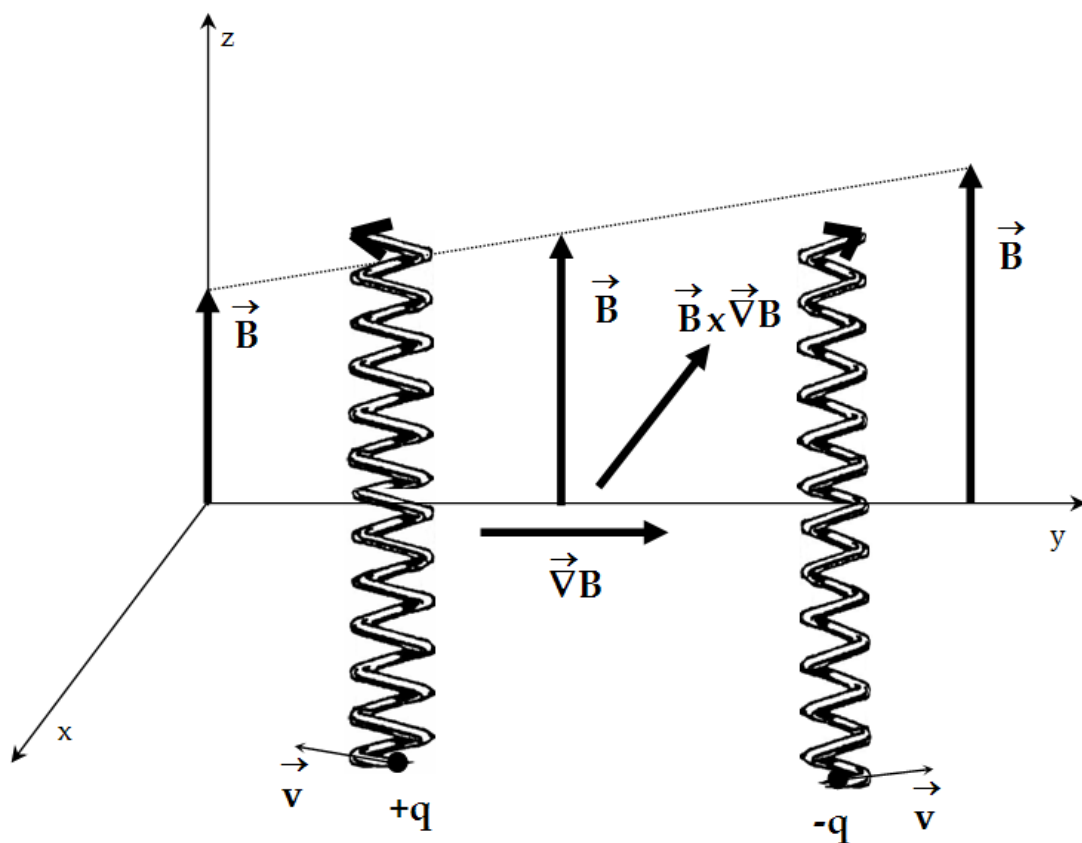




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ
«Καΐσαρ Δ. Αλεξόπουλος»
<http://physlab.phys.uoa.gr>

Εργαστήριο Φυσικής III

Ηλεκτρομαγνητισμός



ΑΘΗΝΑ 2010

Για την προετοιμασία των Ασκήσεων και συγγραφή του αντιστοίχου Φυλλαδίου εργάστηκαν τα εξής μέλη ΔΕΠ, ΕΕΔΙΠ και ΕΤΕΠ (με αλφαβητική σειρά): Α. Αλούπης, Ε. Ανασοντζής, Γ. Βούλγαρης, Χρ. Γεωργάκη, Α. Καραμπαρμπούνης, Δ. Κιούσης, Ν. Μαμαλούγκος, Κλ. Μαυρόματου, Π. Μπεκρής, Στ. Νουνός, Ε. Χατζηκωντής

Διευθυντής Εργαστηρίου Φυσικής: Καθηγητής Παναγιώτης Βαρώτσος

Συντονιστής Εργ.Φ3: Επ. Καθ. Ευστρ. Ανασοντζής
e-mail: eanason@phys.uoa.gr, αρ.τηλ. 210 727 6948

Γραμματεία Εργ.Φ3: Γραφείο 23, Τρίτη-Πέμπτη 11:00-13:00
e-mail: physlabf3@phys.uoa.gr, αρ.τηλ. 210 727 6870

Δικτυακός τόπος Εργαστηρίου Φυσικής: <http://physlab.phys.uoa.gr>.

Σχεδιασμός, κατασκευή, διαχείριση δικτυακού τόπου, επιμέλεια παρόντος φυλλαδίου και cd διδακτικού υλικού Εργαστηρίου Φυσικής: Νεκτάριος Μαμαλούγκος

Περιεχόμενα

Κανονισμός λειτουργίας Εργαστηρίου Φυσικής	4
Ασφάλεια στο Εργαστήριο Φυσικής	7
Σύντομες οδηγίες για την πραγμάτωση των κυκλωμάτων	10
Άσκηση Γ1. Μελέτη κυκλώματος RLC. Μιγαδική παράσταση αρμονικών μεγεθών	11
Άσκηση Γ2. Μελέτη του μαγνητικού πεδίου πηνίου, Νόμος Biot-Savart	21
Άσκηση Γ3. Δυνάμεις Laplace - Μελέτη γαλβανομέτρου	26
Άσκηση Γ4. Μέτρηση του λόγου e/m_e	39
Άσκηση Γ5. Χαρακτηριστική καμπύλη γεννήτριας συνεχούς τάσεως	46
Άσκηση Γ6. Βρόχος υστέρησης σιδηρομαγνητικού υλικού	49
Άσκηση Γ7. Χαρακτηριστικές καμπύλες μετασχηματιστή	56
Άσκηση Γ8. Μέτρηση μαγνητικής επιδεκτικότητας υγρού	67
Παράρτημα	74

Κανονισμός Λειτουργίας Εργαστηρίου Φυσικής

Α. Γενικοί Κανόνες

ΕΓΓΡΑΦΗ και ΤΜΗΜΑΤΑ: Οι φοιτητές/τριες εγγράφονται στο εργαστήριο σε ομάδες των δύο ή τριών φοιτητών (ανάλογα με το εξάμηνο). Τρεις έως πέντε ομάδες συγκροτούν τμήμα το οποίο ασκείται συγκεκριμένη ημέρα και ώρα υπό την επίβλεψη ενός επιβλέποντος.

