

ΑΣΤΡΙΚΕΣ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΕΣ

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΑΣΤΕΡΩΝ

Ε.ΑΝΤΩΝΟΠΟΥΛΟΥ

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	5
2. ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΤΕΛΕΙΩΝ ΑΕΡΙΩΝ	7
3. ΕΙΔΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ	8
Θερμική ισορροπία	8
Θερμοδυναμική ισορροπία	9
Υδροστατική ισορροπία	10
Ακτινοβολιακή ισορροπία	11
4. ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΚΑΙ ΙΟΝΙΣΜΟΣ ΕΝΟΣ ΑΤΟΜΟΥ	12
5. ΒΑΣΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΠΟΥ ΙΣΧΥΟΥΝ Σ' ΕΝΑ ΜΕΣΟ ΠΟΥ ΕΠΙΚΡΑΤΕΙ	14
ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ	
Νόμος Boltzmann	14
Εξίσωση Saha	15
Νόμος κατανομής ταχυτήτων κατά Maxwell-Boltzmann	16
6. ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ	18
Ειδική ένταση ακτινοβολίας	19
Το αμετάβλητο της ειδικής έντασης	21
Ροή ακτινοβολίας	22
Πυκνότητα ενέργειας	24
Πίεση ακτινοβολίας	25
7. ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	26
8. ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΜΕΛΑΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ	27
Νόμος του Wien	28
Νόμος των Stefan-Boltzmann	28
9. ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΚΑΙ ΥΛΗΣ	29
Συντελεστής απορρόφησης k_ν	29
Συντελεστής εκπομπής j_ν	30
Οπτικό βάθος τ_ν	31

Ατομικός συντελεστής απορρόφησης ή ενεργός διατομή	33
Συνάρτηση πηγής S_ν	34
Αδιαφάνεια της αστρικής ύλης	35
Συντελεστές Einstein	37
10. ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΚΑΙ Η ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗ	39
Το ολοκλήρωμα της ροής	42
Προσέγγιση Eddington-Barbier	43
Γκρι ατμόσφαιρα	43
Πραγματική περίπτωση-Μέσος συντελεστής Rosseland	44
11. ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΦΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ	45
Προφίλ και ισοδύναμο πλάτος γραμμής	45
Καμπύλη ανάπτυξης	47
12. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ-ΠΛΑΤΥΝΣΕΙΣ	49
Φυσική πλάτυνση	50
Πλάτυνση γραμμών λόγω φαινομένου Doppler	52
Πλάτυνση γραμμής λόγω φαινομένων συγκρούσεως	55
13. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΕΣ	56
Προσέγγιση Schuster-Schwartzchild	58
Προσέγγιση Milne-Eddington	59
14. ΜΟΝΤΕΛΑ (ΠΡΟΤΥΠΑ) ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΩΝ	60
Βιβλιογραφία	79

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

ΑΣΤΡΙΚΕΣ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΕΣ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σ' αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή σ' ένα τεράστιο ερευνητικό πεδίο της Αστροφυσικής, γνωστό ως "Αστρικές Ατμόσφαιρες". Τι εννοούμε όμως με τον όρο αυτό;

Όλες οι πληροφορίες που έχουμε για τους αστέρες, μας δίνονται μέσω του φωτός που εκπέμπουν. Το φως όμως περνά και διαφεύγει από τα εξωτερικά στρώματα του αστέρα, γνωστά ως "ατμόσφαιρα" του αστέρα.

Ουσιαστικά δεν υπάρχει σαφές όριο μεταξύ της αστρικής ατμόσφαιρας και του εσωτερικού των αστέρων. Ο ίδιος φυσικοί νόμοι διέπουν και τα δύο αυτά τμήματα των αστέρων και ο διαχωρισμός αυτός έχει γίνει για τη διευκόλυνση των αστρονόμων. Είναι πιο εύκολο να μελετηθεί χωριστά η ατμόσφαιρα από το εσωτερικό των αστέρων, διότι αφ' ενός μεν μόνο η ατμόσφαιρα μπορεί να παρατηρηθεί απ' ευθείας και αφ' ετέρου δε διότι ορισμένες προσεγγίσεις που ισχύουν για το ένα μέρος, μπορεί να μην ισχύουν για το άλλο.

Ως ατμόσφαιρα λοιπόν μπορούμε να ορίσουμε το μέρος εκείνο του αστέρα, για το οποίο ο αστέρας είναι διαφανής, οπότε οι πληροφορίες που έχουμε γι' αυτή είναι από αστρονομικές παρατηρήσεις. Αντιθέτως, ό,τι γνωρίζουμε, τουλάχιστον μέχρι σήμερα, για το εσωτερικό των αστέρων είναι αποτέλεσμα θεωρητικών μοντέλων (γίνονται πειράματα για τη μέτρηση της εκπομπής νετρίνων).

Θα μπορούσαμε επίσης να δώσουμε και έναν άλλο ορισμό για την ατμόσφαιρα: η ατμόσφαιρα ενός αστέρα αρχίζει εκεί που η ενέργεια παύει να μεταδίδεται με μεταφορά και μεταδίδεται πάλι με ακτινοβολία.

Τα προς τα έξω όρια μιας ατμόσφαιρας είναι περισσότερο ασαφή. Τα εξωτερικά στρώματα μιας ατμόσφαιρας δεν συμβάλλουν πολύ στο σχηματισμό του ορατού φάσματος των αστέρων και η μελέτη τους δεν

περιέχεται σ' αυτό που εμείς λέμε "περιεχόμενο" των αστρικών ατμοσφαιρών και είναι ουσιαστικά η φωτόσφαιρα του αστέρα. Έτσι, όταν μιλάμε για αστρική ατμόσφαιρα αναφερόμαστε σε μια στιβάδα αρκετά περιορισμένου πάχους. Κατόπιν αυτών, η έκταση της ατμόσφαιρας υπολογίζεται να είναι της τάξεως 10^2 km για τους νάνους αστέρες και 10^5 km για τους υπεργίγαντες.

Σήμερα φυσικά τα όρια μελέτης των αστρικών ατμοσφαιρών έχουν επεκταθεί πολύ. Με τη βοήθεια των αστρονομικών δορυφόρων γίνεται συστηματική μελέτη φάσματος που δημιουργείται στη χρωμόσφαιρα και ακόμα υψηλότερα στη μεταβατική περιοχή και το στέμμα (transition region, corona). Η προσέγγιση όμως του όλου προβλήματος γίνεται με διαφορετικές παραδοχές.

Στο παρόν κεφάλαιο η προσέγγιση του προβλήματος γίνεται με παραδοχές που ισχύουν μόνον για τα φωτοσφαιρικά στρώματα των αστέρων.

Παραδοχές για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών

Για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών και για την ανάπτυξη διαφόρων θεωριών, που αφ' ενός ικανοποιούν τις παρατηρούμενες ποσότητες (κατανομή ενέργειας στο συνεχές φάσμα και ένταση των γραμμών στο γραμμικό) και αφ' ετέρου προσδιορίζουν τις διάφορες φυσικές παραμέτρους που χαρακτηρίζουν τη δομή της ατμόσφαιρας, κάνουμε τις πιο κάτω παραδοχές:

α) Το πάχος της ατμόσφαιρας είναι ένα πολύ μικρό κλάσμα της ακτίνας του αστέρα και έτσι μπορούμε να αγνοήσουμε την καμπυλότητα της. Θεωρούμε ότι η ατμόσφαιρα αποτελείται από παράλληλες ομογενείς στιβάδες. Και έτσι οι φυσικές μεταβλητές είναι συναρτήσεις μόνο μιας συντεταγμένης στο χώρο.

β) Η ατμόσφαιρα βρίσκεται σε υδροστατική ισορροπία:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g \quad (1)$$

όπου P η πίεση, ρ η πυκνότητα του υλικού, και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Αυτό σημαίνει ότι στην ατμόσφαιρα (εδώ μιλάμε για το κατώτερο τμήμα της, τη φωτόσφαιρα) δεν υπάρχουν επιταχύνσεις μεγάλης κλίμακας συγκρινόμενες με τη βαρύτητα. Η απώλεια μάζας επίσης θεωρείται μικρή και ποικίλει από αστέρα σε αστέρα. Η γεωμετρική της έκταση είναι αντιστρόφως ανάλογη της επιφανειακής βαρύτητας που δίνεται από τη σχέση :

$$g = g_0 \frac{M}{R} \quad (2)$$

όπου g_0 η επιφανειακή βαρύτητα του ήλιου ($2.738 \times 10^4 \text{ cm sec}^{-2}$), η μάζα M και η ακτίνα R του αστέρα δίνονται σε ηλιακές μονάδες.

γ) Στην ατμόσφαιρα επίσης θεωρούμε ότι υπάρχει σταθερή ενεργειακή κατάσταση, δεν υπάρχει δηλαδή απώλεια ή δημιουργία ενέργειας. Αγνοούμε φαινόμενα όπως αναπάλξεις, εκλάμψεις κτλ.

δ) Δε λαμβάνουμε υπ' όψη την ύπαρξη μαγνητικών πεδίων.

ε) Θεωρούμε ότι η ατμόσφαιρα βρίσκεται σε ακτινοβολιακή ισορροπία, αγνοούμε δηλαδή τη διάδοση ενέργειας με μεταφορά .

2. ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΤΕΛΕΙΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Όταν σ' ένα αέριο, τα μόρια απέχουν μεταξύ τους αποστάσεις οι οποίες είναι πολύ μεγαλύτερες των διαστάσεων τους, τότε τα μόρια συμπεριφέρονται σαν ανεξάρτητα και ελεύθερα κινούμενα σωματίδια. Αυτή η κατάσταση χαρακτηρίζει ένα τέλειο αέριο. Στα φωτοσφαιρικά στρώματα των αστέρων, η πίεση του αερίου είναι μικρότερη από $10^5 \text{ dynes cm}^{-2}$ και επομένως μπορούν να θεωρηθούν σαν τέλεια αέρια. Έτσι, στους αστέρες μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο νόμος των τελείων αερίων που περιγράφει τη σχέση μεταξύ πίεσης, πυκνότητας και θερμοκρασίας. Μπορούμε να γράψουμε το νόμο αυτό ως εξής :

$$PV=nRT \quad \text{ή} \quad P = NkT \quad (3)$$

όπου P η πίεση του αερίου, όγκου V σε θερμοκρασία T (σε βαθμούς Kelvin). Η σταθερά R έχει την τιμή 8.314×10^7 erg/mole deg και n είναι ο αριθμός των γραμμομορίων του αερίου ενώ N ο αριθμός των σωματιδίων ανά κυβικό εκατοστό. Η σταθερά Boltzmann k έχει τη τιμή 1.38066×10^{-16} erg/deg.

3. ΕΙΔΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ

Για τη μελέτη των ατμοσφαιρών κάνουμε ορισμένες παραδοχές όπως ήδη αναφέραμε. Μεταξύ αυτών είναι και η παραδοχή ότι στις ατμόσφαιρες δεχόμαστε ότι ισχύουν ορισμένες ισορροπίες, γι' αυτό και στη συνέχεια θ' αναφερθούμε σ' αυτές και στις συνθήκες που πρέπει να υπάρχουν προκειμένου να ισχύουν.

Θερμική ισορροπία

Ένα σύστημα λέμε ότι βρίσκεται σε θερμική ισορροπία εάν όλα τα μέρη του συστήματος έχουν φθάσει στην ίδια θερμοκρασία και εάν δεν έχουμε περαιτέρω μεταβίβαση ενέργειας μεταξύ των διαφόρων τμημάτων του συστήματος.

Τέτοια τέλεια θερμική ισορροπία δε μπορεί να υπάρχει σ' έναν αστέρα. Είναι γνωστό ότι η θερμοκρασία των αστέρων στο εσωτερικό τους είναι της τάξεως 10^7 βαθμών, ενώ στα επιφανειακά στρώματα οι παρατηρήσεις έχουν δείξει ότι η θερμοκρασία των αστέρων είναι της τάξεως των 10^3 - 10^4 βαθμών. Επί πλέον, μια ροή ενέργειας υπάρχει από το εσωτερικό προς την επιφάνεια των αστέρων, όπως προκύπτει από τη μέτρηση της λαμπρότητας των αστέρων. Εάν όμως θεωρήσουμε ότι δεν έχουμε δημιουργία ή απώλεια ενέργειας στα διάφορα στρώματα από τα οποία περνάει η ακτινοβολία, τότε το ίδιο ποσό ενέργειας (ολοκληρωμένο για όλες τις συχνότητες) θα περνάει κάθε στρώμα ανά δευτερόλεπτο. Σ' αυτήν την περίπτωση η L_r πρέπει να είναι σταθερή, θεωρούμε δηλαδή ότι έχουμε ισορροπία μεταξύ της παραγόμενης και της εκπεμπόμενης ενέργειας

ανά δευτερόλεπτο (ενέργεια πυρηνική = ενέργεια εκπεμπόμενη από τον αστέρα) και τότε θεωρούμε ότι έχουμε θερμική ισορροπία στον αστέρα.

Συνθήκη θερμικής ισορροπίας

Η απώλεια ενέργειας από την επιφάνεια ενός αστέρα, όπως προκύπτει από τη μέτρηση της λαμπρότητας του, αντισταθμίζεται βασικά από την ενέργεια που ελευθερώνεται από το εσωτερικό των αστέρων λόγω πυρηνικών αντιδράσεων. Αυτή η συνθήκη δίνεται από τη σχέση:

$$dL_r = \epsilon dM_r \quad (4)$$

όπου ϵ ο συντελεστής παραγωγής της ενέργειας και είναι το ποσό ενέργειας που δημιουργείται στο εσωτερικό των αστέρων λόγω πυρηνικών αντιδράσεων ανά δευτερόλεπτο και γραμμάριο μάζας. Η ποσότητα αυτή εξαρτάται από τη θερμοκρασία, την πυκνότητα και τη σύνθεση του αστέρα. dM_r είναι ο αριθμός γραμμαρίων της στιβάδας που περιέχεται ανάμεσα στις ακτίνες r και $r + dr$ ($dM_r = 4\pi r^2 \rho dr$, όπου ρ είναι η πυκνότητα της ύλης) οπότε :

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad \text{ή} \quad L = \int_0^R 4\pi r^2 \rho \epsilon dr \quad (5)$$

Αυτή είναι η εξίσωση διατήρησης ενέργειας. Ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας είναι συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο του αστέρα. Ουσιαστικά όλο το ποσόν ενέργειας που ακτινοβολείται από έναν αστέρα παράγεται στον πυρήνα του. Στα εξωτερικά στρώματα η παραγωγή ενέργειας είναι αμελητέα και η ποσότητα L_r είναι περίπου σταθερή.

Θερμοδυναμική ισορροπία

Θεωρούμε ότι ένα σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία όταν η θερμοδυναμική του κατάσταση καθορίζεται μόνο από τη θερμοκρασία του T . Στην περίπτωση αυτή δηλαδή μια μόνο θερμοκρασία

χαρακτηρίζει τη κατανομή ταχύτητας των σωματιδίων και την ένταση της ακτινοβολίας σαν συνάρτηση της συχνότητας. Σε μια κατάσταση αυστηρής θερμοδυναμικής ισορροπίας, η ύλη "συμπεριφέρεται" σαν να ήταν σ' ένα δοχείο με σταθερή θερμοκρασία. Σ' ένα τέτοιο δοχείο, όλες οι διεργασίες μπορούν να φθάσουν σε κατάσταση ισορροπίας.

Σε έναν αστέρα δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπάρχει θερμοδυναμική ισορροπία. Για μια μικρή όμως περιοχή του αστέρα όπου ένα φωτόνιο ή ένα σωματίδιο κινείται, η απόσταση μέχρι να συγκρουσθεί (μέση ελεύθερη διαδρομή) είναι μικρή συγκρινόμενη με την απόσταση στην οποία η θερμοκρασία παρουσιάζει μια ουσιαστική αλλαγή. Κάτω από αυτές τις συνθήκες έχουμε Τοπική θερμοδυναμική Ισορροπία (Τ.Θ.Ι.), η οποία είναι θερμοδυναμική ισορροπία σε μια μικρή περιοχή. Μια σπουδαία ιδιότητα της Τ.Θ.Ι είναι ότι το πεδίο ακτινοβολίας προσεγγίζει την ακτινοβολία μέλανος σώματος και η ένταση ακτινοβολίας μπορεί να δοθεί από την εξίσωση του Planck.

Υδροστατική ισορροπία - συνθήκη υδροστατικής ισορροπίας

Η πρώτη συνθήκη που πρέπει να πληρούται για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών και του εσωτερικού των αστέρων είναι η υδροστατική ισορροπία. Σύμφωνα με την υδροστατική ισορροπία, όλες οι δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα μικρό όγκο μέσα στον αστέρα πρέπει ν' αναιρούν η μια την άλλη, διαφορετικά η συνισταμένη δύναμη θα προκαλούσε κινήσεις και συνεπώς αλλαγές στη δομή του αστέρα και στην ατμόσφαιρα του.

Οι μόνες δυνάμεις που θεωρούμε ότι ασκούνται, είναι η δύναμη βαρύτητας που κατευθύνεται προς το κέντρο του αστέρα και η πίεση που κατευθύνεται προς τα έξω.

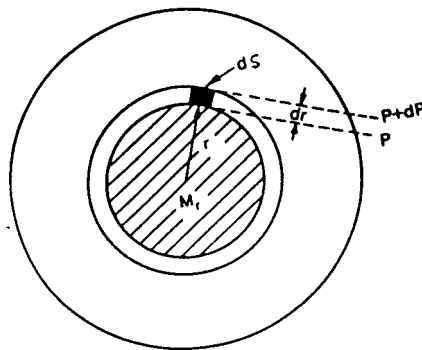
Ας θεωρήσουμε ένα μικρό όγκο κυλινδρικού σχήματος σε μια απόσταση r από το κέντρο του αστέρα, με τον άξονα του να κατευθύνεται προς το κέντρο, με διατομή ds και μήκος dr , τότε: Η δύναμη λόγω πίεσως που ασκείται σ' αυτόν τον όγκο θα είναι: $dPds$. όπου P η πίεση, η οποία είναι μια ποσότητα που συνεχώς ελαττώνεται με την απόσταση από την

επιφάνεια του αστέρα προς το κέντρο. Η δύναμη της βαρύτητας τώρα που ασκείται στον ίδιο όγκο θα δίνεται από την σχέση:

$$F = \frac{M_r dM_r}{r^2} = \rho ds dr \frac{GM_r}{r^2}$$

όπου ρ η πυκνότητα της ύλης στο δεδομένο όγκο και G η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας. Η M_r είναι η μάζα σφαίρας ακτίνας r η οποία μπορεί να εκφραστεί σε σχέση με την πυκνότητα ως εξής:

$$M_r = \int_0^r \rho 4\pi r^2 dr \quad (6)$$



Εάν θεωρήσουμε, ότι οι δύο πιο πάνω δυνάμεις είναι ίσες, έχουμε τη σχέση που μας δίνει τη συνθήκη της υδροστατικής ισορροπίας:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho GM_r}{r^2} \quad \text{ή} \quad \frac{dP}{dr} = -\rho g \quad (7)$$

Ακτινοβολιακή ισορροπία

Η εξίσωση που μας δίνει τη μεταβολή της θερμοκρασίας σ' έναν αστέρα, εξαρτάται από τον τρόπο που η ενέργεια μεταφέρεται προς την πιο κρύα περιοχή του αστέρα.

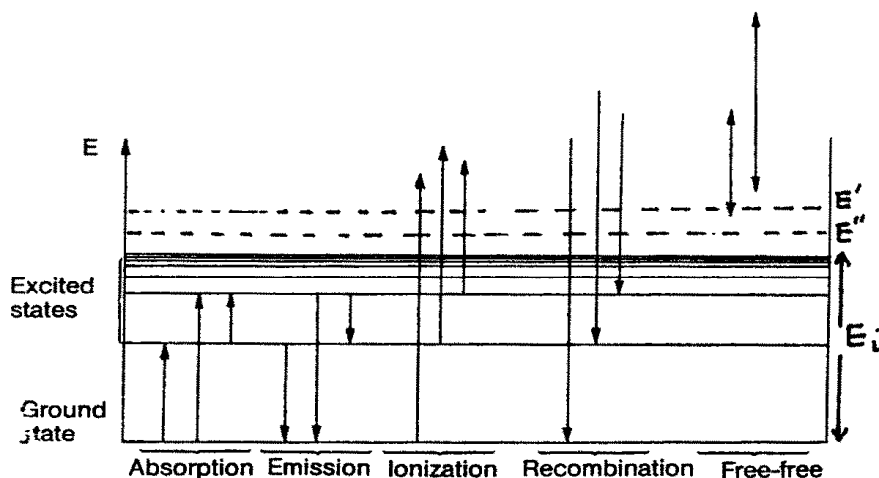
Ας θεωρήσουμε σ' αυτή την περίπτωση ότι η ενέργεια μεταφέρεται μόνο με ακτινοβολία. Η μεταβίβαση ενέργειας με μεταφορά θα μελετηθεί αργότερα. Σ' αυτή τη περίπτωση λέμε ότι έχουμε ακτινοβολιακή ισορροπία, όταν κάθε στοιχείο ύλης εκπέμπει με ακτινοβολία όση ενέργεια λαμβάνει. Σε μια αστρική φωτόσφαιρα έχουμε διατήρηση της ενέργειας, δηλαδή της ακτινοβολίας που περνάει μέσα από τη φωτόσφαιρα. Γενικά θεωρούμε ότι στη φωτόσφαιρα δεν υπάρχει ούτε πηγή ενέργειας, αλλά ούτε απώλεια και η ενέργεια που δημιουργείται στον πυρήνα του αστέρα απλά μεταβιβάζεται προς τα έξω. Η γενική συνθήκη που εκφράζει τη μη δημιουργία ή απώλεια ενέργειας στη φωτόσφαιρα, εκφράζεται από τη σχέση:

$$\frac{dF(x)}{dx} = 0 \quad \text{ή} \quad F(x) = F_0 \quad \text{όπου } F \text{ είναι η ολική ροή.} \quad (8)$$

Στην ακτινοβολιακή ισορροπία δηλαδή, η ροή είναι σταθερή.

4. ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΚΑΙ ΙΟΝΙΣΜΟΣ ΕΝΟΣ ΑΤΟΜΟΥ

Το παρακάτω διάγραμμα αποτελεί μια σχηματική διάταξη των σταθμών ενεργείας. Σ' αυτό συμβολίζονται όλες οι φυσικές διεργασίες που γίνονται σ' ένα άτομο, ανάλογα με την ποσότητα της προσφερόμενης ενέργειας.



Διέγερση: σημαίνει μετάβαση ενός ηλεκτρονίου, και συνεπώς του ατόμου, από μια ενεργειακή στάθμη ενέργειας E_n , σε μια ψηλότερη, ενέργειας E_m . Εάν E_a είναι η ενέργεια που απορρόφησε το ηλεκτρόνιο για να διεγερθεί, αυτή είναι ίση με την ενεργειακή διαφορά των ενεργειακών σταθμών πριν και μετά τη διέγερση: $E_a = E_m - E_n$. Η E_a είναι γνωστή σαν ενέργεια διέγερσης. Η διεργασία αυτή αντιστοιχεί με απορρόφηση ακτινοβολίας.

Αποδιέγερση: είναι η αντίστροφη της διέγερσης φυσική διεργασία. Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρόνιο χάνει ένα ποσό ενέργειας και έτσι μεταβιβάζεται από μια ενεργειακή στάθμη σε μια άλλη, ενεργειακά χαμηλότερη. Η διεργασία αυτή αντιστοιχεί σε εκπομπή ακτινοβολίας.

Και στις δύο περιπτώσεις (διέγερση και αποδιέγερση) οι ενεργειακές στάθμες στις οποίες κινούνται τα ηλεκτρόνια είναι ορισμένες.

