

## Πρόλογος

*Δυϊσμός (άλλως δυαδισμός, διαρχία):* επιστημονικός και φιλοσοφικός όρος που δηλώνει

- (i) σε γενική έννοια κάθε διδασκαλία η οποία σε κάποιο τμήμα του επιστητού ή σε κάποιο θέμα –οποιοδήποτε και αν είναι αυτό– παραδέχεται την ύπαρξη δύο αρχών κατ' ουσίαν διαφορετικών, που δεν μπορεί να αναχθεί η μία στην άλλη
- (ii) σε μερική έννοια, κάθε κοσμοθεωρία που παραδέχεται την ύπαρξη δύο τελείως αναξαρτήτων μεταξύ τους πρωταρχικών αρχών.

Ο δυϊσμός (λατινιστί dualismus) γεννήθηκε και αναπτύχθηκε για πρώτη φορά στην Ανατολή με την επίδραση της θρησκείας. Κατόπιν έγινε αποδεκτός εν ονόματι του λόγου και με χαρακτήρα καθαρά μεταφυσικό από τους Έλληνες φιλοσόφους και, τέλος, επανεμφανίσθηκε στη νεώτερη και τη σύγχρονη φιλοσοφία. Δυϊσμός είναι η θεωρία περί δυνάμεως και ενεργείας του Αριστοτέλους, η θεωρία του πνεύματος και της ύλης του Καρτεσίου, η θεωρία του θεού και της φύσεως (Dieu et la nature) των Βολταίρου και Ρουσσώ κ.α.

Αντίθετος όρος του δυϊσμού είναι ο όρος *μονισμός, ενισμός*.

Τον δυϊσμό τον συναντούμε και σήμερα ακόμη στο χώρο της Φυσικής, ιδιαιτέρως σε φαινόμενα για την εξήγηση των οποίων δεν έχει βρεθεί ακόμη μια ικανοποιητική θεωρία.

Με δυϊσμό αντιμετωπίζεται ο χαρακτήρας του φωτός στην Οπτική. Σήμερα δεχόμαστε ότι το φως έχει κυματικό<sup>1</sup> και σωματιδιακό<sup>2</sup> χαρα-

---

<sup>1</sup> Θεωρία Huygens –17<sup>ος</sup> αιώνας-, Ηλεκτρομαγνητική Θεωρία του Maxwell –μέσον 19<sup>ου</sup> αιώνα-.

## Πρ.2 Πρόλογος

κτήρα. Δεχόμαστε τον κυματικό χαρακτήρα, όταν θέλουμε να εξηγήσουμε φαινόμενα παρουσιάζόμενα κατά τη διάδοση του φωτός, ενώ δεχόμαστε τον σωματιδιακό χαρακτήρα, όταν θέλουμε να εξηγήσουμε τα φαινόμενα που παρατηρούνται κατά την αλληλεπίδραση του φωτός με την ύλη.

Με μια διττότητα αντιμετωπίζεται η μελέτη των σημάτων είτε αυτά είναι ακουστικά, είτε είναι ηλεκτρομαγνητικά. Τα σήματα μελετώνται στην *περιοχή του χρόνου* (time domain) και στην *περιοχή της συχνότητας* (frequency domain). Φαινόμενα που έχουν σχέση με το πλάτος, τη φάση, την κυματομορφή, τη συμβολή, το συντονισμό κ.λπ. αντιμετωπίζονται στην περιοχή του χρόνου, όπου το σήμα σχεδιάζεται σε ορθογώνιους άξονες *πλάτος-χρόνος*. Φαινόμενα που σχετίζονται με τις συχνοτικές ιδιότητες των σημάτων, την αρμονική τους δομή, την επεξεργασία τους με ηθμούς (=φίλτρα) κ.λπ. αντιμετωπίζονται στην *περιοχή της συχνότητας*, όπου το σήμα σχεδιάζεται σε ορθογώνιους άξονες *στάθμη έντασης (dB)-συχνότητα*. Μπορούμε να μεταβούμε από την περιοχή του χρόνου στην περιοχή της συχνότητας λαμβάνοντας τον μετασχηματισμό Fourier του σήματος και, αντιστρόφως, μπορούμε να μεταβούμε από την περιοχή της συχνότητας στην περιοχή του χρόνου λαμβάνοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του φάσματος.

