

Εξέλιξη αστέρων μεγάλης μάζας

Γιώργος Παππάς

2 Μαΐου 2017

Βασικές έννοιες

- Εξισώσεις δομής
- Καταστατική εξίσωση της ύλης

Πριν την κύρια ακολουθία

- Κατάρρευση μεσοαστρικών νεφών

Κύρια ακολουθία

- Εσωτερική δομή
- Μέγιστη μάζα
- Εξέλιξη

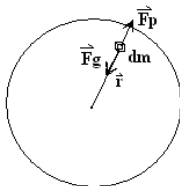
Μετά την κύρια ακολουθία

- Φάση Γιγάντων
- Αστάθεια και ταλαντώσεις

Θάνατος των Άστρων

- Υπερκαινοφανείς
- Αστέρες Νετρονίων
- Μαύρες Τρύπες

Υδροστατική ισορροπία



Νευτώνεια Άστρα

Υδροστατική ισορροπία στη σφαιρική συμμετρία:

$$\rho \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\nabla P - \rho \nabla \Phi = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr} \rho = -G \frac{m}{r^2} \rho \quad (1)$$

Εξίσωση της μάζας: $\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho$

Εξίσωση Poisson: $\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = 4\pi G \rho$

Μια κατανομή ρευστού είναι σε ισορροπία όταν έχει την ελάχιστη ενέργεια. Για μια πολυτροπική καταστατική έχουμε, $P = K \rho^\gamma = K \rho^{1+1/n} \Rightarrow u = K \frac{\rho^{\gamma-1}}{\gamma-1} = K n \rho^{1/n}$,

$$E = E_{int} + W = \int u dm - \int \frac{G m dm}{r} = \langle u \rangle M - a_1 G \frac{M^2}{R} = a_2 K M \rho_c^{\gamma-1} - a_3 G \rho_c^{1/3} M^{5/3}$$

$$\left. \frac{dE}{d\rho_c} \right|_{M=const.} = 0 \Rightarrow M \propto \rho_c^{(\gamma-4/3)(3/2)} = \rho_c^{\frac{3-n}{2n}} \Rightarrow M \propto R^{\frac{n-3}{n-1}}$$

Οι δύο επιταχύνσεις παραπάνω (βαθμίδα της πίεσης και επιτάχυνση της βαρύτητας) ορίζουν χαρακτηριστικές χρονικές κλίμακες που συμπίπτουν στην κατάσταση της υδροστατικής ισορροπίας

$$\tau_{ff} = \tau_{hyd} \approx (G \bar{\rho})^{-1/2} (\sim 30 \text{ min για τον Ήλιο})$$

Διατήρηση της Ενέργειας I: Θεώρημα Virial

Για μια κατανομή ύλης η βαρυτική δυναμική ενέργεια θα είναι:

$$W = - \int_0^M \frac{Gmdm}{r} = \int_0^M \frac{r}{\rho} \frac{dP}{dr} dm = \int_0^R \frac{dP}{dr} 4\pi r^3 dr = \left[4\pi r^3 P \right]_0^R - 3 \int_0^R P 4\pi r^2 dr = -3 \int_0^M \frac{P}{\rho} dm = -\zeta E_{int},$$

όπου έχουμε ότι η εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας είναι $\zeta u = 3 \frac{P}{\rho}$. Άρα έχουμε τη γενική μορφή του θεωρήματος Virial: $W + \zeta E_{int} = 0$. Για ιδανικό μονοατομικό αέριο με $\gamma = 5/3$ έχουμε $\zeta = 3(\gamma - 1) = 2$ ενώ για αέριο φωτονίων με $\gamma = 4/3$ έχουμε $\zeta = 3(\gamma - 1) = 1$. Η συνολική ενέργεια του συστήματος θα είναι

$$E = W + E_{int} = (1 - \zeta) E_{int} = \frac{\zeta - 1}{\zeta} W$$

Ένα δέσμιο σύστημα πρέπει να έχει συνολική ενέργεια αρνητική $E < 0$. Για $\zeta = 1$ έχουμε $E = 0$. Ένα θερμό αέριο θα ακτινοβολεί ενέργεια και άρα θα αλλάζει και η εσωτερική και δυναμική του ενέργεια,

$$L = - \frac{dE}{dt} = (\zeta - 1) \frac{dE_{int}}{dt} = - \frac{\zeta - 1}{\zeta} \frac{dW}{dt}$$

Ένα δέσμιο σύστημα καθώς ακτινοβολεί, η εσωτερική του ενέργεια μεγαλώνει και η βαρυτική δυναμική του ενέργεια μικραίνει.

