

Η Πυθαγόρειος θεωρία της Αρμονίας των ουρανίων σφαιρών

Περί των θείων γενητών

Οι απαντήσεις εις ένα πλήθος αλληλοσυνδεδεμένων ερωτήσεων του τύπου «ποιός;», «πώς;» και «γιατί;» γεννούν εκ της αρχαιότητος την επιστημονικήν γνώσιν. Ανέκαθεν ο έλλογος άνθρωπος διερωτάτο τίνι τρόπῳ ἐδημιουργήθη το Σύμπαν. Έχων ο άνθρωπος πρωτεύουσαν την αίσθησιν της ακοῆς και πολυτελεστάτην των αισθήσεων την ὄρασιν, ὡς αναφέρει ο θεῖος Πλάτων, ἐφαντάσθη μίαν μεγάλην ἐκρηξιν περιελου-σμένην ὑπὸ εκτυφλωτικῷ φωτὶ ὡς τῶν δύο γενεσιουργῶν αιτιῶν τοῦ Σύμπαντος. Ἐνὸς Σύμπαντος σφαιρικοῦ ἐκ λόγων φιλοσοφικῶν, θρησκευτικῶν και αισθητικῆς τε-λειότητος, ἀνευ ουδεμίας ἀποδείξεως.

Ο έλλογος άνθρωπος, ἐπίσης, διερωτάτο περὶ τῆς ἐνυπαρχούσης τάξεως εἰς το Σύμπαν, θεωρήσας τὴν τελειότητα τῶν κινήσεων τῶν ουρανίων σωμάτων ὡς ταυτοση-μον μετὰ τῶν ἐννοιῶν τῆς τάξεως και τῆς ἀρμονίας. Ἐπεχειρήθη, λοιπόν, αὐτὴ ἡ Συ-μπαντική τάξις νὰ περιγραφῇ ευγλωττῶς δι' ἐνὸς ἀυστηρῶς οργανωμένου «λόγου», ὁ ὁποῖος ἀνεπτύχθη ἐξελικτικῶς ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου, ἤτοι τοῦ «λόγου» τῆς Μουσικῆς. Ἡ Μουσικὴ ὡς ἡ Ἐπιστήμη και ἡ Τέχνη περὶ τοῦ Ἠρμωσμένου, δηλαδὴ περὶ τῆς οργανώ-σεως και τῆς συσχετίσεως τῶν ἡχῶν πρὸς μίαν διάστασιν ὡς μελωδία, πρὸς δύο δια-στάσεις ὡς ἐνηρμονισμένη μουσικὴ σύνθεσις και πρὸς τρεῖς διαστάσεις ὡς μουσικοτο-πία, θεωρεῖται ὅτι συνέβαλεν τὰ μέγιστα εἰς τὴν γέννησιν τῆς ἐπιστήμης καθ' εαυτῆς.

Οι ἀρχιτέκτονες τοῦ Σύμπαντος, οἱ ἐπιχειρήσαντες τὴν συστηματοποίησιν τῆς ἐννοίας τοῦ διαστήματος ἐν συμφωνίᾳ πρὸς τὸν πολιτισμὸν, τὴν θρησκείαν και τὶς πα-ραδόσεις τῶν, ἐξ ἀρχαιοτάτων χρόνων ἦσαν συγχρόνως Μουσικοὶ και Ἀστρονόμοι. Ο Πυθαγόρας και οἱ ὁπαδοὶ τοῦ λ.χ. δια μίας θεωρίας, ἡ ὁποία συνδυάζει τὴν κοσμικὴν ἀρμονίαν μετὰ τῆς μουσικῆς ἀρμονίας, ἐπεχειροῦν νὰ ἐξηγήσουν τὴν θέσιν και τὴν κί-νησιν τῶν πλανητῶν εἰς τὸν οὐράνιον θόλον.

Ορμώμενοι ἐκ τῆς θρησκείας, ἀναγνωρίζουν τὸν Θεὸν ὡς τέλειον Ὄν.

Ορμώμενοι ἐκ τῆς Ἀριθμητικῆς και τῆς Γεωμετρίας, ἀναγνωρίζουν τὸν μὲν κύκλον ὡς τὸ τελειότερον τῶν σχημάτων, τὴν δὲ σφαῖραν ὡς τὸ τελειότερον τῶν στερεῶν σωμά-των.

Ορμώμενοι ἐκ τῆς Φιλοσοφίας και ἐκ τῆς Ἀστρονομίας θεωροῦν τὰ οὐράνια σώματα ὡς θεῖα γενητά (Πλάτων, *Πολιτεία*, 546, b, 4) και ὡς θεοκίνητα (Πλάτων, *Επινομίς*, 983, b, 3). Τὰ οὐράνια σώματα, ὡς θεῖα γενητά, θὰ πρέπει νὰ εἶναι τέλεια, προσομοιάζοντα τὴν τελειότητα τοῦ δημιουργοῦ τῶν Θεῶν. Συνεπῶς, πρέπει νὰ εἶναι σφαῖρες. Αὐτό εἶ-ναι ἓνα συμπέρασμα εἰς τὸ ὁποῖον ὠδηγήθη ὁ φιλοσοφῶν έλλογος ἄνθρωπος δυόμισι χιλιάδες ἔτη πρὸ τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ τηλεσκοπίου!

σφαιροειδῆ τὸν κόσμον εἶναι παρ' Ὀμήρῳ

Ἡράκλειτος ὁ Ποντικός, *Ὀμηρικά Προβλήματα*, 48, 1, 1-2.

[Για τὸν Ὀμηρὸ τὸ σύμπαν εἶναι σφαιροειδές.]

Τὸ σφαιρικόν σχῆμα τοῦ Κόσμου και τὴν γεωκεντρικότητα αὐτοῦ τὰ περιέγρα-ψεν δι' ἐνὸς και μόνον στίχου τοῦ Ὀμήρου εἰς τὸ ἔπος τῆς *Ιλιάδος* ὡς ἐξῆς:

τόσσο ν ἐνερθ' Αἶδεω ὅσον οὐρανός ἐστ' ἀπὸ γαίης

Ὀμηρος, *Ιλιάς*, Θ, 16.

[Τόσο πιο κάτω ἀπὸ τὸν Ἄδην, ὅσο πιο πάνω εἶναι ὁ οὐρανὸς ἀπὸ τὴν γην]

Η κατασκευασθείσα γέφυρα, η συνδέουσα τον κόσμον των αστρονόμων μετά του κόσμου των μουσικών, διασφαλίζει την αιωνιότητα μιας συμπαντικής αρμονίας εν πλήρει εξελίξει, η οποία θα προσδιορίσει τον χωροχρόνον μέσω των γνώσεων της Αστρονομίας και της Μουσικής εις την εκάστοτε εποχήν.

Η ενυπάρχουσα τάξις εις το Σύμπαν, λόγω της περιοδικότητος των κινήσεων των ουρανίων σφαιρών, των θείων γεννητών, ωδήγησεν τον άνθρωπον να διατυπώσει την θεωρίαν περί της «μουσικής των σφαιρών». Αυτή η περιοδικότης των κινήσεων των θείων γεννητών, αφ' ης στιγμής το πρώτον ενεφανίσθη, έθεσεν εις λειτουργίαν το συμπαντικόν χρονόμετρον, αφού η μέτρησις του χρόνου προϋποθέτει την ύπαρξιν περιοδικού φαινομένου «χρόνος έστιν ήλιου κίνησις» (Πλάτων, *Όρισμοί*).

Περί του ηρμოსμένου των θείων γεννητών κατά τον Πυθαγόρα και τους Πυθαγορείους.

Ο Πυθαγόρας είναι ο πρώτος φιλόσοφος, όστις συνδέει την Αστρονομίαν μετά της Μουσικής, υποστηρίζων ότι εις το εύτακτον, αρμονικόν και σφαιρικόν σύμπαν τα πάντα διέπονται υπό απλών νόμων, δυναμένων να εκφρασθούν δι' ακεραίων και ρητών αριθμών.

Εις την σχολήν του Πυθαγόρου η Γη, ως σφαίρα, τοποθετείται ακίνητος εις το κέντρον του Σύμπαντος.

Την απειρίαν των ακινήτων αστερών οι Πυθαγόρειοι την καθηλώνουν επί μιας σφαιρικής επιφανείας, της σφαίρας των απλανών, η οποία μετέχει της κινήσεως του ουρανού. Κατ' αυτόν τον τρόπον ελύθη το πρόβλημα της μη μεταβολής των μεσοαστρικών αποστάσεων και η φαινόμενη μεταξύ των αστερών σχετική ακινησία.

Επτά ουράνια σώματα διαφεύγουν εκ των νόμων της κινήσεως των απλανών αστερών, μη διαγράφοντα καθημερινώς τον ίδιον κύκλον μετ' αυτών, αλλά έκαστον τον ιδικόν του κύκλον και μάλιστα εις ίδιον χρόνον, διαφορετικόν του της ουρανίου σφαίρας. Αυτούς τους χρόνους των περιόδων εκάστου των πλανητών (θείων γεννητών) ε-προσδιόρισαν δια μετρήσεων οι Πυθαγόρειοι.

Τα εν λόγω επτά ουράνια σώματα ονομάσθησαν πλανήτες, φέρουν ίδιον όνομα - Σελήνη, Ήλιος, Αφροδίτη, Ερμής, Άρης, Ζεύς, Κρόνος - και έκαστον εξ αυτών εκα-θηλώθη επί της επιφανείας αποκλειστικώς ιδικής του σφαίρας, περιστρεφομένης αφε-γός περί το κέντρον του Σύμπαντος, αφετέρου περίξ ιδίων σταθερών αξόνων περιστρο-φής. Τοιουτοτρόπως, το στερέωμα εκ κινήσεως «απειρών» ουρανίων σφαιρών απλο-ποιείται εις πρόβλημα κινήσεως οκτώ ουρανίων σφαιρών, ήτοι των επτά σφαιρών των πλανητών κατά την προαναφερθείσαν σειράν και της σφαίρας των απλανών.

