

Κύκνος X-1, η πρώτη μαύρη τρύπα

Μέτρηση της μάζας του και της
παραμέτρου περιστροφής

Γιώργος Παππάς
5/11/2011

[arXiv:1106.3688v2](#) [astro-ph.HE]

[arXiv:1106.3689v2](#) [astro-ph.HE]

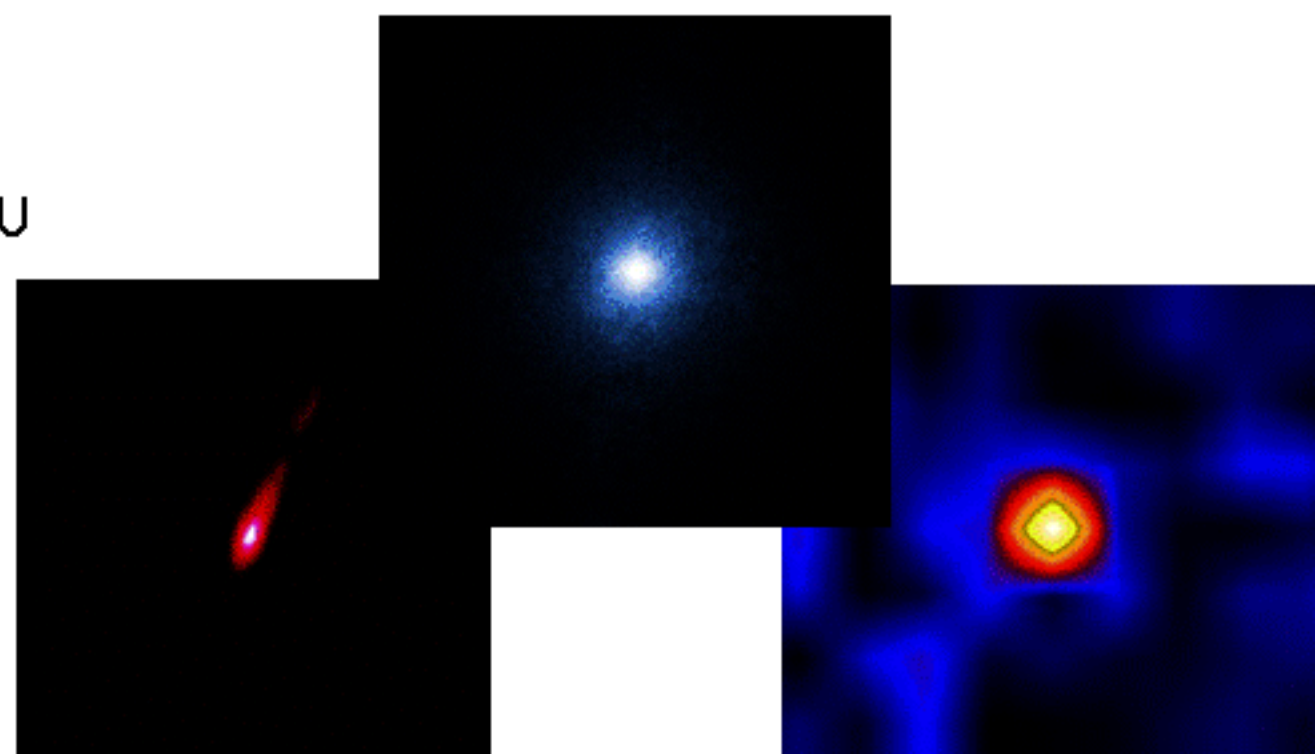
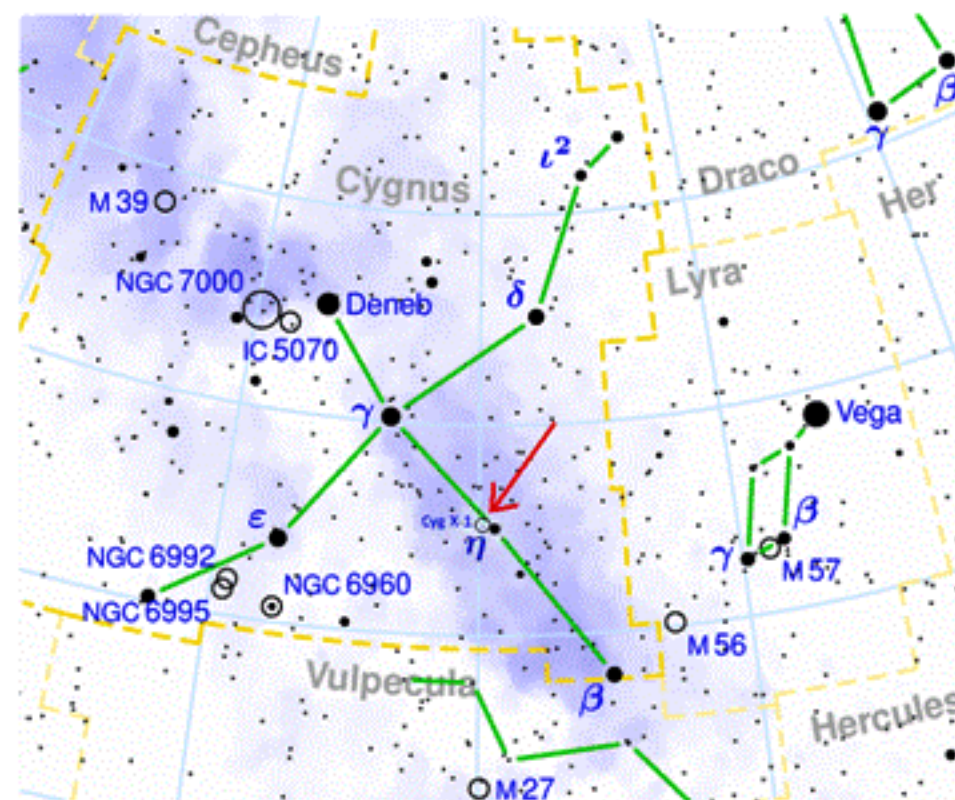
[arXiv:1106.3690v2](#) [astro-ph.HE]

Δομή της παρουσίασης:

- Μερικά ιστορικά στοιχεία (και όχι μόνο),
- Λίγα λόγια για τις Μαύρες Τρύπες και τις περιστρεφόμενες Μαύρες Τρύπες,
- Μέτρηση της απόστασης του Κύκνου X-1,
- Μέτρηση της Μάζας του Κύκνου X-1,
- Μέτρηση του σπιν του Κύκνου X-1.

Μερικά ιστορικά στοιχεία...

- Ανακαλύφθηκε το 1964,
- Πρώτες συστηματικές παρατηρήσεις από το 1970 με τον δορυφόρο Uhuru και το 1971 με την αποστολή Apollo 15,
- High Mass X-Ray Binary (HMXRB),
- Συνοδός αστέρας HDE 226868 άστρο μεγάλης μάζας, φασματικού τύπου O που τροφοδοτεί με τον άνεμό του τον δίσκο του Κύκνου,
- Το 1974 Hawking και Thorne βάζουν στοίχημα για την φύση του Κύκνου X-1.
Ο Thorne κέρδισε μια ετήσια συνδρομή στο Penthouse.



Οι εκτιμήσεις μέχρι πρόσφατα...

- Απόσταση

- εκτιμήσεις από 1.8 μέχρι 2.4 kpc
- η ακριβέστερη εκτίμηση είναι $2.14 \pm 0.07 \text{ kpc}$
αλλά βασίζεται σε φωτομετρία και φασματοσκοπία του NGC 6871

- Μάζα

- Τροχιακές παράμετροι του συστήματος:
Περίοδος ~ 5.6 μέρες, Απόσταση του Κύκνου X-1 από το CM $\sim 0.128 \text{ AU}$
κλίση του τροχιακού επιπέδου $i \sim 36^\circ$
- Εκτίμηση μαζών: $M_{BH} = 7 - 10 M_\odot$, $M_{opt} = 16 - 20 M_\odot$

- ΣΠΙΝ

- Μετρήσεις με την βοήθεια των γραμμών του σιδήρου από το δίσκο:
Miller et al. (2005): $a_* = 0.05 \pm 0.01$
Duro et al. (2011): “the black hole is close to rotating maximally”.

Λίγα λόγια για τις Μαύρες Τρύπες...

Λίγα λόγια για την βαρυτική ευστάθεια...