Χαρακτηριστικός χρόνος Kelvin-Helmholtz: $\tau_{KH} = \frac{|W|}{L} \approx \frac{GM^2}{2RL} \quad (\sim 10^7 \text{ χρόνια για τον Ήλιο}).$

Διατήρηση της Ενέργειας II: Εξίσωση θερμικής ισορροπίας

Εξίσωση θερμικής ισορροπίας

Σε ένα κέλυφος του αστέρα όπου έχουμε παραγωγή ενέργειας μέσω πυρηνικών αντιδράσεων, το ισοζύγιο της ενέργειας που εισέρχεται και εξέρχεται από το κέλυφος θα δώσει

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi\rho r^2 \varepsilon_n$$

όπου ε_n είναι ο ρυθμός παραγωγής πυρηνικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας. Αν εκτός από τις πυρηνικές αντιδράσεις έχουμε και δυναμικές αλλαγές στον αστέρα, τότε όπως είδαμε θα συμμετέχει στη λαμπρότητα και η βαρυτική δυναμική ενέργεια,

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi\rho r^2 (\varepsilon_n + \varepsilon_g) \quad (2)$$

όπου ε_g είναι ο ρυθμός παραγωγής βαρυτικής ενέργειας.

Χαρακτηριστικός χρόνος πυρηνικής ενέργειας: $\tau_n = \frac{E_n}{L}$ ($\sim 10^{11}$ χρόνια για τον Ήλιο).

$$\tau_n \gg \tau_{KH} \gg \tau_{hyd}$$

Εξίσωση διάδοσης της Ενέργειας

► Με ακτινοβολία

Η μέση ελεύθερη διαδρομή ενός φωτονίου στο εσωτερικό ενός αστέρα είναι $\ell_{ph} = \frac{1}{\kappa \rho}$, όπου κ είναι ο συντελεστής αδιαφάνειας και ρ είναι η πυκνότητα. Για τον Ήλιο $\ell_{ph} \sim 2\text{cm}$. Άρα μπορούμε να δούμε την διάδοση της ενέργειας με ακτινοβολία ως διάχυση των φωτονίων.

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} = -D\nabla U = -\left(\frac{1}{3}c\ell_{ph}\right) \nabla(\alpha T^4) = -\frac{4\alpha c}{3\kappa\rho} T^3 \frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho L}{16\alpha c\pi r^2 T^3}, \quad (3)$$

όπου U είναι η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας και α είναι η σταθερά της ακτινοβολίας. Η παραπάνω μπορεί και να γραφεί ως εξίσωση επαγωγής $F = -k_{rad} \nabla T$, όπου $k_{rad} = \frac{4\alpha c}{3\kappa\rho} T^3$.

Ακόμα, μπορούμε να ορίσουμε τη θερμοβαθμίδα της ακτινοβολίας $\nabla_{rad} = \frac{P(dT/dr)}{T(dP/dr)} = \frac{3\kappa LP}{16\alpha c\pi GmT^4}$.

► Με μεταφορά

Διάδοση με μεταφορά έχουμε όταν $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$ (κριτήριο δυναμικής αστάθειας Schwarzschild), όπου ∇_{ad} είναι η αδιαβατική θερμοβαθμίδα (για ιδανικό αέριο είναι $\nabla_{ad} = (\gamma - 1)/\gamma$).

