

Αριθμητική Ανάλυση 2

Εργασία 1

Άσκηση 1

Υλοποιήστε τις μεθόδους (i) Euler, (ii) Τραπεζίου και (iii) Runge-Kutta του Ralston (μπορείτε να πάρετε τον κώδικα έτοιμο από τις σημειώσεις) και λύστε αριθμητικά το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\begin{cases} y' = y \sin(2\pi t) + yt, & 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = \exp\left(-\frac{1}{2\pi}\right) \end{cases}$$

Λύνοντας το π.α.τ. με χωρισμό μεταβλητών βρίσκουμε ότι έχει λύση την $y(t) = \exp\left(-\frac{\cos 2\pi t}{2\pi} + \frac{t^2}{2}\right)$.

Για κάθε μέθοδο κάντε τις γραφικές παραστάσεις

α. της ακριβούς και της προσεγγιστικής λύσης στο ίδιο γράφημα και

β. του σφάλματος ($e^n = |y^n - y(t^n)|$)

Να προσδιοριστεί (αριθμητικά) η τάξη ακρίβειας της κάθε μεθόδου.

Άσκηση 2

Υλοποιήστε την κλασσική μέθοδο των Runge-Kutta η οποία δίνεται από το μητρώο

$$\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \end{array}$$

και λύστε αριθμητικά το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\begin{cases} y' = y \cos t, & 0 \leq t \leq 5 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Λύνοντας το π.α.τ. με χωρισμό μεταβλητών βρίσκουμε ότι έχει λύση την $y(t) = e^{\sin t}$.

Να κάνετε (α) την γραφική παράσταση της ακριβούς και προσεγγιστικής λύσης στο ίδιο γράφημα και (β) να προσδιορίσετε (αριθμητικά) την τάξη ακρίβειας της μεθόδου.

Για την άσκηση 1 θα πρέπει να παραδώσετε τρία function m-files με την υλοποίηση των μεθόδων, προαιρετικά ένα function m-file για το δεξιό μέλος του π.α.τ. (αλλιώς μπορείτε να περάσετε την συνάρτηση του δεξιού μέλους f σαν παράμετρο σε κάθε μέθοδο και να την ορίσετε στο script γράφοντας $f = @(t, y) \dots$) και τρία (ένα για κάθε μέθοδο) script m-files τα οποία θα υλοποιούν τα ζητούμενα της άσκησης.

Για την άσκηση 2 θα πρέπει να παραδώσετε ένα function m-file με την υλοποίηση της μεθόδου, προαιρετικά ένα function m-file για το δεξιό μέλος και ένα script m-file τα οποία θα υλοποιεί τα ζητούμενα της άσκησης.

Γράφοντας `help plot` μπορείτε να δείτε πώς βάζουμε τίτλο στο γράφημα και στους άξονες.