

Στοιχεία Θεωρίας Γλωσσών εις την μελέτην των γλωσσών των μουσικών ρυθμών

Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης,

Καθηγητής Μουσικής Ακουστικής, Πληροφορικής,
Διευθυντής Τομέως Τεχνολογίας Ήχου, Μουσικοπαιδαγωγικής & Βυζαντινής Μουσικολογίας,
Διευθυντής Εργαστηρίου Μουσικής Ακουστικής Τεχνολογίας
Τμήματος Μουσικών Σπουδών
Φιλοσοφικής Σχολής
Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών

hspyridis@music.uoa.gr

Προλεγόμενα

Εκ της πρωτογόνου εισέτι εποχής, καθώς ο άνθρωπος «οργανώνει» και σημασιοδοτεί τους ήχους, τους οποίους παράγει δια της φωνής του, δια του σώματός του και δια των υλικών, άτινα τον περιβάλλουν, επιχειρεί να εκφραστεί και να επικοινωνήσει. Επ' αυτῶ τῷ σκοπῷ ἐδόμησεν δύο βασικά ηχητικά συστήματα-κώδικες επικοινωνίας, έχοντα κοινήν φύσιν και καταγωγήν με ασαφή –τότε- ὅρια διαχωρισμού: την γλώσσαν και την μουσικήν.

Λέγοντες ὅτι η μουσική αποτελεί μίαν γλώσσαν επικοινωνίας πιθανῶς να μην ομιλούμεν περί ενός απλού «σχήματος λόγου» ἢ περί μιας «αισθήσεως», ἀλλά περί μιας λειτουργίας ἐδραζομένης εις τον εγκέφαλόν μας!

Αυτή η ἐνότης της μουσικής και της γλώσσης υποστηρίζεται σήμερον με πλήθος επιστημονικῶν στοιχείων εκ της ιστορικής, ἐθνολογικής, φιλολογικής και μουσικολογικής ἐρεῦνης.

Εις τις ἡμέρες μας οι μέθοδοι της Γλωσσολογίας και ειδικότερον της Ἐθνογλωσσολογίας αποτελοῦν εκ των πολυτιμωτέρων ὀπλων των μουσικολόγων εις την προσπάθειάν των να προσεγγίσουν και να ἐρμηνεύσουν τα μουσικά φαινόμενα και τα ὅρια μεταξύ της «γλώσσης της μουσικής» και της «μουσικής της γλώσσης».

Οι πλέον πρόσφατες ἐρευνες των νευροεπιστημόνων φαίνεται να ἐπιβεβαιώνουν την παναρχαίαν πυθαγόρειον εικασίαν περί καθολικότητος της μουσικής γλώσσης, ἥτις ἀντιμετωπίζεται ως μία δυναμική διαλεκτική μεταξύ της Ἥχοδημιουργίας και της Ψυχοακουστικής ἐπὶ τη βάσει ενός αυστηροῦ μαθηματικοῦ φορμαλισμοῦ. Ἐκτοτε και ἰδιαιτέρως εις την εποχὴν μας η Ὑπολογιστική Ἐπιστήμη ολοέν και περισσότερον διεισδύει εις την Μουσικὴν Ἀνάλυσιν, ἐρμηνεύουσα βαθμηδόν πολυπλοκότερες μουσικές διεργασίας και ανακαλύπτουσα συνεχῶς και συνθετότερες Ὑπολογιστικές και Μαθηματικές δομές, αἰτίνες ἐπεκτείνουν τις ἤδη ὑπάρχουσες κλασικές δομές.

Στοιχεία Θεωρίας Γλωσσών

Αλφάβητον

Ἐστω X ἓνα πεπερασμένον σύνολον, το οποίον ονομάζομεν *αλφάβητον*.

Τα στοιχεῖα του συνόλου X , ἤτοι του αλφαβήτου, τα ονομάζομεν *γράμματα*.

Παρατιθεμένων των γραμμάτων το εν κατόπιν του άλλου, $x_1x_2 \dots x_n$ δομούν την λέξιν.