Χρησιμοποιών ο Πυθαγόρας μουσικούς όρους, καθώρισεν τις μεσοπλανητικές αποστάσεις ως ακολούθως: Έκαστος των πλανητων, λόγω της ίδιας αποστάσεώς του εκ της Γης, λόγω της ίδιας μάξης του και της ίδιας ταχύτητος περιφοράς του περί την Γην παράγει έναν μουσικόν ήχον.

Ο Σιμπλίκιος εις τα Σχόλιά του αναφορικώς προς το 2ον βιβλίον της πραγματεί-ας του Αριστοτέλους *Περί Ουρανού* αναφέρει ότι ο

- ✓ λόγος 9:8, όστις είναι επόγδοος και εκφράζει έναν μείζονα τόνον, απεδίδετο εις την Σελήνην.
- ✓ Ο λόγος 12:9, όστις είναι επίτριτος, και ο λόγος 12:8, όστις είναι ημιόλιος, απεδίδο-ντο εις τον πλανήτην Ερμήν.

- ✓ Ο λόγος 16:12, όστις είναι επίτριτος και ο λόγος 16:8, όστις είναι διπλάσιος, αμφοτέρωτεροι απεδίδοντο εις τον πλανήτην Αφροδίτην.
- ✓ Οι δύο λόγοι 18:12, όστις είναι ημιόλιος, και 18:9, όστις είναι διπλάσιος, απεδίδοντο εις τον Ήλιον.
- ✓ Ο λόγος 21:9 είναι διπλασιεπίτριτος και απεδίδετο εις τον πλανήτην Άρην.
- ✓ Οι λόγοι 24:18, όστις είναι επίτριτος, 24:12, όστις είναι διπλάσιος, 24:8, όστις είναι τριπλάσιος, 18:12 και 12:8, όστινες είναι ημιόλιοι, απεδίδοντο άπαντες εις τον πλανήτην Δίαν.
- ✓ Οι λόγοι 32:24, όστις είναι επίτριτος, και 32:8, όστις είναι τετραπλάσιος, απεδίδοντο εις τον πλανήτην Κρόνον.
- ✓ Οι λόγοι τέλος, 36:24, όστις είναι ημιόλιος, 36:9, όστις είναι τετραπλάσιος, και 24:18, όστις είναι επίτριτος, απεδίδοντο εις μίαν ογδόην ή σταθερά σφαίραν, ήτις συμπεριελάμβανε όλες τις άλλες.

Αυτός ο ήχος των θεϊκών σωμάτων δεν καθίστατο ακουστός υπό των «γηίνων ότων». Ο Πυθαγόρας, όμως, φαίνεται να είχεν ειπει ότι ήκουεν την Ουράνιον αρμονίαν, επειδή κατενόει τις αρμονικές αναλογίες εις τους αριθμούς των ουρανίων σωμάτων και το ηχητικόν αποτέλεσμα, το οποίον δύναται να ακουσθεί υπ' αυτών.

(Παρουσιάζω το λογισμικό της αρμονίας των ουρανίων σφαιρών)

Ο Πυθαγόρας επενόησεν οκτάφθογγον μουσικήν κλίμακα εκ δύο συνημμένων κατιόντων Δωρίων τετραχόρδων με οξύτερον τον ήχον του πλησιεστέρου προς την Γην θείου γενητού, ήτοι της Σελήνης, και με βαρύτερον τον ήχον του απωτέρου θείου γενητού, ήτοι του Κρόνου, με την αλληλουχίαν θείων γενητών και μουσικών διαστημάτων την εκτιθεμένην εις τον ακόλουθον Πίνακα 1:

Πίναξ 1 : Η Πυθαγόρειος οκτάφθογγος μουσική κλίμαξ εκ δύο συνημμένων κατιόντων Δωρίων τετραχόρδων.

Πλανήτης	Ονομασία φθόγγου	Μουσικό διάστημα
Σελήνη	Νήτη	τόνος
Αφροδίτη	Παρανήτη	τόνος
Ερμής	Τρίτη	ημίτονον
Ήλιος	Μέση	τόνος
Αρης	Λιχανός	τόνος
Ζεύς	Παρυπάτη	ημίτονον
Κρόνος	Υπάτη	τόνος
Απλανείς Αστέρες	Προσλαμβανόμενος	

Καθιερώσας μίαν αντιστοιχισιν μεταξύ μουσικών αποστάσεων, ήτοι μουσικών διαστημάτων και μετρικών αποστάσεων, ήτο εις θέσιν να εύρει πόσον απέχει ένα θείον γενητόν εκ τινος άλλου, ήτοι τις μεσοσφαιρικές αποστάσεις των ουρανίων γενητών.

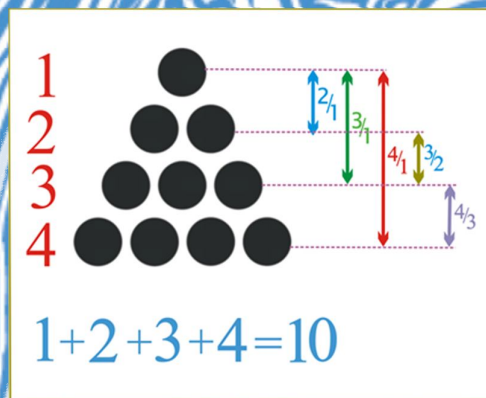
Προς επίτευξιν τούτου του Πυθαγορείου στόχου, εγένετο αποδεκτόν ότι η μουσική απόστασις μεταξύ Γης και Σελήνης είναι ένας τόνος και η μετρική απόστασις, η ισοδυναμούσα προς την μουσικήν απόστασιν του ενός τόνου, είναι 126.000 Δελφικά στάδια, ήτοι $126.000 \times 177,55 \text{ m} = 22.371.300 \text{ m}$.

Σημειωτέον ότι η πραγματική απόστασις Γης-Σελήνης είναι 384.403 Km, ήτοι 17 περίπου φορές μεγαλύτερα της υπό του Πυθαγόρου υπολογισθείσης. Κατά την προσωπική μου άποψιν η καλλίστη προσέγγισις για τα δεδομένα του 6^{ου} π.Χ. αιώνας.

Δια των μέχρι τούδε εκτεθέντων προκύπτει ότι δια του αστρονομικού μεγέθους περίοδος των θείων γενητών αισθητοποιήθη ο χρόνος και δια του μουσικού μεγέθους διάστημα μεταξύ δύο ήχων εμετρήθη ο ήδη αισθητοποιηθείς χώρος του Σύμπαντος. Εν άλλαις λέξεσιν η θεωρία της αρμονίας των σφαιρών κατέστησεν αισθητόν και μετρητόν τον χωροχρόνον και τούτο για τον Πυθαγόραν αποτελεί το μυστικόν του Κόσμου.

Πυθαγόρειος ιερά τετρακτύς

Ο Πυθαγόρας και οι Πυθαγόρειοι εθεώρουν την αρμονίαν των ήχων και αυτήν ταύτην την αρμονίαν του σύμπαντος, σχετιζομένην μετά της ιεράς τετρακτύος (Σχήμα 1), της οποίας ενσαρκωτές ήσαν οι φυσικοί αριθμοί 1, 2, 3, 4.

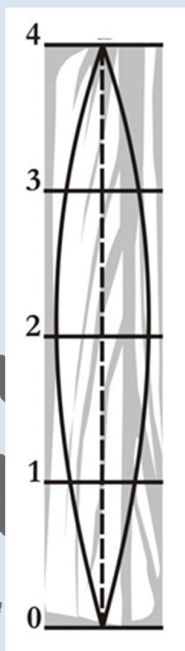


Σχήμα 1: Η Πυθαγόρειος τετρακτύς.

Ανεκάλυψαν ότι οι τέλειες μουσικές συμφωνίες εξεφράζοντο ως σχέσεις μεταξύ των αριθμών, των ενσαρκωτών της ιεράς τετρακτύος. Όντως,

- 4:1 είναι ο τετραπλάσιος λόγος, εκφράζων την συμφωνίαν του δις διαπασών (δύο οκτάβες),
- 3:2 είναι ο ημιόλιος λόγος, εκφράζων την διαπέντε συμφωνίαν ή διοξειάν (διάστημα πέμπτης καθαρής),
- 4:3 είναι ο επίτριτος λόγος εκφράζων την διατεσσάρων συμφωνίαν ή συλλαβάν (διάστημα τετάρτης καθαρής),
- 4:2 και 2:1 είναι οι διπλάσιοι λόγοι, έκαστος εκφράζων την αρμονίαν ή την διαπασών συμφωνίαν (διάστημα οκτάβας),

- 3:1 είναι ο τριπλάσιος λόγος, ήτοι ο διαπασών και διαπέντε (διάστημα οκτάβας και πέμπτης καθαράς).



Ακουστικώς τα ανωτέρω σύμφωνα διαστήματα υλοποιούνται δια του τετραχώς διηρημένου κανόνος (Σχήμα 2).

Σχήμα 2: Ο τετραχώς διαιρεθείς κανών.

Η αρμονία των σφαιρών από τον Πυθαγόραν έως τον Αριστοτέλην

Τονιστέον ότι η αρμονία των σφαιρών αποτελεί ένα πυθαγόρειον δόγμα, το οποίον διευτώθη υπό του ιδίου του Πυθαγόρου (Εικόν 1).



Εικόν 1: Ο φιλόσοφος, πειραματικός φυσικός, μαθηματικός, αστρονόμος, μουσικός, ιατρός, σοφός θεωρητικός των αριθμών Πυθαγόρας ο Σάμιος (586-490 π.Χ.)

Δεδομένου του μυστικιστικού χαρακτήρος της κοινότητος των Πυθαγόρειων (*omerta* των Πυθαγορείων) και του γεγονότος ότι ο Πυθαγόρας και αρκετοί εκ των οπα-

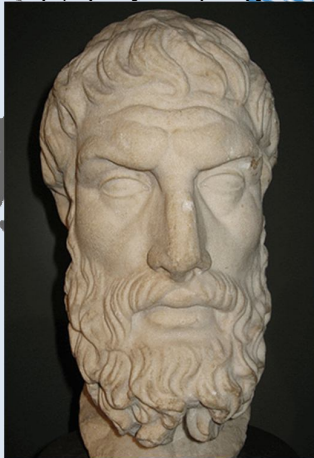
δών του είτε δεν κατέλιπον γραπτά κείμενα, είτε δεν μας διεσώθησαν συγγράμματά των άμεσα, οι πληροφορίες για την θεωρίαν της αρμονίας των ουρανίων σφαιρών προέρχονται εξ εμμέσων πηγών.

