

## Ο Αριστοτέλης κατά των Γετών Θρακών

**Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης**

Καθηγητής Τμήματος Μουσικών Σπουδών  
Φιλοσοφικής Σχολής

Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών

[hspyridis@music.uoa.gr](mailto:hspyridis@music.uoa.gr)

<http://users.uoa.gr/~hspyridis>

*Διὰ τί πάντες ἄνθρωποι, καὶ βάρβαροι καὶ Ἕλληνες, εἰς τὰ δέκα καταριθμοῦσι, καὶ οὐκ εἰς ἄλλον ἀριθμόν, οἷον β, γ, δ, ε, εἴτα πάλιν ἐπαναδιπλοῦσιν, ἐν πέντε, δύο πέντε, ὡσπερ ἑνδεκα, δώδεκα; οὐδ' αὖ ἐξωτέρῳ παυσάμενοι τῶν δέκα, εἴτα ἐκεῖθεν ἐπαναδιπλοῦσιν;*

*ἔστι μὲν γὰρ ἕκαστος τῶν ἀριθμῶν ὁ ἔμπροσθεν καὶ ἐν ἡ δύο, καὶ οὗτος ἄλλος τις, ἀριθμοῦσι δ' ὁμῶς ὀρίσαντες ἄχρι τῶν δέκα. οὐ γὰρ δὴ ἀπὸ τύχης γε αὐτὸ ποιοῦντες φαίνονται καὶ αἰεὶ· τὸ δὲ αἰεὶ καὶ ἐπὶ πάντων οὐκ ἀπὸ τύχης, ἀλλὰ φυσικόν.*

*πότερον ὅτι τὰ δέκα τέλειος ἀριθμός; ἔχων γὰρ πάντα τὰ τοῦ ἀριθμοῦ εἶδη, ἄριον περιττόν, τετράγωνον κύβον, μήκος ἐπίπεδον, πρῶτον σύνθετον.*

*ἢ ὅτι ἀρχὴ ἡ δεκάς; ἐν γὰρ καὶ δύο καὶ τρία καὶ τέτταρα γίνεται δεκάς.*

*ἢ ὅτι τὰ φερόμενα σώματα ἑννέα;*

*ἢ ὅτι ἐν δέκα ἀναλογίαις τέτταρες κυβικοὶ ἀριθμοὶ ἀποτελοῦνται, ἐξ ὧν φασὶν ἀριθμῶν οἱ Πυθαγόρειοι τὸ πᾶν συνεστάναι;*

*ἢ ὅτι πάντες ὑπῆρξαν ἄνθρωποι ἔχοντες δέκα δακτύλους;*

*οἷον οὖν ψήφους ἔχοντες τοῦ οἰκείου ἀριθμοῦ, τούτῳ τῷ πλήθει καὶ τᾶλλα ἀριθμοῦσιν. μόνον δὲ ἀριθμοῦ, τούτῳ τῷ πλήθει καὶ τᾶλλα ἀριθμοῦσιν.*

*μόνον δὲ ἀριθμοῦσι τῶν Θρακῶν γένος τι εἰς τέτταρα, διὰ τὸ ὡσπερ τὰ παιδιά μὴ δύνασθαι μνημονεῦειν ἐπὶ πολῷ, μηδὲ χρῆσιν μηδενὸς εἶναι πολλοῦ αὐτοῖς.*

Αριστοτέλης, *Προβλήματα*, 910b 23 – 911a 4

Κυρίαί και κύριοι σύνεδροι, αισθάνομαι μεγίστην ευγνωμοσύνην προς τον άριστον μαθητήν του Πυθαγορείου Πλάτωνος, τον φιλόσοφον Αριστοτέλην, όστις παρακινούμενος αμέσως ή εμμέσως εκ του «πάθους» του κατά των Πυθαγορείων, μας διέσωσεν πολυτίμους πληροφορίας περί αυτών και όχι μόνον.

Άπασαι αι πτυχαί του υπ' εμου επιλεγέντος Αριστοτελικού προβλήματος φωτίζονται είτε ισχυρώς, είτε αμυδρώς δια των τιθεμένων Αριστοτελικών ερωτήσεων, οδηγούσαι ημάς εις την αναζήτησιν του πλήθους των εν δυνάμει λύσεων του εξ ων αντλούμεν πλήθος πολυτίμων πληροφοριών περί των πυθαγορικών επιστημών των Ελλήνων των διαβιούντων επί της Ιταλικής χερσονήσου και επί της Βαλκανικής χερσονήσου από του Δουνάβεως (Ιστρου) ποταμού και νοτιώτερον.

Κυρίαί και κύριοι σύνεδροι, ως Θραξ Καθηγητής του Πανεπιστημίου Αθηνών εκ Θρηκός πατρός και Θρηίσσης μητρός εκ της Θρηκίας Ξάνθης ορμώμενος, θα σας παραθέσω εν τάχει στοιχεία τινά περί της Θράκης και των κατοίκων αυτής εκ των πάνυ παλαιών ετών.

## Η αρχαία Θράκη και οι κάτοικοι αυτής

Κατά την προομηρική και την ομηρική αρχαιότητα δια του όρου «Θράκη» εννόουν ολόκληρον την έκτασιν εκ του Πηνειού ποταμού, νοτίως, έως τον Δούναβιν (Ιστρον) ποταμόν, βορείως, και εκ της Αδριατικής, δυτικώς, έως τον Εύξεινον Πόντον, ανατολικώς. Η χώρα ονομάσθη Θράκη εκ των Θρακών, οίτινες κατώκουν εις ολόκληρον την προορισθείσαν έκτασιν.

Την εποχήν του Αριστοτέλους (4<sup>ος</sup> π.Χ. αι.) τα δυτικά όρια της Θράκης περιωρίσθησαν εις τον Αλιάκμονα ποταμόν και τα νότια όρια αυτής επερατούντο υπό του Ελλησπόντου με την θάλασσαν της Προποντίδος και του Θρακικού πελάγους.

Κατά τον Ηρόδοτον (*Ιστορίαι*, 5, 3, 1-2) οι Θράκες εθεωρούντο ο μεγαλύτερος εις αριθμόν λαός μετά τους Ινδούς «*Θρηίκων δὲ ἔθνος μέγιστόν ἐστι μετά γε Ἰνδοῦς πάντων ἀνθρώπων*».

Η αρχαία Θράκη, ως γεωγραφικός όρος, δεν ήτο ἓν κράτος με την σημερινήν ἔννοιαν του όρου και οι Θράκες δεν συμπίπτουν με έναν συγκεκριμένον λαόν. Τους Θράκας απετέλουν πολλά μικρά ή μεγάλα φύλα - ἔθνη (8 κύρια κατά τον Ηρόδοτον, 22 κατά τον Στράβωνα με περισσοτέρας των εβδομήκοντα υποδιαιρέσεις).

*Ἔστι δ' ἡ Θράκη σύμπασα ἐκ δυεῖν καὶ εἴκοσιν ἔθνῶν συνεστῶσα*  
Στράβων, *Γεωγραφικά*, 7α, 1, 47, 1-3

Οι Θράκες ήσαν τοσούτον Ἕλληνες, όσον ήσαν οι Αθηναῖοι, οι Σπαρτιάται, οι Βοιωτοί κ.λπ. Επίσης οι Ἕλληνες ήσαν τοσούτον Θράκες, όσον ήσαν οι Οδρύσαι, οι Γέται, οι Βίστονες κ.λπ. Αὕτη η κοινή καταγωγή των λαών της Ελλάδος και της Θράκης καταδεικνύεται εκ των αρχαιοτάτων μυθικών παραδόσεων, αίτινες υποκρύπτουν ιστορικήν τινά αλήθειαν.

Τονιστέον ότι οι Θράκες δεν είχαν γραπτήν γλώσσαν και δια τούτο δεν κατέλιπον γραπτά μνημεία. Ο Αιλιανός (*Ιστορικά Διάφορα*, 8, 6, 1-4) αναφέρει ότι δεν εγνώριζον γράμματα και εθεώρουν μεγίστην εντροπήν την χρήσιν των γραμμάτων.

*Ἐτῶν ἀρχαίων φασὶ Θρακῶν μηδένα ἐπίστασθαι γράμματα· ἀλλὰ καὶ ἐνόμιζον αἰσχιστον εἶναι πάντες οἱ τὴν Εὐρώπην οἰκοῦντες βάρβαροι χρῆσθαι γράμμασιν*».

