστροφη πηγή μέχρι το γεώφωνο 1F (40 m) είναι η ίδια με την επιφανειακή απόσταση από την αντίστροφη πηγή μέχρι το γεώφωνο 1R. Οι τροχιές για τα δύο διαθλώμενα κύματα είναι ίσες καθώς και οι χρόνοι διαδρομής. Με τέτοια γεωμετρία οι δρομο-χρονικές καμπύλες που προκύπτουν για κάθε σεισμική πηγή είναι ακριβώς ίδιες.

Οι δρομο-χρονικές καμπύλες για τη κανονική και αντίστροφη πηγή χαρτογραφούνται συνήθως όπως στην εικόνα 1-29. Στην περίπτωση της παρουσίας οριζόντιας ασυνέχειας οι καμπύλες αυτές είναι συμμετρικές ή η μια είναι το κατοπτρικό είδωλο της άλλης. Επίσης παρατηρούμε ότι επειδή οι καμπύλες συμπίπτουν, οι κλίσεις των αντίστοιχων απ' ευθείας και διαθλώμενων κυμάτων είναι ίσες καθώς και οι χρόνοι συνάντησης. Οι συνολικοί επίσης χρόνοι που διανύουν τα κύματα από τη μια σεισμική πηγή στην άλλη και τανάπαλιν, T_F και T_R είναι ίσοι. Αυτή η ισοδυναμία είναι γνωστή ως αμοιβαιότητα των χρόνων. Αυτή η αμοιβαιότητα φαίνεται στην εικόνα 1-29, όπου τα τμήματα των διαθλώμενων κυμάτων, της κανονικής και αντίστροφης πηγής, τέμνουν τον άξονα των χρόνων στα 160 ms.



Εικόνα 1-29. Σύγκριση της δρομο-χρονικής καμπύλης με σεισμικές τροχιές σε γεώφωνα που βρίσκονται σε ίσες αποστάσεις από τη σεισμική πηγή για κανονική και αντίστροφη διάταξη.

Ας επιστρέψουμε τώρα στην αρχική μας ερώτηση. Ποια θα είναι η μορφή της δρομοχρονικής καμπύλης εάν αντιστραφεί η θέση της σεισμικής πηγής από τα αριστερά του διαγράμματος προς τα δεξιά; Η εικόνα 1-30 απεικονίζει την ίδια κατάσταση όπως η εικόνα 1-28 εκτός μιας αντίστροφης διάταξης που έχει προστεθεί. Όπως φαίνεται στην εικόνα 1-30, η κανονική και αντίστροφη διάταξη δεν είναι πλέον ίδιες, όταν υπάρχει μια υπό κλίση ασυνέχεια. Έτσι, πάντοτε συλλέγουμε δεδομένα με κανονική και αντίστροφη διάταξη προκειμένου να προσδιορίσουμε την ύπαρξη μιας υπό κλίση ασυνέχειας. Δηλαδή, εάν οι καμπύλες δεν είναι συμμετρικές, όπως στην εικόνα 1-30 (αντίθετα ότι συμβαίνει στην εικόνα 1-29), τότε η ασυνέχεια είναι υπό κλίση.

Η αιτία γιατί οι καμπύλες δεν είναι συμμετρικές θα εξηγηθεί από την εικόνα 1-30. Τα γεώφωνα 1F και 1R βρίσκονται σε ίσες αποστάσεις από τις αντίστοιχες σεισμικές πηγές τους (40 m), όπως επίσης και τα γεώφωνα 2F και 2R (60 m). Ας εξετάσουμε τη τροχιά κύματος που προσπίπτει στην ασυνέχεια και οριακά διαθλάται. Εάν μετρήσουμε την απόσταση που διάνυσε στο στρώμα με ταχύτητα V_1 μέχρι το γεώφωνο 1F, αυτή είναι μεγαλύτερη από την ίδια μέτρηση για το γεώφωνο 1R. Αυτό δημιουργεί ένα μεγαλύτερο χρόνο διαδρομής, όπως φαίνεται στη δρομο-χρονική καμπύλη. Αυτός ο μεγαλύτερος χρόνος διαδρομής της κανονικής διάταξης σχετικά με την αντίστροφη διάταξη ισχύει για όλες τις θέσεις πηγής-γεωφώνου εκτός από μια. Εάν εξετάσουμε την εικόνα 1-30 και υπολογίσουμε τους συνολικούς αμοιβαίους χρόνους, T_F και T_R , τότε θα διαπιστώσουμε ότι αυτοί είναι ίσοι και τέμνουν τον άξονα των χρόνων στα 142 ms.



Εικόνα 1-30. Σύγκριση χρόνων διαδρομής σε γεώφωνα πάνω από μια υπό κλίση ασυνέχεια. Σκοπός του διαγράμματος αυτού είναι να δείξει ότι για γεώφωνα που βρίσκονται σε ίδιες αποστάσεις προκύπτουν διαφορετικές τροχιές και χρόνοι διαδρομής για τη κανονική και αντίστροφη διάταξη.

Εξετάζοντας την εικόνα 1-28 δείξαμε ότι η φαινόμενη ταχύτητα ήταν μεγαλύτερη από την πραγματική ταχύτητα. Εάν υπολογίσουμε τη ταχύτητα των διαθλώμενων κυμάτων από την αντίστροφη διάταξη, θα ιδούμε ότι η ταχύτητα είναι μικρότερη από την πραγματική ταχύτητα. Εάν η κλίση της ασυνέχειας είναι μικρότερη από 10⁰ τότε η μέση τιμή των δύο φαινόμενων ταχυτήτων είναι σχεδόν ίση με την πραγματική ταχύτητα.