Ιονισμός: εάν η ενέργεια που θα απορροφήσει το άτομο είναι τόσο μεγάλη, ώστε το ηλεκτρόνιο να αποσπασθεί από το άτομο, τότε το άτομο θα ιονισθεί. Η ενέργεια αυτή, γνωστή σαν ενέργεια ιονισμού (E_i) είναι η μικρότερη ενέργεια, στην οποία ένα ηλεκτρόνιο και ένα άτομο απλά ιονισμένο μπορούν να υπάρχουν εντελώς διαχωρισμένα μεταξύ τους. Από την ενέργεια αυτή και πάνω το άτομο δεν υπάρχει πια σαν άτομο, αλλά μπορούμε ακόμη να θεωρήσουμε ότι το σύστημα αποτελείται από το απλά ιονισμένο άτομο και το ηλεκτρόνιο. Το σύστημα αυτό θα μπορούσε να έχει οποιαδήποτε ενέργεια πάνω από την ενέργεια ιονισμού. Το σύνολο λοιπόν των δυνατών ενεργειών του συστήματος αποτελείται: από διακριτές ενεργειακές στάθμες για ενέργειες χαμηλότερες της E_i , και από συνεχείς τιμές για ενέργειες μεγαλύτερες της E_i (συνεχές φάσμα).

Στο πιο πάνω σχήμα οι εστιγμένες οριζόντιες γραμμές, που είναι χαραγμένες πάνω στο συνεχές φάσμα δε συμβολίζουν ενεργειακές στάθμες του ατόμου, αλλά δύο

Συνεχές Φάσμα: { Δέσμιες ελεύθερες (bound-free) μεταπτώσεις
Ελεύθερες-ελεύθερες (free-free) μεταπτώσεις

Γραμμικό φάσμα: δέσμιες-δέσμιες (bound- bound) μεταπτώσεις

5. ΒΑΣΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΠΟΥ ΙΣΧΥΟΥΝ Σ' ΕΝΑ ΜΕΣΟ ΠΟΥ ΕΠΙΚΡΑΤΕΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

Νόμος του Boltzmann

Ο νόμος του Boltzmann ή η σχέση κατανομής Boltzmann μας δίνει τον τρόπο που κατανέμονται τα άτομα ενός στοιχείου στις δεσμευμένες ενεργειακές στάθμες τους και έτσι μας δίνει τη δυνατότητα να προβλέψουμε την ένταση των φασματικών γραμμών στην περίπτωση της Τ.Θ.Ι. Σύμφωνα με το νόμο αυτό εάν N_n είναι ο αριθμός των διεγερμένων ατόμων (ηλεκτρονίων) στη στάθμη n , της οποίας η ενέργεια διεγέρσεως είναι x_n τότε:

$$N_n = \text{σταθ} g_n \exp(- x_n / kT) \quad (9)$$

Η σταθερά είναι γνωστή σαν Boltzmann factor και το k η σταθερά Boltzmann ($k=1,38066 \times 10^{-16}$ erg deg⁻¹) ενώ το g_n είναι γνωστό σαν στατιστικό βάρος (statistical weight) και είναι ο αριθμός πολλαπλότητας της στάθμης n , δηλαδή είναι ο αριθμός των διακριτών κβαντισμένων καταστάσεων με περίπου την ίδια ενέργεια. Για το υδρογόνο και υδρογονοειδή άτομα γενικότερα, $g_n = 2n^2$. Για ένα οποιαδήποτε άτομο, το στατιστικό βάρος για τη στάθμη j , με υποστιβάδες $-j, \dots, -1, 0, \dots, +j$ το στατιστικό βάρος δίνεται από τη σχέση $g_j=2j+1$. Η θερμοκρασία T είναι γνωστή, σαν θερμοκρασία διεγέρσεως και δίνεται ως συνήθως σε βαθμούς Kelvin. Εάν θεωρήσουμε το λόγο των διεγερμένων ατόμων σε δύο

ενεργειακές στάθμες n και m , τότε ο λόγος αυτός θα δίνεται σύμφωνα με το

νόμο του Boltzmann από τη σχέση:

$$\frac{N_n}{N_m} = \frac{g_n}{g_m} e^{\frac{\Delta x}{kT}} \quad (10)$$

όπου $\Delta x = x_n - x_m$ είναι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ των σταθμών n και m .

Όμοια, εάν θεωρήσουμε ότι N_n είναι ο αριθμός των ατόμων ανά κυβικό εκατοστό στη στάθμη n εκφρασμένος σαν κλάσμα του ολικού αριθμού των ατόμων, σε όλες τις καταστάσεις διεγέρσεως, τότε:

$$\frac{N_n}{N} = \frac{g_n}{u(T)} \exp(-x_n / kT) \quad (11)$$

όπου $u(T)$, γνωστή ως συνάρτηση επιμερισμού ή άθροισμα καταστάσεων, είναι εξ' ορισμού:

$$u(T) = \sum g_i \exp(-x_i / kT) \quad (12)$$

Η συνάρτηση επιμερισμού έχει υπολογισθεί για τα περισσότερα στοιχεία και δίνεται σε πίνακες (e.g Aller C.W., 1973 Astrophysical quantities p.30; Aller L.H., 1963, Astrophysics, The atmospheres of the sun and the stars p.113). Σε πολλές περιπτώσεις η $u(T)$ μπορεί να προσεγγισθεί με το g_1 μιας και το ολικό ποσοστό των διεγερμένων καταστάσεων είναι μικρό.

Εξίσωση Saha

Από την εξίσωση του Saha μπορούμε να βρούμε το ποσοστό των ατόμων, τα οποία έχουν ιονισθεί σε ένα δεδομένο βαθμό σε σχέση με τον αριθμό των ατόμων στον προηγούμενο βαθμό ιονισμού N_n/N_{n-1} . Έτσι εάν N_1/N_0 είναι ο αριθμός που εκφράζει τον λόγο των ιονισμένων προς τα ουδέτερα άτομα ενός στοιχείου, τότε ο λόγος αυτός, σύμφωνα με τον νόμο του Saha θα ισούται:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{(2\pi m_e)^{3/2}}{h^3} \frac{(kT)^{5/2}}{P_e} \frac{2u_1(T)}{u_0(T)} e^{(-x_1/kT)} \quad (13)$$

m_e , η μάζα του ηλεκτρονίου,

$P_e = n_e kT$ είναι η πίεση ηλεκτρονίων,

T , η θερμοκρασία ιονισμού που ορίζεται από το σχετικό αριθμό των ιόντων του δεδομένου στοιχείου που βρίσκονται σε διάφορες δυνατές καταστάσεις ιονισμού,

$\frac{u_1(T)}{u_0(T)}$, ο λόγος της συνάρτησης επιμερισμού των ιονισμένων ατόμων προς

τη συνάρτηση επιμερισμού των ουδέτερων ατόμων,

x_1 , η ενέργεια ιονισμού

$$\text{ή} \quad \frac{N_1}{N_0} = \frac{\Phi(T)}{P_e} \quad (14)$$

όπου $\Phi(T) = 0.6665 (u_1/u_0) T^{5/2} 10^{-(\theta x_1)}$ με $\theta = 5040/T$.

Από τη σχέση (1.14) φαίνεται ότι το ποσοστό των ατόμων που έχουν ιονισθεί σ' ένα δεδομένο βαθμό, εξαρτάται από τη θερμοκρασία T και την πίεση των ηλεκτρονίων P_e . Ας σημειώσουμε ότι ελάττωση της P_e αυξάνει τον ιονισμό, γιατί λιγότερα ελεύθερα ηλεκτρόνια υπάρχουν ανά κυβικό εκατοστό για επανασύνδεση.

Ο λόγος των διπλά ιονισμένων προς τα απλά ιονισμένα άτομα υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο με βάση την σχέση (1.14). Όπου σ' αυτήν την περίπτωση το x_1 είναι το δυναμικό ιονισμού για το ιόν και ο λόγος των συναρτήσεων επιμερισμού είναι $u_2(T)/u_1(T)$.

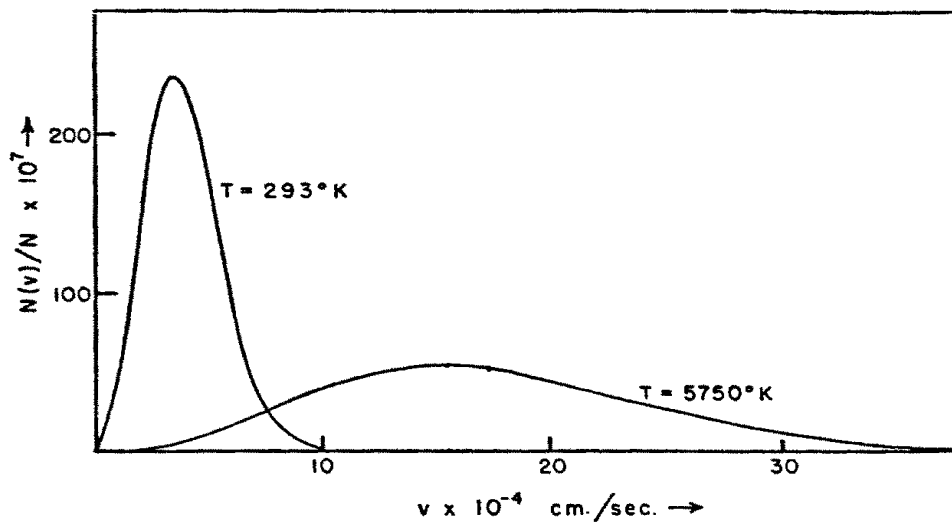
Νόμος κατανομής ταχυτήτων κατά Maxwell-Boltzmann

Όταν έχουμε ένα τέλειο αέριο σε θερμοδυναμική ισορροπία στη θερμοκρασία T οι ταχύτητες των σωματιδίων που το αποτελούν, υπακούουν στο νόμο κατανομής κατά Maxwell (Maxwellian distribution law), ο οποίος είναι επίσης γνωστός σαν νόμος κατανομής Maxwell-Boltzmann (M-B).

Η διεύθυνση του συστήματος συντεταγμένων είναι τυχαία εφ' όσον η θερμική κατανομή ταχυτήτων είναι ισότροπη. Σε ορθογώνιες συντεταγμένες, ο αριθμός N μορίων ή ατόμων αερίου με ταχύτητες μεταξύ v_x και $v_x + dv_x$, v_y και $v_y + dv_y$, v_z και $v_z + dv_z$ προς τον ολικό αριθμό των σωματιδίων σ' ένα αέριο, δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dN(v_x, v_y, v_z)}{N_{ολικο}} = \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{3/2} \exp(-mv_r^2 / 2kT) dv_x dv_y dv_z$$

όπου $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, T είναι η θερμοκρασία του αερίου και m η ατομική ή μοριακή μάζα του αερίου.



Η μορφή της καμπύλης κατανομής ταχυτήτων M-B εξαρτάται από τη θερμοκρασία και είναι χαρακτηριστική του στοιχείου που μελετάμε. Για χαμηλές θερμοκρασίες η καμπύλη είναι απότομη και στενή, αλλά όσο αυξάνεται η θερμοκρασία οι καμπύλες γίνονται πιο πλατιές, όπως δείχνει και το σχήμα για το άτομο του υδρογόνου.

Όπως αναφέραμε προηγούμενα, οι αστρικές ατμόσφαιρες μπορούν να θεωρηθούν σαν τέλεια αέρια που βρίσκονται σε Τοπική θερμοδυναμική Ισορροπία (Τ.Θ.Ι.). Για τους λόγους αυτούς, το πεδίο ταχυτήτων των αστρικών ατμοσφαιρών ακολουθεί κατανομή Maxwell-Boltzmann.

Στην Αστροφυσική όμως, η μόνη συνιστώσα της ταχύτητας των διαφόρων σωματιδίων που μπορεί να μετρηθεί είναι η ακτινική ταχύτητα v_r (η συνιστώσα της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση της οπτικής ακτίνας). Οπότε

ο αριθμός των σωματιδίων με συνιστώσες ταχύτητες μεταξύ v_r και $v_r + dv_r$ δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dN(v_r)}{N_{ολικο}} = \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{1/2} \exp(-mv_r^2 / 2kT) dv_r \quad (16)$$

Η κατανομή έχει μέγιστο στη ταχύτητα V_0 , η οποία είναι γνωστή σαν η πιο πιθανή ταχύτητα και δίνεται από τη σχέση $V_0 = \left[\frac{2kT}{m} \right]^{1/2}$ ενώ η μέση

ταχύτητα $\bar{V} = \left[\frac{8kT}{\pi m} \right]^{1/2} = 1.13V_0$ και μέση τετραγωνική τιμή της ταχύτητας

$$V_{rms} = \sqrt{3/2}V_0 = 1.22V_0.$$

Οι νόμοι, Boltzmann, Saha και Maxwell-Boltzmann (M-B), είναι ειδικές περιπτώσεις του γενικότερου κανόνα όπου ο αριθμός των σωματιδίων με ενέργεια E είναι πάντοτε ανάλογος της ποσότητας $e^{-E/kT}$.

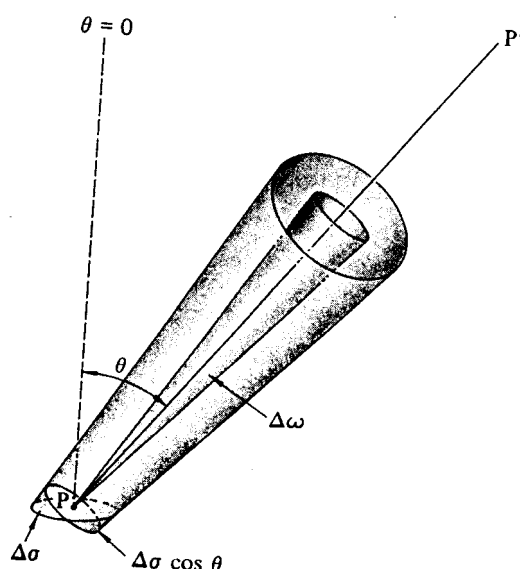
6. ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ

Βασικοί ορισμοί για την περιγραφή της ακτινοβολίας και της αλληλεπίδρασης της με την ύλη

Η πιο ενδιαφέρουσα αστροφυσική ιδιότητα της ύλης είναι το ότι η ύλη απορροφά και εκπέμπει ακτινοβολία. Το μήκος κύματος της εκπεμπόμενης ή απορροφούμενης ακτινοβολίας, μας δίνει πληροφορίες για το είδος των ατόμων ή των ιόντων που υπάρχουν στην πηγή. Εκτός όμως από τον ποιοτικό προσδιορισμό του αστρικού φάσματος, για να προχωρήσουμε στη μελέτη, πρέπει να προσδιορίσουμε και την ποσότητα της ακτινοβολίας. Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητο να ορίσουμε προσεκτικά ορισμένες ποσότητες, που καθορίζουν τις ιδιότητες της ακτινοβολίας και την αλληλεπίδραση τους με το υλικό της αστρικής ατμόσφαιρας.

Ειδική ένταση ακτινοβολίας

Γενικώς η ένταση μιας ακτινοβολίας ορίζεται ως η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα στερεάς γωνίας και ανά μονάδα επιφάνειας κάθετης στη διεύθυνση που ορίζεται από τη στερεά γωνία.



Την ένταση μπορούμε να την ορίσουμε όχι μόνο στην επιφάνεια μιας ακτινοβολουσας πηγής, αλλά επίσης και σε κάθε σημείο στο χώρο. Δηλαδή η επιφάνεια $d\sigma$ που βρίσκεται μέσα σ' έναν όγκο του χώρου από τον οποίο περνάει η ακτινοβολία, δεν συμπίπτει απαραίτητα με την φυσική επιφάνεια που εκπέμπει την ακτινοβολία.

Η ένταση αποτελεί μέτρο της λαμπρότητας μιας πηγής και μπορεί να μετρηθεί μόνο για πηγές που έχουν ένα πεπερασμένο γωνιακό μέγεθος ως προς τον παρατηρητή π.χ. Ήλιος, πλανήτες, Σελήνη.

Ας ορίσουμε τώρα την ένταση με μεγαλύτερη ακρίβεια. Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να προσδιορίσουμε την ένταση της ακτινοβολίας στο σημείο $P(x,y,z)$. Θεωρούμε μια στοιχειώδη επιφάνεια $d\sigma$ που είναι κεντραρισμένη στο σημείο P . Θεωρούμε την ακτινοβολία που περνάει στη μονάδα του χρόνου από την επιφάνεια $d\sigma$ και μία στοιχειώδη στερεά γωνία $d\omega$. Αν ονομάσουμε dE_ν το ποσόν αυτής της ακτινοβολίας στην περιοχή

συχνοτήτων ν και $\nu + d\nu$, τότε η ειδική ένταση I_ν της ακτινοβολίας ορίζεται ως :

$$I_\nu \equiv \frac{dE_\nu}{d\nu \cdot dt \cdot d\omega \cdot d\sigma \cdot \cos\theta} \quad (17)$$

όπου θ η γωνία μεταξύ του άξονα του κώνου (διεύθυνση ακτινοβολίας) και της καθέτου προς την επιφάνεια $d\sigma$. Γενικά η I_ν εξαρτάται από τη θέση του P στο χώρο x, y, z και από τη διεύθυνση της δέσμης των ακτινών PP' που ορίζεται από τη γωνία θ και από την αζιμουθιακή γωνία ϕ . Επομένως $I_\nu = I_\nu(x, y, z, \theta, \phi)$.

Για την περίπτωση όμως μιας ατμόσφαιρας με σφαιρική συμμετρία, η θέση ενός σημείου μπορεί να ορισθεί από μια μόνο συντεταγμένη, την απόσταση χ από την αστρική επιφάνεια και η διεύθυνση της ακτινοβολίας μπορεί να ορισθεί από τη γωνία θ μεταξύ αυτής και της καθέτου στο επίπεδο της επιφάνειας.

Μονάδες της ειδικής έντασης

Προηγούμενα ορίσαμε την ειδική ένταση I_ν για συχνότητα ν . Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να ορίσουμε τη I_λ αντικαθιστώντας στην εξίσωση ορισμού, το $d\nu$ με το $d\lambda$. Η σχέση που συνδέει τις δύο αυτές ειδικές εντάσεις είναι:

$$I_\lambda d\lambda = I_\nu d\nu \quad (18)$$

Η σχέση αυτή προκύπτει αμέσως από την εξίσωση που δίνει εξ' ορισμού την ειδική ένταση.

Στο σύστημα CGS οι μονάδες της ποσότητας I_ν είναι: $\text{erg sec}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{rad}^{-2} \text{Hz}^{-1} = \text{erg rad}^{-2} \text{cm}^{-2}$ και της I_λ είναι: $\text{erg sec}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{rad}^{-2} \text{\AA}^{-1}$. Οι ποσότητες I_ν και I_λ έχουν διαφορετικές φασματικές κατανομές για το ίδιο φάσμα. Χαρακτηριστικές ιδιότητες, όπως το μέγιστο της εντάσεως, παρουσιάζονται σε διαφορετικά μήκη κύματος για το I_ν και I_λ . Το φάσμα του ηλίου, π.χ., έχει μέγιστο I_λ γύρω στα 4500\AA ενώ για το I_ν το μέγιστο βρίσκεται στο υπέρυθρο, γύρω στα 8000\AA .

Μέση ένταση: $J_v (\equiv \bar{I}_v)$

Ορίζουμε σαν μέση ένταση το μέσο όρο των ειδικών εντάσεων προς όλες τις διευθύνσεις, η οποία προκύπτει εάν απλώς ολοκληρώσουμε την ειδική ένταση I_v σε όλες τις στερεές γωνίες. Επειδή η ολική στερεά γωνία γύρω από ένα σημείο είναι 4π steradians:

$$J_v = \frac{\oint I_v(x, \theta) d\omega}{\oint d\omega} \quad \text{ή} \quad J_v = \frac{1}{4\pi} \oint I_v d\omega \quad (19)$$

Η ολοκλήρωση γίνεται σ' όλη τη σφαίρα με κέντρο το σημείο που μας ενδιαφέρει. Εάν η ακτινοβολία είναι ισότροπη, δηλαδή ίδια σε μερικές διευθύνσεις, τότε:

$$J_v \equiv \bar{I}_v = I_v \quad \text{για ισότροπη ακτινοβολία.}$$

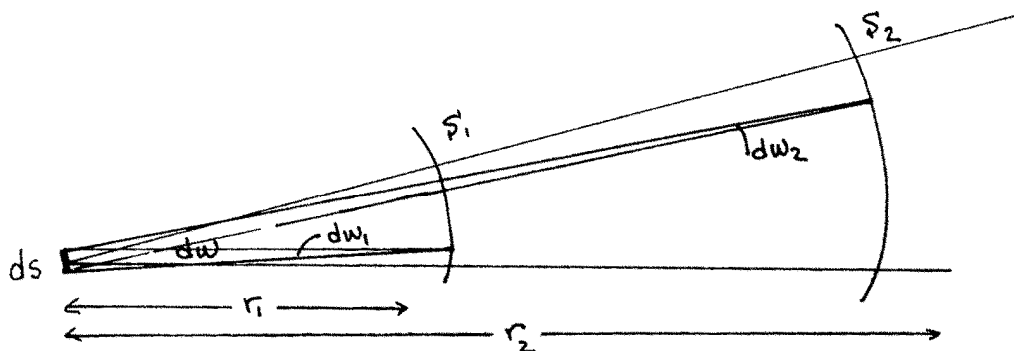
Ολοκληρωμένη ειδική ένταση

Μερικές φορές είναι χρήσιμο να δουλεύουμε με την ειδική ένταση ολοκληρωμένη για όλα τα μήκη κύματος :

$$I = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda = \int_0^\infty I_v dv \quad (20)$$

Αναφερόμαστε στην I ως την ολοκληρωμένη ειδική ένταση και την I_v ως τη μονοχρωματική ειδική ένταση.

Το αμετάβλητο της ειδικής έντασης



Μία σπουδαία ιδιότητα της ειδικής έντασης I_v είναι ότι η ποσότητα αυτή είναι ανεξάρτητη της απόστασης μεταξύ της πηγής και του παρατηρητή, εάν ενδιάμεσα δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας ή πηγές δημιουργίας ενέργειας.

$$I_v(0) = \frac{dE_v}{dt dv d\omega ds} = \frac{dE_v}{dt dv ds (s_1 / r_1^2)} = \frac{dE_v}{dt dv ds (s_2 / r_2^2)}$$

διότι:

$$d\omega = \frac{s_1}{r_1^2} = \frac{s_2}{r_2^2} \quad \text{αλλά} \quad d\omega_1 = \frac{ds}{r_1^2} \quad \text{και} \quad d\omega_2 = \frac{ds}{r_2^2}$$

Οι ποσότητες $\frac{dE_v}{s_1}$ και $\frac{dE_v}{s_2}$ είναι σταθερές για επιφάνειες s_1 και s_2

αντίστοιχα οπότε:

$$I_v = \frac{dE_v}{dt dv s_1 d\omega_1} = \frac{dE_v}{dt dv s_2 d\omega_2}$$

Αποδείξαμε λοιπόν ότι η ειδική ένταση ακτινοβολίας παραμένει σταθερά κατά τη διαδρομή της σ' ένα "κενό" χώρο.

