

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ Χ. ΣΠΥΡΙΔΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΣΧΟΛΗ,
ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΠΟΛΗ ΖΩΓΡΑΦΟΥ Τ.Κ. 157 04
email: hspyridis@music.uoa.gr
tel/fax: 210-72.77.832

ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ,
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ
ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

Περί ΚΟΣΜΟΥ

Εμβαθύνοντας εις τα Πυθαγόρεια δόγματα, διαπιστούμεν ότι αυτά συνθέτουν μίαν θεολογίαν. Μίαν θεολογίαν, η οποία γοητεύεται να ανακαλύπτει την Θεϊαν Πρόνοιαν εις τους ακεραίους αριθμούς, οι οποίοι διέπουν, κατά την αντίληψίν της, τα φαινόμενα. Να μην λανθάνει της προσοχής μας το γεγονός ότι οι Πυθαγόρειοι ήσαν κυρίως θεολόγοι.

Επί τη βάσει αυτής της θεολογίας θα σας ομιλήσω εν τάχει περί του ΚΟΣΜΟΥ.

Ο Διογένης Λαέρτιος εις το έργον του *Βίος Φιλοσόφων*, αναφέρων Αποφθέγματα του Θαλού του Μιλησίου, γράφει:

- ✓ πρεσβύτατον τῶν ὄντων θεός· ἀγένητον γάρ.
κάλλιστον κόσμος· ποίημα γάρ θεοῦ. μέγιστον τόπος· ἅπαντα γάρ χωρεῖ.
- ✓ τὸν κόσμον γενητὸν καὶ φθαρτὸν καὶ σφαιροειδῆ·

Γράφει επίσης:

- ✓ Ἐνα τὸν κόσμον εἶναι καὶ τοῦτον πεπερασμένον, σχῆμ' ἔχοντα σφαιροειδές· πρὸς γὰρ τὴν κίνησιν ἀρμοδιώτατον τὸ τοιοῦτον, καθά φησι Ποσειδώνιος ἐν τῷ πέμπτῳ τοῦ Φυσικοῦ λόγου καὶ οἱ περὶ Ἀντίπατρον ἐν τοῖς περὶ κόσμου. ἔξωθεν δ' αὐτοῦ περικεχυμένον εἶναι τὸ κενὸν ἄπειρον.

Ο δε αρχιερέυς του Μαντείου των Δελφών Πλούταρχος διερωτάται:

- ✓ 'Τί μέγιστον;' 'κόσμος'

και εν συνεχεία αναφέρεται εις την θεϊαν δημιουργίαν του Κόσμου κατά την οποίαν ο δημιουργός ησχολήθη με την ύλην, ως καλλιτέχνης, και με τον χρόνον, ως επιστήμων. Έπλασε, ανθρώπειος έκφρασις, την ύλην και

κατεσκεύασεν τον κόσμον, δηλαδή κάτι το εξαιρετικώς εύμορφον, ένα στολίδι, ένα κόσμημα, το οποίον, υπ' αυτήν την έννοιαν, όπως μας αποκαλύπτεται δια των Πυθαγορείων δογμάτων, ο Πυθαγόρας πρώτος ωνόμασεν ΚΟΣΜΟΝ.

<Ο θεός καταβαλών> τήν μὲν ὕλην σχήμασι τήν δὲ κίνησιν περιόδοις, τήν μὲν κόσμον ἅμα τήν δὲ χρόνον ἐποίησεν. εἰκόνες δ' εἰσὶν ἄμφω τοῦ θεοῦ, τῆς μὲν οὐσίας ὁ κόσμος τῆς δ' αἰδιότητος ὁ χρόνος

Πλούταρχος, *Πλατωνικά Ζητήματα*, Ζήτημα Η', 1007, C, 10 – D, 1.

[Ο Θεός υπέταξεν την ὕλην εἰς σχήματα και την κίνηση εἰς περιόδους, ἔκανε ταυτοχρόνως την πρώτην κόσμον και την δευτέραν χρόνον. Αμφότεραι εἶναι εἰκόνες Του Θεοῦ, της οὐσίας Του ο κόσμος, της αἰδιότητός Του ο χρόνος].

Κυρίες και κύριοι, εν αρχῇ θα σας ομιλήσω περί των Λεξαρίθμων ἢ Συναρίθμων

Εκάστη ελληνική λέξις σχηματίζεται δια της παραθέσεως ορισμένου πλήθους γραμμάτων εκ του ελληνικού αλφαβήτου. Αντιμετωπίζοντες ἕκαστον γράμμα της λέξεως ως αριθμόν, κατά το ελληνικόν αριθμητάριον, η λέξις ἀπό σύνολον παρατιθεμένων γραμμάτων μετασχηματίζεται εἰς σύνολον παρατιθεμένων αριθμῶν, το ἄθροισμα των οποίων δίδει τον *λεξάριθμον* ἢ τον *συνάριθμον* της συγκεκριμένης λέξεως.

