



Στο μάθημα ελεύθερης επιλογής με θέμα «Μαθηματική δομή της αρχαίας ελληνικής μουσικής: Πλάτωνος *Τίμαιος*, Δημιουργία Ψυχής Κόσμου (35a-36b)¹» οι φοιτητές διδάσκονται:

- ⊗ Βιογραφικά στοιχεία του Πλάτωνος,
- ⊗ Στοιχεία της φιλοσοφίας του Πλάτωνος,
- ⊗ Την εργογραφία του Πλάτωνος με έμφαση στον διάλογο *Τίμαιος*²,
- ⊗ Πυθαγόρεια Μαθηματικά [ορισμός της μονάδος (*ταυτόν*), της δυάδος (*θάτερον*), του αριθμού (*ουσία*), αρτίου και περιπτού αριθμού, πολλαπλασίων, επιμορίων, επιμερών, πολλαπλασιεπιμορίων και πολλαπλασιεπιμερών αριθμών, τετραγώνων, πενταγώνων και πολυγώνων αριθμών, επιπέδων και στερεών αριθμών, τελείων αριθμών κ.λπ.],
- ⊗ Πυθαγόρειες αναλογικότητες (μέσοι ανάλογοι με έμφαση στον αριθμητικό, γεωμετρικό και αρμονικό, θεωρήματα σχετικά με τον αριθμητικό και τον αρμονικό μέσο του διπλασίου και του τριπλασίου μουσικού διαστήματος),
- ⊗ Πυθαγόρειες τετρακτύες,
- ⊗ Πυθαγόρειο μουσική θεωρία,
- ⊗ Αρχαιοελληνικά μουσικά συστήματα (από το τετράχορδο μέχρι το τέλειο αμετάβολο σύστημα).

Η Πλατωνική διαλεκτική αντιμετωπίζεται με μια νέα πρωτότυπη και μαθηματικώς ορθή θεωρία –αυτήν των *ευθέων* κι *αντιστρόφων δικτυωτών*³- βασισμένη στην *ανθυφαίρεση* ή *αντανάιρεση* και τις εφαρμογές της, όπως αυτές εκτίθενται στους Πλατωνικούς διαλόγους

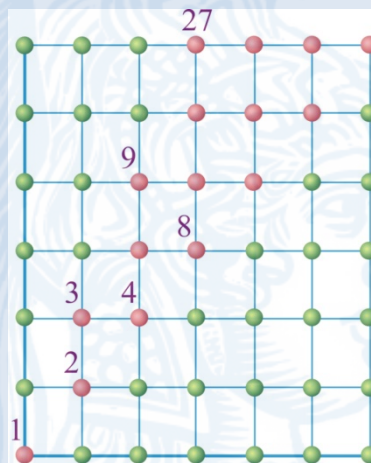
¹ Το χωρίο αυτό, γνωστό και ως «μουσικό χωρίο», αναφέρεται στη δημιουργία και στη σύσταση της Ψυχής του Κόσμου επί τη βάσει ενός αλγορίθμου διατυπωμένου με Πυθαγόρειο μουσική ορολογία. Ο Πρόκλος στο *Υπόμνημα εις τον Πλάτωνος Τίμαιον* αναφέρει ότι ο Πλούταρχος στο έργο του *περί της εν Τιμαίω Ψυχογονίας* σχολιάζει το συγκεκριμένο χωρίο και το χαρακτηρίζει ως ένα από τα πλέον δύσκολα ως προς την κατανόησή του μέσα στο συνολικό Πλατωνικό έργο. Το μουσικό χωρίο έχει δεχθεί κατά καιρούς ποικίλες ερμηνείες.

² Ο διάλογος *Τίμαιος* αποτελεί το μοναδικό πλατωνικό κείμενο που είναι αφιερωμένο στην κοσμολογία και τις φυσικές επιστήμες. Πρέπει να γράφτηκε στην περίοδο 360-347 π.Χ.

³ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης, *Ευθέα κι Αντίστροφα Δικτυωτά*, Εθνικό Συνέδριο Ελληνικού Ινστιτούτου Ακουστικής «ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ 2006», Ηράκλειο Κρήτης 18/9/2006 -19/9/2006.

Θεαίτητος, Μένων, Συμπόσιο, Πολιτικός, Φίληβος, Σοφιστής και η οποία θεωρία αφενός μεν αποβλέπει στο να επιτύχει να διεισδύσει στην ουσία της Πλατωνικής σκέψης, αφετέρου δε να αποκαλύψει τον γεωμετρικό πυρήνα αυτής.