Αστρικά Μοντέλα σε ισορροπία

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

Υδροστατική Ισορροπία

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho}{r^2} \times \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + 4\pi r^3 \frac{P}{m(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2}\right)^{-1}$$

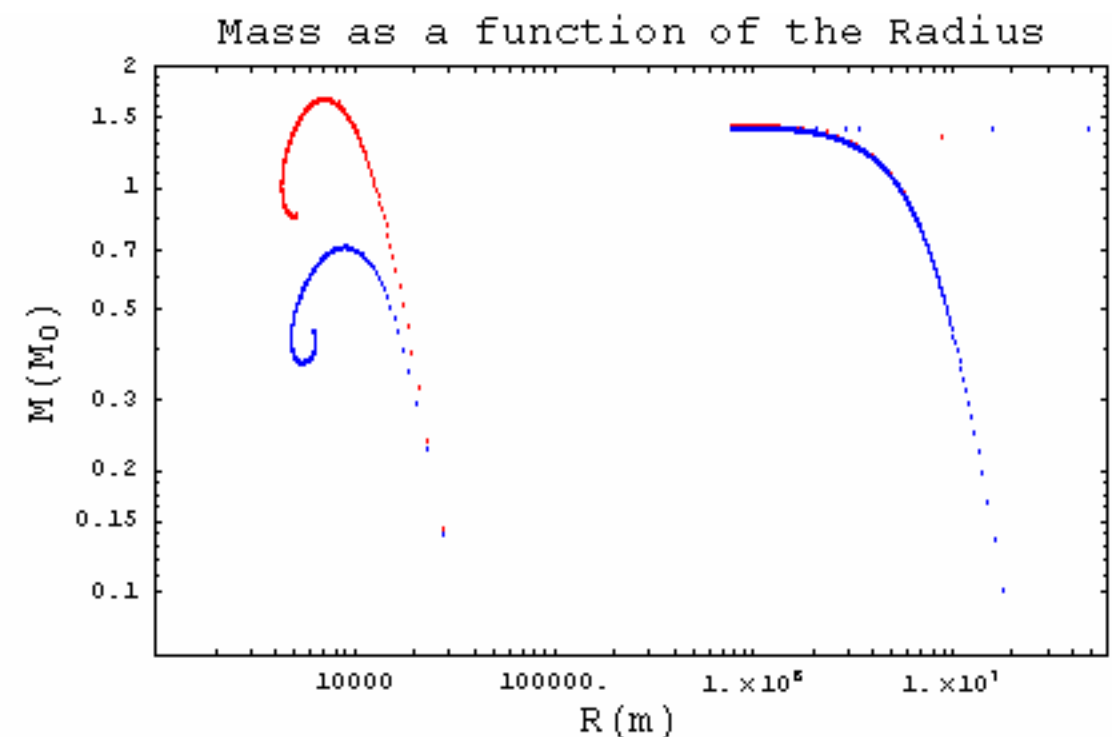
$$P = P(\rho) \rightarrow P = k\rho^\Gamma$$

Διαταραχές από την Ισορροπία

$$r \rightarrow r_0 + \delta r, \quad \rho \rightarrow \rho_0 + \delta \rho, \quad P \rightarrow P_0 + \delta P$$

Νευτώνεια: $\delta \ddot{r} + \omega^2 \delta r = 0, \quad \omega^2 \propto \left(\bar{\Gamma} - \frac{4}{3}\right) \bar{\rho}$

Σχετικιστικά: $\omega^2 \propto \left(\bar{\Gamma} - \frac{4}{3} - O\left(\frac{GM}{Rc^2}\right)\right) \bar{\rho}$



Επιστροφή στις Μαύρες Τρύπες

Μαύρη τρύπα τύπου **Schwarzschild** (μη περιστρεφόμενη με σφαιρική συμμετρία)

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad R_H = 2M$$

γεωδαισιακή κίνηση: $g_{\mu\nu} p^\mu p^\nu = -m^2$, $\tilde{E} = -\frac{p_t}{m}$, $\tilde{L} = \frac{p_\phi}{m}$ για τα φωτόνια έχουμε $m=0$

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \tilde{E}^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) \left(1 + \frac{\tilde{L}^2}{r^2}\right) = -V_{eff}(r)$$

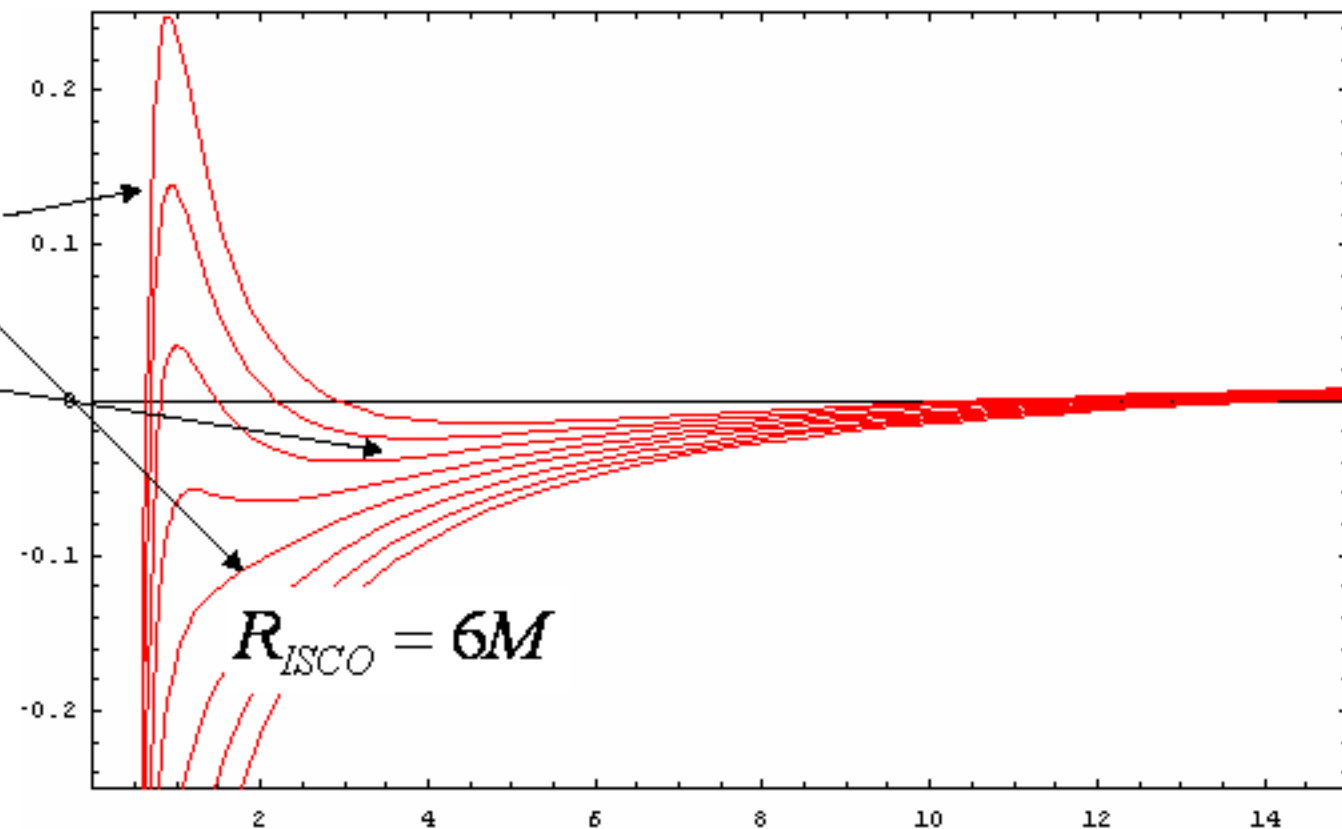
Κυκλικές τροχιές $V_{eff} = 0$, $\frac{dV_{eff}}{dr} = 0$, $\frac{d^2V_{eff}}{dr^2} = 0$

