

Ἡ ἐν ἀλληγορίᾳ Ψυχοακουστικὴ εἰς τὴν τοῦ Πλάτωνος Πολιτείαν

Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης

Καθηγητὴς Τμήματος Μουσικῶν Σπουδῶν
Φιλοσοφικῆς Σχολῆς Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν,
Κοσμήτωρ τῆς Διεθνούς Επιστημονικῆς Εταιρείας
τῆς Αρχαίας Ἑλληνικῆς Φιλοσοφίας
hspyridis@music.uoa.gr
<http://users.uoa.gr/~hspyridis>

Ἡ ἐννοία «Πολιτεία»

Ἡ λέξις πόλις προέρχεται ἐκ τοῦ ρήματος **πολέω**, ὅπερ σημαίνει περιφέρομαι, περιπλανῶμαι, συχνάζω, κατοικῶ.

Ἡ λέξις **πόλις** σημαίνει σύμπηξιν συνοικισμοῦ ἐκ τῆς συνενώσεως οικισμῶν κειμένων περιξ ἐνός ἐξ αὐτῶν.

Ὁ θεϊότατος Πλούταρχος εἰς τὸ ἔργον τοῦ «*Περὶ Μοναρχίας καὶ Δημοκρατίας καὶ Ολιγαρχίας*», πραγματευόμενος τὰς βασικὰς μορφὰς τῶν πολιτευμάτων, ἀναλύει τὰς σημασίας τοῦ ὄρου «*Πολιτεία*».

Δια τῆς ἐννοίας *Πολιτεία* ἐννοεῖται:

1. Ἡ ζωὴ τοῦ λαοῦ («ἔστι καὶ δῆμου ἢ πολιτεία βίος»)
2. Ἡ συμμετοχὴ εἰς τὰ δίκαια τῆς πόλεως («Λέγεται μὲν δὴ πολιτεία καὶ μετάληψις τῶν ἐν πόλει δικαίων»)
3. Ἡ ζωὴ πολιτικοῦ ἀνδρὸς ἀσχολουμένου με τὰ δημόσια πράγματα («λέγεται δὲ καὶ βίος ἀνδρὸς πολιτικοῦ καὶ τὰ κοινὰ πράττοντος πολιτεία»)
4. Μεμονωμένη πράξις τις ἀποσκοπούσα εἰς τὸ δημόσιον συμφέρον («ἐνιοὶ δὲ καὶ μίαν πράξιν εὔστοχον εἰς τὰ κοινὰ καὶ λαμπρὰν πολιτείαν προσαγορεύουσιν, οἷον χρημάτων ἐπίδοσιν, διάλυσιν πολέμου, ψηφίσματος εἰσήγησιν»)
5. Τὸ πολίτευμα ἢ μορφή διακυβερνήσεως («λέγεται πολιτεία τάξις καὶ κατάστασις πόλεως διοικοῦσα τὰς πράξεις»)

Νόμος καὶ Εἶδη πολιτικοῦ δικαίου

Ὁ Πλούταρχος (*Δημήτριος*, 42, 8, 3) μας μεταφέρει τὸν Πινδάρειον ὀρισμὸν τοῦ νόμου:

«νόμος δὲ πάντων βασιλεὺς κατὰ Πίνδαρόν (fr. 169, 1) ἔστι».

Ὁ Πλάτων (*Νόμοι*, 874 E–875 A) ὡς μας μεταφέρει ὁ Στοβαῖος (*Ἀνθολόγιον*, 4, 1, 131, 1-4), υποστηρίζει ὅτι εἶναι ἀπαραίτητον οἱ ἄνθρωποι νὰ θεσπίζουν

νόμους και να ζουν συμφώνως προς αυτούς· εν εναντία περιπτώσει δεν θα διαφέρουν εις τίποτα από τα εξαιρετικώς άγρια θηρία.

Δεν υπάρχει μεγαλύτερον κακόν από την αναρχίαν αναφωνεί ο Κρέων εις την τραγωδίαν Αντιγόνη του Σοφοκλέους (fr. 851 N.2).

«Άναρχίας δὲ μείζον οὐκ ἔστιν κακόν» (Στοβαίος, *Ανθολόγιον*, 4, 1, 26, 1-2).

Πάμπρωτος ο Ηρόδοτος (*Ιστορίαι*, 3, 82, 26) αναφέρεται εις τρεις τύπους πολιτεύματος· τον δήμον, την ὀλιγαρχίην και την μούναρχον, τουτέστιν την δημοκρατίαν, την ὀλιγαρχίαν και την μοναρχίαν.

Είναι αναγκαίον, αναφέρει εις το Ανθολόγιόν του ο Στοβαίος (2, 7, 26, 63-72), ή ένας ή ὀλίγοι ή ὅλοι να εξουσιάζουν τας πόλεις. Ἐκαστος εξ αυτών ενεργεί ή κατά τον σωστόν ή κατά τον φαύλον τρόπον. Σωστός είναι ο τρόπος κατά τον οποίον οι άρχοντες επιδιώκουν το κοινόν συμφέρον· φαύλος είναι ο τρόπος κατά τον οποίον οι άρχοντες επιδιώκουν το προσωπικόν των συμφέρον. Το φαύλον αποτελεί παρέκβασιν του σωστού. Λοιπόν, η βασιλεία, η αριστοκρατία και η δημοκρατία επιθυμούν το ορθόν· η τυραννίς, η ὀλιγαρχία και η οχλοκρατία επιθυμούν το φαύλον. Καθίσταται άριστον και κάποιο πολίτευμα εξ αναμείξεως των σωστών πολιτευμάτων.