Τα κυριότερα σημεία που αναφέρθηκαν προηγουμένως αναφέρονται συνοπτικά στην εικόνα 1-31. Έτσι, οι δρομο-χρονικές καμπύλες της κανονικής και αντίστροφης διάταξης δεν είναι συμμετρικές εάν η ασυνέχεια είναι υπό κλίση. Οι τιμές V₁ για τη κανονική και αντίστροφη διάταξη πρέπει να συμφωνούν. Οι συνολικοί ή αμοιβαίοι χρόνοι πρέπει να είναι ίσοι. Τα αντίστροφα των κλίσεων των διαθλώμενων κυμάτων δεν δίδουν τη ταχύτητα V₂. Η μέση τιμή των V_{2F} και V_{2R} προσεγγίζει την πραγματική V₂ εάν η κλίση της ασυνέχειας είναι μικρή. Οι τιμές των κλίσεων είναι m_u και m_d ακολουθώντας τη συμβατική μορφή της εξίσωσης της ευθείας γραμμής: y = mx + β όπου m συμβολίζει τη κλίση. Μπορούμε επίσης να προσδιορίσουμε τη διεύθυνση της κλίσης, διότι όταν η φαινόμενη ταχύτητα είναι μεγαλύτερη σε μια από τις διατάξεις (κανονική ή αντίστροφη), τότε η ασυνέχεια κλίνει προς τα πάνω με διεύθυνση από την πηγή προς τη διάταξη των γεωφώνων.



Εικόνα 1-31. Δρομο-χρονική καμπύλη μιας υπό κλίση ασυνέχειας. Οι αμοιβαίοι χρόνοι πρέπει να είναι ίσοι. Παρόλα αυτά οι χρόνοι διαδρομής για τη κανονική και αντίστροφη πηγή σε ένα γεώφωνο μιας δεδομένης απόστασης, δεν είναι ίσοι. Αυτό φαίνεται με τα βέλη που φέρουν την ονομασία 100 F & 100R, που σηματοδοτούν χρόνους διαδρομής στα γεώφωνα που τοποθετούνται 100 m από τη κανονική και αντίστροφη πηγή.

1.4.9 Προσδιορισμός της εξίσωσης του χρόνου διαδρομής

Ο προσδιορισμός του χρόνου διαδρομής για μια υπό κλίση ασυνέχεια είναι περίπου ο ίδιος όπως και στην οριζόντια ασυνέχεια. Τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται εδώ φαίνονται στην εικόνα 1-32. Οι ποσότητες h_d και j_d τοποθετούνται στο κάτω μέρος της ασυνέχειας. Στην εξίσωση του χρόνου διαδρομής ο t_d παριστά το χρόνο διαδρομής όταν η σεισμική πηγή τοποθετείται προς το κάτω μέρος της ασυνέχειας. Ο χρόνος συνάντησης που υπολογίζεται από αυτή την εξίσωση είναι ο t_{id} , και η κλίση που υπολογίζεται από την παράγωγο της εξίσωσης συμβολίζεται με m_d . Όμοια, όταν η σεισμική πηγή τοποθετείται στη θέση πάνωκλίση, τότε όλα αυτά τα σύμβολα παίρνουν ως υπόστιξη ένα u αντί του d. Να σημειωθεί ότι το h είναι η κατακόρυφη απόσταση μέχρι την ασυνέχεια.





Εικόνα 1-32. Διάγραμμα που δείχνει το συμβολισμό που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή της εξίσωσης του χρόνου διαδρομής για μια υπό κλίση ασυνέχεια.

Εξετάζοντας την εικόνα 1-32 ας θυμηθούμε ότι η γωνία θ_{ic} μετριέται από τη κάθετο προς την ασυνέχεια. Κατ' αρχήν, λαμβάνουμε την περίπτωση όπου η πηγή τοποθετείται προς το κάτω μέρος της ασυνέχειας (σκοπεύουμε προς πάνω-κλίση). Ο χρόνος διαδρομής για ένα κύμα από την πηγή μέχρι το γεώφωνο G, δίδεται από τη σχέση:

$$t_{d} = \frac{EM}{V_{1}} + \frac{MN}{V_{2}} + \frac{NG}{V_{1}}$$
(50)

$$EM = \frac{j_d}{\sigma \upsilon v \vartheta_{ic}} \quad (51) \qquad NG = \frac{j_u}{\sigma \upsilon v \vartheta_{ic}} \quad (52)$$

και εφόσον

$$\dot{j}_u = \dot{j}_d - EP = \dot{j}_d - x\eta\mu\beta$$

$$NG = \frac{j_d - x\eta\mu\beta}{\sigma\nu\nu\theta_{ic}} \qquad (53)$$

Επειδή MN = PG - AM - NC, υπολογίζουμε τις σχετικές ποσότητες

 $PG = x \sigma v v \beta$, $AM = j_d \varepsilon \varphi \theta_{ic}$, kai $NC = j_u \varepsilon \varphi \theta_{ic} = (j_d - x \eta \mu \beta) \varepsilon \varphi \theta_{ic}$

Αυτό μας δίδει τη βασική δρομο-χρονική εξίσωση:

$$t_{d} = \frac{j_{d}}{V_{1}\sigma\upsilon\nu\vartheta_{ic}} + \frac{x\sigma\upsilon\nu\beta - j_{d}\varepsilon\phi\vartheta_{ic} - (j_{d} - \eta\mu\beta)\varepsilon\phi\vartheta_{ic}}{V_{2}} + \frac{j_{d} - x\eta\mu\beta}{V_{1}\sigma\upsilon\nu\vartheta_{ic}}$$
(54)

Μπορούμε να απλοποιήσουμε αυτή την εξίσωση χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες

$$\eta\mu(\vartheta_{ic} - \beta) = \eta\mu\vartheta_{ic}\sigma\upsilon\nu\beta - \sigma\upsilon\nu\vartheta_{ic}\eta\mu\beta$$
$$\eta\mu(\vartheta_{ic} + \beta) = \eta\mu\vartheta_{ic}\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\vartheta_{ic}\eta\mu\beta$$

Τελικά φθάνουμε στη σχέση

$$t_{d} = \frac{2j_{d}\sigma\upsilon\nu\vartheta_{ic}}{V_{1}} + \frac{x}{V_{1}}\eta\mu(\vartheta_{ic} - \beta)$$
(55)

Το επόμενο βήμα είναι να μετακινήσουμε τη σεισμική πηγή προς το πάνω μέρος της ασυνέχειας και να σκοπεύσουμε προς κάτω-κλίση. Μετά την απλοποίηση θα λάβουμε την παρακάτω σχέση:

$$t_{u} = \frac{2j_{u}\sigma \upsilon v \vartheta_{ic}}{V_{1}} + \frac{x}{V_{1}}\eta \mu \left(\vartheta_{ic} + \beta\right) \quad (56)$$

