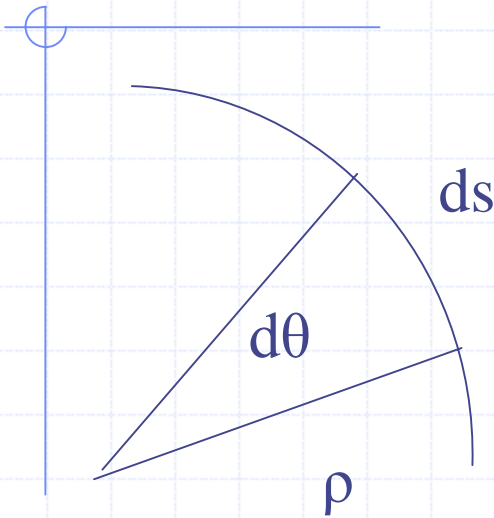


# Γωνιακή Ταχύτητα, Επιτάχυνση.



$$ds = \rho d\theta \Rightarrow \frac{ds}{dt} = \rho \frac{d\theta}{dt}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \text{γωνιακή ταχύτητα}$$

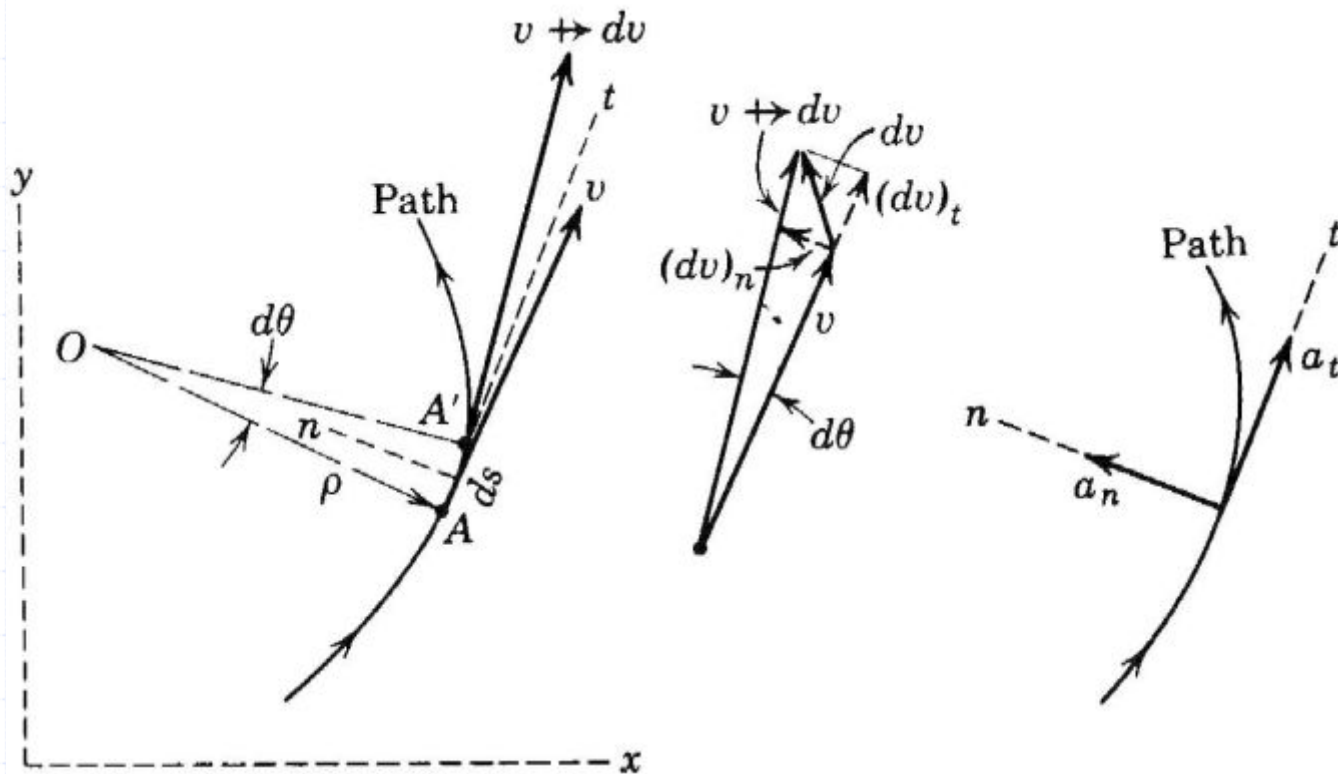
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{γωνιακή επιτάχυνση}$$

$$v = \rho\omega \quad \text{εφαπτομενική ταχύτητα}$$

$$a_T = \rho\alpha \quad \text{εφαπτομενική επιτάχυνση}$$

$$a_N = \frac{v^2}{\rho} = \rho\omega^2 = v\omega \quad \text{κεντρομόλος επ.}$$

# Ανάλυση Επιτάχυνσης



*O* είναι το στιγμιαίο κέντρο περιστροφής.  
*ρ* είναι η στιγμιαία ακτίνα καμπυλότητας.