Τίνι τρόπῳ θα επικρατήσει το ιδανικόν πολίτευμα εις μίαν πολιτείαν; Εις το ερώτημα αυτό ο Πλάτων (*Πολιτεία*, 473 c11-e2) απαντά ως εξής:

Εάν δεν βασιλεύσουν εις τας πόλεις οι φιλόσοφοι ή εάν αυτοί οι οποίοι σήμεραν αποκαλούνται βασιλείς και δυνάσται δεν καταρτισθούν μετά μεγάλης φιλοσοφικής γνώσεως, και δεν συμπέσει εις το ίδιο πρόσωπον και η πολιτική εξουσία και η φιλοσοφία..., δεν θα υπάρξει τελειωμός των κακών.

Κατά τον Πλάτωνα (*Πολιτεία*, 487a, 1-6) ο ιδανικός πολιτικός ανήρ φύσει ὤν μνήμων, εὐμαθής, μεγαλοπρεπής, εὐχαρις, φίλος τε καί συγγενής ἀληθείας, δικαιοσύνης, ἀνδρείας, σωφροσύνης, θα κρίνεται άψογος και υπ' αυτού του Μώμου, του θεού της χλεύης, του σκόμματος, της ειρωνίας, του σαρκασμού, της κοροϊδίας και της αποδοκιμασίας.

Εκάστην τυπικήν μορφήν πολιτεύματος ο Πλάτων την αξιολογεί βάσει του νόμου, εάν δηλαδή είναι νόμιμος ή παράνομος.

Εις την μοναρχίαν, εάν ο μονάρχης υπακούει εις εντίμους και σωστούς νόμους, η μοναρχία είναι βασιλική και είναι κατά Πλάτωνα το άριστον πολίτευμα (*Πολιτικός* 302e)· εάν δεν τηρεί τους νόμους, η μοναρχία είναι τυραννίς.

Εις την πολιτείαν των μη πολλών και δη των πλουσίων, εάν οι κυβερνώντες τηρούν τους νόμους, η μορφή του πολιτεύματος είναι αριστοκρατική, εάν, όμως, οι νόμοι καταπατώνται, το πολίτευμα είναι ὀλιγαρχικόν.

Εις την πολιτείαν των πολλών με την αυστηράν τήρησιν των νόμων έχομεν την δημοκρατίαν.

Εις το όγδοον βιβλίον της Πλατωνικής Πολιτείας αναπτύσσονται αι εξής παρεκβατικά μορφαί πολιτευμάτων:

Τυμοκρατία: πρόκειται για την αρχήν ενός προσώπου, συνήθως στρατιωτικού.

Ολιγαρχία: άρχουν ολίγοι πλούσιοι.

Δημοκρατία: άρχουν πολλοί με ελευθερία και ισότητα.

Τυραννίς: πρόκειται περί του βαρυτέρου νοσήματος της πόλεως, περί της χειροτέρας μορφής διακυβερνήσεως.

Μουσική και Πολιτεύματα

Πάντοτε οι Πυθαγόρειοι παραλληλίζουν θέματα Φιλοσοφίας και Πολιτικής με θέματα Μουσικής.

Εις το παρατιθέμενον χωρίον ο Ιωάννης Στοβαίος μεταφέρει απόψεις του Πυθαγορείου Αρχύτου του Ταραντίνου (*Περὶ νόμου καὶ δικαιοσύνης*), ὅστις θεωρεῖ τον νόμον για την ψυχήν και τον βίον του ανθρώπου ὡσαν την αρμονίαν για την ακοήν και την φωνήν.

Δέον ὅπως διευκρινισθεῖ ὅτι δια τους Πυθαγορείους αρμονία σημαίνει το διπλάσιον διάστημα, το διάστημα της οκτάβας. Ὑπ' αυτήν την έννοιαν ο πολίτης δύναται να κινείται εντός του πλαισίου του καθοριζομένου υπό του νόμου, ενώ η ακοή και η φωνή δύναται να λειτουργούν εντός του πλαισίου του διαστήματος της οκτάβας...

Διατείνομαι ὅτι πάσα κοινωνική οργάνωσις συνίσταται πρώτον εκ των αρχόντων, δεύτερον εκ των αρχομένων και τρίτον εκ των νόμων. Των νόμων ἔμψυχον στοιχείον αποτελεί ο βασιλεύς και ἄψυχον το γράμμα <του νόμου>.

Πρώτος είναι ο νόμος· δια της εμμονής εις αυτόν ο βασιλεύς είναι νόμιμος, ο άρχων ακόλουθος, ο αρχόμενος ελεύθερος και πάσα η κοινωνία ευτυχής.

Παραβαίνοντες τον νόμον ο βασιλεύς καθίσταται τύραννος, ο άρχων συνακόλουθος, ο αρχόμενος δούλος και πάσα η κοινωνία δυστυχής (*Στοβαίος, Ανθολόγιον, 4, 1, 135, 1- 14*).

Ο Στοβαίος (*Ανθολόγιον, 4, 1, 94, 30-32*) μας διασώζει την ρήσιν του Ιπποδάμου του Πυθαγορείου (*Περὶ πολιτείας*) ὅτι δηλαδή πάσα πολιτική κοινωνία ομοιάζει με μίαν παναρμόνιον λύραν, απαιτούσα υλικά κατασκευής και συναρμογάς και, το τελευταίον, απαιτούσα τον χειρισμόν και την μουσικήν δεξιότηχιάν λυρωδού τινός.

Ο πλατωνισμός αντιμετωπίζει την μουσικήν με μίαν νέαν οπτικήν. Κατά τον Πλάτωνα, δύο εντελώς αντίθετοι οντότητες είναι αδύνατον να συνδεθούν μεταξύ των άνευ της διαμεσολαβήσεως μιας τουλάχιστον μεσότητος ή δεσμού.

Μεταξύ των αντιθέτων οντοτήτων «κατανοητόν» και «μη κατανόητον» ως δεσμός παρεμβάλλεται η πνευματική και ουράνιος μουσική, ήτις, ως μια

πνευματική γλώσσα, εφηρμόζετο εις μεταφυσικάς εννοίας, αποκαλύπτουσα δι' αυτών τους αρμονικούς νόμους.