Εντυφώνοντας κι εμβαθύνοντας στην πραγματεία του Ευκλείδου «*Κανόνος<sup>3</sup> Κατατομή<sup>4</sup>*»<sup>4</sup> διερωτήθηκα πολλές φορές γιατί ο Ευκλείδης αντιμε-

---

<sup>2</sup> Θεωρία Newton –17<sup>ος</sup> αιώνας-, Θεωρία των κβάντα ή των φωτονίων κατά τον Planck – 20<sup>ος</sup> αιώνας-.

<sup>3</sup> Κανόν είναι το μονόχορδο. Όργανο πειραματισμού και έρευνας των κανονικών, δηλαδή αυτών που στις μελέτες και τις έρευνές τους χρησιμοποιούσαν τον κανόνα.

τωπίζει την έννοια «μουσικό διάστημα» από δύο εντελώς διαφορετικές οπτικές. Μάλιστα δε διεπίστωσα ότι για την κάθε μια οπτική χρησιμοποιεί με μεγάλη αυστηρότητα για τα μουσικά διαστήματα εντελώς διαφορετική ορολογία. Αυτές τις δύο οπτικές αντιμετώπισεως του μου-

---

<sup>4</sup> Η «κανόνος κατατομή» είναι μια πυθαγόρεια πραγματεία πάνω στη σχέση που συνδέει μαθηματικές και ακουστικές αλήθειες, αποτελώντας, έτσι, τη βάση για την ακουστική επιστήμη του Δυτικού κόσμου. Είναι γραμμένη με το ίδιο ύφος που είναι γραμμένα τα «Στοιχεία» του Ευκλείδου και γι' αυτό αποδίδεται σ' αυτόν. Εάν ο Ευκλείδης είναι όντως ο συγγραφέας της πραγματείας, διότι κάποιοι το αμφισβητούν, αυτή θα πρέπει να έχει γραφεί γύρω στο 300 π.Χ.

Το έργο διασώζεται από τρεις ξεχωριστές πηγές:

1. μια μεγάλης έκτασης έκδοση, που αποδίδεται στον Ευκλείδη ή στον Κλεωνεΐδη ή στον Ζώσιμο τον Πανοπολίτη,
2. μια συντομότερη Ελληνική έκδοση που εμπεριέχεται στο υπόμνημα του Πορφυρίου «εις τα αρμονικά Πτολεμαίου» και
3. μια Λατινική έκδοση που εμπεριέχεται στο έργο «*De institutione musica*» του Βοηθίου.

Μερικοί σχολιαστές αμφιβάλλουν, όσον αφορά στον ένα και μοναδικό συγγραφέα της πραγματείας, ακόμη και εάν γράφτηκε σε μία και μόνο περίοδο, εικασίες που ενθαρρύνονται από την πιθανότητα ο Πορφύριος και ο Βοήθιος να μη γνώριζαν την *Κατατομή κανόνος* ως ολότητα, με τη μορφή που έφθασε σε μας.

Η *κατατομή κανόνος* με το Ευκλείδειο ύφος, τη σπονδυλωτή (κομματιαστή) και ουσιαστικά Πυθαγόρεια φύση αποτελεί έργο αναφοράς από την αρχαιότητα και έχει τραβήξει την προσοχή και το ενδιαφέρον πολλών μουσικολόγων, φιλολόγων, μαθηματικών και ιστορικών της επιστήμης. Έτσι, η *κατατομή κανόνος* έχει πολυμελετηθεί, αφού πρώτα πολυαντιγραφήθηκε. Πράγματι, σήμερα η μεγάλης έκτασης Ελληνική έκδοση σώζεται σε 32 χειρόγραφα αντίγραφα, η συντομότερη Ελληνική έκδοση, που εμπεριέχεται στο υπόμνημα του Πορφυρίου «εις τα αρμονικά Πτολεμαίου», σώζεται σε 52 χειρόγραφα αντίγραφα και, τέλος, η Λατινική έκδοση, που εμπεριέχεται στο έργο «*De institutione musica*» του Βοηθίου, σώζεται σε περισσότερα από 130 χειρόγραφα αντίγραφα.