Ως έμμεσες πηγές θεωρούνται οι αρχαίοι Ιάμβλιχος (Εικών 2),



Εικόνα 2: Ιάμβλιχος ο Χαλκιδώνιος (3^{ος} αι. μ.Χ.) νεοπλατωνικός φιλόσοφος εκ της Συρίας.

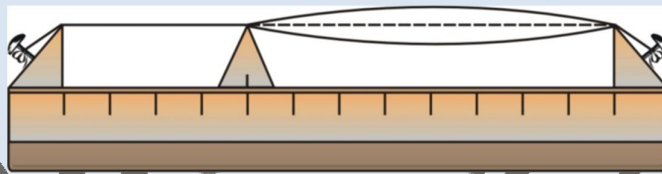
Πορφύριος, Διογένης Λαέρτιος (Εικών 3)



Εικόνα 3: Διογένης Λαέρτιος, 3^{ος} αι. μ.Χ., ιστοριογράφος της φιλοσοφίας της αρχαιότητας εκ της πόλεως Λαέρτης της Κιλικίας.

και οι νεότεροι Morrison, Gorman, άπαντες βιογράφοι του φιλόσοφου Πυθαγόρου και οι κατοπινοί φιλόσοφοι και μελετητές, οι οποίοι εις τα έργα των είτε υπονοούν, είτε ποιούν άμεσον μνείαν περί την αρμονίαν των ουρανίων σφαιρών, αντιμετωπίζοντες αυτήν ταυτοχρόνως δια πνεύματος παραδοχής ή απορρίψεως.

Διαβάζομεν, λοιπόν, ότι ο Πυθαγόρας ανακάλυψεν τις αριθμητικές σχέσεις, οι οποίες εκφράζουν τα μουσικά διαστήματα του τετραχόρδου επί του μονοχόρδου (Σχήμα 3)



Σχήμα 3: Το μονόχορδον για την μελέτην των νόμων των χορδών.

και επειραματίσθη επί της επτάχορδου λύρας (Εικόν 4).



Εικόνα 4: Η επτάχορδος λύρα.

Προσέτι, τα ουράνια σώματα είχαν προκαλέσει και αυτά την προσοχήν του και εγνώριζεν εκ των σπουδών του εις την Βαβυλώνα ότι εις τους πλανήτες και τους αστέρες είχαν αποδοθεί αριθμοί, δηλαδή μία αριθμητική αξία εις έκαστον υπό μορφήν αριθμητικής προόδου με λόγον 10 -ο αριθμός 10 είχεν μίαν πρωταρχικήν σημασίαν για τους Βαβυλωνίους και κατόπιν και για τον Πυθαγόραν-. Οι αριθμητικές αυτές αξίες παρίστανον τις μεταξύ των πλανητών αποστάσεις.

Για τον Πυθαγόραν οι κανονικές κυκλικές κινήσεις των ουρανίων σωμάτων εδύναντο να μετρηθούν μετ' ακριβείας και εφαινότο να κατέχουν μίαν θεϊκὴν ευφυΐαν, η οποία τα καθιστούσε ικανά να βρίσκονται εις τροχίαν με μίαν τελείαν κανονικότητα.

Ἐχων, λοιπόν, ανακαλύψει ὅτι ἡ μουσικὴ ἦτο ἐπίσης ἀριθμὸς (δηλαδή ἦτο δυνατόν να ἐκφρασθῇ δι' ἀριθμητικῶν σχέσεων), ἐδύνατο να υποθέσῃ ὅτι τα πάντα εις τον κόσμον ἦσαν ἀριθμὸς «ἀριθμὸς τὸ πᾶν».

Ἀπέμενε, λοιπόν, να ανακαλύψῃ τὴν σχέσιν μεταξύ τῆς μουσικῆς καὶ του κόσμου¹: εφόσον ἡ οὐσία τῶν ἀστρῶν-θεῶν ἦτο ὁ ἀριθμὸς καὶ ὁ ἀριθμὸς ἦτο, ἐπίσης, τὸ θεμέλιον τῆς μουσικῆς, τότε οἱ ἀστέρες καὶ οἱ πλανῆτες ἔπρεπε κατὰ κάποιον τρόπον να ἔχουν σχέσιν με τὴν μουσικὴν.

Οἱ Ὀμηρικοὶ ποιητὲς εἶχον προβλέψῃ τὴν θεωρίαν αὐτὴν μέχρις ἐνός σημείου, διότι εις τον ὁμηρικόν ὕμνον εις τον Ἄρην οἱ πλανῆτες προσφωνοῦνται ὡς ἄν ἓνα εἶδος χορῳδίας ἀπὸ θεϊκῆς φωνῆς καὶ εις τον ὕμνον εις τον Ἑρμῆν παρουσιάζεται ἡ ἐπτάχορδος λύρα.

Εἶναι γνωστόν, ἐπίσης, ὅτι τον 7^{ον} αἰῶνα π.Χ. υπήρχεν ἡ φήμη ὅτι ὁ ποιητὴς Τέρπανδρος προσέθεσεν τὴν ἐβδόμην χορδὴν εις τὴν λύραν ἐπιθυμών να μιμηθῇ τὴν πλανητικὴν μουσικὴν. Τοῦτο σημαίνει ὅτι αἰῶνες πρὶν τον Πυθαγόραν οἱ Ἕλληνες ἐγνώριζον περὶ τῆς μουσικῆς τῶν ἀστρῶν-θεῶν.

Ἐν κατακλιδί, ἴσως ἡ ἰδέα τῆς κοσμικῆς μουσικῆς ἀνάγεται εις τον Ὀρφέα (Εἰκὼν 5), τον μυθικόν πιστόν εις τὴν δύναμιν του ἀριθμοῦ καὶ τῆς μουσικῆς.

¹ Πέρα ἀπὸ μυστικιστικὰς δοξασίαις, λαμβάνοντας ὑπόψιν τὴν σημερινὴν ἐπιστὴμὴν τῆς Ἀστροφυσικῆς, ἀναφέρουμε κάποιαι πράγματι ἐντυπωσιακῆς σχέσεις

(α) μεταξύ τῶν περιόδων περιφορᾶς περὶ τον ἥλιο ὁρισμένων πλανητῶν του ἡλιακοῦ μας συστήματος: (Περίοδος περιφορᾶς του Κρόνου):(Περίοδος περιφορᾶς του Δία)=5:2 δηλαδή σχέση τῆς μείζονος δεκάτης.

(Περίοδος περιφορᾶς του Ποσειδώνα):(Περίοδος περιφορᾶς του Οὐρανοῦ)=2:1 δηλαδή σχέση τῆς διαπασῶν (οκτάβας).

(Περίοδος περιφορᾶς του Οὐρανοῦ): (Περίοδος περιφορᾶς του Δία)=7:1 δηλαδή σχέση τῆς υπελάσσονος εικοστής πρώτης.

(Περίοδος περιφορᾶς του Πλούτωνα): (Περίοδος περιφορᾶς του Οὐρανοῦ)=3:1 δηλαδή σχέση δωδεκάτης.

(β) μεταξύ τῶν περιόδων περιφορᾶς περὶ τον Δία τῶν δορυφόρων του:

(Περίοδος περιφορᾶς τῆς Ἰούς): (Περίοδος περιφορᾶς τῆς Ευρώπης):(Περίοδος περιφορᾶς του Γανυμήδη)=1:2:4 δηλαδή σχέση διαπασῶν καὶ δις διαπασῶν.

(Περίοδος περιφορᾶς τῆς Καλλιστοῦς):(Περίοδος περιφορᾶς του Γανυμήδη)=7:3 δηλαδή σχέση υπελάσσονος δεκάτης.

(γ) μεταξύ τῶν περιόδων περιφορᾶς περὶ τον Κρόνον τῶν δορυφόρων του:

(Περίοδος περιφορᾶς του Ἰαπετοῦ): (Περίοδος περιφορᾶς του Τιτάνος) =5:1 δηλαδή σχέση μείζονος δεκάτης πέμπτης.

(Περίοδος περιφορᾶς του Υπερίωνος):(Περίοδος περιφορᾶς του Τιτάνος)=4:3 δηλαδή σχέση δια τεσσάρων ἢ συλλαβᾶς.



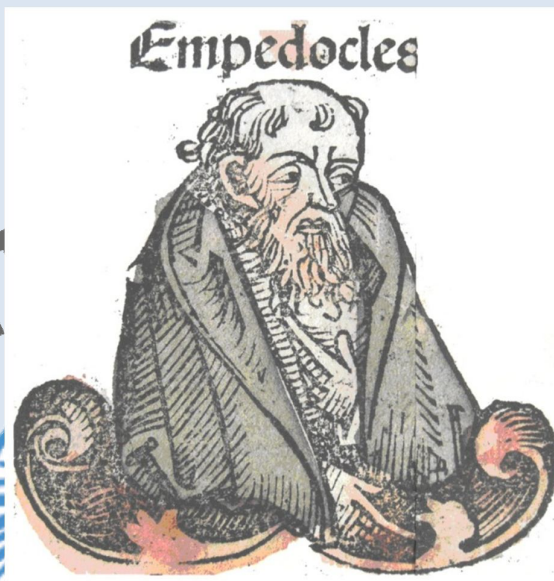
Εικόν 5: Ορφεύς, η κύρια εκπροσώπησης της τραγουδιστικής τέχνης και της λύρας με ιδιαίτερη σημασία στην ιστορία της Ελλάδας.

Ο Πυθαγόρας, όμως, ήτο εκείνος, όστις ωργάνωσεν το σύστημα και του έδωσεν μίαν επιστημονικήν και μυστηριακήν σημασίαν.