Πυθαγόρειος ΨΥΧΟΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Συμφωνία

Συμφωνία είναι η μείξις και η κράσις δύο διαφορετικών συνηχούντων φθόγγων ούτως, ώστε το αυτί να αντιλαμβάνεται ένα ενοειδές άκουσμα. Για τους Πυθαγορείους και για τους αρχαίους Έλληνες εν γένει αι συμφωνίαι εντός της οκτάβας ήσαν: η διατεσσάρων (4/3), η διαπέντε (3/2) και η διαπασών (2/1).

ἔστι δὲ συμφωνία μὲν κρᾶσις δύο φθόγγων, ὀξυτέρου καὶ βαρυτέρου· <διαφωνία δὲ τούναντίον δύο φθόγγων ἀμιξία>, ὥστε μὴ κραθῆναι, ἀλλὰ τραχυθῆναι τὴν ἀκοήν.

Κλεονείδης, Ἀρμονικὴ Εἰσαγωγή, 5, 17-20.

[εἶναι δε συμφωνία ἡ συνένωσις δύο φθόγγων, ἐνός ὀξυτέρου καὶ ἐνός βαρυτέρου· διαφωνία τούναντίον εἶναι ἡ ἀμιξία δύο φθόγγων, ὥστε το αυτί να ακούει ὄχι ἕνα ομαλό, ἀλλ' ἕνα τραχύ άκουσμα.]

ἔλεγον δὲ οἱ περὶ τὸν Ἀρχύταν ἐνός φθόγγου γίνεσθαι κατὰ τὰς συμφωνίας τὴν ἀντίληψιν τῆι ἀκοῇ.

Αρχύτας, Μαρτυρίες, Σπάραγμα 17, 1-30

[Ἐλεγον οἱ Αρχύτειοι ὅτι ἡ ἀκοή ἀντιλαμβάνεται ἕνα φθόγγον ὑφ' ἐκάστης συμφωνίας.]

Πρέπει να διευκρινισθεῖ ὅτι δια τῆς ἀνωτέρω ἐκφράσεως ὑπενόουν ὅτι ἡ ἀκοή ἀντιλαμβάνεται ἕνα φθόγγο ὑπὸ τῆς μείξεως τῶν δύο συνηχούντων φθόγγων τῆς ἐκάστοτε συμφωνίας, ὅπερ σημαίνει ὅτι εἰς τὴν ἀρχαιοελληνικὴν μουσικὴν συχίχουν δύο τουλάχιστον φθόγγοι, ὅπερ σημαίνει ὅτι ἡ ἀρχαιοελληνικὴ μουσικὴ ἦτο τουλάχιστον διφωνικὴ καὶ οὐχί μονοφωνικὴ, ὅπως λίαν κακῶς διδάσκεται εἰς τὰ σχολεῖα μας ἀνεξαρτήτως βαθμίδος.

Θεωρία του Συμμίσειν

Συμμίειν ἢ -ύω (ὀρθότ. τοῦ **συμμίειν**). Ἰων. ἐν. **συμμίειν**· μείειν ὁμοῦ, ἀναμείειν (ἀνακατώνω) τι ὁμοῦ μετ' ἄλλου, συσχετίζω τι μετὰ τινος, συνδέω, συνενώνω, συνάπτω, «σμίειν».

Γνωστοί μας οἱ συμμειγείς ἀριθμοί λ.χ. 30° 15' 40'', 4° 30' 15''.

Ο Πορφύριος σχολιάζων τα Ἀρμονικά του Κλαυδίου Πτολεμαίου (I 6 p. 107D) ἀναφέρει ὡς ἀκολουθῶς τὴν θεωρίαν τοῦ συμμείειν τοὺς ἀριθμούς:

«τῶν Πυθαγορικῶν τινες, ὡς Ἀ. καὶ Δίδυμος ἱστοροῦσι, μετὰ τὸ καταστήσασθαι τοὺς λόγους τῶν συμφωνιῶν συγκρίνοντες αὐτοὺς πρὸς ἀλλήλους καὶ τοὺς συμφώνους μᾶλλον ἐπιδεικνύει βουλόμενοι τοιοῦτόν τι ἐποίουν· πρώτους λαβόντες ἀριθμούς, οὓς ἐκάλουν πυθμένας, τῶν τοὺς λόγους τῶν συμφωνιῶν ἀποτελούντων ... τούτους οὖν τοὺς ἀριθμούς ἀποδόντες ταῖς συμφωνίαις ἐσκόπουν καθ' ἕκαστον λόγον, τῶν τοὺς ὄρους περιεχόντων ἀριθμῶν ἀφελόντες ἀφ' ἑκατέρων τῶν ὄρων ἀνὰ μονάδα, τοὺς ἀπολειπομένους ἀριθμούς μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν οἵτινες εἶεν· οἷον τῶν β α, οἵπερ ἦσαν τῆς διὰ πασῶν, ἀφελόντες ἀνὰ μονάδα ἐσκόπουν τὸ καταλειπόμενον· ἦν δὲ ἕν. τῶν δὲ δ καὶ γ, οἵτινες ἦσαν τῆς διὰ τεσσάρων, ἀφελόντες ἀνὰ μονάδα εἶχον ἐκ μὲν οὖν τῶν τεσσάρων ὑπολειπόμενον τὸν τρία, ἐκ δὲ τῶν τριῶν τὸν δύο· ὥστ' ἀπὸ συναμφοτέρων τῶν ὄρων μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τὸ ὑπολειπόμενον ἦν πέντε. τῶν δὲ γ καὶ β, οἵτινες ἦσαν τῆς διὰ πέντε, ἀφελόντες ἀνὰ μονάδα εἶχον ἐκ μὲν τῶν τριῶν ὑπολειπόμενα δύο, ἐκ δὲ τῶν δύο ὑπολειπόμενον ἕν, ὥστε τὸ συναμφοτέρον λειπόμενον εἶναι τρία. ἐκάλουν δὲ τὰς μὲν ἀφαιρουμένας μονάδας ὁμοία, τὰ δὲ λειπόμενα μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν ἀνόμοια, διὰ δύο αἰτίας, ὅτι ἐξ ἀμφοῖν τῶν ὄρων ὁμοία ἢ ἀφαίρεσις ἐγένετο καὶ ἴση· ἴση γὰρ ἢ μονὰς τῆι μονάδι· ὧν ἀφαιρουμένων ἐξ ἀνάγκης τὰ ὑπολειπόμενα ἀνόμοια καὶ ἄνισα. ἐὰν γὰρ ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῆι, τὰ λοιπὰ ἔσται ἄνισα. οἱ δὲ πολλαπλάσιοι λόγοι καὶ ἐπιμόριοι, ἐν οἷς θεωροῦνται αἱ συμφωνίαι, ἐν ἀνίσοις ὄροις ὑφεστήκασιν, ἀφ' ὧν ἴσων ἀφαιρουμένων τὰ λοιπὰ πάντως ἄνισα. γίνεται οὖν τὰ ἀνόμοια τῶν συμφωνιῶν συμμιγέτα· συμμίσγειν δὲ λέγουσιν οἱ Πυθαγόρειοι τὸ ἕνα ἐξ ἀμφοτέρων ἀριθμῶν λαβεῖν. ἔσται οὖν τὰ ἀνόμοια συντεθέντα καὶ καθ' ἑκάστην τῶν συμφωνιῶν τοιαῦτα· τῆς μὲν διὰ πασῶν ἕν, τῆς δὲ διὰ τεσσάρων πέντε, τῆς δὲ διὰ πέντε τρία. ἐφ' ὧν δ' ἄν, φασί, τὰ ἀνόμοια ἐλάσσονα ἦι, ἐκεῖνα τῶν ἄλλων εἰσὶ συμφωνότερα· σύμφωνον μὲν ἐστὶν ἢ διὰ πασῶν, ὅτι ταύτης τὰ ἀνόμοια ἕν· μεθ' ἣν ἢ διὰ πέντε, ὅτι ταύτης τὰ ἀνόμοια τρία· τελευταία δὲ ἢ διὰ τεσσάρων, ὅτι ταύτης τὰ ἀνόμοια πέντε [= fr. 4 Blass]».

[Ἐνιοι ἐκ τῶν Πυθαγορικῶν, ὡς ὁ Αρχύτας καὶ ὁ Δίδυμος ἀναφέρουν, μετὰ τὴν καθιέρωσιν τῶν λόγων τῶν συμφωνιῶν, συγκρίνοντές αὐτοὺς μεταξύ τῶν κι ἐπιθυμούντες νὰ ἐπιδείξουν ὁποῖος εἶναι εὐφωνέστερος, οὕτω πῶς ἐνήρησαν:

Ἐλαβον τοὺς πυθμένας τῶν συμφωνιῶν, ἤτοι τοὺς λόγους αὐτῶν ὑπὸ ἀνάγωγον μορφήν κλάσματος. Κατόπιν ἐξ ἐκάστου ὄρου ἐκάστου λόγου συμφωνίας ἀφήρουν τὴν μονάδα κι ἐλάμβανον τὸ ἀθροῖσμα τῶν δύο διαφορῶν. Ἐξ αὐτῶν τῶν ἀθροισμάτων ἐπορίζοντο τὸ ζητούμενον ὡς ἐξῆς:

Λόγου χάριν ἐκ τῶν ἀριθμῶν 2 καὶ 1, οἵτινες ἦσαν οἱ ὄροι τῆς διαπασῶν $\left(\frac{2}{1}\right)$, ἀφαιρούντες ἐξ ἐκάστου τὴν μονάδα ἐξήταζον τὸ τι ἀπέμενεν· ἦτο δὲ μονὰς $\frac{2-1}{1-1} \rightarrow \frac{1}{?} \quad 1$

Σημειωτέον ὅτι κατὰ τὴν ἀναφερομένην διαδικασίαν τοῦ συμμίσγειν εἰς τοὺς ἀριθμούς τοῦ διαπασῶν ἀντιμετωπίζεται ἡ διαφορά 1-1. Για τοὺς

αρχαιοέλληνας η διαφορά αυτή μεταξύ ίσων αριθμών δεν εσήμαινε μαθηματικώς κάτι ή μάλλον εσήμαινεν το τίποτα, διότι έλεγον «οὐκ ἔστι διαφορά ἐν τῇ ἰσότητι» και, μη λαμβάνοντες ταύτην υπ' ὄψιν των, συνέχιζον την επίλυσιν του προβλήματος με τους υπολοίπους αριθμούς αυτού, εφ' ὅσον υπήρχον. Σήμερον γι' αυτές τας περιπτώσεις έχομεν το μηδέν, το ουδέτερον σημεῖον της προσθαιρέσεως, το οποίον τότε ως σύμβολον το ηγνόουν, αλλ' ως ουσία, τουτέστιν ως «τίποτα», το ελάμβανον υπ' ὄψιν των.

Εκ των αριθμών 4 και 3, οίτινες ήσαν οι ὅροι της διατεσσάρων $\left(\frac{4}{3}\right)$, αφαιρούντες εξ εκάστου την μονάδα, είχαν από μεν τον τέσσερα υπόλοιπον τον τρία από δε τον τρία είχαν υπόλοιπον τον δύο $\frac{4-1}{3-1} \rightarrow \frac{3}{2}$ ὡστε εξ αμφοτέρων των ὀρων μετά την αφαίρεσιν το άθροισμα των υπολοίπων ήτο πέντε $3 + 2 = 5$.