Ὅταν δύο ἢ περισσότερες λέξεις εμφανίζονται ἔχουσες τον ἴδιον λεξάριθμον, τότε ομιλούμεν περί *λεξαριθμικῆς ἰσοψηφίας* ἢ *λεξαριθμικῆς ταυτότητος* μεταξύ αυτών των λέξεων. Εἰς την περίπτωσιν *λεξαριθμικῆς ἰσοψηφίας* μεταξύ λέξεων υφίσταται μεταξύ των κάποιο εἶδος συγγενείας ως προς το φιλοσοφικόν των περιεχόμενον.

Πυθμῖν ἢ *Πυθμενικός λεξάριθμος* ἢ *Πυθμενικός συνάριθμος* μιας λέξεως εἶναι ο τελικός μονοψήφιος φυσικός αριθμός, ο οποίος προκύπτει εκ των διαδοχικῶν ἀθροίσεων των ψηφίων του λεξάριθμου μιας λέξεως. Εάν το ἄθροισμα εκ της προσθέσεως εἶναι πολυψήφιος αριθμός, η διαδικασία των προσθέσεων συνεχίζεται ἕως ὅτου προκύψει μονοψήφιον ἀποτέλεσμα.

Ὁ ὅρος *πυθμῖν* εμφανίζεται και εἰς το σύστημα αριθμῆσεως και υπολογισμῶν του Απολλωνίου, ὅπως αὐτό το διασώζει ο Πάππος εἰς το Βιβλίον II της *Συναγωγῆς* του (ἐκδοσις F. Hultsch, σελίδες 2-29).

Ὁ ἱερεὺς (ἢ ἀρχιεπίσκοπος Ρώμης) *Ἰππόλυτος* (2ος μ.Χ. αἰ.) εἰς το ἔργον του *Τοῦ κατὰ πασῶν αἰρέσεων ἐλέγχου Α* (4, 14, 1 -4, 20, 7) ἐκθέτει ἀναλυτικῶς τον Πυθαγορικόν Λογισμόν, ο οποίος ἀπέβλεπεν εἰς την πρό-

γνωσιν του μέλλοντος καθώς επίσης εις την ερμηνείαν ιστορικών γεγονότων επί τη βάσει αστρονομικών δεδομένων, ήτοι της Αστρολογίας και αριθμητικών υπολογισμών.

Επί παραδείγματι, ο λεξάριθμος των λέξεων ΚΟΣΜΟΣ και ΤΕΤΡΑΚΤΥΣ είναι ο φυσικοί αριθμοί 600 και 1626, αντιστοίχως, με πυθμενικόν λεξάριθμον τον φυσικόν αριθμόν 6, δι' αμφοτέρας. Οποία η συγγένεια αυτών των δύο λέξεων;

ΚΟΣΜΟΝ ο Πλούταρχος ονομάζει την τετρακτύν, την ιδικήν του τετρακτύν, προκειμένου να διδάξει μεταξύ των πολλών άλλων και μίαν «μυστικήν αριθμητικήν» δια της οποίας επιθυμεί να διδάξει την επίλυσιν διαφόρων θεωρητικών και πρακτικών προβλημάτων.

Οι τέσσερις πρώτοι άρτιοι ακέραιοι αριθμοί 2, 4, 6, 8 και οι τέσσερις πρώτοι περιττοί ακέραιοι αριθμοί 1, 3, 5, 7 εδόμουν την τετρακτύν κατά τον Πλούταρχον. Λεπτολογούντες και ακριβολογούντες, τον αριθμόν 36, ήτοι το άθροισμα αυτών των οκτώ αριθμών ο Πλούταρχος εθεώρει ως τετρακτύν, την οποίαν ωνόμαζεν ΚΟΣΜΟΝ και, μάλιστα, περιστρεφόμενον.

ή μὲν οὖν ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν ὕμνουμένη τετρακτὺς, τὰ ἕξ καὶ τριάκοντα, θαυμαστὸν ἔχειν δοκεῖ τὸ συγκεῖσθαι μὲν ἐκ πρώτων ἄρτίων τεσσάρων καὶ πρώτων περισσῶν τεσσάρων

Πλούταρχος, *Περί τῆς ἐν Τιμαίῳ γενέσεως Ψυχῆς Κόσμου*, 1027 F, 2-5

ή δὲ καλουμένη τετρακτὺς, τὰ ἕξ καὶ τριάκοντα, μέγιστος ἦν ὄρκος, ὡς τεθρύληται, καὶ κόσμος ὠνόμασται, τεσσάρων μὲν ἄρτίων τῶν πρώτων, τεσσάρων δὲ τῶν περισσῶν εἰς ταὐτὸ συντιθεμένων ἀποτελούμενος.