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Ο Επιβλέπων ενημερώνει τους φοιτητές/τριες για το όνομά του, το γραφείο του, τηλέφωνο, email, καθώς και για κάποιες ώρες (τουλάχιστον δύο την εβδομάδα) στις οποίες θα μπορούσαν να έλθουν σε επαφή μαζί του για τυχόν απορίες.

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: Κάθε φοιτητής/τρια εκτελεί αριθμό ασκήσεων, χωρισμένων σε κύκλους, ανάλογα με το Εργαστήριο, συνήθως κυκλικά, με άλλον επιβλέποντα ανά κύκλο. Οι φοιτητές/τριες πληροφορούνται την πρώτη άσκηση κατά την εγγραφή.

ΠΡΟΣΕΛΕΥΣΗ: Οι φοιτητές/τριες προσέρχονται στην θέση τους ως την επίσημη ώρα έναρξης, η οποία είναι «**και τέταρτο**» ή «**παρά τέταρτο**» ανάλογα με την ώρα έναρξης του Τμήματός τους. Για παράδειγμα το Τμήμα 10:00-12:30 ξεκινά στις **10:15** και το 11:30-14:00 στις **11:45 ακριβώς**. Αν η καθυστέρηση υπερβαίνει το όριο αυτό **δεν επιτρέπεται να ασκηθούν και χρεώνονται με απουσία**.

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ: Ο φοιτητής/τρια όταν προσέρχεται, όπως προαναφέραμε, θα πρέπει να είναι **προετοιμασμένος** για την Άσκηση που θα εκτελέσει, με βάση το κείμενο του Φυλλαδίου και σχετικές αναφορές. Ο Επιβλέπων, με προφορική εξέταση, αξιολογεί την μελέτη του φοιτητή στην άσκηση που εκτελεί στην τρέχουσα συνεδρία.

- Αν φοιτητής/τρια δεν έχει προετοιμασθεί για την άσκηση που θα εκτελέσει, λαμβάνει μηδενικό βαθμό προφορικής εξέτασης.

ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ: Το εργαστήριο διαρκεί 2 ή 2 ½ ώρες και οι φοιτητές/τριες αξιοποιούν όλο τον χρόνο τους. Όταν έχουν ολοκληρώσει τις μετρήσεις τους, αρχίζουν τους υπολογισμούς, στην επεξεργασία των μετρήσεων κλπ.

- Για την εκτέλεση της εργαστηριακής άσκησης ο φοιτητής/τρια πρέπει να:
α. Εκτελεί την άσκηση σύμφωνα με τις οδηγίες του φυλλαδίου και του επιβλέποντα καταχωρώντας τις μετρήσεις σε κατάλληλα κατάστιχα.
β. Απευθύνεται στον επιβλέποντα για κάθε απορία.
- Μετά το πέρας της άσκησης οι φοιτητές/τριες ζητούν από τον Επιβλέποντα να υπογράψει τις μετρήσεις και πριν αποχωρήσουν τακτοποιούν την πειραματική διάταξη.

ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ: Μία εβδομάδα μετά την εκτέλεση της άσκησης κάθε φοιτητής/τρια παραδίδει την γραπτή εργασία του. Κάθε φοιτητής/τρια υποβάλλει πρωτότυπη, διαφορετική εργασία, για την οποία ισχύουν τα ακόλουθα (η σειρά ενδεικτική, αλλά τα σημεία υποχρεωτικά):

- Γράφεται σε φύλλα χαρτιού A4 τα οποία συρράπτονται στο Εξώφυλλο Εργαστηρίου.
- Οι γραφικές παραστάσεις πρέπει να είναι σε χιλιοστομετρικό χαρτί (μιλιμετρέ) φτιαγμένες με το χέρι, εκτός από τις Ασκήσεις που εκτελούνται στο Εργαστήριο με την χρήση υπολογιστή.
- Στην αρχή γράφεται συνοπτική καταγραφή των φυσικών εννοιών, φαινομένων και μεγεθών οι οποίες χρησιμοποιούνται στην άσκηση.

- Ακολουθεί η περιγραφή της πειραματικής διάταξης και πειραματικής διαδικασίας με τα σχετικά σχήματα.
- Οι πίνακες των δεδομένων, η επεξεργασία των μετρήσεων, οι απαραίτητες γραφικές παραστάσεις και τα τελικά αποτελέσματα.
- Ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων.
- Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις του φυλλαδίου.
- Στο τέλος επισυνάπτονται οι σελίδες με τις πειραματικές μετρήσεις, υπογεγραμμένες από τον επιβλέποντα.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ: Ο επιβλέπων στη διάρκεια μιας εβδομάδας ελέγχει τις εργασίες και στη συνέχεια δείχνει στους φοιτητές/τριες τις διορθώσεις του συζητώντας μαζί τους (με όλους ή ατομικά) τα προβλήματα που είχαν. Ο φοιτητής/τρια βλέπει τα λάθη του, αλλά δεν μπορεί να πάρει μαζί του τη διορθωμένη εργασία.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ: Οι φοιτητές/τριες βαθμολογούνται σε κάθε άσκηση. Ο βαθμός άσκησης προκύπτει από τον προφορικό βαθμό (δραστηριότητα στη άσκηση, γνώσεις κλπ., με βάρος 2/3) και από την γραπτή εργασία (με βάρος 1/3). Από τους βαθμούς των ασκήσεων κάθε κύκλου προκύπτει βαθμός κύκλου. Ο βαθμός ΔΕΝ είναι ακέραιος, αλλά έχει τη μορφή #.#.

- Αν φοιτητής/τρια δεν παραδώσει εγκαίρως την γραπτή εργασία, λαμβάνει μηδενικό βαθμό στην άσκηση (προφορικό & γραπτό).
- Αν φοιτητής/τρια δεν παραδώσει καμία γραπτή εργασία στον κύκλο, επαναλαμβάνει τον κύκλο σε επόμενο έτος.
- Φοιτητές/τριες που λαμβάνουν βαθμό κάτω από τη βάση (< 5) σε κάποιο κύκλο, είναι υποχρεωμένοι να επαναλάβουν τον κύκλο το επόμενο έτος.
- Ο τελικός βαθμός του εργαστηρίου προκύπτει από τους βαθμούς των κύκλων και είναι ακέραιος.