Δοθισών δύο λέξεων $x_1x_2 \dots x_n$, $y_1y_2 \dots y_m$ με γράμματα εκ του συνόλου X , εάν

i. $n=m$

ii. $x_i = y_i$ $i=1, 2, \dots, m$

οι δύο λέξεις είναι ίσες, υπό την έννοιαν ότι ταυτίζονται.

Λέξις άνευ ουδενός γράμματος ονομάζεται *κενή* και την συμβολίζομεν δια του ϵ .

Δια της παραθέσεως λέξεων δομούνται οι σύνθετες λέξεις $x_1x_2 \dots x_ny_1y_2 \dots y_m$.

Γλώσσα

Το σύνολον X^* όλων των δυνατών να δομηθούν λέξεων εξ ενός αλφαβήτου X ονομάζεται *πλήρης γλώσσα*.

Γλώσσα ονομάζεται παν υποσύνολον (LCX^*) του συνόλου X^* , ήτοι της πλήρους γλώσσας.

Δια της παραθέσεως γλωσσών, δομούνται οι *σύνθετες γλώσσες*.

Εάν (L_1CX^*) , (L_2CX^*) , τότε L_1L_2 και L_2L_1 είναι σύνθετες γλώσσες.

Για μαθηματικούς και μόνον λόγους δεχόμεθα την ύπαρξιν μιας γλώσσας, περιεχούσης μόνον την κενήν λέξιν ϵ .

Αντιμετώπισις της Μουσικής ως Γλώσσας

Μουσικόν Αλφάβητον

Προκειμένου να ορίσωμεν το αλφάβητον της γλώσσας της μουσικής, ανατρέχομεν εις την φυσιολογίαν του ανθρώπινου ωτός, το οποίον αντιλαμβάνεται ήχους συχνοτικού εύρους εκ των 16 Hz έως τα 16 kHz.

Εξ αυτού του συχνοτικού εύρους, λαμβανομένης υπ' όψιν και της μόλις διακρισίμου διαφοράς των ήχων υπό του ανθρώπινου ωτός εις εκάστην περιοχίν του ακουστού φάσματος, επιλέγεται ένα σύνολον συχνοτήτων ως «*φθόγγων*» ή ως «*νοτών*» ή ως «*γραμμάτων*», προκειμένου δι' αυτών να «ομιλήσωμεν» την *μουσικήν γλώσσαν*.

Τα γράμματα της ευρωπαϊκής μουσικής γλώσσας ωρίσθησαν επί τη βάσει του ευρωπαϊκού ίσου συγκερασμού, ήτοι των 12 ίσων συγκερασμένων ημιτονίων ανά διαπασών (οκτάβα).

Η συχνοτική σχέσις εκάστου συγκερασμένου ευρωπαϊκού ημιτονίου είναι $\sqrt[12]{2}$ και ολόκληρον το ακουστόν συχνοτικόν εύρος πληρούται υπό $9,96 \cong 10$ διαπασών, ήτοι $M = 12 \frac{\log\left(\frac{16000}{16}\right)}{\log(2)} = 119,6 \cong 120$ συγκερασμένων ευρωπαϊκών ημιτονίων.

Ταύτα τα 120 συγκερασμένα ευρωπαϊκά ημιτόνια εμπεριέχονται μεταξύ 121 νοτών, οι οποίες και αποτελούν το εν δυνάμει *αλφάβητον της μουσικής*.

Σημειωτέον ότι εις την μουσικήν πράξιν η συχνοτική αύτη περιοχή $X = \{C_0, C_0\#, \dots, C_{10}\}$ περι-ορίζεται μεταξύ των ακραίων νοτών του πληκτρολογίου του πιάνου, ήτοι της A_0 (27,50 Hz) και της C_8 (4186,01 Hz).

Οιαδήποτε πεπερασμένου μήκους αλληλουχία εξ αυτών των γραμμάτων, ήτοι των μουσικών φθόγγων, αποτελεί μίαν *μουσικήν λέξιν*.

Η κενή λέξις εις το μουσικόν αλφάβητον είναι η *παύσις*.

Το σύνολον X^* όλων των δυνατών να δομηθούν μουσικών λέξεων εκ φθόγγων αποτελεί την *μουσικήν γλώσσαν*.