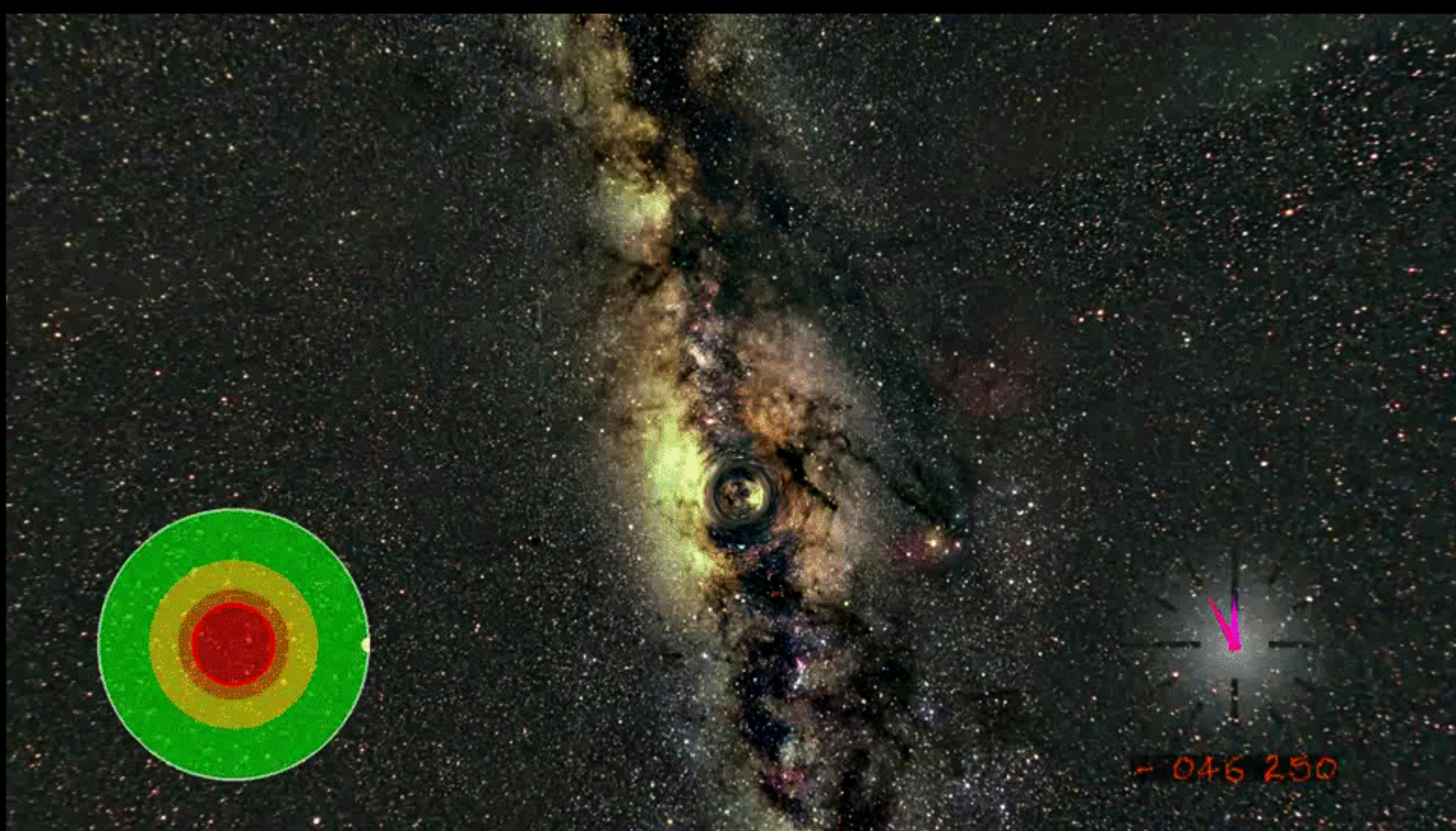
Περιστρεφόμενη μαύρη τρύπα **Kerr**

Παράμετρος περιστροφής: $a_* = J/M^2$

$$a_* = 0 \rightarrow R_H = 2M, \quad R_{ISCO} = 6M$$

$$a_* = 1 \rightarrow R_H = M, \quad R_{ISCO} = M$$





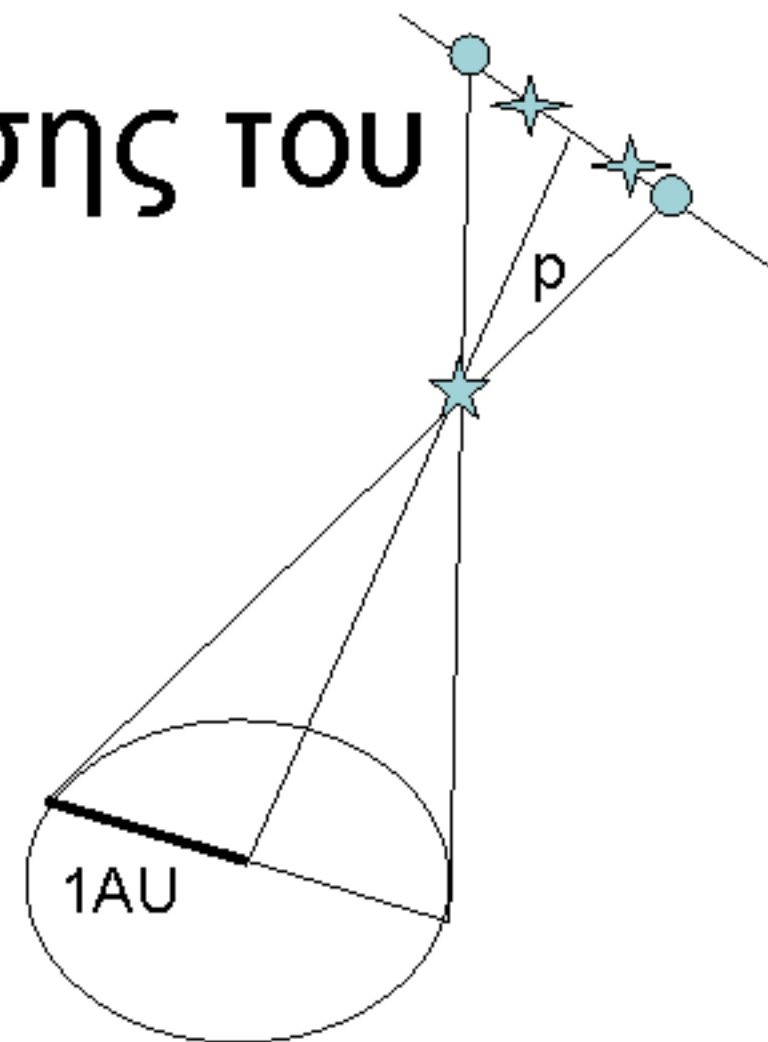
[Journey into a Schwarzschild black hole](#) from [Andrew Hamilton](#)
[arXiv:0903.4717v1](#) [gr-qc]