Οι Karl von Jan (1895) και Heinrich Menge (1916) μεταφράζουν και εκδίδουν τη μεγάλης έκτασης Ελληνική έκδοση της *κατατομής κανόνος*. Ο Ingemar Düring (1930) εκδίδει τα αρμονικά του Πτολεμαίου και (1932) εκδίδει το σχολιασμό του Πορφυρίου. Ο Godofred Friedlein (1867) εκδίδει μια συλλογή έργων του Βοηθίου, εις την οποία συμπεριλαμβάνεται και το έργο *De institutione musica*.

Πρέπει να σημειωθεί ότι σε καμιά έκδοση δεν ελήφθησαν υπ' όψιν όλα τα υπάρχοντα χειρόγραφα του έργου.

#### Πρ.4 Πρόλογος

σικού διαστήματος από τον Ευκλείδη ονόμασα «*δυϊσμό του μουσικού διαστήματος*», διότι είναι εντελώς διαφορετικές μεταξύ τους μη μπορώντας άμεσα, δηλαδή χωρίς κάποιον μετασχηματισμό, να συμπέσει η μία με την άλλη.

Συγκεκριμένα στην πραγματεία «*Κανόνος Κατατομή*» ο Ευκλείδης ασχολείται διεξοδικώτατα με τον δυϊσμό του μουσικού διαστήματος, αντιμετωπίζοντας το μουσικό διάστημα αφενός μεν ως μία σχέση δύο αριθμών προς αλλήλους<sup>5</sup>, αφετέρου δε ως μία απόσταση μεταξύ δύο σημείων<sup>6</sup> επί του κανόνος.

Η σχέση των δύο αριθμών προς αλλήλους εκφράζει το λόγο των μηκών δύο δονουμένων τμημάτων χορδής επί του κανόνος, τα οποία ακουστικά υλοποιούν το μουσικό διάστημα.

Η απόσταση μεταξύ δύο σημείων επί του κανόνος εκφράζει το μήκος του σιγούντος (=μη ηχούντος) τμήματος χορδής μεταξύ των δύο πατημάτων (=τάστων) επί του κανόνος δια των οποίων υλοποιείται ακουστικά το μουσικό διάστημα.

Σήμερα θα λέγαμε ότι η πρώτη αντιμετώπιση του μουσικού διαστήματος είναι «*λογαριθμική*», ενώ η δεύτερη ότι είναι «*γραμμική*».

Η με τους λόγους αντιμετώπιση των μουσικών διαστημάτων είναι περισσότερο «*εύπλαστη*» κατά τη μαθηματική της επεξεργασία και προ-

---

<sup>5</sup> Δύο σχόλια του Πορφυρίου στην περί της αρμονίας διδασκαλία του Πτολεμαίου αναφέρουν «*καί τῶν κανονικῶν δὲ καὶ πυθαγορείων οἱ πῆεις τὰ διαστήματα ἀντὶ τῶν ῥόγων ῥέγουσιν*» και «*τὸν ῥόγον καὶ τὴν σχέσιν τῶν πρὸς ἀλλήλους ὄρων τὸ διάστημα καθοῦσι*» γεγονός που σημαίνει ότι στην Πυθαγόρειο μουσική θεωρία οι έννοιες «*διάστημα*» και «*λόγος (αριθμητική σχέση ή αναλογία)*» είναι ταυτόσημες.

Αναλόγως εκφράζεται και ο Γεώργιος Παχυμέρης στην Τετράβιβλό του *Περί Αρμονικῆς* κεφ. ΙΒ, στίχος 10 «*Σχέσις δὲ λόγος ἐν ἐκάστῳ διαστήματι μετρητικὸς τῆς ἐπιτάσεως*».

<sup>6</sup> Ο Νικόμαχος γράφει «*διάστημα δ' ἐστὶ δυοῖν φθόγγων μεταξύτης*», όπου με τον όρο μεταξύτης εννοεί «*ὄ,τι περιέχεται ἢ ὄ,τι βρίσκεται ἀνάμεσα*» σε δύο σημεία.

Παρομοίως εκφράζεται και ο Γεώργιος Παχυμέρης στην Τετράβιβλό του κεφ. ΙΒ, στίχος 9 «*Διάστημα δὲ δυοῖν φθόγγων μεταξύτης*».



τιμητέα από τους Μαθηματικούς. Η με τις αποστάσεις μεταξύ δύο σημείων αντιμετώπιση των μουσικών διαστημάτων είναι περισσότερο «κατανοητή» από τους μη κατέχοντες μαθηματικές γνώσεις μουσικούς εκτελεστές.