Ο Στράβων καταγράφει λίαν ευστόχος μίαν παρατήρησιν εθνικής, ιστορικής και κοινωνιολογικής σημασίας. Αναφέρει ότι οι Ἕλληνες απεκάλουν ειρωνικώς τους Πελασγούς, τους Μακεδόνας και τους Θράκας βαρβάρους ουχί επειδή ωμίλουν ἄλλην γλώσσαν, ἀλλ' επειδή ωμίλουν την Ελληνικήν γλώσσαν με βαρείαν και τραχείαν προφοράν.

Οι Θράκες ήρχισαν χρησιμοποιούντες το ελληνικόν αλφάβητον και ειδικότερον την Αττικήν-Ιωνικήν παραλλαγήν αυτού από του 5<sup>ου</sup> π.Χ. αιώνας, ως τεκμαίρεται εκ των μέχρι τούδε υπάρχόντων στοιχείων.

Ἀπαντες οι αρχαῖοι ιστορικοί συμφωνοῦν ότι η θρησκεία και η μουσική εδόθησαν υπό των Θρακών εις τους υπολοίπους Ἕλληνας. Δια τούτο και η λέξις θρησκεία προέρχεται εκ της λέξεως Θρηκία.



Κατά τους αρχαιότετους χρόνους εγένοντο εις την Ελλάδα αποικίαι Θρακών και κατά τους μεταγενεστέτους χρόνους εγένοντο αποικίαι Ελλήνων εις την Θράκην.

Κατά τους χρόνους του Φιλίππου Β' και του Μ. Αλεξάνδρου με την δημιουργίαν μεγάλων αστικών κέντρων, την εγκατάστασιν πολλών αποίκων και την ανάπτυξιν των επικοινωνιών η ελληνική γλώσσα διεδόθη εις όλας τας περιοχάς της Θράκης.



Χάρτης Θρακικών φύλων και πόλεων

### Ζάμοξις ή -κατά τον Ηρωδιανόν- Ζάμοξις

Ο Ζάμοξις υπήρξεν εις θρυλικός κοινωνικός και θρησκευτικός αναμορφωτής των Γετών Θρακών<sup>1</sup>. Τον Ζαμόξιδα (ή Ζάμοξινα), νομοθέτην και θρησκευτικόν μεταρρυθμιστήν των, οι Θράκες Γέται απεκάλουν Γεβελείζιν και τον ετίμων ως θεόν.

<sup>1</sup> τὸν δὴ Ασπραῖον τῷ Πυθαγόρᾳ χαρίζεται Μνήσαρχος. ὁ δὲ λαβὼν καὶ φυσιογνωμήσας καὶ τὰς κινήσεις καὶ τὰς ἡρεμίας τοῦ σώματος ἐπισκεψάμενος ἐπαίδευεν. ταύτην γὰρ ἡκριβου πρῶτος τὴν περὶ ἀνθρώπων ἐπιστήμην, ὁποῖος τὴν φύσιν ἕκαστος εἶη μαθάνων. καὶ οὐτ' ἂν φίλον οὔτε γνῶριμον ἐποιήσατο οὐδένα πρὶν πρότερον φυσιογνωμήσῃ τὸν ἄνδρα, ὁποῖός ποτ' ἔστιν. ἦν δ' αὐτῷ καὶ ἕτερον μειράκιον ὃ ἐκ Θράκης ἐκτίσατο, ᾧ Ζάμοξις ἦν ὄνομα, ἐπεὶ γεννηθέντι αὐτῷ δορὰ ἄρκτου ἐπεβλήθη· τὴν γὰρ δορὰν οἱ Θράκες ζαλμὸν καλοῦσιν. ἀγαπῶν δ' αὐτὸν ὁ Πυθαγόρας τὴν μετέωρον θεωρίαν ἐπαίδευσε τά τε περὶ



Και ο Ηρόδοτος (IV 94-96) και ο Στράβων (C 297) παραδίδουν εις ημάς την ιδίαν ιστορίαν μετά τινων παραλλαγών, κατά την οποίαν ο Ζάμολξις προϋπήρξεν δούλος του Πυθαγόρου του Σαμίου<sup>2</sup>, του υιού του Μνησάρχου και της Πυθαΐδος ή Παρθεναιΐδος, παρά τον οποίον απέκτησεν πλήθος γνώσεων. Απελευθερωθείς υπό του φιλοσόφου, ο Ζάμολξις περιηγήθη την Αίγυπτον και διαφόρους Ελληνίδας πόλεις της Μικρασιατικής

ίερουργίας και τὰς ἄλλας εἰς θεοὺς θρησκείας· τινὲς δὲ καὶ Θαλῆν τοῦτον φασὶν ὀνομάζεσθαι. ὡς Ἡρακλέα δ' αὐτὸν προσκυνοῦσιν οἱ βάρβαροι. Διονυσοφάνης δὲ λέγει δουλεῦσαι μὲν αὐτὸν τῷ Πυθαγόρᾳ, ἐμπεσόντα δ' εἰς ληστὰς καὶ στιχθέντα, ὅτε κατεστασιάσθη ὁ Πυθαγόρας καὶ ἔφευγεν, δησαι τὸ μέτωπον διὰ τὰ στίγματα. τινὲς δ' ἔρμηνεύεσθαι τὸ ὄνομα φασὶ Ζάλμοξιν ξένος ἀνήρ. Πορφύριος, *Βίος Πυθαγόρου*, 13, 1 – 15, 5.

Photius Lex.: Ζάμολξις ... Μνασέας δὲ παρὰ Γέταις τὸν Κρόνον τιμᾶσθαι καὶ καλεῖσθαι Ζάμολξιν. Μνασέας, *Σπαράγματα*, Σπάραγμα 23, 1-3.

<sup>2</sup> καὶ γὰρ οἱ ἐκ τοῦ διδασκαλείου τούτου, μάλιστα δὲ οἱ παλαιότατοι καὶ αὐτῷ συγχρονίσαντες καὶ μαθητεύσαντες τῷ Πυθαγόρᾳ πρεσβύτεροι, Φιλόλαος τε καὶ Εὐρυτος καὶ Χαράνδας καὶ Ζάλευκος καὶ Βρύσων, Ἀρχύτας τε ὁ πρεσβύτερος καὶ Ἀρισταῖος καὶ Λῦσις καὶ Ἐμπεδοκλῆς καὶ Ζάμολξις καὶ Ἐπιμενίδης καὶ Μίλων, Λεύκιππος τε καὶ Ἀλκμαίων καὶ Ἴππασος καὶ Θυμαρίδας καὶ οἱ κατ' αὐτοὺς ἅπαντες, πλήθος ἐλλογίμων καὶ ὑπερφῶν ἀνδρῶν, τὰς τε διαλέξεις καὶ τὰς πρὸς ἀλλήλους ὁμιλίας καὶ τοὺς ὑπομνηματισμοὺς τε καὶ ὑποσημειώσεις καὶ αὐτὰ ἤδη τὰ συγγράμματα καὶ ἐκδόσεις πάσας, ὧν τὰ πλείονα μέχρι καὶ τῶν ἡμετέρων χρόνων διασώζεται, οὐ τῇ κοινῇ καὶ δημῶδει καὶ δὴ καὶ τοῖς ἄλλοις ἄσασιν εἰωθῖα λέξει συνετὰ ἐπιποιῶντο ἐξ ἐπιδρομῆς τοῖς ἀκούουσι, πειρώμενοι εὐπαρακολούθητα τὰ φραζόμενα ὑπ' αὐτῶν τίθεσθαι, ἀλλὰ κατὰ τὴν νουνομοθετημένην αὐτοῖς ὑπὸ Πυθαγόρου ἐχεμυθίαν θεῖων μυστηρίων καὶ πρὸς τοὺς ἀτελέστους ἀπορρήτων τρόπων ἦπτοντο καὶ διὰ συμβόλων ἐπέσκεπον τὰς πρὸς ἀλλήλους διαλέξεις ἢ συγγραφάς.

Ιάμβλιχος, *Βίος Πυθαγόρου*, 23, 104, 1 – 105, 1.

Ζάμολξις ἀνὴρ ἀγαθὸς ἦν καὶ φιλόσοφος, εἴ γε μαθητὴς Πυθαγόρου ἐγένετο. Απολλώνιος, *Επιστολαὶ Απολλωνίου*, 28, 1-3.