Η ανάλυση της Εφαπτομενικής Επιτάχυνσης είναι πιο πολύπλοκη.  
Αναλύουμε σε Ακτινικό και Εφαπτομενικό μέρος.

$$\text{Στιγμιαία Ταχύτητα : } v = \rho \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$$

Εφαπτομενική Επιτάχυνση :

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \rho \frac{d\theta}{dt} \right)$$

$$= \rho \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\rho}{dt} \frac{d\theta}{dt}$$

$$= \rho a + \omega \frac{d\rho}{dt}$$

Ακτινική  
Ταχύτητα

Γωνιακή Επιτ.

Γωνιακή Ταχ.

# Κυκλική Τροχιά.

Οι τύποι απλοποιούνται πολύ για την κυκλική τροχιά.

$$\rho = R \quad \text{σταθερή}$$

$$v = ds/dt = R d\theta/dt = \omega R$$

$$a_N = v^2/R$$

$$a_T = dv/dt = R d\omega/dt = \alpha R$$

# Διευκρίνιση.

- ◆ *Στα προηγούμενα, η ανάλυση σε ακτινική και εφαπτομενική συνιστώσα, γίνεται σε κάθε σημείο της τροχιάς.*
- ◆ *Δηλαδή το σύστημα αξόνων κινείται μαζί με το σώμα.*
- ◆ *Σε κάθε τόξο της τροχιάς αντιστοιχεί ένας εφαπτόμενος κύκλος.*
- ◆ *Η ακτίνα που χρησιμοποιούμε είναι η ακτίνα του εφαπτόμενου κύκλου.*