Αυτές οι δύο τελευταίες εξισώσεις δεν είναι μόνο πολύ όμοιες μεταξύ τους, αλλά και δεν διαφέρουν από εκείνη της οριζόντιας ασυνέχειας. Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε τις κλίσεις των ευθειών γραμμών αυτών των εξισώσεων. Έτσι, προκύπτει ότι

$$\frac{d(t_d)}{dx} = \frac{\eta \mu(\theta_{ic} - \beta)}{V_1} \qquad \text{Kat} \qquad \frac{d(t_u)}{dx} = \frac{\eta \mu(\theta_{ic} + \beta)}{V_1}$$

Ακολουθώντας την ορολογία που αναφέρθηκε στην εικόνα 1-31 για τις κλίσεις και τους χρόνους συνάντησης, οι προηγούμενες σχέσεις γράφονται ως

$$m_d = \frac{\eta \mu (\mathcal{G}_{ic} - \beta)}{V_1} \quad (57) \qquad \text{kat} \qquad \qquad m_u = \frac{\eta \mu (\mathcal{G}_{ic} + \beta)}{V_1} \quad (58)$$

Εάν λάβουμε υπόψη ότι $\eta\mu\theta_{ic} = V_l/V_2$, βλέπουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε το V_2 , αν γνωρίζουμε το θ_{ic} . Βέβαια θέλουμε να γνωρίζουμε και τη κλίση β της ασυνέχειας. Σημειώνοντας τα πρόσημα + και – στις παραπάνω σχέσεις βλέπουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε και τα δύο β και θ_{ic} . Έτσι, γράφουμε τις παραπάνω σχέσεις υπό μορφή

$$\mathcal{G}_{ic} - \boldsymbol{\beta} = \eta \mu^{-1} (V_1 m_d)$$
 kat $\mathcal{G}_{ic} + \boldsymbol{\beta} = \eta \mu^{-1} (V_1 m_u)$

Επειδή τα m_d , m_u και V_1 υπολογίζονται απ' ευθείας από τις δρομο-χρονικές καμπύλες, λύνουμε ως προς θ_{ic} και έχουμε

$$\mathcal{P}_{ic} = \eta \mu^{-1} (V_1 m_d) + \beta \qquad \text{Kat} \qquad \mathcal{P}_{ic} = \eta \mu^{-1} (V_1 m_u) - \beta$$
$$2\mathcal{P}_{ic} = \eta \mu^{-1} (V_1 m_d) + \eta \mu^{-1} (V_1 m_u)$$

Τελικά λαμβάνουμε τη σχέση:

$$\theta_{ic} = \frac{\eta \mu^{-1} (V_1 m_d) + \eta \mu^{-1} (V_1 m_u)}{2}$$
 (59)

Όμοια, υπολογίζουμε τη σχέση για το β, λύνοντας ως προς β:

$$\beta = \theta_{ic} - \eta \mu^{-1} (V_1 m_d)$$
 kad $\beta = -\vartheta_{ic} + \eta \mu^{-1} (V_1 m_u)$

και φθάνουμε στη σχέση,

$$2\beta = \eta \mu^{-1} (V_1 m_u) - \eta \mu^{-1} (V_1 m_d) \quad \text{ка}$$
$$\beta = \frac{\eta \mu^{-1} (V_1 m_u) - \eta \mu^{-1} (V_1 m_d)}{2} \quad (60)$$

1.4.10 Υπολογισμός του πάχους

Από τις εξισώσεις των χρόνων διαδρομής Χρόνος d και Χρόνος u θέτοντας x=0, μπορούμε να υπολογίσουμε τους αντίστοιχους χρόνους συνάντησης:

$$t_{id} = \frac{2j_d \sigma \upsilon v \vartheta_{ic}}{V_1} \quad (61) \qquad \text{kat} \qquad t_{iu} = \frac{2j_u \sigma \upsilon v \vartheta_{ic}}{V_1} \quad (62)$$

Σημειώνοντας από την εικόνα 1-32 ότι $\sigma v \beta = \frac{j_d}{h_d}$ και $\sigma v \beta = \frac{j_u}{h_u}$ υπολογίζουμε τα j_d , j_u , h_d και h_u , από τις σχέσεις:

$$j_d = \frac{t_{id}V_1}{2\sigma\upsilon\nu\theta_{ic}} \qquad (63)$$

$$j_u = \frac{t_{iu}V_1}{2\sigma \upsilon v \mathcal{P}_{ic}} \quad (64)$$

$$h_d = \frac{j_d}{\sigma \nu \nu \beta} \qquad (65)$$

$$h_u = \frac{j_u}{\sigma \upsilon v \beta} \quad (66)$$

1.5 Η μέθοδος της σεισμικής ανάκλασης

Για την ανάλυση των ανακλώμενων κυμάτων θα ακολουθήσουμε το ίδιο γενικό πλαίσιο που χρησιμοποιήσαμε για τα διαθλώμενα κύματα. Κατ' αρχήν, θα ασχοληθούμε με την απλή περίπτωση μιας οριζόντιας ασυνέχειας και θα αναπτύξουμε την εξίσωση του χρόνου διαδρομής γι' αυτή την ειδική περίπτωση.

1.5.1 Προσδιορισμός της εξίσωσης του χρόνου διαδρομής

Ο προσδιορισμός της εξίσωσης του χρόνου διαδρομής για ένα ανακλώμενο κύμα από μία οριζόντια ασυνέχεια είναι πολύ εύκολος. Αναφερόμενοι στην εικόνα 1-33 βλέπουμε ότι,

$$Xp \circ vo\varsigma = \frac{EA + AG}{V_1}$$
(67)
$$EA = AG = \left[\left(\frac{x}{2} \right)^2 + h_1^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
 Kau

$$X\rho \circ v \circ \varsigma = t_{x} = \frac{(x^{2} + 4h_{1}^{2})^{2}}{V_{1}}$$
(68)



Εικόνα 1-33. Διάγραμμα που δείχνει το συμβολισμό που χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή της εξίσωσης του χρόνου διαδρομής ανάκλασης.