Σε αυτή την περίπτωση η θερμοβαθμίδα είναι $\nabla < \nabla_{rad}$ και η εξίσωση διάδοσης μπορεί να γραφεί ως

$$\frac{dT}{dr} = \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \nabla \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{T G m \rho}{P r^2} \nabla \quad (4)$$

Η τελευταία εξίσωση ισχύει σε κάθε περίπτωση, ανάλογα με την θερμοβαθμίδα ∇ που επιλέγουμε.

Πολυτροπική καταστατική εξίσωση I

Γενικά μια πολυτροπική καταστατική εξίσωση έχει τη μορφή,

$$P = K\rho^\gamma = K\rho^{1+1/n} \quad (5)$$

όπου K είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τις ιδιότητες του αερίου. Στην πράξη έχουμε διάφορες περιπτώσεις που οδηγούν σε πολυτροπική καταστατική εξίσωση.

Ισόθερμο ιδανικό αέριο

Στο εσωτερικό των αστέρων έχουμε τόσο την πίεση του αερίου όσο και της ακτινοβολίας,

$$P = \left(\frac{\mathcal{R}T}{\mu} \right) \rho, \quad (6)$$

όπου $\mathcal{R}$ είναι η σταθερά των αερίων και μ είναι το μοριακό βάρος ανά μονάδα ατομικής μάζας. Εδώ $\gamma = 1$ και $n \rightarrow \infty$.

Ιδανικό αέριο με ακτινοβολία

Στο εσωτερικό των αστέρων έχουμε τόσο την πίεση του αερίου όσο και της ακτινοβολίας,

$$P = P_{gas} + P_{rad} = \frac{\mathcal{R}}{\mu} T \rho + \frac{\alpha}{3} T^4, \quad (7)$$

Αν ορίσουμε το κλάσμα $\beta \equiv P_{gas}/P$, $1 - \beta = P_{rad}/P$, τότε μπορούμε να έχουμε τις περιπτώσεις,

- Η πίεση του ιδανικού αερίου κυριαρχεί και έχουμε διάδοση της ενέργειας με μεταφορά,

$$\beta \approx 1, \nabla = 2/5, \Rightarrow P = \frac{\mathcal{R}}{\mu\beta} T \rho, T \sim \rho^{2/5} \Rightarrow P = K\rho^{5/3}$$

- Η πίεση της ακτινοβολίας κυριαρχεί και έχουμε σταθερό β μέσα στο άστρο,

$$\beta \ll 1, \nabla = 1/4, \Rightarrow P = \frac{\mathcal{R}}{\mu\beta} T \rho, T = \left(\frac{3(1-\beta)}{\alpha} \right)^{1/4} \rho^{1/4} \Rightarrow P = \left[\left(\frac{3\mathcal{R}^4}{\alpha\mu^4} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\beta}{\beta^4} \right)^{1/3} \right] \rho^{4/3}$$

Πολυτροπική καταστατική εξίσωση II

Εκφυλισμένο αέριο φερμιονίων

Αν ορίσουμε την αδιάστατη ορμή Fermi $x = p_F/(mc)$ και το μήκος κύματος Compton $\lambda = \hbar/(mc)$ για ένα σωματίδιο, τότε θα έχουμε για αριθμητική πυκνότητα, την πυκνότητα ενέργειας και την πίεση,

$$n = \frac{1}{3\pi^2\lambda^3} x^3, \quad \epsilon = \frac{mc^2}{\lambda^3} \chi(x), \quad P = \frac{mc^2}{\lambda^3} \phi(x) \quad (8)$$

όπου οι συναρτήσεις $\phi(x)$ και $\chi(x)$ έχουν την συμπεριφορά, για $x \ll 1$, $\phi(x) \rightarrow \frac{x^5}{15\pi^2}$ και $\chi(x) \rightarrow \frac{x^3}{3\pi^2}$, ενώ για $x \gg 1$ έχουμε, $\phi(x) \rightarrow \frac{x^4}{12\pi^2}$ και $\chi(x) \rightarrow \frac{x^4}{4\pi^2}$.