Μέτρηση της απόστασης του Κύκνου X-1

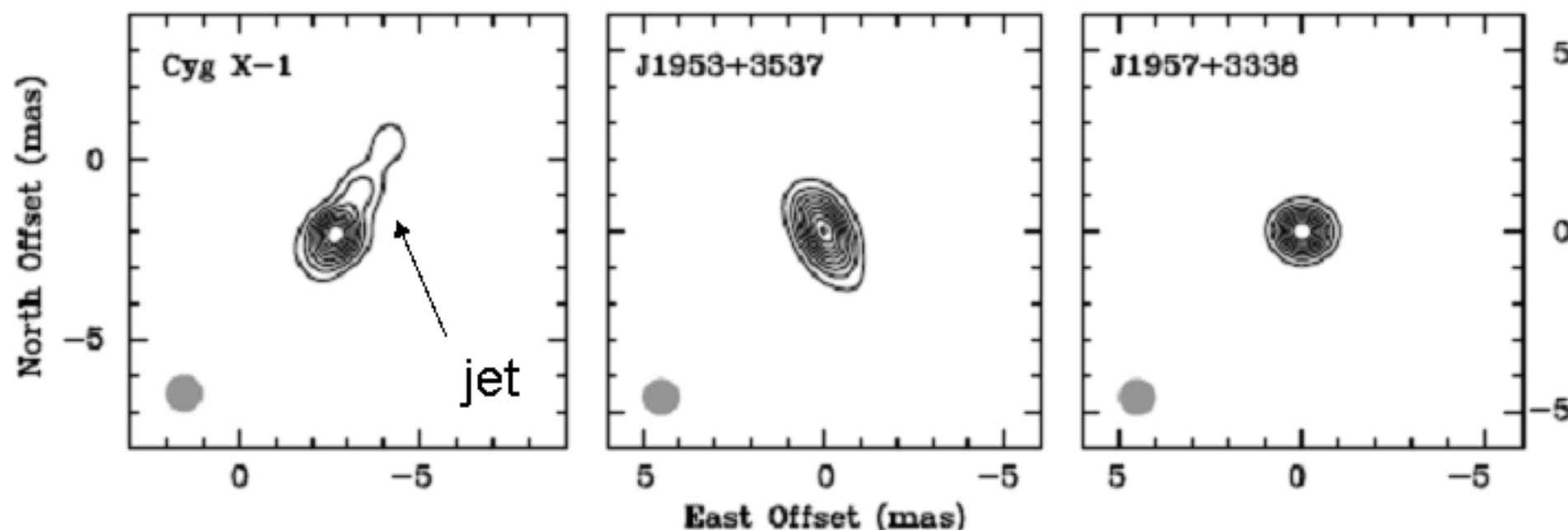
- Τριγωνομετρική Παράλλαξη

$$D(pc) = \frac{1}{p(arc\ sec)}$$

$$1\ pc = \frac{60 \cdot 60 \cdot 180}{\pi} \cdot AU = 206\ 264.806 \cdot AU$$



Ο Κύκνος X-1 και τα δύο αντικείμενα αναφοράς



Παρατηρήσεις της
 ραδιοεκπομπής του
 Κύκνου X-1 με τη βοήθεια
 του VLBA στα 8.4 GHz,
 Έλεγχος και για τις
 επιπτώσεις της τροχιακής
 κίνησης της πηγής,

$$D = 1.86^{+0.12}_{-0.11} \text{ kpc}$$

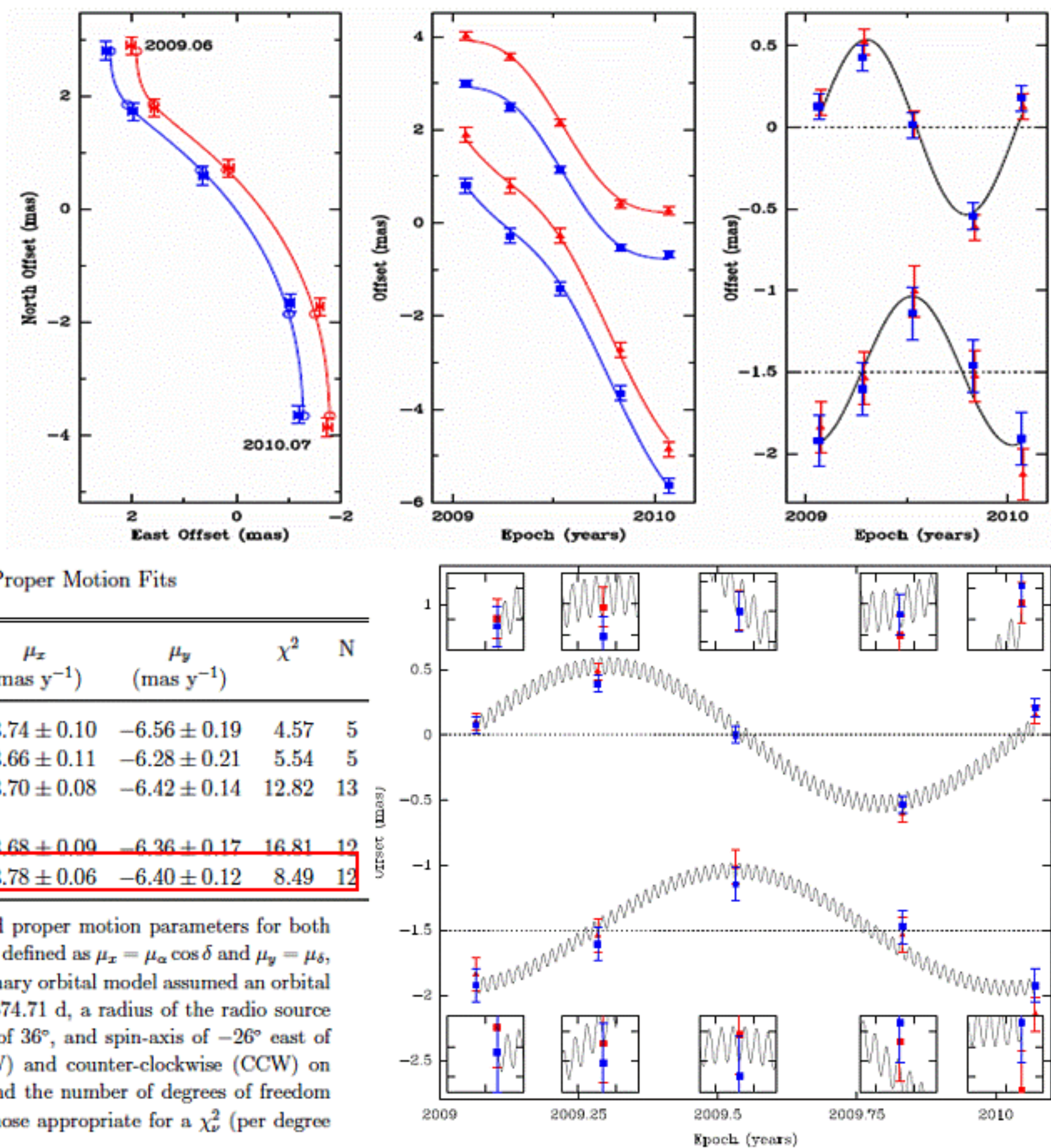
$$V_E = -33 \text{ km/s}, V_N = -56 \text{ km/s},$$

$$V_y = -5 \text{ km/s}$$

Table 2. Cygnus X-1 Parallax & Proper Motion Fits

Cygnus X-1 Orbit	Background Source	Parallax (mas)	μ_x (mas y ⁻¹)	μ_y (mas y ⁻¹)	χ^2	N
None	J1953+3537	0.582 ± 0.055	-3.74 ± 0.10	-6.56 ± 0.19	4.57	5
.....	J1957+3338	0.511 ± 0.061	-3.66 ± 0.11	-6.28 ± 0.21	5.54	5
.....	Combined	0.547 ± 0.041	-3.70 ± 0.08	-6.42 ± 0.14	12.82	13
CCW	Combined	0.528 ± 0.047	-3.68 ± 0.09	-6.36 ± 0.17	16.81	12
CW	Combined	0.539 ± 0.033	-3.78 ± 0.06	-6.40 ± 0.12	8.49	12

Note. — Combined fits used a common parallax and proper motion parameters for both background sources. The proper motion components are defined as $\mu_x = \mu_\alpha \cos \delta$ and $\mu_y = \mu_\delta$, where α is Right Ascension and δ is Declination. The binary orbital model assumed an orbital period of 5.599829 d, superior conjunction at JD 2441874.71 d, a radius of the radio source about the center of mass of 0.071 mas, an inclination of 36°, and spin-axis of -26° east of north. We tried two orbital direction: clockwise (CW) and counter-clockwise (CCW) on the sky. Columns 6 and 7 list the post-fit χ^2 values and the number of degrees of freedom (N). Parameter uncertainties have been re-scaled to those appropriate for a χ^2_ν (per degree of freedom) of unity.



Μέτρηση της Μάζας του Κύκνου X-1

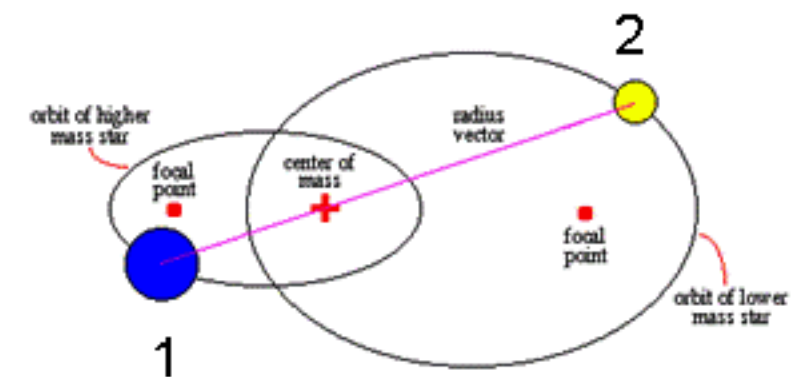
- Προσδιορισμός των απαραίτητων στοιχείων με τη βοήθεια φασματοσκοπίας και φωτομετρίας.

