

# ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ & ΜΟΥΣΙΚΗ



Επιμέλεια εκδόσεως: Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης  
Πάρου 33, 153 43 Αγία Παρασκευή,  
Τηλέφωνο και Τηλεομοιότυπο 210-6003066  
e-mail [hspyridis@music.uoa.gr](mailto:hspyridis@music.uoa.gr)

Όλα τα γραφικά του βιβλίου εφίλοτεχνήθησαν  
υπό της Ελένης Χ. Σπυρίδου PhD, BSc (Hons).

Α΄ Έκδοσις 2012  
Copyright © Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης

I.S.B.N. 978-960-93-4437-1

Το μετά χείρας σύγγραμμα *ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ & ΜΟΥΣΙΚΗ*, ως έργον πνευματικής ιδιοκτησίας, προστατεύεται κατά τις διατάξεις του Ελληνικού νόμου (Ν. 2121/1993, όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας.

Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής αδείας του συγγραφέως καθ' οποιονδήποτε τρόπον ή μέσον αντιγραφή, φωτοανατύπωσις και η εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωσις ή δανεισμός, μετάφρασις, διασκευή, αναμετάδοσις εις το κοινόν υπό οιαδήποτε μορφήν (ηλεκτρονικήν, μηχανικήν ή άλλην) και η εν γένει εκμετάλλευσις του συνόλου ή μέρους του έργου.

Envoi<sup>1</sup>

**God, thou great symmetry**

Who put a biting lust in me  
From whence my sorrows spring,  
For all the frittered days  
That I have spent in shapeless ways  
Give me one perfect thing.

[Δώσε μου

*Θεέ, Συ μεγάλη συμμετρία,  
Που έβαλες τον δηκτικό πόθο μέσα μου  
Απ' όπου οι λύπες μου πηγάζουν  
Για όλες τις κατασπαταλημένες μέρες  
Που έχω ξοδέψει με όμορφους τρόπους  
Δώσε μου ένα τέλειο πράγμα].*



Της *Edith Alice Mary Harper* (1883-1947), γνωστής υπό το ψευδώνυμον *Anna Wickham*, Βρετανίδος νεωτερικτικής και φεμινιστρίας συγγραφέως-ποιητρίας με λίαν ανοργάνωτον τρόπον ζωής.

<sup>1</sup> Το ποίημα αυτό, μεταφρασμένον εις την ελληνικήν γλώσσαν, αναφέρεται εις την σελίδα 20 του βιβλίου «Συμμετρία» του Hermann Weyl.

Τον πρώτον στίχον, λόγω του περιεχομένου του, ο συγγραφέας του μετά χείρας συγγράμματος εξετύπωσεν εις έντονον και εκτεταμένην γραφήν.



Εἰς τοὺς Ἑρμοτιτάνας,  
τῆς ἐπιστημονικῆς μου ὁδοιπορίας ἐνοδίους Ἑρμᾶς,  
ἀειμνήστους παιδαγωγοὺς τε καὶ διδασκάλους

*Κωνσταντῖνον Μιχακόπουλον*  
*τοῦ Παράσχου*  
(1907 -1992)

Ἀρχιμουσικὸν

καὶ

*Νικόλαον Τζιῶλαν*  
*τοῦ Ἰωάννου*  
(1912 -1999)

Γυμνασιάρχην, Φιλολόγον, Ἱστορικὸν



## ΠΡΟΛΕΓΟΜΕΝΑ

### Η Συμμετρία εις την Φύσιν

Η συμμετρία, απαντωμένη και εις την έμβιον και εις την άβιον φύσιν<sup>2</sup>, αποτελεί μίαν λίαν σημαντική έννοιαν των Μαθηματικών, της Φυσικής, της Χημείας, της Βιολογίας και των Καλών Τεχνών<sup>3</sup>, ως η Μουσική, η Ζωγραφική<sup>4</sup>, η Αρχιτεκτονική<sup>5</sup>, η Γλυπτική<sup>6</sup>. Εν άλλοις λόγοις, η συμμετρία αποτελεί το αχανές πεδίο ένθα δραστηριοποιούνται αμιλλώμενες η φύσις (ανόρ-

<sup>2</sup> Πολλές φυσικές οντότητες, από του αστερίου, του ανθρώπου, των ανθέων, των σταγόνων της βροχής, των χιονοφάδων μέχρι τους γαλαξίες, διαθέτουν εμφανείς συμμετρίες.

<sup>3</sup> Καθ' ομοφωνίαν των μελετητών, η συμμετρία, εν όλω ή εν μέρει, αποτελεί το χαρακτηριστικόν ή κριτήριον ωραιότητος των έργων τέχνης ή/και των επιστημονικών θεωριών.

Κατά τον Θωμάν Ακινάτην για την ωραιότητα απαιτούνται οι εξής τρεις προϋποθέσεις: (1) Πληρότης ή τελειότης (2) Αναλογία ή αρμονία ή συμμετρία μεταξύ των επί μέρους (3) Φωτεινότης ή λάμψις.

<sup>4</sup> Διάφοροι πολιτισμένοι λαοί της αρχαιότητος λ.χ. οι Σουμέριοι, οι Βαβυλώνιοι, οι Πέρσες, οι Έλληνες της Μινωικής και της Μυκηναϊκής εποχής, οι Ισραηλίτες, οι Αιγύπτιοι, οι Ρωμαίοι, οι Άραβες, ε γνώριζον κάλλιστα τα μυστικά περί την Συμμετρίαν και δή περί την αμφίπλευρον συμμετρίαν, καταλιπόντες θαυμάσια έργα τέχνης. Η χρήση της Συμμετρίας για αισθητικούς λόγους φθάνει εις το απόγειόν της κατά την περίοδον της Αναγεννήσεως, όποτε μελετάται λεπτομερώς η αναλογία του άκρου και μέσου λόγου, η γνωστή αναλογία της «χρυσής τομής».

<sup>5</sup> Ο μέγας αρχαιοέλλην Μαθηματικός του 4<sup>ου</sup> π.Χ. αιώνας, ο Πάππος ο Αλεξανδρεύς, εις το περίφημον οκτάτομον σύγγραμμά του «*Μαθηματική Συναγωγή*» αναφέρεται εξαίρων τις γεωμετρικές γνώσεις των μελισσών επί τη βάσει των οποίων κτίζουν τις συμμετρικότερες εξαγωνικές κερήθρες των, ώστε εντός επιφανείας ελαχίστου εμβαδού να περικλείεται ο μέγιστος δυνατός όγκος, εξασφαλίζουσες ούτω πως την μεγίστην χωρητικότητα των κελιών των.