Μη σχετικιστικό αέριο ηλεκτρονίων

Τα ηλεκτρόνια καθορίζουν την πίεση και οι πυρήνες την πυκνότητα, $\rho_0 = \mu_e m_u n_e$,

$$x \ll 1, \rho = \rho_0 + \epsilon_e/c^2 \approx \rho_0 \Rightarrow P = \frac{m_e c^2 \lambda_e^2}{15\pi^2} \left(\frac{3\pi^2}{\mu_e m_u} \right)^{5/3} \rho^{5/3}$$

Σχετικιστικό αέριο ηλεκτρονίων

$$x \gg 1, \rho = \rho_0 + \epsilon_e/c^2 \approx \rho_0 \Rightarrow P = \frac{m_e c^2 \lambda_e}{12\pi^2} \left(\frac{3\pi^2}{\mu_e m_u} \right)^{4/3} \rho^{4/3}$$

Μη σχετικιστικό αέριο νετρονίων

Εδώ τα νετρόνια καθορίζουν και την πίεση και την πυκνότητα, $\rho_0 = m_n n_n$,

$$x \ll 1, \rho = \rho_0 + \epsilon_n/c^2 \approx \rho_0 \Rightarrow P = \frac{m_n c^2 \lambda_n^2}{15\pi^2} \left(\frac{3\pi^2}{m_n} \right)^{5/3} \rho^{5/3}$$

Σχετικιστικό αέριο νετρονίων, αέριο φωτονίων, κ.λ.π.

$$x \ll 1, \rho = \rho_0 + \epsilon_n/c^2 \approx \epsilon_n/c^2 \Rightarrow P = \frac{1}{3} \rho c^2$$

Πρωτοαστέρες και μάζα Jeans

Όπως είδαμε και παραπάνω, αν έχουμε ένα ιδανικό αέριο σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας, τότε θα ικανοποιείται η ταυτότητα Virial,

$$W + \zeta E_{int} = 0.$$

Η κατανομή του αερίου είναι ασταθής στην κατάρρευση αν $|W| > \zeta E_{int}$. Αν θεωρήσουμε ένα σφαιρικό ισόθερμο νέφος σταθερής πυκνότητας, τότε η κρίσιμη μάζα Jeans θα είναι

$$W = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad E_{int} = \frac{f}{2} \frac{\mathcal{R}}{\mu} TM \Rightarrow M \geq M_J = \left(\zeta \frac{5f\mathcal{R}T}{6G\mu} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} \rho^{-1/2}.$$

Τα νέφη ατομικού υδρογόνου είναι γενικά ευσταθή ενώ τα νέφη μοριακού υδρογόνου μπορούν να καταρρεύσουν. Σημείο κλειδί: η αποτελεσματική εκπομπή θερμότητας. Στην αρχή η κατάρρευση γίνεται σε χρόνο τ_{ff} .

Καθώς η κατάρρευση προχωρά και η πυκνότητα μεγαλώνει, η κρίσιμη μάζα Jeans μικραίνει και αυτό οδηγεί σε διάσπαση του νέφους σε μικρότερα κομμάτια. Η διαδικασία αυτή σταματά όταν η προσέγγιση του ισόθερμου νέφους σταματάει να ισχύει και το νέφος μπαίνει σε φάση αδιαβατικής κατάρρευσης, όπου

$$T \propto \rho^{\gamma-1} \Rightarrow M_J \propto \rho^{(3\gamma-4)/2},$$

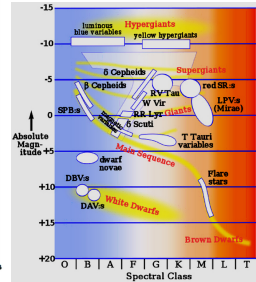
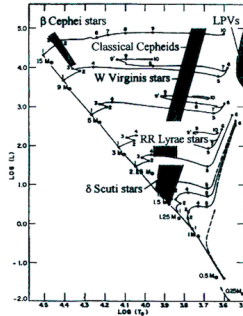
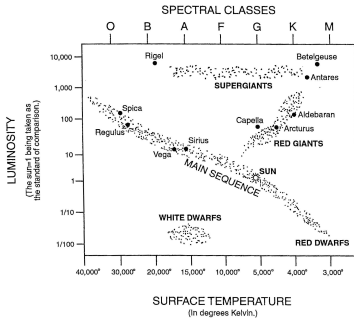
που οδηγεί σε αύξηση της μάζας με την πυκνότητα και άρα μια ελάχιστη μάζα.