καὶ Ζάμολξιν ἐν Σκύθαις φασὶ, τὸν Πυθαγόρου δοῦλον. Κέλσος, 2, 55, 4-5.

#### ΔΑΜΙΣ

Εἴ γε, ὃ Τιμόκλεις, ὅτι με ὑπέμνησας τῶν κατὰ ἔθνη νομιζομένων, ἀφ' ὧν μάλιστα συνίδει τις ἂν ὡς οὐδὲν βέβαιον ὁ περὶ θεῶν λόγος ἔχει· πολλὴ γὰρ ἡ ταραχὴ καὶ ἄλλοι ἄλλα νομίζουσι, Σκύθαι μὲν ἀκινάκη θύοντες καὶ Θραῖκες Ζαμόλξιδι, δραπέτη ἀνθρώπων ἐκ Σάμου ὡς αὐτοὺς ἤκοντι, Λουκιανός, *Jupiter tragoedos*, 42, 2-7.

ἔσχε <ὁ Πυθαγόρας> καὶ δοῦλον Ζάμολξιν, ὃ Γέται θύουσι, Κρόνον νομίζοντες, ὡς φησιν Ἡρόδοτος (iv. 95 sq.).

Διογένης Λαέρτιος, *Βίος Φιλοσόφων*, 8, 1, 12-14.

Γέται δὲ ἔθνος βάρβαρον οὐκ ἄγευστον φιλοσοφίας πρεσβευτὴν αἰροῦνται πρὸς Ζάμολξιν ἥρωα κατ' ἔτος, ὁ δὲ Ζάμολξις ἦν τῶν Πυθαγόρου γνωρίμων.

Κλήμης ὁ Ἀλεξανδρεὺς, *Stromata*, 4, 8, 57, 1, 1.

Ζάμολξις οἰκέτης ἦν Πυθαγόρου, καὶ προσεκύνησαν αὐτὸν οἱ Γέται. Στοβαῖος, *Ανθολόγιον*, 4, 19, 43, 2-3.

ἀλλὰ πολὺ πρότερός μοι δοκεῖ ὁ Ζάμολξις Πυθαγόρου γενέσθαι. Φώτιος, *Λεξικόν & Ἑλλάνικος*, *Σπαράγματα*, Σπάραγμα 73, 12-13.

και ηπειρωτικής Ελλάδος εμπλουτίζων γνώσεις και βάλαντιον. Σοφός και πλούσιος επέστρεψεν εις την πατρίδα του και εις τους παιδευτούς συμπατριώτας του, τους Γέτας.

Έχων διδαχθεί τα περί της Φιλοσοφίας και της Αστρονομίας υπό του εξοχότερου των Ελλήνων φιλοσόφων, του Πυθαγόρου, ανέλαβεν να εκπαιδεύσει τους Γέτας, αρχίζων εκ των ηγετών των, διδάσκων την αθανασίαν, ήτοι ότι ούτε αυτοί οι ίδιοι, αλλ' ούτε οι απόγονοι αυτών θα αποθάνουν κατ' ουσίαν, αλλά θα μεταβούν εις τόπον τινά εις τον οποίον θα ζουν αιωνίως απολαμβάνοντες πάντων των αγαθών.

Ο Ζάλμοξις κατέστη συμβασιλεύς και σύμβουλος του βασιλέως των Γετών Θρακών καθώς επίσης και νομοθέτης αυτών κατά το Πυθαγόρειον πνεύμα.

Ο φιλόσοφος Ζάλμοξις κατάρθωσεν να οργανώσει την πολυάριθμον φυλήν των Γετών εις μίαν ενότητα, να τους διδάξει να εγκαταλείψουν τον νομαδικόν βίον εγκαθιστάμενοι μονίμως εις έναν τόπον, διαβιούντες ομαδικώς και δημιουργούντες κοινότητα. Δια τούτο ο Στράβων τον αποκαλεί «ιδρυτήν πόλεων». Τους edίδαξεν τας αγροτικές εργασίας, ώστε να εξασφαλίζουν τα προς το ζην. Τους ωργάνωσεν επί βάσεως αλληλεγγύης, ομοφύλου αγάπης και ενότητος. Edίδαξεν εις αυτούς την δικαιοσύνην, τους επέβαλεν την ανοχήν δια την ηρεμίαν των ενστίκτων και τους ενέπνευσεν τον πατριωτισμόν.

Κορωνίς του αναμορφωτικού έργου του Ζαλμόξιδος αποτελεί η κατά τα πυθαγόρεια πρότυπα Νομοθεσία καθώς επίσης η θρησκεία και η θρησκευτική πίστις, την οποίαν τους edίδαξεν αναμορφώνων Ορφικοπυθαγορικά πρότυπα.

Μετά θάνατον ελατρεύθη ως θεός υπό των Γετών Θρακών, των κατοικούντων εις την παραδουνάβειον Θράκην και επί των κορυφών των Καρπαθίων ορέων.

Εις τον Ζαλμόξίδα αναφέρεται ο Πλάτων (*Χαρμίδης*, 156d1 – 157c6), ο αυτοκράτωρ Ιουλιανός (*Παραμυθία*, 3, 27-45 και *Κρόνια*, 4, 20-23) και ο Στοβαίος (*Ανθολόγιον*, 4, 37, 23, 1-18).

### Ψήγματα περί των Πυθαγορείων αριθμών

Ο Πρόκλος (*Πλάτωνος «Αλκιβιάδη ι»*, 259,13-14) μας παραδίδει ότι «και ο Πυθαγόρας των μεν όντων πάντων σοφώτατον έλεγεν είναι τον αριθμόν» και ο Νικόμαχος ο Γερασηνός (*Αριθμητική Εισαγωγή*, 1, 7, 1, 1-2) ότι «Αριθμός έστι πλήθος ώρισμένον ή μονάδων σύστημα ή ποσότητος χύμα εκ μονάδων συγκείμενον».

Οι Πυθαγόρειοι εις την μουσικήν αντιμετώπιζον τους αριθμούς βάσει μιας ιεραρχίας.

Οι περιττοί (περί ίσοι) αριθμοί ( $2k+1=k+1+k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ) χαρακτηρίζονται εκ της ταυτότητος, δηλαδή εκ της φύσεως της μονάδος και θεωρούνται άρρενες αριθμοί. «Περισσός αριθμός έστιν ό μη διαιρούμενος δίχα ή [ό] μονάδι διαφέρων άρτίου αριθμού» (Ευκλείδου, *Στοιχείων ζ*).

Οι άρτιοι αριθμοί ( $2k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ) χαρακτηρίζονται εκ της ετερότητος, δηλαδή εκ της φύσεως της απροσδιορίστου δυάδος και θεωρούνται θήλεις αριθμοί. «Άρτιος αριθμός έστιν ό δίχα διαιρούμενος» (Ευκλείδου, *Στοιχείων ζ*).

Πας αριθμός δομείται εκ περιττών και εξ αρτίων αριθμών.



Οι άρτιοι αριθμοί κατατάσσονται εις τρεις κατηγορίας, ήτοι τους αρτιάκις αρτίους<sup>3</sup>, τους αρτιοπερίττους και τους περισσάρτιους.

Οι τετράγωνοι αριθμοί (οί ἴσοι ἰσάκις) γεννώνται δια πολλαπλασιασμοῦ ενός ακεραίου αριθμοῦ ἐπὶ τον εαυτὸν του.

Οι κύβοι αριθμοί εις τον χώρον των τριῶν διαστάσεων προκύπτουν εκ του πολλαπλασιασμοῦ τριῶν ἴσων αριθμῶν.

Οι τετράγωνοι και οι κυβικοί αριθμοί ονομάζονται και ἰσομήκεις, επειδή αι πλευραὶ των τετραγῶνων σχημάτων των ἢ των κυβικῶν στερεῶν των εἶναι ἰσομήκεις.

Οι άρτιοι αριθμοί υπεδιαιρῶντο ὑπὸ των Πυθαγορείων εις δύο ἐναντιότητας: τους ἐλλειπεῖς και τους υπερτελεῖς. Μεσότης των δύο αυτῶν ἐναντιοτήτων ἦσαν οι τέλειοι αριθμοί<sup>4</sup>.