Πώς είναι δυνατόν ο σόφρων άνθρωπος, ο οποίος κατανοεί το περιεχόμενον της ανωτέρω δηλώσεως του Πάππου του Αλεξανδρέως, να μην εξανίσταται με την εγωιστικήν άποψιν των επιστημόνων του ανθρωπίνου γένους ότι δηλαδή *η ικανότης του μετρείν είναι μόνον ανθρώπινον προσόν!* Ο άνθρωπος εβοηθήθη εκ της παρατηρήσεως των περιοδικών κινήσεων των αστέρων εις το να επινοήσει την μέτρησιν και τούτο τυγχάνει αληθέστατον.

τὸ δὲ πρὸς ἄλληλα πάντα ἀριθμὸν ἀεὶ λογίζεσθαι, δοκῶ μὲν μείζονος ἕνεκα, καὶ τούτου δὲ σελήνην, καθάπερ εἶπομεν, αὐξανομένην καὶ φθίνουσαν ἐμποιήσας, μῆνας πρὸς τὸν ἐνιαυτὸν συνεστήσατο, καὶ πάντα ἀριθμὸν πρὸς ἀριθμὸν ἤρξατο συνορᾶν εὐδαιμόνι τύχη.

Πλάτων, *Επινομίς*, 979 a, 1-6.

[*Για την συσχετίσιν χρησιμοποιούμεν πάντοτε πάντα αριθμὸν, θεωρῶ λόγω μεγαλυτέρας ακριβείας και δια τούτο ο θεός έκανε την Σελήνην, κατά τα όσα είπομεν, αυξανουσα και μειουσα (ως προς την φωτιζομένην επιφάνειάν της) να συσχετίζει τους μήνες μετά του έτους και κατά καλήν συγκυρίαν ήρχισεν λαμβάνων ιδέαν περί των σχέσεων πάντος αριθμού μετ' αριθμόν*].

<sup>6</sup> Ο πολύφημος γλύπτης του 5<sup>ου</sup> π.Χ. αιώνας, ο Πολύκλειτος, πρώτος –κατά τις υπάρχουσες πληροφορίες- αναφέρεται εις την έννοιαν της Συμμετρίας, ως έννοιάς των Μαθηματικών. Είναι ο γλύπτης, ο οποίος εμελέτησεν λεπτομερέστατα τις συμμετρίες του ανθρωπίνου σώματος και την κίνησίν του ως προς τον κατακόρυφον άξονα. Σύγχρονοι του Πολυκλείτου υπήρξαν οι περίφημοι γλύπτες Φειδίας και Μύρων.

γανος και οργανική) και η τέχνη. Δι' αυτής της φιλοσοφικής<sup>7</sup> και μαθηματικής σπουδαιότητας εννοίας ο άνθρωπος δια μέσου των αιώνων προσεπάθησεν αφ' ενός να κατανοήσει και αφ' ετέρου να δημιουργήσει τάξιν, κάλλος και τελειότητα.

Την Συμμετρίαν, ήτοι την αρμονίαν των λόγων (=αναλογιών<sup>8</sup>) δια της οποίας μειούται η ε-τροπία του σύμπαντος Κόσμου, υμνούν οι Πυθαγόρειοι λέγοντες:

«Ἐν ἀρχῇ ἦν ὁ λόγος καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὴν συμμετρίαν καὶ συμμετρία ἦν ὁ λόγος».

Αυτός οὗτος ο Πυθαγόρας εδίδασκεν ὅτι, παρά την πολυπλοκότητα των καθημερινών γεγονότων, τον κόσμον διακατέχει μία αρμονία, δυναμένη να περιγραφεί και να εκφρασθεί επακριβώς δια της γλώσσης των Μαθηματικών συμφώνως προς ένα τέλειον και απόλυτον γεωμετρικόν σχέδιον, το οποίον αναφέρεται εις τις ομοιότητες ή τις εξομοιώσεις του αριθμού και εγκαθιστά μαθηματικὴν τάξιν δια των αναλογιών.

Ο Πυθαγόρας απεκάλεσεν «κόσμον», ήτοι στολίδι περικαλές, το κάλλος της δημιουργίας· τουτέστιν τις συμμετρίες, τις απαντώμενες εις την φύσιν και οι οποίες επιδεικνύονται, εκφράζονται και περιγράφονται μετ' ευκόλων ή δυσκόλων Μαθηματικών διαδικασιών.

Προσπαθόντες να τυποποιήσωμεν μαθηματικώς την έννοιαν της Συμμετρίας, λέγομεν ὅτι η Συμμετρία είναι η ιδιότης ενός αντικειμένου ή ενός συστήματος<sup>9</sup>, η οποία παραμένει αναλλοίωτος μετά από ένα σύνολον αλλαγών (μετασχηματισμών), τις οποίες υφίσταται αυτό.

Μολονότι η συμμετρία<sup>10</sup> αποτελεί έννοιαν-κλειδί εις τα έργα των ζωγράφων, των γλυπτών, των αρχιτεκτόνων και των μουσικών, για τους μαθηματικούς παρέμενεν εις το διάβα των αιώνων ως μία αγωνιώδης αναζήτησις. Οι μαθηματικοί ανεζήτουν να τυποποιήσουν ένα μαθηματικόν μοντέλον δια του οποίου να ορίζεται η συμμετρία. Ανεζήτουν έναν μετασχηματισμόν δια του οποίου να καταλείπεται ένα αντικείμενον φαινομενικώς αμετάβλητον. Ειδικότερον εις την Γεωμετρίαν ανεζήτουν να περιγράφουν την ακριβή αντιστοιχίαν σημείων μιας δομής, ευρισκομένων εκατέρωθεν είτε ενός σημείου, είτε μιας γραμμής, είτε ενός επιπέδου, καλουμένων, αντιστοίχως, κέντρον, άξων, επίπεδον συμμετρίας.

<sup>7</sup> Λόγω της πλήρους γεωμετρικής συμμετρίας των, ο μεν κύκλος εις τις δύο διαστάσεις, η δε σφαίρα εις τις τρεις, εθεωρήθησαν υπό των Πυθαγορείων φιλοσόφων ως το πλέον τέλειον γεωμετρικόν σχήμα ο πρώτος, ως το πλέον τέλειον στερεόν σώμα η δεύτερη. Δια τούτο και ο Πλάτων (Επινομίς) και ο Αριστοτέλης αποδίδουν σφαιρικόν σχήμα εις τα ουράνια σώματα, θεωρούντες ὅτι οιονδήποτε έτερον σχήμα θα εμείωνε την ουράνιον τελειότητά των.