Ροή ακτινοβολίας

Η ροή ακτινοβολίας F_v είναι το ολικό ποσό ενέργειας ανά μονάδα περιοχής συχνοτήτων που περνάει από τη μοναδιαία επιφάνεια ds στη μονάδα του χρόνου dt :

$$F_v = \frac{\int dE_v}{dt d\sigma dv} = \frac{\int dE_v}{dt d\sigma dv d\omega \cos \theta} d\omega \cos \theta = \int I_v \cos \theta d\omega \quad (21)$$

Η ροή ακτινοβολίας προκύπτει εάν ολοκληρώσουμε την ενέργεια dE_v που περνάει από την επιφάνεια ds για όλες τις στερεές γωνίες. Εάν ολοκληρώσουμε την ενέργεια dE_v που περνάει από την επιφάνεια ds από όλες τις διευθύνσεις, αλλά μόνο κατά τη θετική φορά του άξονα Oz , δηλαδή

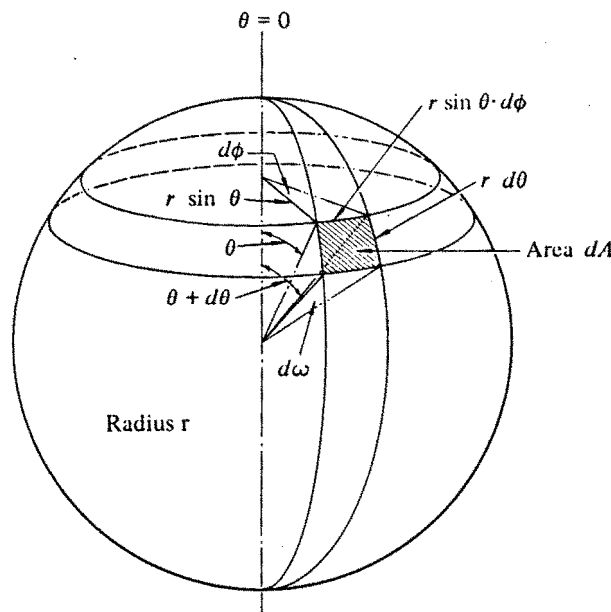
για $0 < \theta < \pi/2$, τότε η ροή αυτή καλείται η προς τα έξω ροή ακτινοβολίας F_v^+ στο σημείο 0:

$$F_v^+ = \int_{\text{εξ. ημ.}} I_v(x, \theta) \cos \theta d\omega \quad \text{αλλά} \quad d\omega = dA/r^2$$

οπότε σύμφωνα με το πιο πάνω σχήμα: $dA = r \sin\theta d\phi r d\theta$ και

$$d\omega = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad (22)$$

οπότε
$$F_v^+ = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi .$$



Ομοίως η ενέργεια που περνάει από την επιφάνεια $d\omega$ από όλες τις διευθύνσεις αλλά κατά την αντίθετη φορά, δίνεται με αρνητικό πρόσημο (επειδή υπάρχει ο όρος $\cos\theta$ και $\pi/2 < \theta < \pi$) και ονομάζεται η προς τα μέσα (ή εσωτερική) ροή ακτινοβολίας F_v^- στο σημείο 0:

$$F_v^- = \int_{\text{εσ. ημ.}} I_v(x, \theta) \cos \theta d\omega = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi .$$

$$\text{Τελικά} \quad F_v = F_v^+ + F_v^- = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (23)$$

Για ένα ισότροπο μέσο (όταν δηλαδή η ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης) η συνισταμένη ροή που περνάει από μία επιφάνεια $d\sigma$ είναι ίση με μηδέν ($F_v = 0$). Επομένως η ροή είναι ένα μέτρο της ανισοτροπίας του πεδίου ακτινοβολίας.

$$\text{Για } \underline{\text{ομογενές μέσο}} : F_v = 2\pi \int_0^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta \quad \text{αφού στην}$$

περίπτωση αυτή η ακτινοβολία είναι ανεξάρτητη του ϕ . Εάν το μέσο είναι και ισότροπο (I_v ανεξάρτητη της διεύθυνσης) τότε για την επιφάνεια της ατμόσφαιρας, που έχουμε μόνο εισερχόμενη ακτινοβολία:

$$F_v = 2\pi I_v \int_0^{\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta \quad \text{και} \quad \text{άρα} \quad F_v = \pi I$$

$$\text{διότι} \quad \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = 1/2 \quad (24)$$

Μέχρι τώρα μιλούσαμε για μονοχρωματική ροή. Όταν όμως ολοκληρώσουμε αυτή τη ροή ως προς τη συχνότητα λαμβάνουμε την ολική ροή ακτινοβολίας:

$$F = \int_0^{\infty} F_v dv \quad (25)$$

Αντίθετα με την ένταση ακτινοβολίας, η ροή ακτινοβολίας μιας πηγής είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης από την ακτινοβολούσα επιφάνεια.

Πυκνότητα ενέργειας

Πυκνότητα ενέργειας U_v μιας ακτινοβολίας, είναι το ποσό της ακτινοβολούμενης ενέργειας που ρέει από όλες τις στερεές γωνίες από όγκο dV δια του όγκου αυτού

$$U_v = \frac{E_v}{dV} \quad (26)$$

Ας θεωρήσουμε την ενέργεια dE_v που ρέει δια μέσου μίας ορισμένης στερεάς γωνίας $d\omega$ τότε:

$$dE_v = I_v dv dt d\omega d\sigma \cos\theta$$

Εάν θεωρήσουμε ότι l είναι η διαδρομή του φωτονίου μέσα στον όγκο dV τότε $dt = l/c$ και ο όγκος που σαρώνουν τα φωτόνια μέσα σ' αυτό το χρόνο είναι:

$$dV = l d\sigma \cos\theta \quad \text{οπότε,}$$

$$dE_v = (I_v/c) l dv d\omega d\sigma \cos\theta \quad \text{και άρα} \quad dE_v = (I_v/c) dV dv d\omega$$

Όμως για μια συγκεκριμένη συχνότητα: $dE_v = (I_v/c) dV d\omega$ και εάν ολοκληρώσουμε την ενέργεια για όλες τις στερεές γωνίες, τότε:

$$E_v = \frac{dV}{c} \int_{\omega} I_v d\omega \quad \text{αλλά για ισότροπο μέσον} \quad J_v = \overline{I_v} = \frac{1}{4\pi} \int_{\omega} I_v d\omega$$

$$\text{και έτσι} \quad E_v = \frac{dV}{c} 4\pi J_v \quad \square \quad \frac{E_v}{dV} = \frac{4\pi}{c} J_v \quad \text{ή αλλιώς} \quad U_v = \frac{4\pi}{c} J_v \quad (27).$$

Πίεση ακτινοβολίας

Πίεση ακτινοβολίας είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής που μεταφέρεται από μια δέσμη ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφάνειας. Έστω μια δέσμη ακτινοβολίας ενέργειας dE . Τότε η ορμή που μεταφέρει στη διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας είναι dE/c . Εάν θεωρήσουμε την κάθετο στην επιφάνεια $d\sigma$ συνιστώσα της ορμής που μεταφέρεται από τη δέσμη ακτινοβολίας σε χρόνο dt , τότε αυτή μπορεί να είναι ίση:

$$\frac{dE_v \cos \theta}{c} = \frac{I_v dt d\omega d\sigma \cos^2 \theta}{c}$$

Επομένως, η πίεση ακτινοβολίας, που είναι η κάθετη συνιστώσα της ορμής ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου και μονάδα συχνότητας, είναι:

$$dP_v = \frac{I_v dt d\omega d\sigma \cos^2 \theta dV}{c dt dv d\sigma} = \frac{I_v \cos^2 \theta d\omega}{c} \quad \square$$

$$P_v = \int_{\sigma\phi} \frac{I_v \cos^2 \theta d\omega}{c} = \frac{1}{c} \int_{\sigma\phi} I_v \cos^2 \theta d\omega \quad (28)$$

7. ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

$$I_v = \frac{dE_v}{dtdvd \sigma \cos \theta} \quad \text{ειδική ένταση}$$

$$\bar{I}_v \equiv J_v = \frac{1}{4\pi} \oint I_v d\omega \quad \text{μέση ένταση}$$

$$F_v = \int \frac{dE_v}{dtd \sigma dv} \quad \text{ροή ακτινοβολίας}$$

$$F_v = \oint I_v \cos \theta d\omega \quad \text{ροή ακτινοβολίας}$$

$$U_v = \frac{E_v}{dV} = \frac{1}{c} \oint I_v d\omega \quad \text{πυκνότητα ενέργειας}$$

$$U_v = \frac{4\pi}{c} J_v \quad \text{πυκνότητα ενέργειας}$$

$$P_v(r) = \frac{1}{c} \oint I_v \cos^2 \theta d\omega \quad \text{πίεση ακτινοβολίας}$$

$$P_R = \frac{4\pi}{3c} \int_0^\infty I_v dv = \frac{4\pi}{3c} I \quad \text{ολική πίεση ακτινοβολίας}$$

8. ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΜΕΛΑΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

Την ακτινοβολία αυτή εκπέμπει κάθε σώμα λόγω της θερμοκρασίας του. Λέμε ότι ένα σώμα εκπέμπει θερμική ακτινοβολία όταν οι ταχύτητες των σωματιδίων έχουν κατανομή Maxwell ή επίσης όταν η κατανομή ενέργειάς του έχει τη μορφή μέλανος σώματος. Στην περίπτωση του μέλανος σώματος η ένταση της ακτινοβολίας, σαν συνάρτηση της συχνότητας και της θερμοκρασίας, δίνεται από το νόμο του Planck:

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{(h\nu/kT)} - 1} \quad \text{Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sterad} \quad (29)$$

$$B_{\nu}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(hc/\lambda kT)} - 1} \quad \text{Wm}^{-1} \text{ sterad m}^{-2} \quad (30)$$

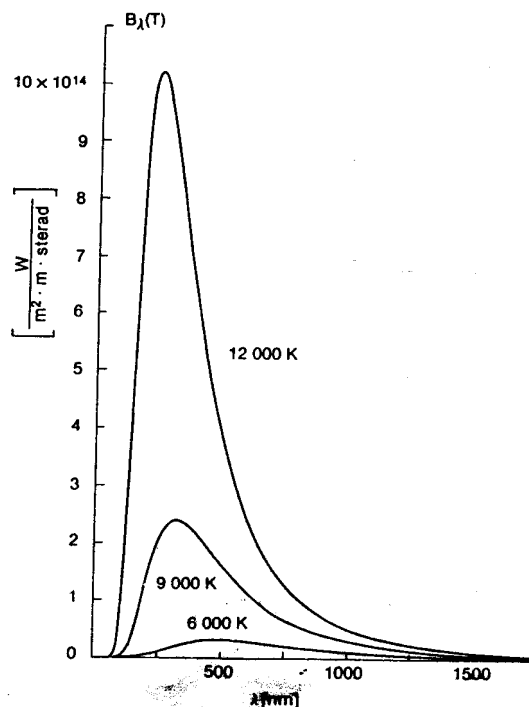
όπου $h = 6.625 \times 10^{-27} \text{ erg sec}$ η σταθερά του Planck,

$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$ η ταχύτητα του φωτός και

$k = 1.3804 \times 10^{-16}$ (μονάδες CGS) η σταθερά του Boltzmann.

Από τις πιο πάνω σχέσεις προκύπτει ότι όλα τα σώματα που βρίσκονται σε μια θερμοκρασία T εκπέμπουν την ίδια ένταση ακτινοβολίας, ανεξάρτητα από την σύστασή τους. Γι' αυτό δε μπορούμε να αποφανθούμε για τη χημική σύσταση ενός αστέρα εξετάζοντας το συνεχές του φάσμα, ενώ μπορούμε να εκτιμήσουμε την ενεργό θερμοκρασία του.

Από το νόμο του Planck, που εκφράζεται με την πιο πάνω εξίσωση, προκύπτουν δύο άλλα σημαντικά αποτελέσματα, ο νόμος μετατόπισης του Wien και ο νόμος των Stefan – Boltzmann.



Νόμος του Wien

Όταν σ' ένα σώμα που εκπέμπει θερμική ακτινοβολία αυξήσουμε τη θερμοκρασία, η ένταση της ακτινοβολίας αυξάνεται για όλα τα μήκη κύματος και το μέγιστο της κατανομής της ενέργειας μετατοπίζεται προς μικρότερα μήκη κύματος. Ποσοτικά, η πιο πάνω ιδιότητα των σωμάτων εκφράζεται από το νόμο του Wien που δίνεται από τη σχέση:

$$\lambda_{\max} T = \text{σταθερό} = 0.28973 \text{ cm deg.} \quad (31)$$

όπου λ_{\max} είναι το μήκος κύματος στο οποίο η ένταση της ακτινοβολίας παίρνει τη μέγιστη τιμή.

Αυτός ο νόμος περιγράφει το πως αλλάζει το χρώμα της ακτινοβολίας καθώς μεταβάλλεται η θερμοκρασία της πηγής εκπομπής. Στην περίπτωση ενός αστέρα ή ενός νέφους αερίου αυτά ακτινοβολούν σα μέλανα σώματα εάν η θερμοκρασία T χαρακτηρίζει τη κινητική θερμοκρασία του αερίου και τις ιδιότητες των ατόμων και των μορίων που ακτινοβολούν.

Νόμος των Stefan-Boltzmann

Κατά το νόμο των Stefan-Boltzmann, η ολική ροή ακτινοβολίας που αφήνει την επιφάνεια του αστέρα (ανά μονάδα επιφάνειας και χρόνου)

εξαρτάται μόνον από τη θερμοκρασία και συγκεκριμένα είναι ανάλογη με την τέταρτη δύναμη της θερμοκρασίας T. Δηλαδή :

$$F = \sigma T^4 \quad \text{όπου} \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \text{ deg}^{-4} \quad (32)$$

Η σχέση αυτή προκύπτει αν ολοκληρώσουμε για όλες τις συχνότητες την $B_\nu(T)$, δηλαδή:

$$\int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = \frac{2kT^4}{c^2 h^3} \int \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad \text{όπου} \quad F = \pi B \quad \text{οπότε} \quad F = \sigma T^4.$$

Προσεγγίσεις

1) Για μεγάλες συχνότητες ή μικρές θερμοκρασίες : $h\nu \gg kT$ (*προσέγγιση Wien*), τότε:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{(-h\nu/kT)} \quad \text{ή} \quad B_\nu(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{(-hc/\lambda kT)} \quad (33)$$

2) Για μικρές συχνότητες, ή μεγάλες θερμοκρασίες : $h\nu \ll kT$ (*προσέγγιση Rayleigh-Jeans*), τότε:

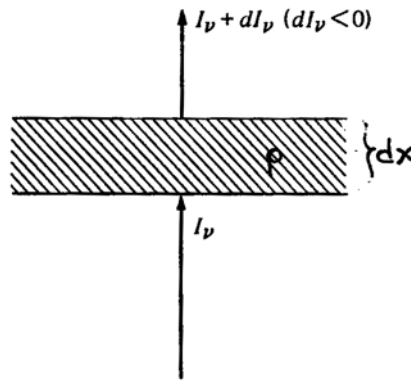
$$e^{(h\nu/kT)} \cong 1 + (h\nu/kT) \quad \text{καθώς} \quad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\text{οπότε} \quad B_\nu(T) = 2(\nu/c)^2 kT \quad \text{ή} \quad B_\lambda(T) = \frac{2c}{\lambda^4} kT \quad (34)$$

9. ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΚΑΙ ΥΛΗΣ

Συντελεστής απορρόφησης (k_ν)

Ας θεωρήσουμε μια δέσμη ακτινοβολίας που περνάει δια μέσου ενός υλικού πυκνότητας ρ και μήκους dx . Η ένταση της απορροφούμενης ακτινοβολίας dI_ν είναι ανάλογη της αρχικής έντασης της ακτινοβολίας I_ν , της διαδρομής της ακτινοβολίας dx και της πυκνότητας της ύλης ρ .



Δηλαδή:
$$dI_v = -k_v \rho I_v dx \quad (35)$$

Η σταθερά k_v είναι γνωστή ως συντελεστής απορρόφησης. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει την ελάττωση της έντασης ακτινοβολίας κατά τη διεύθυνση dx . Το k_v είναι συνάρτηση της θερμοδυναμικής κατάστασης και της σύστασης της ύλης δια μέσου της οποίας περνάει η ακτινοβολία. Η πυκνότητα ρ έχει διαστάσεις $gr\ cm^{-3}$ και το μήκος της διαδρομής dx , cm . Έτσι, ο συντελεστής απορρόφησης έχει διαστάσεις $cm^2\ gr^{-1}$ και γι' αυτό είναι γνωστός ως συντελεστής απορρόφησης μάζας. Πολλές φορές ονομάζεται συντελεστής απορρόφησης το γινόμενο $k_v \rho \equiv k_v$, του οποίου οι μονάδες είναι cm^{-1} .

Υπάρχουν δύο διαφορετικές φυσικές διεργασίες που συνεισφέρουν στο k_v . Η πρώτη είναι η αληθινή απορρόφηση όπου το φωτόνιο απορροφάται και μετατρέπεται σε άλλη μορφή ενέργειας ή σε φωτόνια διαφορετικής συχνότητας. Η δεύτερη είναι ο σκεδασμός όπου το φωτόνιο αλλάζει διεύθυνση και πολλές φορές χάνει μέρος της ενέργειας του. Έτσι ο συντελεστής k_v είναι στην πραγματικότητα $k_v = k_{v\ απορ.} + k_{v\ σκεδ.}$, είναι δηλαδή ένας συντελεστής εξασθένησης.

Συντελεστής εκπομπής (j_v)

Θεωρούμε ισότροπη εκπομπή ύλης από ένα στοιχείο ύλης που έχει μάζα dm . Το ποσό ενέργειας που ακτινοβολείται ανά γραμμάριο ύλης σε συχνότητες μεταξύ ν και $\nu + d\nu$, είναι ανάλογο του $d\nu$, του χρονικού διαστήματος dt και της πυκνότητας της ύλης ρ .

Η μεταβολή της έντασης της ακτινοβολίας λόγω εκπομπής για μια ορισμένη διεύθυνση ισούται με :

$$dI_v = j_v \rho dx \quad (36)$$

Η ποσότητα j_v ονομάζεται συντελεστής εκπομπής, ρ είναι η πυκνότητα της ύλης που εκπέμπει την ακτινοβολία και dx το πάχος του οπτικού μέσου (όπως ορίστηκαν παραπάνω στον συντελεστή απορρόφησης) και έχει μονάδες $\text{erg sec}^{-1} \text{rad}^{-1} \text{gr}^{-1} \text{Hz}^{-1}$. Ο συντελεστής εκπομπής είναι η ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα μάζας ανα μονάδα χρόνου, συχνότητας και στερεάς γωνίας. Επομένως η εκπεμπόμενη ενέργεια ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα χρόνου για όλες τις διευθύνσεις, στην περίπτωση ισότροπου μέσου, είναι ίση με $4\pi j_v \rho$.

Οι φυσικοί μηχανισμοί που συνεισφέρουν στο συντελεστή εκπομπής j_v είναι πρώτον η πραγματική εκπομπή j_v ενός φωτονίου λόγω της θερμοκρασίας του μέσου και δεύτερον ο σκεδασμός ενός φωτονίου στη διεύθυνση που εξετάζουμε:

$$j_v = j_{v \text{ θερ.}} + j_{v \text{ σκεδ.}}$$

Οπτικό Βάθος (τ_v)

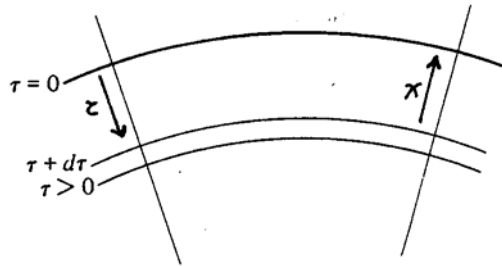
Την ποσότητα $-k_v \rho dx$ τη συμβολίζουμε με το $d\tau_v$, το ολοκλήρωμα της οποίας ορίζουμε ως οπτικό βάθος τ_v :

$$\tau_v = - \int k_v \rho dx \quad (37)$$

Τα όρια ολοκλήρωσης εξαρτώνται από τα όρια της στιβάδας την οποία μελετάμε. Από την πιο πάνω σχέση φαίνεται ότι τα τ_v και x αυξάνονται κατά αντίθετες διευθύνσεις.

Το οπτικό βάθος είναι ένα αδιάστατο μέγεθος το οποίο συνδέει το γεωμετρικό βάθος ενός οπτικού μέσου με τις φυσικές του ιδιότητες όπως είναι η πυκνότητα, η μάζα και ο συντελεστής απορρόφησης μάζας.

Εάν ολοκληρώσουμε τη σχέση $dI_v = -I_v k_v \rho dx$ ή $\frac{dI_v}{I_v} = -k_v \rho dx$



με όρια ολοκλήρωσεως τα x_1, x_2 που προσδιορίζουν το πάχος μιας στιβάδας μιας αστρικής ατμόσφαιρας, έχουμε:

$$\int_{x_1}^{x_2} (dI_v / I_v) = - \int_{x_1}^{x_2} k_v \rho dx = \int_{x_1}^{x_2} d\tau_v \Rightarrow \ln(I_v(x_2) / I_v(x_1)) = [\tau_v(x_2) - \tau_v(x_1)],$$

οπότε: $I_v(x_2) = I_v(x_1) \exp[\tau_v(x_2) - \tau_v(x_1)]$

Ας εφαρμόσουμε αυτή τη σχέση για να βρούμε την ένταση της ακτινοβολίας που φθάνει στην επιφάνεια ενός αστέρα. Έστω $x_1 = 0$ για την επιφάνεια του αστέρα, και το x να αυξάνεται αρνητικά όσο πάμε προς το κέντρο του αστέρα. Έτσι, στην επιφάνεια του αστέρα η ένταση της ακτινοβολίας $I_v(0)$, δίνεται από τη σχέση:

$$I_v(0) = I_v(x) \exp[\tau_v] \Rightarrow I_v(x) = I_v(0) \exp[-\tau_v] \quad (38)$$

Από αυτή τη σχέση βλέπουμε ότι το οπτικό βάθος ενός οπτικού μέσου, μας δίνει το ποσοστό της έντασης της ακτινοβολίας κατά το οποίο ελαττώνεται η ένταση περνώντας μέσα απ' αυτό το μέσο. Εάν δηλαδή περάσει μια ακτινοβολία έντασης I_v από ένα μέσο οπτικού βάθους $\tau_v = 2$,

τότε η ένταση της ακτινοβολίας που θα περνάει το μέσο θα είναι το $e^{-\tau_v} = 0.14$ της αρχικής.

Παράδειγμα : Ας θεωρήσουμε έναν αστέρα του οποίου το μέγεθος πάνω από τη γήινη ατμόσφαιρα είναι +2 . Εάν το μέγεθος του είναι +3 μετρούμενο στην επιφάνεια της Γης τότε ο αστέρας έχει εξασθενήσει κατά ένα παράγοντα:

$$1/2.512 = e^{-\tau_v} \Rightarrow \tau = 0.92$$

Δηλαδή το οπτικό βάθος της γήινης ατμόσφαιρας κατά μήκος της οπτικής ακτίνας αστέρα παρατηρητή και στη φασματική περιοχή στην οποία μετριέται το μέγεθος του αστέρα είναι 0.92.

Ατομικός συντελεστής απορρόφησης ή ενεργός διατομή

Για να υπολογίσουμε τον συντελεστή απορρόφησης k_v ενός μέσου είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης a ο οποίος υπολογίζεται για κάθε άτομο ή ιόν που συμμετέχει στην απορρόφηση αλλά και για κάθε είδος μεταπτώσεως.

Ένας άλλος τρόπος ορισμού του a προκύπτει εάν δεχθούμε ότι το κάθε σωματίδιο που συμμετέχει στην απορρόφηση εξομοιώνεται με μια σφαίρα ακτίνας R . Η ενεργός διατομή πR^2 την οποία το σωματίδιο εμφανίζει στα φωτόνια, ισούται με τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης a . Συνεπώς, η συνολική ενεργός διατομή την οποία εμφανίζει στη δέσμη των φωτονίων μια μοναδιαία επιφάνεια του υλικού (που περιέχει N σωματίδια ανά μονάδα όγκου) πάχους ds είναι: $N a ds$ και επομένως ο k_v που είναι η απορρόφηση της δέσμης ακτινοβολίας ανά μονάδα μήκους του υλικού θα ισούται με:

$$k_v = k_v \rho = N a$$

Η ποσότητα a είναι ο λόγος της πιθανότητας απορρόφησης φωτονίου ενέργειας $h\nu$ ανά μονάδα χρόνου προς τη ροή φωτονίων και έχει μονάδες επιφάνειας (cm^2).