ΑΠΟΥΣΙΑ: Αν φοιτητής/τρια δεν προσέλθει σε άσκηση χρεώνεται με απουσία. Μία (1) μόνο απουσία αναπληρώνεται από τον φοιτητή/τρια μετά την ολοκλήρωση των Εργαστηριακών Συνεδριών στην **Συμπληρωματική Εργαστηριακή Συνεδρία**, σε ημέρα και ώρα που καθορίζεται από τους Συντονιστές του Εργαστηρίου. Αν ο φοιτητής/τρια χρεωθεί περισσότερες από μία απουσίες, επαναλαμβάνει όλο το Εργαστήριο το επόμενο έτος.

ΑΝΑΦΟΡΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ: Σε περίπτωση μη καλής λειτουργίας των οργάνων και/ή για κάθε άλλο πρόβλημα οι φοιτητές/τριες απευθύνονται **άμεσα** στον επιβλέποντα, ο οποίος ή επιλύει το πρόβλημα, ή καλεί τα μέλη ΕΤΕΠ (Ηλεκτρονικοί Μηχανικοί στο Παρασκευαστήριο).

ΠΡΟΣΟΧΗ! Δεν επιτρέπεται το κάπνισμα και η μεταφορά τροφίμων κλπ. στις αίθουσες και στους διαδρόμους των Εργαστηρίων.

B. Ειδικό Κανόνες

Εργαστήριο Φυσικής I

- Πέντε δίωρες εισαγωγικές διαλέξεις στο αμφιθέατρο
- Μία εισαγωγική άσκηση και δύο κύκλοι των τριών ασκήσεων έκαστος
- Δύο φοιτητές ανά άσκηση.
- Η διάρκεια κάθε άσκησης είναι 2.5h.

Εργαστήριο Φυσικής II

- Δύο κύκλοι των τεσσάρων ασκήσεων έκαστος
- Δύο φοιτητές ανά άσκηση.
- Η διάρκεια κάθε άσκησης είναι 2.5h.

Εργαστήριο Φυσικής III

- Δύο κύκλοι των τεσσάρων ασκήσεων έκαστος.
- Δύο φοιτητές ανά άσκηση.
- Η διάρκεια κάθε άσκησης είναι 2.0h.

Εργαστήριο Φυσικής IV

- Δύο κύκλοι των τεσσάρων ασκήσεων έκαστος.
- Τρεις φοιτητές ανά άσκηση.
- Η διάρκεια κάθε άσκησης είναι 2.5h.

Άλλες Πληροφορίες για το Εργαστήριο Φυσικής

Το Εργαστήριο Φυσικής βρίσκεται στο Ισόγειο της Δυτικής πτέρυγας του Κτηρίου IV, δεξιά των εισερχομένων στην κυρία είσοδο του Τμήματος Φυσικής.

Το Εργαστήριο Φυσικής είναι το μεγαλύτερο εκπαιδευτικό εργαστήριο του Πανεπιστημίου Αθηνών και μία από τις μεγαλύτερες εκπαιδευτικές μονάδες της χώρας. Υπάγεται διοικητικώς στο Τμήμα Φυσικής, το οποίο εκλέγει τον Διευθυντή του Εργαστηρίου και το στελεχώνει με διδακτικό, διοικητικό και τεχνικό προσωπικό.

Το Εργαστήριο Φυσικής σήμερα εκπαιδεύει κάθε ακαδημαϊκό έτος συνολικά πάνω από 800 φοιτητές (Α, Β, Γ και Δ εξάμηνο του Τμήματος Φυσικής, καθώς και στο Α εξάμηνο των Τμημάτων Βιολογίας και Γεωλογίας). Στην εκπαιδευτική αυτή διαδικασία εμπλέκονται μέλη ΔΕΠ του Τμήματος Φυσικής, μεταπτυχιακοί φοιτητές, μεταδιδακτορικοί ερευνητές και το προσωπικό του Εργαστηρίου.

Στο Εργαστήριο Φυσικής υπάγεται το Μηχανουργείο του Τμήματος, στο οποίο γίνεται η αντίστοιχη πρακτική εκπαίδευση των φοιτητών, καθώς και κατασκευές, απαραίτητες τόσο για τη λειτουργία του Εργαστηρίου, όσο και για διάφορες ερευνητικές δραστηριότητες του Τμήματος.

Το Εργαστήριο Φυσικής δίδει επίσης την δυνατότητα εκπονήσεως διπλωματικών εργασιών (Ειδικό Θέμα), κυρίως στην εκπαιδευτική κατεύθυνση, με θέματα που αφορούν στην Διδακτική της Φυσικής και ιδιαιτέρως στον ρόλο της εργαστηριακής εκπαίδευσης. Άλλωστε στους τομείς αυτούς εκπονούνται και ερευνητικά έργα με τα προαναφερθέντα θεματικά περιεχόμενα.

Ασφάλεια στο Εργαστήριο Φυσικής

Σε κάθε Εργαστηριακό χώρο ισχύουν μερικοί απλοί και αποτελεσματικοί κανόνες που σκοπό έχουν την αποφυγή ατυχημάτων ή τη φθορά εξοπλισμού και την παροχή βοήθειας σε περίπτωση ανάγκης.

Επισημαίνουμε ότι οι κύριοι κίνδυνοι στο Εργαστήριο ΦΥΣΙΚΗΣ I, II, III και IV, πηγάζουν από τη **φωτιά, τον ηλεκτρισμό** και τη **χρήση ειδικών υλικών**. Σε κάθε περίπτωση οι Επιβλέποντες και το προσωπικό του Εργαστηρίου θα σας βοηθήσουν όπου χρειαστεί.