Ο πληθικός αριθμός αυτού του συνόλου, ήτοι της μουσικής γλώσσης X^* , αποτελεί τον *μουσικόν λεξιλογικόν πλούτον* της μουσικής γλώσσης.

Ρυθμικόν αλφάβητον

Δια τον ακριβή προσδιορισμόν της χρονικής εκτάσεως εκάστου επισυμβαίνοντος συχνοτικού γεγονότος, ορίζομεν το *αλφάβητον χρονικών διαρκειών* Y :

$$Y = \{\epsilon\} \cup \{\text{♩}, \text{♪}, \text{♫}, \text{♬}, \text{♭}, \text{♮}, \text{♯}, \text{♭}, \text{♮}, \text{♯}, \text{♭}, \text{♮}, \text{♯}, \text{♭}, \text{♮}, \text{♯}\}$$

με μικροτέραν την διάρκειαν του δεκάτου έκτου.

Για μαθηματικούς και μόνον λόγους ορίζομεν εις το ρυθμικόν αλφάβητον το γράμμα \oplus με διάρκειαν μηδενικού χρόνου.

Το *αλφάβητον χρονικών διαρκειών* Y δυνάμεθα να γράψομεν και ως $Y = \{\oplus\} \cup \{1d, 2d, 3d, 4d, 6d, 7d, 8d, 12d, 14d, 16d\}$, ένθα d ένα βάρος χρονικής διαρκείας.

Οιαδήποτε πεπερασμένου μήκους αλληλουχία εξ αυτών των ρυθμικών γραμμάτων αποτελεί μίαν *ρυθμικήν λέξιν*.

Εκ του αλφαβήτου Y δομείται η *ρυθμική γλώσσα* Y^* , ήτοι το σύνολον όλων των δυνατών να δομηθούν ρυθμικών λέξεων.

Ο πληθικός αριθμός αυτού του συνόλου, ήτοι της ρυθμικής γλώσσης Y^* , αποτελεί τον *λεξιλογικόν πλούτον* της ρυθμικής γλώσσης.

Μουσικόν Ρυθμικόν αλφάβητον

Το *μουσικόν ρυθμικόν αλφάβητον* ορίζεται δια του καρτεσιανού γινομένου $Z = X \times Y$ των δύο προαναφερθέντων αλφαβήτων, ήτοι του μουσικού X και του ρυθμικού Y και έχει πληθικόν αριθμόν, ήτοι πλήθος μουσικών ρυθμικών γραμμάτων, ίσον προς το γινόμενον των πληθικών αριθμών των δύο δομικών του αλφαβήτων· τουτέστιν $(1+121) \times (1+10) = 1342$ *μουσικά ρυθμικά γράμματα*.

Οιαδήποτε πεπερασμένου μήκους αλληλουχία εκ των μουσικών ρυθμικών γραμμάτων αποτελεί μίαν μουσικήν ρυθμικήν λέξιν.

Εκ του αλφαβήτου Z δομείται η μουσική ρυθμική γλώσσα Z^* , ήτοι το σύνολον όλων των δυνατών να δομηθούν μουσικών ρυθμικών λέξεων.

Ο πληθικός αριθμός αυτού του συνόλου, ήτοι της μουσικής ρυθμικής γλώσσας Z^* , αποτελεί τον λεξιλογικόν πλούτον της μουσικής ρυθμικής γλώσσας.

Κατόπιν τούτων έστω το παράδειγμα:

Μουσική λέξις εκ του συνόλου X : $G_4C_5D_5A_4$

Ρυθμική λέξις εκ του συνόλου Y : $6d\ 2d\ 8d\ 4d$

Μουσική ρυθμική λέξις εκ του συνόλου $Z=XY$: $(G_4,6d)(C_5,2d)(D_5,8d)(A_4,4d)$, η οποία εις την ευρωπαϊκήν μουσικήν σημειογραφίαν καταγράφεται ως κάτωθι:



Μουσικά Μέτρα

Τα μουσικά μέτρα αποτελούν ειδικήν κατηγορίαν ρυθμικών λέξεων, οι οποίες συγκροτούν ειδικές γλώσσες, ονομαζόμενες μουσικοί ρυθμοί.