Τέλειος εθεωρεῖτο ο αριθμὸς του οποίου το ἄθροισμα των γησιῶν διαιρετῶν του (τὰ μέρη ἐαυτοῦ) ἦτο ἴσον με αυτὸν καθεαυτὸν τον αριθμὸν.

Ἐλλιπὴς εθεωρεῖτο ο αριθμὸς του οποίου το ἄθροισμα των γησιῶν διαιρετῶν του (τὰ μέρη ἐαυτοῦ) ἦτο μικρότερον ἀπὸ αυτὸν καθεαυτὸν τον αριθμὸν.

Υπερτελής εθεωρεῖτο ο αριθμὸς του οποίου το ἄθροισμα των γησιῶν διαιρετῶν του (τὰ μέρη ἐαυτοῦ) ἦτο μεγαλύτερον ἀπὸ αυτὸν καθεαυτὸν τον αριθμὸν.

Τον αριθμὸν 10 συχνάκις ἀπεκάλουν τέλειον χωρὶς ὄντως να εἶναι βάσει του προμνημονευθέντος πυθαγορικοῦ ορισμοῦ. Ὀντως, ο αριθμὸς 10 ἔχει τρεις γησιούς διαιρέτας, τους 1, 2 και 5, το ἄθροισμα των οποίων εἶναι  $8 < 10$ . Κατὰ τους προαναφερθέντας ορισμούς ο 10 εἶναι ἕνας ἐλλιπὴς άρτιος αριθμὸς.

Ο Ιάμβλιχος (*Θεολογούμενα της Αριθμητικής*, 79, 4-24) μας ἀναλύει δια στόματος Ανατολίου και ο Φιλόλαος (*Μαρτυρία*, Σπάραγμα 13) την τελειότητα της δεκάδος, οι

<sup>3</sup> Άρτιάκις οὖν ἄρτιος ἄριθμὸς ἐστὶν ὁ αὐτὸς τε εις δύο ἴσα δυνάμενος διχασθῆναι κατὰ την τοῦ γένους φύσιν και τῶν ἐαυτοῦ μερῶν ὁποτερονοῦν τοιοῦτον ἔχων δίχα διαιρετὸν και πάλιν κατὰ τὰ αὐτὰ τῶν ἐν ἐκείνῳ μερῶν ὁποτερονοῦν εις δύο ἴσα διαιρετὸν και μέχρις ἂν εις την φύσει ἄτομον μονάδα κατατήση ἢ τῶν ἀεὶ ὑπομερισμῶν διαίρεσις. οἶον

Ἀρτιοπέριττος δὲ ἐστὶν ἄριθμὸς ὁ τῷ γένει και αὐτὸς ἄρτιος ὢν, ἀντιδιαστελλόμενος δὲ ἰδικῶς τῷ προφρασθέντι ἀρτιάκις ἀρτίῳ, ὁ τὴν μὲν εις δύο ἴσα διαίρεσιν ἐπιδέχόμενος κατὰ τὸ κοινὸν γένος, τῶν μέντοι μερῶν ἐκάτερον εὐθὺς εις δύο ἴσα ἄτμητον ἔχων, οἶον ὁ ζ, ὁ ι, ὁ ιδ, ὁ ιη, ἢ κβ, ὁ κς, οἱ ὅμοιοι· μετὰ γὰρ τὸ διχασθῆναι ἕκαστον τούτων ἀδίχαστα εὐθὺς τὰ μέρη εὐρίσκεται. συμβέβηκε δὲ

Περισσάρτιος δὲ ἐστὶν ἄριθμὸς ὁ τὸ τρίτον εἶδος τοῦ ἀρτίου ἐμφαίνων, κοινὸς ὢν ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων ὡσανεὶ δύο ἀκροτήτων μία τις ὢν αὐτὸς μεσότης· ὅμοιος γὰρ κατὰ μὲν τι τῷ ἀρτιάκις ἀρτίῳ ὑπάρχει, κατὰ δὲ τι τῷ ἀρτιοπερίσσω, και ὃ μὲν τοῦ ἐτέρου ἀπήλλακται, τούτῳ κοινωνεὶ τῷ λοιπῷ, ὃ δὲ κοινὸν τι ἔχει πρὸς ἕτερον, τούτῳ διαφέρει τοῦ λοιποῦ. ἐστὶ δὲ, ὅταν ἄριθμὸς ἄρτιος εις δύο ἴσα διαιρεθῆναι δυνάμενος διαιρούμενα ὁμοίως τὰ ἐαυτοῦ μέρη ἔχη, ἐστὶ δ' ὅτε και τῶν μερῶν τὰ μέρη, μέχρι μέντοι μονάδος μὴ δυνάμενος τὴν τῶν μερῶν λύσιν ἀγαγεῖν· οἷός ἐστὶν ὁ κδ, ὁ κη, ὁ μ· Νικόμαχος, *Αριθμητικὴ Εἰσαγωγή*, 1, 8, 4, 1 και εζής.

<sup>4</sup> τῶν ἀπλῶς ἀρτίων ἀριθμῶν οἱ μὲν εἰσιν ὑπερτελεῖς, οἱ δὲ ἐλλειπεῖς, καθάπερ ἀκρότητες ἀντικείμενα ἀλλήλαις, οἱ δὲ ἀνὰ μέσον ἀμφοτέρων, οἱ και λέγονται τέλειοι. και εἰσιν οἱ μὲν ἀντικεῖσθαι λεγόμενοι ἀλλήλοις ὑπερτελεῖς τε και ἐλλειπεῖς ἐν τῇ τῆς ἀνισότητος σχέσει διαιρούμενοι εἷς τε τὸ πλεόν και εις τὸ ἔλαττον

Νικόμαχος Γερασηνός, *Μαθηματικὴ Εἰσαγωγή*, 1, 14, 1, 1- 1, 14, 2, 4.

αριθμοί της οποίας, λόγω της αφηρημένης φύσεώς των, αποτελούν τα θεία πρότυπα της κοσμικής και μουσικής αρμονίας, απεικονίζοντας τας θείας ιδέας.

### Το δεκαδικόν αριθμητικόν σύστημα

Η προφορική και γραπτή αρίθμηση αποτελούν τα δύο βασικά μέσα εκφράσεως εις τον τομέα της Αριθμητικής. Εν άλλοις λόγοις, το ισχυρότερον βοηθητικόν μέσον δια τον ευρισκόμενον εις την ανάγκην να εκτελεί υπολογισμούς υπήρξεν εις πάντα τόπον και χρόνον η γραφή.

Η Αρχαιολογία και η Ιστορία των Μαθηματικών μας διδάσκουν ότι ο Homo Sapiens και αργότερον ο αρχάνθρωπος εις την κεντρικήν Αφρικήν περί το έτος 6500 π.Χ. εχάραξε τους πρώτους<sup>5</sup> αριθμούς επί του οστού του «Ισάνγκο<sup>6</sup>».

Η ανατομία του ανθρωπίνου σώματος και κυρίως οι πέντε δάκτυλοι εις έκαστον των άκρων του τον κατηύθυνον εις την επινόησιν του πενταδικού αριθμητικού συστήματος και εις το δι' αυτού πεμπάζειν.

Το ρήμα *πεμπάζω*<sup>7</sup> σημαίνει αριθμώ και, ως επισημαίνει ο ιερός Πλούταρχος (*Περί του εν Δελφοίς Ε*, 387, Ε 10), «τὸ ἀριθμεῖν οἱ σοφοὶ πεμπάζειν ὀνόμαζον».

<sup>5</sup> Πας πρώτος αριθμός διαιρείται μόνον υπό της μονάδος και του εαυτού του.

<sup>6</sup> Το οστόν του Ισάνγκο φέρει επί της επιφανείας του τρεις στήλας με εγχαράξεις. Μία εκ των τριών στηλών φέρει 11, 13, 17, και 19 εγχαράξεις, όσοι οι πρώτοι αριθμοί μεταξύ των αριθμών 10 και 20. Και οι έτεροι δύο στήλαι φαντάζουν να έχουν μαθηματικόν περιεχόμενον. Τυχαίον;

<sup>7</sup> *πεμπάσεται* κυρίως ή κατά πεντάδα αρίθμησης  
Απολλώνιος, *Ομηρικόν Λεξικόν*, 129, 27-28.