Στην αδιαβατική φάση ο χαρακτηριστικός χρόνος της κατάρρευσης αυξάνει $\tau \rightarrow \tau_{KH}$.

Περίληψη
 Βασικές έννοιες
 Πριν την κύρια ακολουθία
 Κύρια ακολουθία
 Μετά την κύρια ακολουθία
 Θάνατος των Άστρων

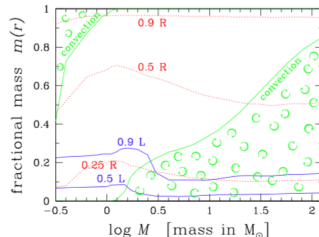
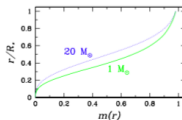
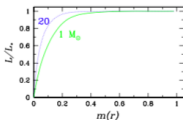
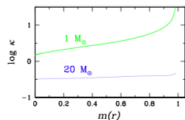
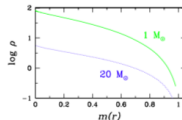
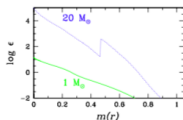
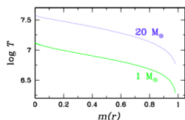
Εσωτερική δομή
 Μέγιστη μάζα
 Εξέλιξη

Διάγραμμα Hertzsprung-Russell (H-R)



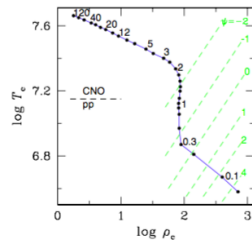
Σχήματα από: L. Viktor Tóth, Eötvös Loránd University (αριστερά), Annual Review of Astronomy and Astrophysics Vol.5 1967 (κέντρο), και Chandra X-Ray Obs. NASA (δεξιά).

Εξάρτηση της δομής από την μάζα



Εσωτερική δομή των αστέρων ανάλογα με τη μάζα (Stars and Stellar Evolution, De Boer, 2008).

- Τα άστρα μεγαλύτερης μάζας παράγουν ενέργεια με τον κύκλο CNO και έχουν πιο έντονο ρυθμό παραγωγής ενέργειας.
- Η διάδοση της ενέργειας γίνεται με μεταφορά στο κέντρο και ακτινοβολία στο κέλυφος.
- Έχουν μεγαλύτερη θερμοκρασία και η πίεση της ακτινοβολίας είναι πιο σημαντική.



Λαμπρότητα Eddington και αστάθεια

Σε ένα μέσο με πυκνότητα ρ και συντελεστή αδιαφάνειας κ , η ακτινοβολία ασκεί πίεση της οποίας η βαθμίδα είναι,

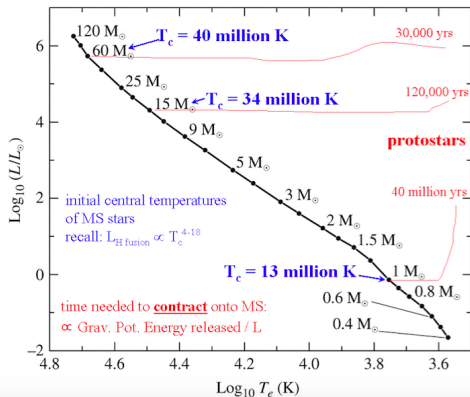
$$\frac{dP_{rad}}{dr} = -\frac{\kappa\rho}{c} \frac{L}{4\pi r^2} \quad (9)$$

Αυτή η πίεση μπορεί να δρα ενάντια στη βαρύτητα και όταν η λαμπρότητα φτάσει μια κρίσιμη τιμή να την εξουδετερώσει. Η κρίσιμη αυτή τιμή είναι η λαμπρότητα Eddington,

$$\frac{\kappa\rho}{c} \frac{L}{4\pi r^2} = G \frac{M}{r^2} \rho \Rightarrow L_{Edd} = \frac{4\pi Gc}{\kappa} M$$

Το υλικό γύρω από ένα άστρο που εκπέμπει με L_{Edd} δεν είναι βαρυτικά δέσμιο στο άστρο. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε ένα άνω όριο στο πόση μάζα μπορεί να καταρρεύσει σε ένα άστρο. Το όριο αυτό είναι στις περίπου $M \approx 100M_{\odot}$.