Υψώνοντας στο τετράγωνο και τα δύο μέλη λαμβάνουμε,

$$t_x^2 = \frac{x^2}{V_1^2} + \frac{4h_1^2}{V_1^2}$$

και διαιρώντας δια 4 $h_{\rm 1}^2$ και αναδιαρθρώνοντας τους όρους έχουμε

$$\frac{t_x^2}{4h_1^2/t_1^2} - \frac{x^2}{4h_1^2} = 1$$
 (69)

Επειδή h_1 και V_1 είναι σταθερές ιδιότητες της δομής, βλέπουμε ότι η εξίσωση (69) εκφράζει μια υπερβολή, η οποία είναι συμμετρική γύρω από x = 0. Αυτό το ενδιαφέρον αποτέλεσμα εξηγεί γιατί οι αφίξεις των ανακλώμενων κυμάτων παριστάνονται γραφικά με τη μορφή που απεικονίζεται στην εικόνα 1-34 (ως υπερβολή).



Βλέπουμε δηλαδή, ότι ο χρόνος t_x μεταβάλλεται με την απόσταση των γεωφώνων x, σύμφωνα με την καμπύλη υπερβολής, όπως φαίνεται στην εικόνα 1-35.



Εικόνα 1-35. Η υπερβολή που δείχνει τη μορφή της δρομο-χρονικής καμπύλης ανάκλασης. Τα γεώφωνα έχουν τοποθετηθεί εκατέρωθεν της πηγής, S, και σε απόσταση x = 0 καταγράφεται ο ελάχιστος χρόνος t_0 .

Εάν η σεισμική πηγή και το γεώφωνο τοποθετηθούν στην ίδια θέση, οπότε x = 0, η εξίσωση (68) απλοποιείται σε

$$t_0 = \frac{2h_1}{V_1} \quad (70)$$

όπου t_0 ονομάζεται χρόνος απόστασης μηδέν. Αυτός είναι ο χρόνος διαδρομής του ανακλώμενου κύματος κατά μήκος της κατακόρυφης τροχιάς. Εάν εκφράσουμε το h_1 σε συνάρτηση με το t_0 και V_1 και αντικαταστήσουμε το αποτέλεσμα στην εξίσωση (69), λαμβάνουμε

$$\frac{t_x^2}{t_0^2} - \frac{x^2}{t_0^2 V_1^2} = 1 \quad (71)$$

η οποία πάλι δείχνει ότι ο χρόνος άφιξης των ανακλάσεων μεταβάλλεται ως υπερβολή με την απόσταση.

Ένα πραγματικό σεισμόγραμμα αποτελούμενο από 120 ίχνη (γεώφωνα) παρουσιάζεται στην εικόνα 1-36, για να δείξει τις υπερβολές των ανακλώμενων κυμάτων από διαφορετικές ασυνέχειες. Σ' αυτή την παρουσίαση η σεισμική πηγή έχει τοποθετηθεί στο μέσον του αναπτύγματος των γεωφώνων. Τα ευθύγραμμα τμήματα των παλμών δείχνουν την άφιξη των διαθλώμενων κυμάτων.



Εικόνα 1-36. Μια πραγματική σεισμική καταγραφή ανάκλασης. Τα γεώφωνα έχουν τοποθετηθεί εκατέρωθεν της πηγής και ο χρόνος διαδρομής αυξάνει από πάνω προς τα κάτω.

1.5.2 Διόρθωση NMO (Normal Move Out)

Στις διασκοπήσεις σεισμικής ανάκλασης ο χρόνος ανάκλασης t_x συνήθως εκφράζεται, ως ένα άθροισμα του χρόνου μηδέν t_0 και μιας επί πλέον ποσότητας χρόνου Δt , που απαιτείται διότι ο δέκτης απέχει μια απόσταση x από την σεισμική πηγή.

$$t_x = t_0 + \Delta t$$
 (71 α)

Η χρονική αύξηση Δt ονομάζεται κανονική χρονική μετατόπιση ή διόρθωση (NMO). Ας αντικαταστήσουμε την εξίσωση (70) στην (68), οπότε λαμβάνουμε,

$$t_{x} = \sqrt{t_{0}^{2} + x_{1}^{2}/V_{1}^{2}} = t_{0}\sqrt{1 + x_{0}^{2}/V_{1}^{2}}$$
(72)

και η διόρθωση ΝΜΟ είναι,

$$\Delta t = \sqrt{t_0^2 + x_1^2 / V_1^2} - t_0 \tag{73}$$

Εάν θέσουμε

τότε

$$t_x = t_0 \left(1 + \frac{1}{2}a^2 + \dots \right)$$

 $t_{\rm r} = t_0 \sqrt{1 + a}$

ή

$$t_x = t_0 \left(1 + \frac{x^2}{2t_0^2 V_1^2} + \dots \right)$$
(74)

Για τους στόχους της διασκόπησης σεισμικής ανάκλασης είναι σημαντικοί οι δύο πρώτοι όροι της σειράς και τους υπόλοιπους τους αγνοούμε. Εάν συγκρίνουμε την έκφραση

$$t_x = t_0 \left(1 + \frac{x^2}{2t_0^2 V_1^2} \right) = t_0 + \frac{x^2}{2t_0 V_1^2}$$

με την εξίσωση (71α), τότε βλέπουμε ότι η διόρθωση ΝΜΟ δίδεται από τη σχέση,

$$\Delta t = \frac{x^2}{2t_0 V_1^2}$$
(75)

Αυτή η έκφραση μας επιτρέπει να εξετάσουμε πως ο χρόνος διαδρομής αυξάνεται καθώς η απόσταση αυξάνεται. Για ανακλώμενα κύματα που διαφέρουν κατά Δt , είναι απ' ευθείας ανάλογα του x^2 και αντιστρόφως ανάλογα του t_0 και του V_1^2 . Αυτές οι σχέσεις φαίνονται γραφικά στην εικόνα 1-37. Εδώ βλέπουμε ότι μια αύξηση στο βάθος της ασυνέχειας, που σημαίνει ότι ο χρόνος t_0 αυξάνει, ότι η διόρθωση ΝΜΟ μειώνεται. Αυτό σημαίνει ότι το τόξο της υπερβολής είναι περισσότερο ομαλό για τους βαθύτερους ορίζοντες. Αυτή η

καμπυλότητα είναι εμφανής στην εικόνα 1-36, η οποία δείχνει ότι τα τόξα των υπερβολών για διαδοχικά βαθύτερους ορίζοντες δεν είναι παράλληλα. Η καμπυλότητα αυτών των τόξων ελαττώνεται καθώς το βάθος της ασυνέχειας αυξάνει.