Αναπεμπάζειν. άνανεοῦσθαι, άναμιμηήσκεσθαι. [πεποιήται από τῶν τοῖς πέντε δακτύλοις τῆς χειρὸς συνεχῶς ἀριθμούντων και ἐπαναλαμβανόντων, οἰονεὶ κατά πεμπάδα ἀριθμούντων.]  
ψευδο-Ζωναράς, *Λεξικόν*, Άλφα, 204, 19-23.

Αἰολεῖς και Ἴωνες και Ἄττικοί· πεμπάζειν γάρ τὸ κατά πέντε ἀριθμεῖν·  
Φώτιος, *Λεξικόν*, Πι, 408, 24-25.

Πεμπάζειν δὲ ὡς και ἐν Ἰλιάδι ἐδηλώθη, τὸ κατά πέμπε ἤγουν πέντε ἀριθμεῖν. Αἰολικὴ δὲ λέξις τὸ πέμπε. ὅθεν και πεμπάδαρχον οἱ παλαιοὶ και πεμπάδα φασίν. ὅτι δὲ ταυτὸν πεμπάζειν και ἀριθμεῖν, δηλοῖ και ὁ ποιητὴς εἰπὼν, ἀριθμήσει εἴτα ἐπαγαγὼν τὸ πεμπάσεται.  
Ευστάθιος ο Θεσσαλονίκης, *Σχόλια εις την Οδύσειαν του Ομήρου*, 1, 173, 34-37.

παρὰ τοῖς Αἰολεῦσι *πεμπάζειν* τὸ κατά πέντε μετρεῖν.  
Μέγα Ετυμολογικόν Λεξικόν, *Σχόλια εις τον Αισχύλον*, 435b, 1.

Δια της πεμπάδος συνεβολίζοντο η δικαιοσύνη, ο κύκλος και η σφαίρα.  
τὸ μὲν τῆς πεμπάδος εἶδος συνέταττον τῷ τῆς δικαιοσύνης εἶδει,  
Συριανός, *Σχόλια εις τα Μετά τα Φυσικά του Αριστοτέλους*, 130, 32-33.

ἀρχὴ μὲν γὰρ ἀριθμοῦ παντὸς ἡ μονάς, τετράγωνος δὲ πρῶτος ἡ τετράς· ἐκ δὲ τούτων ὡσπερ ιδέας και ὕλης πέρας ἐχούσης ἡ πεμπάς. εἰ δὲ δὴ και τὴν μονάδα τετράγωνον ὀρθῶς ἔνιοι τίθενται δύναμιν οὔσαν ἑαυτῆς και περαίνουσαν εις ἑαυτήν, ἐκ δυεῖν πεφυκυῖα τῶν πρώτων τετραγώνων ἡ πεμπάς οὐκ ἀπολέλοιπεν ὑπερβολὴν εὐγενείας.<sup>2</sup>



Δύο πεμπάδες (=πεντάδες) συμπληρούν μίαν δεκάδαν, όσοι οι δάκτυλοι των δύο χειρών, και παροτρύνουν τον άνθρωπον εις την δόμησιν του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος, το αποτελούν βελτίωσιν του πενταδικού αριθμητικού συστήματος. Χρησιμοποιών, λοιπόν, ο άνθρωπος εν αρχή τους δακτύλους αμφοτέρων των χειρών του προς συμβολισμόν δέκα διαφορετικών ποσοτήτων, ωδηγήθη εις την δόμησιν του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος, το οποίον σήμερον χρησιμοποιείται υφ' όλων των ανθρώπων.

Μία συγκεκριμένη ποσότης δύναται να παρασταθεί υπό μιας διατάξεως μετ' επαναλήψεων ή μη όλων ή μέρους αυτών των αριθμών. Εις την εν λόγω διάταξιν έκαστον των ψηφίων έχει ιδίαν βαρύτητα, ήτοι εκκινούντες εκ δεξιών προς τα αριστερά μονάδος= $10^0$ , δεκάδος= $10^1$ , εκατοντάδος= $10^2$ , χιλιάδος= $10^3$  κ.ο.κ., οπότε το δεκαδικόν αριθμητικόν σύστημα ονομάζεται *τακτικόν* ή *θεσιακόν* (Νόμος του Hankel).

Σημειωτέον ότι σήμερον το δεκαδικόν αριθμητικόν σύστημα εμπεριέχει την ποσότητα μηδέν (0), η οποία αποτελεί λίαν πρόσφατον ανακάλυψιν πιθανώς του 2<sup>ου</sup> μ.Χ. αιώνας και το σύμβολον της δεκάτης ποσότητος δομείται τῇ συνεργείᾳ του μηδενός και των συμβόλων των άλλων ποσοτήτων κατά τον νόμον του Hankel. Εάν δεν υπήρχεν η ποσότης μηδέν (0), τότε η δεκάτη ποσότης θα απαιτούσε να έχει αυτοδυνάμως ιδικόν της σύμβολον. Να μην λανθάνει της προσοχής ημών ότι εις αμφοτέρας τας προμνημονευθείσας περιπτώσεις η επαναδίπλωσις λαμβάνει χώραν μετά την δεκάτην ποσότητα του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος, όπως αναφέρει ο Αριστοτέλης, ήτοι 10+1, 10+2 κ.ο.κ.

### Το αρχαιοελληνικόν αριθμητάριον

Οι αρχαίοι Έλληνες εχρησιμοποιούον το δεκαδικόν αριθμητικόν σύστημα. Ο Έλλην γραμματικός Ηρωδιανός (170-240 μ.Χ.) αναφέρει την λεγομένην Αττικήν παράστασιν των αριθμών, ήτις έως σήμερον φέρει το όνομά *ηρωδιανόν* αριθμητικόν σύστημα. Το *ηρωδιανόν* αριθμητικόν σύστημα ονομάζεται και *ακροφωνικόν*, διότι εις αυτό χρησιμοποιείται το πρώτον γράμμα της λέξεως της σημαίνουσας έκαστον των αριθμών με σκοπόν να τον αποδώσει.

Κατά το μελετούμενον σύστημα αριθμήσεως οι κάτωθι έξι αριθμοί 1, 5, 10, 100, 1.000 και 10.000 παρίστανται, αντιστοίχως, υπό των γραμμάτων Ι(ώτα), Π(έντε), Δ(έκα), Η(εκατόν), Χ(ίλια) και Μ(ύρια). Τοποθετούντες εν συνεχείᾳ ἐν των γραμμάτων Δ, Η, Χ, και Μ μεταξύ των σκελών του γράμματος Π εδημιουργουν σύνθετα σύμβολα

$$\overline{\Delta} = 5 \times 10 = 50, \quad \overline{\text{X}} = 5 \times 1000 = 5000$$

$$\overline{\text{X}} \text{ ΗΗ } \overline{\Delta} \text{ ΔΠ} = 5262$$



Με την πάροδο των ετών τούτο το αριθμητικόν σύστημα εγκατελείφθη ως ανεπαρκές και εχρησιμοποιείτο μόνον εις τας επιγραφάς.

Οι αρχαίοι Έλληνες, εφαρμόζοντας την φιλοσοφίαν της ολιγοσημίας, εχρησιμοποιούν ἔν και το αὐτό σύνολον 24 συμβόλων και δια την γραφήν (*αλφάβητον*) και δια την ἀρίθμησιν (*αριθμητάριον*) και δια την μουσικήν (*παρασημαντική*). Ὄντως, δια τας καθ' ἡμέραν ἀνάγκας τον 3<sup>ov</sup> π.Χ. αἰώνα, ἐπὶ βασιλείας του Πτολεμαίου του Φιλαδέλφου, ἤρχισεν χρησιμοποιούμενον ἕτερόν τι αριθμητικόν σύστημα εις το οποίον τα 24 γράμματα του Ἰωνικοῦ αλφαβήτου ἐμπλουτισθέντα μετὰ τριῶν ἐτέρων συμβόλων, ἦτοι το δίγαμμον F (εις το Βυζάντιον στίγμα C) = 6, το κόππα Q ἢ  $\chi$  = 90, το παρακύσμα ἢ σαμπὶ  $\text{Ϟ}$  = 900, προερχομένων ἐξ ἀρχαιοτέρου και εγκαταλελειμμένου πλέον αλφαβήτου, χρησιμοποιούνται δια την γραφήν των αριθμῶν

Το αριθμητάριον των 27 γραμμάτων του ελληνικοῦ αλφαβήτου ἕκαστον με την αριθμητικὴν αὐτοῦ ἀξίαν.