Παράλληλα, υπάρχει ένας ακόμα λόγος που έχουμε άνω όριο στα άστρα πολύ μεγάλης μάζας. Σε αυτά τα άστρα κυριαρχεί η πίεση της ακτινοβολίας και τα άστρα συμπεριφέρονται ως πολύτροπα με $\gamma \rightarrow 4/3$ ή $n \rightarrow 3$. Όπως είδαμε από το θεώρημα Virial, τέτοια άστρα είναι στα όρια της ευστάθειας. Αυτό το χαρακτηριστικό σε συνδυασμό με την ύπαρξη μιας ταλαντωτικής αστάθειας στην παραγωγή ενέργειας κάνει αυτά τα άστρα ταλαντωτικά ασταθή.



Σχήμα από Kirk Korista, Western Michigan University.

Μια πρώτη εκτίμηση του χρόνου παραμονής ενός άστρου στην κύρια ακολουθία μπορεί να πάρει κανείς από τον αντίστοιχο χρόνο για τον Ήλιο

$$\tau_n \approx \frac{M_{\odot} \epsilon_n}{L_{\odot}} \sim 10 \text{ Gyrs.}$$

$$\tau_{MS} = 10 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{L_{\odot}}{L} \right) \text{ Gyrs}$$

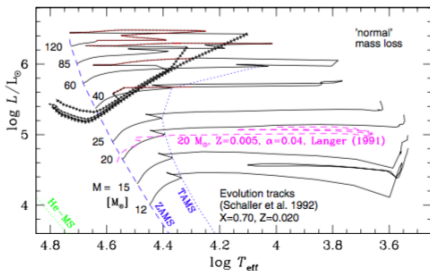
Γενικά επειδή στην κύρια ακολουθία $L \propto M^{3.5}$ έχουμε ότι $\tau_{MS} \propto M^{-2.5}$.

Έτσι τα άστρα μεγαλύτερης μάζας εξελίσσονται πιο γρήγορα και εγκαταλείπουν την κύρια ακολουθία πιο γρήγορα.

$$15 M_{\odot} \rightarrow L \approx 10^4 L_{\odot} \Rightarrow \tau_{MS} \approx 15 \text{ Myrs.}$$

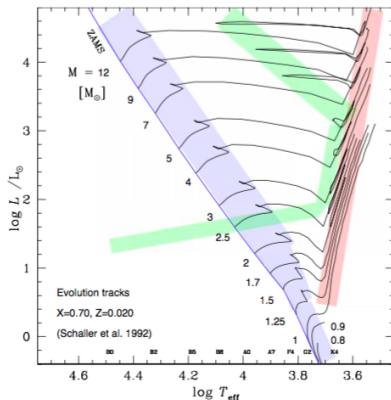
$$100 M_{\odot} \rightarrow L \approx 10^6 L_{\odot} \Rightarrow \tau_{MS} \approx 1 \text{ Myrs.}$$