Α) Η μεταβολή του Δt με την απόσταση του γεωφώνου.

- B) Η μεταβολή του Δt με το βάθος και
- Γ) Η μεταβολή του Δt με τη ταχύτητα.

Η διόρθωση NMO είναι ευθέως ανάλογη προς την απόσταση πηγής-δέκτη, ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη προς το χρόνο ανάκλασης και τη ταχύτητα.

1.5.3 Η μέτρηση της σεισμικής ταχύτητας και του πάχους του επιφανειακού στρώματος

Το βάθος h_1 μέχρι την πρώτη ασυνέχεια εύκολα υπολογίζεται, εάν ο χρόνος μηδέν t_0 και η ταχύτητα V_1 είναι γνωστά. Με αναδιάρθρωση των όρων της σχέσης (70) προκύπτει,

$$h_1 = \frac{t_0 V_1}{2}$$
(76)

Μπορούμε να μετρήσουμε το t_0 από το ίχνος του σεισμογράμματος που αντιστοιχεί σε απόσταση x = 0. Εάν δεν είναι ευκρινής η άφιξη του κύματος ανάκλασης στη θέση αυτή, τότε χρησιμοποιούμε ένα άλλο ίχνος στο οποίο η ανάκλαση είναι περισσότερο ευκρινής. Για να προσδιορίσουμε το t_0 από το t_x , πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της σχέσης (71) με t_0^2 και λαμβάνουμε τη τετραγωνική ρίζα ώστε,

$$t_0 = \sqrt{t_x^2 - x_1^2 / V_1^2}$$
(77)

Πρέπει να βρούμε ένα τρόπο να υπολογίσουμε τη ταχύτητα V_{I_1} από τους χρόνους άφιξης των ανακλώμενων κυμάτων. Ο ένας τρόπος είναι να υπολογισθούν οι χρόνοι t_{xI} και t_{x2} από δύο δέκτες που βρίσκονται σε αποστάσεις x_I και x_2 , όπως φαίνεται στην εικόνα 1-38.



Ξανά πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της σχέσης (71) με το t_0^2 και με αναδιάρθρωση λαμβάνουμε,

$$t_0^2 = t_{x1}^2 - \frac{x_1^2}{V_1^2} = t_{x2}^2 - \frac{x_2^2}{V_1^2}$$

που μπορεί να γραφεί ως,

$$t_{x2}^{2} - t_{x1}^{2} = \frac{1}{V_{1}^{2}} \left(x_{2}^{2} - x_{1}^{2} \right)$$

Έτσι έχουμε,

$$V_1 = \sqrt{\frac{\left(x_2^2 - x_1^2\right)}{\left(t_{x2}^2 - t_{x1}^2\right)}}$$
(78)

Έτσι τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές για το t_0 και V_1 που χρειάζονται για να λυθεί η σχέση (76).

Υπάρχει και ένας άλλος τρόπος για να υπολογίσουμε τα t_0 και V_I , ο οποίος χρησιμοποιεί όλους τους χρόνους άφιξης που μπορούν να αναγνωσθούν από το σεισμόγραμμα. Από τη σχέση (69) με αναδιάρθρωση των όρων λαμβάνουμε,

$$t_{x_x}^2 = \left(\frac{1}{V_1}\right)^2 x^2 + \frac{4h_1^2}{V_1^2}$$
(79)

Εάν τώρα αντικαταστήσουμε το $t_x^2 = \tau$, $\left(\frac{1}{V_1}\right)^2 = M$, $x^2 = \chi$ και $\frac{4h_1^2}{V_1^2} = B$, τότε προκύπτει ότι,

$$\tau = M\chi + B$$

η οποία είναι η εξίσωση της ευθείας γραμμής. Αυτό σημαίνει ότι εάν απεικονίσουμε γραφικά τα τετράγωνα των χρόνων διαδρομής t_x^2 και της απόστασης x^2 , που αντιστοιχούν σε αρκετούς δέκτες, τα σημεία πρέπει να βρίσκονται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής. Ένα τέτοιο γράφημα $x^2 - t^2$ φαίνεται στην εικόνα 1-39. Η κλίση αυτής της γραμμής είναι $\frac{1}{V_c^2}$

και η τομή αυτής της γραμμής με τον άξονα t^2 είναι,

$$\frac{4h_{1}^{2}}{V_{1}^{2}} = t_{0}^{2}$$
Khigh = 1/V_{1}^{2}
$$t_{x5}^{2}$$

$$t_{x4}^{2}$$

$$t_{x3}^{2}$$

$$t_{x1}^{2}$$

$$t_{x1}^{2}$$

$$t_{0}^{2}$$

$$t_{1}^{2}$$

Εικόνα 1-39. Ένα $x^2 - t^2$ γράφημα χρόνων διαδρομής κυμάτων ανάκλασης σε συνάρτηση με την απόσταση για μια οριζόντια ασυνέχεια. Το γράφημα αυτό παριστά μια ευθεία γραμμή, της οποίας η κλίση είναι $\frac{1}{V_1^2}$ και ο χρόνος συνάντησης (t_0^2) σε απόσταση x = 0 είναι το τετράγωνο του χρόνου ανάκλασης απόστασης μηδέν.

Επομένως, η παρακάτω μεθοδολογία πρέπει να ακολουθηθεί για να ερμηνευθεί το σεισμόγραμμα ανάκλασης της εικόνας 1-34.