3ος νόμος του Κέπλερ: $\frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2} = \frac{G}{(2\pi)^2} (m_1 + m_2)$ Binary Star Orbit

Εξ. κέντρου μάζας:

$$r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r, \quad r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r$$

$$u_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} u, \quad u_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} u$$

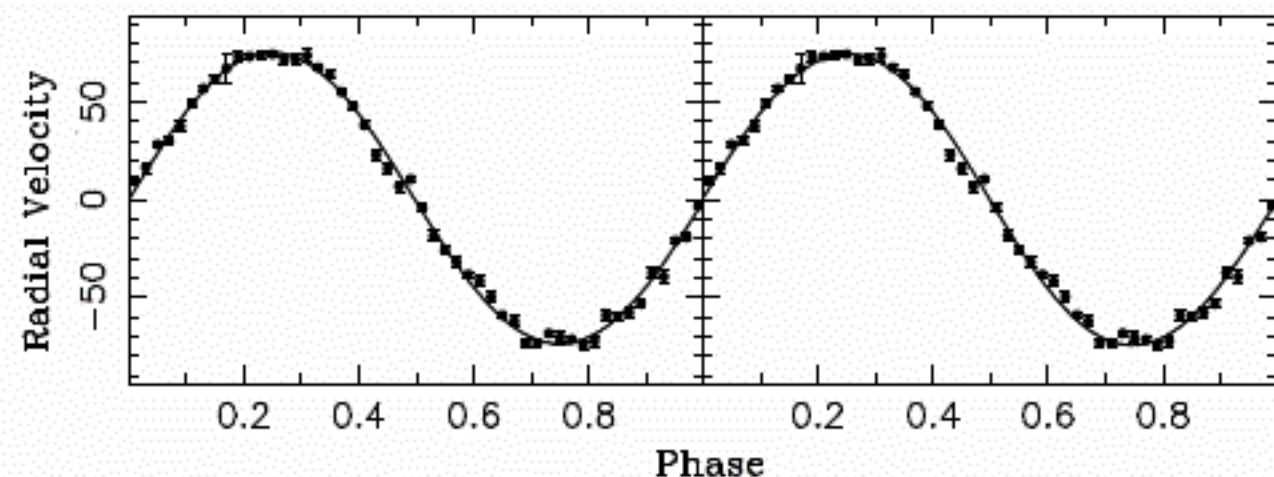


Συνάρτηση μάζας: $\Rightarrow \frac{(m_2 \sin i)^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{(u_{1r})^3 P}{2\pi G}$

Ακτινική ταχύτητα ορατού συνοδού:

$$u_r = u_o + K \sin\left(\frac{2\pi}{P}(t - t_0)\right)$$

$K \rightarrow u_{1r}$



Μέτρηση της Μάζας του Κύκνου X-1

- Προσδιορισμός των απαραίτητων στοιχείων με τη βοήθεια φασματοσκοπίας και φωτομετρίας.

Περιορισμοί στις παραμέτρους του ορατού συνοδού:

- Από την απόσταση και το φαινόμενο μέγεθος

$$M_{abs} = m + BC(T_{eff}) - (5 \log D - 5) - 0.11 A_v$$

- Από το απόλυτο μέγεθος

$$L = 10^{-0.4(M_{abs} - 4.71)} L_{\odot} \Rightarrow R = \sqrt{L(5770/T_{eff})^4} R_{\odot}$$

- Από τα φάσματα

(πλάτυνση γραμμών, λόγος εντάσεων γραμμών)

εξ. Saha: $\frac{N_n}{N_{n-1}} = \Phi(T) \rightarrow 30kK \leq T_{eff} \leq 32kK$

πλάτυνση Doppler: $V_{rot} \sin i = 95 \pm 6 \text{ km s}^{-1}$

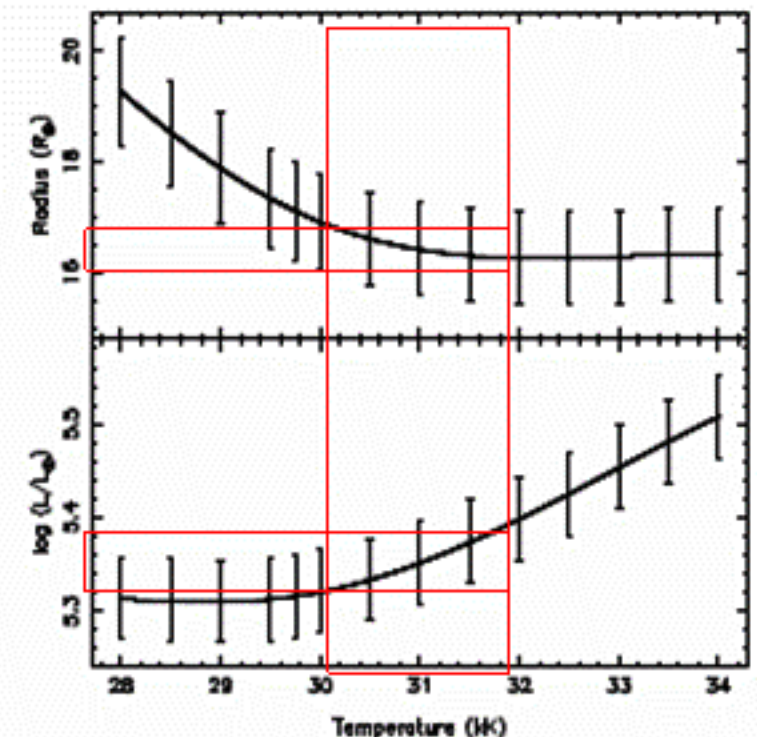


Fig. 1.— The derived O-star radius (top) and luminosity (bottom) as a function of the assumed effective temperature.

Οι παράμετροι αυτοί θα παίξουν τον ρόλο περιορισμών για την εκτίμηση των παραμέτρων του ορατού συνοδού από τις καμπύλες φωτός.

Μέτρηση της Μάζας του Κύκνου X-1

- Προσδιορισμός των απαραίτητων στοιχείων με τη βοήθεια φασματοσκοπίας και φωτομετρίας.

Κατασκευάζουμε ένα μοντέλο για τον ορατό συνοδό, που περιέχει ως παραμέτρους τα φυσικά και τα τροχιακά του στοιχεία.

$$\Psi = \frac{GM_1}{d} \left[\frac{1}{r_1} + \frac{Q}{r_2} - Qx + \frac{1+Q}{2} \Omega^2 (x^2 + y^2) \right]$$

$$Q = M_2 / M_1, \quad \Omega = \frac{\omega_1}{\omega_{orb}}$$

Η επιφάνεια του άστρου είναι μια ισοδυναμική του Ψ .

Η ακτινοβολία από την επιφάνεια ολοκληρώνεται και φτιάχνουμε τις θεωρητικές καμπύλες φωτός.

Από το Ψ υπολογίζουμε την επιφανειακή βαρύτητα $g = |-\vec{\nabla}\Psi|$ από την οποία εξαρτάται η θερμοκρασία σε κάθε σημείο.

$$T(x, y, z) \propto (g(x, y, z))^\beta \quad \text{von Zeipel's theorem}$$

β : gravity darkening

Από την θερμοκρασία σε κάθε σημείο υπολογίζεται η ακτινοβολία του άστρου.

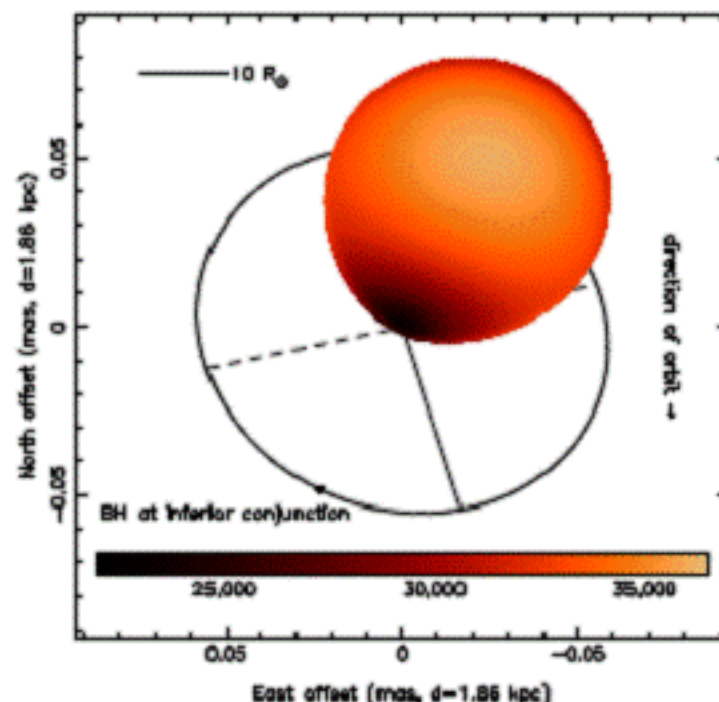


Fig. 3.— A schematic diagram of Cygnus X-1, shown as it would appear on the sky plane.