Ο Ευκλείδης στην πραγματεία του «Κανόνος Κατατομή» επιλέγει να αντιμετωπίσει πρώτα<sup>7</sup> τα μουσικά διαστήματα ως σχέσεις<sup>8</sup> αριθμητικών δυάδων και τα εύφωνα διαστήματα εντός μιας οκτάβας τα ονομάζει

«διπλάσιον» ( $\left(\frac{2}{1}\right)$ =οκτάβα),

«ημιόλιον» ( $\left(\frac{3}{2}\right)$ =πέμπτη),

«επίτριτον» ( $\left(\frac{4}{3}\right)$ =τετάρτη),

«επόγδοον» ( $\left(\frac{9}{8}\right)$ = διάστημα τόνου).

Στη συνέχεια, προκειμένου να δείξει την ισχύ του δυϊσμού των μουσικών διαστημάτων, αντιμετωπίζει τα ίδια μουσικά διαστήματα ως αποστάσεις μεταξύ δύο σημείων επί του κανόνος<sup>9</sup>, προσδίδει σε αυτά ονόματα

«διαπασών»,

«διαπέντε»,

«διατεσσάρων»,

«τονιαίον»

---

<sup>7</sup> Η αντιμετώπιση αυτή γίνεται στις Προτάσεις ζ, η, θ.

<sup>8</sup> Βλέπε στο Παράρτημα Ι περί της σχετικής ποσότητας.

<sup>9</sup> Η αντιμετώπιση αυτή γίνεται στις Προτάσεις ι, ια, ιβ, ιγ, ιδ, ιε, ις.

Πρ.6 Πρόλογος

και στην Πρόταση 12 μας καθιστά γνωστή την ακόλουθη αντιστοίχιση των ονομάτων των τεσσάρων προμνημονευθέντων μουσικών διαστημάτων από τη δυϊκή αντιμετώπιση αυτών<sup>10</sup>:

---

<sup>10</sup> Θεώρησα καλό να παραθέσω στη συνέχεια τις διάφορες δυϊκές εκφράσεις από την πραγματεία του Ευκλείδου «Κανόνος Κατατομή» περί των διαστημάτων δίδοντας εντός παρενθέσεως τον αριθμό της Προτάσεως και τους αριθμούς των στίχων εντός της εν λόγω Προτάσεως, όπου συναντώνται οι συγκεκριμένες εκφράσεις.

Τὸ διπλάσιον διάστημα ἐκ δύο τῶν μεγίστων ἐπιμορίων συνέστηκεν, ἕκ τε τοῦ ἡμιολίου καὶ ἐκ τοῦ ἐπιτρίτου.

(Πρόταση γ, 1-3)

ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ διὰ πασῶν ἐστὶ διπλάσιον, τὸ δὲ διπλάσιον ἐκ τῶν μεγίστων ἐπιμορίων δύο συνέστηκε, καὶ τὸ διὰ πασῶν ἄρα ἐξ ἡμιολίου καὶ ἐπιτρίτου συνέστηκε· ταῦτα γὰρ μέγιστα. συνέστηκε δὲ ἐκ τοῦ διὰ πέντε καὶ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων, ὄντων ἐπιμορίων· τὸ μὲν ἄρα διὰ πέντε, ἐπειδὴ μείζον ἐστὶν, ἡμιόλιον ἂν εἴη, τὸ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτον.

(Πρόταση 12, 11-17)

Τὸ διὰ τεσσάρων διάστημα καὶ τὸ διὰ πέντε ἐκάτερον ἐπιμόριόν ἐστὶν.

(Πρόταση ια, 1-2)

Ἐὰν ἀπὸ ἡμιολίου διαστήματος ἐπίτριτον διάστημα ἀφαιρεθῆ, τὸ λοιπὸν καταλείπεται ἐπόγδοον.

(Πρόταση η, 1-3)

ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ διὰ πέντε τὸ διὰ τεσσάρων ἀφαιρεθῆ, τὸ λοιπὸν τονιαίον ἐστὶ διάστημα· τὸ ἄρα τονιαίον διάστημά ἐστὶν ἐπόγδοον.

(Πρόταση ιβ, 5-7)

Τὰ ἐξ ἐπόγδοα διαστήματα μείζονά ἐστὶ διαστήματος ἑνὸς διπλασίου.

(Πρόταση θ, 1-2)

τὸ ἄρα διὰ πασῶν ἔλαττον ἐστὶν ἐξ τόνων.