<sup>8</sup> Η συμμετρία γεννάται υπό της σχέσεως, την οποίαν οι Έλληνες ωνόμαζον αναλογίαν (Βιτρούβιος, *Αρχιτεκτονική*, II, 1).

<sup>9</sup> Κατά τον McAllister (*Beauty and Revolution in Science*, 1996) μία δομή είναι συμμετρική ως προς έναν μετασχηματισμόν, εάν παραμένει αμετάβλητη υπό την επίδρασιν αυτού.

<sup>10</sup> Η συμμετρία ελκύει εξ ίσου τους καλλιτέχνες και τους επιστήμονες.



Εις την Φυσικήν οι θεμελιώδεις αρχές της συμμετρίας<sup>11</sup> υπαγορεύουν τους βασικούς νόμους της φύσεως, ελέγχουν την δομήν της ύλης (θεμελιώδη σωματίδια ή κουάρκς, άτομα, μόρια) και ορίζουν τις θεμελιώδεις δυνάμεις αυτής.

Κατά τον μαθηματικόν Hermann Weyl, τον μελετήσαντα εξαντλητικώς την Συμμετρίαν, ένα αντικείμενον είναι συμμετρικόν, εάν υπάρχει μία διαδικασία καταλείπουσα αναλλοίωτον την μορφήν αυτού.

Επί τη βάσει του ορισμού αυτού συμμετρία εις τους νόμους της Φυσικής σημαίνει ότι δυνάμεθα να πραγματοποιήσωμεν τοιαύτες αλλαγές εις τα μεγέθη, τα υπεισερχόμενα εις τους νόμους, οι οποίες να μην επιφέρουν καμίαν τροποποίησιν εις τους νόμους καθεαυτούς και τα αποτελέσματά των.

Τονιστέον εξ αρχής ότι οι νόμοι της φύσεως είναι παντού οι ίδιοι, υπό την έννοιαν ότι δεν παρατηρούμεν καμίαν διαφοράν εις τα αποτελέσματα ενός πειράματος, όταν τούτο πραγματοποιείται εις διαφορετικά σημεία του χώρου. Συνεπώς, οι νόμοι της Φυσικής πρέπει να εκφράζονται κατά τοιούτον τρόπον, ώστε να παραμένουν αναλλοίωτοι εις μετασχηματισμούς περιστροφής και εις μετασχηματισμούς μετατοπίσεως. Απόρροια αυτής της συμμετρίας αποτελεί η διαπίστωσις ότι δεν υπάρχει κανένα προνομιακόν σημείον εις το σύμπαν, το οποίον να προτιμάται και να λαμβάνεται ως η αρχή μετρήσεως του χώρου. Εν άλλοις λόγοις, όλα τα σημεία του χώρου είναι ισοδύναμα.

Υπάρχει το θεώρημα της Amalie Emmy Noether (1918), συμφώνως προς το οποίον υφίσταται μια σχέσις μεταξύ της συνεχούς συμμετρίας και των νόμων διατηρήσεως εις την Φυσικήν (της ενεργείας, της ορμής, της στροφορμής κ.λπ.) λόγω της παρατηρουμένης εν τη φύσει νοοτροπίας της ήσσοнос προσπαθείας ή ελαχίστης δράσεως<sup>12</sup>.

<sup>11</sup> Σημαντικότεατεσ κατά την μελέτην της φύσεως είναι οι συμμετρίεσ φυσικών νόμων ή/και θεωριών (Amalie Emmy Noether ).

<sup>12</sup> **Περιστροφές**

Μια σφαίρα δύναται να περιστραφεί περίξ οιουδήποτε άξονοσ, διερχομένου δια του κέντρου της. Ένασ κύλινδροσ δύναται να περιστραφεί καθ' οιαυδήποτε γωνίαν μόνον περί τον φυσικόν άξονα συμμετρίας του, όστισ διέρχεται δια των κέντρων των δύο κυκλικών εδρών του. Ένασ κύκλοσ δύναται να περιστραφεί καθ' οιαυδήποτε γωνίαν περί άξονα κάθετον εις το επίπεδο του κύκλου και διερχόμενον δια του κέντρου αυτού.

Η γωνία περιστροφής φ δύναται να είναι η οιαυδήποτε. Μετά από αυτήν την περιστροφήν η εμφάνισις της σφαίρασ ή του κυλίνδρου ή του κύκλου δεν θα έχει αλλάξει διόλου. Λέγομεν, λοιπόν, ότι η σφαίρα, ο κύλινδροσ, ο κύκλοσ είναι “αναλλοίωτοι” κατά τον μετασχηματισμόν της περιστροφής περί τον συγκεκριμένον άξονα κατά γωνίαν φ. Κατόπιν τούτου, πάσα μαθηματική περιγραφή αφορώσα εις την σφαίραν, τον κύλινδρον, τον κύκλον παραμένει «αναλλοίωτοσ» κατ' αυτήν την περιστροφήν.

Σημειωτέον ότι υπάρχουν άπειρεσ πράξεισ περιστροφικήσ συμμετρίας, δυνάμενεσ να εκτελεσθούν επί μιασ σφαίρασ και μάλιστα απειροστίη τιμήσ γωνίασ περιστροφής. Δια τούτο λέμε ότι η συμμετρία της σφαίρασ είναι συνεχής.

Κατά το θεώρημα Amalie Emmy Noether εις την στροφοικήν συμμετρίαν αντιστοιχεί η αρχή Διατηρήσεωσ της Στροφορμήσ.

### Μετατοπίσεισ εις τον χώρον

Ένα φυσικόν σύστημα δύναται να υποστεί χωρικήν μετατόπισιν, ήτοι δύναται να μετατοπισθεί μεταξύ διαφόρων θέσεωσ εις τον χώρον και να παραμένει αναλλοίωτοσ. Τούτο αποτελεί συμμετρίαν και σημαίνει ότι οι νόμοι της Φυσικήσ είναι συμμετρικοί, όσον αφορά εις τισ χωρικήσ μεταθέσεισ.

Κατά το θεώρημα Amalie Emmy Noether εις την χωρικήν συμμετρίαν αντιστοιχεί η αρχή της διατηρήσεωσ της Ορμήσ.

Την λέξιν συμμετρίαν κατά τον καθ' ημέραν βίον την χρησιμοποιούμεν συνήθως υπό διττήν έποψιν και σημασίαν.

✓ Υπό γεωμετρικήν έποψιν, η συμμετρία δηλοί το κάλλος<sup>13</sup>, την συμφωνίαν πολλών μερών συγκροτούντων μίαν ολότητα εν ισορροπία. Συνηθέστατες γεωμετρικές δισδιάστατες ολότητες είναι οι ταπετσαρίες, ήτοι αμφίπλευρα συμμετρικά σχήματα ή σχήματα έχοντα κατοπτρικήν συμμετρίαν (σχέσιν αριστερής-δεξιάς χειρός ή σχέσιν αντικειμένου-ειδώλου) εκ του χώρου της Γεωμετρικής Οπτικής.