Κατά τον Ιάμβλιχον: «Συγκεντρώνων την ακοήν και την σκέψιν του, εβύθιζεν τον εαυτόν του εις τις κινούμενες αρμονίες του κόσμου. Κατά τον Πυθαγόραν, μόνον ο ίδιος εδύνατο να τις ακούσει και να κατανοήσει τις αρμονίες και συμφωνίες των σφαιρών και των ουρανίων σωμάτων. Η παγκόσμιος μουσική ήτο αμέσως πιο υπερβολική και ανωτέρα των θνητών μελωδιών, αποτελουμένη εξ ανομοίων στοιχείων και ποικιλοχρώμων ήχων, προερχομένων εκ σωμάτων των οποίων η ταχύτης, το μέγεθος και η θέσις διαφέρουν κατά πολύ. Τα σώματα αυτά είναι διατεταγμένα το ένα εν σχέσει προς το άλλον βάσει των πλέον μουσικών αναλογιών και παράγουν μίαν μελωδίαν, η οποία δογείται δια μέσου της θαυμασίως όμορφης κινήσεως και των μελωδικών συστροφών του ουρανού».

Ο Πυθαγόρας προσεπάθει να μεταφέρει ωρισμένες εντυπώσεις της αρμονίας των σφαιρών εις τους οπαδούς του μιμούμενος αυτήν παίζων εις την λύραν και τραγουδών.

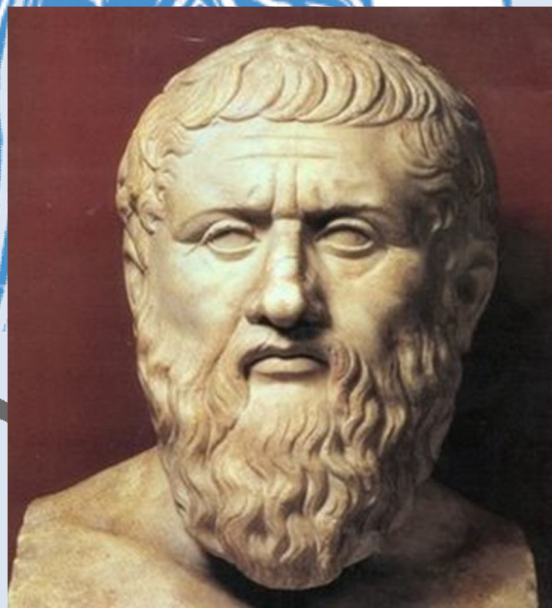
Οι αρχαίοι βιογράφοι του αναφέρουν ότι ο Πυθαγόρας διέθετεν λίαν οξείες αισθήσεις και αυτό υπαινίσσεται εις τα ποιήματά του ο Εμπεδοκλής (Εικόν 6) εξυμνών την διάνοιαν και την αντίληψιν του Πυθαγόρου.



Εικόν 6: Εμπεδοκλής (495 - 435 π.Χ.), εἷς εκ των σπουδαιότερων αντιπροσώπων της προσωκρατικής ελληνικής φιλοσοφίας.

Η μουσική των ουρανίων σφαιρών δεν καθίσταται αντιληπτή υπό της ανθρώπινης ακοῆς, διότι η ψυχική αρμονία των πιστών, εἰς κανονικές συνθήκες, συντονισμένη μετά της κοσμικής μουσικής, ἔχει διαταραχθεῖ εκ της παραμονῆς της εἰς ἓνα σώμα.

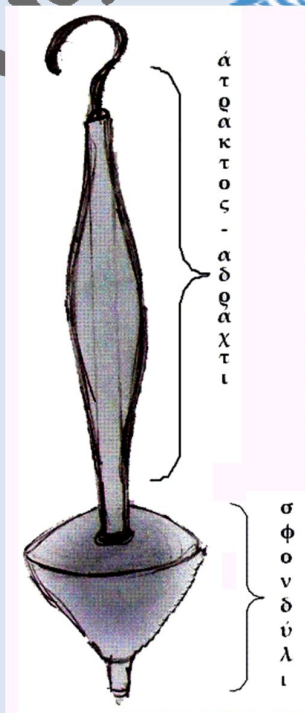
Ο Πλάτων (Εἰκόν 7) εἰς τον *Τίμαιον* αναφέρεται εἰς την μουσικήν των σφαιρών.



Εἰκόν 7: Πλάτων, σπουδαῖος φιλόσοφος καὶ συγγραφεὺς των διαλόγων (427-347 π.Χ.), ο γνωστότερος μαθητὴς του Σωκράτους.

Η θεωρία του Πλάτωνος για την μουσική των σφαιρών είναι έτι περισσότερον μυστηριακή εν σχέσει προς αυτήν των Πυθαγορείων, διότι αναφέρει ότι δύναται να καταστεί ακουστή μόνον υπό ασωμάτων ψυχών.

Ο Πλάτων σχετίζει την κοσμική μουσική με τον μύthon του Ηρός (*Πολιτεία*, 617b ff) κατά τον οποίον η ψυχή του Ηρός του Αρμενίου, ταξιδεύουσα εντός των ουρανών, είδεν μίαν τεραστίαν στήλην φωτός, διερχομένη δια του κέντρου του κόσμου. Τμήμα αυτού του κοσμικού άξονος απετελείτο υπό ενός αδραχτιού μετ' οκτώ σφονδύλιων, συνδεδεμένων μετ' αυτού. Το συγκεκριμένον αδράχτι συμβολίζει το κοσμικόν σύστημα των απλανών αστέρων και των πλανητών, οίτινες περιφέρονται περιστρεφόμενοι περί τον άξονα του σύμπαντος.



Σχήμα 4: Δομή αδραχτιού.



Σχήμα 5: Τα οκτώ σφονδύλια του Ηρείου αδραχτιού.

Η ιδέα του αδραχτιού προέρχεται εκ των μυθολογικών υφαντριών της μοίρας των ανθρώπων (Εικών 8), ήτοι των τριών κατά Πλάτωνα μοιρών της Λαχέσεως, της Ατρώπου και της Κλωθούς (Πλάτων, *Πολιτεία*, 617 b-d). Η ψυχή του Ηρός, επίσης, παρατήρησεν οκτώ Σειρήνες καθήμενες εις το χεῖλος των σφονδύλιων του αδραχτιού, εκάστη άδουσα έναν συγκεκριμένον φθόγγον.



Εικόν 8: Οι μυθολογικοί υφάντες της μοίρας των ανθρώπων.

Αυτό το ταξίδι της ψυχής εις την κοσμικήν μουσικήν βασίζεται προφανώς εις τον Πυθαγόραν και τους οπαδούς του. Οι οκτώ φθόγγοι της κοσμικής λύρας του Πλάτωνος ακούγονται υπό των επτά πλανητών (συμπεριλαμβανομένου του Ήλιου και της Σελήνης) και υπό της σφαίρας των απλανών αστέρων.

Ο βαρύτερος φθόγγος είναι αυτός του Κρόνου (Υπάτη) και ο οξύτερος αυτός της Σελήνης (Νεάτη).

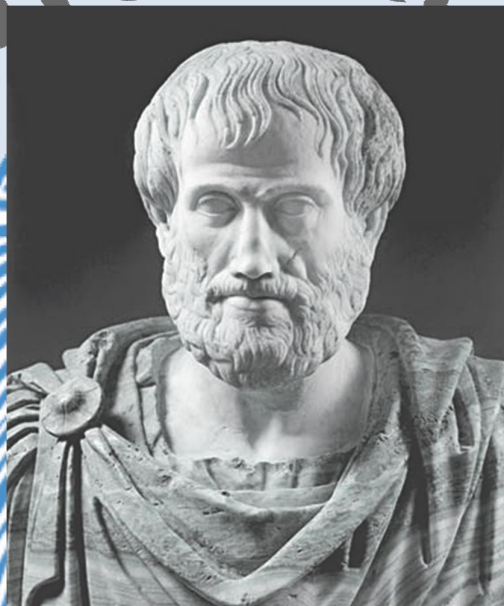
Σημειωτέον ότι ο Πυθαγόρειος Φιλόλαος είχε προτείνει μίαν μη γεωκεντρικήν δομήν περί το Κεντρικόν Πυρ δέκα περιστρεφομένων ηχουσών (;) σφαιρών με την καινοτομίαν ότι επί της σφαίρας της Γης και εις αντιδιαμετρικήν προς αυτήν θέσιν ευρίσκετο η Αντιγή ή Αντίχθων (Αριστοτέλης, *Μετά τα φυσικά* Α5 986a3) (Σχήμα 6).



Σχήμα 6: Μοντέλλο του ηλιακού συστήματος κατά τον Φιλόλαο.

Εις τον *Τίμαιον* του Πλάτωνος η δημιουργία της Ψυχής του Κόσμου, ήτοι μίας διατονικής μουσικής κλίμακος συγχορτικού εύρους τεσσάρων διαπασών, ενός διαπέντε και ενός επογδόου τόνου, μας παρέχει ένα μοντέλο για την δομήν του φυσικού Σύμπαντος ως αποτέλεσμα της χρήσεως αφενός της Πλατωνικής μεγίστης τετρακτύος 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 και αφετέρου των Πυθαγορείων μουσικών συμφωνιών και μεσοτήτων.

Μαθητής του Πλάτωνος ο Αριστοτέλης (Εικόν 9) εις το βιβλίο του *Περί Ουρανού* ομιλεί περί την αρμονίαν των σφαιρών και είναι ο πρώτος, όστις την διατυπώνει και την αποδίδει εις τους Πυθαγορείους, απορρίπτων αυτήν συγχρόνως.



Εικόν 9: Ο Αριστοτέλης, ο Σταγειρίτης.

Συγκεκριμένως, αναφέρει ότι οι Πυθαγόρειοι υπέθετον ότι τα ουράνια σώματα έψαλλον την κοσμικήν μουσικήν, διότι όφειλον να παραγάγουν κάποιον ήχον κινούμενα εις τον χώρον. Έχοντες τοσούτον πελώριον μέγεθος οι πλανήτες, έπρεπε να παράγουν κάποιον ήχον, κινούμενοι εντός του αιθέρος, ο οποίος πληροί τον χώρον, όπως ακριβώς τα γήινα σώματα παράγουν δονήσεις, κινούμενα εντός του αέρος. Οι άνθρωποι δεν ακούν τη μουσικήν ταύτην, διότι την έχουν συνηθίσει, όπως οι χαλκουργοί έχουν συνηθίσει τον ήχον των σφυριών των, των προσπιπτόντων επί του άκμωνος.