(Πρόταση ιδ, 1)

Διπλάσιον  $\Leftrightarrow$  διαπασών  
ημιόλιον  $\Leftrightarrow$  διαπέντε  
επίτριτον  $\Leftrightarrow$  διατεσσάρων  
επόγδοον  $\Leftrightarrow$  τονιαίον

Αναφερόμενος στις οθόνες των ηλεκτρονικών υπολογιστών κατά τη διδασκαλία του μαθήματος «Εισαγωγή στους Ηλεκτρονικούς Υπολογιστές» στους φοιτητές του Τμήματος Μουσικών Σπουδών του Πανεπιστημίου Αθηνών τονίζω με έμφαση ότι η ευκρίνεια μιας εικόνας στην οθόνη του υπολογιστού εξαρτάται από το μέγεθος των εικονοστοιχείων (pixels) της οθόνης. Ο αριθμός των εικονοστοιχείων στα οποία μπορεί να αναλυθεί μια οθόνη λέγεται *ανάλυση* (resolution) οθόνης ή *διακριτική ικανότητα* οθόνης και αποτελεί μέτρο της παραστατικής ικανότητας της οθόνης. Όσο πιο μικρό το μέγεθος των εικονοστοιχείων, τόσο καλύτερη η ευκρίνεια που παρέχει η οθόνη και τόσο πιο ζωντανή είναι η εικόνα στην οθόνη. Άρα με τη διαχείριση του μεγέθους των εικονο-

---

Ἐκ τοῦ διπλασίου διαστήματος καὶ ἡμιολίου τριπλάσιον διάστημα γίνεται.

(Πρόταση ζ, 1-2)

φανερὸν δὴ, ὅτι καὶ τὸ διὰ πέντε καὶ διὰ πασῶν τριπλάσιόν ἐστιν.

(Πρόταση 12, 27-28)

Ἐπιμορίου διαστήματος οὐδεὶς μέσος, οὔτε εἷς οὔτε πλείους, ἀνάλογον ἐμπεσεῖται ἀριθμός.

(Πρόταση γ, 1-3)

τὸ ἄρα

τονιαίον διάστημά ἐστιν ἐπόγδοον.

(Πρόταση 13, 6-7)

Ὁ τόνος οὐ διαιρεθῆσεται εἰς δύο ἴσα οὔτε εἰς πλείω.

(Πρόταση 16, 1-2)

## Πρ.8 Πρόλογος

στοιχείων διαφοροποιούμε την ευκρίνεια, που παρέχει η οθόνη, με αντίκτυπο στην ποιότητα της εμφανιζόμενης εικόνας.

Κατ' αναλογία, το μέγεθος των ψηφίδων σε ένα ψηφιδωτό επηρεάζει την ομορφιά και τη ζωντάνια του ψηφιδωτού.

Στη μουσική διαδικασία τον ρόλο των εικονοστοιχείων της οθόνης ή των ψηφίδων στο ψηφιδωτό παίζουν τα μουσικά διαστήματα. Πιστεύω ακραδάντως ότι είναι εξαιρετικά σημαντική η γνώση του «διαχειρίζεσθαι» τα μουσικά διαστήματα στη μουσική πρακτική και δεν εννοώ τα διαστήματα της Ευρωπαϊκής μουσικής MONON, αλλά της όποιας «μουσικής» με το όποιο μέγεθος των μουσικών διαστημάτων της.

Συνέγραψα το ανά χείρας βιβλίο με τίτλο «Ο ΔΥΪΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΟΥΣΙΚΟΥ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ» με σκοπό αφενός μεν να διδάξω τους φοιτητές μου πώς να διαχειρίζονται τα μουσικά διαστήματα με την όποια από τις δύο οπτικές του Ευκλείδου και ιδιαίτερα τα διαστήματα της αρχαίας Ελληνικής μουσικής, αφετέρου δε να επιχειρήσω να μεταπείσω εκείνους που αυτήν τη γνώση «του διαχειρίζεσθαι τα μουσικά διαστήματα» τη θεωρούν περιττή και άνευ αξίας. Γι' αυτούς παραθέτω την ακόλουθη αναφορά του Αριστείδου του Κοϊντιλιανού<sup>11</sup>, που είναι σχετική με τη γνώση, τη διαχείριση και την εκτέλεση των μουσικών διαστημάτων των τετραχόρδων των τριών γενών της αρχαίας Ελληνικής μουσικής, δηλαδή του διατόνου, του χρώματος και του εναρμονίου:

... τούτων δὲ φυσικώτερον μὲν ἔστι τὸ διάτονον (πᾶσι γὰρ καὶ τοῖς ἀπαιδεύτοις παντάπασι μελωδητόν ἐστι), τεχνικώτερον δὲ τὸ χρῶμα (παρὰ γὰρ μόνοις μελωδεῖται τοῖς πεπαιδευμένοις), ἀκριβέστερον δὲ τὸ ἔναρμόνιον· παρὰ γὰρ τοῖς ἐπιφανεστάτοις ἐν μουσικῇ τετύχηκε παραδοχῆς, τοῖς δὲ πολλοῖς ἔστιν ἀδύνατον· ὅθεν ἀπέγνωσαν τινες τὴν κατὰ δῖεσιν μελωδίαν, διὰ τὴν αὐτῶν ἀσθέ-

<sup>11</sup> Αριστείδης Κοϊντιλιανός: *Περὶ Μουσικῆς*, Βιβλίο 1, Παράγραφος 9, Στίχοι 16-24.



νειαν και παντελώς άμελφδητον είναι τὸ διάστημα ὑπο-  
λαβόντες.

Το ανα χείρας βιβλίο απαρτίζουν τρία Κεφάλαια και τέσσερα  
Παραρτήματα.

Το πρώτο Κεφάλαιο με την πρέπουσα τεκμηρίωση και μαθηματική  
ανάλυση αναφέρεται σ' αυτόν καθαυτόν τον δυϊσμό του μουσικού δια-  
στήματος, δηλαδή στο διάστημα ως λόγου μηκών και στο διάστημα ως  
μήκους, στη λογαριθμικότητα και στη γραμμικότητα του μουσικού δια-  
στήματος, στον «Πυθαγορισμό» και στον «Αριστοξενισμό» του μουσι-  
κού διαστήματος.

Παρουσιάζεται

1. η σπουδαιότητα του διαιρεμένου σε ίσα διαστήματα «κανόνα<sup>12</sup>  
(=μονοχόρδου)» στην κατανόηση του πώς προστίθενται και του  
πώς αφαιρούνται τα μουσικά διαστήματα και

---

<sup>12</sup> Με μια επιπόλαιη ματιά ο γενικός σκοπός της πραγματείας «Κανόνος Κατατομή»  
εμφανίζεται να είναι η επιβολή με τη βοήθεια της θεωρίας των λόγων ενός συστήματος  
προσδιορισμού των μαθηματικών σχέσεων μεταξύ των φθόγγων της κλίμακας. Εκείνο που  
πρέπει με έμφαση να τονισθεί είναι το γεγονός ότι οι σχέσεις των μουσικών υψών των  
φθόγγων ΔΕΝ ΜΠΟΡΟΥΝ ΕΠΑΚΡΙΒΩΣ ΝΑ ΜΕΤΡΗΘΟΥΝ ΜΕ ΤΟ ΑΥΤΙ. Οι προσπά-  
θειες των «αρμονικών (=θεωρητικών της μουσικής)» να επιβάλλουν μια ακουστική μονάδα  
μέτρησης των μουσικών διαστημάτων ΑΠΕΤΥΧΑΝ κυρίως διότι δεν αντελήφθηκαν τη  
λογαριθμικότητα στο μέτρο των μουσικών διαστημάτων και επέμεναν να τα αντιμετωπί-  
ζουν γραμμικά.

Συνεπώς δεν βρήκαν καμιά ξεκάθαρα προσδιορισμένη μεζούρα ακουστικών μετρήσεων.  
Κάποια στιγμή, όμως, αντελήφθησαν ότι, εάν επιδιώκεται η ακρίβεια στις μετρήσεις, θα  
πρέπει να βρεθεί κάποιος τρόπος μεταφοράς των σχέσεων των μουσικών υψών από τον  
χώρο τον ΑΚΟΥΣΤΟ στον χώρο τον ΟΠΤΙΚΟ, όπου μπορούν να πραγματοποιηθούν  
αποδεκτές μετρήσεις. Αυτό ακριβώς υλοποιείται με τον ΚΑΝΟΝΑ (=μονόχορδο). Δηλαδή  
λόγοι μουσικών υψών –του ΑΚΟΥΣΤΟΥ χώρου- μεταφέρονται σε λόγους δονουμένων  
τιμημάτων χορδής –του ΟΠΤΙΚΟΥ χώρου-.