✓ Υπό ακουστικήν έποψιν, εις τον χώρον των ηχητικών και μουσικών εφαρμογών συνώνυμον της συμμετρίας είναι η αρμονία, ήτοι το «εὖ ἀκούεσθαι». Συμμετρικές δισδιάστατες μουσικές ολότητες αποτελούν λ.χ. οι κατοπτρικές φούγκες του J. S. Bach υπό τις έννοιες *rectus* (αντικείμενον) - *inversus* (είδωλον).

Εις την Γεωμετρίαν δια της συμμετρίας αντιστοιχίζονται σημεία μέσω είτε σημείου/ων, είτε γραμμής/ών, είτε επιπέδου/ων, τα οποία, κατ' αντιστοιχίαν, ονομάζονται κέντρον/α συμμετρίας, άξων/ονες συμμετρίας, επίπεδον/α συμμετρίας.

Ένα σχήμα ή ένα σώμα εις τον χώρον είναι συμμετρικόν ως προς ένα δεδομένον σημείον (κέντρον) συμμετρίας ή ως προς μίαν δεδομένην ευθείαν (άξων συμμετρίας) ή ως προς ένα δεδομένον επίπεδον (κατοπτρικόν επίπεδον), εάν το σχήμα ή το σώμα μεταφέρεται εις τον εαυτόν του δια «κατοπτρισμού» ως προς το συγκεκριμένον στοιχείον συμμετρίας (σημείον, άξων, επίπεδον).

Δια των συμμετριών ως προς τα προαναφερθέντα στοιχεία συμμετρίας εκτός της αμφιπλεύρου συμμετρίας προκύπτουν και έτερα είδη γεωμετρικής συμμετρίας, ως η μεταφορά ή ολίσθησις, η περιστροφή περίξ σημείου ή περί άξονα και άπαντες οι συνδυασμοί αυτών.

### Μεταφορά εις τον χρόνον

Γνωρίζομεν ότι οι νόμοι του Νεύτωνος ίσχουν κατά το παρελθόν, ισχύουν κατά το παρόν και θα ισχύουν και εις το μέλλον, δεδομένου ότι ο χρόνος ρέει ομοιοτρόπως προς πάσαν κατεύθυνσιν. Τούτο αποτελεί σημαντικήν συμμετρίαν της φύσεως και σημαίνει ότι οι νόμοι της Φυσικής είναι αναλλοίωτοι, όσον αφορά εις την μεταφοράν των εις τον χρόνον.

Κατά το θεώρημα Amalie Emmy Noether εις την χρονικήν μεταφορικήν συμμετρίαν αντιστοιχεί η αρχή διατηρήσεως της Ενεργείας.

Άξιον επισημάνσεως αποτελεί το γεγονός ότι εις τα απλά συστήματα, ως λ.χ. είναι τα στοιχειώδη σωματίδια και οι αντιδράσεις των, φαίνεται ότι η χρονική μεταφορική συμμετρία ισχύει. Γιατί άραγε; Όμως, εις τα σύνθετα συστήματα, ως λ.χ. είναι οι άνθρωποι και πάντα όσα μας περιβάλλουν, η ροή του χρόνου έχει συγκεκριμένην κατεύθυνσιν (βέλος του χρόνου). Όλοι γερνάμε και, τελικώς, αποθνήσκομεν. Γιατί άραγε; Φιλοσοφούντες οι πρόγονοί μας έλεγον ότι «οὐκ ἔστιν γῆρας ἐν τῷ οὐρανῷ» επειδή εις αυτόν (δηλαδή τον ουρανόν) το βέλος του χρόνου είναι κυκλικόν, ήτοι η αρχή του κάμπτεται και ενούται μετά του πέρατός του. Την άποψιν αυτήν της αιωνιότητας και της συνέχειας του κυκλικού χρόνου, της δηλούσης «ἐν τῷ πᾶν», συνεβόλιζον δι' ενός αρχαίου συμβόλου, του ουροβόρου όφεως ή απλώς ουροβόρου, ήτοι δι' ενός όφεως ελισσομένου περίξ του εαυτου του και δάκνοντος την ουράν του.



Εικόν 1: Ουροβόρος όφεις.

<sup>13</sup> Το κάλλος είναι αποτέλεσμα της αρμονικής συμμετρίας των μερών ενός όλου (Θωμάς Ακινάτης, *Summa Theologiae*).

Εις την μίαν μόνον διάστασιν η συμμετρία υλοποιείται μέσω δύο διαδικασιών:

- ✓ της μεταφοράς ή ολισθήσεως και
- ✓ του κατοπτρισμού.

Μεταφορά ή ολισθήσις: Μια δομή, παραμένουσα αναλλοίωτος υπό μιας μεταφοράς, εμφανίζει την ιδιότητα, ήτις εις την τέχνην της διακοσμήσεως ονομάζεται «επ' άπειρον σχέσις». Κατ' αυτήν η δομή επαναλαμβάνεται απεριορίστως υπό κανονικόν ρυθμόν επί μιας ευθείας γραμμής (Σχήμα 1).



Σχήμα 1: Ένα μοτίβο, η τούμπα, εν μεταφορά ή εν ολισθήσει.

Κατοπτρισμός: Κατά τον κατοπτρισμόν ένα μονοδιάστατον «αντικείμενον» επαναλαμβάνεται απεριορίστως υπό κανονικόν ρυθμόν επί μιας ευθείας γραμμής εναλλάσσον προσανατολισμόν (Σχήμα 2).



Σχήμα 2: Ένα μοτίβο, η τούμπα, εν γραμμικώ κατοπτρισμώ.

Ένα μονοδιάστατον διακοσμητικόν σχέδιον<sup>14</sup> σχεδιάζεται δι' αυτών των δύο συμμετρικών διαδικασιών εν επιπέδω.

Εις τον μονοδιάστατον χρόνον οι προαναφερθείσες δύο διαδικασίες συμμετρίας δομούν τους μουσικούς ρυθμούς.

Εις τον δισδιάστατον χώρον η συμμετρία υλοποιείται μέσω 17 διαδικασιών, οι οποίες προκύπτουν εκ της συνδυαστικής δράσεως των διαδικασιών συμμετρίας της μεταφοράς, του κατοπτρισμού και της περιστροφής.