Η σχέση που δίνει τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης είναι ιδιαίτερα περίπλοκη και εξαρτάται όχι μόνο από τη συχνότητα της ακτινοβολίας, αλλά από τον ατομικό αριθμό Z και το είδος της μετάπτωσης κατά την απορρόφηση.

Συνάρτηση πηγής (S_v)

Συνάρτηση πηγής S_v ορίζουμε το λόγο του συντελεστή εκπομπής προς το συντελεστή απορρόφησης:

$$S_v \equiv \frac{j_v}{k_v} \quad (39)$$

Η συνάρτηση πηγής έχει τις ίδιες μονάδες όπως η ένταση ακτινοβολίας και είναι μια βασική ποσότητα για τη μελέτη της διάδοσης της ακτινοβολίας. Η S_v εκφράζει τον τρόπο κατά τον οποίο η απορροφούμενη από την ύλη ενέργεια ανακατανέμεται κατά διεύθυνση, συχνότητα και άλλες μορφές ενέργειας.

Η συνάρτηση πηγής είναι μια πολύπλοκότερη συνάρτηση διότι τόσο ο συντελεστής εκπομπής όσο ο συντελεστής απορρόφησης είναι συναρτήσεις που δεν μπορούν εύκολα να προσδιοριστούν. Ο προσδιορισμός της S_v είναι αδύνατος στις περισσότερες των περιπτώσεων και είναι δυνατός μόνο σε πολύ απλές περιπτώσεις. Λόγω της δυσκολίας προσδιορισμού της S_v , η λύση του προβλήματος της διάδοσης της ακτινοβολίας είναι ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα της Αστροφυσικής.

Στην περίπτωση της ΤΘΙ, όταν έχουμε καθαρή απορρόφηση, τότε:

απορρόφηση = εκπομπή, δηλαδή

$$k_{v \text{ απορ.}} I_v \rho dx = j_{v \text{ θερμ.}} \rho dx \quad \text{οπότε} \quad k_{v \text{ απορ.}} I_v = j_{v \text{ θερμ.}}$$

$$\text{και τελικά} \quad I_v = \frac{j_{v \text{ θερμ.}}}{k_{v \text{ απορ.}}} = S_v$$

$$\text{Όμως στη Τ.Θ.Ι. ισχύει } I_v = B_v(T), \text{ οπότε} \quad S_v = B_v(T) \quad (40)$$

$$\text{Όταν έχουμε απορρόφηση και σκέδαση:} \quad j_{v \text{ θερμ.}} = k_{v \text{ απορ.}} B_v \quad (41)$$

Επομένως $j_{\nu,σκεδ} = \frac{k_{\nu,σκεδ}}{4\pi} \int I_{\nu} d\omega = k_{\nu,σκεδ} J_{\nu}$, όταν η σκεδαζόμενη ακτινοβολία επανεκπέμπεται ομοιόμορφα, οπότε:

$$S_{\nu} = \frac{j_{\nu,θερμ.} + j_{\nu,σκεδ}}{k_{\nu,απορρ} + k_{\nu,σκεδ}} = \frac{k_{\nu,απορρ} B_{\nu} + k_{\nu,σκεδ} J_{\nu}}{k_{\nu,απορρ} + k_{\nu,σκεδ}} \quad (42)$$

Όταν έχουμε μόνο σκέδαση: $S_{\nu} = \frac{j_{\nu,σκεδ}}{k_{\nu,σκεδ}} = \frac{k_{\nu,σκεδ} J_{\nu}}{k_{\nu,σκεδ}} = J_{\nu}$. (43)

Αδιαφάνεια της αστρικής ύλης

Αδιαφάνεια της αστρικής ύλης είναι ένα μέτρο της αντίστασης της ύλης στη διάδοση της ακτινοβολίας. Κάθε διεργασία που αντιστέκεται στην ελεύθερη κίνηση των φωτονίων πρέπει να υπολογισθεί και προστεθεί στις άλλες διεργασίες. Η αδιαφάνεια δεν είναι τίποτε άλλο παρά ο ολικός συντελεστής απορρόφησης μάζας και σε ένα αέριο εξαρτάται από τη σύσταση και τη θερμοδυναμική του κατάσταση. Σε μια αστρική ατμόσφαιρα η αδιαφάνεια σε κάποιο μήκος κύματος λ έχει σχέση με την ένταση ή τη ροή ακτινοβολίας η οποία μπορεί να ξεφύγει από την ατμόσφαιρα στο δεδομένο μήκος κύματος. Όσο μεγαλύτερη είναι η αδιαφάνεια τόσο μικρότερο είναι το ποσό ακτινοβολίας που διαπερνά τις εξωτερικές στιβάδες.

Ας δούμε τις διεργασίες στις οποίες οφείλεται η αδιαφάνεια της αστρικής ατμοσφαιρικής ύλης: Επειδή η θερμοκρασία των ατμοσφαιρών είναι σχετικά χαμηλή, αναμένεται να υπάρχουν όχι μόνο ιόντα και ηλεκτρόνια αλλά και διατομικά ή πολυατομικά μόρια, που όλα αυτά συμβάλλουν στην αδιαφάνεια της ύλης μέσω των ακόλουθων μηχανισμών:

1) Όταν η θερμοκρασία είναι $T > 10^4$ K, το υδρογόνο και το ήλιο είναι τελειώς ιονισμένα και η αδιαφάνεια οφείλεται:

I) Στην καθαρή απορρόφηση από άτομα και ιόντα. Στην περίπτωση αυτή έχουμε τις πιο κάτω περιπτώσεις:

α) Απορρόφηση γραμμής: Διέγερση ηλεκτρονίου από δέσμη σε δέσμη στάθμη (bound- bound transition, b-b). Αυτή η διεργασία παράγει τις φασματικές γραμμές.

β) Απορρόφηση συνεχούς: Μετάσταση ενός ηλεκτρονίου από δέσμια σε ελεύθερη στάθμη (bound-free transition, b-f). Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό σαν φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.

γ) Απορρόφηση συνεχούς: Η περίπτωση αυτή διαφέρει από την προηγούμενη. Στην περίπτωση αυτή έχουμε μετάσταση ενός ηλεκτρονίου από ελεύθερη σε ελεύθερη στάθμη (free-free transition, f-f). Η ακτινοβολία που εκπέμπεται κατά τη διεργασία αυτή συχνά ονομάζεται ακτινοβολία πέδης.

II) Στη σκέδαση ακτινοβολίας από ελεύθερα ηλεκτρόνια. Κατά τη σκέδαση το φωτόνιο αλλάζει διεύθυνση αλλά δεν αλλάζει συχνότητα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται σκέδαση Thomson και διαφέρει από τη σκέδαση Compton στο ότι οι ταχύτητες των ηλεκτρονίων δεν είναι σχετικιστικές. Στην περίπτωση αυτή η ενεργός διατομή της σκέδασης είναι ανεξάρτητη της συχνότητας ν της ακτινοβολίας.

2) Όταν η θερμοκρασία των ατμοσφαιρών είναι $T < 10^4$ K έχουν ενδιαφέρον οι ακόλουθες διεργασίες:

α) Απορρόφηση αρνητικού ιόντος υδρογόνου (K). Αυτή είναι η βασική αιτία απορρόφησης για την ηλιακή ατμόσφαιρα και για τις ατμόσφαιρες αστέρων παρόμοιων φασματικών τύπων.

β) Απορρόφηση από μόρια. Στις ατμόσφαιρες ψυχρών αστέρων ($T < 5000\text{K}$) τα μόρια απορροφούν ενέργεια, με αποτέλεσμα ή να διαχωριστούν σε άτομα ή να σχηματίσουν τις μοριακές ταινίες απορρόφησης στο φάσμα.

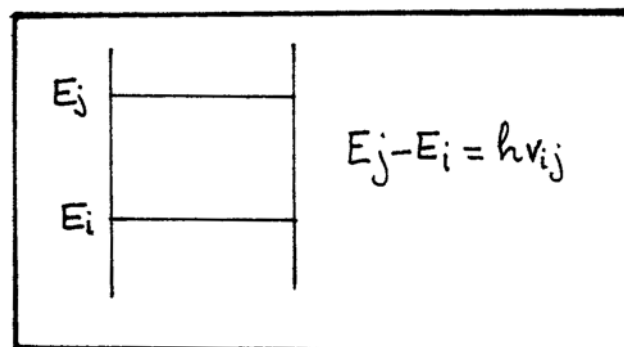
γ) Σκέδαση Rayleigh. Στην περίπτωση αυτή η σκέδαση των φωτονίων γίνεται από άτομα ή μόρια και ο συντελεστής σκέδασης είναι αντιστρόφως ανάλογος της τέταρτης δύναμης του μήκους κύματος.

Υπάρχουν και άλλες διεργασίες που προκαλούν εξασθένηση της ακτινοβολίας κατά τη διέλευση της μέσω της αστρικής ατμοσφαιρικής ύλης (σκέδαση Raman, φωτοδιέγερση σε αυτοϊονιζόμενες στάθμες) οι οποίες είναι πολύ μικρότερης σημασίας από αυτές που ήδη αναφέραμε. Όπως προκύπτει από τα προηγούμενα η αδιαφάνεια μπορεί να οφείλεται σε φαινόμενα σκέδασης και σε φαινόμενα απορρόφησης τόσο του συνεχούς φάσματος όσο και του γραμμικού. Γενικώς, εάν k_ν είναι η κανονική

αδιαφάνεια του συνεχούς και k_L η αδιαφάνεια της γραμμής, η ολική αδιαφάνεια k_T θα ισούται με το άθροισμα των δύο πιο πάνω αδιαφανειών: $k_T = k_v + k_L$, ενώ κάθε μια από τις k_v και k_L αδιαφάνειες ισούται με το άθροισμα των διεργασιών που προκαλούν τις επί μέρους αδιαφάνειες. Για την αδιαφάνεια του συνεχούς ισχύουν τα όσα μέχρι τώρα είπαμε για το συντελεστή απορρόφησης μάζας. Για την αδιαφάνεια γραμμής θα μιλήσουμε πιο κάτω.

Συντελεστές Einstein

Η πιθανότητα που έχει ένα άτομο που βρίσκεται στη διεγερμένη στάθμη j να μεταπέσει τυχαία στη κατώτερη ενεργειακή στάθμη i στη μονάδα του χρόνου είναι A_{ji} . Η πιθανότητα που έχει ένα άτομο που βρίσκεται στη στάθμη i στο πεδίο ακτινοβολίας I_v $d\omega$ να διεγερθεί στη στάθμη j , στη μονάδα του χρόνου είναι $B_{ij} I_v d\omega$. Η πιθανότητα που έχει ένα άτομο που βρίσκεται στη διεγερμένη στάθμη j στο πεδίο ακτινοβολίας I_v $d\omega$ να μεταπέσει στη κατώτερη στάθμη i είναι $B_{ji} I_v d\omega$. Εάν θεωρήσουμε ότι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ των σταθμών i και j είναι $h\nu$ ($E_j - E_i = h\nu$) και N_j είναι τα διεγερμένα άτομα ανά μονάδα χρόνου στη στάθμη j , η συμβολή της τυχαίας εκπομπής στο συντελεστή εκπομπής j_v είναι:



$$j_v = \frac{N_j A_{ji} h\nu}{4\pi\rho} \quad (44)$$

Ο συντελεστής απορρόφησης μάζας γι' αυτή τη δέσμια-δέσμια μετάσταση μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια των συντελεστών του

Einstein B_{ij} και B_{ji} , θεωρώντας την ακτινοβολία που απορροφάται ανά μονάδα μήκους διαδρομής από τη δέσμη ακτινοβολίας έντασης I_ν , ως εξής:

$$k_\nu \rho I_\nu = N_i (B_{ij} I_\nu) h\nu - N_j (B_{ji} I_\nu) h\nu \quad (45)$$

όπου N_i, N_j , οι πληθυσμοί των σταθμών i και j ανα μονάδα όγκου. Το I_ν μπορεί να απλοποιηθεί στην πιο πάνω σχέση, οπότε η σχέση γράφεται:

$$k_\nu \rho = N_i B_{ij} h\nu - N_j B_{ji} h\nu \Rightarrow k_\nu = \frac{(N_i B_{ij} - N_j B_{ji}) h\nu}{\rho}$$

Σύμφωνα όμως με το νόμο του Boltzmann, στην Τ.Θ.Ι., ισχύει η σχέση:

$$\frac{N_j}{N_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{(-h\nu/kT)}, \text{ όπου } h\nu \text{ είναι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ των}$$

σταθμών i και j ($E_j - E_i = h\nu$). Το ότι έχουμε συνθήκη ισορροπίας συνεπάγεται ότι όλες οι μεταβάσεις από τη κατώτερη στιβάδα στην ανώτερη εξισορροπούνται από μεταβάσεις από την ανώτερη στιβάδα στην κατώτερη.

Σύμφωνα με αυτό, θα έχουμε:

$$N_j A_{ji} + N_j B_{ji} I_\nu = N_i B_{ij} I_\nu.$$

Εάν λύσουμε την εξίσωση ως προς I_ν , θα έχουμε:

$$I_\nu = \frac{A_{ji}}{B_{ij} (N_i / N_j) - B_{ji}},$$

ο λόγος δηλαδή της εκπομπής προς την απορρόφηση της ακτινοβολίας και επομένως η σχέση αυτή είναι η συνάρτηση πηγής S_ν .

Εάν σ' αυτή τη σχέση αντικαταστήσουμε το λόγο των πληθυσμών στις στάθμες i και j από την εξίσωση Boltzmann τότε έχουμε:

$$I_\nu = \frac{A_{ji}}{(g_i / g_j) B_{ij} e^{h\nu/kT} - B_{ji}}, \quad \nu \equiv \nu_{ij}$$

Ο συντελεστής A_{ji} (sec^{-1}) δίνεται σε σχετικούς πίνακες, ενώ οι δύο άλλοι από τις σχέσεις:

$$B_{ji} = \frac{c^2}{2h\nu^3} A_{ji} \quad \text{και} \quad B_{ji} = (g_i / g_j) B_{ij} \quad (46)$$

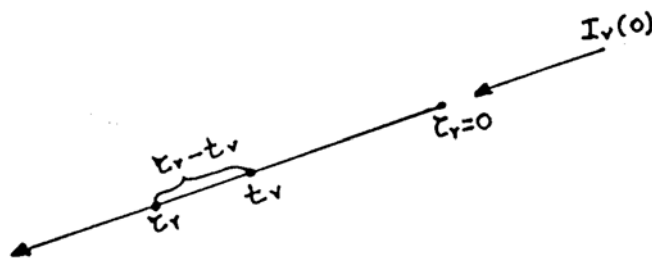
Άσκηση: Αποδείξτε ότι: $B_{ji} = (g_i / g_j) B_{ij}$ και $A_{ji} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{ji}$

10. ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΚΑΙ Η ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗ

Όπως ήδη αναφέραμε, θεωρούμε ότι η ατμόσφαιρα αρχίζει εκεί που η ενέργεια από το εσωτερικό του αστέρα παύει να μεταδίδεται με μεταφορά και μεταδίδεται πάλι με ακτινοβολία. Επομένως, για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών είναι αναγκαία η επίλυση της εξίσωσης διάδοσης της ενέργειας με ακτινοβολία. Η λύση του προβλήματος της διάδοσης της ενέργειας με ακτινοβολία είναι η εύρεση της επίδρασης της ύλης στο φάσμα του αστέρα το οποίο βασικά βλέπουμε.

Θεωρούμε ότι η ακτινοβολία διαδίδεται σε μια διεύθυνση S . Η μεταβολή της ειδικής έντασης I_ν σε μια απόσταση ds , είναι το αλγεβρικό άθροισμα της απορροφούμενης και της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας:

$$dI_\nu = -k_\nu \rho I_\nu ds + j_\nu \rho ds \quad (47)$$



Διαιρούμε τώρα την εξίσωση με την ποσότητα $k_\nu \rho ds = \tau_\nu$, οπότε:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{j_\nu}{k_\nu} \quad \text{ή} \quad \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu \quad (48)$$

Επειδή παρατηρούμε ότι η μεταβλητή τ_ν εμφανίζεται μόνη στην εξίσωση, δοκιμάζουμε μια λύση της μορφής :

$$I_\nu(\tau_\nu) = f e^{b\tau_\nu} \quad (49)$$

οπότε πρέπει να υπολογίσουμε τη συνάρτηση f και τη σταθερά b . Διαφορίζοντας τη σχέση (48) ως προς τ_ν , έχουμε:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = f e^{b\tau_\nu} + e^{b\tau_\nu} \frac{df}{d\tau_\nu},$$

σχέση η οποία με τη βοήθεια των σχέσεων (48) και (49), γράφεται:

$$S_v - I_v = bI_v + e^{b\tau_v} \frac{df}{d\tau_v}.$$

Για να ισχύει η πιο πάνω ισότητα, πρέπει:

$$b = -1 \quad \text{και} \quad e^{-\tau_v} \frac{df}{d\tau_v} = S_v$$

ή αλλιώς: $f = S_v(t_v)e^{t_v} dt_v + C_0.$

Τότε η εξίσωση (1.67) γίνεται:

$$I_v(t_v) = e^{-\tau_v} \int_0^{\tau_v} S_v(t_v)e^{t_v} dt_v + e^{-\tau_v} C_0 \quad (50)$$

Η σταθερά της ολοκλήρωσης μπορεί να γραφτεί: $C_0 = I_v(0)$ όπως φαίνεται βάζοντας $\tau_v = 0$, οπότε τελικά βάζοντας το $e^{-\tau_v}$ μέσα στο ολοκλήρωμα, έχουμε:

$$I_v(t_v) = \int_0^{\tau_v} S_v(t_v)e^{-(\tau_v-t_v)} dt_v + I_v(0)e^{-\tau_v} \quad (51)$$

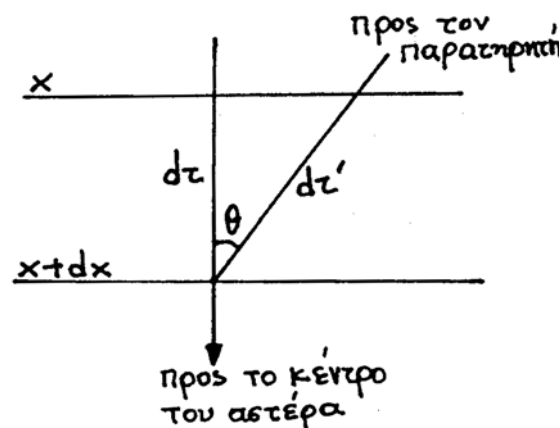
Αυτή είναι η **βασική μορφή της λύσης της εξίσωσης διάδοσης με ακτινοβολία**. Εάν μπορέσουμε να λύσουμε αυτή την εξίσωση θα έχουμε την απάντηση στο πρόβλημα μας, την εύρεση δηλαδή της έντασης της ακτινοβολίας. Για να μπορέσουμε όμως να βρούμε αυτό το ολοκλήρωμα, θα πρέπει να γνωρίζουμε τη συνάρτηση πηγής S_v . Στις περισσότερες των περιπτώσεων η S_v είναι μια πολυπλοκότερη συνάρτηση και δεν μπορούμε να τη προσδιορίσουμε παρά σε πολύ απλές μόνο περιπτώσεις. Η εξίσωση (51) μας δίνει την ένταση της ακτινοβολίας I_v σε συνάρτηση του οπτικού βάθους το οποίο μεταβάλλεται κατά μήκος μιας γραμμής που είναι και η οπτική ακτίνα. Σε πολλές εφαρμογές μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη λύση, όπως στην περίπτωση που μελετάμε τη μεσοαστρική ύλη.

Στη περίπτωση όμως της μελέτης των αστρικών ατμοσφαιρών είναι προτιμότερο να μελετάμε τη μεταβολή του οπτικού βάθους τ_v κατά μήκος

της ακτίνας του αστέρα, και όχι κατά μήκος της οπτικής ακτίνας. Στην περίπτωση αυτή η λύση της εξίσωσης παίρνει την ακόλουθη μορφή:

Λύση της εξίσωσης μεταφοράς στη περίπτωση της ομογενούς αστρικής ατμόσφαιρας σχήματος παραλληλεπιπέδου

Έστω μια αστρική ατμόσφαιρα που αποτελείται από παράλληλες στιβάδες (παραδοχή για τη μελέτη των ατμοσφαιρών, $R_{\text{ατμ.}} \ll R_{\text{αστέρα}}$) και έστω μια στιβάδα της ατμόσφαιρας αυτής. Στην περίπτωση αυτή, το οπτικό βάθος μετριέται κατά μήκος της dx και όχι της ds ,



οπότε:

$$d\tau' = \frac{d\tau}{\cos \theta} \quad (52)$$

και η εξίσωση (48) γράφεται:

$$\cos \theta \frac{dI_v}{d\tau_v} = S_v - I_v \quad (53)$$

Επίσης, επειδή το τ_v αυξάνεται κατά διεύθυνση αντίθετη από το dx , η σχέση (51) γράφεται:

$$I_v(t_v) = - \int_0^{\tau_v} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sec \theta dt_v \quad (54)$$

Το όριο ολοκλήρωσης C απαλείφει τη σταθερά ολοκλήρωσης $I_v(0)$ από την εξίσωση (51). Αυτό γίνεται γιατί οι οριακές συνθήκες είναι τελείως διαφορετικές για ακτινοβολία όταν $\theta > 90^\circ$ (η προς τα μέσα ακτινοβολία) απ' ότι για εκείνη που $\theta < 90^\circ$ (η προς τα έξω ακτινοβολία). Στην πρώτη

περίπτωση $I_v(0) = 0$ για ένα μεμονωμένο αστέρα, όπου για $\tau_v = 0$ λαμβάνεται το εξωτερικό όριο της ατμόσφαιρας. Η ακτινοβολία από τους άλλους αστέρες και γαλαξίες είναι αμελητέα συγκρινόμενη με την ακτινοβολία του ίδιου του αστέρα. Έτσι η προς τα μέσα ακτινοβολία δίνεται από τη σχέση:

$$I_v^{in}(t_v) = - \int_0^{\tau_v} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sec \theta dt_v.$$

Στη δεύτερη περίπτωση θεωρούμε την ακτινοβολία σε οπτικό βάθος τ_v και βαθύτερα μέχρι το σημείο από το οποίο η ακτινοβολία δε μεταφέρεται πλέον μέχρι εμάς. Με άλλα λόγια τα όρια ολοκλήρωσης είναι τ_v και ∞ . Τότε, για την προς τα έξω ακτινοβολία, ισχύει:

$$I_v^{out}(t_v) = - \int_{\tau_v}^{\infty} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sec \theta dt_v.$$

Η ολική ένταση στη θέση τ_v τότε θα είναι:

$$I_v(t_v) = \int_{\tau_v}^{\infty} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sec \theta dt_v - \int_0^{\tau_v} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sec \theta dt_v \quad (55)$$

Στην ειδική περίπτωση που δεχόμαστε ότι μελετάμε το $I_v^{in}(\tau_v)$ και $I_v^{out}(\tau_v)$ για το εξωτερικό στρώμα της ατμόσφαιρας του αστέρα $I_v^{in}(0) = 0$, θα ισχύει:

$$I_v^{out}(0) = - \int_0^{\infty} S_v e^{-t_v \sec \theta} \sec \theta \cdot dt_v \quad (56)$$

Αυτή όμως η λύση της εξίσωσης δίνει απάντηση σε ηλιακά προβλήματα μιας και στον ήλιο είναι δυνατή η μέτρηση της έντασης σαν συνάρτηση του θ . Για τους περισσότερους αστέρες, μελετάμε τη ροή ακτινοβολίας.