A= 1	I= 10	P= 100
B= 2	K= 20	Σ= 200
Γ= 3	Λ= 30	T= 300
Δ= 4	M= 40	Υ= 400
E= 5	N= 50	Φ= 500
F ἢ C= 6	Ξ= 60	X= 600
Z= 7	O= 70	Ψ= 700
H= 8	Π= 80	Ω= 800
Θ= 9	Q ἢ $\chi$ = 90	$\text{Ϟ}$ = 900

Δια της παραθέσεως των μονάδων εις τας δεκάδας και των δεκάδων εις τας εκατοντάδας, κατ' εφαρμογήν του νόμου του Hankel, παρήγοντο ἅπαντες οι αριθμοὶ οι μικρότεροι του χίλια (1.000). Το περιγραφέν αριθμητικόν σύστημα ὠνομάζετο *τακτικόν* ἢ *θεσιακόν* αριθμητικόν σύστημα.

Μειονεκτήματα του Ἰωνικοῦ αριθμητικοῦ συστήματος ἦσαν

- ἡ ἀδυναμία του να ἐκφράσει ἀπεριορίστως μεγάλους αριθμούς, δεδομένου ὅτι ἀπαιτούσε την ἐπινόησιν ὀλοέν νέων αριθμητικῶν συμβόλων
- ἡ μη ὑπαρξίς του μηδενός

Ἡ μη ὑπαρξίς του μηδενός ἐπιβάλλει την δημιουργίαν ἰδίου συμβόλου δι' ἕκαστην μονάδα της δευτέρας (I=10), της τρίτης (P=100) κ.ο.κ. κλάσεως αριθμῶν. Το γεγονός τούτο μας ἀναγκάζει να θεωρούμεν το Ἰωνικόν αριθμητάριον ψευδο-δεκαδικόν ἢ μη πλήρως δεκαδικόν. Κατ' αὐτό, ὡς ἀναφέρει ο Αριστοτέλης, ἐπαναδιπλοῦσι ἀπὸ το δέκα λέγοντες 10+1, 10+2 κ.ο.κ.

### Το Σπυρίδειον ψευδοτετραδικόν αριθμητικόν σύστημα των Γετῶν Θρακῶν

Κυρίαί και κύριοι σύνεδροι, ἀπὸ των πάντων παλαιῶν ἐτῶν οι μη πεπολιτισμένοι λαοὶ και οὐχὶ κατ' ἀνάγκην οι λαοὶ οι ἔχοντες μυαλό μικροῦ παιδιοῦ κατενόησαν με τον

τρόπον των, μη αναμένοντες ούτε τον Θαλήν, ούτε τον Πλάτωνα, ούτε τον Αριστοτέλην, ούτε τον Ευκλείδην να τους εἴπει ότι «*Ἄριθμὸς ἐστὶν τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος*», ἀλλ' ἐπροχώρησαν εἰς τὴν ἀρίθμησιν τῶν πραγμάτων μόνοι τῶν λέγοντες «*ένα, δύο, πολλά*».

Δεν ἐδυνήθην ποτέ να κατανοήσω τὸ πνεῦμα τοῦ Αἰριστοτέλους γράφοντος περὶ ταύτης τῆς φυλῆς τῶν Θρακῶν ὅτι ηῖρήθμει μέχρι τὸ τέσσαρα χωρὶς να διευκρινίζει, εἰάν ἐπροχώρει ἢ ὄχι εἰς ἐτι μεγαλυτέρους ἀριθμοὺς χρησιμοποιούσα ἀριθμητικὸν τι σύστημα τῶν τεσσάρων μόνον ψηφίων. Ἦτο ἀπλῶς πληροφορήσις; Ἦτο ἐμπάθεια –«*καρφί*» κατὰ τὸ δη λεγόμενον- ἐναντίον ταύτης τῆς φυλῆς τῶν Θρακῶν ἢ, ὡς ἐσνήθιζεν, μία προσέτι μομφή κατὰ τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν Πυθαγορείων; Μήπως, τέλος, ἦτο μὴ πλήρης κατανόησις ἐκ μέρους τοῦ Αἰριστοτέλους τοῦ τετραδικοῦ ἀριθμητικοῦ συστήματος, τοῦ χρησιμοποιουμένου ὑπὸ τῶν ἀνθρώπων τῆς φυλῆς ταύτης τῶν Θρακῶν;

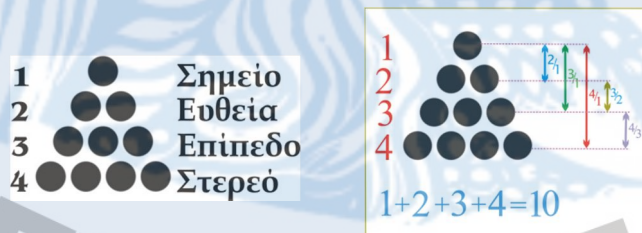
Ἐν πάσῃ περιπτώσει, ἡ ἐυγνωμοσύνη ἡμῶν τῶν Θρακῶν πρέπει να εἶναι μεγίστη πρὸς τὸν Αἰριστοτέλην, διότι μᾶς διέσωσεν τὴν πληροφορίαν ταύτην, ἥτις τυγχάνει μεγίστης σπουδαιότητος. Ὁ Αἰριστοτέλης, βεβαίως, δεν ἐρριψεν κατὰ τρόπον ἀσαφή τὴν μομφήν ὑπῆρξεν σαφέστατος, διότι ρητὰ ἀναφέρει ὅτι «*ἀρχὴ ἢ δεκάς; ἐν γὰρ καὶ δύο καὶ τρία καὶ τέσσαρα γίνεται δεκάς*».

Δια τοὺς Πυθαγορείως μεμνημένους ἡ ρῆσις παραπέμπει εἰς τὴν Πυθαγόρειον τετρακτὴν περὶ τῆς ὁποίας ὁ Λουκιανὸς εἰς τὸ ἔργον τοῦ *Πράσις Βίων* ἀναφέρει  $10=1+2+3+4$  (*4 κατὰ δύναμιν*, ἦτοι οἱ τέσσερις πρώτοι φυσικοὶ ἀριθμοὶ καὶ *10 κατ' ἀριθμὸν*, ἦτοι τὸ ἄθροισμα τῶν μονάδων αὐτῶν τῶν πρώτων τεσσάρων φυσικῶν ἀριθμῶν) καὶ ὁ Σέξτος ὁ Εμπειρικός (*Μαθηματικά*, 7, 94, 8-10) ἀναφέρει «*τετρακτὸν δὲ ἀριθμὸν τινα, ὃς ἐκ τεσσάρων τῶν πρώτων ἀριθμῶν συγκείμενος τὸν τελειότατον ἀπῆρτιζεν, ὥσπερ τὸν δεκά*».

Ἐἰς τὴν Πυθαγόρειον Φιλοσοφίαν καὶ Θεολογίαν ἡ μία στιγμὴ ἦτο σύμβολον τοῦ ἐνεργοῦ στοιχείου ἢ τοῦ Δημιουργοῦ, αἱ δύο στιγμαὶ συνεβόλιζον τὴν ὕλην, τὸ παθητικὸν στοιχεῖον, αἱ τρεῖς στιγμαὶ συνεβόλιζον τὸν Κόσμον, ἦτοι τὴν ἐνωσιν τοῦ ἐνεργοῦ καὶ τοῦ παθητικοῦ στοιχείου καὶ αἱ τέσσερις στιγμαὶ συνεβόλιζον τὰς ἐλευθέρως τέχνας, αἱ ὁποῖαι συμπληροῦν καὶ τελειοποιοῦν τὸν Κόσμον.

Ἐἰς τὰ Πυθαγόρεια Μαθηματικά ἡ μία στιγμὴ συνεβόλιζεν τὸ σημεῖον, αἱ δύο στιγμαὶ συνεβόλιζον τὴν εὐθείαν γραμμὴν, αἱ τρεῖς στιγμαὶ συνεβόλιζον τὸ ἐπίπεδον καὶ αἱ τέσσερις στιγμαὶ συνεβόλιζον τὸ στερεόν.

Ἐἰς τὴν Πυθαγόρειον Μουσικὴν αἱ σχέσεις μετὰ τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν καταδεικνύουν τὴν Μουσικὴν ἀρμονίαν ἐκάστου δημιουργήματος.