Τουλάχιστον<sup>15</sup> 7 εκ των 17 αυτών δισδιάστατων διαδικασιών συμμετρίας, οι ανήκουσες εις το ορθογώνιον σύστημα συμμετρίας, δύνανται να εύρουν εφαρμογήν εις την διαδικασίαν της μουσικής συνθέσεως εις τον δισδιάστατον χώρον, όστις ορίζεται υπό του μουσικού ύψους και του χρόνου. Το εγχείρημα αυτό το τολμά με εξαιρετικήν επιτυχίαν ο J. S. Bach εις το έργον του «Η Τέχνη της Φούγκας (Die künst der füge), BWV 1080», γράφων τις τέσσερις κατοπτρικές φούγκες (mirror fugues) του.

<sup>14</sup> Σημειωτέον ότι οι πραγματικές διακοσμητικές ταινίες δεν είναι αυστηρώς μονοδιάστατες, αλλ' η συμμετρία των επωφελείται μόνον υπό της κατά το μήκος διευθύνσεώς των.

<sup>15</sup> Υπάρχουν και 2 δισδιάστατες διαδικασίες συμμετρίας, ανήκουσες εις το τετραγωνικόν σύστημα συμμετρίας, δια των οποίων δυνάμεθα να συνθέσωμεν, ως θα ίδωμεν, σειραϊκήν μουσικήν και μόνον.

Εις τον τρισδιάστατον χώρο, οι κρύσταλλοι<sup>16</sup>, τα πλέον εντυπωσιακά παραδείγματα συμμετρίας, ανήκοντα εις τον ανόργανον κόσμο, δομούνται υπό 230 τρισδιαστάτων διαδικασιών συμμετρίας και κατανέμονται εις 32 δυνατά γεωμετρικά συστήματα κρυσταλλικής συμμετρίας.



Εικόν 2: Ορείαι κρύσταλλοι: Διαφανής, μονοκρυσταλλική μορφή χαλαζίου.

Πρέπει να τονισθεί μετ' επιτάσεως ότι η μελέτη της Συμμετρίας πραγματοποιείται δια των «Ομάδων» εκ του μαθηματικού χώρου της Θεωρίας Ομάδων (Group Theory), οι οποίες είναι δύσκολα, αλλά χρησιμότερα μαθηματικά εργαλεία.

Ο Evarist Galois (Εβαρίστ Γκαλουά) πρώτος ανεζήτησεν τους στοιχειώδεις δομικούς λίθους, ήτοι τις απλούστερες δυνατές ομάδες, δια των οποίων συντίθενται όλες οι δυνατές συμμετρίες<sup>17</sup> του τρισδιαστάτου κόσμου. Εν άλλοις λόγοις, ανεζήτησεν να ανακαλύψει για τις τρισδιάστατες συμμετρίες το αντίστοιχον του Περιοδικού Πίνακος, ο οποίος εμπεριέχει εν «λογική κατατάξει» άπαντα τα χημικά στοιχεία. Τα θεμέλια τα έθεσεν προ του εσκεμμένου θανάτου του δια μιας προχειρογραμμένης εν μια νυκτί εργασίας, καλυπτούσης 60 σελίδες<sup>18</sup>. Το

<sup>16</sup> Κρύσταλλοι και Συμμετρία

Από αρχαιοτάτων χρόνων το βλέμμα του ανθρώπου προσείλκυσαν τα καλώς ανεπτυγμένα και σχεδόν κανονικά πολύεδρα δια των οποίων εμφανίζονται εις την φύσιν άμπολλα ορυκτά. Σύνηθες παράδειγμα αποτελεί ο χαλαζίας ( $SiO_2$ ) με τα ωραία, διαυγή και καλοανεπτυγμένα πολύεδρα αυτού, τα οποία οι αρχαίοι Έλληνες τα εθεώρουν ως κρύσταλλον, δηλαδή ως πάγον, εξ αιτίας της εντόνου ψύξεως εις τα όρη και τον ωνόμαζον «ορείαν κρύσταλλον».

Με την πάροδον των ετών ο όρος κρύσταλλος επεξετάθη επί παντός στερεού εμφανίζοντος κρυσταλλικήν δομήν. Η έννοια της κρυσταλλικής δομής συνδέεται άμέσως μετά του συμμετρικού τρόπου διευθετήσεως των δομικών μονάδων αυτού, η οποία και αντανακλάται εις την μορφήν ή τις μορφές ενός κρυστάλλου. Η μελέτη των κρυσταλλικών μορφών αποκαλύπτει ότι οι ιδιότητες της εξωτερικής συμμετρίας δύνανται να εκφραστούν μέσω τριών βασικών στοιχείων συμμετρίας: το επίπεδον συμμετρίας (κατοπτρισμός), το κέντρον συμμετρίας (αναστροφή) και τον άξονα συμμετρίας (περιστροφή).

<sup>17</sup> Η συμμετρία εις μέγιστον βαθμόν εξασφαλίζει το κάλλος της θεωρίας Galois, όσον αφορά εις τις λύσεις των πολυωνυμικών εξισώσεων δια των κριτηρίων της απλότητας και του αναποφεύκτου.

<sup>18</sup> Ο Evarist Galois (Εβαρίστ Γκαλουά) ανήκει εις την χορείαν των μεγαλυτέρων μαθηματικών όλων των εποχών. Εγεννήθη εις τις 25 Οκτωβρίου του έτους 1811 εις το Μπουρζ-λα-Ρεν, μίαν μικρήν πόλιν πλησίον των Παρισίων. Ο πατήρ του ελέγετο Νικολά-Γκαμπριέλ Γκαλουά (Nicholas-Gabriel Galois) και ήτο υποστηρικτής του Ναπολέοντος και ηγέτης του φιλελευθέρου κόμματος της πόλεως. Ο Εβαρίστ Γκαλουά διήγεν τα είκοσι ένα έτη του συντόμου βίου του κατ' έντονον και οδυνηρόν τρόπον. Οι καθηγητές του –μετρίότητες εις την πλειονότητά των- του συμπεριεφέρθησαν με μίζερια κατά τις «σχολικές» εξετάσεις. Το γεγονός σχολιάζει ως εξής ο ίδιος ο Εβαρίστ Γκαλουά «ένας εξεταζόμενος ανώτερης ευφυΐας είναι χαμένος, εάν εύρει εμπρός του έναν εξεταστήν μετρίου ευφυΐας, ο οποίος δεν δύναται επ' ουδενί να τον κατανοήσει».