2. η ονοματολογία των «συμφωνιών (=ευφώνων διαστημάτων)» στην κάθε μία οπτική του δυΐσμου.

Στο δεύτερο Κεφάλαιο, που φέρει τον τίτλο «*Η ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΙΑ ΤΑ ΜΟΥΣΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΑ ΗΧΟΥΝΤΑ ΤΜΗΜΑΤΑ ΧΟΡΔΗΣ*» αντιμετωπίζεται το μουσικό διάστημα ως λόγος δονουμένων (=ηχούντων) μηκών χορδής, δηλαδή αντιμετωπίζεται ο λογαριθμικός χαρακτήρας του μουσικού διαστήματος. Εκτίθενται με την απόδειξη τους όλα τα θεωρήματα που αφορούν στην πρόσθεση, στην αφαίρεση μουσικών διαστημάτων, στον πολλαπλασιασμό μουσικού διαστήματος επί αριθμόν και στη διαίρεση ενός μουσικού διαστήματος σε ίσα διαστήματα (συγκερασμός).

Επειδή ο λογαριθμικός χαρακτήρας του μουσικού διαστήματος δεν μπορεί να γίνει κατανοητός από τον νου του μουσικού εκτελεστή, ο οποίος έχει μάθει ότι τα μεγέθη αθροίζονται με πρόσθεση και όχι με πολλαπλασιασμό και η διαφορά τους προκύπτει με αφαίρεση και όχι με διαίρεση, εισάγεται η έννοια «μέγεθος» του μουσικού διαστήματος και παρουσιάζονται με τις αποδείξεις τους όλα τα θεωρήματα, που αφορούν στις πράξεις με μεγέθη μουσικών διαστημάτων.

Για την πλήρη κατανόηση της ύλης παρατίθεται μια πληθώρα παραδειγμάτων και εφαρμογών με ιδιαίτερη αναφορά στους αρχαίους αρμονικούς.

Στο τρίτο Κεφάλαιο<sup>13</sup>, που φέρει τον τίτλο «*Η ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΙΑ ΤΑ ΜΟΥΣΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΑ ΜΗ ΗΧΟΥΝΤΑ ΤΜΗΜΑΤΑ*

---

<sup>13</sup> Όλα όσα αναφέρονται στο Κεφάλαιο αυτό είναι εντελώς πρωτότυπα και πρωτοδιετυπώθησαν από τον συγγραφέα του ανά χείρας βιβλίου το καλοκαίρι του 2002 με την ολοκλήρωση της πραγματείας του «*ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ Κανόνος Κατατομή, Ερμηνεία, Αποδείξεις και Σχόλια*».

*ΧΟΡΔΗΣ* αντιμετωπίζεται το μουσικό διάστημα ως ακίνητο (=μη ηχούν) μήκος χορδής ανάμεσα σε δύο πατήματα (=τάστα) του «κανόνος», δηλαδή αντιμετωπίζεται ο γραμμικός χαρακτήρας του μουσικού διαστήματος. Εκτίθενται με την απόδειξή τους όλα τα αντίστοιχα με το δεύτερο Κεφάλαιο θεωρήματα, που αφορούν στην πρόσθεση, στην αφαίρεση μουσικών διαστημάτων, στον πολλαπλασιασμό μουσικού διαστήματος επί αριθμόν και στη διαίρεση ενός μουσικού διαστήματος σε ίσα διαστήματα (συγκερασμός).

Ο γραμμικός χαρακτήρας του μουσικού διαστήματος γίνεται εύκολα κατανοητός από τον νου του μουσικού εκτελεστή, διότι τα μεγέθη τώρα αθροίζονται με πρόσθεση και η διαφορά τους προκύπτει με αφαίρεση. Για την πλήρη κατανόηση της ύλης και αυτού του Κεφαλαίου παρατίθεται μια πληθώρα παραδειγμάτων και εφαρμογών με ιδιαίτερη αναφορά στους αρχαίους αρμονικούς.