Ἡ τριγωνικὴ δομὴ τῶν δέκα κουκίδων τῆς ἱεράς τετρακτὸς.

Ὑπὸ τὴν ἐννοίαν «*τετρακτὴς*» οἱ ἀρχαιοἑλληνες σοφοὶ ἐθεώρουν ἀφενὸς τὰ τέσσαρα στοιχεῖα, τὰ τέσσαρα μέρη τοῦ κόσμου, τὰ τέσσαρα πνεύματα, τοὺς τέσσερις



χυμούς, τας τέσσερις εποχάς του έτους, αφετέρου τα τέσσερα μέρη της Ψυχής, ήτοι τον Νουν, την Επιστήμην, την Δόξαν και την Αίσθησιν<sup>8</sup>.

Οποία, όμως η σχέσις των Θρακών μετά του Πυθαγόρου και της πυθαγορείου τετρακτύος; Φαίνεται ή ότι έψαξε πολύ ο Αριστοτέλης για να την ανακαλύψει μεταξύ των πολλών μικρών ή μεγάλων φύλων-Εθνών των Θρακών ή ότι η σχέσις αυτή ήτο κραυγαλέως οφθαλμοφανής για λόγους τινάς.

Οι πολυετείς προσωπικά μου έρευναι καταλήγουν εις το ότι ο μέγας φιλόσοφος Αριστοτέλης έχει κατά νουν την φυλήν των Γετών Θρακών, οίτινες κατώκουν, ως μας πληροφορεί ο Ευστάθιος (*Σχόλια εις τον Διονύσιον τον περιηγητήν*, 304, 6-15), εκατέρωθεν του Ίστρου (Δουνάβεως) ποταμού παρά τας εκβολάς αυτού και επί των κορυφών των Καρπαθίων ορέων.

Ως προανέφερον, οι Γέται Θράκες εθεώρουν τον πατριώτην των Ζάλμοξιιν κοινωνικόν και θρησκευτικόν αναμορφωτήν των και τον μόνον θεόν των. Ο Ζάμολις, ο πρώην δούλος του Πυθαγόρου του Σαμίου, έχων διδαχθεί υπ' αυτού τα περί την Φιλοσοφίαν και την Αστρονομίαν ανέλαβεν την αναμόρφωσιν του φύλου των Θρακών Γετών διδάσκων εις αυτούς στοιχεία της Πυθαγορείου Φιλοσοφίας (Αριθμητικήν, Γεωμετρίαν, Αρμονικήν και Σφαιρικήν) μεταξύ των οποίων και το θρυλούμενον τετραδικόν αριθμητικόν σύστημα, το έχον βάσιν την Πυθαγόρειον τετρακτύν.

<sup>8 8</sup> Έμπεδοκλής Μέτωνος Άκραγαντίνος τέτταρα μὲν λέγει στοιχεΐα, πῦρ ἀέρα ὕδωρ γῆν, δύο δ' ἀρχικὰς δυνάμεις, φιλίαν τε καὶ νεΐκος· ὧν ἡ μὲν ἐστὶν ἐνωτικὴ τὸ δὲ διαιρετικόν. φησὶ δ' οὕτως· ἑτέσσαρα τῶν πάντων ριζώματα πρῶτον ἄκουε· Ζεὺς αἰθήρ Ἥρη τε φερέσβιος ἠδ' Αἰδωνεύς, Νῆστις θ', ἡ δακρύοις τέγγει κρούνωμα βρότειον.

Πλούταρχος, *Αρέσκ. Φιλosc.*, 878Α, 1-7.

ἀριθμοὶ δὲ τὰ ριζώματα καὶ οἰοῖνε στοιχεΐα οἱ μέχρι τετραδὸς ὄροι  
Νικομάχου, *Θεολογούμενα Αριθμητικῆς*, 21, 2-3

τοιαύτης δὲ οὔσης ἐπώμνουν δι' αὐτῆς τὸν Πυθαγόραν οἱ ἄνδρες, θαυμάζοντες δηλονότι καὶ ἀνευφημοῦντες ἐπὶ τῇ εὐρέσει, καθά που καὶ Έμπεδοκλῆς· ἴοῦ, μὰ τὸν ἀμετέρα γενεᾷ παραδόντα τετρακτύν, παγὰν ἀεναοῦ φύσεως ριζώματ' ἔχουσιν. ἄεναον γὰρ φύσιν τὴν δεκάδα ἠνίττοντο τὴν οἰοῖνε αἰδῖον καὶ αἰώνιον τῶν ὄλων φύσιν καὶ εἰδῶν ὑπάρχουσιν, καθ' ἣν συνεπληρώθη καὶ πέρας τὸ ἀρμόζον καὶ περικαλλέστατον ἔσχε τὰ ἐν κόσμῳ. ριζώματα δ' αὐτῆς τὰ μέχρι τετραδὸς, α\_β\_γ\_δ· πέρατα γὰρ ταῦτα καὶ οἰοῖνε ἀρχαί τινες τῶν ἀριθμοῦ ἰδιωμάτων, μονὰς μὲν ταῦτοῦ καθ' αὐτὸ νοουμένου, δυὰς δὲ θατέρου καὶ τοῦ ἤδη πρὸς ἄλλο, τριάς δὲ ἐκάστου τε καὶ περισσοῦ τοῦ κατ' ἐνεργεῖαν, τετραδὸς δὲ τοῦ ἐνεργεῖα ἀρτίου.

Νικομάχου, *Θεολογούμενα Αριθμητικῆς*, 22, 18 – 23, 9

οἱ δὲ περὶ τὸν Έμπεδοκλέα καὶ οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς γῆν καὶ ὕδωρ καὶ ἀέρα καὶ πῦρ (τέσσαρα γὰρ πάντων ριζώματα πρῶτον ἄκουε· Ζεὺς ἀργῆς Ἥρη τε φερέσβιος ἠδ' Αἰδωνεύς Νῆστις θ', ἡ δακρύοις τέγγει κρούνωμα βρότειον)

Σέξτος Εμπειρικὸς, *Adversus mathematicos*, 9, 362, 1-6

Ναὶ μὴν Αθάμαντος τοῦ Πυθαγορείου εἰπόντος «ὧδε ἀγέννατος παντὸς ἀρχὰ καὶ ριζώματα τέσσαρα τυγχάνοντι, πῦρ, ὕδωρ, ἀήρ, γῆ· ἐκ τούτων γὰρ αἱ γενέσεις τῶν γινομένων» ὁ Άκραγαντίνος ἐποίησεν Έμπεδοκλῆς· τέσσαρα τῶν πάντων ριζώματα πρῶτον ἄκουε· πῦρ καὶ ὕδωρ καὶ γαῖαν ἰδ' αἰθέρος ἄπλετον ὕψος· ἐκ γὰρ τῶν ὅσα τ' ἦν ὅσα τ' ἔσσειται ὅσα τ' ἔασιν.

Κλήμης ο Αλεξανδρεὺς, *Στρόματα*, 6, 2, 17, 3, 1 – 318, 1

ὁ δὲ Έμπεδοκλῆς τέσσαρα ὑπετίθετο τὰ ὑλικά αἷτια· ταῦτα δὲ τὰ πολυθρύλητα στοιχεΐα (διὸ καὶ ριζώματα πάντων αὐτὰ ἐκάλει, «τέσσαρα» λέγων «τῶν πάντων ριζώματα»),  
Ιωάννης Φιλίπονος, *Σχόλια στα Φυσικά του Αριστοτέλους*, 16, 88, 4-6

Πάντα ταύτα σημαίνουν ότι οι Γέται μετεχειρίζοντο δια τας καθ' ημέραν ανάγκας των ένα ψευδοτετραδικόν αριθμητικόν σύστημα -ελλείπει του μηδενός-, μη σωρευτικόν, αλλά θεσιακόν, ως ακριβώς το Ιωνικόν. Η μη ύπαρξις του μηδενός επέβαλεν την δημιουργίαν ιδίου συμβόλου δι' εκάστην μονάδα της δευτέρας, της τρίτης κ.ο.κ. κλάσεως αριθμών.