Ο νεαρός Εβαρίστ ήρχισεν συμμετέχων ενεργώς εις πολιτικούς αγώνες με αποτέλεσμα να έχει συλληφθεί και φυλακισθεί επανειλημμένως. Την Ημέρα της Βαστίλλης εις τις 14 Ιουλίου του έτους 1831 συλλαμβάνεται και φυλακίζεται εις φυλακήν εις την οποίαν ξεσπά επιδημία χολέρας. Οδηγείται εις ένα σανατόριον, όπου γνωρίζει την Στεφανί ντυ Μοτέλ, την οποίαν ερωτεύεται μετά πάθους, ενώ εκείνη αδιαφορεί και τον απορρίπτει. Ο μετά μεγί-

πρόβλημα θα ελύετο μετά παρέλευσιν 130 ετών –περί το έτος 1962- υπό των Τόμσον και Ουόλτερ Φέιτ δια μιας αυστηρώς μαθηματικής εργασίας, καλυπτούσης 255 σελίδες.

Η μαθηματική μελέτη των συμμετριών εις τον χώρον της Μουσικής ανοίγει νέους δρόμους ι- διαίτατα όσον αφορά εις την μουσικήν σύνθεσιν, διότι αφ' ενός αναδύεται ένας πολυπληθέ- στατος κόσμος διατονικών και χρωματικών μουσικών κλιμάκων –πέραν των «πεπαλαιωμέ- νων» πλέον μειζόνων και ελασσόνων-, πρωτογνώρων «ηθών ή ηθικών χαρακτήρων» με τους συνοδεύοντες αυτές μουσικούς οπλισμούς (key-signatures) και αφ' ετέρου επεκτείνεται απερι- ορίστως η μουσική συνθετική διαδικασία δια πλειόνων και πολυπλοκωτέρων διαδικασιών δις- διαστάτων συμμετριών από αυτήν του απλού κατοπτρισμού, την οποίαν εφήρμοσεν ο J. S. Bach εις το έργον του «Η Τέχνη της Φούγκας (Die künst der füge), BWV 1080», συνθέτων τις τέσσερις κατοπτρικές φούγκες (mirror fugues).

Επειδή πάμπρωτος εις τον ελληνικόν Πανεπιστημιακόν χώρον ησχολήθη διδασκτικώς και ε- ρευνητικώς μετά των θεμάτων της λεγομένης «Computer Music», καθιερώσας ομώνυμον κα- τεύθυνσιν υπό τον εξελληνισμένον όρον «Μουσική με Ηλεκτρονικόν Υπολογιστήν», ανακαλώ κατά καιρούς εις την μνήμην μου εκ του παρελθόντος γεγονότα, σχέσιν έχοντα με τις συγχρό- νους διδασκτικές ή/και ερευνητικές μου δραστηριότητες.

Περί τα μέσα της δεκαετίας του '50, σπουδάζων Μουσικήν εις την Φιλαρμονικήν του Δήμου Ξάνθης, είχαν εντυπωσιασθεί σφόδρα εκ της γεωμετρικής σύμμετρης δομής επί του 5γράμμου των τριών νοτών C4, B4, A5 εις τον γνώμονα του G. Την «τριχορδιάν» αυτήν είχαν καθιερώ- σει ως δεύτερη υπογραφήν μου!

Εις το εργαστήριον της Φυσικής-Χημείας κατά τις Λυκειακές μου σπουδές εθαύμαζον την ω- ραιότητα των μεγαλοσχήμων γυαλιστερών κυβικών κρυστάλλων του σιδηροπυρίτου (FeS<sub>2</sub>) και των εντόνωσ κιτρίνων εξαγωνικών κρυστάλλων του θείου, οι οποίοι εξετίθεντο εις την κε- ντρικήν μεγάλην προθήκην μεταξύ των ποικίλων χημικών αντιδραστηρίων και των πειραματι- κών διατάξεων για το μάθημα της Φυσικής.

Κατόπιν, σπουδάζων την Επιστήμην της Φυσικής εις το Φυσικόν Τμήμα της Φυσικομαθηματι- κής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, εδιδάχθην την Κρυσταλλογρα- φίαν ως μέρος της Επιστήμης της Ορυκτολογίας υπό του αιμνήστου καθηγητού Κωνσταντί- νου Σολδάτου και την Επιστήμην της Κρυσταλλοδομής υπό του καθηγητού κ. Παναγιώτου Ρε- ντζεπέρη. Δια των μαθημάτων αυτών κατενόησα πλήρως τις γενεσιουργούς αιτίες της συμμε- τρίας των κρυστάλλων, δια των οποίων η φύσις αυτοκοσμεείται. Οι ίδιες γενεσιουργές αιτίες εις τα κείμενα δημιουργούν τα αριστουργήματα της λογοτεχνίας και εις την μουσικήν τα του «ηρ- μοσμένου» κάλλη.

---

στου πάθους έρωσ του Εβαρίστ εθεωρήθη ενόχλησις προς την νεαρήν κόρην, της οποίας ο μνηστήρ, ονόματι Ντ' Εμπρανβίλ, τον καλεί εις μονομαχίαν το πρωινόν της 30ής Μαΐου του έτους 1832.

Ο θρύλος αναφέρει ότι ο Εβαρίστ ξενυχτά γράφων την μαθηματικήν του θεωρίαν περί των Ομάδων εις 60 σελίδες κειμένου και εν συνεχεία μονομαχεί χωρίς να φροντίσει να προστατέψει στοιχειωδώς τον εαυτόν του. Λαβώνεται εις την κοιλιακήν χώραν και αποθνήσκει μεταφερόμενος εις το νοσοκομείον της περιοχής.

Ευτύχημα για την ανθρωπότητα και την Μαθηματικήν επιστήμην απετέλεσεν το γεγονός ότι οι φίλοι του Εβαρίστ Γκαλουά περισυνέλεξαν και διέσωσαν τις σημειώσεις του ιστορικού του «ξενυχτιού», οι οποίες ήλλαξαν την μα-θηματικήν σκέψιν.

Κατά την διάρκεια των Μεταπτυχιακών μου σπουδών και την εκπόνηση της Διδακτορικής μου Διατριβής<sup>19</sup> εις το Φυσικόν Τμήμα της Φυσικομαθηματικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, συνδύαζον γνώσεις Μουσικής, Φυσικής, Μαθηματικών και Προγραμματισμού Ηλεκτρονικού Υπολογιστού, συνέγραψα λογισμικά για τον ηλεκτρονικόν υπολογιστήν UNIVAC 1100 του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης δια των οποίων συνέθετον μουσικήν και δια δικασιών συμμετρίας. Ήτο η δεκαετία του '70, η δεκαετία των μεγάλων πειραματισμών εις όλους τους τομείς μεταξύ αυτών και εις τον τομέα της Μουσικής δημιουργίας. Εις ολόκληρον την Ελλάδα υπήρχον δύο μόνον ηλεκτρονικοί υπολογιστές<sup>20</sup>, ο ένας εγκατεστημένος εις το Κέντρον Πυρηνικών Ερευνών Δημόκριτος και ο άλλος εις τον τρίτον όροφον της Φυσικομαθηματικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης.