Το αντίστροφο δικτυωτό είναι ο κατά Πλάτωνα ΚΟΣΜΟΣ. Επ' αυτού ο Πλάτων προσπαθεί να περιχαρακώσει ένα πεδίο τιμών, εντός του οποίου θα ευρίσκονται οι ακέραιες λύσεις του προβλήματός του και οι λύσεις του οποιουδήποτε προβλήματος της Πυθαγορείου μουσικής. Το πεδίο αυτό των ακεραίων τιμών –η κατά Πλάτωνα ΨΥΧΗ– είναι η τριγωνικής μορφής περιοχή του αντιστρόφου δικτυωτού, η οποία έχει κορυφή επί του κόμβου αναφοράς και πλευρές καθοριζόμενες από τις γεννήτριες συναρτήσεις $\phi(x) = 2^x$ $x = 0, 1, 2, 3, \dots$ και $\rho(y) = 3^y$ $y = 0, 1, 2, 3, \dots$ ή καθοριζόμενες από τους δύο στοιχούς κόμβων $[1, 1]$ και $[1, 2]$ του αντιστρόφου δικτυωτού. Με δύο τετρακτύες $(1, 2, 4, 8)$ και $(1, 3, 9, 27)$ –μία εξ εκάστης γεννητρίου συναρτήσεως– ο Πλάτων δομεί την μεγίστη τετρακτύν του 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 δια της οποίας μας υποδεικνύει τα όρια της Ψυχής του Κόσμου (Σχήμα 1)⁴.



Σχήμα 1: Ο καθορισμός των ορίων της Ψυχής του Κόσμου με τους όρους της μεγίστης τετρακτύος του Πλάτωνος.

⁴ Απόρροια της θεωρίας των ευθέων και αντιστρόφων δικτυωτών είναι η διαπίστωση ότι αφενός μεν ο Πλάτων είναι ο ευρητής των *συστημάτων αναφοράς* στα Μαθηματικά, αυτών που σήμερα ονομάζονται «καρτεσιανά», είκοσι και δύο αιώνες προ του Rene Descartes (1596-1650), αφετέρου δε είναι ο θεμελιωτής της *Θεωρίας Αριθμών* είκοσι και πέντε αιώνες πριν από τον Giuseppe Peano (1858-1932), διότι θεμελιώνει με αξιώματα τους φυσικούς αριθμούς και θέτει, έτσι, τις βάσεις των Μαθηματικών.

Δια της Ψυχής του Κόσμου επί του αντιστρόφου δικτυωτού επαληθεύονται με τον απλούστατο τρόπο όλα όσα αναφέρει ο Πυθαγόρειος φιλόσοφος Νικόμαχος ο Γερασινός –πέντε ή έξι αιώνες μετά τον Πλάτωνα– και τα οποία αφορούν αφενός μεν εις τη διδασκαλία των ταυτοτήτων $(x+1)^n$, αφετέρου δε εις τη δημιουργία επιμορίων σχέσεων αριθμών – στη συγκεκριμένη περίπτωση του ημιολίου $(3/2)$ - εκ μιας γεωμετρικής αναλογίας.

Στις αναλυτικές εκφράσεις αυτών των ταυτοτήτων οι συντελεστές των όρων 2^v $v = 1, 2, 3, \dots$ και της μονάδος δομούν το σήμερα ονομαζόμενο «*αρίθωνο του Pascal*».

Τέλος, η Ψυχή του Κόσμου, όταν λάβουμε υπ' όψιν μας τα μουσικά διαστήματα τα οποία εκφράζουν οι αριθμοί της, γεννά τον κύκλο των πεμπτών (αγνοουμένων των πολλαπλών οκτάβων), αφού η ημιόλιος είναι η επιμόρια σχέση που γεννάται από τους αριθμούς της Ψυχής του Κόσμου.

Βάσει όλων των ανωτέρω αντιμετωπίζεται το μαθηματικό πρόβλημα περί της γενέσεως της Ψυχής του Κόσμου, παρουσιάζονται οι λύσεις του από διάφορους φιλοσόφους-μαθηματικούς λ.χ. Κράντωνα, Εύδορο, Πλούταρχο, Μιχαήλ Ψελλό κ.λπ. και διδάσκεται η γενικευμένη λύση του, αντιμετωπίζοντας τα τετράχορδα της μουσικής (αρμονικής) δομής της Ψυχής του Κόσμου ως έχοντα δώριο, φρύγιο και αιόλιο δομή.

Οι φοιτητές καθίστανται ικανοί να επιλύουν το εν λόγω Πλατωνικό πρόβλημα με οποιαδήποτε μουσική δομή (Δώριο, Λύδιο, Φρύγιο).

Στους φοιτητές διανέμεται ως διδακτικό βοήθημα το σύγγραμμα:

Χ. Χ. Σπυρίδης, *Αναλυτική Γεωμετρία για την Πυθαγόρειο Μουσική*, Έκδοση Β, Εκδόσεις Grapholine, Θεσσαλονίκη 2006.