Έξοδος από την κύρια ακολουθία και πυρηνοσύνθεση

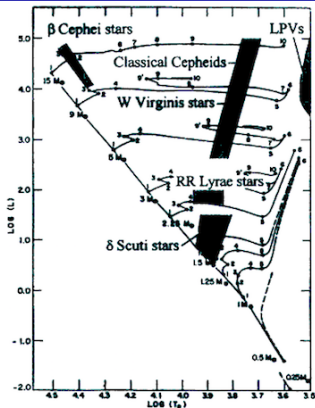


Σχήματα από Stars and Stellar Evolution, De Boer, 2008

- Τα άστρα με μάζα από 3 μέχρι $10 M_{\odot}$ βγαίνουν από την κύρια ακολουθία και πάνε στον κλάδο των γιγάντων σε τ_{KH} . Εκεί ξεκινά η καύση του He. Ακόμα και αυτά τα άστρα όμως θα έχουν εκφυλισμένο πυρήνα C – O
- Άστρα με μάζα μεγαλύτερη από $10 M_{\odot}$ δεν παρουσιάζουν πρόβλημα εκφυλισμού του πυρήνα και συνεχίζουν τις διαδοχικές καύσεις στα διάφορα κελύφη μέχρι τον Fe (μοντέλο κρεμμύδι).



Ζώνη αστάθειας και κλασικοί Κηφείδες



Τα άστρα μεγάλης μάζας που φεύγουν από την κύρια ακολουθία κινούνται οριζόντια ($L = \text{σταθ.}$) και διασχίζουν την σχεδόν κατακόρυφη ζώνη αστάθειας ($T_{\text{eff}} \approx \text{σταθ.}$) των Κηφείδων. Αυτό σημαίνει ότι οι συνθήκες είναι ευνοϊκές για την διέγερση ταλαντώσεων.

- Συχνότητα ακτινικής ταλάντωσης

Για έναν αστέρα μέσης πυκνότητας $\bar{\rho}$, μάζας M , ακτίνας R και μέσης πίεσης $\bar{P}$, που είναι σε υδροστατική ισορροπία $F_{\beta} = \frac{4}{3} G \pi \bar{\rho}^2 R = \frac{\bar{P}}{R} = F_{\alpha}$, θα έχουμε για τις διαταραχές

$$\delta\rho = -3\frac{\bar{\rho}}{R}\delta R, \quad \delta P = -3\gamma\frac{\bar{P}}{R}\delta R, \quad \delta F_\beta = -5F_\beta\frac{\delta R}{R}, \quad \delta F_\alpha = -(3\gamma+1)F_\alpha\frac{\delta R}{R},$$

όπου έχουμε θεωρήσει αδιαβατική διαταραχή. Για αυτή τη μεταβολή, η δύναμη επαναφοράς θα είναι ίση με τη διαφορά του βάρους με την άνωση $F = -\bar{\rho}\delta\dot{R} = \delta F_\beta - \delta F_\alpha$.

$$-\bar{\rho}\delta\ddot{R} = -5F_{\beta}\left(\frac{\delta R}{R}\right) + (3\gamma + 1)F_{\alpha}\left(\frac{\delta R}{R}\right) = (3\gamma - 4)\frac{4}{3}\pi G\bar{\rho}^2\delta R$$

Η εξίσωση αυτή περιγράφει αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $\omega^2 = 4\pi G (\gamma - 4/3) \bar{\rho}$.

Από τη σχέση της συχνότητας ταλάντωσης με τη μέση πυκνότητα μπορεί να δείξει κανείς τη σχέση περιόδου-λαμπρότητας των Κηφιδων, $\log L \propto \log \Pi$.

Υπερκαινοφανείς Τύπου II

Το τελικό αποτέλεσμα της εξέλιξης ενός άστρου εξαρτάται από την μάζα του πυρήνα του M_c . Αν η μάζα είναι μεγαλύτερη από την μάζα Chandrasekhar, τότε άστρο αποφεύγει το φλάς άνθρακα και συνεχίζει την εξέλιξη του.

- Αν ο πυρήνας έχει μάζα $M_{Ch} < M_c \lesssim 40M_\odot$ τότε τελικά οδηγείται σε κατάρρευση και τελικά αποβάλει τα εξωτερικά στρώματα με μια έκρηξη υπερκαινοφανούς. Αυτοί οι υπερκαινοφανείς ονομάζονται τύπου II.
- Σε αυτές τις περιπτώσεις ο πυρήνας καταρρέει σε χρόνο τ_{ff} μέχρι να φτάσει πυκνότητες της τάξης του 10^{14} g/cm^3 οπότε και σταματάει εξαιτίας της πίεσης.