Η απόλυτος σιωπή βασιλεύει εις την περιοχήν πέραν του κόσμου, ένθα κατοικούν οι αριθμοί και η Μονάς. Δια τούτο και οι Πυθαγόρειοι ενίοτε αναφέρουν την Μονάδα ως «σιγήν» ή «σιωπήν».

Ο Αριστοτέλης προσεπάθησεν να αντικρούσει την ύπαρξιν της αρμονίας των σφαιρών, υποστηρίζων ότι, εάν όντως υπήρχεν, θα είχαν καταστροφικές συνέπειες για την Γην.

Γενικώς, ο Αριστοτέλης εις την αναφοράν του αυτήν περί την αρμονίαν των σφαιρών δεν αναφέρεται εις ένα πυθαγόρειον σχέδιον αστρονομικού συστήματος επί τη βάσει συμφώνων μουσικών διαστημάτων εκ του συσχετισμού αποστάσεων και ταχυτήτων των πλανητών.

Ο Αριστοτέλης υπονοεί την αρμονία των σφαιρών και εις το βιβλίο του *Μετά τα Φυσικά* (985 23b – 986 3a), όταν αναφέρει ότι οι Πυθαγόρειοι εθεώρουν τον ουράνόν ως αρμονίαν και αριθμόν, αλλά, δυστυχώς, δεν εξηγεί την θεωρίαν.

Ο Κικέρων εις το έργον του *Το Ενύπνιον του Σκιπίωνος (Somnium Scipionis)* αναφέρεται² εις την αρμονία των σφαιρών τονίζων ότι δημιουργείται εκ του παλμού και της κινήσεως των σφαιρών.

Επί τη βάσει της συγχρόνου Ακουστικής, ο ήχος, ως κύμα, ήτοι μηχανική διαταραχή των μορίων ελαστικού φορέως, προκειμένου να διαδοθεί εξ ενός σημείου εις έτερον απαιτείται η παρεμβολή αυτού του ελαστικού φορέως λ.χ. αέρος. Εις το μεσοπλανητικόν διάστημα, όμως, υπάρχει σχεδόν κενόν και εις το κενόν ο ήχος – απορριφθείσης πλέον της υπάρξεως του αιθέρος- δεν δύναται να διαδοθεί. Συνεπώς, και εις την περίπτωσιν κατά την οποίαν οι πλανήτες παρήγαγον μουσικούς ήχους, οι ήχοι αυτοί δεν θα εδύναντο να διαδοθούν μέσω του κενού έως την Γην.

Εθεωρήθη υπ' εμού απαραίτητον να παρατεθούν περί την θεωρίαν της Αρμονίας των σφαιρών των Πυθαγορείων οι περιεκτικές απόψεις του Ηρακλείτου ή Ηρακλείδου του Ποντικού, όπως αυτές έχουν διατυπωθεί εις το έργον του *Ομηρικά Προβλήματα* (12, 2, 1 – 13, 1, 4).

«Καί πρωτήν γε φυσικήν ύπεστήσατο τήν φερομένην ἀπὸ τῶν οὔστων φωνήν, οὐ μὰ Δί' οὐ μυθικῶς βέλη φθεγγόμενα τερατευόμενος, ἀλλ' ἔστιν ἐν τῷ στίχῳ θεωρία φιλόσοφος·

Ἐκλαγξαν δ' ἄρ' οὔστοι ἐπ' ὤμων χωομένοιο αὐτοῦ κινήθέντος.

Εἰσὶ γάρ, εἰσὶ τινες οὐράνιοι μεθ' ἁρμονίας ἐμμελεῖς ἤχοι κατὰ τὴν αἰδίων φορὰν ἀποσαλλόμενοι, μάλιστα δὲ τῆς ἡλιακῆς περιόδου συντόνως φερομένης. Οὐ γὰρ δήπου ῥάβδῳ μὲν ὑγρᾷ πλήξας τις εἰκὴ τὸν ἀέρα καὶ λίθον ἀπὸ σφενδόνης ἀφείς ῥοίζους ἀποτελεῖ καὶ συριγμοὺς οὕτω βαρύφθογγον, τηλικούτων δὲ σωμάτων ἢ κυκλοπόρος βία δρόμοις ἀπ' ἀνατολῆς εἰς δύσιν ἁρματηλατουμένη μεθ' ἡσυχίας τὸν σφοδρὸν ὁδοιορεῖ νόμον. Τούτους δὲ τοὺς διηνεκῶς οὐρανῷ τελουμένους φθόγγους ἀγνοοῦμεν ἢ διὰ τὴν ἀπὸ πρώτης γονῆς συνήθειαν ἐνδελεχῶς ἐνοικοῦσαν ἡμῖν, ἢ διὰ τὴν ἄμετρον υπερβολὴν τοῦ διαστήματος ἐκλυομένου τοῦ ψόφου τῷ διείργοντι μέτρῳ. Καὶ τοῦθ' ὅτι τοιοῦτόν ἐστιν, ὁ φυγαδεύων Ὅμηρον ἐκ τῆς ἰδίας πολιτείας συγκαταίνει Πλάτων οὕτω λέγων·

Ἔτι δὲ τῶν κύκλων αὐτοῦ ἄνωθεν ἐφ' ἐκάστου βεβηκέναι Σειρήνα συμπεριφερομένην φωνὴν μίαν ἰεῖσαν ἓνα τόνον· ἀπασῶν δ' ὀκτῶ οὐσῶν μίαν ἁρμονίαν συμφωνεῖν. (Πολιτεία, 617b)

Ὅμοιως δὲ καὶ ὁ Ἐφέσιος Ἀλέξανδρος ἐπεξελθὼν ὅπως κατὰ τάξιν οἱ πλάνητες ἀστέρες ὁδεύουσιν, ἐπάγει περὶ τῶν ἐκάστου φθόγων·

Πάντες δ' ἐπτατόνοιο λύρης φθόγοισι συνφθὸν ἁρμονίην προσέχουσι, διαστάς ἄλλος ἐπ' ἄλλου.

Δι' ὧν ἂν εἴη γνώριμον, ὥς οὐ κωφὸς οὐδ' ἄφθογγός ἐστιν ὁ κόσμος. Ἀρχὴ δὲ ταύτης τῆς δόξης Ὅμηρος, εἰπὼν τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας ἀλληγορικῶς βέλη, προσθεὶς δ' ὅτι φερόμεναι διὰ τοῦ ἀέρος ἐκλαγξαν ἰδίαν ἐνθεὸν τινα φωνήν.

² «Από πού προέρχονται αυτοί οι ήχοι, τόσο δυνατοί και, όμως, τόσο γλυκοί, που γεμίζουν τα αυτιά μου;»

«Η μελωδία, την οποίαν ακούς και η οποία, μολονότι βασίζεται εις άνισον χρόνον, χαρακτηρίζεται παρ' όλα αυτά από κανονικήν αρμονίαν, δημιουργείται από τον παλμόν και την κίνησιν των σφαιρών... Τα αυτιά της ανθρωπότητος, πλήρη εκ των ήχων αυτών, έχουν κωφασθῇ... και δεν δύνανται να τους αντιληφθῶν, όπως δεν δύνασαι να κοιτάξεις κατάματα τον Ἡλίον, διότι η όρασις και η αντίληψίς σου κατανικόνται υπό των ακτίνων του».

Ηράκλειτος, *Ομηρικά Προβλήματα*, 12, 2, 1 – 13, 1, 4.

[Νεοελληνική απόδοση: Κατά πρώτον αυτή η φωνή, η παραγομένη υπό των βελών, αποτελεί φυσικόν φαινόμενον. Δεν τερατολογεί, μα τον Δία, ομιλών περί μαγικών βελών παραγόντων ήχον, αλλ' ο στίχος «Καθώς κατήρχετο, εβρόντουν τα βέλη εις τους ώμους του οργισμένου θεού, όταν αυτός εκινήθη» (Α, 46) εμπεριέχει φιλοσοφικόν νόημα.

Διότι υπάρχουν, υπάρχον όντως κάποιοι ουράνιοι ήχοι αρμονικοί και μελωδικοί, παραγόμενοι υπό της αιώνιου κινήσεων των ουρανίων σφαιρών, κυρίως όταν η ηλιακή περιφορά τυγχάνει έντονος. Αφ' ης στιγμής κτυπών κάποιος με ευλύγιστον βέργα τον αέρα και ρίπτων δια της σφενδόνης έναν λίθον παράγονται τόσο έντονοι ήχοι και συριγμοί, δεν είναι δυνατόν τόσο μεγάλες μάζες να κινούνται αθορύβως κατά την περιφοράν τους εξ Ανατολών προς Δυσμάς προκειμένου να καλύψουν την εξαισίαν διαδρομήν για την οποίαν είναι προορισμένες. Αυτούς τους ήχους, τους παραγομένους συνεχώς εις τον ουρανόν τους αγνοούμεν (=δεν τους ακούμεν), είτε λόγω της υπάρχουσας εντός μας σταθεράς συνηθείας αφ' ης στιγμής εγεννήθημεν, είτε λόγω της υπερβολικώς μεγάλης αποστάσεως, η οποία μας χωρίζει από τις μάζες αυτές, οι ήχοι αυτοί διαχέονται εις το διάστημα. Και το ότι το γεγονός αυτό έτσι συμβαίνει το παραδέχεται και ο Πλάτων, ο εκδιώξας τον Όμηρον εκ της Πολιτείας του, αναφέρον τα ακόλουθα (ο μύθος του Ηρός): Επί εκάστου εξ αυτών των κύκλων εκάθητο και από μία σειρήν, η οποία περιφέρετο μαζί τους και παρήγαγεν μίαν φωνήν ενός μουσικού ύψους. Και εκ των οκτώ φωνών προέκυπτον οι συμφωνίες ενός διαπασών (=αρμονία).

