

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η λέξη “μουσική” στον Όμηρο, τον Ησίοδο και τον Πυθαγόρα είχε διαφορετική σημασία από τη σημερινή. Η λέξη παράγεται από τις Μούσες (από το αρχαίο δωρικό ρήμα μά-ω, μῶ = ψάχνω να βρω, επιζητώ). Εδώ και εννέα χιλιάδες χρόνια η μουσική καλλιεργήθηκε στην Ελλάδα και ως παιδαγωγικό ιδεώδες, αφού όλοι γνωρίζουμε ότι ήταν ένα από τα τέσσερα μαθήματα (ελληνικά, μαθηματικά, μουσική, γυμναστική) τόσο στα δημόσια, όσο και στα ιδιωτικά σχολεία για τη γυμνασία του νου των αρχαίων Ελλήνων.

Οι φιλόσοφοι Πυθαγόρας, Πλάτων, Αριστοτέλης κ.α. μελέτησαν τον αστρικό ουρανό και το απλανές προκειμένου να ανακαλύψουν την αρμονία των ήχων (“αρμονία των σφαιρών”), την ενότητα του σύμπαντος μέσω αυτών, τα οποία ήσαν η πρώτη ουσία για τις μουσικές σπουδές της προ και μετά Χριστόν ιστορικής εποχής. Διότι, δάνεια των παρωχημένων χρόνων και της πρωτοϊστορίας είναι πολλά από εκείνα, που χρησιμοποίησαν οι μεγάλοι μουσικοί δάσκαλοι της Αρχαϊκής και Κλασικής εποχής, οι λεγόμενοι *αρμονικοί*, ο Αριστόξενος, ο Ευφράνων, ο Αρχύτας, ο Φιλόλαος, ο Ηρακλείδης ο Ποντικός, ο Ευκλείδης, ο Φιλόδημος κ.α. καθώς και η μεγάλη χορεία των *μαθηματικών-μουσικών-αρμονικών* της χριστιανικής εποχής Διονύσιος Αλικαρνασσεύς, Μεσομήδης, Θέων ο Σμυρναίος, Κλεονείδης, Νικόμαχος, Κλαύδιος Πτολεμαίος, Γαυδέντιος, Αριστείδης Κοϊντιλιανός, Πάππος, Βακχείος ο Γέρων, Αλύπιος, Ιάμβλιχος κ.α. Όλοι αυτοί ανοίγουν δρόμο στους Βυζαντινούς θεωρητικούς μουσικούς και μελοποιούς, διότι σ’ αυτούς στηρίχθηκαν οι Πατέρες της Εκκλησίας αφενός, και οι βυζαντινοί μελουργοί και μουσουργοί αφετέρου. Ο Δαμασκηνός λ.χ. με το οχτώηχο σύστημά του έφερε σε συμφωνία τους ήχους (τρόπους) με τον ιερό αριθμό 8 των αρχαίων, ο οποίος συμβόλιζε τον πρώτο κύβο μέσα στη δεκάδα ($2_{8^*}2_{8^*}2=2^3=8$) και παρίστανε τις ουράνιες σφαίρες, τους οκτώ φθόγους της μουσικής κλίμακας, με άλλα λόγια την αρμονία του κόσμου.

Δηλαδή από τον 6ο π.Χ. μέχρι τον 5ο μ.Χ. αιώνα έχουμε μια τελική πληρότητα της ελληνικής μουσικής, που όμοιά της δεν θα συναντήσουμε πουθενά αλλού μέχρι σήμερα.

Ο Johannes Kepler τον 17ο αιώνα επανέφερε τη θεωρία του Πυθαγόρα περί της “Αρμονίας των σφαιρών”, και προσπάθησε να συσχετίσει τη μουσική με τις κινήσεις των πλανητών. Πράγματι, ο ίδιος ο Kepler ομολογεί το 1618 ότι η συμφωνία “δια πέντε”, που κατά τους Πυθαγορείους εκφράζεται με τον αριθμητικό λόγο $3/2$, εμπεριέχεται στον τρίτο νόμο του για τις κινήσεις των πλανητών γύρω από τον ήλιο. Ο Καρτέσιος θεωρούσε ότι η βάση της μουσικής είναι τα Μαθηματικά. Αλλά και ο μαθηματικός και φιλόσοφος Leibniz πίστευε ότι η μουσική αντανάκλα τη μαθηματική πραγματικότητα.

Οι σύγχρονοι ερευνητές διαπιστώνουν ότι η μουσική έχει ανάγκη των Μαθηματικών για την καλύτερη οργάνωση και μελέτη των ποικίλων (τονικών, χρονικών, δυναμικών, ποιοτικών) παραμέτρων της.

Η ραγδαία ανάπτυξη της Τεχνητής Νοημοσύνης και της Πληροφορικής προοιωνίζει την εφαρμογή των ηλεκτρονικών υπολογιστών στον έλεγχο και τη βελτιστοποίηση της “συνθετικής” και της “εκτελεστικής” μουσικής διαδικασίας (με ένα όνομα “μουσικής πράξης”) με άμεσες επιπτώσεις στην εξέλιξη της Μουσικής Τεχνολογίας.

Βέβαια από την εποχή του J. S. Bach η πιθανοκρατούμενη μουσική είχε σαηγνένει τους συνθέτες.

Ο W. A. Mozart έγραψε τη σύνθεση Musicalishes Würfelspiel γράφοντας τις νότες ανάλογα με το αποτέλεσμα της ρίψης ενός ζαριού.