Η δομή των χώρων του Εργαστηρίου είναι απλή· υπάρχουν δύο έξοδοι στα αντίστοιχα δύο άκρα του διαδρόμου του εργαστηρίου. **Αν χρειασθεί να γίνει εκκένωση των χώρων κινούμαστε αντίστοιχα προς τη κατάλληλη ασφαλή έξοδο.**

Ασθένεια-ατύχημα

Είναι δυνατόν κάποιος από εσάς να αρρωστήσει και να αισθανθεί άσχημα ή ακόμα και να πάθει ένα μικρό ατύχημα κλπ.. Ανάλογα με τη περίπτωση η βοήθεια από τον Επιβλέποντα, η μεταφορά στο Ιατρείο της Πανεπιστημιούπολης (αρ.τηλ. 210 727 7873) ή η κλήση ασθενοφόρου στο 166 (**διευκρινίζοντας που ακριβώς ευρίσκεται το άτομο**), είναι κάτι που πρέπει να σταθμιστεί άμεσα και ανάλογα.

Η συνδρομή του ίδιου του ασθενούς με πληροφόρηση, ειδοποίηση οικείου προσώπου αν χρειαστεί ή πληροφόρηση από φίλου/ης είναι επίσης ουσιαστική για τη γρηγορότερη ανακούφιση του.

Επίσης, στο Γραφείο των Ηλεκτρονικών Μηχανικών του Εργαστηρίου (Παρασκευαστήριο) υπάρχει ένα μικρό φαρμακείο εξοπλισμένο με τα βασικά για την παροχή πρώτων βοηθειών.

<http://www.redcross.gr>

Ηλεκτρισμός

Στα κυκλώματα των ασκήσεων του Εργαστηρίου χρησιμοποιούνται χαμηλές τάσεις. Παρόλο που ο κίνδυνος ηλεκτροπληξίας είναι σαφώς μικρότερος του αντίστοιχου που έχουμε στο σπίτι μας, είναι απαραίτητη η προσοχή μας ιδίως στην σύνδεση οργάνων στο δίκτυο. Ποτέ δεν βάζουμε στη πρίζα ένα κύκλωμα πριν ο Επιβλέπωντας το ελέγξει. Ποτέ δεν βάζουμε στη πρίζα ένα κύκλωμα πριν ο Επιβλέπωντας το ελέγξει!

Σε περίπτωση ηλεκτροπληξίας θα πρέπει πρώτα να αποκόπτεται το ρεύμα από τους ασφαλειοδιακόπτες που είναι καταναμετημένοι κοντά στις παροχές· αν αυτό δεν είναι εφικτό, τότε **πρέπει να απομακρύνεται το άτομο με κατάλληλο μονωτικό υλικό (π.χ. ένα στεγνό ρούχο)**. Ο χρόνος εδώ είναι βασικό στοιχείο. Άμεσα θα πρέπει να γίνει κλήση για ασθενοφόρο στο 166 περιγράφοντας το τι έχει συμβεί και **που ακριβώς ευρίσκεται το άτομο**. Η **επαγγελματική** γνώση τεχνητής αναπνοής μπορεί σε κάποια σοβαρή περίπτωση να σώσει ζωή.

http://www.electronics-lab.com/articles/files/electric_shock.pdf

Ραδιενέργεια

Χρήση ραδιενεργών πηγών: Η χρήση των ειδικών για εκπαιδευτική χρήση ραδιενεργών πηγών γίνεται με τις κατάλληλες οδηγίες του Επιβλέποντα. Θα τις χρησιμοποιήσετε στο Εργαστήριο Φυσικής II και αργότερα στο Εργαστήριο της Πυρηνικής Φυσικής. Στα Εργαστήρια Φυσικής ο φοιτητής πρέπει να υπογράψει σε κατάλληλο φύλλο τη παραλαβή και μετά τη χρήση αντίστοιχα για την επιστροφή της πηγής στο Παρασκευαστήριο.

Οι πηγές αυτές είναι ασφαλείς. Ωστόσο δεν πρέπει να τις χειριζόμαστε χωρίς λόγο, να κοιτάζουμε από κοντά την έξοδο των σωματιδίων ή να την τοποθετούμε έτσι ώστε τα σωματίδια κατευθύνονται σε μάς ή στους συμφοιτητές μας. **Ποτέ** δεν τις κρατούμε με τα δάχτυλα στο «παράθυρο» της πηγής. Σε περίπτωση που δείτε ότι το ειδικό προστατευτικό παράθυρο είναι χαραγμένο ή σπασμένο να το αναφέρετε αμέσως στον Επιβλέποντα.

<http://www.eeae.gr>

Ακτινοβολίες

Χρήση συσκευών παραγωγής Laser: Οι συσκευές παραγωγής ακτινών Laser χρησιμοποιούνται στα Εργαστήρια Φυσικής Ι και Φυσικής ΙV. **Απαγορεύεται** να κατευθύνουμε τη δέσμη τους στα μάτια μας είτε στα μάτια κάποιου συναδέλφου. Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται ώστε να μη συμβεί αυτό και από ισχυρή ανάκλαση της δέσμης από στιλπνή επιφάνεια ή καθρέπτη. Ο διδάσκων θα σας δώσει οδηγίες για την ασφαλή χρήση του laser του πειράματός σας.

http://www.osha.gov/SLTC/etools/eyeandface/ppe/laser_safety.html

Υλικά

Χρήση υγρού άζωτου: Το υγρό άζωτο (LN_2) βρίσκεται (σε ατμοσφαιρική πίεση) σε θερμοκρασία -196°C . Θα το χρησιμοποιήσετε στο Εργαστήριο Φυσικής ΙΙ. Διατηρείται και μεταφέρεται μέσα σε ειδικά θερμομονωτικά δοχεία (δοχεία Dewar – παρόμοια με τα γνωστά μας "θερμός"). **Κατά την διαδικασία ενός πειράματος με υγρό άζωτο ακολουθείτε τις οδηγίες του Επιβλέποντα αποφεύγοντας απότομες κινήσεις που θα οδηγούσαν να χυθεί ποσότητα LN_2 πάνω σας.** Η δράση του αν πέσει ποσότητα πάνω σας είναι σαν να έχετε πάθει ένα έγκαυμα. Στα ρούχα επιφέρει μερική καταστροφή. Αν από ατύχημα πάθετε έγκαυμα θα πρέπει να ειδοποιηθεί στο 166 (**διευκρινίζοντας που ακριβώς ευρίσκεται το άτομο**) Ασθενοφόρο για τη παροχή επαγγελματικής και υπεύθυνης βοήθειας.