Καθ' όμοιον τρόπον και ο Αλέξανδρος ο Εφέσιος (κατ' άλλους Αιτωλός) προσπαθών να εξηγήσει την καθορισμένην τροχίαν, την οποίαν διανύουν οι πλανώμενοι αστέρες (=πλανήτες) αναφέρει για τον ήχον εκάστου:

Πάντες συνηχούν με τους φθόγγους επταχόρδον λύρας, απέχοντες κατά διάστημα ο εις του άλλου.

Εξ αυτών αντιλαμβανόμεθα ότι ο κόσμος δεν είναι ούτε κωφός, ούτε βωβός. Ο Όμηρος ήτο ο πρώτος, ο οποίος διετύπωσεν την εν λόγω άποψιν, ονομάζων τις ηλιακές ακτίνες βέλη, προσθέτων ότι, διασχίζουσες τον αέρα, παράγουν κάποια ιδιικήν των θεϊκήν φωνήν.]

Από τον Θέωνα τον Σμυρναίο (XV 140) σώζονται μερικοί εξάμετροι στίχοι εξ ενός διδακτικού ποιήματος του Αλεξάνδρου του Αιτωλού³ με θέμα την αρμονίαν των σφαιρών.

³ Αλέξανδρος ο Αιτωλός: ποιητής, καταγόμενος από την Πλευρώνα της Αιτωλίας, γι' αυτό αποκαλείται και Πλευρώνιος. Είναι γνωστός και ως Αλέξανδρος ο Σατύρου. Γεννήθηκε στην Πλευρώνα της Αιτωλίας περίπου το 320 π.Χ. Νέος μετέβη στην Αλεξάνδρεια, τότε που ο Πτολεμαίος ο Φιλάделφος κατάρτιζε τη μεγάλη βιβλιοθήκη, την οποία ο πατέρας του ο Πτολεμαίος ο Σωτήρ είχε αρχίσει να συγκεντρώνει. Ο Ζηνόδοτος και ο Λυκόφρων ήσαν επιφορτισμένοι με τη συλλογή και την ταξινόμηση των βιβλίων. Ο Πτολεμαίος ο Φιλάделφος ανέθεσε στον Αλέξανδρο την ταξινόμηση των τραγωδιών της κλασικής εποχής καθώς επίσης και των σατυρικών δραμάτων. Ο Αλέξανδρος διέμεινε στην Αλεξάνδρεια επί δέκα έτη. Μετά πήγε στην αυλή του βασιλέα της Μακεδονίας του Αντίγονου του Γονατά.

Ο Αλέξανδρος ο Αιτωλός δεν μας είναι γνωστός μόνον ως κριτικός. Όταν εργαζότανε στη Βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας, έγραψε και ο ίδιος τραγωδίες, οι οποίες τον κατέταξαν ανάμεσα στην πλειάδα των Αλεξανδρινών τραγωδών, που αποτελούσαν λ.χ. ο Λυκόφρων, ο Σωσιφάνης, ο Σωσίθεος, ο Διονυσιάδης, ο Όμηρος Βυζάντιος, ο Φίλισκος ο Κερκυραίος κ.α. «Άστραγαλισταί» είναι ο τίτλος ενός δράματός του, που πραγματεύεται τα της νεανικής ηλικίας του Πάτροκλου. Μας έχουν σωθεί και αποσπάσματα από δύο ελεγείες του, που φέρουν τους τίτλους «Απόλλων» και «Μούσαι».

γαῖα μὲν οὖν ὑπάτη τε βαρεῖα τε μεσσόθι ναίει·
ἀπλανέων δὲ σφαῖρα συνημμένη ἔπλετο νήτη·
μέσσην δ' ἥελιος πλαγκτῶν θέσιν ἔσχεθεν ἄστρον·
τοῦ δ' ἀπὸ δὴ ψυχρὸς μὲν ἔχει διὰ τέσσαρα κύκλος·
κείνου δ' ἡμίτονον φαίνων ἀνίησι χαλασθεῖς,
τοῦ δὲ τόσον φαέθων ὅσον ὄβριμος Ἄρεος ἀστήρ·
ἥελιος δ' ὑπὸ τοῖσι τόνον τερψίμβροτος ἴσχει,
αἴγλης δ' ἡελίοιο τριημίτονον Κυθήρεια·
ἡμίτονον δ' ὑπὸ τῷ στίλβων φέρεθ' Ἑρμείας,
τόσον δὲ χρωσθεῖσα φύσιν πολυκαμπέα μήνη·
κέντρον δ' ἡελίοιο θέσιν διὰ (πέντ') ἔλαχε χθών·
αὕτη πεντάζωνος ἀπ' ἡέρος εἰς φλογόεν πῦρ
ἄρμοσθεῖς· ἀκτίσι πυρὸς κρυερῇσι τε πάχυναις
οὐρανοῦ ἐξάτονον τόνον ἔσχεθε τὸν διὰ πασῶν.
τοίην τοι σειρήνα Διὸς παῖς ἤρμοσεν Ἑρμῆς,
ἐπτάτονον κίθαριν, θεομήστορος εἰκόνα κόσμου.

[Νεοελληνική απόδοσις:

Ἡ μὲν Γῆ λοιπόν, ὡς προσλαμβανόμενος, τοποθετεῖται εἰς τὸ κέντρον,
ἡ δὲ σφαῖρα τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων ἥτοι πάντοτε ἡ νήτη συνημμένων,
ὁ δὲ ἥλιος κατεῖχεν τὴν Μέσσην τῶν περιπλανομένων ἀστρῶν,
καὶ ἀπὸ ἐκεῖνον (τὸν ἥλιον) ἡ υαλίνη σφαῖρα (τῶν ἀπλανῶν) σχηματίζει τὸ διάστημα δια-
τεσσάρων (τῆς τετάρτης),
καὶ ἀπὸ ἐκείνην (τὴν υαλίνην σφαῖραν τῶν ἀπλανῶν) ὁ Κρόνος χαλαρούμενος κατέρχεται
ἐνὰ ἡμίτονον,
καὶ ἀπὸ αὐτόν (τὸν Κρόνον) ὁ Ζεὺς ἀπέχει ὅσο καὶ ἀπὸ τὸν ἰσχυρόν ἀστέρα τοῦ Ἄρεως,
ἐναντὶν τόνον ὑποκάτω αὐτῶν εἶναι ὁ ἥλιος, ἡ χαρὰ τῶν θνητῶν,
καὶ ἀπὸ τὴν αἴγλην τοῦ ἡλίου ἐνὰ τριημίτονον μακριὰ ἡ Ἀφροδίτη,
ἐνὰ ἡμίτονον χαμηλότερα κυλά ἀκτινοβόλος ὁ Ἑρμῆς,
τόσο, λοιπόν (δηλαδή ἐνὰ ἡμίτονον), ἔπειτα ἡ Σελήνη, ἡ ὁποία χιλιοποικίλους ἀποχρώ-
σεις δίνει εἰς τὴν φύσιν,
ἐκ τοῦ κέντρον, δηλαδή ἐκ τῆς θέσεως τοῦ ἡλίου, ἔλαχεν ἡ Γῆ εἰς διάστημα δια πέντε (πέ-
μπτῃς),
πέντε εἶναι οἱ ζώνες τῆς, ἀπὸ τὸν ομιχλώδη αέρα (τοὺς πόλους)
ἕως τὸ φλογερόν πυρ (τοὺς τροπικούς),
καὶ εἶναι προσαρμοσμένη εἰς τὶς διάπυρες ἀκτίνες καὶ εἰς τὶς παγετώδεις πάχυνες.
Με ἑξὶ τόνους ὁ οὐρανὸς βρίσκεται εἰς διάστημα δια πασῶν (ογδόης).
Τοιοῦτον εἶδους πράγματι σειρήνα συνεταίριασεν ὁ Ἑρμῆς, ὁ υἱὸς τοῦ Διὸς,
ἥτοι ἐπτάχορδον λύραν, εἰκόνα τοῦ θεοπνεύστου κόσμου.]

Δια τῶν στίχων αὐτῶν ὁ Αλέξανδρος μας παρουσιάζει τὴν διάταξιν τῶν οὐρανί-
ων σφαιρῶν, τὴν ὁποίαν ἔχει καθορίσει.

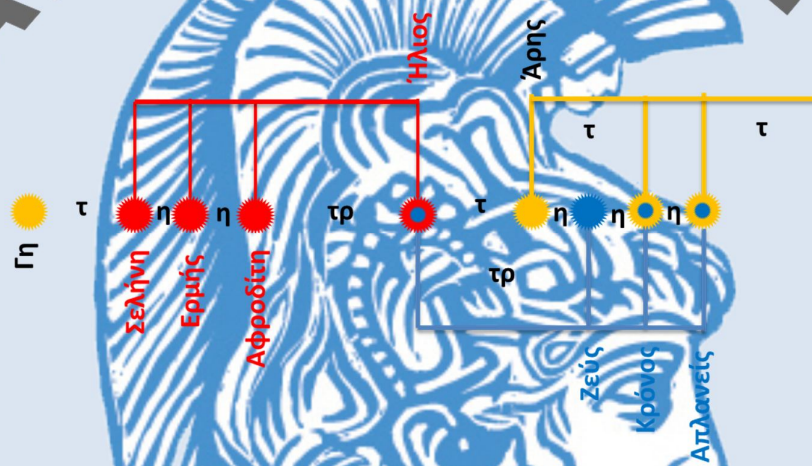
Τὶς οὐράνιες σφαῖρες τὶς τοποθετεῖ ἐπὶ τριῶν τετραχόρδων καὶ ἐνὸς προσλαμβα-
νομένου (Γῆ). Με τὸ πρῶτον τετράχορδον τὰ ἕτερα δύο ἐνοῦνται τὸ ἐνὰ δια συναφῆς

και το άλλο δια διαζεύξεως (συνημμένον και διεzeugμένον τετράχορδα ως εις το Τέλειον Μείζον Αμετάβολον σύστημα).

Το πρώτον τετράχορδον (Σελήνη, Ερμής, Αφροδίτη, Ήλιος) είναι του χρωματικού γένους με δομήν εκ της υπάτης προς την νήτην (ανιούσα διαδοχή) ημίτονον-ημίτονον-τριημίτονον.