Και μετά ήλθεν η εξέλιξις...

Μία εξέλιξις αστραπιαίας ταχύτητος, όσον αφορά εις την Θεωρίαν, τις Εφαρμογές και την Τεχνολογίαν της Πληροφορικής. Ο υπολογιστής πλέον, αποκτήσας οθόνην ως μονάδα εξόδου των αποτελεσμάτων και πληκτρολόγιον για την εισαγωγήν των δεδομένων αντί των διατρήτων καρτών, κατέστη χρήσιμον εργαλείον μελέτης και ερεύνης.

Την δεκαετίαν του '80, Λέκτωρ και, εν συνεχεία, Επίκουρος Καθηγητής της «Φυσικής της Μουσικής» ών εις το Γ' Εργαστήριον Φυσικής του Φυσικού<sup>21</sup> Τμήματος του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης υπό την καθηγήτριαν και Ελένην Παπαδημητράκη-Χλίχλια, συνεργάσθην μεθ' ενός εκ των φοιτητών μου, του κου Εμμανουήλ Αργυροπούλου, επί θεμάτων κυκλικής συμμετρίας, συγγράφοντες προς τούτοις τα δέοντα λογισμικά. Επιστέγασμα της ερευνητικής μου προσπαθείας υπήρξεν η δημοσίευσις πρωτοτύπου εργασίας εις το έγκυρον διεθνές επιστημονικόν περιοδικόν ACUSTICA: H. C. SPYRIDIS, and E. P. ARGIROPOULOS, *Computer - aided determination of the key - signature of all possible seven - note musical scales*, ACUSTICA, vol. 68, pp 288-290, (1989).

Εις τα πλαίσια του ερευνητικού μου έργου μελετών τις κατοπτρικές -λόγω της δομής των- φούγκες του J. S. Bach εκ του έργου του «Η Τέχνη της Φούγκας (Die künst der füge), BWV 1080», συγγράφω λογισμικά για την σύνθεσιν μουσικής δια ποικίλων μονοδιαστάτων και δισδιαστάτων διαδικασιών συμμετρίας και αναθέτω την εκπόνησιν διπλωματικών εργασιών εις τρεις φοιτητές/τριες (δύο εκ του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης και μία εκ του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών). Οργασμός επιστημονικής ερεύνης επί θεμάτων συμμετρίας, αφορώσης την τονικήν και την ατονικήν μουσικήν.

Το έτος 1993 εξελέγην Αναπληρωτής καθηγητής της «Φυσικής και Μουσικής Ακουστικής, Πληροφορικής» εις το Τμήμα Μουσικών Σπουδών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπι-

<sup>19</sup> Το θέμα της Διδακτορικής μου Διατριβής ήτο «*Μαθηματική Μελέτη της Δομής των Ελληνικών Δημοτικών Καλαματιανών Τραγουδιών και Αντικειμενική Καταγραφή Μονοφωνικής Μουσικής σε Μουσική Σημειογραφία*» (1983).

<sup>20</sup> Σημειωτέον ότι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είτε ως έννοια, είτε ως μηχανή, ήτο γνωστός εις τους Έλληνες μόνον εκ κινηματογραφικών ταινιών.

<sup>21</sup> Έστω υπ' όψιν ότι το πρώτον Τμήμα Μουσικών Σπουδών ιδρύθη το έτος 1985 εις το Αριστοτέλειον Πανεπιστήμιον Θεσσαλονίκης και υπήρξα μέλος της 5μελούς προσωρινής Διοικούσης Επιτροπής αυτού.

στημίου Αθηνών. Συνεχίζων την προμνημονευθείσαν έρευναν περί θεμάτων μουσικής συμμετρίας και εις την νέαν μου Έδραν, μωύ επ' αυτών των θεμάτων τους φοιτητές μου εντός των πλαισίων σχετικού Σεμιναριακού<sup>22</sup> μαθήματος.

Τα λογισμικά, τα οποία είχαν συγγράψει για τον ηλεκτρονικόν υπολογιστήν UNIVAC 1100 είναι πλέον άχρηστα, ως ανήκοντα εις την «παλαιολιθικήν» εποχήν της Πληροφορικής! Απαιτείται η συγγραφή άλλων λογισμικών εις νέες και εξελιγμένες γλώσσες Προγραμματισμού. Μία εξ αυτών ήτο τότε η Visual Basic.

Αναθέτω επί πληρωμή την συγγραφήν λογισμικών εις τον πρώην φοιτητήν μου και νυν Μουσικολόγον κ. Πέτρον Μουστάκαν επί τη βάσει των ιδικών μου αλγορίθμων. Δια των λογισμικών αυτών δομούνται νέες κλίμακες, τις οποίες μελετούν οι φοιτητές μου και επ' αυτών συνθέτουν «πρωτάκουστον» μουσικήν, όσον αφορά εις την αλληλουχίαν των μουσικών διαστημάτων και την εναρμόνισιν.

Τα πάντα περί την Πληροφορικήν συνεχίζουν να κινούνται μετ' ιλιγγιάδους ταχύτητος. Σήμερον, οι προ δεκαετίας σύγχρονες γλώσσες Προγραμματισμού κατέστησαν και αυτές αρχαίες. Δια τούτο, οι τότε προγραμματιστικές τακτικές αντεκατεστάθησαν υπό νεοτέρων τεχνικών επί σκοπώ την γρηγορότερην εκτέλεσιν και την καλύτερην παρουσιάσιν των εις τον χρήστην. Επί παραδείγματι, οι παλαιότερες προγραμματιστικές τεχνικές εσχεδίαζον γραφικά άνευ της υποστηρίξεως τεχνικών, παρουσιαζουσών μη συγγενή χρώματα, αλλοιωμένα εις τον ανθρώπινον οφθαλμόν (antialiasing) και άνευ μεγάλης ταχύτητος. Παλαιότερες προγραμματιστικές τεχνικές εξετέλουν μουσικήν μόνον τῆ βοηθεία του MIDI εις χαμηλήν ποιότητα μουσικής και εις περιορισμένην γκάμα οργάνων.

Οι σύγχρονες προγραμματιστικές αρχιτεκτονικές επιτρέπουν αφ' ενός καλύτερον ήχον δια της χρήσεως των εικονικών οργάνων, αφ' ετέρου καλύτερα γραφικά με την διαδικασίαν Multisample antialiasing (βελτιστοποιήσις γραφικών) και hardware acceleration (επιτάχυνσις μέσω υλικού).