Το ολοκλήρωμα της ροής

Όπως είναι γνωστό:

$$\begin{aligned}
F_v &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_v \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi = \\
&= 2\pi \int_0^{\pi/2} I_v^{out} \cos \theta \sin \theta d\theta + 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi} I_v^{in} \cos \theta \sin \theta d\theta
\end{aligned}$$

□

$$F_v = 2\pi \int_0^{\pi/2} \int_{\tau_v}^{\infty} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sin \theta dt_v d\theta - 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{\tau_v} S_v(\tau_v) e^{-(t_v - \tau_v) \sec \theta} \sin \theta dt_v d\theta \quad (57)$$

Προσέγγιση Eddington-Barbier

Στην περίπτωση αυτή θεωρούμε ότι η συνάρτηση πηγής S_v είναι γραμμική συνάρτηση του οπτικού βάθους δηλαδή: $S_v = a + b\tau_v$ οπότε η σχέση (56) γράφεται:

$$\begin{aligned}
I_v &= \int_0^{\infty} S_v e^{-\tau_v \sec \theta} \sec \theta \cdot d\tau_v = a \int_0^{\infty} e^{-\tau_v \sec \theta} \sec \theta \cdot d\tau_v + b \int_0^{\infty} \tau_v e^{-\tau_v \sec \theta} \sec \theta \cdot d\tau_v = \\
&= a / \sec \theta \int_0^{\infty} e^{-\sec \theta \tau_v} \cdot d(\sec \theta \tau_v) + b / \sec \theta \int_0^{\infty} \tau_v e^{-\sec \theta \tau_v} \cdot d(\sec \theta \tau_v)
\end{aligned}$$

Θέτουμε $\sec \theta = k$ και $k\tau_v = x$, οπότε:

$$I_v = a - \left[e^{-k\tau_v} \right]_0^{\infty} + \frac{b}{k} \int_0^{\infty} x e^{-x} dx = a + \frac{b}{k} = a + b \cos \theta \Rightarrow$$

$$I_v = a + b \cos \theta$$

(58)

Λύση της εξίσωσης διάδοσης ενέργειας με ακτινοβολία στην περίπτωση της γκρι ατμόσφαιρας

Όπως είδαμε η λύση της εξίσωσης διάδοσης είναι πολύ δύσκολη επειδή η S_v είναι πολύπλοκη και γενικά δεν είναι γνωστή. Μια από τις απλοποιήσεις που κάνουμε για να λύσουμε την εξίσωση διάδοσης είναι ότι ο συντελεστής απορρόφησης k_v είναι ανεξάρτητος της συχνότητας ($k_v = k$). Η ιδανική αυτή ατμόσφαιρα που ο συντελεστής απορρόφησης είναι

ανεξάρτητος της συχνότητας είναι γνωστή σαν γκρι ατμόσφαιρα. Η περίπτωση αυτή φυσικά δεν είναι πραγματική. Η μόνη γνωστή διεργασία που προκαλεί εξασθένιση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας ανεξάρτητα της συχνότητας της είναι η σκέδαση των φωτονίων από ελεύθερα ηλεκτρόνια.

Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση διάδοσης παίρνει τη μορφή:

$$dI_\nu = I_\nu k_\nu \rho \frac{dx}{\cos \theta} - j_\nu \rho \frac{dx}{\cos \theta} \Rightarrow \cos \theta \frac{dI_\nu}{dx} = I_\nu k_\nu \rho - S_\nu k_\nu \rho .$$

Εάν ολοκληρώσουμε ως προς τη συχνότητα ν , τότε:

$$\cos \theta \frac{d}{dx} \int_0^\infty I_\nu d\nu = \rho \int_0^\infty k_\nu I_\nu d\nu - \rho \int_0^\infty k_\nu S_\nu d\nu$$

Στην περίπτωση της γκρι ατμόσφαιρας $k_\nu = k$, οπότε:

$$\cos \theta \frac{d}{dx} \int_0^\infty I_\nu d\nu = \rho \cdot k \int_0^\infty I_\nu d\nu - \rho \cdot k \int_0^\infty S_\nu d\nu$$

$$\text{με } I \equiv \int_0^\infty I_\nu d\nu \quad \text{και} \quad S \equiv \int_0^\infty S_\nu d\nu \Rightarrow \cos \theta \frac{dI}{d\tau} = I - S .$$

Αυτή είναι μία πολύ ενδιαφέρουσα σχέση διότι μελετάμε το όλο πρόβλημα της διάδοσης της ακτινοβολίας με μια μόνο σχέση εκεί που χρειαζόμαστε άπειρες τέτοιες εξισώσεις.

Πραγματική περίπτωση - Μέσος συντελεστής Rosseland

Μια παραλλαγή της "γκρι ατμόσφαιρας" είναι η αντιμετώπιση του προβλήματος δεχόμενοι σαν συντελεστή απορρόφησης ένα μέσο συντελεστή απορρόφησης, γνωστό σαν συντελεστή Rosseland k . Ο συντελεστής αυτός ορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{k} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu (1 - e^{-h\nu/kT})} \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T} d\nu} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu(T)}{\partial T} d\nu}$$

(59)

Ο όρος $(1 - e^{-hv/kT})$ ονομάζεται παράγοντας εξαναγκασμένης εκπομπής και ισχύει για κάθε διεργασία, εκτός σκεδασμού.

11. ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΦΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ

Στις αστρικές ατμόσφαιρες υπάρχουν άτομα και ιόντα που απορροφούν ακτινοβολία σε διακριτές συχνότητες. Η προτίμηση από ένα άτομο ή ιόν να απορροφά ακτινοβολία σε διακεκριμένα μήκη κύματος είναι η πρωταρχική αιτία για το σχηματισμό των γραμμών απορρόφησης. Απορρόφηση ενέργειας κάποιας συχνότητας ν μπορεί να συμβεί όταν ένα άτομο ή ιόν στην ατμόσφαιρα έχει δύο δέσμιες ενεργειακές στάθμες με ενεργειακή διαφορά $h\nu$. Μ' αυτόν τον τρόπο το ρεύμα της ακτινοβολίας που διαφεύγει από την αστρική ατμόσφαιρα χάνει φωτόνια και έτσι ελαττώνεται το ποσό της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από τον αστέρα.

Το φωτόνιο μπορεί να εκπεμφθεί πάλι σε κλάσμα του δευτερολέπτου αργότερα, σε μια τυχαία διεύθυνση. Στη συνέχεια μπορεί να προκαλέσει νέα απορρόφηση μέσα στην ατμόσφαιρα. Μπορεί επίσης το φωτόνιο να προκαλέσει απομάκρυνση ενός ηλεκτρονίου που ήταν δέσμιο ενός ατόμου ή ιόντος. Το ηλεκτρόνιο αυτό μπορεί να συγκρουσθεί με άλλα σωματίδια και έτσι να χάσει ή να κερδίσει ενέργεια. Όταν τελικά ενωθεί με κάποιο τυχαίο ιόν, η ενέργεια που αποδίδει είναι γενικά διαφορετικής συχνότητας από τη συχνότητα ν που είχε αρχικά. Έτσι σχηματίζεται μια σκοτεινή γραμμή στο συνεχές υπόβαθρο.

Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν, οι φασματικές γραμμές θα ήταν οξείες, πράγμα που δε συμβαίνει στη πραγματικότητα αφού οι γραμμές είναι πολύ πλατύτερες από τη θεωρητική εκτίμηση. Οι διάφοροι μηχανισμοί που προκαλούν την πλάτυνση της γραμμής θα μελετηθούν στη συνέχεια.

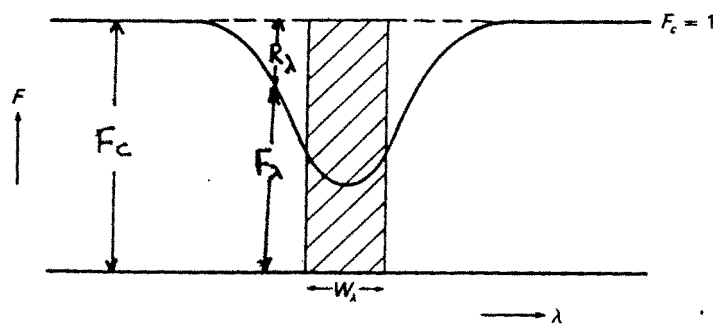
Προφίλ και ισοδύναμο πλάτος γραμμής

Από τις παρατηρήσεις έχουμε τη κατανομή της έντασης ή της ροής της ακτινοβολίας ως συνάρτηση της συχνότητας ή του μήκους κύματος για τη περιοχή της φασματικής γραμμής. Στη συνέχεια από την κατανομή αυτή

μπορούμε να προσδιορίσουμε τη ροή του συνεχούς F_c στην περιοχή της φασματικής γραμμής. Εάν F_λ είναι η ροή ακτινοβολίας για κάθε λ της φασματικής γραμμής, τότε το προφίλ της γραμμής θα είναι:

$$R_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} \quad (60)$$

Το ισοδύναμο πλάτος W_λ ορίζεται ως το σχετικό ποσόν ακτινοβολίας που απορροφούν από το συνεχές τα άτομα που δημιουργούν τη γραμμή, σε μονάδες μήκους κύματος, δηλαδή:



$$W_\lambda = \int_0^\infty \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda \quad (61)$$

Με άλλα λόγια το W_λ είναι το πλάτος μιας τελείως μαύρης ορθογώνιας γραμμής απορρόφησης, που έχει την ίδια ολική απορρόφηση όπως η πραγματική γραμμή και χαρακτηρίζει βασικά την ένταση της φασματικής γραμμής. Το ισοδύναμο πλάτος μιας γραμμής ενός στοιχείου εξαρτάται από τη θερμοκρασία, την πίεση της επιφάνειας του αστέρα καθώς και από την αφθονία του στοιχείου. Ο προσδιορισμός του ισοδυνάμου πλάτους επομένως έχει μεγάλη σημασία ειδικά για τον προσδιορισμό της αφθονίας του στοιχείου που δημιουργεί τη γραμμή. Επειδή το ποσοστό απορρόφησης ανα μονάδα όγκου είναι ανάλογο της ποσότητας $\rho_{k\lambda}$ της γραμμής, θα περιμέναμε το ισοδύναμο πλάτος W της γραμμής να αυξάνει κατά ένα συνεχή τρόπο. Το W επηρεάζεται κατά τον ίδιο τρόπο, από δύο παράγοντες:

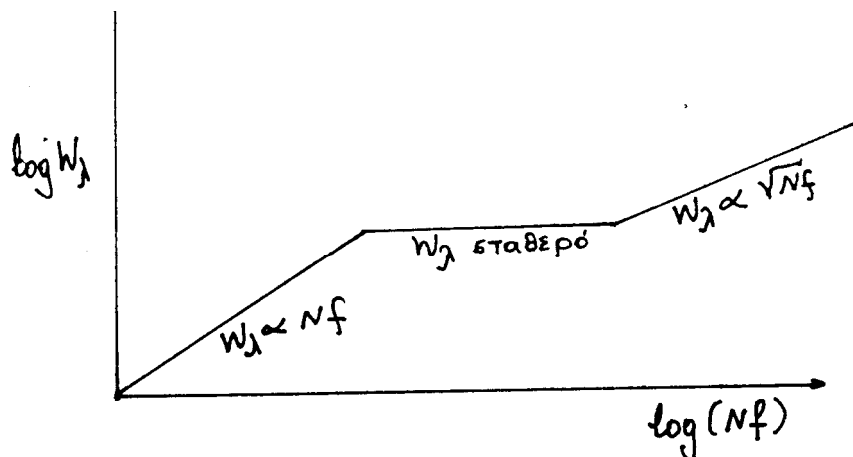
1. Το N που είναι ο αριθμός των απορροφούντων ατόμων ανά μονάδα επιφάνειας κατά μήκος της οπτικής ακτίνας και

2. Τον παράγοντα f που είναι γνωστός ως ισχύς ατομικού ταλαντωτή (f). Ουσιαστικά το f είναι ο ενεργός αριθμός ηλεκτρονίων ανά άτομο που μπορεί να ταλαντώνεται ή να απορροφά ακτινοβολούμενη ενέργεια στο μήκος κύματος της γραμμής με αποτέλεσμα τη μετάσταση από μία ενεργειακή στάθμη σε άλλη. Το f δηλαδή είναι ο αριθμός των ενεργοποιημένων ηλεκτρονίων στο άτομο και είναι διαφορετικός για τις διάφορες συχνότητες που αντιστοιχούν στις διάφορες ενεργειακές μεταστάσεις και εξαρτάται από την πιθανότητα που έχει ένα ηλεκτρόνιο μιας ορισμένης ενεργειακής στάθμης να μεταπέσει σε μια άλλη ορισμένη στάθμη. Επομένως, είναι συνδεδεμένο με τους συντελεστές Einstein. Για παράδειγμα αναφέρουμε τις τιμές του f για τα πρώτα μέλη της σειράς Balmer:

$$f(\text{H}\alpha) = 0.6408, \quad f(\text{H}\beta) = 0.1193, \quad f(\text{H}\gamma) = 0.0447 \quad \text{και} \quad f(\text{H}\delta) = 0.0221$$

Καμπύλη ανάπτυξης (ή αύξησης)

Καμπύλη ανάπτυξης είναι η γραφική παράσταση του λογαρίθμου του ισοδύναμου πλάτους W_λ ως συνάρτηση του λογαρίθμου του αριθμού των ατόμων N ανά μονάδα επιφάνειας που παράγουν τη φασματική γραμμή, πολλαπλασιασμένο επί την ισχύ ταλαντωτή f ($\log W_\lambda = \phi[\log(Nf)]$).



Η ένταση μιας γραμμής απορρόφησης και επομένως το ισοδύναμο πλάτος W_λ αυξάνεται όταν αυξάνεται ο αριθμός των ατόμων N που τη δημιουργούν, αλλά η μαθηματική έκφραση που συνδέει την ένταση της γραμμής με το N δεν είναι τόσο απλή.

Η καμπύλη ανάπτυξης αποτελείται βασικά από τρία μέρη: Όταν το Nf είναι μικρό (όταν το τ_v είναι πολύ μικρότερο της μονάδας), τότε παρατηρούμε μία μικρή παραμόρφωση του συνεχούς και στην περίπτωση αυτή, το ισοδύναμο πλάτος της γραμμής είναι ανάλογο του γινομένου Nf ή του τ . Όσο το Nf αυξάνεται τόσο η γραμμή βαθαίνει και για τιμές του Nf που αντιστοιχούν σε τιμές του οπτικού βάθους τ κοντά στη μονάδα, το ισοδύναμο πλάτος της γραμμής παραμένει σχεδόν σταθερό. Το τρίτο τμήμα της καμπύλης ανάπτυξης αντιστοιχεί σε μεγάλες τιμές του Nf , σε τιμές δηλαδή του οπτικού βάθους πολύ μεγαλύτερες της μονάδας και οι γραμμές που σχηματίζονται έχουν εμφανείς πτέρυγες. Στην περίπτωση αυτή, το ισοδύναμο πλάτος αυξάνει ανάλογα με τη τετραγωνική ρίζα του γινομένου Nf .

Η χρησιμότητα της καμπύλης ανάπτυξης γραμμών είναι πολύ μεγάλη, γιατί από τη σύγκριση ημιεμπειρικών και θεωρητικών καμπύλων μπορούμε να προσδιορίσουμε διάφορες φυσικές παραμέτρους όπως τη θερμοκρασία, τη διέγερση, τη θερμοκρασία ιονισμού και τη χημική σύσταση μιας ατμόσφαιρας.

Μια ημιεμπειρική καμπύλη ανάπτυξης κατασκευάζεται ως εξής: Μετράμε το ισοδύναμο πλάτος (εμβαδόν) των γραμμών για τις οποίες γνωρίζουμε τις τιμές του f (από εργαστηριακές μετρήσεις). Εάν μπορούσαμε να αναπαράγουμε θεωρητικά το προφίλ αυτών των γραμμών, τότε από το θεωρητικό μοντέλο από το οποίο αναπαραγάγαμε τις γραμμές γνωρίζουμε τον αριθμό των ατόμων που πήραν μέρος στη δημιουργία αυτών των γραμμών. Έτσι, μπορούμε να κάνουμε γραφική παράσταση του $\log W_\lambda$ ως προς $\log(Nf)$ και να έχουμε την ημιεμπειρική καμπύλη ανάπτυξης.

Μπορούμε και θεωρητικά να κατασκευάσουμε μια καμπύλη ανάπτυξης με ικανοποιητική ακρίβεια, εάν δεχτούμε ένα ατμοσφαιρικό μοντέλο (θα δούμε πιο κάτω για ατμοσφαιρικά μοντέλα) και το μηχανισμό σχηματισμού των γραμμών.

Όπως είπαμε και πιο πάνω, από τη σύγκριση των θεωρητικών και ημιεμπειρικών καμπύλων ανάπτυξης εξάγουμε συμπεράσματα για τις φυσικές παραμέτρους μιας ατμόσφαιρας.

12. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ - ΠΛΑΤΥΝΣΕΙΣ ΦΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ

Ο συντελεστής απορρόφησης γραμμής παίζει βασικό ρόλο στο σχήμα της φασματικής γραμμής, όπως ο συντελεστής απορρόφησης του συνεχούς επηρεάζει ουσιαστικά το σχήμα του συνεχούς.

Ο συντελεστής απορρόφησης γραμμής επηρεάζεται από διάφορες διεργασίες οι οποίες έχουν σαν αποτέλεσμα τη μεταβολή της έντασης της απορρόφησης σαν συνάρτηση του μήκους κύματος κατά μήκος της γραμμής. Κάθε μια απ' αυτές τις διεργασίες έχει το δικό της συντελεστή απορρόφησης. Οι βασικότερες απ' αυτές τις διεργασίες είναι:

1. Η φυσική ατομική απορρόφηση στην οποία οφείλεται η φυσική πλάτυνση,
2. Η θερμική πλάτυνση η οποία οφείλεται στο φαινόμενο Doppler και
3. Η πλάτυνση γραμμής λόγω φαινομένων συγκρούσεων.

Στην αρχή θα θεωρήσουμε ότι έχουμε ένα μηχανικό άτομο που βρίσκεται σε ηρεμία. Λόγω της δομής του το άτομο διεγείρεται όχι μόνο με τις συχνότητες που αντιστοιχούν στις διάφορες ενεργειακές στάθμες αλλά από μια μικρή περιοχή συχνοτήτων που αντιστοιχούν στις διάφορες υποστάθμες κάθε στάθμης. Σ' αυτή τη φυσική ιδιότητα των ατόμων οφείλεται η φυσική πλάτυνση των φασματικών γραμμών.

Τα άτομα όμως στην πράξη ούτε μόνα τους είναι, ούτε βρίσκονται σε ηρεμία. Επειδή τα άτομα κινούνται με κάποια ταχύτητα που έχει μια συνιστώσα κατά την οπτική ακτίνα, οι γραμμές παρουσιάζουν κάποια πλάτυνση που οφείλεται στο φαινόμενο Doppler (αυτή η πλάτυνση είναι μεγαλύτερη).

Τα άτομα όμως, επειδή δεν βρίσκονται μόνα τους, αλληλοεπηρεάζονται με αποτέλεσμα διαταραχές στις ενεργειακές τους στάθμες με αποτέλεσμα να έχουμε διεύρυνση των γραμμών λόγω φαινομένων συγκρούσεων και αλληλεπίδρασης.

Εκτός όμως από τις πιο πάνω περιπτώσεις μπορεί να έχουμε και πλάτυνση των γραμμών λόγω φαινομένων Zeeman στην περίπτωση που το μαγνητικό πεδίο της πηγής είναι σημαντικό. Λόγω αυτού του φαινομένου

δεν έχουμε πραγματική πλάτυνση αλλά "διαχωρισμό" γραμμής, που φαίνεται σαν πλάτυνση και οφείλεται στο διαχωρισμό των ενεργειακών σταθμών λόγω του μαγνητικού πεδίου. Στη συνέχεια θα συζητήσουμε τις πιο πάνω αιτίες πλάτυνσης φασματικών γραμμών με έμφαση στη πλάτυνση λόγω φαινομένων Doppler, που είναι και η σημαντικότερη.

Φυσική πλάτυνση

Σύμφωνα με την κλασική μηχανική, η φυσική πλάτυνση οφείλεται στο ότι ένα ταλαντούμενο ηλεκτρόνιο, όπως ένας μηχανικός ταλαντωτής, μπορεί να έχει απόκριση και σε μια συχνότητα που θα του επιβάλλουμε λίγο διαφορετική από την ιδιοσυχνότητά του. Στη συχνότητα συντονισμού η απόκριση είναι μέγιστη, το άτομο όμως αποκρίνεται και σε άλλες συχνότητες που βρίσκονται πολύ κοντά στη συχνότητα συντονισμού. Για το λόγο αυτό οι φασματικές γραμμές δεν είναι απόλυτα λεπτές αλλά έχουν ένα πεπερασμένο εύρος.

Για να δώσουμε τώρα τη μαθηματική έκφραση του φαινομένου της φυσικής πλάτυνσης, θεωρούμε ότι το άτομο που εκπέμπει ακτινοβολία είναι, από ορισμένες απόψεις, ανάλογο με ένα εκκρεμές που υπόκειται σε απόσβεση. Γι' αυτό, για τη μελέτη του φαινομένου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα μαθηματικά της θεωρίας των ταλαντώσεων και της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας.

Δε θα αναλύσουμε εδώ όλη τη πορεία της λύσεως του προβλήματος μαθηματικά γιατί ξεφεύγει από τα πλαίσια αυτών των παραδόσεων, θα δώσουμε όμως τη βασική εξίσωση στην οποία καταλήγουμε.

Ο συντελεστής απορρόφησης μάζας για τη γραμμή, είναι:

$$k_{\nu} \rho = \frac{e^2}{mc} N \frac{\gamma / 4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma / 4\pi)^2} \quad (62)$$

όπου e και m : το φορτίο και η μάζα του ηλεκτρονίου αντίστοιχα.,

ν_0 : η ιδιοσυχνότητα του ηλεκτρονίου,

ν : η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας,

γ : η σταθερά απόσβεσης, που είναι το αντίστροφο του μέσου χρόνου ζωής στη δεδομένη διεγερμένη κατάσταση ($\gamma = 1/T$), δηλαδή του χρόνου ο οποίος απαιτείται για να πέσει η ενέργεια του ταλαντούμενου δίπολου στο $1/e$ της μεγίστης τιμής της και

N : ο αριθμός των ταλαντωτών ανά cm^3 που μπορούν να απορροφούν σε συχνότητες της γραμμής, η οποία είναι κεντραρισμένη στη συχνότητα ν_0 .

Με τη κβαντική μηχανική, η φυσική πλάτυνση μπορεί να εξηγηθεί ως εξής:

Η αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg συνήθως γράφεται:

$$\Delta(\text{θέσης}) \Delta(\text{ορμής}) \sim h, \text{ δηλαδή } (\Delta x/v) (\Delta m v^2) \sim h$$

Δηλαδή, σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg, εάν ένα άτομο σε μια δεδομένη στάθμη έχει χρόνο ζωής Δt , η στάθμη πρέπει να έχει απαραίτητα εύρος ΔE έτσι ώστε $\Delta E \Delta t \sim h$.

Ο χρόνος ζωής για τη θεμελιώδη κατάσταση είναι πολύ μεγάλος γι' αυτό το ΔE είναι πολύ μικρό και η στάθμη πολύ λεπτή. Για μια διεγερμένη στάθμη όμως για την οποία $\Delta t = 10^{-8}$ sec, μια δηλαδή πολύ μικρή ποσότητα, το ΔE αναγκαστικά θα είναι σχετικά μεγάλο σύμφωνα με την αρχή του Heisenberg.