Κατ'αυτό το ψευδοτετραδικόν αριθμητικόν σύστημα των Γετών Θρακών τέσσερις (4) μονάδες της πρώτης κλάσεως δημιουργούν μίαν μονάδα της δευτέρας κλάσεως, ήτοι μίαν τετράδα. Εν συνεχείᾳ, τέσσερις (4) τετράδες –μονάδες της δευτέρας κλάσεως-, ήτοι  $4 \times 4 = 16$  μονάδες της πρώτης κλάσεως, δομοῦν μίαν μονάδα της τρίτης κλάσεως, ήτοι μίαν δεκαεξάδα. Συνεχίζοντες, τέσσερις (4) δεκαεξάδες –μονάδες της τρίτης κλάσεως-, ήτοι  $4 \times 4 \times 4 = 64$  μονάδες της πρώτης κλάσεως, δομοῦν μίαν μονάδα της τετάρτης κλάσεως, ήτοι μίαν εξηκοντατετράδα κ.ο.κ.

Δέχομαι ὅτι εἰς τὸ ψευδοτετραδικόν αριθμητικόν σύστημα τῶν Γετῶν Θρακῶν δια τὸν συμβολισμόν τῶν μονάδων τῆς πρώτης κλάσεως χρησιμοποιοῦνται μόνον τὰ αριθμητικὰ ψηφία  $A=1$ ,  $B=2$ ,  $\Gamma=3$ ,  $\Delta=4$ . Μετὰ τὸ  $\Delta=4$  –κατὰ τὴν φιλοσοφίαν τῶν αριθμητικῶν συστημάτων- ἀρχίζει ἡ αριθμητικὴ ἐπαναδίπλωσις γιὰ τὴν ἐκφράσιν τῶν μονάδων τῆς δευτέρας κλάσεως (ἀπὸ τὸ 5 ἕως τὸ 20) ὡς ἀκολουθῶς: Τὸ πέντε εἶναι μία (A) τετράς συν μία μονάς (A) καὶ τὸ συμβολίζω ὡς AA. Τὸ ἐννέα εἶναι δύο (B) τετράδες συν μία μονάς (A) καὶ τὸ συμβολίζω ὡς BA. Τὸ εἴκοσι, με τὸ ὁποῖον ολοκληροῦνται αἱ μονάδες τῆς δευτέρας κλάσεως, εἶναι τέσσερις (Δ) τετράδες συν μία τετράς (Δ) καὶ τὸ συμβολίζω ὡς ΔΔ.

Αἱ μονάδες τῆς τρίτης κλάσεως εἶναι εἰς πλῆθος 64 (ἀπὸ τὸ 21 ἕως τὸ 84) καὶ ὁ συμβολισμὸς τῶν προκύπτει κατὰ τὸ σκεπτικόν τῆς ἐπαναδίπλωσεως, ήτοι: Τὸ 21 εἶναι μία (A) δεκαεξάς, μία (A) τετράς καὶ μία μονάς (A)· τὸ συμβολίζω ὡς AAA. Τὸ 84 εἶναι τέσσερις (Δ) δεκαεξάδες, τέσσερις (Δ) τετράδες καὶ τέσσερις μονάδες (Δ)· τὸ συμβολίζω ὡς ΔΔΔ.

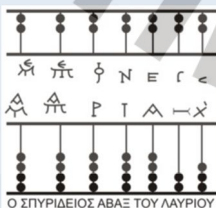
Θεωρῶ ὅτι δια τῶν παρατεθέντων παραδειγμάτων ὁ ἀλγόριθμος συνθέσεως τῶν ἀριθμῶν εἰς τὸ ψευδοτετραδικόν αριθμητικόν σύστημα τῶν Γετῶν Θρακῶν κατέστη κατανοητός.

Πίναξ 1: Σύνθεσις ἀριθμῶν εἰς τὸ ψευδοτετραδικόν ἀριθμητικόν σύστημα τῶν Γετῶν Θρακῶν			
Τὰ 4 ἀριθμητικὰ ψηφία τῆς πρώτης κλάσεως			
A=1	B=2	Γ=3	Δ=4
Τὰ 16 ἀριθμητικὰ ψηφία τῆς δευτέρας κλάσεως			
AA=5	AB	AΓ	AΔ
BA	BB	BΓ	BΔ
ΓA	ΓB	ΓΓ	ΓΔ
ΔA	ΔB	ΔΓ	ΔΔ=20



Τα 64 αριθμητικά ψηφία της τρίτης κλάσεως			
ΑΑΑ=21	ΑΑΒ	ΑΑΓ	ΑΑΔ
ΑΒΑ	ΑΒΒ	ΑΒΓ	ΑΒΔ
ΑΓΑ	ΑΓΒ	ΑΓΓ	ΑΓΔ
ΑΔΑ	ΑΔΒ	ΑΔΓ	ΑΔΔ=36
ΒΑΑ=37	ΒΑΒ	ΒΑΓ	ΒΑΔ
ΒΒΑ	ΒΒΒ	ΒΒΓ	ΒΒΔ
ΒΓΑ	ΒΓΒ	ΒΓΓ	ΒΓΔ
ΒΔΑ	ΒΔΒ	ΒΔΓ	ΒΔΔ=52
ΓΑΑ=53	ΓΑΒ	ΓΑΓ	ΓΑΔ
ΓΒΑ	ΓΒΒ	ΓΒΓ	ΓΒΔ
ΓΓΑ	ΓΓΒ	ΓΓΓ	ΓΓΔ
ΓΔΑ	ΓΔΒ	ΓΔΓ	ΓΔΔ=68
ΔΑΑ=69	ΔΑΒ	ΔΑΓ	ΔΑΔ
ΔΒΑ	ΔΒΒ	ΔΒΓ	ΔΒΔ
ΔΓΑ	ΔΓΒ	ΔΓΓ	ΔΓΔ
ΔΔΑ	ΔΔΒ	ΔΔΓ	ΔΔΔ=84
Παραδείγματα αριθμητικών ψηφίων 4ης και 5ης κλάσεως			
ΑΑΑΑ=85	ΕΩΣ	ΔΔΔΔ=340	κ.ο.κ.
ΑΑΑΑΑ=341		ΔΔΔΔΔ=1364	

Κυρίαί και κύριοι σύνεδροι, ο Ηλεκτρονικός Υπολογιστής εργάζεται κατανοών και χρησιμοποιών το Δυαδικόν αριθμητικόν σύστημα, το οποίον περιλαμβάνει δύο μόνον στοιχεία, δύο εναντιότητα, δύο bit, το μηδέν (0) και το ένα (1). Εις αυτό το αριθμητικόν σύστημα συντάσσονται άπαντες οι κώδικες ή λογισμικά, τα οποία είναι μεν λίαν κατανοητά υπό του ηλεκτρονικού υπολογιστού, αλλά είναι εξαιρετικώς δυσνόητα υπό του ανθρωπίνου εγκεφάλου. Δια τούτο επενοήθησαν συνθετώτερα αριθμητικά συστήματα, με βάση πολλαπλασίαν του 2, για την διευκόλυνσιν των ανθρωπίνων όντων των ασχολουμένων με τους ηλεκτρονικούς υπολογιστάς, ως είναι το 8δικόν με στοιχεία 0 1 2 3 4 5 6 7 και το 16δικόν με στοιχεία 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Α Β C D E F. Παρατηρήστε ότι λείπει το τετραδικόν αριθμητικόν σύστημα με στοιχεία 0 1 2 3, διότι δεν προσέφερεν πολλά εις την διευκόλυνσιν των ανθρωπίνων όντων.



Το έτος 1992 ανεκάλυψα και εμελέτησα τον Άβακα του Λαυρίου δια του οποίου επραγματοποιούν υπολογισμούς για την ικανοποίησιν των χρηματοοικονομικών αναγκών των οι διεξάγοντες το εξαιρετικώς μεγάλον εμπόριον αργύρου και μολύβδου της Λαυρεωτικής περιοχής. Ο Άβαξ ούτος βασίζεται επί του

ψευδοδεκαδικού ακροφωνικού αριθμητικού συστήματος των Ελλήνων του 3<sup>ου</sup> π.Χ. αιώνας. Εικάζω και δέχομαι ως εφικτόν να υπήρχεν Άβαξ λειτουργών βάσει του ψευδοτετραδικού συστήματος των Γετών Θρακών, όστις, λόγω των ολιγοτέρων υπαρχόντων ψηφίων εις αυτό, να ήτο ευχρηστότερος.