Συγκεκριμένως, το σύνολον των ρυθμικών λέξεων, των αθροισουσών εις συγκεκριμένον σταθερόν άθροισμα c_i , δομεί τον μουσικόν ρυθμόν c_i .

$$d_1+d_2+\dots+d_m=c_i \rightarrow \sum_1^m d_i = c_i.$$

Η κενή λέξις ϵ εις τις γλώσσες των μουσικών ρυθμών συμβολίζεται ως $|$ και ονομάζεται διαστολή.

Εις τον χώρον της Μουσικής ενδιαφέρει λίαν εξαιρετικώς η μελέτη των μουσικών ρυθμών, διότι δίδει πληροφορίες για τον ρυθμικόν πλούτον των κατά καιρούς και των κατά περιοχές μουσικών ειδών, άτινα εδημιουργήθησαν υπό μιας ή περισσοτέρων ομάδων ανθρώπων, οι οποίες ομάδες δυνατόν να αποτελούν υποσύνολα και ενός συγκεκριμένου λαού.

Ο πληθικός αριθμός N_{c_i} του συνόλου εκάστης γλώσσας του μουσικού ρυθμού c_i εκφράζει αριθμητικώς ολόκληρον τον ρυθμικόν πλούτον του συγκεκριμένου μουσικού ρυθμού c_i .

Δυνατόν ο πλούτος αυτός να περιορίζεται δραστικóτατα υπό διαφόρων τιθεμένων περιορισμών δομής. Οι εν λόγω περιορισμοί δυνατόν να αντανakλούν είτε εις την εγειρομένην δυσκολίαν κατά την εκτέλεσιν των μουσικών μέτρων, είτε εις την μουσικήν αισθητικήν του «συνθέτου» ανθρώπου ή λαού μιας συγκεκριμένης εποχής ή/και μιας συγκεκριμένης γεωγραφικής περιοχής.

Όλες οι γλώσσες των μουσικών ρυθμών είναι σύνθετες γλώσσες προερχόμενες εκ παραθέσεως ή της γλώσσας του απλού διμερούς ρυθμού D ή/και της γλώσσας του απλού τριμερούς ρυθμού T .

Η γλώσσα του διμερούς ρυθμού D

Κατ' αυτήν ισχύει $d_1+d_2+\dots+d_m=c_i=2d_{def}$.

Εάν η τιμή της d_{def} ισούται προς το όγδοον και εάν θεωρούμεν ως ελαχίστην τιμήν χρονικής διαρκείας το δέκατον έκτον, τότε ο πληθικός αριθμός της γλώσσας του απλού διμερούς ρυθμού είναι ίσος προς 8.



Η γλώσσα του τριμερούς ρυθμού T

Κατ' αυτήν ισχύει $d_1+d_2+\dots+d_m=c_i=3d_{def}$.

Εάν η τιμή της d_{def} ισούται προς το όγδοον και εάν θεωρούμεν ως ελαχίστην τιμήν χρονικής διαρκείας το δέκατον έκτον, τότε ο πληθικός αριθμός της γλώσσας του απλού τριμερούς ρυθμού είναι ίσος προς 30.



Υπολογισμός του πληθικού αριθμού της γλώσσης ενός συνθέτου μουσικού ρυθμού

Να ευρεθεί ο λεξιλογικός πλούτος της γλώσσης του μουσικού ρυθμού των 7/8.

Κατά τον Αλεξανδρινόν γραμματικόν, τον Ηφαιστίωνα (2^{ος} μ.Χ. αι.) (*Εγχειρίδιον περί μέτρων*, 12, 11-21), ο ρυθμός αυτός προέρχεται εκ του επταχρόνου επιτίτου ποδός και απαντάται εις τις ακολούθους τέσσερις δομικές μορφές:

1. ἐκ βραχείας καὶ τριῶν μακρῶν (∪ — — —), πρῶτος ἐπίτριτος
2. ἐκ μακρᾶς καὶ βραχείας καὶ δύο μακρῶν (— ∪ — —), δεύτερος ἐπίτριτος ἢ καὶ τροχαϊκὴ ἐπτάσημος, ὁ καὶ Καρικὸς
3. ἐκ δύο μακρῶν καὶ βραχείας καὶ μακρᾶς (— — ∪ —), τρίτος ἐπίτριτος ἢ ἰαμβικὴ ἐπτάσημος, ὁ καὶ Ῥόδιος
4. ἐκ τριῶν μακρῶν καὶ βραχείας (— — — ∪), τέταρτος ἐπίτριτος ἢ ἀντισπαστικὴ ἐπτάσημος, ὁ καὶ μονογενής.