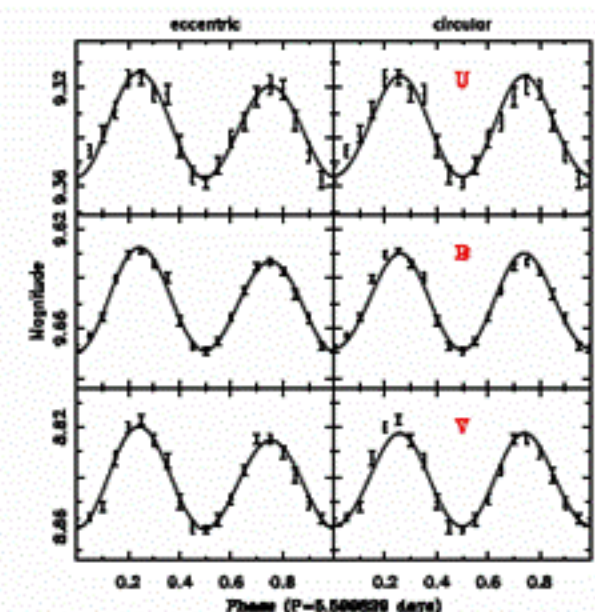


Fig. 2.— The optical light curves and best-fitting models assuming an eccentric orbit with $e = 0.018$ (model D, left panels) and a circular orbit (model A, right panels). Note how much better the unequal maxima of the light curves are accommodated by the model that includes eccentricity.

Μέτρηση της Μάζας του Κύκνου X-1

- Προσδιορισμός των απαραίτητων στοιχείων με τη βοήθεια φασματοσκοπίας και φωτομετρίας.

Table 1. Cygnus X-1 Model Parameters

parameter	Model A	Model B	Model C	Model D	adopted
i (deg)	51.45 ± 7.46	67.74 ± 2.83	28.50 ± 2.21	27.03 ± 0.41	27.06 ± 0.76
Ω	1.000	0.674 ± 0.043	1.000	1.404 ± 0.099	1.400 ± 0.084
e	...	...	0.025 ± 0.003	0.018 ± 0.002	0.018 ± 0.003
ω (deg)	...	...	303.5 ± 5.1	308.1 ± 5.5	307.6 ± 5.3
$M_{\text{opt}} (M_{\odot})$	20.53 ± 2.00	26.27 ± 2.41	25.17 ± 2.54	18.97 ± 2.15	19.16 ± 1.90
$M (M_{\odot})$	7.37 ± 1.19	6.98 ± 0.39	15.83 ± 1.80	14.69 ± 0.70	14.81 ± 0.98
$R_{\text{opt}} (R_{\odot})$	15.07 ± 1.26	16.41 ± 0.72	18.46 ± 0.77	16.09 ± 0.65	16.17 ± 0.68
$R_{\text{dist}} (R_{\odot})$	16.42 ± 0.84	16.42 ± 0.84	16.42 ± 0.84	16.42 ± 0.84	16.50 ± 0.84
$\log g$ (cm s $^{-2}$)	3.394 ± 0.016	3.427 ± 0.008	3.306 ± 0.018	3.302 ± 0.012	3.303 ± 0.018
$V_{\text{rot}} \sin i$ (km s $^{-1}$)	106.52 ± 6.39	92.57 ± 5.59	79.91 ± 4.79	92.99 ± 5.89	92.99 ± 4.62
χ^2_U	26.11	24.74	21.14	17.76	...
χ^2_H	46.71	43.57	24.96	19.33	...
χ^2_P	34.81	32.49	24.58	23.99	...
χ^2_{RV}	554.13	551.57	531.83	536.32	...
χ^2_{tot}	668.03	652.54	614.769	597.67	...
d.o.f.	584	583	582	581	...

Note. — The assumed stellar temperature is $T_{\text{eff}} = 31,000$ K. R_{opt} is the stellar radius derived from the models. R_{dist} is the stellar radius derived from the measured parallax and assumed temperature. $V_{\text{rot}} \sin i = 95 \pm 6$ km s $^{-1}$ is the projected rotational velocity of the O-star derived from the models. Model A assumes a circular orbit and synchronous rotation. Model B assumes a circular orbit and nonsynchronous rotation. Model C assumes an eccentric orbit and pseudo-synchronous rotation. Model D assumes an eccentric orbit and nonsynchronous rotation. The adopted parameters are the weighted averages of the values for model D derived for each temperature in the range of $30,000 \leq T_{\text{eff}} \leq 32,000$ K.

Table 2. Cygnus X-1 Final Parameters

parameter	value
i (deg)	27.06 ± 0.76
Ω	1.400 ± 0.084
e	0.018 ± 0.003
ω (deg)	307.6 ± 5.3
$M_{\text{opt}} (M_{\odot})$	19.16 ± 1.90
$R_{\text{opt}} (R_{\odot})$	16.17 ± 0.68
$\log g$ (cgs)	3.303 ± 0.018
$M (M_{\odot})$	14.81 ± 0.98



Μέτρηση του σπιν του Κύκνου X-1

- Μέτρηση της παραμέτρου περιστροφής με την βοήθεια της εκπομπής από τον δίσκο προσαύξεσης.