Πλούταρχος, *Περί Ἰσίδος καὶ Οσίριδος*, 381F, 6 – 382A, 4.

Γιατί ο ΚΟΣΜΟΣ είναι περιστρεφόμενος;

Κυκλικοί ή σφαιρικοί αριθμοί ωνομάζοντο υπό των Πυθαγορείων οι αριθμοί 5 και 6, και μόνον αυτοί, διότι όλες οι δυνάμεις των καταλήγουν εις τον εαυτόν των, ήτοι εις 5 και εις 6, αντιστοίχως.

Ο αριθμός 36 είναι η κατά Πλούταρχον τετρακτὺς, ἔνθα $36 = 6^2 = 6 \cdot 6$

Ο αριθμός 6, ήτοι ο λεξαριθμικός πυθμήν του ΚΟΣΜΟΥ κατά τους Πυθαγορείους, επειδή είναι κυκλικός αριθμός, ο ΚΟΣΜΟΣ κινείται κυκλικά και επειδή είναι σφαιρικός αριθμός, ο ΚΟΣΜΟΣ είναι τέλειος λόγω του σφαιρικού του σχήματος. Άλλωστε η θυγάτηρ του Πυθαγόρου, η Δαμώ, πρωτοεδίδαξεν την τελειότητα του κύκλου και της σφαίρας λέ-

γουσα: «πάντων σχημάτων κύκλον και πάντων σωμάτων σφαίραν τέλειον είναι».

Κατά την αρχαιότητα, ο τοιούτου είδους συμβολισμός εχρησιμοποιείτο ευρύτατα και εγένετο αμέσως κατανοητός υπό των μεμνημένων.

Οι Πυθαγόρειοι εις την μουσικήν αντιμετώπιζον μίαν ιεραρχίαν αριθμών.

Συγκεκριμένως, όλοι οι άρτιοι αριθμοί ($2k$) χαρακτηρίζονται εκ της ετερότητας, δηλαδή εκ της φύσεως της απροσδιορίστου δυάδος και θεωρούνται θήλεις αριθμοί, ενώ οι περιττοί (περι ίσοι) αριθμοί ($2k+1=k+1+k$) χαρακτηρίζονται εκ της ταυτότητος, δηλαδή εκ της φύσεως της μονάδος και θεωρούνται άρρηνες αριθμοί.

Το γινόμενον δύο διαδοχικών ακεραίων αριθμών $[n \cdot (n+1) \ n \in \mathbb{N}]$ γεννά έναν ετερομήκη αριθμόν, ήτοι έναν επίπεδον αριθμόν με μήκος κατά μονάδα μακρύτερον του πλάτους.

Ο Πλάτων ονομάζει αγαθούς αριθμούς τα τετράγωνα και τους κύβους, διότι υπάρχουν πάντοτε κατά τον ίδιον τρόπον και διατηρούν μίαν ισότητα. Τονίζει ότι από αγαθούς αριθμούς αγαθοί αριθμοί παράγονται.

Ο ίδιος ονομάζει φαύλους αριθμούς τους επιπέδους ετερομήκεις αριθμούς.

Εκ του λεξαριθμικού του πυθμένος $6=2 \times 3$, όστις είναι ετερομήκης αριθμός, ο ΚΟΣΜΟΣ είναι φαύλος. Εκ του λεξαρίθμου 600 του ΚΟΣΜΟΥ η φαυλότης μετριάζεται επειδή εις την δόμησιν κατ' έγκρασιν, ήτοι δια πολλαπλασιασμού, του $600=6 \times 100=2 \times 3 \times 10^2$ συμμετέχει ο αγαθός τετράγωνος αριθμός $100=10^2$.

Οι Πυθαγόρειοι υποδιαίρουν τους αρτίους αριθμούς εις δύο εναντιότητες, τους ελλιπείς και τους υπερτελείς, μεσότητα των οποίων απετέλουν οι τέλειοι αριθμοί¹.

Τέλειος εθεωρείτο ο αριθμός του οποίου το άθροισμα των γνησίων διαιρετών του (τὰ μέρη έαυτοῦ) ήτο ίσο με αυτόν καθεαυτόν τον αριθμόν².

¹ τών άπλώς άρτίων αριθμών οί μέν εισιν υπερτελεῖς, οί δέ έλλιπείς, καθάπερ άκρότητες άντικείμεναι άλλήλαις, οί δέ άνά μέσον άμφοτέρων, οί και λέγονται τέλειοι. και εισιν οί μέν άντικείσθαι λεγόμενοι άλλήλοις υπερτελεῖς τε και έλλιπείς έν τή τής άνισότητος σχέσει διαιρούμενοι εις τε τὸ πλέον και εις τὸ έλαττον· Νικόμαχος Γερασηνός, Μαθηματική Εισαγωγή, 1, 14, 1, 1-1, 14, 2, 4.