Εκ των αριθμών 3 και 2, οίτινες ήσαν οι ὅροι της διαπέντε $\left(\frac{3}{2}\right)$, αφαιρούντες εξ εκάστου την μονάδα, είχαν από μεν τον τρία υπόλοιπον τον δύο από δε τον δύο είχαν υπόλοιπον τον ένα $\frac{3-1}{2-1} \rightarrow \frac{2}{1}$ ὡστε εξ αμφοτέρων των ὀρων μετά την αφαίρεσιν το άθροισμα των υπολοίπων ήτο τρία $2 + 1 = 3$.

Την διαδικασίαν λήψεως ενός αριθμού δια προσθέσεως των δύο διαφορών εξ εκάστης συμφωνίας οι Πυθαγόρειοι απεκάλουν «συμμίσειν τους αριθμούς».

Εκ της εμπειρίας των είχαν καταλήξει ότι ὅσον μικρότερον ήτο το αποτέλεσμα του συμμίσειν τοσούτον σπουδαιότερα ψυχοακουστικώς ήτο η αντίστοιχος συμφωνία.

Συμφωνεστέρα πασών των συμφωνιών είναι η διαπασών, διότι το αποτέλεσμα του συμμίσειν εξ αυτής είναι το ένα: έπεται η διαπέντε, διότι το αποτέλεσμα του συμμίσειν εξ αυτής είναι το τρία: και τελευταία κατατάσσεται η διατεσσάρων, διότι το αποτέλεσμα του συμμίσειν εξ αυτής είναι το πέντε.

Περί των Τετρακτύων

Αι τετρακτύες απετέλουν επινοηθέντα πολύμορφα αριθμητικά εργαλεία δια την επίλυσιν φιλοσοφικών – μαθηματικών – μουσικών - αστρονομικών κ.α. προβλημάτων.

Κατά τον Θεώνα τον Σμυρναίον (*Τα κατά το μαθηματικόν χρήσιμα εις την Πλάτωνος ανάγνωσιν*, 87, 4-7) υπάρχουν αι εξής ένδεκα εν συνόψει τετρακτύες¹:

¹ Τα τέσσερα μέλη εκάστης τετρακτύος είναι τα εξής:

1. οἶον πρώτη μονάς δυάς τριάς τετράς,
2. δευτέρα μονάς πλευρά τετράγωνον κύβος,
3. τρίτη στιγμή γραμμή επιφάνεια στερεόν,
4. τετάρτη πῦρ αἴρ ὕδωρ γῆ,

πρώτη ή κατὰ σύνθεσιν ἀριθμῶν,
δευτέρα δὲ ἢ κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἀριθμῶν,
τρίτη κατὰ μέγεθος,
τετάρτη τῶν ἀπλῶν σωμάτων,
πέμπτη τῶν σχημάτων,
ἕκτη τῶν φυομένων,
ἑβδόμη τῶν κοινωνιῶν,
ὀγδόη κριτική,
ἐνάτη τῶν μερῶν τοῦ ζῴου,
δεκάτη τῶν ὥρῶν,
ἐνδεκάτη ἡλικιῶν.

Ἡ δευτέρα ἢ κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἀριθμῶν τετρακτὺς εἶναι ἡ ονομαζομένη μεγίστη τετρακτὺς τοῦ Πλάτωνος, ἥτις ἀπαρτίζεται ἐκ τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3, 4, 9, 8, 27.

Συγκεκριμένως, ὁ Πλάτων χρησιμοποιῶν καὶ τοὺς ἐπτά ὅρους αὐτῆς τῆς τετρακτὸς, δημιουργεῖ τὴν Ψυχὴν τοῦ Κόσμου² εἰς τὸν διάλογόν του *Τίμαιος* (35a 1-36b 6) καταλήγων εἰς μίαν ἀλληλουχίαν μουσικῶν φθόγγων ολικοῦ συχνοτικοῦ εὗρους τεσσάρων διαπασῶν, ἐνὸς δια πέντε καὶ ἐνὸς ἐπογδοῦ τόνου.

Το αὐτὸ μαθηματικὸν εργαλεῖον, τὴν τετρακτὺν του, ὑπὸ ἄλλην μορφήν χρησιμοποιεῖ ὁ Πλάτων εἰς τὸ Η΄ Βιβλίον τῆς *Πολιτείας* (587b, 8 κ.εξ.) προκειμένου νὰ παραγάγῃ τὴν συνάρτησιν τοῦ εἰδῶλου ἠδονῆς, τὸ ὁποῖον συγκατοικεῖ μεθ' ἐνὸς ἐκάστου πολιτικοῦ ἀνδρός.

Συγκεκριμένως, ὁ Πλάτων μετασχηματίζει τὴν τετρακτὺν του προσδίδων εἰς ταύτην τὴν μορφήν $(1 \cdot x)^1$, $(2 \cdot x)$, $(3 \cdot x)$, $(2 \cdot x)^2$, $(9 \cdot x)$, $(8 \cdot x)$, $(3 \cdot x)^3$

καὶ ἐκφράζει τὰ σχετικὰ εἰδῶλα ἠδονῆς, τὰ συγκατοικούντα μεθ' ἐνὸς ἐκάστου πολιτικοῦ ἀνδρός δια τῶν ὁρῶν $(1 \cdot x)^1$, $(2 \cdot x)^2$, $(3 \cdot x)^3$.

-
5. πέμπτη πυραμὶς ὀκτάεδρον εἰκοσάεδρον κύβος,
 6. ἕκτη σπέρμα μήκος πλάτος βάθος,
 7. ἑβδόμη ἄνθρωπος οἶκος κώμη πόλις,
 8. ὀγδόη νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις,
 9. ἐνάτη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικὸν σῶμα,
 10. δεκάτη ἔαρ θέρος μετόπωρον χειμῶν,
 11. ἐνδεκάτη παιδίον μετράκιον ἀνὴρ γέρον.