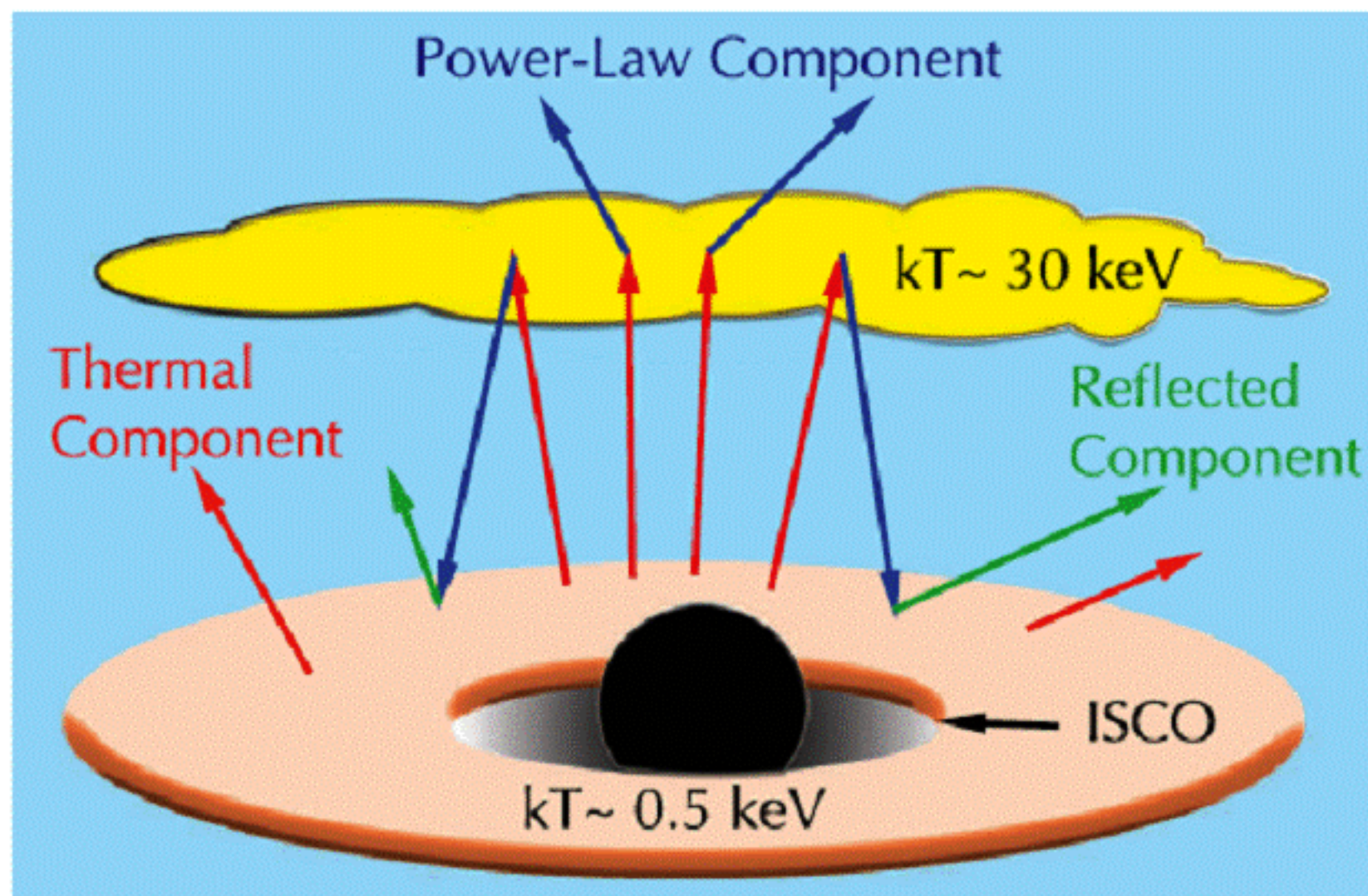
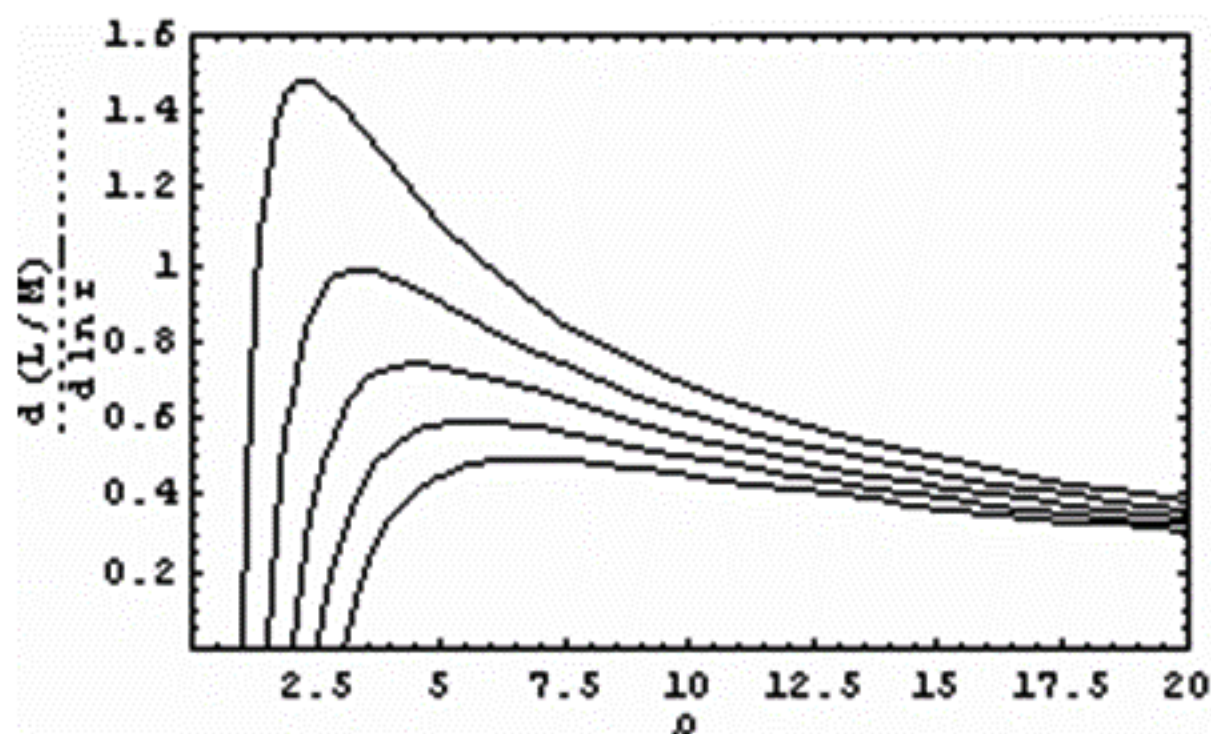


Figure 2. Schematic sketch of the X-ray source (adapted from a sketch provided by R. Reis). The accretion disk (pink) is truncated at the ISCO, leaving a dark gap between the disk's inner edge and the black hole's event horizon (black). Shown hovering above the optically-thick disk is its tenuous scattering corona (yellow). As indicated by the arrows, the disk supplies the thermal component of emission, which is Compton scattered into a power-law component by hot electrons in the corona. Approximately half of this latter component illuminates the disk, thereby generating the reflected component.

Μέτρηση του σπιν του Κύκνου X-1

Νευτώνειος λεπτός δίσκος:

$$\frac{dL}{d\rho} = \frac{3GM\dot{M}}{2\rho^2} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_{in}}{\rho}}\right) \Rightarrow L = \frac{GM\dot{M}}{2\rho_{in}}$$



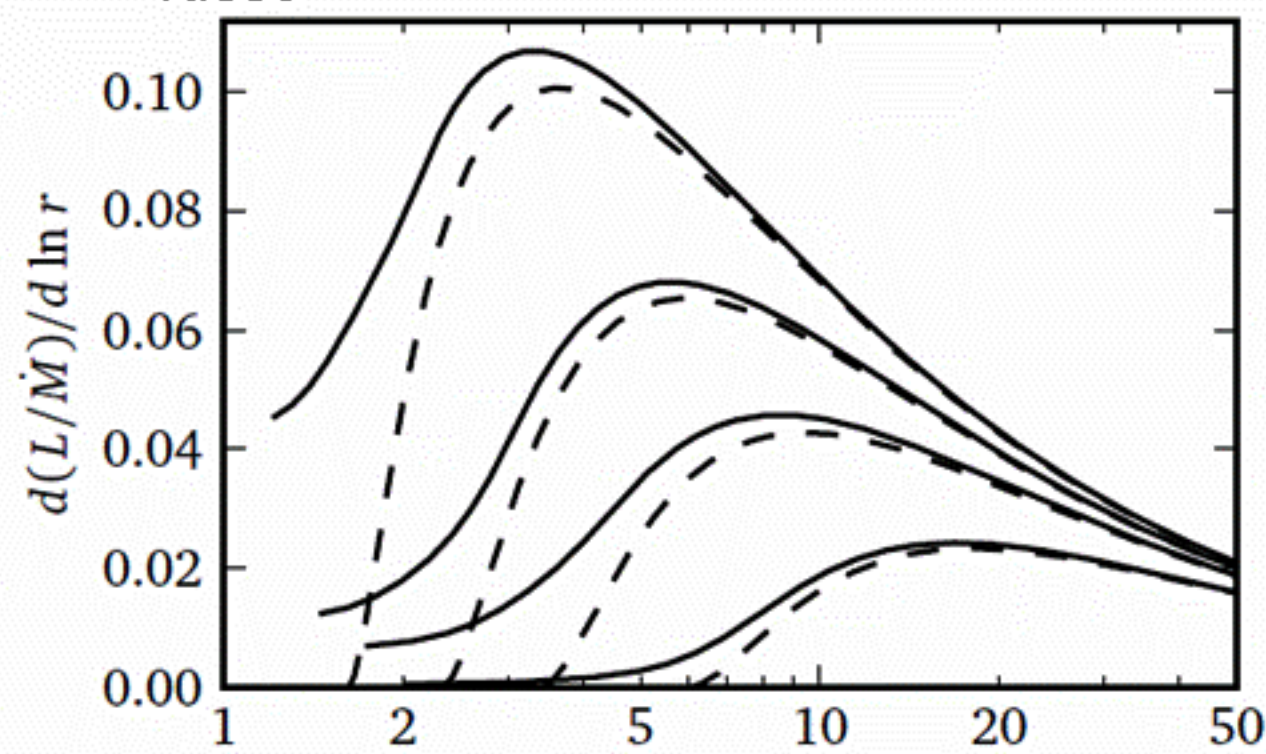
$$T_{eff} = \left[\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma_{SB}} \left(1 - \sqrt{\frac{\rho_{in}}{\rho}}\right) \right]^{1/4} \rho^{-3/4} \Rightarrow F_{\nu} = \left(\frac{4\pi h \nu^3}{c^2} \int_{\rho_{in}}^{\infty} \frac{\rho d\rho}{e^{h\nu/kT(\rho)} - 1} \right) \left(\frac{\rho_{in}}{D} \right)^2 \cos i$$

$$T_{max} = 0.488 \left[\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma_{SB}\rho_{in}^3} \right]^{1/4} \Rightarrow L = 73.9\sigma T_{max}^4 \rho_{in}^2$$