Ελλιπής θεωρείτο ο αριθμός του οποίου το άθροισμα των γνησίων διαιρετών του (τὰ μέρη έαυτοῦ) ήτο μικρότερον από αυτόν καθεαυτόν τον αριθμόν.

Υπερτελής θεωρείτο ο αριθμός του οποίου το άθροισμα των γνησίων διαιρετών του (τὰ μέρη έαυτοῦ) ήτο μεγαλύτερον από αυτόν καθεαυτόν τον αριθμόν.

Ο Ανατόλιος εις το έργον του *Περί δεκάδος και των εντός αυτής αριθμών* (9, 1-28) αναφερόμενος εις την εξάδα λέει:

Ἡ εξὰς πρώτη τέλειος· τοῖς γάρ αὐτῆς μέρεσιν ἀριθμεῖται, ἕκτον ἔχουσα, τρίτον καὶ ἥμισυ.

Η εξάς δηλαδή είναι τέλειος αριθμός, διότι $1+2+3=6$

τετραγωνιζόμενος περιέχει έαυτόν· εξάκις γάρ ἕξ λς· κυβιζόμενος δέ έαυτόν τετράγωνον· εξάκις γάρ λς σις·

Η εξάς δηλαδή είναι Κυκλικός και Σφαιρικός αριθμός.

Ο Πυθαγόρας εδίδασκεν την μετεμψύχωσιν ή, κατ' άλλους, την μετενσάρκωσιν, ότι δηλαδή ανά $6^3 = 216$ έτη η ψυχή επέστρεφεν εις την γην με μίαν κάποιαν μορφήν· ανθρώπου ή ζώου ή φυτού, έως ότου εξαγνισθεί. Η κυκλική αυτή και περιοδική διαδικασία της μετεμψυχώσεως εκφράζεται δι' ενός κυκλικού αριθμού, του 6, και μάλιστα εις την τρίτην δύναμιν.

Ο Ηρακλείδης ο Ποντικός³ μας διέσωσεν την παράδοση των μετενσαρκώσεων του Πυθαγόρου εις ένα απόσπασμα, το οποίον διασώζει ο Διογένης ο Λαέρτιος.

Αυτόν τον αριθμόν, τον 6, ο οποίος έξ άρτίου καὶ περιττοῦ τῶν πρώτων, ἄρρενος καὶ θήλεος, δυνάμει καὶ πολλαπλασιασμοῦ γίνεται, τον αποκαλούν ἄρρενόθηλυ καὶ γάμον καὶ ἄρτιοπέρισσον, ο δε Πλάτων, επειδή $1+2+3=6$ και $1 \times 2 \times 3=6$, τον αποκαλεί ΨΥΧΗΝ.

² Αντικειμένων δέ τῶν δύο τούτων ειδῶν ὡσανεὶ ἐν ἀκροτήτων τρόπῳ μεσότης φαίνεται ὁ λεγόμενος τέλειος ἐν ἰσότητι εὑρισκόμενος καὶ οὔτε τὰ μέρη έαυτοῦ πλείονα ἀποτελῶν συντεθέντα οὔτε έαυτόν μείζονα τῶν μερῶν ἀποφαίνων, ἀλλ' αἰεὶ ἴσος τοῖς έαυτοῦ μέρεσιν ὑπάρχων· τὸ δέ ἴσον τοῦ Νικόμαχος Γερασηνός, Μαθηματικὴ Εἰσαγωγή, 1, 16, 1, 1-6.

³ Ο Ηρακλείδης από τον Πόντο.

Εν κατακλιῆδι, κυρίες και κύριοι, εάν ανατρέξετε εις το Λεξικόν των Henry George Liddell & Robert Scott, θα εύρητε τα εξής τρία ρήματα με την ιδίαν ρίζαν:

- ✓ Κοσμάω: ερίζω, αγνωμονώ
- ✓ Κοσμέω: θέτω κόσμημα, κοσμώ, στολίζω, τακτοποιώ, διευθετώ, απονέμω τιμήν
- ✓ Κοσμώω: καθιστώ κόσμιον

Χαριεντιζόμενος θα σας έλεγαν ότι: το πρώτον ρήμα γεννά τον ΚΟΣΜΟΝ του αριθμού 6, τον φαύλον· το δεύτερον ρήμα γεννά τον ΚΟΣΜΟΝ του αριθμού 100, τον αγαθόν· το τρίτον ρήμα γεννά τον ΚΟΣΜΟΝ του αριθμού 600, ήτοι τον εκ της συνεργείας του 6 και του 100 γεννώμενον.

Σας ευχαριστώ.