² Βλέπε Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης, *Αναλυτικὴ Γεωμετρία γιὰ τὴν Πυθαγόρειο Μουσικὴ*, Ἐκδόσεις Grapholine, Θεσσαλονίκη, 2006 καὶ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης, *Πλάτωνος Τίμαιος: Γένεσις Ψυχῆς Κόσμου* (γραμμικὲς καὶ λαβδοειδεῖς λύσεις), Ἐκδόσεις Grapholine, Θεσσαλονίκη, 2008.

Εις την Πλατωνική Πολιτειολογίαν ο συγγραφεύς προσπαθεί να μας δώσει την εικόνα του τελείου πολιτεύματος, την ιδανικήν Πολιτείαν, ένθα έκαστος των πολιτών αναλόγως των φυσικών του προδιαθέσεων και ικανοτήτων αναλαμβάνει έναν συγκεκριμένον κι αυστηρώς καθορισμένον ρόλον, συνεπαγόμενον κι έναν αντίστοιχον τρόπον ζωής.

Ο Πλάτων εις την *Πολιτείαν* του αναφέρει το ακόλουθον πενταμερές πολιτειακόν σχήμα:

1. Πλατωνική πολιτεία, αριστοκρατία (κυβερνούν περισσότερα του ενός πρόσωπα ανήκοντα εις την τάξιν των αρίστων)

2. Κρητικολακωνική, τιμοκρατία ή φιλαρχία. Ο όρος τιμή εσήμαινε έν πολίτευμα, εις το οποίον η εξουσία απεδίδετο βάσει περιουσιακών όρων. Κατ' αυτήν την έννοιαν του όρου η ολιγαρχία του Πλάτωνος θα ήτο η τιμοκρατία.

Ο Πλάτων, αναφερόμενος εις την Τιμοκρατίαν (547-8), έπρεπε να είχεν κατά νουν τας σπαρτιατάς και τας κρητικάς πρακτικάς, αι οποίαι, μολοντί αποτελούν την πρώτην αλλοίωσιν του πολιτεύματος του κράτους, παρουσιάζουν τας μεγαλυτέρας ομοιότητας προς το σύστημα του ιδεώδους κράτους, το οποίον επρότεινε εις την Πολιτείαν του. Η άσκησις της εγκρατείας -υπό την έννοιαν της αναλογίας- εξασφαλίζει το σταθερόν μεγαλείον του Σπαρτιατικού κράτους του τιμοκρατικού πολιτεύματος, το πλησιέστερον αντίγραφον του ιδεώδους κράτους.

3. Ολιγαρχία (κυβερνούν οι πλούσιοι, ενώ οι φτωχοί δεν φέρουν μερίδιον εις την εξουσίαν). Το καπιταλιστικόν κράτος και η ολιγαρχία δια τον Πλάτωνα είναι έν και το αυτόν. Ο λαός είναι φτωχός, αβοήθητος και άνευ δικαιωμάτων. Εις έν καπιταλιστικόν κράτος -πιστεύεται ότι ο Πλάτων είχεν κατά νουν την Κόρινθον- δεν υπάρχει ούτε παιδεία, ούτε κάλλος.

4. Δημοκρατία (το ανώτατον όργανον είναι το πειθαρχημένον σύνολο των πολιτών, το «συνδούμενον» πλήθος κατά τον Σωκράτην). Η δημοκρατία εννοιολογικώς εμφανίζει το μέγιστον ενδιαφέρον δια πολλούς και διαφόρους λόγους. Είναι πολίτευμα «μειξίς και κρᾶσις τούναντίων», δεδομένου ότι εμπρικλείει άπαντα τα πολιτεύματα. Εις καθεστώς δημοκρατίας οι πάντες - ακόμη και οι υποστηρικταί της ολιγαρχίας και της τυραννίδος- είναι ελεύθεροι να διαβιούν, ως ακριβώς επιθυμούν.

5. Τυραννίς, το «έσχατον νόσημα της πόλεως»: μία μορφή εξουσίας, η πλέον αντιδημοφιλής εις τον αρχαιοελληνικόν κόσμον. Εις την τυραννίδα παύει να κυριαρχεί ο νόμος και την θέσιν του καταλαμβάνει μια προσωπική εξουσία: ο τύραννος.

Ο Πλάτων, θεωρών την τυραννίδα ως την χειρίστην πολιτειακήν αλλοίωσιν, έπρεπε να είχεν κατά νουν τας Συρακούσας και τον τύραννον αυτής, τον Διονύσιον τον Α΄.

Ο Πλάτων εμμένει και επιμένει εις το θέμα των τυράννων, διότι πιστεύει ακραδάντως ότι αντιπροσωπεύουν την τελείαν αδικίαν, το «αντίξουν» της τελείας δικαιοσύνης.

Ο Πλάτων δι' ενός αυστηρώς μαθηματικού αλγορίθμου, αναδιπλωμένου εις δύο φάσεις, αποδεικνύει ότι η ηδονή ήντινα δοκιμάζει ο βασιλικός ανήρ είναι 729 φορές μεγαλύτερα της ηδονής του τυράννου. Απλώς για λόγους εφαρμογής και μόνον του συγκεκριμένου αλγορίθμου του ο Πλάτων ασχολείται με τρεις και μόνον τρεις εξαρτημένας παραμέτρους εις εκάστην φάσιν της λύσεως του προβλήματος.

Η τριάς των ανθρώπων των πολιτευμάτων με αναφοράν εις τον ολιγαρχικόν άνθρωπον είναι:

1	Ολιγαρχικός
2	Δημοκρατικός
3	Τύραννος

Θεωρώ προς στιγμήν ότι η απόστασις του ολιγαρχικού εκ μιας απολύτου αφετηρίας είναι x . Τότε, των επομένων δύο πολιτικών ανδρών αι αποστάσεις εξ αυτής της απολύτου αφετηρίας θα είναι $2x$ και $3x$, αντιστοίχως.