Οι μονάδες d_{def} εντός εκάστης λέξεως, ήτοι εντός εκάστου μουσικού μέτρου, δύνανται να κατα-
νέμονται κατά τους εξής και μόνον τρεις τρόπους, εάν επιθυμούμεν αυτά να είναι εφικτώς εκτε-
λεστέα και ρυθμικώς αποδεκτά:

$$\frac{7}{8} = \frac{3+2+2}{8} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8} \text{ (Μείζις πρώτου και δευτέρου επιτρίτου)}$$

$$\text{ή}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{2+3+2}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8} \text{ (Μείζις δευτέρου και τρίτου επιτρίτου)}$$

$$\text{ή}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{2+2+3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} \text{ (Μείζις τρίτου και τετάρτου επιτρίτου)}$$

Υπ' αυτές τις προϋποθέσεις έκαστον μέτρον συντίθεται εκ τριών μέτρων δύο εκ των οποίων εί-
ναι του απλού διμερούς ρυθμού και ένα του απλού τριμερούς ρυθμού με διαφορετικήν την διά-
ταξίν των.

Κατά την *θεμελιώδη αρχήν της απαριθμήσεως* το αποτέλεσμα της συνολικής απαριθμήσεως
(σύνθετον γεγονός) ισούται προς το γινόμενον των αποτελεσμάτων των επί μέρους (απλά γεγο-
νότα) ανεξαρτήτων απαριθμήσεων.

Εν προκειμένω:

$$N_{\frac{7}{8}} = N_{\frac{3+2+2}{8}} = N_{\frac{3}{8}} \cdot N_{\frac{2}{8}} \cdot N_{\frac{2}{8}} = N_T \cdot N_D \cdot N_D = 30 \cdot 8 \cdot 8 = 1920$$

Μουσικά μέτρα τοιαύτης κατανομής ρυθμικών μονάδων δομούν τον γνωστόν *καλαματιανόν*
ρυθμόν, όστις περιλαμβάνει 1920 εκτελεστέες -κατά τα παραδοσιακά- μορφές μέτρων.

$$N_{\frac{7}{8}} = N_{\frac{2+3+2}{8}} = N_{\frac{2}{8}} \cdot N_{\frac{3}{8}} \cdot N_{\frac{2}{8}} = N_D \cdot N_T \cdot N_D = 8 \cdot 30 \cdot 8 = 1920$$

Μουσικά μέτρα τοιαύτης κατανομής ρυθμικών μονάδων ΔΕΝ απαντώνται εις την πράξιν δια τον
απλούστατον λόγον ότι ο ανθρώπινος εγκέφαλος τα αποδέχεται ως ρυθμικές λέξεις ανήκουσες
εις τους δύο άλλους μουσικούς ρυθμούς, τους έχοντες τον απλούν τριμερή ρυθμόν είτε εις την
αρχήν, είτε εις το τέλος του μέτρου.

$$N_{\frac{7}{8}} = N_{\frac{2+2+3}{8}} = N_{\frac{2}{8}} \cdot N_{\frac{2}{8}} \cdot N_{\frac{3}{8}} = N_D \cdot N_D \cdot N_T = 8 \cdot 8 \cdot 30 = 1920$$

Μουσικά μέτρα τοιαύτης κατανομής ρυθμικών μονάδων δομούν τον γνωστόν *μανδυλάτον της*
Θράκης ρυθμόν, όστις περιλαμβάνει 1920 εκτελεστέες -κατά τα παραδοσιακά- μορφές μέτρων.