- 1. Μέτρηση των χρόνων διαδρομής t_1 , t_2 , t_3 , ..., σε αποστάσεις δεκτών x_1 , x_2 , x_3 , ..., από το σεισμόγραμμα.
- 2. Λήψη των τετραγώνων αυτών t_1^2 , t_2^2 , t_3^2 , ..., και x_1^2 , x_2^2 , x_3^2 , ... και απεικόνιση
- αυτών σε γράφημα $x^2 t^2$. Χάραξη της ευθείας γραμμής δια μέσου των σημείων του γραφήματος $x^2 t^2$. 3. Υπολογισμός της ταχύτητας από τη κλίση αυτής της γραμμής, η οποία είναι $\frac{1}{V_{1,2}^2}$

και προσδιορισμός του χρόνου μηδέν από τη τομή της με τον άξονα των χρόνων, ο οποίος είναι t_0^2 .

4. Υπολογισμός του βάθους *h*₁ χρησιμοποιώντας την εξίσωση (76) και αυτές τις τιμές των *t*₀ και *V*₁.

1.5.4 Σχέση των απ' ευθείας και ανακλώμενων κυμάτων

Εάν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης (68) με x, τότε λαμβάνουμε,

$$\frac{t_x}{x} = \sqrt{\frac{1}{V_1^2} + \frac{4}{V_1^2} \frac{h_1^2}{x^2}} \qquad (80)$$

Καθώς η απόσταση $x \to \infty$, ο όρος $h_1/x \to 0$, έτσι ώστε,

$$\lim_{x \to \infty} \sqrt{\frac{1}{V_1^2} + \frac{4}{V_1^2} \frac{h_1^2}{x^2}} = \frac{1}{V_1}$$

Έτσι, καθώς το $x \rightarrow \infty$, λαμβάνουμε

$$\frac{t_x}{x} = \frac{1}{V_1}$$
 $\dot{\eta}$ $t_x = \frac{x}{V_1}$ (81)

Γνωρίζουμε ότι το αποτέλεσμα αυτό της σχέσης (81) εκφράζει το χρόνο διαδρομής των απ' ευθείας κυμάτων.

1.5.5 Κύματα ανάκλασης υπό κλίση ασυνέχειας

Για να μελετηθούν καλύτερα τα κύματα ανάκλασης που προέρχονται από μια υπό κλίση ασυνέχεια, ας υποθέσουμε ότι τα γεώφωνα τοποθετούνται σε ευθείες γραμμές που εκτείνονται σε αντίθετες κατευθύνσεις από τη σεισμική πηγή. Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε το βάθος και τη κλίση της ασυνέχειας.

1.5.6 Τροχιές ανακλώμενων κυμάτων

Στην εικόνα 1-40 η κλίση της ασυνέχειας είναι α και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων ανάκλασης V_i . Το βάθος προς το πλησιέστερο σημείο της ασυνέχειας κάτω από τη πηγή S είναι h. Για να απλοποιήσουμε την ανάλυση ονομάζουμε S΄ το είδωλο της πηγής S. Ας φανταστούμε ότι η ασυνέχεια είναι ένας καθρέπτης. Τότε το είδωλο που θα μπορούσε κάποιος να δει σ' αυτό το καθρέπτη θα εμφανιζόταν στο σημείο S'. Το σημείο ανάκλασης Cβρίσκεται ακριβώς στο μέσον της απόστασης μεταξύ SS' και η γραμμή SS' είναι κάθετη στην ασυνέχεια. Το σημείο ειδώλου είναι πολύ χρήσιμο στη κατασκευή της τροχιάς του κύματος ανάκλασης. Μπορεί δηλαδή να κατασκευασθεί με τον ακόλουθο τρόπο. Αργικά, γαράσσεται μια γραμμή από το S' μέχρι το γεώφωνο (R_1) και στη συνέχεια μια άλλη γραμμή από το σημείο τομής της προηγούμενης γραμμής με την ασυνέχεια μέχρι την πηγή. Οι γραμμές πάνω από την ασυνέχεια δείχνουν την τροχιά του κύματος. Για παράδειγμα, στην εικόνα 1-40 μια γραμμή χαράχθηκε από το S' προς το γεώφωνο R₁. Η γραμμή αυτή διασταυρώνεται με την ασυνέχεια στο σημείο D. Μια δεύτερη γραμμή χαράχθηκε από το D προς την πηγή S. Η τροχιά των κυμάτων ανάκλασης είναι SDR1. Κατά τον ίδιο τρόπο η τροχιά SAR2 κατασκευάσθηκε για το ανακλώμενο κύμα που φθάνει το γεώφωνο R2. Για όλες τις τροχιές που κατασκευάσθηκαν με αυτή τη μέθοδο, η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης, όπως απαιτείται από το vóμο Snell.



Εικόνα 1-40. Ανάκλαση από μια υπό κλίση ασυνέχεια. Το S είναι η θέση της σεισμικής πηγής και τα R_1 και R2 είναι οι θέσεις δύο δεκτών. Τα ανακλώμενα κύματα που καταγράφονται στα R_1 και R_2 μπορούν να θεωρηθούν ως κύματα που έρχονται από το S', το είδωλο της πηγής S ως προς την ασυνέχεια.

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα άλλο χαρακτηριστικό. Το συνολικό μήκος της τροχιάς του ανακλώμενου κύματος είναι ίσο με την απόσταση του γεωφώνου από το είδωλο. Στην εικόνα 1-40 φαίνεται ότι το σημείο C βρίσκεται στο μέσον της απόστασης SS' (όπως αναφέρθηκε προηγουμένως) και βλέπουμε ότι το τρίγωνο SDS' είναι ισοσκελές, το οποίο σημαίνει ότι οι πλευρές του είναι ίσες, δηλαδή

$$SD = DS'$$

Έτσι, το μήκος της τροχιάς του κύματος ανάκλασης είναι:

$$SD + DR_1 = S'R_1$$

Η σχέση αυτή ισχύει για κάθε τροχιά κύματος ανάκλασης, ανεξάρτητα από τη θέση του γεωφώνου, διότι η γραμμή SS´ θα σχηματίζει πάντοτε τη μια πλευρά του ισοσκελούς τριγώνου, του οποίου η τρίτη κορυφή θα είναι το σημείο ανάκλασης.