Οι ανωτέρω αναφερόμενες σύγχρονες τεχνικές προσφέρονται υπό των μοντέρνων λειτουργικών συστημάτων και τεχνολογιών (Windows 7+, DirectX, VST Κλπ) και η χρήσις τους απαιτεί

- i) την πλήρη γνώσιν των μαθηματικών και μουσικών τεχνικών, των απαιτουμένων για την υλοποίησιν υψηλής ποιότητας περιεχομένου και
- ii) την χρήσιν δυναμικών γλωσσών προγραμματισμού, εχουσών την δυνατότητα να χρησιμοποιούν αυτές τις τεχνολογίες, όπως είναι η C++ ή η C#.

Εν κατακλείδι, απαιτείτο η επανεγγραφή των λογισμικών μου εις συγχρόνους γλώσσες Προγραμματισμού. Η υλοποίησις της εν λόγω απαιτήσεως εγένετο και πάλιν επί τη βάσει των ιδικών μου αλγορίθμων υπό του πρώην φοιτητού μου και νυν διδάκτορος της Μουσικολογίας<sup>23</sup> κ. Μιχαήλ Χουρδάκη εις τα πλαίσια της μεταξύ μας επιστημονικής ερευνητικής συνεργασίας. Ο κ. Μιχαήλ Χουρδάκης, έχων υψηλού επιπέδου γνώσεις και άριστες ικανότητες Προγραμματι-

<sup>22</sup> Τα Σεμιναριακά μαθήματα εις το Τμήμα Μουσικών Σπουδών της Φιλοσοφικής Σχολής του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών είναι ιδιάζοντος χαρακτήρος υποχρεωτικά μαθήματα εις τα οποία ο φοιτητής υποχρεούται να συγγράψει και να παραδώσει εργασίαν επί δοθέντος συγκεκριμένου θέματος.

<sup>23</sup> Ο κ. Μιχαήλ Χουρδάκης εξεπόνησεν Διδακτορικήν Διατριβήν υπό την επίβλεψίν μου με θέμα «Αυτόματη Καταγραφή Μελωδίας σε Μουσική Σημειογραφία – Παιδαγωγικές Εφαρμογές» (2012) συγγράψας κώδικα περιλαμβάνοντα πλέον των 3.500.000 γραμμών. Δι' αυτού του κώδικος ο ηλεκτρονικός υπολογιστής δύναται να καταγράφει αυτομάτως εις Ευρωπαϊκήν ή Βυζαντινήν μουσικήν σημειογραφίαν οιαδήποτε μελωδίαν τραγουδουμένην ή εκτελουμένην υπό τινος μουσικού οργάνου.

σμού, συνέβαλε τα μάλα εις την δόμησιν ενός πλήρους πακέτου λογισμικού για την ενδελεχή μελέτην πλείστων όσων μουσικών προβλημάτων, σχέσιν έχοντων με την Συμμετρίαν, όπως δύναται κανείς να το αντιληφθεί εκ των συνθέσεων-παραδειγμάτων, των εντεθειμένων εις το μετά χείρας σύγγραμμα.

Τα άρτι συγγραφέντα λογισμικά, αποτελούντα αναπόσπαστα τμήματα του μετά χείρας συγγράμματος, θα χρησιμοποιηθούν ως διδακτικά εργαλεία κατά την διδασκαλίαν του νέου Σεμιναριακού μαθήματος με θέμα «Συμμετρία και Μουσική», καθ' ό οι φοιτητές θα διδαχθούν:

- ✓ την δόμησιν δια της κυκλικής συμμετρίας διατονικών και χρωματικών κλιμάκων μετά των απλών ή/και εξαιρετικώς πολυπλόκων οπλισμών των (key-signatures) και
- ✓ δια των ποικίλων μονοδιαστάτων και δισδιαστάτων διαδικασιών συμμετρίας την ιδιάζουσιν εναρμονίσεως σύνθεσιν μουσικής.

Ζώμεν πλέον εις τον κα' αιώνα. Επαύσαμεν να είμεθα θαμμένοι εντός του πλέον περιπλόκου μουσικού οικοδομήματος, την αντιστικτικήν πολυφωνίαν. Τα αισθητήρια όργανα της ακοής μας έχουν ακούσει το 12φθογγον' έχουν ακούσει Ξενάκειες συνθέσεις! Οι σύγχρονες μουσικές συνθέσεις βρίθουν ηξημένων τεταρτών (diabolus in musica). Δοθείσης μιας μελωδίας, η όποια εναρμόνισις αυτής προκύψει δια των ποικίλων μονοδιαστάτων και δισδιαστάτων διαδικασιών συμμετρίας θα είναι ένα ακουστόν μουσικόν έργον τέχνης της «σήμερον», διαθέτον μίαν σύγχρονον προσωπικότητα και έναν πρωτόφαντον χαρακτήρα.

Το μετά χείρας σύγγραμμα συνεγγράφη υφ' ενός Φυσικού, σπουδάσαντος την Συμμετρίαν, και συγχρόνως Μουσικού, κατά τρόπον απλούν και γλαφυρόν επί σκοπώ να καταδείξει εις τους φοιτητές την αγαστήν συνεργασίαν της Τέχνης μετά της Επιστήμης και αντιστρόφως.

Το σύγγραμμα συνεγγράφη μετά μεγίστης σαφηνείας κατ' έναν λιτόν, ευρηματικόν και εποπτικόν τρόπον και, παισιούμενον υπό 50 σχημάτων, 72 εικόνων, 15 Πινάκων, 4 διαγραμμάτων και 118 λίαν αναλυτικών υποσημειώσεων, διευκολύνει την μετάδοσιν της απαραίτητου γνώσεως.

Ο συγγραφεύς ευελπιστεί ότι η εμφωλεύουσα γνώσις εις το μετά χείρας σύγγραμμα θα αρέσει, θα εντυπωσιάσει και θα διεγείρει το ενδιαφέρον των φοιτητών, ώστε πολλοί εξ αυτών να εντυφήσουν έτι περαιτέρω εις τα θέματα της Μουσικής Συμμετρίας, εκπονούντες πτυχιακήν εργασίαν.

Είθε εις τα πλαίσια πτυχιακών εργασιών, οι φοιτητές να χρησιμοποιήσουν την κλίνην του Προκρούστου και, ερευνώντες, να ανακαλύψουν τις απαραίτητους αντιστικτικές νόρμες δια των οποίων μελωδικές και αρμονικές γραμμές εκ των ποικίλων μονοδιαστάτων και δισδιαστάτων διαδικασιών συμμετρίας να καθίστανται «αποδεκτές».