Το σχετικόν είδωλον ηδονής εκάστου πολιτικού ανδρός κατά τον Πλάτωνα είναι $(1x)^1$, $(2x)^2$ και $(3x)^3$.

Τύπος ανθρώπου	Απόστασις εκ μιας απολύτου αφετηρίας	Σχετικόν είδωλον ηδονής
Ολιγαρχικός	$y_1 = 1x$	$y_1^1 = (1x)^1$
Δημοκρατικός	$y_2 = 2x$	$y_2^2 = (2x)^2$
Τύραννος	$y_3 = 3x$	$y_3^3 = (3x)^3$

Τα βήματα του μαθηματικού αλγορίθμου έχουν ως εξής:

Τύπος ανθρώπου	Απόστασις
Βασιλικός	$y_1 = 1x = 1$
Αριστοκρατικός	$y_2 = 2x = 2$
Ολιγαρχικός	$y_3 = 3x = 3$

Τύπος ανθρώπου	Απόστασις	Σχετικόν είδωλον ηδονής	Απόλυτον είδωλον ηδονής
Ολιγαρχικός	$z_1 = 1y_3$	$z_1^1 = (1y_3)^1$	$3^1 = 3$
Δημοκρατικός	$z_2 = 2y_3$	$z_2^2 = (2y_3)^2$	$(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$
Τύραννος	$z_3 = 3y_3$	$z_3^3 = (3y_3)^3$	$(3 \cdot 3)^3 = (3^2)^3 = 3^6 = 729$

Εκ του αλγορίθμου τούτου προκύπτει ότι ο Πλάτων προσδίδει εις τους πολιτικούς άνδρας «Βασιλικός», «Αριστοκρατικός», «Ολιγαρχικός»,

«Δημοκρατικός», «Τύραννος» ως απόλυτα είδωλα ηδονής τας τιμάς 1, 2, 3, 36 και 729, αντιστοίχως· τιμαί καθοριστικάί δια τα περαιτέρω.

Δια του όρου «απόλυτον είδωλον ηδονής» καθορίζεται επακριβώς το μήκος του ταλαντουμένου τμήματος χορδής μονοχόρδου δια του οποίου παράγεται έκαστος φθόγγος της Ψυχής Κόσμου.

Επειδή δια τους Πυθαγορείους μουσικό διάστημα είναι ο λόγος δύο ταλαντουμένων τμημάτων χορδής, το μήκος ταλαντουμένου τμήματος χορδής 729 μονάδων ως προς ένα ταλαντούμενον μοναδιαίον μήκος χορδής ορίζει το μουσικόν διάστημα:

$$729 = 9^3 = \frac{9^3}{8^3} \cdot 8^3 = \left(\frac{9}{8}\right)^3 \cdot (2^3)^3 = \left(\frac{9}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{1}\right)^9$$

Αυτό το μουσικόν διάστημα είναι ἔν πυθαγόρειον τρίτονον συν εννέα διαπασών (=οκτάβες)· ὅπερ σημαίνει ὅτι, αναγόμενον εντός του ενός διαπασών, ισούται με 3 επογδόους τόνους ἢ με 1 πυθαγόρειον τρίτονον $\left(\frac{9}{8}\right)^3$.

Το πυθαγόρειον τρίτονον ἦτο το πλέον διάφωνον μουσικόν διάστημα του μουσικού συστήματος, το οποίον εγνώριζεν ο Πλάτων. Εξακολουθεῖ και σήμερα να φέρει τον ἴδιον οικτρῶς διάφωνον χαρακτήρα (*diabolo in musica*) εις το δυτικόν τονικόν σύστημα 2.500 ἔτη μετά απ' αυτόν.

Αλληγορικῶς ο αριθμός 729 σημαίνει την τυραννίδα κι αντιστρόφως. Αυτό το οποίον ο Πλάτων προσπαθεῖ να μας εἶπει δια του αριθμοῦ 729 είναι: ὅπως το ανθρώπινον αὐτί δεν δύναται να ανεχθεῖ το ἄκουσμα του μουσικού τριτόνου, οὕτω πως και ο πολίτης δεν δύναται να ανεχθεῖ την τυραννίδα ως ἔν πεπολιτισμένον σύστημα.

Το απόλυτον είδωλον ηδονής του Δημοκρατικού πολιτικού ἀνδρός είναι κατά Πλάτωνα ο αριθμός 36· ἦτοι είναι ως προς ένα ταλαντούμενον μοναδιαίον μήκος χορδής το μουσικόν διάστημα:

$$36 = 4 \cdot 9 = 4 \cdot 8 \cdot \left(\frac{9}{8}\right) = 2^2 \cdot 2^3 \cdot \left(\frac{9}{8}\right) = 2^5 \cdot \left(\frac{9}{8}\right)$$

Αὐτό το μουσικόν διάστημα ισούται με 5 διαπασών και 1 ἐπόγδοον τόνον. Ἀρα, αναγόμενον εντός του ενός διαπασών, ισούται με ἕναν ἐπόγδοον τόνον $\left(\frac{9}{8}\right)$.

Αλληγορικῶς ο ἐπόγδοος τόνος σημαίνει την δημοκρατίαν κι αντιστρόφως.

Θα καταλήξω την εισηγήσή μου σχολιάζων τα λεγόμενα του τέως κοσμήτορος της Φιλοσοφικής Σχολῆς του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών κ. Εμμανουήλ Μικρογιαννάκη, ὅστις λέγει:

Η εκτροπή των πολιτευμάτων προχωρεί ολοέν προς κατώτερα διαζώματα. Συγκεκριμένως από την τιμοκρατίαν προχωρεί προς νοσηροτέρας μορφάς και φθάνει δια μιας κατακορύφου καθοδικής πορείας εις την τυραννίδα. Αι μεταβάσεις είναι μονοσήμαντοι. Εκάστη μεταβολή πραγματοποιείται προς συγκεκριμένον υποδεέστερον πολιτειακόν τύπον με κατάληξιν την τυραννίδα.