Σχετικιστικός λεπτός δίσκος:

(Novikov-Thorne)

Η εσωτερική ακτίνα ορίζεται από το RISCO



Μέτρηση του σπιν του Κύκνου X-1

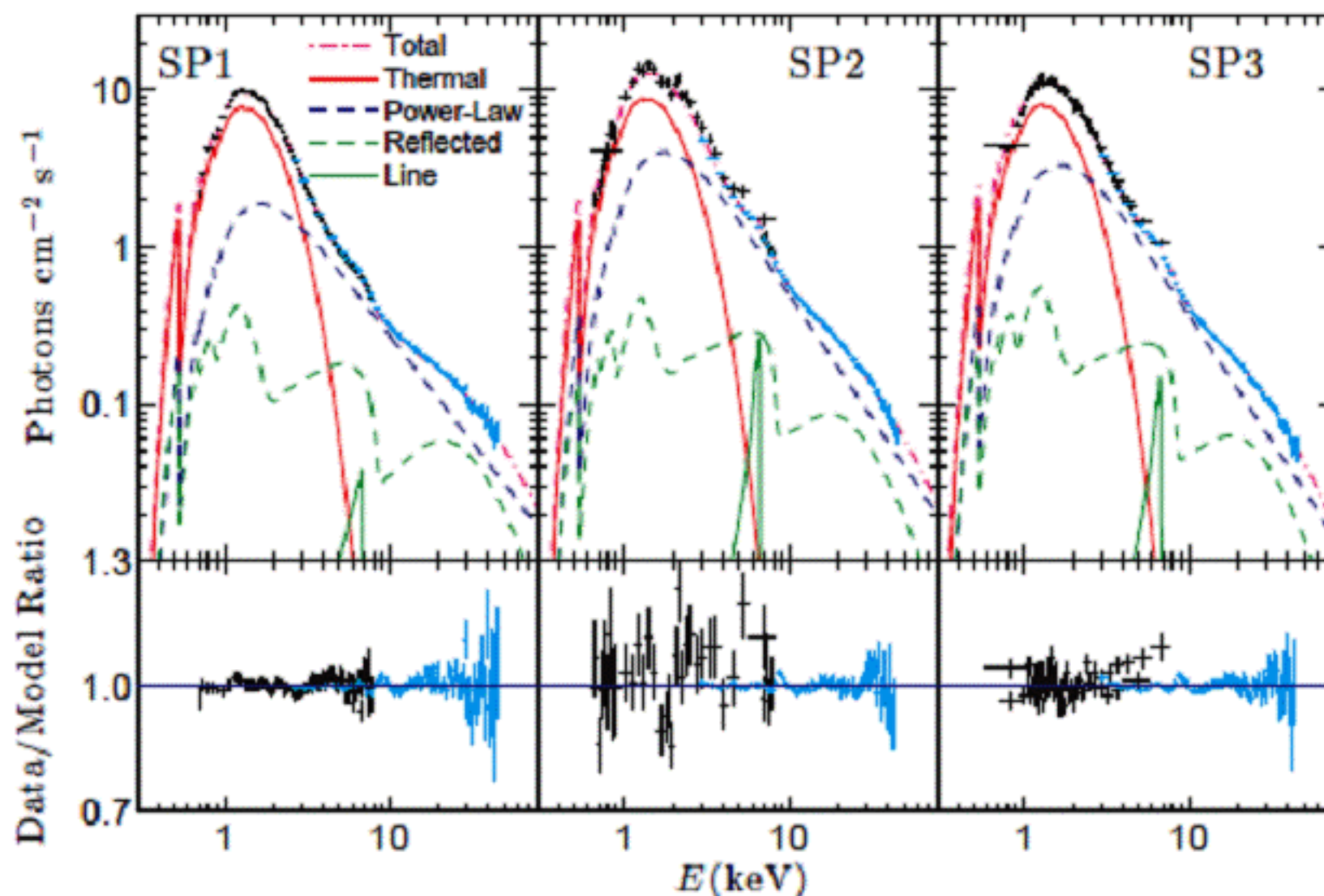


Figure 3. (Top) The upper envelope in each of these spectra shows the data (*RXTE* in blue, and *ASCA* or *Chandra* in black) and the best-fit total relativistic model for the case of our adopted model. Each total model spectrum is shown decomposed into thermal and power-law components, and a reflection component, which is comprised of a continuum component plus the F K α line feature. (The color assignments correspond to those used in Figure 2.) The low-energy X-ray absorption component is evident at energies $\lesssim 1$ keV. Note in all three spectra the dominance at low energies of the key thermal component. (Bottom) Ratio of the data to the model showing deviations between the two.

Μέτρηση του σπιν του Κύκνου X-1

Table 2
Fit results for our adopted model^a

Number	Model	Parameter	SP1	SP2	SP3
1	KERRBB2	a_*	$0.9985^{+0.0005}_{-0.0008}$ ^b	$0.9999^{+0}_{-0.0029}$ ^b	$0.9999^{+0}_{-0.0001}$ ^b
2	KERRBB2	$\dot{M}$	0.115 ± 0.004	0.139 ± 0.029	0.122 ± 0.011
3	const	–	1.000 ± 0.002	1.031 ± 0.013	0.971 ± 0.004
4	TBABS	N_H	0.705 ± 0.006	0.768 ± 0.024	0.687 ± 0.010
5	SIMPLR	Γ	2.282 ± 0.010	2.499 ± 0.012	2.549 ± 0.011
6	SIMPLR	f_{SC}	0.225 ± 0.006	0.305 ± 0.012	0.306 ± 0.006
7	KERRDISK	E_L	6.56 ± 0.09	6.44 ± 0.05	6.49 ± 0.04
8	KERRDISK	q	2.82 ± 0.02	2.28 ± 0.06	2.29 ± 0.07
9	KERRDISK	N_L	0.015 ± 0.001	0.032 ± 0.002	0.024 ± 0.001
10	KERRDISK	EW	0.154	0.158	0.159
11	IREFLECT	X_{Fe}	5.34 ± 0.15	2.97 ± 0.12	3.63 ± 0.14
12	IREFLECT	s	0.98 ± 0.04	0.80 ± 0.03	0.93 ± 0.03
13	IREFLECT	ξ	153.1 ± 15.7	71.2 ± 10.0	62.0 ± 8.4
14		χ^2_ν	1.24(561/454)	1.28(371/290)	1.18(723/614)
15		f	1.610	1.612	1.621
16		L/L_{Edd}	0.018	0.026	0.023
17	Adopted ^c	a_*	$0.9985^{+0.0005}_{-0.0148}$	$0.9999^{+0}_{-0.0050}$	$0.9999^{+0}_{-0.0116}$

^a For the model components given, the parameters from top to bottom are: (1) spin parameter; (2) mass accretion rate in units of 10^{18} g s^{-1} ; (3) detector normalization constant relative to *RXTE* PCU2; (4) hydrogen column density in units of cm^{-2} ; (5) photon power-law index Γ ; (6) scattering fraction f_{SC} ; (7) central line energy in keV; (8) emissivity index q ; (9) line flux in units of photons $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$; (10) equivalent width of line in keV; (11) iron abundance relative to solar; (12) reflection scaling factor s ; (13) ionization parameter ξ ; (14) Reduced chi-square, total chi-square and degrees of freedom, respectively; (15) spectral hardening factor f ; and (16) Eddington-scaled disk luminosity, where $L_{Edd} \approx 1.9 \times 10^{39} \text{ erg s}^{-1}$ for Cygnus X-1. Unless otherwise indicated, the uncertainties quoted here and throughout the paper are at the 1σ level of confidence.

^b The physical maximum value of the spin parameter a_* is unity and for the XSPEC model KERRBB2 it is 0.9999. The very small errors quoted here are purely the uncertainties due to counting statistics, which result from fitting our adopted model to the X-ray data.

^c Final adopted values for the spin parameter and their uncertainties. The 1σ uncertainties are calculated based on the 3σ lower limits on a_* shown in Figure 4. These results fold in the uncertainties in D , M , i and the absolute flux calibration via our Monte Carlo analysis (see Section 6).

$$a_* \geq 0.95, \quad T_{in} \approx 0.5 \text{ keV}, \quad R_{in} = R_{ISCO} \approx 2 \frac{GM}{c^2} \approx 42 \text{ km}, \quad v_{ISCO} \approx 0.5c$$

ΤΕΛΟΣ