<http://www.matheson-trigas.com/msds/00202589.pdf>

Πυρκαϊά

Να θυμάστε ότι για να έχουμε φωτιά, χρειάζεται να συνυπάρχουν 3 προϋποθέσεις **(α) το κατάλληλο εύφλεκτο υλικό (β) το οξυγόνο και (γ) η υψηλή θερμοκρασία**. Όταν έστω και ένας από τους παραπάνω 3 παράγοντες δεν υπάρχει τότε δεν έχουμε φωτιά. Ειδικά πρέπει να προσέχουμε τα εύφλεκτα υλικά (π.χ. οινόπνευμα). Φυσικά οι δύο πρώτοι παράγοντες πάντα υπάρχουν, άρα ο τρίτος είναι ο κύριος κίνδυνος ώστε να εκδηλωθεί φωτιά στο εργαστήριο.

Αν απομακρύνουμε έναν από τους τρεις αυτούς παράγοντες τότε η φωτιά θα σβήσει. Στο χώρο του Εργαστηρίου, λόγω της ύπαρξης ηλεκτρικού ρεύματος, απομακρύνουμε το οξυγόνο από την φωτιά με την χρήση των ειδικών πυροσβεστήρων. Υπάρχουν πολλοί πυροσβεστήρες κατάλληλου τύπου που κάνουν και για χρήση με παρουσία ηλεκτρικού ρεύματος.

Να θυμάστε ότι το πυροσβεστικό υλικό για να έχει αποτελεσματικότητα θα πρέπει να κατευθύνεται στη βάση της φωτιάς (όπου γίνεται η καύση του υλικού) και ότι ο χρόνος εκροής είναι ~30- 40 δευτερόλεπτα **μόνο!**

Ακόμη μία βρεγμένη πετσέτα ή ρούχο αποτελούν έναν απλό και αποτελεσματικό τρόπο κατάσβεσης πυρκαϊάς σε αρχικό στάδιο.

Να θυμάστε επίσης ότι ο χρόνος είναι ουσιαστικό στοιχείο της αντιμετώπισης μιας πυρκαϊάς. Οι πυροσβέστες, για να τονίσουν το θέμα της άμεσης αντίδρασης σε περίπτωση φωτιάς, αναφέρουνε μισοσοβαρά – μισοαστεία ότι «το πρώτο λεπτό η φωτιά σβήνει με ...ένα ποτήρι νερό, το 5' με πυροσβεστήρα και μετά από 15-20 λεπτά μόνο με παρέμβασή τους!». Προφανώς άμεση πρέπει να είναι, εφόσον απαιτείται, και η κλήση της Πυροσβεστικής Υπηρεσίας.

ρεσίας στο 199, προσδιορίζοντας με ακρίβεια τόπο και ειδικές συνθήκες / υλικά στο χώρο της φωτιάς.

<http://www.fireservice.gr>

Σεισμός

Ισχύουν οι οδηγίες του Οργανισμού Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας προς τον πληθυσμό. Την ώρα του σεισμού καλυφθείτε αμέσως κάτω από μία εργαστηριακή έδρα (πάγκο) και απομακρυνθείτε από τζαμαρίες και βαριές οργανοθήκες. Μην τρέξετε προς την έξοδο. Μετά το πέρας του σεισμού, αν χρειάζεται, εξέρχεστε χωρίς πανικό από το κτίριο και αν υπάρχει ανάγκη βοήθειας προς άλλα άτομα, προσπαθείτε να την προσφέρετε στο μέτρο του δυνατού και καλέστε ασθενοφόρο, εφόσον απαιτείται. Καταφύγετε στην συνέχεια σε ανοικτό ασφαλή χώρο, είτε προς την πλευρά του Κοιμητηρίου Ζωγράφου, είτε προς το ανοικτό μέρος της Φιλοσοφικής Σχολής, είτε προς τον ανοικτό χώρο σταθμεύσεως της Σχολής Θετικών Επιστημών.

<http://www.oasp.gr/defaultflash.htm>

Γρίππη

Οδηγίες σχετικά με την γρίππη:

http://www.keel.org.gr/keelpno/2009/id994/afisa_mv.pdf

ΠΡΟΣΟΧΗ: Προστατεύστε τον εαυτό σας και τους γύρω σας από τη γρίππη. Μη διασπείρετε τα μικρόβια: Καλύψτε το στόμα και τη μύτη σας με χαρτομάντηλο, όταν βήχετε ή φταρνίζεστε. Πετάξτε αμέσως το χαρτομάντηλο στο καλάθι των απορριμμάτων. Δεν έχετε χαρτομάντηλο; Φταρνιστείτε στον αγκώνα σας και όχι στα χέρια σας. Πλύνετε τα χέρια σας με σαπούνι και νερό ή χρησιμοποιήστε αλκοολούχο αντισηπτικό διάλυμα. Μην αγγίζετε τα μάτια, τη μύτη και το στόμα σας.

Υπουργείο Υγείας & Κοινωνικής Αλληλεγγύης, Κέντρο Ελέγχου & Πρόληψης Νοσημάτων (ΚΕ.ΕΛ.Π.ΝΟ.) <http://www.keel.org.gr/home/>

Πληροφορίες για την νέα γρίππη Α (H1N1) στον ιστοχώρο του Πανεπιστημίου Αθηνών: <http://www.uoa.gr/h1n1/> και στην τηλεφωνική γραμμή: 210-3689797

Ιός του Δυτικού Νείλου

Πληροφορίες κλπ. Για την λοίμωξη από τον ιό του Δυτικού Νείλου: Τι είναι, πώς μεταδίδεται, ποια τα συμπτώματα, ποια η θεραπεία, πώς αποφεύγεται η μόλυνση, στην διεύθυνση:

<http://news.in.gr/files/1/2010/WNV.pdf>

Σύντομες οδηγίες για την πραγμάτωση των κυκλωμάτων

- Αναγνωρίζουμε τα όργανα τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στην άσκηση και ξεχωρίζουμε τα αμπερόμετρα και βολτόμετρα (συνήθως πολύμετρα) και μελετάμε τις περιοχές/κλίμακες μέτρησης τους.
- Πραγματοποιούμε το κύκλωμα κλείνοντας βρόχους χρησιμοποιώντας τα σχετικά όργανα και καλώδια σύνδεσης που βρίσκονται στην θέση της άσκησης, όπως δηλαδή πηγαίνει το ρεύμα. Στους βρόχους παρεμβάλουμε και τα αμπερόμετρα τα οποία πιθανώς να χρησιμοποιεί η άσκηση.
- Συνδέουμε τα βολτόμετρα (ή παλμογράφο, αν χρησιμοποιείται στην άσκηση) στα σημεία στα οποία θέλουμε να μετρήσουμε την διαφορά δυναμικού.
- Δεν ενεργοποιούμε μόνοι μας την σύνδεση του κυκλώματος στο ηλεκτρικό δίκτυο (220V) αλλά πρώτα ζητούμε από τον Επιβλέποντα να ελέγξει το κύκλωμα και ακολουθούμε τις υποδείξεις του.
- Μετά το πέρας της άσκησης διαλύουμε την συνδεσμολογία που χρησιμοποιήσαμε και τακτοποιούμε τα όργανα.

Άσκηση Γ1. Μελέτη κυκλώματος RLC. Μιγαδική παράσταση αρμονικών μεγεθών

Θεωρητικό Μέρος

1. Γενικά

Αρμονικώς μεταβαλλόμενα μεγέθη είναι δυνατόν να τα παρασταθούν με την βοήθεια μιγαδικών αριθμών. Το δικαίωμα να κάνουμε αυτή την "αυθαιρεσία" μας το δίνει ο γνωστός τύπος του EULER: $\cos\theta + j\sin\theta = e^{j\theta}$

Η απεικόνιση αυτή διευκολύνει πάρα πολύ την διαφορίση, την ολοκλήρωση και την επίλυση διαφορικών εξισώσεων. Πράγματι:

Έστω $V = V_o \eta \mu \omega t$. Αν θεωρήσουμε τη V συνιστώσα του μιγαδικού: $\bar{V} = V_o e^{j\omega t}$,

$$\text{η παράγωγος στον χρόνο δίνει: } \frac{d\bar{V}}{dt} = V_o j\omega e^{j\omega t} = j\omega \bar{V} \quad (1)$$

$$\text{και η ολοκλήρωση δίνει: } \int \bar{V} dt = \int V_o e^{j\omega t} dt = \frac{V_o}{j\omega} \int de^{j\omega t} = \frac{\bar{V}}{j\omega} \quad (2)$$

Βεβαίως όλα τα μεγέθη της φυσικής είναι πραγματικά μεγέθη. Σύμφωνα λοιπόν με αυτή την θεώρηση τα αρμονικά μεγέθη είναι οι συνιστώσες - πραγματικό μέρος (Re) ή φανταστικό μέρος, (Im) μίας μιγαδικής συναρτήσεως. Έτσι μετά την εκτέλεση των αναγκαίων πράξεων, στο αποτέλεσμα, το πραγματικό μέρος του μιγαδικού, ή το φανταστικό μέρος αυτού ή ακόμη το μέτρο και το όρισμά του, είναι κάποιο πραγματικό φυσικό μέγεθος.

2. Κύκλωμα RLC

Το κύκλωμα αντίστασης, πηνίου και πυκνωτή σε σειρά (Σχ.1) τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσεως v_s . Κάθε χρονική στιγμή το άθροισμα των πτώσεων τάσης στα άκρα κάθε στοιχείου του κυκλώματος είναι ίσο προς την εφαρμοζόμενη τάση:

$$V_R + V_L + V_C = V_s \Rightarrow IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I dt = V_s \quad (3)$$

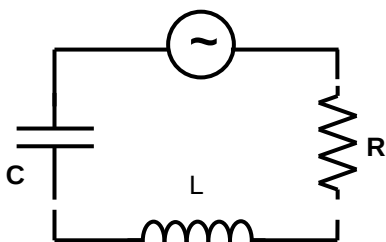
$$\text{Έτσι εάν: } \bar{V}_s = V_o e^{j\omega t} \quad (4)$$

τότε γενικά το ρεύμα θα είναι:

$$\bar{I} = I_o e^{j(\omega t + \delta)} \quad (5)$$

και σύμφωνα με τις (1) και (2):

$$\bar{I}R + j\omega L \bar{I} + \frac{\bar{I}}{j\omega C} = \bar{V}_s \quad (6)$$



Σχ. 1

$$\Rightarrow \left(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right) \cdot \bar{I} = \bar{V}_s \quad (7)$$

$$\text{Η ποσότητα: } \bar{Z} = R + j \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = Z e^{j\phi} \quad (8)$$

$$\text{είναι η μιγαδική εμπέδηση με μέτρο: } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (9)$$

$$\text{και όρισμα την διαφορά φάσεως ρεύματος - τάσης: } \phi = \tan^{-1} \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad (10)$$

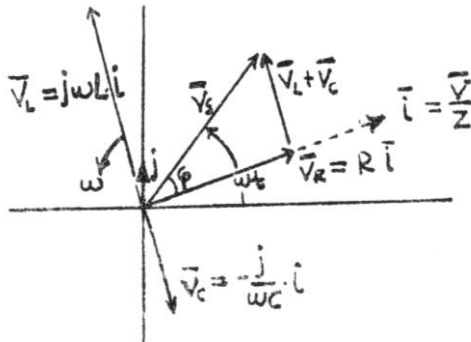
Αν λοιπόν γνωρίζουμε την μιγαδική εμπέδηση $\bar{Z}$, τότε μπορούμε άμεσα να βρούμε το ρεύμα για δεδομένη εναλλασσόμενη τάση V_s .

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_s}{\bar{Z}} = \frac{V_o e^{j\omega t}}{Z e^{j\phi}} = \frac{V_o}{Z} e^{j(\omega t - \phi)} \quad (11)$$

Η x συνιστώσα του μιγαδικού "ανύσματος"

$\bar{I}$ παριστάνει το πραγματικό ρεύμα:

$$I = \frac{V_o}{Z} \cos(\omega t - \phi) \quad (12)$$



Σχήμα 2. Ανυσματική παράσταση των τάσεων και του ρεύματος του κυκλώματος RLC στο μιγαδικό επίπεδο.