Η τυραννίς προέρχεται μόνον εκ της δημοκρατίας. Το χειρότερον με την τυραννίδα είναι ότι περιερχόμεθα εις αδιέξοδον, εις απορίαν. Κατά τον Πλάτωνα ο τύραννος είναι όχι απλώς δούλος, αλλά ο δουλικώτερος πάντων.

Κατ' εμέ το σχόλιον του κυρίου κοσμήτορος ενέχει το ακόλουθον μουσικολογικόν περιεχόμενον, εάν και μόνον εάν προβείτε προηγουμένως εις τας ακολούθους αλληγορικός αντιστοιχίσεις:

Απόλυτον είδωλον ηδονής → δυσαρμονία

Ιδανική Πολιτεία ή τέλειον Εύφωνος ακρόασις
πολίτευμα →

Πολιτικός Ανήρ	Απόλυτον Είδωλον Ηδονής	Ανηγμένον Μουσικόν Διάστημα εντός ενός διαπασών
Βασιλικός	1	Ταυτοφωνία
Αριστοκρατικός	2	Διαπασών
Ολιγαρχικός	3	Διαπέντε
Δημοκρατικός	36	Επόγδοος τόνος
Τύραννος	729	Ηυξημένη Τετάρτη ή Πυθαγόρειον Τρίτονον



Γραφική παράστασις των απολύτων ειδώλων ηδονής των πολιτικών ανδρών.

Η δυσαρμονία προχωρεί αυξουμένη εκ του συμφώνου διαστήματος της ταυτοφωνίας (1), του διαπασών ($2 = \frac{2}{1}$) και του διαπέντε ($3 = \left(\frac{2}{1}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)$) προς ολοέν και περισσότερον διάφωνα μουσικά διαστήματα καταλήγουσα δια σχεδόν

κατακορύφου καθοδικής πορείας εις την ηυξημένην τετάρτην, το πυθαγόρειον τρίτονον.

Το πυθαγόρειον τρίτονον, το διαφωνέστερο πάντων των διαστημάτων (*diabolo in musica*), ευκόλως καθίσταται αντιληπτόν ότι προέρχεται μόνον εκ του επογδόου τόνου, αφού δομείται αποκλειστικώς εκ τριών επογδών τόνων.

$$\left(\frac{9}{8}\right) \rightarrow \left(\frac{9}{8}\right)^3$$

Το αλληγορικόν νόημα αυτής της προτάσεως είναι ότι το «έσχατον νόσημα της πόλεως», ήτοι η τυραννίς, η πλέον αντιδημοφιλής εις τον αρχαιοελληνικόν κόσμον πολιτεία, προέρχεται κατ' αυτόματον τρόπον εκ της δημοκρατίας.

Ο Πλάτων δια βίου επίστευεν ότι αιτία της τυραννίδος ήτο η δημοκρατία «οὐκ ἐξ ἄλλης πολιτείας τυραννίς καθίσταται ἢ ἐκ δημοκρατίας» (*Πολιτεία*, α, 6-7).

Κατά την αλληγορικὴν αντιμετώπιση υπ' εμού της Πολιτείας κατά τον ίδιον φιλόσοφον- η τυραννίς προέρχεται κατά πολυπλοκώτερον τρόπον και ὄχι άνευ της παρεμβάσεως αλλοτρίου τινός παράγοντος, λ.χ. του λείμματος $\left(\frac{256}{243}\right)$, εκ

του Πυθαγορείου ημιολίου διαστήματος $\left(\frac{3}{2}\right)$, το οποίον -κατά Πλάτωνα-

εκφράζει την ολιγαρχίαν $\left[\left(\frac{9}{8}\right)^3 = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{256}{243}}\right)\right]$.

Το αλληγορικόν νόημα αυτής της προτάσεως είναι ότι δια να προέλθει το «έσχατον νόσημα της πόλεως», ήτοι η τυραννίς, η πλέον αντιδημοφιλής εις τον αρχαιοελληνικόν κόσμον πολιτεία εκ της ολιγαρχίας απαιτείται «ξένος δάκτυλος».

Η μουσικολογική αλληγορία της Πλατωνικής Πολιτειολογίας κρίνεται ως εξαιρετικώς ενδιαφέρουσα και αποκαλυπτική δια τας γνώσεις του Πλάτωνος – και των μουσικών της εποχής του- ὅσον αφορά εις το ψυχοακουστικόν και το αρμονικόν περιεχόμενον των μουσικών διαστημάτων.

Ὄντως, αφ' ενός εξελίσσει την Πυθαγόρειον θεωρίαν του συμμίσειν εμπλουτίζων ταύτην μετά του διαστήματος του πυθαγορείου τόνου και του διαστήματος του πυθαγορείου τριτόνου, αφ' ετέρου αξιολογεί και κατατάσσει δια της εννοίας του απολύτου ειδώλου ηδονής τα μουσικά διαστήματα της ταυτοφωνίας, του διαπασών, του διαπέντε, του επογδόου και του τριτόνου βάσει της δυσαρμονίας (παραφωνίας), ήντινα προκαλούν κατά την ακρόασίν των κατά τρόπον πρωτόφαντον, ανταγωνιζόμενον ὅλας τας συγχρόνους Ψυχοακουστικὰς θεωρίας.

Δια τούτο ισχυρίζομαι ότι ὁ Πλάτων ἐν ταῖς ἑαυτοῦ ἀλληγορικαῖς Πολιτεῖαις τοῖς μὲν μεμνημένοις τὴν Πυθαγόρειον μουσικὴν περὶ ἀρμονικῆς παθολογίας λέγει· τοῖς δὲ μὴ περὶ Πολιτειακῆς.