• Η κινητική ενέργεια της κατάρρευσης είναι περίπου $E_{col} = \frac{GM_c^2}{R_{NS}}$ ενώ η ενέργεια που θα χρειαζόταν για να αποβληθεί το κέλυφος του αστέρα είναι $E_{exp} \ll \frac{GM^2}{R_{WD}}$. Ο λόγος των δύο θα είναι

$$\frac{E_{col}}{E_{exp}} \gg \left(\frac{R_{WD}}{R_{NS}} \right) \left(\frac{M_c}{M} \right)^2 \gtrsim 10^3 \times 10^{-2} = 10.$$

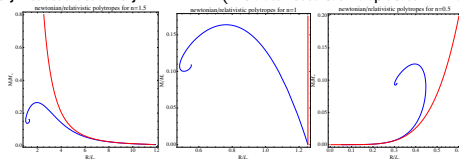
Αυτό σημαίνει ότι η κατάρρευση έχει αρκετή ενέργεια για να οδηγήσει την έκρηξη ($E \sim 10^{53} \text{ erg}$)

Στους αστέρες νετρονίων δεν έχουμε παραγωγή ενέργειας. Ο αστέρας πρακτικά θεωρείται ψυχρός ($T \sim 10^6 K$) για τα δεδομένα των εκφυλισμένων νετρονίων τα οποία παρέχουν την πίεση. Υδροστατική ισορροπία:

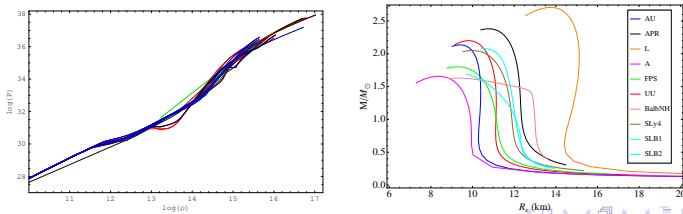
$$\frac{dP}{dr} = -(\rho + P) \frac{d\Phi}{dr} = -\frac{\rho m(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho}\right) \left(1 + \frac{4\pi P r^3}{m(r)}\right) \left(1 - \frac{2m(r)}{r}\right)^{-1}$$

Πολυτροπικές καταστατικές

(Νευτώνεια πολύτροπα: $M \propto R^{\frac{n-3}{n-1}}$)



Ρεαλιστικές καταστατικές



- Αν η μάζα του πυρήνα M_c είναι αρκετά μεγάλη, τότε καμία πίεση δεν μπορεί να αντισταθεί στη βαρύτητα.

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho m(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho}\right) \left(1 + \frac{4\pi P r^3}{m(r)}\right) \left(1 - \frac{2m(r)}{r}\right)^{-1}$$

Στη σχετικότητα ακόμα και η πίεση παράγει βαρύτητα, οπότε και η αύξησή της οδηγεί σε κατάρρευση.

- Μόλις η επιφάνεια του άστρου περάσει την ακτίνα Schwarzschild έχουμε την δημιουργία μιας μαύρης τρύπας.

$$R_{sch} = \frac{2GM}{c^2} \quad (10)$$

Η μαύρη τρύπα είναι μια περιοχή του χώρου από την οποία δεν μπορεί να κινηθεί τίποτα προς τα έξω και το σύνορό της ονομάζεται **ορίζοντας γεγονότων**.

- Μέσα από τον ορίζοντα οι κώνοι φωτός κλείνουν σε άνοιγμα και στρέφονται προς μικρότερα r . Όλες οι χρονοειδείς γεωδαισιακές έχουν στο μέλλον τους την σημειακή ανωμαλία στο $r = 0$.
- Ένας παρατηρητής που πέφτει σε μια μαύρη τρύπα φτάνει στο κέντρο της σε πεπερασμένο ιδιόχρονο. Αντίθετα ένας άλλος παρατηρητής που τον κοιτάζει από το άπειρο βλέπει ότι θέλει άπειρο χρόνο να διασχίσει τον ορίζοντα.