1.5.7 Χρόνος διαδρομής κυμάτων ανάκλασης

Ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος ανάκλασης βρίσκεται αν διαιρεθεί το μήκος της τροχιάς του από τη ταχύτητα. Για παράδειγμα, στην εικόνα 1-40 ο χρόνος διαδρομής μέχρι το γεώφωνο R₁θα είναι:

$$t_1 = \frac{SD}{V_1} + \frac{DR_1}{V_1} = \frac{S \cdot R_1}{V_1}$$
(82)

Επειδή η ταχύτητα παραμένει η ίδια κατά μήκος της τροχιάς, είναι φανερό ότι ο χρόνος διαδρομής θα είναι ευθέως ανάλογος του μήκους της τροχιάς. Το γεγονός αυτό δείχνει ότι αν χαραχθούν γραμμές από το είδωλο S΄ προς την επιφάνεια (εικ. 1-40), τότε η ελάχιστη τροχιά ανάκλασης θα είναι εκείνη που φθάνει στο σημείο S΄. Βλέπουμε δηλαδή ότι το S΄΄ είναι η κάθετη προβολή του ειδώλου στην επιφάνεια. Είναι φανερό ότι κάθε άλλη γραμμή από το είδωλο, προς οποιοδήποτε άλλο σημείο της επιφάνειας, θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από αυτή τη κατακόρυφη γραμμή. Επομένως, ο ελάχιστος χρόνος διαδρομής του ανακλώμενου κύματος t_{min} θα είναι κατά μήκος της τροχιάς S'BS'΄. Επίσης, ο χρόνος ανάκλασης απόστασης-μηδέν, t_0 , πρέπει να είναι μεγαλύτερος

$$t_0 \succ t_{\min}$$

Επειδή τα μήκη των τροχιών είναι

SS' > S''S'

μπορούμε να συμπεράνουμε από την εικόνα 1-40 ότι ο ελάχιστος χρόνος διαδρομής μπορεί να μετρηθεί με τη τοποθέτηση ενός γεωφώνου στη κατακόρυφη προβολή του ειδώλου στην επιφάνεια.

Η γενική έκφραση του χρόνου διαδρομής ενός κύματος ανάκλασης σε υπό κλίση ασυνέχεια δίδεται παρακάτω. Ας υποθέσουμε ότι το γεώφωνο βρίσκεται από τη σεισμική πηγή σε μια απόσταση SR = x (εικ. 1-41) και η τροχιά του ανακλώμενου κύματος είναι,



Εικόνα 1-41. Ανάκλαση από μια υπό κλίση ασυνέχεια. Το S΄ είναι το είδωλο της πηγής S ως προς την ασυνέχεια και το S΄΄ είναι η κατακόρυφη προβολή του ειδώλου στην επιφάνεια. Η ελάχιστη απόσταση από το S΄ προς την επιφάνεια είναι η γραμμή S΄S΄΄. Αυτό υποδεικνύει ότι ο ελάχιστος χρόνος ανάκλασης είναι στη θέση S΄΄. Όταν α = 0, τότε το S΄΄ συμπίπτει με το S.

Επειδή το τρίγωνο S'RS'' είναι ορθογώνιο ισχύει ότι :

$$(S'R)^2 = (S'S'')^2 + (S''R)^2$$
 (84)

Από τη γεωμετρία της εικόνας 1-41 έχουμε,

γωνία SS'S'' = α και ότι η γραμμή SS' = 2h. Επομένως, SS'' = 2h ημα και η γραμμή

S'S'' = 2h συνα (85)

 $S''R = SS'' + SR = x + 2h \eta\mu\alpha \quad (86)$

Τελικά,

Με αντικατάσταση των σχέσεων (85) και (86) στην (84), τότε η (83) γίνεται,

$$t_x^2 = \left(\frac{2h\sigma\upsilon\nu\alpha}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{x+2h_1\eta\mu\alpha}{V_1}\right)^2 \qquad (87)$$

όπου x είναι η απόσταση του γεωφώνου από την πηγή.

Η απεικόνιση της εξίσωσης αυτής είναι μια υπερβολή, η οποία μας δείχνει ότι ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος ανάκλασης, που προέρχεται από ασυνέχεια υπό κλίση, έχει αυτή τη μορφή. Στην εικόνα 1-42 βλέπουμε μια καμπύλη υπερβολής του χρόνου διαδρομής που έχει μετατοπισθεί από το σημείο της σεισμικής πηγής. Ο ελάχιστος χρόνος διαδρομής *t_{min}*, παρατηρείται στο S'', το οποίο όπως γνωρίζουμε από την εικόνα 1-41 είναι η κατακόρυφη προβολή του ειδώλου.



Εικόνα 1-42. Μια καμπύλη υπερβολής που δείχνει τη μορφή της δρομο-χρονικής καμπύλης ανάκλασης για μια υπό κλίση ασυνέχειας. Μια ένδειξη για την ύπαρξη της υπό κλίση ασυνέχειας είναι η μη συμμετρική μορφή της καμπύλης γύρω από το κατακόρυφο άξονα που βρίσκεται η πηγή (S). Ο χρόνος ανάκλασης (t₀) στη θέση x = 0 δεν είναι ο ελάχιστος χρόνος ανάκλασης. Ο ελάχιστος χρόνος είναι στο σημείο S'΄ προς την πλευρά της πάνω-κλίσης της ασυνέχειας.