Επειδή τα μουσικά διαστήματα κατά την Πυθαγόρεια θεώρησή τους αντιμετωπίζονται ως λόγοι δύο αριθμών, ο συγγραφέας θεώρησε χρησιμη τη γνώση των αρχαίων περί της σχετικής ποσότητας (=λόγου). Στο Παράρτημα I αναφέρονται αναλυτικά τα είδη της μεγαλύτερης και της μικρότερης ανισότητας και η ονοματοδοσία τους. Έτσι, ο αναγνώστης μπορεί να αφενός μεν να ονοματοδοτεί

- ✓ τα πολλαπλάσια και τα υποπολλαπλάσια,
- ✓ τα επιμόρια και τα υποεπιμόρια,
- ✓ τα επιμερή και τα υποεπιμερή,
- ✓ τα πολλαπλασιεπιμόρια και τα υποπολλαπλασιεπιμόρια,
- ✓ τα πολλαπλασιεπιμερή και τα υποπολλαπλασιεπιμερή

μουσικά διαστήματα, αφετέρου δε να αντλεί την πρέπουσα πληροφορία, όταν αυτά τα ονόματα τα συναντά στα κείμενα των αρχαίων Ελλήνων αρμονικών συγγραφέων.

Πρ.12 Πρόλογος

Επειδή οι πράξεις με τα μουσικά διαστήματα κατά την Πυθαγόρεια θεώρησή τους αντιμετωπίζονται με πράξεις μεταξύ λόγων αριθμών, ο συγγραφέας θεώρησε χρήσιμη τη γνώση των αρχαίων περί των Πυθαγορείων Αναλογικοτήτων ή Αναλογιών ή Μεσοτήτων.

Στο Παράρτημα II συμπεριελήφθη η Πυθαγόρεια γνώση (φιλοσοφική και μαθηματική) για δέκα αναλογίες, όσον αφορά στους δημιουργούς τους, στις ονομασίες τους, στις μαθηματικές τους σχέσεις και στις μαθηματικές τους ιδιότητες. Για την κάθε μία αναλογία δίδεται και μία τριάδα αντιπροσωπευτικών μικρών ακεραίων αριθμών, που την ικανοποιούν. Ιδιαίτερη έμφαση δίδεται σε τρεις από τις δέκα αναλογίες, την Αριθμητική, τη Γεωμετρική και την Αρμονική, οι οποίες λειτουργούν με δεσπίζοντα τρόπο στο χώρο της Μουσικής.

Στο Παράρτημα III αναφέρεται το κατά τον Ιάμβλιχον Πυθαγόρειο πείραμα των χορδών (αρχαίο κείμενο και απόδοση στη νεοελληνική από τον συγγραφέα). Αναφέρεται η θεωρία Fourier περί αρμονικών και μη αρμονικών υπερτόνων των ήχων καθώς επίσης η θεωρία των χορδών από τη Φυσική, προκειμένου να ελεγχθεί το «πραγματοποιήσιμον» του εν λόγω Πυθαγορείου πειράματος. Με μία λεπτομερειακή ανάλυση του πειράματος με βάση τα Μαθηματικά και τη Φυσική ο συγγραφέας το απορρίπτει ως μη δυνάμενο να υλοποιηθεί.

Στο Παράρτημα IV, τέλος, συμπεριελήφθη η Ευκλείδειος μέθοδος της Ανταναιρέσεως ή της Ανθυφαιρέσεως με τις εφαρμογές της στο χώρο των Μαθηματικών (όσον αφορά στην εύρεση του Μεγίστου Κοινού Διαιρέτη δοθέντων αριθμών και στην απόδειξη ότι ο λόγος δύο δοθέντων αριθμών ή ευθυγράμμων τμημάτων ή περισσότερο πολυπλόκων γεωμετρικών αντικειμένων αποτελεί ρητό ή άρρητο αριθμό) και της Μουσικής (όσον αφορά στα δονούμενα και στα μη δονούμενα τμήματα χορδής των εγχόρδων μουσικών οργάνων).

Επιθυμώ να ευχαριστήσω την θυγατέρα μου Ελένη Χ. Σπυρίδου PhD, BSc (Hons) για την επιμέλεια του εξωφύλλου, των εσωφύλλων και όλων των σχημάτων του βιβλίου.

Αθήνα 2004

Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης  
Καθηγητής  
Μουσικής Ακουστικής, Πληροφορικής  
Τμήματος Μουσικών Σπουδών  
Πανεπιστημίου Αθηνών