Τα ανύσματα των τάσεων $\bar{V}_s, \bar{V}_L, \bar{V}_C, \bar{V}_R$

και του ρεύματος $\bar{I}$ στρέφονται στο μιγαδικό επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα ω . Αυτά τα περιστρεφόμενα ανύσματα ονομάζονται *φάσορες* (φάσωρ, φάσορος, phasors).

3. Συντονισμός

Το κύκλωμα γενικώς βρίσκεται σε συντονισμό όταν το ρεύμα i και η τάση V είναι συμφασικά. Η συχνότητα συντονισμού ω_0 ευρίσκεται από την σχέση (10), όταν $\phi=0$, δηλαδή:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (13)$$

Δεν πρέπει να γίνεται σύγχυση ανάμεσα στην συχνότητα συντονισμού ενός κυκλώματος ω_0 και την ιδιοσυχνότητά του δηλαδή, την συχνότητα με την οποία το κύκλωμα θα ταλαντώνεται αν διεγερθεί και αφεθεί ελεύθερο. Η συχνότητα ταλάντωσης του κυκλώματος είναι τότε:

$$\omega_{\text{ταλ}} = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

4. Μέση ισχύς <P>

Η (στιγμιαία) ισχύς σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα είναι $P = VI$. Έτσι εάν $V = V_o \cos \omega t$ και επίσης:

$$I = \frac{V_o}{Z} \cos(\omega t - \varphi) = I_o \cos(\omega t - \varphi)$$

τότε θα είναι:

$$P = V_o I_o \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi) \quad (15)$$

Είναι προφανές ότι η ισχύς μπορεί να έχει θετικό ή αρνητικό πρόσημο και τούτο εξαρτάται από την χρονική στιγμή και την διαφορά φάσης φ . Αυτό ερμηνεύεται από το γεγονός ότι κατά χρονικά διαστήματα η ενέργεια από τα πεδία (ηλεκτρικό ή/και μαγνητικό) επιστρέφει στην πηγή (αρνητική ισχύς).

Είναι λοιπόν λογικό να ενδιαφερόμαστε για την χρονικώς μέση ισχύ $\langle P \rangle$ που προσάγεται προς μία εμπίδηση Z με διαφορά φάσης φ σε χρόνο μίας περιόδου $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V I dt \quad (16)$$

Όμως τα V και I ως πραγματικά μέρη μιγαδικών απεικονίσεων $\bar{V}$ και $\bar{I}$ δίδονται από τις σχέσεις: $V = \frac{1}{2}(\bar{V} + \bar{V}^*)$ και $I = \frac{1}{2}(\bar{I} + \bar{I}^*)$, όπου με αστερίσκο σημειώνονται οι συζυγείς μιγαδικοί των $\bar{V}$ και $\bar{I}$.

Έτσι εάν: $\bar{V} = V_o e^{j\omega t}$ και $\bar{I} = I_o e^{j(\omega t - \varphi)}$ θα έχουμε: $\bar{V}^* = V_o e^{-j\omega t}$ και $\bar{I}^* = I_o e^{-j(\omega t - \varphi)}$, άρα:

$$\begin{aligned} \langle P \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T V \cdot I dt = \frac{1}{4T} \int_0^T (\bar{V} + \bar{V}^*)(\bar{I} + \bar{I}^*) dt = \frac{1}{4T} \int_0^T (\bar{V}\bar{I} + \bar{V}\bar{I}^* + \bar{V}^*\bar{I} + \bar{V}^*\bar{I}^*) dt \Rightarrow \\ \langle P \rangle &= \frac{V_o I_o}{4T} \int_0^T (e^{2j\omega t} e^{-j\varphi} + e^{j\varphi} + e^{-j\varphi} + e^{-2j\omega t} e^{j\varphi}) dt \end{aligned}$$

Ο πρώτος και ο τελευταίος όρος στο ολοκλήρωμα μηδενίζονται εντός μιας περιόδου και έτσι:

$$\langle P \rangle = \frac{V_o I_o}{4T} (e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}) = \frac{V_o I_o}{2} \cos \varphi \quad (17)$$

$$\text{διότι ισχύει: } \cos \varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2},$$

$$\text{ή τελικά: } \langle P \rangle = \frac{V_o I_o}{2} \frac{R}{Z} \quad (18)$$

Πράγματι από το Σχ.2 αν λάβουμε τα μέτρα των μιγαδικών θα έχουμε:

$$\cos \varphi = \frac{|\bar{V}_R|}{|\bar{V}_S|} = \frac{|R| \cdot |\bar{I}|}{|Z| \cdot |\bar{I}|} = \frac{R}{Z} \quad (19)$$

ή τελικά, επειδή $I_o = \frac{V_o}{Z}$, θα είναι:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} R I_o^2 \quad (20)$$

Η ποσότητα **cosφ** καλείται *παράγων ισχύος* (power factor) του κυκλώματος και είναι πάντα θετικός (ιδιότητα της συνάρτησης του συνημίτονου).

Η μέση χρονική τιμή των εναλλασσόμενων ρευμάτων και τάσεων είναι προφανώς μηδέν. Έτσι είναι χρήσιμο να ορίσουμε την μέση τετραγωνική τιμή αυτών σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου:

$$\langle I^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T I_o^2 \cos^2(\omega t - \phi) dt = \frac{1}{2} I_o^2 \quad (21)$$

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V_o^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{2} V_o^2 \quad (22)$$

και έτσι:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} R I_o^2 = R \langle I^2 \rangle \quad (23)$$

Ως γνωστόν είναι σύνηθες, επειδή τα όργανα μέτρησης αναφέρονται σε ενεργές τιμές (Root - Mean - Square), να εκφράσουμε τις μέσες τετραγωνικές τιμές συναρτήσει των ενεργών τιμών. Δηλαδή:

$$V_e^2 = \langle V^2 \rangle \Rightarrow V_e = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

$$I_e^2 = \langle I^2 \rangle \Rightarrow I_e = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \quad (25)$$

και τελικά:

$$\langle P \rangle = R \langle I^2 \rangle = R \cdot I_e^2 \quad (26)$$

5. Συντελεστής ποιότητας Q (quality factor)