Κατά τη κβαντική θεωρία, η σταθερά απόσβεσης, γνωστή ως Γ , άλλοτε είναι ίση με τη σταθερά απόσβεσης γ της κλασσικής μηχανικής και άλλοτε όχι. Η διαφορά μεταξύ της κλασσικής εξήγησης του φαινομένου της φυσικής πλάτυνσης και της κβαντικής είναι ότι για τη κλασσική θεωρία η σταθερά απόσβεσης γ είναι ίδια για όλες τις μεταπτώσεις ενός ηλεκτρονίου, ενώ για τη κβαντική η σταθερά απόσβεσης Γ είναι συνάρτηση της πιθανότητας μετάπτωσης. Αυτό είναι αναμενόμενο μια και η πιθανότητα μετάπτωσης εξαρτάται από το χρόνο παραμονής του ηλεκτρονίου στη στάθμη. Για παράδειγμα αναφέρουμε, ότι για $\lambda = 3933 \text{ \AA}$ το $\Gamma = 1.19 \gamma$.

Ο συντελεστής απορρόφησης σύμφωνα με την κβαντική θεωρία

Η σχέση που μας δίνει τη κατανομή του συντελεστή απορρόφησης γραμμής είναι όμοια με τη σχέση που ισχύει δεχόμενοι την κλασσική θεωρία εάν αντικαταστήσουμε τον όρο N με το γινόμενο Nf (αριθμός ατόμων που

προκαλούν τη γραμμή επί την ατομική ισχύ ταλαντωτή) και το συντελεστή απόσβεσης γ με το νέο συντελεστή απόσβεσης Γ .

Οπότε:

$$k_\nu \rho = \frac{\pi e^2}{mc} Nf \frac{\Gamma}{4\pi^2 (\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (63)$$

$$k_\nu \rho = \frac{e^2}{mc} Nf \frac{\Gamma/4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma/4\pi)^2} \quad (64)$$

Πλάτυνση γραμμών λόγω φαινομένου Doppler (θερμική πλάτυνση)

Το φαινόμενο Doppler, το οποίο οφείλεται στις θερμικές κινήσεις ατόμων ή ιόντων, μας παρέχει ένα άλλο μηχανισμό με τον οποίο μια φασματική γραμμή μπορεί να διευρυνθεί. Τα άτομα (ή ιόντα) ενός αερίου κινούνται μ' έναν άτακτο τρόπο. Λόγω της άτακτης θερμικής κίνησης μερικά από τα άτομα θα κινούνται προς τον παρατηρητή και μερικά άλλα θα απομακρύνονται από αυτόν. Σε μια στιγμή τα άτομα που συμμετέχουν στην απορρόφηση θα έχουν κάποια κατανομή ταχυτήτων ως προς τον παρατηρητή κατά τη διεύθυνση της οπτικής ακτίνας.

Τα άτομα απομακρυνόμενα από τον παρατηρητή απορροφούν σε μήκη κύματος ελαφρώς μεγαλύτερα από το μήκος κύματος του κέντρου της γραμμής λ , ενώ τα άτομα που πλησιάζουν τον παρατηρητή απορροφούν σε μήκη κύματος ελαφρώς μικρότερα από το λ . Οι μετατοπίσεις αυτές $\Delta\lambda$, που οφείλονται στις θερμικές κινήσεις των ατόμων δίνονται από την εξίσωση Doppler :

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{V_r}{c} \quad (65)$$

όπου V_r είναι η συνιστώσα της ταχύτητας των μορίων κατά την διεύθυνση της οπτικής ακτίνας. Η κατανομή της μετατόπισης $\Delta\lambda$ μας δίνει το σχήμα του συντελεστού απορρόφησης που οφείλεται στη θερμική κίνηση των ιόντων.

Επειδή θεωρούμε ότι έχουμε Τ.Θ.Ι., η κατανομή ταχυτήτων των σωματιδίων ακολουθεί τη κατανομή Maxwell (γνωστή και ως κατανομή Maxwell-Boltzmann), οπότε ο αριθμός των σωματιδίων που κινούνται με ταχύτητες V_x και $V_x + dV_x$, ως προς τον ολικό αριθμό σωματιδίων, είναι:

$$\frac{dN(V_x)}{N} = \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{1/2} \exp \left[-\frac{mV_x^2}{2kT} \right] dV_x \quad (66)$$

αλλά $1/2(mV_0^2) = kT$, οπότε $V_0^2 = (2kT)/m$, όπου V_0 η πιο πιθανή ταχύτητα των σωματιδίων που αντιστοιχεί στο μέγιστο της κατανομής $N(V)$. Αν V_r είναι η συνιστώσα της ταχύτητας των σωματιδίων κατά τη διεύθυνση της οπτικής ακτίνας τότε:

$$\frac{dN(V_r)}{N} = \frac{1}{V_0 \pi^{1/2}} \exp(-V_r / V_0)^2 dV_r \quad (67)$$

Η ταχύτητα V_0 αντιστοιχεί στο κέντρο της γραμμής ενώ η ταχύτητα των σωματιδίων που αντιστοιχεί σ' ένα τυχαίο σημείο της γραμμής είναι: $V_r = V_0 + dV_r$.

Επομένως, λόγω της ταχύτητας V_0 έχουμε μια μετατόπιση της γραμμής κατά $\Delta\lambda_0$ προς μικρότερα ή μεγαλύτερα μήκη κύματος, ενώ λόγω της dV_r έχουμε τη πλάτυνση της γραμμής κατά $\Delta\lambda_0$. Η ολική μετατόπιση λοιπόν $\Delta\lambda$, που αντιστοιχεί στη ταχύτητα V_r είναι:

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_D + \Delta\lambda_0 \quad (68)$$

Η πλάτυνση μιας φασματικής γραμμής λόγω του φαινομένου Doppler δίνεται από την σχέση :

$$\Delta\lambda_D = \frac{V_D}{c} \lambda = \frac{\lambda}{c} \left[\frac{2kT}{m} \right]^{1/2} = 7.16 \times 10^{-7} \lambda \left[\frac{T}{m} \right]^{1/2} \quad (69)$$

όπου V_D η διασπορά των ταχυτήτων, η οποία είναι περίπου ίση με την V_0 ($V_D = 1.042 V_0$) και m το μοριακό βάρος του στοιχείου που προκαλεί τη φασματική γραμμή. Αντίστοιχα για τη συχνότητα:

$$\Delta\lambda_D = \frac{V_0}{c} \nu = \frac{\nu}{c} \left[\frac{2kT}{m} \right]^{1/2} = 7.16 \times 10^{-7} \nu \left[\frac{T}{m} \right]^{1/2} \quad (70)$$

Η κατανομή των $\Delta\lambda$, σύμφωνα με την εξίσωση (68) και την εξίσωση Doppler για τις ταχύτητες V_r και V_0 είναι:

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{\pi^{1/2}} \exp \left[- \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_0} \right)^2 \right] d \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_0} \right) \quad (71)$$

Αν συμβολίσουμε με a τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης, τότε αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$\int_0^{\infty} a dv = \frac{\pi e^2}{mc} f \quad (72)$$

Η ενέργεια αυτή είναι η ενέργεια ανά $\text{sec atom rad}^2 \text{ c/sec}$ η οποία απορροφάται από όλη τη γραμμή, από την ακτινοβολία μοναδιαίας έντασης I_ν ενώ f είναι η ισχύς ταλαντωτή:

$$\int_0^{\infty} a d\lambda = \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{\lambda^2}{c} \quad (73)$$

Η ολική ενέργεια λοιπόν που αφαιρείται ανά άτομο, από μια ακτινοβολία μοναδιαίας ενέργειας θα ισούται με : $f(\pi e^2/mc)$ ή $f(\pi e^2/mc)(\lambda^2/c)$.

Έτσι σε κάθε σημείο της φασματικής γραμμής η απορροφούμενη ενέργεια θα είναι η παραπάνω ενέργεια πολλαπλασιασμένη επί dN/N . Το dN/N είναι ο λόγος του αριθμού των ατόμων που προκαλούν την απορρόφηση σ' ένα σημείο της γραμμής προς τον ολικό αριθμό των ατόμων που προκαλούν τη φασματική γραμμή και είναι συνάρτηση του ν ή του λ .

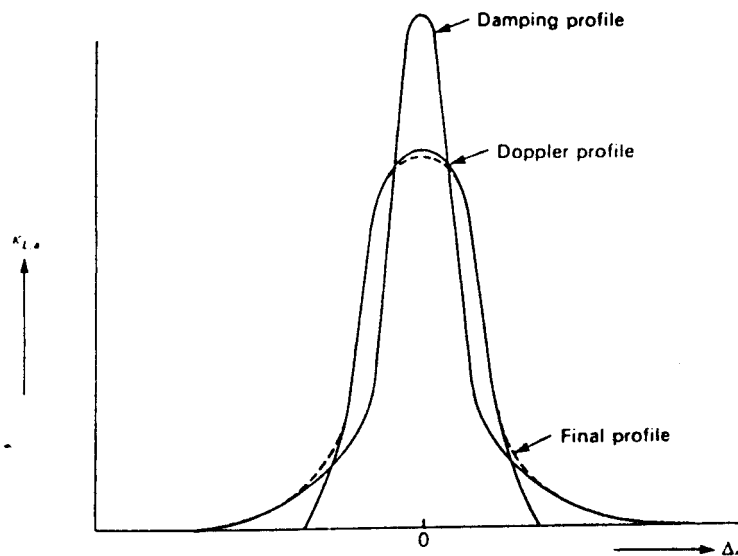
Οπότε :

$$k_\lambda \rho = \frac{\pi^{1/2} e^2}{mc} f \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\Delta\lambda_0} e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_0)^2} \quad (74)$$

$$k_\nu \rho = \frac{\pi^{1/2} e^2}{mc} f \frac{1}{\Delta\nu_0} e^{-(\Delta\nu/\Delta\nu_0)^2} \quad (75)$$

Αυτές οι εκφράσεις μας δίνουν τον ατομικό συντελεστή απορρόφησης για την πλάτυνση μιας δεδομένης φασματικής γραμμής λόγω φαινομένων Doppler.

Μέχρι τώρα συζητήσαμε για τη πλάτυνση μιας γραμμής που οφείλεται στη θερμική κίνηση των σωματιδίων που προκαλούν τη γραμμή και η οποία αναφέρεται συνήθως ως θερμική πλάτυνση. Η πλάτυνση όμως αυτή λόγω φαινομένου Doppler μπορεί να οφείλεται σ' οποιαδήποτε κίνηση των σωματιδίων και όχι μόνο στη θερμική. Έτσι, θα έχουμε πλάτυνση μιας γραμμής όταν έχουμε ανοδικές κινήσεις σε μια αστρική ατμόσφαιρα, απομάκρυνση ή προσέγγιση μιας πηγής και ακόμη περιστροφή του παρατηρούμενου αντικειμένου. Η μελέτη όμως των περιπτώσεων αυτών είναι πολύπλοκη και δεν μπορούμε να δεχθούμε τοπική θερμοδυναμική ισορροπία και επομένως κατανομή ταχυτήτων κατά Maxwell, υποθέσεις που απλουστεύουν το πρόβλημα. Εκτός αυτού, η πλάτυνση λόγω θερμικών κινήσεων παρατηρείται σ' οποιαδήποτε περίπτωση και είναι η σημαντικότερη.



Στο τελικό προφίλ της γραμμής (Voigt profile) συμμετέχουν στη διαμόρφωση του πυρήνα της γραμμής η πλάτυνση λόγω φαινομένου Doppler (Doppler profile) ενώ στη διαμόρφωση των πτερυγών η φυσική πλάτυνση (Damping profile).

Πλάτυνση γραμμής λόγω φαινομένων συγκρούσεως (ή πλάτυνση λόγω πίεσης)

Οι συγκρούσεις των ατόμων προκαλούν επίσης πρόσθετη πλάτυνση των φασματικών γραμμών. Αυτό οφείλεται στο ότι οι ενεργειακές στάθμες

των ατόμων που προκαλούν τη φασματική γραμμή διαταράσσονται από γειτονικά σωματίδια και έτσι δεν υπάρχει πλέον μια ορισμένη ενεργειακή διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών ενεργειακών σταθμών. Για το λόγο αυτό οι γραμμές παρουσιάζονται πλατυσμένες.

Τα γειτονικά σωματίδια μπορεί να είναι ηλεκτρόνια, ιόντα ή άτομα του ίδιου στοιχείου όπως τα άτομα που προκαλούν την απορρόφηση ή μπορεί ακόμα να είναι και μόρια (όπως στην περίπτωση των ψυχρών αστερών). Εάν συμβολίσουμε με R την απόσταση μεταξύ του ατόμου που απορροφά την ακτινοβολία και του σωματιδίου που προκαλεί τη διαταραχή τότε λόγω της διαταραχής των ενεργειακών σταθμών έχουμε μια μετατόπιση της συχνότητας της φασματικής γραμμής κατά $\Delta\nu$, που έχει ως αποτέλεσμα τη πλάτυνση της γραμμής. Το $\Delta\nu = C_n R^{-n}$ ή $\Delta\nu = C_n / R^n$ πρέπει να μετρηθεί ή να υπολογισθεί για κάθε μετάσταση ή είδος αλληλεπίδρασης. Το C_n είναι γνωστό για λίγες μόνο γραμμές.

Η σταθερά n είναι ο ακέραιος αριθμός ο οποίος εξαρτάται από τον τύπο της αλληλεπίδρασης. Έτσι, στην περίπτωση που έχουμε αλληλεπίδραση μεταξύ ενός διεγερμένου ηλεκτρονίου και ενός ιόντος το οποίο βρίσκεται (λόγω της παρουσίας του ηλεκτρονίου) σ' ένα ηλεκτρικό πεδίο, έχουμε το γνωστό φαινόμενο Stark και πλάτυνση της γραμμής λόγω αυτού του φαινομένου. Η σταθερά n παίρνει τη τιμή 2 ή 4 ανάλογα με το εάν το ηλεκτρικό πεδίο είναι πεδίο Coulomb ή όχι αντίστοιχα.

Στην περίπτωση που τα σωματίδια που προκαλούν τη διαταραχή είναι του ίδιου στοιχείου όπως τα άτομα που προκαλούν την απορρόφηση, τότε $n = 3$ ενώ στη περίπτωση που είναι διαφορετικού στοιχείου, $n = 6$.

13. Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΕΣ

Η εξίσωση διάδοσης που είδαμε στα προηγούμενα, δεν ισχύει μόνο για το συνεχές αλλά και για τη περίπτωση που παίρνουμε υπ' όψη μας τόσο το συνεχές όσο και το γραμμικό φάσμα ενός αστερά, αρκεί να ορίσουμε κατάλληλα τις μεταβλητές που χρησιμοποιούμε. Έτσι, εάν συμβολίσουμε με k_v^L και j_v^L τους συντελεστές απορρόφησης και εκπομπής γραμμής

αντίστοιχα και με k_v^c και j_v^c τους αντίστοιχους συντελεστές του συνεχούς, τότε το οπτικό βάθος, ορίζεται ως:

$$d\tau_v = (k_v^L + k_v^c) \rho dx \quad (76)$$

και η συνάρτηση πηγής ως:

$$S_v = \frac{j_v^L + j_v^c}{k_v^L + k_v^c} \quad (77)$$

Έτσι, μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση διάδοσης για το σημείο x του φάσματος (συχνότητας ν) που βρίσκεται και η γραμμή:

$$\frac{dI_v}{\tau_v} = S_v - I_v.$$

Η συνάρτηση πηγής όμως μπορεί να ορισθεί χωριστά για το γραμμικό και το συνεχές ως εξής:

$$S_v^L = \frac{j_v^L}{k_v^L} \quad \text{και} \quad S_v^C = \frac{j_v^c}{k_v^c}$$

Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση πηγής S_v του συνολικού φάσματος μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$S_v = \frac{(k_v^L / k_v^c) S_v^L + S_v^C}{1 + (k_v^L / k_v^c)} \quad (78)$$

Τα ολοκληρώματα που είχαμε βρει στα προηγούμενα σαν λύσεις της εξίσωσης διάδοσης (51 & 55) ισχύουν και στην περίπτωση που το φάσμα της πηγής δε δεχόμαστε ότι είναι μόνο συνεχές αλλά και γραμμικό. Η ειδική ένταση ενός αστέρα δίνεται επίσης από τη σχέση (54).

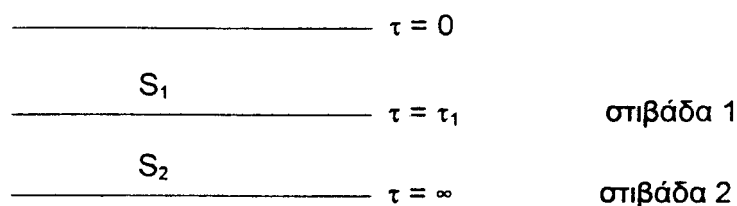
Όπως έχουμε τονίσει στα προηγούμενα, η δυσκολία για τη λύση της εξίσωσης διάδοσης είναι η πολυπλοκότητα της συνάρτησης πηγής. Το ίδιο πρόβλημα υπάρχει και στην περίπτωση που θεωρούμε ότι το φάσμα μιας δεδομένης πηγής δεν είναι μόνο συνεχές αλλά αποτελείται και από γραμμές. Για το λόγο αυτό χρειάζεται και εδώ να κάνουμε ορισμένες προσεγγίσεις για να λύσουμε το πρόβλημα της διάδοσης της ενέργειας και της αλληλεπίδρασης ενέργειας και ύλης. Δύο είναι οι βασικότερες προσεγγίσεις: Η προσέγγιση Schuster-Schwarzschild και η προσέγγιση Milne-Eddington.

Κατά την προσέγγιση Schuster-Schwarzschild, το συνεχές φάσμα μιας πηγής προέρχεται από τη φωτόσφαιρα που είναι το εσωτερικότερο, πυκνότερο στρώμα της αστρικής ατμόσφαιρας, ενώ οι γραμμές απορρόφησης παράγονται από μια λεπτή στιβάδα που βρίσκεται πάνω από τη φωτόσφαιρα και λέγεται ανατρεπτική στιβάδα. Δηλαδή, κατά την προσέγγιση αυτή, η ανατρεπτική στιβάδα θεωρείται ότι είναι διαφανής για κάθε μήκος κύματος εκτός των περιοχών των γραμμών απορρόφησης. Η προσέγγιση αυτή είναι αρκετά καλή όταν έχουμε στο φάσμα του αστέρα γραμμές που οφείλονται σε σωματίδια που μπορούν να υπάρχουν μόνο στα ψηλότερα, ψυχρότερα στρώματα της φωτόσφαιρας όπως τα μόρια και τα ουδέτερα άτομα που έχουν χαμηλά δυναμικά ιονισμού. Για ιόντα απαιτούνται ψηλότερες θερμοκρασίες και σ' αυτή την περίπτωση καλύτερη προσέγγιση δίνει η Milne-Eddington.

Σύμφωνα με την προσέγγιση Milne-Eddington, το γραμμικό και το συνεχές φάσμα σχηματίζονται στην ίδια ατμοσφαιρική στιβάδα και η μορφή του φάσματος οφείλεται στη διαφορά του συντελεστή απορρόφησης συνεχούς και γραμμής. Κατά την προσέγγιση αυτή επίσης ο συντελεστής απορρόφησης γραμμής, για κάθε συχνότητα μέσα στη γραμμή, προς τον συντελεστή απορρόφησης του συνεχούς στις αντίστοιχες συχνότητες είναι ανεξάρτητοι του οπτικού βάθους.

Λύση της εξίσωσης διάδοσης για τη προσέγγιση Schuster-Schwarzschild

Ας θεωρήσουμε ότι η ατμόσφαιρα αποτελείται από δύο στιβάδες, κάθε μια με σταθερή συνάρτηση πηγής (S_1 , S_2)



Η ένταση I θα δίνεται τότε από τη σχέση:

$$I = S_1 \int_0^{r_1} e^{-\tau} d\tau + S_2 \int_{r_1}^{\infty} e^{-\tau} d\tau \quad (79)$$

Στη στοιβάδα 1 το οπτικό βάθος στο συνεχές είναι $\tau_c^1 = 0$, οπότε $I_c = S_2$ ενώ για τα μήκη κύματος της γραμμής $\tau_1 = \tau_1^L$, οπότε:

$$I_L = S_1 (1 - e^{-\tau_1^L}) + S_2 e^{-\tau_1^L} \quad (80)$$

και έτσι το σχετικό βάθος της γραμμής: $(I_C - I_L) / I_C$, δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{I_C - I_L}{I_C} = \frac{(S_2 - S_1)(1 - e^{-\tau_1^L})}{S_2} = (1 - e^{-\tau_1^L}) \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right) \quad (81)$$

- Για αμυδρές γραμμές (τ_v μικρό):

$$(I_C - I_L) / I_C = \tau_L (1 - S_1 / S_2) \quad (82)$$

$$\text{οπότε} \quad (I_C - I_L) / I_C = \tau_L.$$

- Για έντονες γραμμές (τ_L μεγάλο):

$$(I_C - I_L) / I_C = \tau_L (1 - S_1 / S_2) \quad (83)$$

Λύση της εξίσωσης διάδοσης για τη προσέγγιση Milne-Eddington

Στην προσέγγιση αυτή θεωρούμε ότι η συνάρτηση πηγής είναι γραμμική σε σχέση με το οπτικό βάθος του συνεχούς, δηλαδή:

$$S = a + b\tau_c,$$

$$\text{οπότε} \quad I_L = \int (a + b\tau_c) e^{-\tau} d\tau_L \quad \text{και}$$

$$\tau_\tau = \int \frac{k_L + k_C}{k_C} d\tau_c = \int \left(\frac{k_L}{k_C} + 1 \right) d\tau_c \quad (84)$$

Ας θεωρήσουμε επίσης ότι ο λόγος του συντελεστή απορρόφησης γραμμής προς το συντελεστή απορρόφησης συνεχούς είναι σταθερός κατά μήκος της ατμόσφαιρας, οπότε:

$$\tau_L = \frac{k_L + k_C}{k_C} \tau_c \quad \text{και}$$

$$I_L = \int \left[(a + b\tau_L) \left(\frac{k_C}{k_C + k_L} \right) \right] e^{-\tau} d\tau_L = a + b \frac{k_C}{k_C + k_L}, \quad (85)$$

$$I_c = \int (a + b\tau_c) e^{-\tau} d\tau_c = a + b \quad (86)$$

Έτσι, το σχετικό βάθος της γραμμής: $(I_C - I_L) / I_C$, δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{(I_c - I_L)}{I_c} = \frac{a+b-a-b\left(\frac{k_C}{k_C+k_L}\right)}{a+b} = \frac{b}{a+b} \left(1 - \frac{1}{1+(k_L/k_C)} \right) = \frac{b}{a+b} \frac{n}{1+n} \quad (87)$$

όπου $n = k_L/k_C$.

Για μικρό n , το βάθος της γραμμής θα είναι ανάλογο του n και αυτό αντιστοιχεί στο γραμμικό τμήμα της καμπύλης ανάπτυξης. Για μεγάλο n , όταν δηλαδή ο συντελεστής απορρόφησης της γραμμής είναι μεγαλύτερος του συντελεστή απορρόφησης του συνεχούς, το σχετικό βάθος της γραμμής τείνει να γίνει ανεξάρτητο του n και να εξαρτάται από το λόγο: $b/(a+b)$.