Το συνημμένον τετράχορδον (Ήλιος, Ζεύς, Κρόνος, Απλανείς αστέρες) είναι και αυτό του χρωματικού γένους με δομήν εκ της μέσης προς την νήτην συνημμένων τριημίτονον-ημίτονον-ημίτονον.

Εκ του διεzeugμένου τετράχορδου (Αρης, Κρόνος, Απλανείς αστέρες) δεν χρησιμοποιεί την νήτην, παρά μόνον τις άλλες τρεις βαθμίδες, διότι του αρκούν προκειμένου να συμπληρώσει το διαπασών (οκτάβα). Το τετράχορδον αυτό είναι του διατονικού γένους με δομήν εκ της παραμέσης προς την νήτην τόνος-ημίτονον-τόνος.



Σχήμα 7: Η μουσική δομή των θείων γεννητών υπό του Αλεξάνδρου του Αιτωλού.

Ο προσλαμβανόμενος με πλήρη τα δύο συνημμένα τετράχορδα δομούν την οκτάβα:

$E^{\sharp\sharp} F^{\sharp\sharp\sharp} G^{\sharp\sharp} A^{\sharp\sharp} B^{\sharp\sharp} C^{\sharp\sharp\sharp} D^{\sharp\sharp} E^{\sharp\sharp}$
($F^{\flat} G^{\flat} G^{\sharp} A C^{\flat} D^{\sharp} E F^{\flat}$)

Ο προσλαμβανόμενος, το πρώτον τετράχορδον και το ελλειπές διεzeugμένον τετράχορδον δομούν την οκτάβα:

$E^{\sharp} F^{\sharp\sharp} G^{\sharp\sharp} A^{\flat} B^{\sharp} C^{\sharp\sharp} D^{\sharp\sharp} E^{\sharp}$
($F^{\flat} G^{\flat} G^{\sharp} A C^{\flat} D E F^{\flat}$)

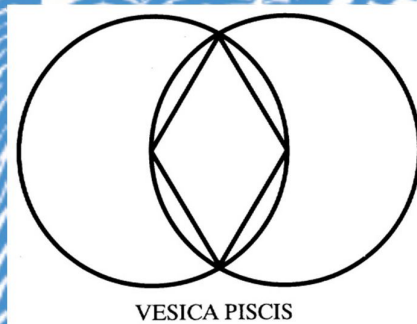
Ίσως ο Χαίντελ, επηρεασμένος υπό των θεωριών περί την αρμονίαν των σφαιρών, να θεωρεί όλες τις μουσικές κλίμακες μεθ' οπλισμού σημείων αλλοιώσεως περισσότερων των επτά διέσεων ως υπερούρανιες.

Ο Heath Thomas, εις το έργον του *Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus*, αναφέρεται εις το ποίημα αυτό και λέει ότι λανθάνει ο Θεών ο Σμυρναίος, αποδίδων τούτο εις τον Αλέξανδρον τον Αιτωλόν. Δημιουργός του ποιήματος είναι ο Αλέξανδρος της Εφέσου (1^{ος} αιώνας π.Χ.), ένας σύγχρονος του Κικέρωνος, ή, πιθανώς, όπως τον αποκαλεί ο Χαλκίδιος, ο Αλέξανδρος της Μιλήτου, ο Αλέξανδρος ο Πολύστωρ (1^{ος} αιώνας π.Χ.).

(Παρουσιάζω το λογισμικό της αρμονίας των ουρανίων σφαιρών)

Η θεωρία της αρχαιοελληνικής μουσικής φαίνεται ότι εβασίσθη επί της μελέτης των αρμονικών σχέσεων, οι οποίες υπάρχουν μεταξύ ωρισμένων παραμέτρων των τροχίων κινήσεως των ουρανίων σωμάτων. Όλες οι διασωθείσες σχετικές αναφορές εις το θέμα τούτο είναι –εσκεμμένως– πολύ ασαφείς, διότι «οὐ τὰ πάντα τοῖς πᾶσι ρητά».

Ο Βιτρούβιος, επί παραδείγματι, παραθέτει κατὰ μη ξεκάθαρον τρόπον έναν αλγόριθμον τοποθετήσεως των πλανητῶν εις το σταρέωμα ἐπὶ τη βάσει αφενός της θεωρίας των λεξαριθμῶν και αφετέρου δια της χρησιμοποιήσεως ενός γεωμετρικοῦ σχήματος, το οποίον οι αρχαίοι φιλόσοφοι το ὠνόμαζαν *vesica piscis* (Σχήμα 8). Το συγκεκριμένον γεωμετρικόν σχῆμα προκύπτει ἐκ ῥόμβου σχεδιαζομένου εις το κοινόν τμήμα δύο τεμνομένων κύκλων ἰσῆς ακτίνος, ἕκαστος των οποίων διέρχεται ἐκ του κέντρου του ἐτέρου.



Σχήμα 8: Η *Vesica Piscis* περί της οποίας ομιλεῖ ο Βιτρούβιος.

Κατὰ τον Πλίνιον, ὅστις μας παρέχει αὐτές τις πληροφορίες, ο Πυθαγόρας ἐξέλαβεν τους ἐπτὰ πλανήτες (Ερμῆς, Ἀφροδίτη, Ἄρης, Ζεὺς, Κρόνος συν τον Ἥλιον και την Σελήνην) και τον κύκλον του Ζωδιακοῦ (κύκλος των απλανῶν ἀστέρων) ὡς τους φθόγγους δύο διεζευγμένων κατιόντων χρωματικῶν τετραχόρδων και ὑποκάτω της Υπάτης εις ἀπόστασιν ἐνός τόνου, ὡς προσλαμβανόμενον φθόγγον, ἐτοποθέτησεν την Γην, κατασκευάσας την ἀκόλουθον μουσικὴν δομὴν.

Πίναξ 2: Η μουσικὴ δομὴ των πλανητῶν και των απλανῶν ἀστέρων κατὰ Βιτρούβιον.

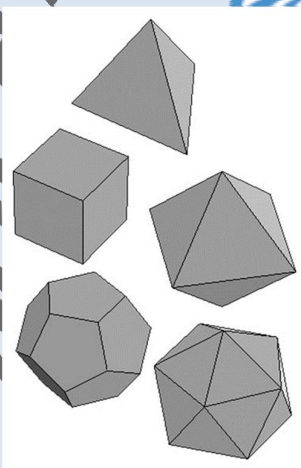
Απλανεῖς (Ζωδιακός)	Τριημίτονον	
Κρόνος		Ημίτονον
Ζεὺς	Ημίτονον	Τόνος
Ἄρης		
Ἥλιος	Τριημίτονον	Ημίτονον
Αφροδίτη		
Ερμῆς	Ημίτονον	Τόνος
Σελήνη		
Γη		

Ὡς γνωστόν, εις την φυσικὴν φιλοσοφίαν του Πλάτωνος, η οποία ἀναπτύσσεται κυρίως εις τα ἔργα του *Τίμαιος* και *Επινόμης* ἐμφανίζονται πέντε στερεά σώματα, ὅλα

του κυβικού κρυσταλλικού συστήματος, εγγράψιμα και περιγράψιμα εις σφαίραν, τα ονομαζόμενα πλατωνικά στερεά, τα οποία παίζουν εξέχοντα ρόλον. Τα πλατωνικά στερεά είναι (Σχήμα 9):

- το τετράεδρον ή τριγωνική πυραμίς, της οποίας οι τέσσερις έδρες είναι ισόπλευρα τρίγωνα
- το εξάεδρον ή κύβος, του οποίου οι έξι έδρες είναι τετράγωνα
- το οκτάεδρον, του οποίου οι οκτώ έδρες είναι ισόπλευρα τρίγωνα
- το δωδεκάεδρον, του οποίου οι έδρες είναι δώδεκα κανονικά πεντάγωνα, εξ ου και το όνομά του πενταγωνικόν δωδεκάεδρον
- το εικοσάεδρον, του οποίου οι έδρες είναι είκοσι ισόπλευρα τρίγωνα.

Ο Πλάτων εις τον *Τίμαιον* συσχετίζει το τετράεδρον με το πυρ, το εξάεδρον με την γην, το οκτάεδρον με τον αέρα, το εικοσάεδρον με το ύδωρ. Εις το δωδεκάεδρον αντιστοιχίζει την εικόνα ολοκλήρου του σύμπαντος ή, κατ' άλλους μελετητές, αντιστοιχίζει τον αιθέρα (ή πεμπτουσίαν).



Σχήμα 9: Τα πέντε πλατωνικά στερεά: το τετράεδρον ή τριγωνική πυραμίς, το εξάεδρον ή κύβος, το οκτάεδρον, το δωδεκάεδρον ή πενταγωνικόν δωδεκάεδρον και το εικοσάεδρον.

Ο Kepler εις το έργον του *Κοσμογραφικόν μυστήριον* (*Mysterium Cosmographicum*), το οποίον εξεδόθη το έτος 1595, δηλαδή πολύ προτού ανακαλύψει τους τρεις νόμους, τους διέποντες την κίνησιν των πλανητών περί τον Ήλιον (1618), έκανε μίαν προσπάθειαν να προσομοιάσει την δομήν του πλανητικού μας συστήματος προς τα πλατωνικά στερεά.

Συγκεκριμένως, εδόμησεν ένα μοντέλον του σύμπαντος χρησιμοποιών τα πέντε κανονικά Πλατωνικά στερεά ως ακολούθως:

Εθεώρησεν την Γην ως μίαν σφαίραν' το μέτρον όλων.

Περί την σφαίραν της Γης περιέγραψεν ένα πενταγωνικόν δωδεκάεδρον.