Ο αρχιτέκτων, μαθηματικός και μουσικός Ιάnnης Ξενάκης χρησιμοποίησε μαθηματικούς υπολογισμούς και στοιχεία από τη θεωρία αριθμών, τη θεωρία Πιθανοτήτων, τη Στατιστική, τη θεωρία Συνόλων, τη θεωρία Παιγνίων, τη θεωρία Καταστροφών κ.α. για να γράψει τις συνθέσεις του, μερικές εκ των οποίων θεωρούνται πλέον σήμερα κλασικές συνθέσεις του 20ου αιώνα.

Η μουσική, βέβαια, εκτός από επιστήμη είναι και τέχνη. Το καθαρά ανθρώπινο στοιχείο της τέχνης είναι κάτι πολύ ουσιαστικό, ελευθερωμένο από κάθε σύμβαση, από κάθε σύμπτωση και από κάθε ιστορικότητα. Η μουσική απευθύνεται σ’ ολόκληρη την προσωπικότητα, αποτελώντας μια στενή σχέση της τέχνης και του βιώματος. Η μουσική δεν είναι μόνον ένα παιχνίδι με ήχους, δεν είναι μόνο φόρμα και στρουκτούρα. Η μουσική έχει και πολύ σημαντικές πνευματικές, ψυχικές και κοινωνικές διαστάσεις. Πάρα πολλά μεγάλα μουσικά έργα είναι μηνύματα, που απευθύνονται σε πρόσωπα, στα οποία είναι αφιερωμένα.

Το εγχειρίδιο αυτό αποτελεί μια προσπάθεια προσέγγισης των μεθόδων των Μαθηματικών, που μπορούν να εφαρμοσθούν στο χώρο της Μουσικής και να απλοποιήσουν την κατανόηση της δομής μουσικών έργων, να καταδείξουν τρόπους μελέτης, όσον αφορά στη μουσική σύνθεση και ανάλυση. Επειδή απευθύνεται σε μαθητές του Ενιαίου Μουσικού Λυκείου, δεν προχωρεί σε εκτενή ανάλυση και περιγραφή των μεθόδων, αλλά φροντίζει να καταδείξει με όσο το δυνατόν περισσότερα παραδείγματα τον τρόπο εφαρμογής τους στη μουσική πράξη.

Στο πρώτο κεφάλαιο αναπτύσσονται έννοιες από τη θεωρία Συνόλων και τη θεωρία Πινάκων, οι οποίες αποδεικνύονται χρήσιμες αφενός μεν για την παρασήμανση της μουσικής, αφετέρου δε για τη μουσική σύνθεση.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται ο λογισμός των μουσικών διαστημάτων με βάση τον οποίο αντιμετωπίζονται τα μουσικά διαστήματα από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύσσεται η Συνδυαστική Ανάλυση και παρουσιάζονται τρόποι εφαρμογής της στην καταγραφή και την απαρίθμηση των ποικίλων μορφών, με τις οποίες μπορούν να εμφανισθούν κάποιες μουσικές δομές.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο δίνονται εισαγωγικές έννοιες της θεωρίας Πιθανοτήτων και της Στατιστικής έτσι, ώστε να γίνει αντιληπτός ο τρόπος χρησιμοποιήσεώς τους στην ανάλυση μουσικών δομών ή στη συγκριτική μελέτη έργων διαφόρων συνθετών ή στην ανάλυση έργων του ίδιου συνθέτη σε διάφορες φάσεις της μουσικής του δημιουργίας (Musical style analysis).

Οι συγγραφείς αυτού του εγχειριδίου έχουν κάνει εξωμουσικές βασικές σπουδές. Ο κ. Χ. Χ. Σπυρίδης είναι Φυσικός με βασικό γνωστικό αντικείμενο “Μουσική Ακουστική” και ο κ. Χ. Θ. Μωυσιάδης είναι Μαθηματικός, που ασχολείται με τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά. Ευελπιστούν και οι δύο ότι αυτή η δια-τομεακή προσπάθειά τους θα ευοδωθεί και θα εφοδιάσει τους νέους μας, που είναι “ε-ραστές της μουσικής επιστήμης και τέχνης”, με χρήσιμες γνώσεις και τεχνικές.

Επειδή στο γνωστικό αντικείμενο “Μουσική και Μαθηματικά” είναι το πρώτο σχολικό εγχειρίδιο που συγγράφεται στη Ελλάδα, θα είναι ευπρόσδεκτες οποιεσδήποτε διορθώσεις, παρατηρήσεις, συμπληρώσεις ή παραλήψεις σε σχέση με τον τρόπο προσέγγισης ή παρουσίασης των θεμάτων. Οι διευθύνσεις, όπου μπορείτε να απευθύνετε τις παρατηρήσεις σας, είναι:

Χ. Χ. Σπυρίδης, Τμήμα Μουσικών Σπουδών Πανεπιστημίου Αθηνών, Πανεπιστημιούπολη Ζωγράφου, Τ.Κ. 157 84, e-mail: hspyridis@music.uoa.gr.

Χ. Θ. Μωυσιάδης, Τμήμα Μαθηματικών Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, Τ.Κ. 540 06. e-mail: cmoi@ccf.auth.gr

Ιούνιος 2000

Οι συγγραφείς

Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης
Καθηγητής Τμήματος Μουσικών Σπουδών Ε.Κ.Π.Α.

Χρόνης Θ. Μωυσιάδης
Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών Α.Π.Θ.