14. ΜΟΝΤΕΛΑ (ΠΡΟΤΥΠΑ) ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΩΝ

Το μόνο παρατηρήσιμο μέγεθος ενός αστέρα είναι η ροή ακτινοβολίας του για τα διάφορα μήκη κύματος. Εξαίρεση αποτελεί ο Ήλιος για τον οποίο εκτός από τη ροή μπορούμε να παρατηρήσουμε την ένταση της ακτινοβολίας του και τη μεταβολή της από το κέντρο του ηλιακού δίσκου προς το χείλος. Απ' αυτά τα παρατηρήσιμα μεγέθη, με τη χρήση γνωστών φυσικών νόμων (τους οποίους δεχόμαστε ότι ισχύουν και για τις συνθήκες των αστρικών ατμοσφαιρών) και με τη βοήθεια θεωρητικών υπολογισμών κατασκευάζουμε πρότυπες ατμόσφαιρες (μοντέλα ατμοσφαιρών). Μια πρότυπη ατμόσφαιρα είναι μια σχηματική παρουσίαση μιας πραγματικής ατμόσφαιρας, η οποία δίνεται με τη μορφή πινάκων διαφόρων ποσοτήτων όπως πίεση, θερμοκρασία, πυκνότητα, συντελεστής απορρόφησης, γεωμετρικό βάθος και άλλες ποσότητες σε συνάρτηση με το

οπτικό βάθος της ατμόσφαιρας. Το μοντέλο εξαρτάται από τον τρόπο διάδοσης της ενέργειας σε μια αστρική ατμόσφαιρα. Στις ατμόσφαιρες η ενέργεια διαδίδεται μόνο με ακτινοβολία και μεταφορά, διότι η διάδοση με αγωγιμότητα είναι μη αποδοτική μια και η πυκνότητα της είναι πολύ μικρή.

Υπάρχουν δύο είδη μοντέλων, τα θεωρητικά και τα εμπειρικά. Στα θεωρητικά μοντέλα γίνεται επίλυση της εξίσωσης διάδοσης της ακτινοβολίας για το συνεχές και το γραμμικό φάσμα για διάφορες τιμές των φυσικών παραμέτρων και τελικά επιλέγεται εκείνο το μοντέλο για το οποίο παίρνουμε τιμές των παρατηρήσιμων ποσοτήτων που να προσεγγίζουν περισσότερο τα παρατηρησιακά δεδομένα μας. Στα εμπειρικά μοντέλα χρησιμοποιούμε τα δεδομένα των παρατηρήσεων. Σε γενικές γραμμές τα μοντέλα αυτά κατασκευάζονται με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων. Η πορεία που ακολουθούμε είναι η εξής:

Από το συνεχές φάσμα ενός αστέρα και θεωρώντας ότι η ακτινοβολία του είναι ακτινοβολία μέλανος σώματος, κάνουμε ένα χονδρικό υπολογισμό της ενεργούς θερμοκρασίας T_{eff} χρησιμοποιώντας το νόμο του Wien και από το γραμμικό φάσμα βρίσκουμε σε πρώτη προσέγγιση τη χημική σύσταση.

Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του μοντέλου μας βρίσκουμε τη ροή της ακτινοβολίας, τη θερμοκρασία και την πίεση σαν συνάρτηση του οπτικού βάθους και με βάση το μοντέλο μας υπολογίζουμε το ισοδύναμο πλάτος, W_λ το οποίο και συγκρίνουμε με εκείνο που βρίσκουμε από τη παρατήρηση. Κατόπιν βρίσκουμε τις αποκλίσεις των δεδομένων του μοντέλου και των δεδομένων των παρατηρήσεων και προσπαθούμε να τις ελαττώσουμε είτε αλλάζοντας τις αρχικές συνθήκες, είτε τη θεωρητική πορεία του μοντέλου, είτε και τα δύο. Το μοντέλο είναι τόσο καλύτερο όσο περισσότερο προσεγγίζει τα παρατηρήσιμα μεγέθη οπότε και οι άλλες παράμετροι που υπολογίζονται με τη βοήθειά του είναι περισσότερο αξιόπιστες.

Από τα πιο πάνω φαίνεται ότι η κατασκευή και η κατά το δυνατόν βελτίωση των αστρικών μοντέλων είναι πρωταρχικής σημασίας για τη μελέτη των αστρικών ατμοσφαιρών γιατί μπορούμε με τη βοήθειά τους να

προσδιορίσουμε παραμέτρους των ατμοσφαιρών που θα ήταν αδύνατο να προσεγγίσουμε διαφορετικά.

Η λεπτομερής μελέτη του θέματος ξεφεύγει από τα πλαίσια αυτών των παραδόσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ II

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΑΣΤΕΡΩΝ

Για να δώσουμε τον ορισμό σχετικά με το τι εννοούμε όταν λέμε εσωτερικό ενός αστέρα, αρκεί να σκεφτούμε τον ορισμό που δώσαμε για το εσωτερικό όριο μιας αστρικής ατμόσφαιρας. Σύμφωνα μ' αυτόν, η ατμόσφαιρα ενός αστέρα αρχίζει εκεί που η ύλη παύει να είναι αδιαφανής για την ακτινοβολία και γίνεται διαφανής, οπότε παρατηρήσιμη. Έτσι σαν εσωτερικό ενός αστέρα θεωρούμε το τμήμα εκείνο του αστέρα που η ύλη είναι αδιαφανής και ότι γνωρίζουμε γι' αυτό προέρχεται από θεωρητικές μελέτες μοντέλων που στηρίζονται στις ιδιότητες της ύλης και τους φυσικούς νόμους (που θεωρούμε ότι ισχύουν και στις αστρικές συνθήκες) και που οδηγούν στα βασικά χαρακτηριστικά του αστέρα που είναι γνωστά από τη μελέτη της ατμόσφαιρας. Η μελέτη του εσωτερικού των αστερών είναι ένα πολυπλοκότατο πρόβλημα, γι αυτό για να το προσεγγίσουμε κάνουμε ορισμένες παραδοχές :

Παραδοχές

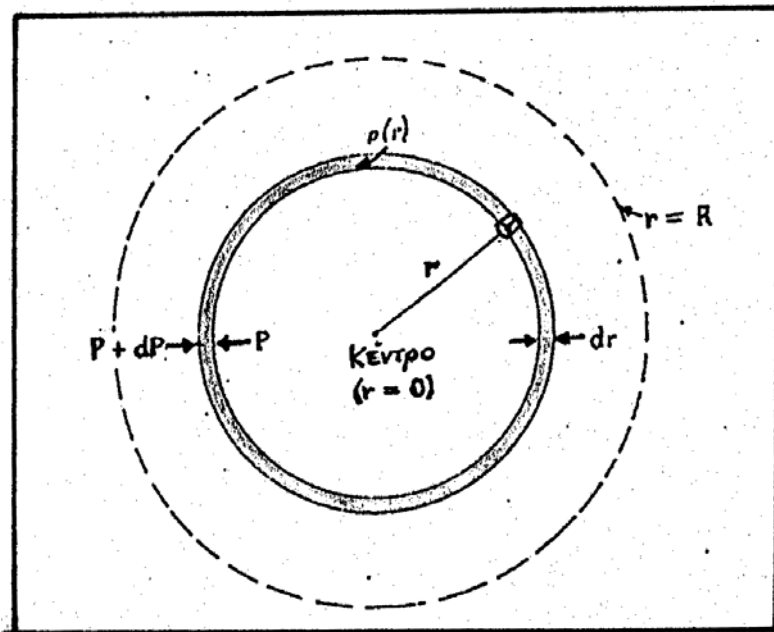
Κατά την μελέτη του εσωτερικού των αστερών δεν λαμβάνουμε υπ' όψη μας την περιστροφή του αστέρα ή την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου και υποθέτουμε ότι ο αστέρας είναι σφαιρικός και συμμετρικός. Με τις παραδοχές αυτές οι διάφοροι παράμετροι μεταβάλλονται μόνο σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο του αστέρα. Επί πλέον θεωρούμε ότι οι εξελικτικές αλλαγές συμβαίνουν τόσο αργά ώστε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο αστέρας βρίσκεται, σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, σε υδροστατική και θερμική ισορροπία. Θεωρούμε δηλαδή ότι έχουμε ένα στατικό αστέρα, ένα αστέρα δηλαδή, που η μεταβολές των διαφόρων φυσικών παραμέτρων (πίεση, θερμοκρασία, αδιαφάνεια) είναι ανεξάρτητες του χρόνου και εξαρτώνται μόνο από την απόσταση r από το κέντρο του αστέρα.

Τα βασικά χαρακτηριστικά του αστέρα στα οποία στηρίζεται η μελέτη του εσωτερικού των αστερών, είναι :

1. Μάζα, **M**
2. Λαμπρότητα, **L**
3. Ακτίνα, **R**
4. Χημ.κή σύσταση, **X,Ψ,Z** - όπου X,Ψ,Z η σχετική περιεκτικότητα του υλικού του αστέρα σε υδρογόνο (X) , ήλιο (Ψ) και βαρύτερα από το ήλιο στοιχεία (Z) , που γενικά τα λέμε μέταλλα.

Εξισώσεις για τη μελέτη του εσωτερικού των αστερών

Για τη μελέτη του εσωτερικού των αστερών κάνουμε ορισμένες παραδοχές τις οποίες περιγράψαμε προηγούμενα. Μεταξύ των παραδοχών αυτών είναι και η σφαιρική συμμετρία των αστερών και η ύπαρξη υδροστατικής και, θερμικής ισορροπίας.



Ας θεωρήσουμε ένα στοιχείο ύλης κυλινδρικού σχήματος σε απόσταση r από το κέντρο του αστερά με τον άξονα του κατά τη διεύθυνση του κέντρου. Όπως είναι γνωστό από τα προηγούμενα (σελ.5), κατά την υδροστατική ισορροπία, οι δυνάμεις που επενεργούν στο στοιχείο της ύλης πρέπει να έχουν συνισταμένη μηδέν. Οι δυνάμεις αυτές είναι :

Η δύναμη λόγω πίεσης : $dPds$

Η δύναμη λόγω βαρύτητας : $\frac{GM_r dM_r}{r^2} = \frac{GM_r}{r^2} \rho ds dr$

Η ποσότητα dM_r είναι η μάζα του φλοιού ακτίνας dr όπου

$$dM_r = 4\pi r^2 \rho dr$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (1) \quad \text{ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ}$$

Κατά την υδροστατική ισορροπία, η συνισταμένη των δυνάμεων που επιδρούν στο στοιχείο της ύλης, είναι μηδέν. Οπότε :

$$dPds = -\frac{GM_r}{r^2} \rho dsdr$$

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r}{r^2} \rho \quad (2) \quad \text{ΕΞΙΣΩΣΗ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ}$$

Κατά τη θερμική ισορροπία η απώλεια ενέργειας από έναν αστέρα, όπως μετριέται από τη λαμπρότητά του, είναι ίση με την ενέργεια που ελευθερώνεται από τις πυρηνικές αντιδράσεις που συμβαίνουν στο εσωτερικό του. Δηλαδή εάν dL είναι η λαμπρότητα που προέρχεται από τις πυρηνικές αντιδράσεις που συμβαίνουν στο φλοιό ακτίνας dr, τότε :

$$\text{Λαμπρότητα} = \text{παραγωγή πυρηνικής ενέργειας}$$

$$dL = \varepsilon dM_r = \varepsilon 4\pi r^2 \rho dr$$

$$\text{ή} \quad \frac{dL}{dr} = \varepsilon 4\pi r^2 \rho \quad (3) \quad \text{ΕΞΙΣΩΣΗ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ}$$

όπου ε είναι ο ρυθμός παραγωγής πυρηνικής ενέργειας στο εσωτερικό του αστέρα ανά γραμμάριο μάζας. Η ποσότητα ε εξαρτάται από τη θερμοκρασία και τη χημική σύσταση της αστρικής ύλης.

Μηχανισμοί διάδοσης της ενέργειας στο εσωτερικό των αστέρων

Οι τρόποι για τη διάδοση θερμότητας από τις θερμότερες περιοχές ενός αστέρα στις ψυχρότερες είναι τρεις : με ακτινοβολία, με μεταφορά και με αγωγιμότητα. Ένας τέταρτος τρόπος υπάρχει για τη μεταφορά ενέργειας από το εσωτερικό ενός αστέρα κι αυτός είναι με εκπομπή νετρίνου. Στην περίπτωση αυτή έχουμε μεταφορά ενέργειας απ' ευθείας από το εσωτερικό του αστέρα στο μεσοπλανητικό χώρο , χωρίς αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας με την αστρική ύλη, γιατί η μέση ελεύθερη διαδρομή των νετρίνων είναι μεγαλύτερη από την αστρική ακτίνα.

Στη περίπτωση διάδοσης ενέργειας με ακτινοβολία, η μεταφορά ενέργειας από τις θερμότερες περιοχές ενός αστέρα στις ψυχρότερες, γίνεται με τα φωτόνια ενώ με αγωγιμότητα με τα ηλεκτρόνια. Από αυτούς τους δύο

τρόπους διάδοσης ενέργειας η ακτινοβολία είναι σημαντικότερη, ενώ η αγωγιμότητα είναι αμελητέα για τους περισσότερους αστέρες και είναι σημαντική μόνο στις περιπτώσεις που το αστρικό αέριο βρίσκεται σε εκφυλισμένη κατάσταση. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ο εξής : Είναι γνωστό ότι τα φωτόνια μεταφέρουν μικρότερο ποσό ενέργειας απ' ό τι τα ηλεκτρόνια, η μέση ελεύθερη διαδρομή όμως των φωτονίων είναι πολύ μεγαλύτερη απ' ό τι η μέση ελεύθερη διαδρομή των ηλεκτρονίων. Π.χ. για τον Ήλιο, στο μέσο της απόστασης κέντρου - επιφανείας, ένα φωτόνιο έχει μέση ελεύθερη διαδρομή 1cm, ενώ το ηλεκτρόνιο 1nm (δηλ. 10^7 φορές μικρότερη). Ο τελευταίος τρόπος διάδοσης ενέργειας είναι με μεταφορά, όπου η μεταφορά ενέργειας από τις θερμότερες στις ψυχρότερες περιοχές γίνεται με μεταφορά ύλης. Τελικά, η διάδοση ενέργειας σ' ένα συνηθισμένο αστέρα, γίνεται με ακτινοβολία ή με μεταφορά. Ποιος από τους δύο αυτούς τρόπους επικρατεί, εξαρτάται από τη σχέση της θερμοβαθμίδας ενός ανερχόμενου στοιχείου ως προς την θερμοβαθμίδα της περιβάλλουσας ύλης.

Επομένως για να έχουμε μεταφορά, θα πρέπει το ανερχόμενο στοιχείο ύλης να έχει μικρότερη πυκνότητα από την περιβάλλουσα ύλη και επομένως η θερμοβαθμίδα του θα πρέπει να είναι μικρότερη από το αστρικό υλικό που το περιβάλλει.

Δηλαδή πρέπει να ισχύει:

$$\left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{στοιχ.}} < \left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{περιβ.}}$$

για διάδοση ενέργειας
με μεταφορά

$$\left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{στοιχ.}} > \left[\frac{dT}{dr} \right]_{\text{περιβ.}}$$

για διάδοση ενέργειας
με ακτινοβολία

Η εξίσωση που μας δίνει τη θερμοβαθμίδα στο αστρικό υλικό, εξαρτάται από το τρόπο διάδοσης της ενέργειας. Εάν θεωρήσουμε ότι έχουμε διάδοση ενέργειας με ακτινοβολία, αποδεικνύεται ότι η θερμοβαθμίδα dT/dr δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{3\kappa\rho}{16\alpha\pi c r^2} \cdot \frac{L_r}{T^3} \quad \text{διάδοση ενέργειας με ακτινοβολία}$$

όπου κ , ρ , T : μέσος συντελεστής απορρόφησης Rosseland, πυκνότητα και θερμοκρασία της αστρικής ύλης .

$$\alpha = \frac{4\sigma}{c} = 7,55 \cdot 10^{-6} \text{ Jm}^3\text{K}^{-4} : \quad \text{σταθερά ακτινοβολιακής πυκνότητας}$$

Στην περίπτωση όμως που έχουμε διάδοση ενέργειας με μεταφορά, όταν θεωρήσουμε ότι η κίνηση της ανερχόμενης μάζας γίνεται αδιαβατικά :

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{\text{αδiabαt.}} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \cdot \frac{dP}{dr} \quad \underline{\text{διάδοση ενέργειας με μεταφορά}}$$

όπου $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, ο λόγος της ειδικής θερμότητας υπό σταθερή πίεση προς την ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο και έχει την τιμή 5/3 για ένα μονοατομικό αέριο σε κατάσταση υψηλού ιονισμού ή ουδέτερο.

Οι τέσσερις βασικές εξισώσεις για τη μελέτη της δομής του εσωτερικού των αστέρων, είναι οι εξισώσεις 1,2,3,4, (α ή β) , δηλαδή συνοπτικά οι πιο κάτω εξισώσεις :

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (1)$$

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r}{r^2} \rho \quad (2)$$

$$\frac{dL}{dr} = \varepsilon 4\pi r^2 \rho \quad (3)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{16\alpha\pi cr^2} \cdot \frac{L_r}{T^3} \quad (4\alpha)$$

$$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \cdot \frac{dP}{dr} \quad (4\beta)$$

Εκτός όμως από τις πιο πάνω διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες χαρακτηρίζουν γενικά τη κατάσταση της ύλης και το τρόπο διάδοσης της ακτινοβολίας, έχουμε τρεις επί πλέον σχέσεις που χαρακτηρίζουν ειδικότερα τη συμπεριφορά του αερίου στο εσωτερικό των αστέρων.

Αυτές οι σχέσεις μας δίνουν τη πίεση, το συντελεστή απορρόφησης και το ρυθμό παραγωγής της ενέργειας λόγω πυρηνικών αντιδράσεων ανά μονάδα μάζας, σαν συναρτήσεις της πυκνότητας, της θερμοκρασίας και της χημικής σύστασης της αστρικής ύλης :

$$\left. \begin{aligned} P &= P(\rho, T, X, \Psi) \\ \kappa &= \kappa(\rho, T, X, \Psi) \\ \epsilon &= \epsilon(\rho, T, X, \Psi) \end{aligned} \right\} \quad (5) \quad \begin{aligned} X + \Psi + Z &= 1, & Z \text{ συνάρτηση των} \\ & & X \text{ και } \Psi. \end{aligned}$$

Για να βρούμε τη δομή του εσωτερικού των αστέρων, που είναι και το βασικό πρόβλημα στη μελέτη τους, πρέπει να λύσουμε το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων 1 έως 4. Για να μπορέσουμε όμως να λύσουμε το σύστημα αυτό πρέπει πρώτα να προσδιορίσουμε τις πιο πάνω παραμέτρους, P , κ και ϵ .

Καταστατική εξίσωση

Για να προσδιορίσουμε τη παράμετρο P για το εσωτερικό των αστέρων, χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις που προέρχονται όταν δεχτούμε ότι για τη δεδομένη χρονική στιγμή έχουμε υδροστατική και θερμική ισορροπία. Αυτές οι εξισώσεις περιέχουν τη πίεση, τη πυκνότητα και τη θερμοκρασία. Έτσι χρειαζόμαστε τη καταστατική εξίσωση που ισχύει στη περίπτωση αυτή και η οποία συνδέει τις τρεις αυτές ποσότητες.

Το ιονισμένο αέριο από το οποίο αποτελείται το εσωτερικό των αστέρων μπορεί να θεωρηθεί ότι συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο, οπότε ισχύει η σχέση : $P = NkT$

όπου N : ο αριθμός των ελευθέρων σωματιδίων (ηλεκτρόνια + ιόντα)
 ανά κυβικό εκατοστό.
 k : σταθερά Boltzmann = $1.38066 \cdot 10^{-16}$ erg·deg⁻¹
 T : η θερμοκρασία του αερίου.

Η σχέση αυτή ισχύει με μεγάλη ακρίβεια στη περίπτωση που η πυκνότητα του αερίου είναι πολύ μικρή, όπως στη περίπτωση των αστρικών ατμοσφαιρών όπου η πυκνότητα είναι της τάξης 10^{-7} gr·cm⁻³. Στη περίπτωση του εσωτερικού των αστέρων όπου η πυκνότητα είναι πολύ μεγάλη, η πιο πάνω σχέση δεν θα ίσχυε εάν και η θερμοκρασία δεν ήταν πολύ μεγάλη. Στη περίπτωση αυτή το αέριο βρίσκεται σε κατάσταση

πλήρους ιονισμού. Κάτω απ' αυτές τις προϋποθέσεις η απόκλιση από την εξίσωση των τελείων αερίων είναι αμελητέα. Στη περίπτωση που το αέριο στο εσωτερικό ενός αστέρα είναι εκφυλισμένο, η πίεση του αερίου δεν δίνεται από την πιο πάνω σχέση, αλλά από πολυπλοκότερους τύπους.

Η ολική πίεση όμως σ' ένα σημείο στο εσωτερικό ενός αστέρα δεν είναι μόνο η πίεση που ασκεί το αέριο αλλά και η πίεση της ακτινοβολίας.

$$P_{ολ} = P_{αερίου} + P_{ακτ.} \quad \text{ή} \quad P_{ολ} = P_{ιον} + P_{ηλεκ.} + P_{ακτ.}$$

Στη περίπτωση που θεωρούμε ότι το αστρικό υλικό συμπεριφέρεται, σαν ιδανικό αέριο και ότι έχουμε ακτινοβολιακή ισορροπία η $P_{ολ}$ δίνεται από τη σχέση :

$$P_{ολ} = NkT + \frac{1}{3}aT^4, \quad \left(a = \frac{4\sigma}{c} \right)$$

Ας θεωρήσουμε ότι το μέσον όγκου V αποτελείται από ένα μίγμα αερίων, τότε:

$$\left(\sum_i P_i \right) V = \left(\sum N_i \right) RT \quad \text{ή} \quad P_g V = NRT$$

όπου R = σταθερά των αερίων, N = ολικός αριθμός γραμμομορίων στο δείγμα .

Επειδή $R=N_0k$, το οποίο είναι το γινόμενο του αριθμού Avogadro και της σταθεράς Boltzmann, μπορούμε να γράψουμε:

$$P_g = \frac{NN_0}{V} kT$$

Αλλά NN_0 είναι ο ολικός αριθμός σωματιδίων στο δείγμα μου τότε

$$\frac{NN_0}{V} = \frac{\rho}{\mu H}$$

(όπου μ μέσο μοριακό βάρος ,οπότε μH είναι η μέση μάζα των σωματιδίων με H η μάζα μιας ατομικής μονάδας μάζης ($1AMU = 1,66 \cdot 10^{-24}$ gr)

και

$$P_{ολ} = \frac{\rho}{\mu M} KT + \frac{1}{3}aT^4$$

Η τιμή του μ γενικά, εξαρτάται από τη χημική σύσταση του υλικού και από το βαθμό ιονισμού. Απλές εκφράσεις του μ μπορούν να δοθούν για τις οριακές περιπτώσεις του πλήρους ιονισμού και της μη ύπαρξης ιονισμού.

Όταν δεν έχουμε ιονισμό (αυτή είναι μια καλή προσέγγιση για ατμόσφαιρες αστέρων ηλιακού τύπου) το μ δίνεται από τη σχέση:

$$\mu H = \frac{\sum_z N_z m_z}{\sum_z N_z} \quad \text{ή} \quad \mu = \frac{\sum_z N_z A_z}{\sum_z N_z}$$

όπου A_z το ατομικό βάρος του στοιχείου.

Στη περίπτωση όμως που το υλικό βρίσκεται σε πλήρη ιονισμό, όπως συμβαίνει και στο εσωτερικό των αστέρων, το μέσο μοριακό βάρος δίνεται από τη σχέση :

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}\Psi + \frac{1}{2}Z}$$

όπου X , Ψ , Z η σχετική περιεκτικότητα του αστρικού υλικού σε υδρογόνο, ήλιο και βαρύτερα στοιχεία (μέταλλα), αντίστοιχα.