1.5.8 Υπολογισμός του βάθους και της κλίσης της ασυνέχειας

Από τη καμπύλη χρόνου διαδρομής της εικόνας 1-42 μπορεί να υπολογισθεί ο χρόνος t_{0} , που αντιστοιχεί στην απόσταση της τροχιάς 2h (όπως φαίνεται στην εικόνα 1-41). Εφόσον x = 0 τότε η σχέση (87) γίνεται

$$\frac{4h_1^2}{V_1^2} = t_0^2 \tag{88}$$

Επίσης μπορεί να υπολογισθεί ο χρόνος t_{min} , που αντιστοιχεί στο μήκος τροχιάς 2hσυνα. Σ' αυτή την περίπτωση έχουμε,

$$t_{\min} = \frac{2h\sigma\nu\nu\alpha}{V_1}$$
(89)

Λαμβάνοντας τα τετράγωνα των δύο μελών έχουμε,

$$t_{\min}^{2} = \frac{4h^{2}}{V_{1}^{2}}\sigma \nu v^{2}a \qquad (90)$$

και αντικαθιστώντας τη σχέση (88) παίρνουμε

$$t_{\min}^2 = t_0^2 \sigma \upsilon v^2 \alpha$$
 $\acute{\eta}$ $\sigma \upsilon v \alpha = \frac{t_{\min}}{t_0}$ (91)

Ας υπολογίσουμε τώρα την απόσταση x_{min}, όπου ο χρόνος διαδρομής είναι ελάχιστος, καθώς η απόσταση μεταξύ της πηγής S και της κατακόρυφης προβολής του ειδώλου S'', δηλαδή

$$x_{min} = SS''$$

Από τη σχέση SS'' = $2h\eta\mu\alpha$ γνωρίζουμε ότι $x_{min} = 2h\eta\mu\alpha$

Αυτή η σχέση αναδιαρθρώνεται και γίνεται,

$$h = \frac{x_{\min}}{2\eta\mu\alpha}$$
(92)

Από τη σχέση (91) γνωρίζουμε ότι

$$\alpha = \sigma \upsilon \nu^{-1} \left(\frac{t_{\min}}{t_0} \right)$$
 (93)

Από την εικόνα 1-41 και τη σχέση (91) βλέπουμε ότι το βάθος *d* της ασυνέχειας κάτω από την πηγή είναι,

$$d = \frac{h}{\sigma v v \alpha} = h \frac{t_0}{t_{\min}}$$
(94)

και από τη σχέση (92)

$$d = x_{\min} \frac{t_0}{2t_{\min}\eta\mu\alpha}$$
(95)

Τώρα γνωρίζουμε ένα πολύ απλό τρόπο να τοποθετήσουμε την υπό κλίση ασυνέχεια μετά από μια διασκόπηση σεισμικής ανάκλασης..

- Παριστάνονται γραφικά οι χρόνοι διαδρομής που λαμβάνονται από τα κύματα ανάκλασης στο σεισμόγραμμα και χαράσσεται η καμπύλη υπερβολής μέσα από αυτά τα σημεία..
- 2. Λαμβάνονται οι τιμές x_{min}, t_{min} και t₀ από αυτή την παράσταση όπως φαίνεται στην εικόνα 1-42.
- 3. Υπολογίζεται η γωνία κλίσης α από τη σχέση (93) και το βάθος d από τη σχέση (95).

Βλέπουμε ότι δεν είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της ταχύτητας V_I για να προσδιορισθεί η θέση της ασυνέχειας. Η ταχύτητα μπορεί να ληφθεί εύκολα από τη σχέση (89), δηλαδή,

$$V_1 = 2h \frac{\sigma v v \alpha}{t_{\min}}$$

και με αντικατάσταση των σχέσεων (91) και (94) λαμβάνουμε,

$$V_1 = \frac{2t_{\min}}{t_0^2} d$$
 (96)

Ας υποθέσουμε τώρα ότι οι ανακλάσεις δύσκολα μπορούν να αναγνωρισθούν σε μερικά ίχνη (κανάλια) του σεισμογράμματος. Τότε θα είναι δύσκολο να χαραχθεί η υπερβολή μέσω των σημείων του χρόνου διαδρομής, με αποτέλεσμα οι παράμετροι x_{min} , t_{min} , να μη μπορούν να υπολογισθούν με ακρίβεια. Στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται μια παράσταση $x^2 - t^2$. Όπως και στην περίπτωση της οριζόντιας ασυνέχειας τα σημεία αυτής της παράστασης κείνται σε ευθεία γραμμή, όπως φαίνεται στην εικόνα 1-43. Επειδή τα γεώφωνα έχουν τοποθετηθεί σε αντίθετες κατευθύνσεις από την πηγή, λαμβάνονται δύο ευθύγραμμα τμήματα στη $x^2 - t^2$ παράσταση. Η τομή των δύο αυτών γραμμών προσδιορίζει τα x^2_{min} και t^2_{min} και οι κλίσεις

αυτών των γραμμών είναι $\frac{1}{V_1^2}$ και $-\frac{1}{V_1^2}$



Εικόνα 1-43. Ένα $x^2 - t^2$ γράφημα χρόνων διαδρομής κυμάτων ανάκλασης σε συνάρτηση με την απόσταση για μια υπό κλίση ασυνέχεια. Αυτό το γράφημα παρουσιάζει δύο ευθύγραμμα τμήματα με αντίθετες κλίσεις. Η απόλυτη τιμή της κλίσης είναι $\frac{1}{V_1^2}$ και η τομή των δύο καμπύλων t_{\min}^2 και x_{\min}^2 . Εδώ το t_0^2 υπολογίζεται από τη τομή της μιας καμπύλης με το κατακόρυφο άξονα στη θέση x = 0.

Τέλος, ας συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από μια υπό κλίση και μια οριζόντια ασυνέχεια. Όπως φαίνεται στην εικόνα 1-41 εάν η ασυνέχεια είναι οριζόντια τότε η γραμμή SS´ θα είναι κατακόρυφη. Σ' αυτή την περίπτωση η γωνία κλίσης είναι $\alpha = 0$ και είναι φανερό ότι d = h, $x_{min} = 0$ & $t_{min} = t_0$. Έτσι, η ανάλυση που έγινε για μια υπό κλίση

ασυνέχεια εφαρμόζεται επίσης και στην περίπτωση που *a* = 0. Βλέπουμε ότι η κλίση της ασυνέχειας προκαλεί την περιστροφή αυτής από τη σεισμική πηγή προς το είδωλο αυτής σε μια προς τα πάνω – κλίση κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα 1-44.



Εικόνα 1-44. Σύγκριση των ειδώλων της σεισμικής πηγής για οριζόντια και υπό κλίση ασυνέχεια. Εάν ο υπό κλίση ορίζοντας περιστραφεί ώστε να γίνει οριζόντιος, τότε το S΄ θα μετακινηθεί και θα συμπέσει με το Sv, που είναι το είδωλο της πηγής της οριζόντιας ασυνέχειας.