# Ταχύτητα σε Πολικές Συντεταγμένες

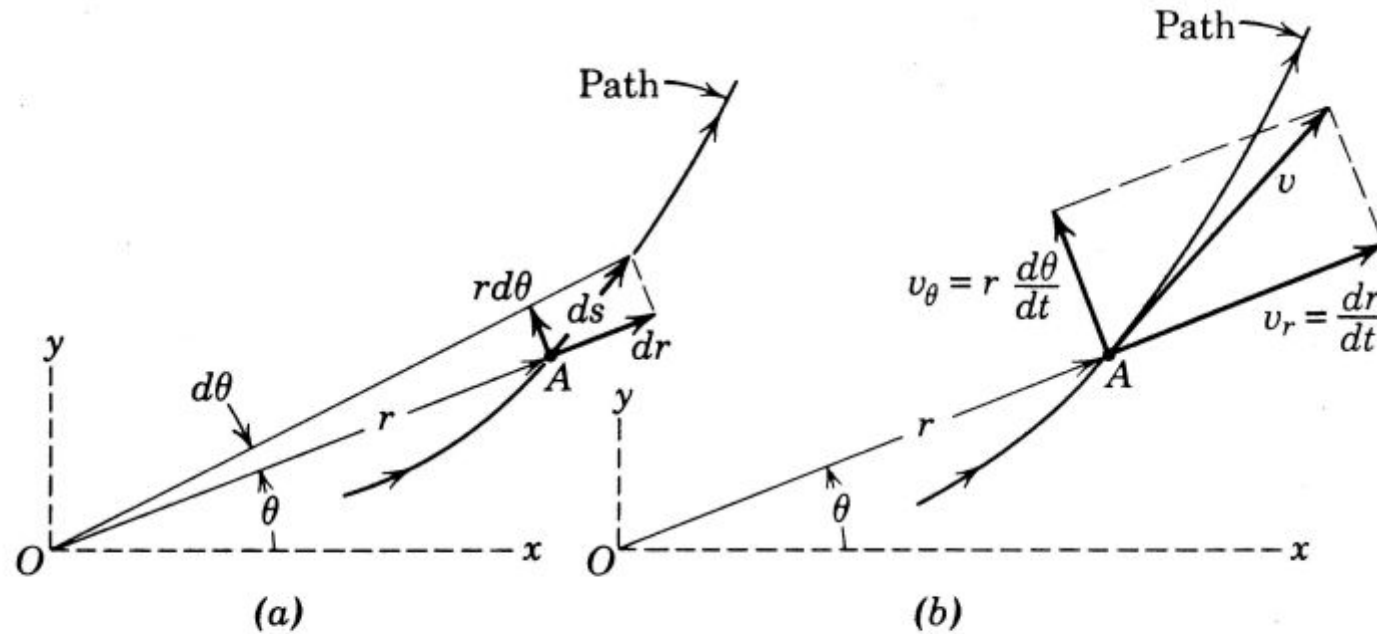


FIG. 14

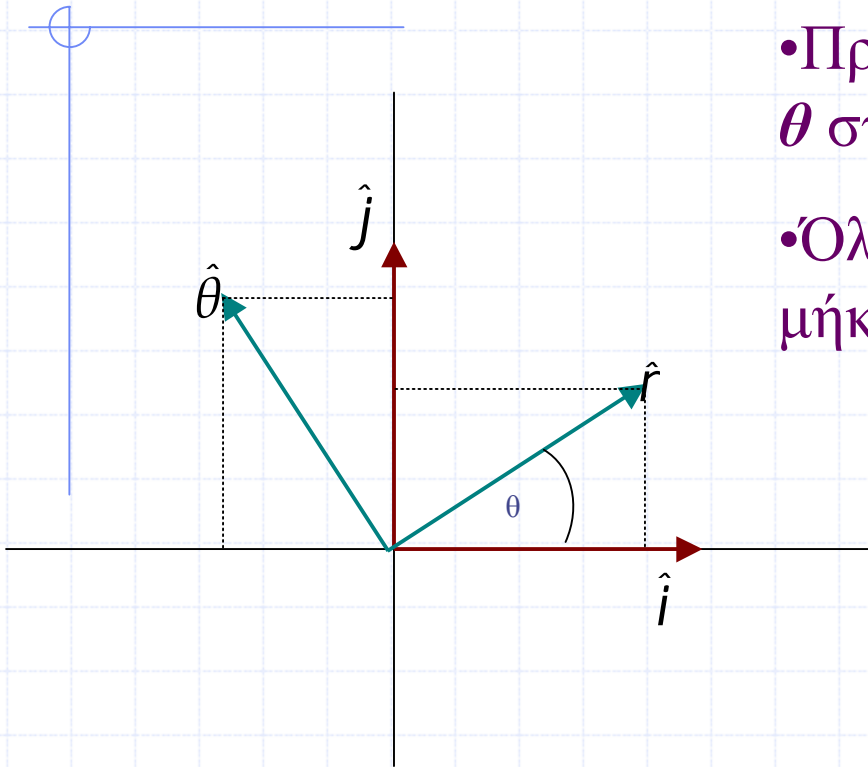
$$d\vec{s} = d\vec{r} + r d\vec{\theta}$$

$$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$$

# Ταχύτητα σε Πολικές Συντεταγμένες, 2-Δ.



- Προβάλλουμε τα διανύσματα  $\mathbf{r}$ ,  $\theta$  στους άξονες X, Y.

- Όλα τα διανύσματα έχουν μήκος μονάδα.

$$\hat{r} = \cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}$$

$$\hat{\theta} = -\sin\theta \hat{i} + \cos\theta \hat{j}$$

# Παραγωγή προς $\rho, \theta$ .

$$\vec{r} = \rho \hat{r}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\rho}{dt} \hat{r} + \rho \frac{d\hat{r}}{dt}$$

Ακτινική  $v_r$

$$\vec{v} = \frac{d\rho}{dt} \hat{r} + \rho \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta}$$

Εφαπτομενική  $v_t$

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (\cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}) =$$

$$(-\sin\theta \hat{i} + \cos\theta \hat{j}) \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\hat{r}}{dt} = \hat{\theta} \frac{d\theta}{dt}$$



# Διευκρίνιση.

- ◆ *Στα προηγούμενα, το σύστημα αξόνων δεν σχετίζεται με την θέση του σώματος.*
- ◆ *Το διάνυσμα  $r$  είναι το διάνυσμα θέσης του σώματος, και  $\theta$  η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα  $X$ .*
- ◆ *Στην επόμενη διαφάνεια, το σύστημα αξόνων βρίσκεται στο κέντρο του κύκλου.*

# Εφαπτομενική και Κεντρομόλος Επιτάχυνση σε Κυκλική Κίνηση.