Η αδιαφάνεια του εσωτερικού των αστέρων

Όπως έχουμε αναφέρει στο κεφάλαιο των αστρικών ατμοσφαιρών, αδιαφάνεια ενός υλικού είναι η αντίσταση που προβάλλει η ύλη στη διάδοση της ακτινοβολίας. Εκεί έχουμε αναφέρει και τους σπουδαιότερους λόγους αδιαφάνειας για τις αστρικές ατμόσφαιρες διαφόρων θερμοκρασιών. Στη περίπτωση της μελέτης του εσωτερικού των αστέρων, η αδιαφάνεια οφείλεται, σχεδόν αποκλειστικά, σε τέσσερις βασικές διεργασίες :

α) Δέσμια - Δέσμια απορρόφηση (*b-b transition*) ή απορρόφηση γραμμής. Σ' αυτή τη περίπτωση έχουμε απορρόφηση ενός φωτονίου από ένα άτομο οπότε ένα ηλεκτρόνιο του ατόμου μεταπίπτει σε μια επίσης δέσμια στάθμη, μεγαλύτερης ενέργειας.

β) Δέσμια - ελεύθερη απορρόφηση (*b-f transition*) ή απορρόφηση συνεχούς. Αυτή είναι η απορρόφηση ενός φωτονίου από ένα άτομο η ιόν κατά την οποία ένα δέσμιο ηλεκτρόνιο μεταπίπτει σε μια ελεύθερη ενεργειακή στάθμη (φωτοϊονισμός).

γ) Ελεύθερη – ελεύθερη απορρόφηση (*f-f transition*).

Στην περίπτωση αυτή έχουμε απορρόφηση ενός φωτονίου από ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται σε μια ενεργειακή τροχιά του συνεχούς, οπότε μεταπίπτει σε μια άλλη τροχιά του συνεχούς, μεγαλύτερης όμως ενέργειας.

δ) Σκέδαση από ελεύθερα ηλεκτρόνια.

Στη περίπτωση αυτή έχουμε σκέδαση φωτονίων από μεμονωμένα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Η σκέδαση αυτή συνήθως λέγεται σκέδαση Compton. Στη περίπτωση όμως των αστέρων που συνήθως τα ηλεκτρόνια δεν έχουν ρελατιβιστικές ταχύτητες, η σκέδαση αυτή είναι γνωστή σα σκέδαση Thomson.

Οι τρεις πρώτες διεργασίες (b-b-, b-f, f-f transition) είναι αληθινές απορροφήσεις, ενώ η τέταρτη δεν είναι αληθινή απορρόφηση, αλλά αλλαγή διεύθυνσης διάδοσης της ακτινοβολίας.

Στο εσωτερικό των αστέρων, οι πιο πάνω τέσσερις πηγές αδιαφάνειας είναι αυτές που έχουν τη μεγαλύτερη σπουδαιότητα. Ποια απ' αυτές τις πηγές υπερτερεί, εξαρτάται από τη θερμοδυναμική κατάσταση του αστερά, αλλά γενικά ισχύουν τα ακόλουθα : Σε χαμηλές θερμοκρασίες, όταν σημαντικός αριθμός ατόμων είναι μόνο μερικώς ιονισμένα, η αδιαφάνεια οφείλεται βασικά σε b-b και b-f απορρόφηση από δέσμια ηλεκτρόνια. Όταν ο ιονισμός είναι σχεδόν πλήρης, η αδιαφάνεια οφείλεται κυρίως σε f-f απορρόφηση, αλλά επειδή ο μέσος συντελεστής Rosseland K_{f-f} ελαττώνεται αυξανόμενης της θερμοκρασίας, τελικά θα φθάσουμε σε μια θερμοκρασία που η βασική πηγή αδιαφάνειας θα είναι η σκέδαση από ελεύθερα ηλεκτρόνια. Φυσικά όλες οι πηγές αδιαφάνειας συνδράμουν συγχρόνως :

Οπότε
$$K_v = K_{b-b}(v) + K_{b-f}(v) + K_{f-f}(v) + K_s$$

Πηγές ενέργειας των αστερών

Η πιο σπουδαία ίσως ιδιότητα των αστερών είναι ότι συνέχεια ακτινοβολούν ενέργεια στο διάστημα. Ας δούμε λοιπόν ποιες είναι οι βασικές πηγές ενέργειας των αστερών.

Βαρυτική ενέργεια

Η βαρυτική συρρίκνωση ενός αστέρα θεωρείται σαν πηγή ενέργειας για τους αστέρες πολύ πριν γίνει κατανοητή και μελετηθεί η πυρηνική διεργασία. Όπως έχουμε τονίσει, σε κάθε στοιχείο ύλης ενός αστέρα επιδρούν δύο δυνάμεις : Η δύναμη της βαρύτητας, που σπρώχνει την ύλη προς το κέντρο του αστέρα και η δύναμη της πίεσης από το εσωτερικό του αστέρα που διώχνει την ύλη προς τα έξω. Όταν η συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων είναι μηδέν , τότε ο αστέρας βρίσκεται, σε κατάσταση ισορροπίας. Σε διάφορες φάσεις των αστερών και ιδιαίτερα στην αρχική φάση δημιουργίας τους από ένα μεσοαστρικό αέριο, η βαρυτική δύναμη είναι εκείνη που υπερτερεί και ο αστέρας συρρικνώνεται. Αυτή είναι μία πολύ αργή διαδικασία, με διάρκεια εκατομμύρια χρόνια. Με τη συρρίκνωση αυξάνεται η θερμοκρασία του άστρου και επομένως η κινητική ενέργεια των **K** των σωματιδίων που το αποτελούν. Εάν θεωρήσουμε ότι ο αστέρας είναι σφαιρικός και αποτελείται από μονοατομικό αέριο σε θερμοδυναμική ισορροπία και **V** είναι η δυναμική ενέργεια του συστήματος, τότε ισχύει το θεώρημα **Virial**.

$$2 \cdot K + V = 0$$

Για δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές, για τον αστέρα, ισχύει :

$$\text{Για } t_1 : \quad 2 \cdot K_1 + V_1 = 0$$

$$\text{Για } t_2 : \quad 2 \cdot K_2 + V_2 = 0$$

$$\text{Οπότε :} \quad K_2 = K_1 + \frac{\Delta V}{2}$$

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι κατά την συρρίκνωση η δυναμική ενέργεια του συστήματος δεν μετετρέπεται εξ' ολοκλήρου σε κινητική, αλλά το $\frac{\Delta V}{2}$ διέφυγε προς τον μεσοαστρικό χώρο υπό μορφή ακτινοβολίας.

Σε μερικές περιπτώσεις μπορεί όλος ο αστέρας να επηρεασθεί από τη συρρίκνωση, σε άλλες όμως μόνο ένα τμήμα του αστέρα. Η ενέργεια που ελευθερώνεται λόγω αυτής της βαρυτικής κατάρρευσης, μπορεί να θεωρηθεί σαν πηγή ενέργειας στους αστέρες.

Για τον Ήλιο έχει υπολογισθεί ο χρόνος που θα μπορούσε να ακτινοβολεί με το σημερινό του ρυθμό, εάν θεωρήσουμε ότι η βαρυτική συρρίκνωση είναι η μόνη πηγή ενέργειας που εκπέμπει, και έχει βρεθεί ίσος με $2 \cdot 10^7$ χρόνια. Γεωλογικές όμως έρευνες έχουν δείξει, ότι η ηλικία της Γης είναι της τάξης μερικών δισεκατομμυρίων χρόνων, δηλαδή περίπου 100 φορές μεγαλύτερη από την ηλικία του.

Επομένως καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η βαρυτική ενέργεια ενός αστέρα είναι ανεπαρκής μόνη της να καλύψει την απώλεια ενέργειας που ακτινοβολεί ένας αστέρας για όλη του την ζωή, αν και μπορεί να έπαιξε βασικό ρόλο σε κάποια φάση της εξέλιξής του.

Πυρηνική ενέργεια

Σήμερα γνωρίζουμε ότι η βασική πηγή ενέργειας των αστέρων είναι οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Στο εσωτερικό των αστέρων λόγω των τεραστίων θερμοκρασιών και πιέσεων που επικρατούν, συμβαίνουν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις κατά τις οποίες έχουμε σύντηξη ή σχάση χημικών στοιχείων σε άλλα χημικά στοιχεία. Κατά τις πυρηνικές αντιδράσεις η μάζα των στοιχείων πριν και μετά την αντίδραση δεν είναι ίσες, αλλά παρουσιάζεται κάποια απώλεια μάζας. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη σχέση του Einstein, $E=mc^2$, το έλλειμμα μάζας που παρατηρείται κατά τις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις μετατρέπεται σε ενέργεια. Επειδή ο όρος c^2 στη σχέση του Einstein είναι ένας τεράστιος αριθμός, ελάχιστη μάζα αντιπροσωπεύει ένα τεράστιο ποσό ενέργειας. Έτσι σ' έναν αστέρα κατά τις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις που συμβαίνουν στο εσωτερικό του, έχουμε απώλεια μάζας η οποία αντιπροσωπεύει την ενέργεια που ακτινοβολείται από τον αστέρα. Κατά τη βασική πυρηνική αντίδραση που έχουμε μετατροπή τεσσάρων ατόμων υδρογόνου σ' ένα άτομο ηλίου, έχουμε :

$$\begin{aligned} \text{μάζα τεσσάρων ατόμων υδρογόνου} &= 4 \times 1,00750 = 4,03000 \text{ AMU} \\ \text{μάζα ενός ατόμου ηλίου} &= 4,00130 \times 1 = 4,00130 \text{ AMU} \\ \Delta m &= \mathbf{0,02870 \text{ AMU}} \end{aligned}$$

Αυτή η μάζα εγκλείει ενέργεια $E = 4,283 \cdot 10^{-5} \text{ erg}$.

Στη περίπτωση του Ήλιου, ο αριθμός τέτοιων αντιδράσεων που απαιτούνται ανά δευτερόλεπτο για να αποδώσουν ενέργεια ίση με τη λαμπρότητα του Ήλιου ($3,8 \cdot 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}$), είναι :

$$\frac{3,8 \cdot 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}}{4,28 \cdot 10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{αντιδραση}^{-1}} = 0,89 \cdot 10^{38} \text{ αντιδρασεις} \cdot \text{sec}^{-1}$$

που αντιστοιχούν σε $3,6 \cdot 10^{38}$ άτομα υδρογόνου ανά δευτερόλεπτο. Ο αριθμός όμως των ατόμων υδρογόνου στον Ήλιο ισούται με τη μάζα του Ήλιου δια της μάζας του ατόμου H :

$$2 \cdot 10^{33} \text{ gr} / 1,7 \cdot 10^{-24} \text{ gr} = 1,2 \cdot 10^{57} \text{ άτομα H.}$$

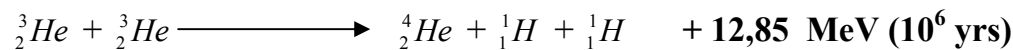
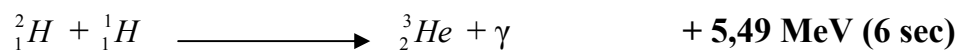
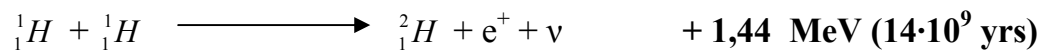
Οπότε ο Ήλιος μπορεί να διατηρήσει τη λαμπρότητά του με το τρόπο αυτό για 10^{11} χρόνια. Και εάν θεωρήσουμε ότι η ηλικία του είναι $4,5 \cdot 10^9$ χρόνια, έχει αρκετό απόθεμα ενέργειας και επομένως αρκετά χρόνια ζωής ακόμη.

Πυρηνικές αντιδράσεις

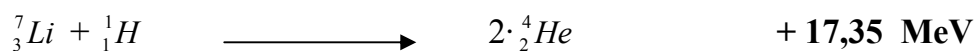
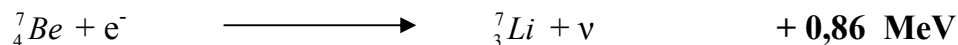
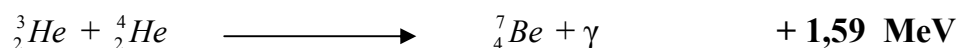
1. Κύκλος πρωτονίου-πρωτονίου (p-p chain)

Η θεμελιώδης θερμοπυρηνική αντίδραση στους αστέρες είναι η “Καύση” του υδρογόνου σε ήλιο. Η αντίδραση αυτή γίνεται στο εσωτερικό των αστέρων με δύο διαφορετικές σειρές αντιδράσεων. Η διαφοροποίηση αυτή εξαρτάται από τη θερμοκρασία του πυρήνα του αστέρα.

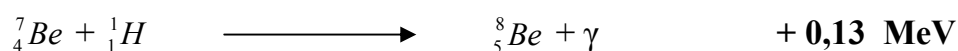
Η μία σειρά αντιδράσεων είναι ο κύκλος πρωτονίου-πρωτονίου όπου συγκρούσεις τεσσάρων ατόμων υδρογόνου δίνουν ένα άτομο ηλίου. Ο κύκλος πρωτονίου-πρωτονίου αποτελείται από τα ακόλουθα τρία βήματα :

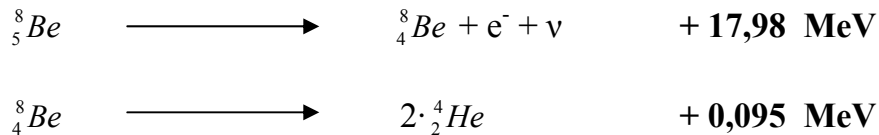


Στη περίπτωση που υπάρχει ήδη ήλιο στο πυρήνα του αστέρα σε ποσότητα συγκρίσιμη μ’ αυτή του υδρογόνου και η θερμοκρασία του είναι μεγαλύτερη από $14 \cdot 10^6 \text{ K}$ μια άλλη σειρά αντιδράσεων ακολουθείται στο κύκλο πρωτονίου-πρωτονίου :



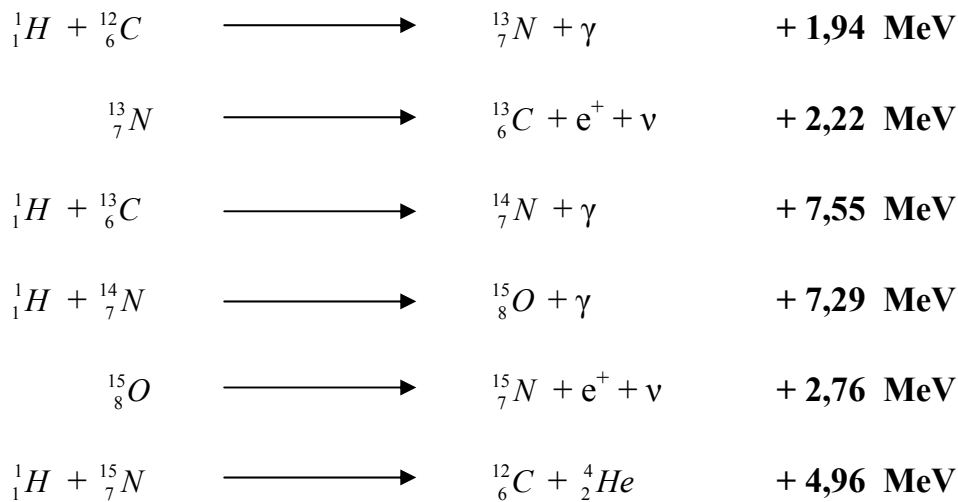
Για θερμοκρασίες του πυρήνα ενός αστέρα $T > 23 \cdot 10^6 \text{ K}$ η ακόλουθη σειρά αντιδράσεων φαίνεται να είναι πιο πιθανή για το κύκλο πρωτονίου-πρωτονίου, αν και σ’ αυτή τη περίπτωση ο κύκλος του άνθρακα, που θα δούμε πιο κάτω, θεωρείται ο πιο πιθανός :





2. Κύκλος του άνθρακος (CNO Cycle)

Ένας άλλος τρόπος που μετατρέπεται υδρογόνο σε ήλιο στο εσωτερικό των αστέρων, είναι με το κύκλο του άνθρακα :



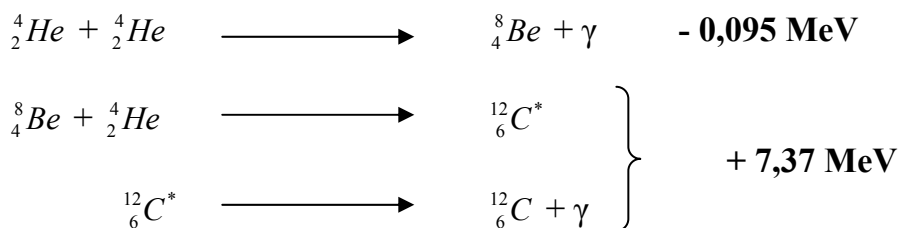
Το αποτέλεσμα του κύκλου του άνθρακα είναι όπως και στη περίπτωση του κύκλου πρωτονίου-πρωτονίου δηλαδή ενός ατόμου ηλίου και δύο ποζιτρονίων από τέσσερα άτομα υδρογόνου. Ο αρχικός πυρήνας του άνθρακα δρα σαν καταλύτης στην αντίδραση, μια και ξαναεμφανίζεται στο τέλος της σειράς των αντιδράσεων. Είναι φανερό ότι αυτός ο κύκλος μετατροπής υδρογόνου σε ήλιο συμβαίνει σε αστέρες που έχουν αρκετό άνθρακα και έτσι ο κύκλος του άνθρακα παρουσιάζεται μόνο σε αστέρες του πληθυσμού I. Τόσο ο κύκλος του άνθρακα όσο και ο κύκλος πρωτονίου - πρωτονίου είναι σειρά αντιδράσεων που δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα. Γενικά όμως ο κύκλος P-P είναι περισσότερο αποδοτικός σε αστέρες με χαμηλότερη θερμοκρασία από $2 \cdot 10^7 \text{ K}$ ενώ ο κύκλος του άνθρακα είναι αποδοτικότερος σε αστέρες με μεγαλύτερη θερμοκρασία.

Έτσι οι αστέρες πληθυσμού I και με θερμοκρασία του πυρήνα τους μεγαλύτερης από $2 \cdot 10^7 \text{ K}$, αποκτούν το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειάς τους με το κύκλο του άνθρακα (CNO cycle). Ενώ οι ψυχρότεροι αστέρες ($T < 2 \cdot 10^7$) του πληθυσμού I και όλοι οι αστέρες του πληθυσμού II αποκτούν

το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειάς τους με το κύκλο P-P. Στη περίπτωση του Ήλιου συμβαίνουν και οι δύο κύκλοι, αλλά ο κύκλος P-P είναι ο πιο σπουδαίος.

Η αντίδραση "τρία άλφα" (triple-alpha reaction)

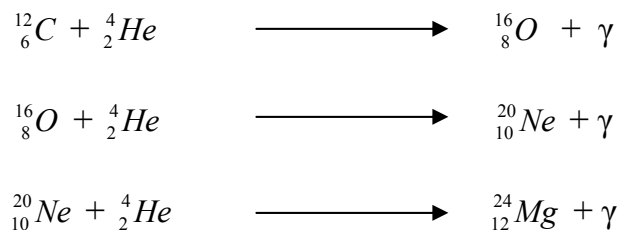
Όταν δύο άτομα ηλίου συγκρούονται, αντιδρούν και σχηματίζουν ένα πυρήνα βηρυλλίου, ο οποίος ενώνεται μ' ένα τρίτο πυρήνα ηλίου (σωματίδιο άλφα) για να σχηματίσει τον άνθρακα. Αυτή η σειρά αντιδράσεων είναι γνωστή σαν "αντίδραση τρία άλφα" και συμβαίνει όταν η θερμοκρασία του πυρήνα είναι γύρω στους 10^8 K ή και μεγαλύτερη.



Ο αστερίσκος δηλώνει ότι ο άνθρακας είναι διεγερμένος, ο οποίος μεταπίπτει στη θεμελιώδη κατάσταση με εκπομπή ακτίνας γ .

Άλλες πυρηνικές αντιδράσεις

Οι πυρηνικές αντιδράσεις που συζητήθηκαν μέχρι τώρα, (οι αντιδράσεις του υδρογόνου προς ήλιο μέσω των κύκλων P-P ή CNO, και του ηλίου προς άνθρακα) είναι οι πιο σπουδαίες για τη παραγωγή ενέργειας στους αστέρες. Συνέχεια προς την "τρία άλφα" πυρηνική αντίδραση, γίνονται και οι ακόλουθες πυρηνικές αντιδράσεις, πάντοτε με την αντίδραση του ${}^4_2\text{He}$ και κάποιου άλλου στοιχείου :



Οι πυρηνικές αντιδράσεις στο εσωτερικό των αστέρων συνεχίζονται μέχρι το σχηματισμό σιδήρου, οπότε από εκεί και πέρα η ενέργεια στους αστέρες οφείλεται σε σχάση και όχι σε σύντηξη.

Αστρικά μοντέλα

Τα μοντέλα του εσωτερικού των αστέρων (αστρικά μοντέλα) αποτελούνται από πίνακες που μας δίνουν τις τιμές των διαφόρων παραμέτρων, θερμοκρασίας, πίεσης, πυκνότητας κ.λ.π. σε συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο του αστερά. Για το σκοπό αυτό, θα πρέπει να λύσουμε το σύστημα των τεσσάρων διαφορικών εξισώσεων, 1 έως 4, που χαρακτηρίζουν τη δομή του αστερά με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης και της σχέσης που δίνει την αδιαφάνεια του αστρικού υλικού καθώς επίσης και του ρυθμού παραγωγής ενέργειας ϵ , λόγω πυρηνικών αντιδράσεων, ανά γραμμάριο μάζας.

Για να προσδιοριστούν όμως οι σταθερές των λύσεων αυτών των διαφορικών εξισώσεων, απαιτούνται ορισμένες οριακές συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται. Τις οριακές αυτές συνθήκες δηλαδή πρέπει να ικανοποιούν οι λύσεις στα όρια του συστήματος, που στη προκειμένη περίπτωση είναι στο κέντρο και στην επιφάνεια του αστερά.

Οι οριακές αυτές συνθήκες είναι :

$$\text{για το κέντρο του αστερά} \quad : \quad \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad \mathbf{M}_r = \mathbf{0} \quad \mathbf{L}_r = \mathbf{0}$$

$$\text{για την επιφάνεια του αστερά:} \quad : \quad \mathbf{r} = \mathbf{R} \quad \mathbf{M}_r = \mathbf{M} \quad \mathbf{T}_r = \mathbf{T}_s \quad \mathbf{P}_r = \mathbf{P}_s$$

Τις περισσότερες φορές τα P_s και T_s λαμβάνονται ίσα με μηδέν επειδή αυτές οι ποσότητες είναι πολύ μικρές στην επιφάνεια του αστερά συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες τιμές του κέντρου του.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aller, L.H., "The atmospheres of the Sun and the stars" University of California, Los Angeles. The Ronald Press Company, New York second edition, 1963 (first edition 1953).

Bohm-Vitense, E., "Introduction to Stellar Astrophysics", Volume 2, Cambridge University Press 1989.

Emerson, D., "Interpretation of stellar spectra" University of Edinburgh, 1996.

Gray,D.F., The observation and analysis of stellar Photospheres John Wiley and Sons, New York-London-Sydney. Toronto1976

Mariska,J., The solar Transition Region ,Cambridge Astrophysics Series,eds.CarswellR.F.,Lin,D.N.C. and Pringle, J.E.,1992

Novotny, E., "Introduction to Stellar Atmospheres and interiors" New York-London-Toronto, Oxford University Press.1973.

Mihalas, D., "Stellar Atmospheres" Freeman and Co, New York, 1970.
Clayton, D.D., "Principles of stellar evolution and Nucleosynthesis" The University of Chicago Press, Chicago and London. 1983 (first edition 1968).

Schwarzschild, M., "Structure and evolution of the stars" Dover Publication N. York 1965 (first ed. 1958).

Taylor, R.J. "The Stars: Their structure and Evolution" Wykeham Publications (London) LTD, 1970.

Δεληγιάννης, Ι. Σημειώσεις Αστροφυσική Ι, 1999

Λασκαρίδης, Π. Ατμόσφαιρες των αστέρων, 1973