Υπό τις τεθείσες προϋποθέσεις ο πληθικός αριθμός του μουσικού ρυθμού των 7/8 είναι ίσος
προς:

$$N_{\frac{7}{8}} = N_{\frac{3+2+2}{8}} + N_{\frac{2+3+2}{8}} + N_{\frac{2+2+3}{8}} = 1920 + 1920 + 1920 = 5760$$

κατ' ουσίαν, όμως, ίσος προς:

$$N_{\frac{7}{8}} = N_{\frac{3+2+2}{8}} + N_{\frac{2+2+3}{8}} = 1920 + 1920 = 3840$$

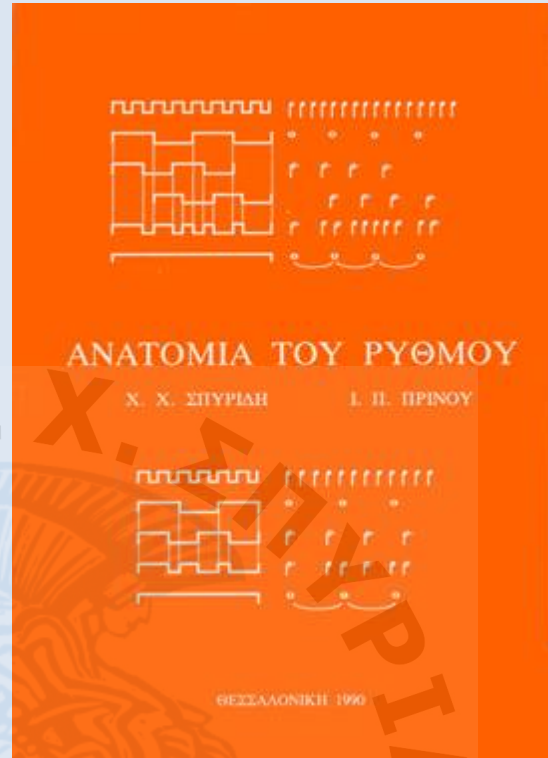
Εάν δεν τεθεί κανείς περιορισμός δομής του μουσικού μέτρου, αποδεικνύεται δια της Συνδυα-
στικής Αναλύσεως ότι ο μουσικός ρυθμός 7/8 έχει πληθικόν αριθμόν ίσον προς 6618.

Εν κατακλήϊδι, οι 5760 μορφές μέτρου του μουσικού ρυθμού των 7/8 εκ των 6618 είναι σχετικώς ευκολοεκτελεστέες και οι 3840 μορφές εξ αυτών εν δυνάμει είναι εν χρήσει υπό του λαϊκού ή λογίου μουσικού συνθέτου, ενώ οι $6618-3840=2778$ μορφές μέτρου του μουσικού ρυθμού των 7/8 είναι είτε για «Ξενάκειον» χρήσιν ή «δια τον βασανισμόν των μουσικών οργάνων και των οργανοεκτελεστών» κατά την ρήσιν των ειρωνευομένων τους *Κανονικούς* μουσικούς τον καιρόν του Πυθαγόρου.

Ομιλών εις ακροατήριον έχον παντοίαν σχέσιν με την μουσικήν επιστήμην και τέχνην, παραθέτω δι' αριθμών τον λεξιλογικόν πλούτον των γλωσσών των διαφόρων μουσικών ρυθμών, προτρέπων τους μουσικούς δημιουργούς να εκμεταλλευθούν ένιες ιδιομορφίες αυτών και να προχωρήσουν εις την ιδικήν των ρυθμικήν επανάστασιν. Την έχομεν ανάγκην, σας διαβεβαιώ.

Γλώσσα Συνθέτου Μουσικού Ρυθμού	Λεξιλογικός Πλούτος (Μορφές Μέτρου)
5/8	446
6/8	1.718
7/8	6.618
8/8	25.496
9/8	98.224
10/8	378.416
11/8	1.457.882
12/8	5.616.627

Πάντα ταύτα εδίδασκον μέχρι πρό τινος εις το Τμήμα Μουσικών Σπουδών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών εις τα πλαίσια του μαθήματος Ελευθέρας επιλογής «*Μαθηματικά του Μουσικού Ρυθμού*» και τα έχω συμπεριλάβει εις τα δύο συγγράμματά μου «*Η Πληροφορική στην Εθνομουσικολογία*» και «*Ανατομία του Ρυθμού*».



Σας ευχαριστώ.