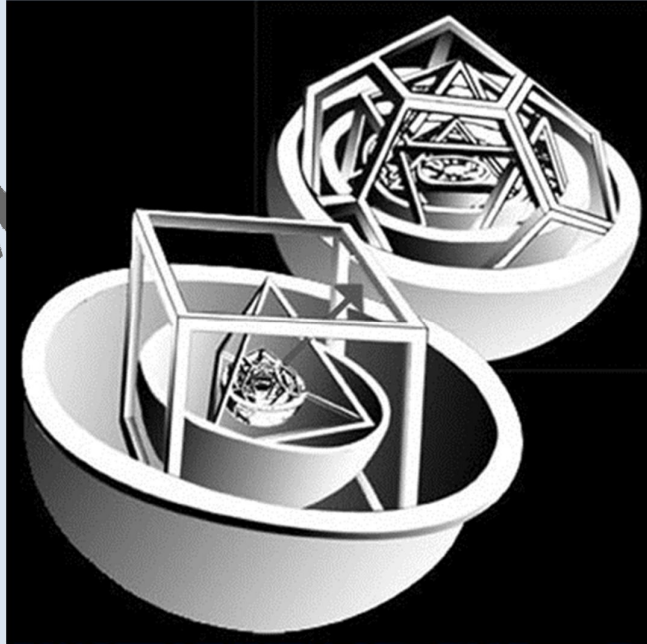
Περί το πενταγωνικόν δωδεκάεδρον περιέγραψεν μίαν σφαίραν, την σφαίραν του Άρεως.

Περί την σφαίραν του Άρεως περιέγραψεν ένα τετράεδρον. Την περιγεγραμμένην σφαίραν περί το τετράεδρον την εθεώρησεν ως την σφαίραν του Διός.

Περί την σφαίραν του Διός περιέγραψεν ένα εξάεδρον. Την περιγεγραμμένην σφαίραν περί το εξάεδρον την εξέλαβεν ως την σφαίραν του Κρόνου.

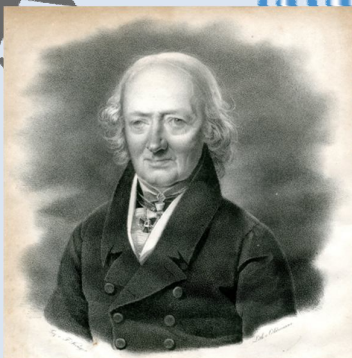
Εντός της σφαίρας της Γης ενέγραψεν ένα εικοσάεδρον και εντός αυτού ενέγραψεν την σφαίραν της Αφροδίτης.

Εντός της σφαίρας της Αφροδίτης ενέγραψεν ένα οκτάεδρον και εντός αυτού ενέγραψεν την σφαίραν του Ερμού (Εικών 10).



Εικών 10: Ο Kepler κλείνει το βιβλίο του *Κοσμογραφικών μυστήριον* (*Mysterium Cosmographicum*), το οποίο εκδόθηκε το έτος 1595, με έναν μεγαλειώδη ύμνον διακηρύσσων το πιστεύω του «Credo spatioso numen in orbe» (Πιστεύω εις μίαν ευρείαν θείαν βούλησιν, εις τον κύκλον).

Εις τον χώρο της Αστρονομίας σήμερα ο Νόμος ή Κανών των Bode-Titius αποτελεί μίαν σπουδαίαν εμπειρικήν ανακάλυψιν, ανεπιβεβαιωτον έως σήμερα, γενομένην κατά το έτος 1772 υπό του Γερμανού Αστρονόμου Johann Elert Bode, διευθυντού του Αστεροσκοπείου του Βερολίνου



Εικών 11: Johann Elert Bode (1747–1826). Γερμανός Αστρονόμος, διευθυντής του Αστεροσκοπείου του Βερολίνου. Εικοσιπενταετής ενέδυσεν μετά μαθηματικού ιματίου την σειράν των αριθμών Titius, διατυπώσας τον ομώνυμον κανόνα (1772) δια του οποίου υπεδεικνύετο η ύπαρξις ενός ετέρου πλανήτη μεταξύ Άρεως και Διός, ένθα σήμεραν υπάρχει η γνωστή ζώνη των αστεροειδών, προεληθούσα πιθανώς εκ της διασπάσεως υπάρξαντος πλανήτη.

επί τη βάσει παλαιότερων αστρονομικών παρατηρήσεων του Γερμανού Φυσικού, Μαθηματικού και Αστρονόμου Daniel von Tietz ή Titius, μετά τον εκλατινισμόν του ονόματος Tietz.



Εικόν 12: Johann Daniel von Tietz ή Titius (1729-1796) μετά τον εκλατινισμό του ονόματος Tietz. Γερμανός Φυσικός, Μαθηματικός και Αστρονόμος, καθηγητής εις το Πανεπιστήμιον της Βιτεμβέργης. Το έτος 1766 ωμίλησεν περί μιας εμπειρικής σειράς αριθμών καθορίζοντων την μέσην απόσταση των γνωστών εις αυτόν έξι πλανητών Ερμού, Αφροδίτης, Γης, Άρεως, Διός, Κρόνου και πρόβη εις σχετικήν δημοσίευσιν.



Εικόν 13: Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης (1948-), Φυσικός, Ηλεκτρονικός, Ραδιοηλεκτρολόγος Α΄ Καθηγητής Μουσικής Ακουστικής, Πληροφορικής του Τμήματος Μουσικών Σπουδών της Φιλοσοφικής Σχολής του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών.
Διευθυντής του Τομέως Τεχνολογίας Ήχου, Μουσικοπαιδαγωγικής & Βυζαντινής Μουσικολογίας.
Διευθυντής του Εργαστηρίου Μουσικής Ακουστικής Τεχνολογίας.

$$D = \frac{4 + 3 \cdot 2^n}{10}$$

Ο εν λόγω κανών ή νόμος εκφράζει μίαν σειράν αριθμών εκ της οποίας προκύπτουν προσεγγιστικώς εις αστρονομικές μονάδες οι μέσες αποστάσεις D των πλανητών του ηλιακού μας συστήματος εκ του γεννήτορος αυτών, του Ηλίου και η είναι μία παράμετρος «τάξεως» των πλανητών, οι τιμές της οποίας παρουσιάζονται εις τον κάτωθι Πίνακα 3.

Πίναξ 3: Οι τιμές της παραμέτρου n εκ του νόμου Bode-Titius.

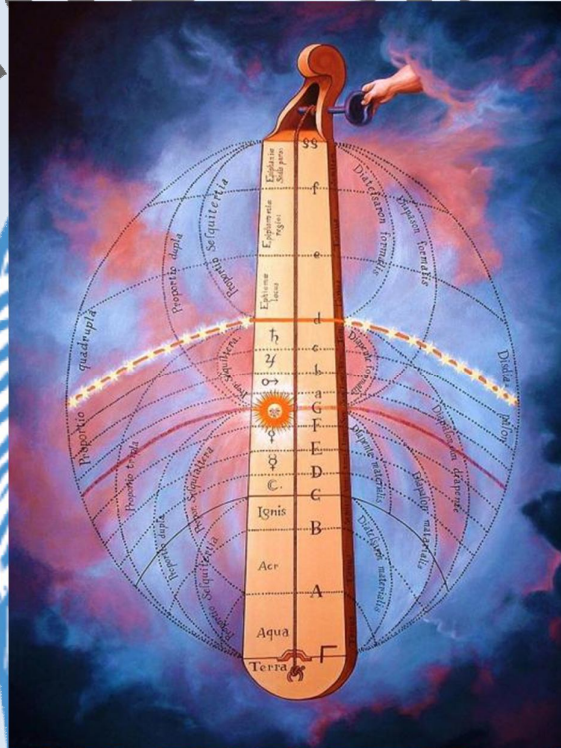
Πλανήτης	n
Ερμής	- ∞
Αφροδίτη	0
Γη	1
Αρης	2
Αστεροειδείς	3
Δίας	4
Κρόνος	5
Ουρανός	6
Ποσειδών	7
Πλούτων	8

Κατά την προσωπικήν επιστημονικήν μου έρευναν, μελετών επί έτη το πρόβλημα του «γεωμετρικού αριθμού» εκ του Η' Βιβλίου της Πολιτείας του Πλάτωνος, ησχολήθην επισταμένως μετά των Πλατωνικών απόψεων περί των θείων γενητών, ήτοι των ουρανίων σωμάτων.

Συγκεράσας την Πυθαγόρειον θεωρίαν περί την Αρμονίαν των Σφαιρών και τις Πλατωνικές απόψεις περί των θείων γενητών, ανεκάλυψα το σκεπτικόν επί του οποίου

στηριζόμενοι οι Bode-Titius, εύρον και διετύπωσαν τον φερώνυμον νόμον ή κανόνα, το οποίον σκεπτικόν ήτο άγνωστον μέχρι σήμερον εις την επιστημονικήν κοινότητα.

Ανεκάλυψα, δηλαδή, ότι ο νόμος ή κανών των Bode-Titius αποτελεί απόρροιαν της απολύτου τάξεως μεταξύ των θείων –κατά Πλάτωνα- γενητών, παρέχων μίαν μαθηματικήν έκφρασιν της Πυθαγορείου μουσικής των σφαιρών, μετουσιώνων μίαν κοσμολογικήν θεωρίαν εις μίαν μορφήν θεολογίας του σύμπαντος δια της οποίας χορδίζεται το συμπαντικόν μονόχορδον (Σχήμα 10).



Σχήμα 10: Το χόρδισμα του ουρανού μονόχορδου επί τη βάσει των τροχιών των ουράνιων σωμάτων.

- Επί τη βάσει των αριθμών της Πυθαγορείου ιεράς τετρακτύος και μόνον παρήγαγα τους αριθμούς, τους εκφράζοντες τις αποστάσεις των πλανητών εκ του Ηλίου εις αστρονομικές μονάδες, τους οποίους είχε ανακαλύψει μυστικῶ τῷ τρόπῳ προ 250 ετών ο Titius
- ✓ ενέδυσά αυτούς με ακριβέστερον μαθηματικόν ιμάτιον από ό,τι ο Bode, διατυπώνων μίαν καθολικήν, εξαιρετικῶς απλήν, κομψήν σχέσιν, τον **νόμον του Σπυρίδη**
- $$D = 2^{0.8(n-3)} = 2^{\frac{1 \cdot 2 \cdot 4(n-3)}{10}}$$
, όστις εμπεριέχει μόνον τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 της ιεράς τετρακτύος των Πυθαγορείων και τον αριθμόν $10=1+2+3+4$ του αθροίσματος αυτών.