Η στιγμιαία ισχύς που παρέχεται από την πηγή στο κύκλωμα RLC είναι:

$$P = V \cdot I = \left(RI + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \right) \cdot I = RI^2 + L \frac{dI}{dt} \cdot I + \frac{Q}{C} \cdot I \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \text{Παρεχόμενη} \\ \text{Ισχύς} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Θερμική} \\ \text{Ισχύς} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Ρυθμός αώξ. ενεργ} \\ \text{Μαγνητικό Πεδού} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Ρυθμός αώξ. ενεργ} \\ \text{Ηλεκτρικό Πεδού} \end{bmatrix}$$

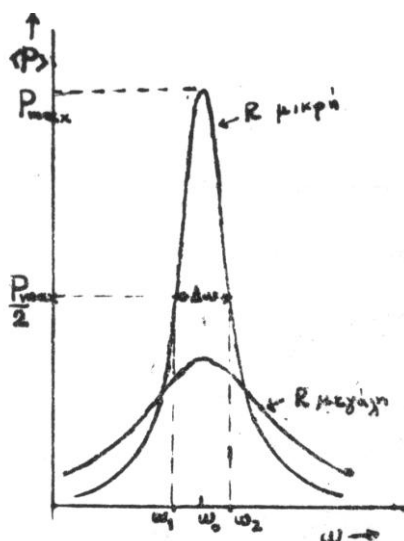
Έτσι η ποιότητα ενός κυκλώματος, δηλαδή ποιο ποσοστό της προσφερόμενης ισχύος μετασχηματίζεται σε θερμότητα (απώλειες Joule) και πιο αποταμιεύεται σε ενέργεια Ηλεκτρικού ή Μαγνητικού πεδίου, εξαρτάται και μόνον από τις τιμές των στοιχείων του κυκλώματος.

Προκειμένου να χαρακτηριστεί η ικανότητα ενός κυκλώματος RLC να αποταμιεύει ενέργεια ορίζουμε τον συντελεστή ποιότητας του κυκλώματος σαν:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Μέση αποταμιευμένη ενέργεια ανά περίοδο στον συντονισμό}}{\text{Απορροφώμενη ενέργεια ανά περίοδο στον συντονισμό}}$$

$$\text{ή } Q = 2\pi \frac{\frac{1}{T_o} \int_0^{T_o} L \frac{dI}{dt} I dt}{\frac{1}{2} R I_o^2} = \frac{2\pi}{T_o} \cdot \frac{\int_0^{T_o} L I dI}{\frac{1}{2} R I_o^2} = \omega_o \frac{\frac{1}{2} L I_o^2}{\frac{1}{2} R I_o^2} \text{ και τελικά, } Q = \frac{\omega_o L}{R}$$

6. Συμπεριφορά του κυκλώματος RLC – Εύρος ζώνης



Στο διπλανό σχήμα έχει αποδοθεί η μέση ισχύς $\langle P \rangle$ σαν συνάρτηση της κυκλικής συχνότητας ω . **Εύρος Ζώνης** (Band-Width) είναι η διαφορά $\omega_2 - \omega_1$, όπου ω_2 και ω_1 είναι οι δύο συχνότητες ημι-ισχύος.

Ισχύει: $\langle P \rangle = RI_e^2$, για κάθε συχνότητα ω (ο δείκτης e δηλώνει ενεργές τιμές) όπου:

$$I_e = \frac{V_e}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (28)$$

Ειδικά στον συντονισμό, όπου η εμπέδηση $Z=R$, έχουμε

$$I_{e,max} = \frac{V_e}{R}, \text{ οπότε } P_{max} = RI_{e,max}^2 = \frac{V_e^2}{R}$$

Η ισχύς όμως στις συχνότητες ω_1, ω_2 είναι η μισή της

μέγιστης συνεπώς:

$$P_{EZ} = RI_e^2 = \frac{RV_e^2}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \frac{P_{max}}{2} = \frac{V_e^2}{2R}$$

Από αυτή την τελευταία σχέση προκύπτει:

$$R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 = 2R^2 \Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R$$

Υπάρχουν δύο περιπτώσεις:

A.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = -R \Rightarrow \frac{1}{\omega C} > \omega L$$

Επειδή η χωρητική αντίσταση υπερτερεί της επαγωγικής, το κύκλωμα έχει: Χωρητική Συμπεριφορά

$$LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0 \quad (29)$$

$$\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \quad (31)$$

B.

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = +R \Rightarrow \omega L > \frac{1}{\omega C}$$

Επειδή η επαγωγική αντίσταση τώρα υπερτερεί της χωρητικής, το κύκλωμα έχει: Επαγωγική Συμπεριφορά

$$LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0 \quad (30)$$

$$\omega_2 = \frac{RC + \sqrt{R^2C^2 + 4LC}}{2LC} \quad (32)$$

$$\text{Τότε: } \omega_2 - \omega_1 = \frac{2RC}{2LC} = \frac{R}{L} \quad (33), \text{ επειδή δε, } Q = \frac{\omega_0 L}{R} \Rightarrow Q(\omega_2 - \omega_1) = \omega_0$$

$$\text{Τέλος ισχύει: } \omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2$$

Πειραματική Διαδικασία

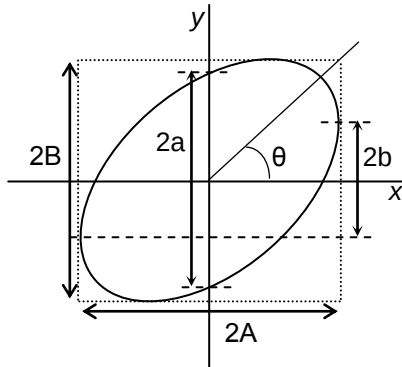
1. Εύρεση διαφοράς φάσεως

A. Σύνθεση ή επαλληλία καθέτων ταλαντώσεων

Έστω ότι έχουμε τις ταλαντώσεις, κατά τον άξονα X: $x = A \sin \omega t$ (34)

Και κατά τον άξονα Y: $y = B \sin(\omega t + \phi)$ (35)

Αν απαλείψουμε από αυτές τις σχέσεις τον χρόνο τότε θα καταλήξουμε στην σχέση:



$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (36)$$

Αυτή είναι η εξίσωση ελλείψεως που έχει στραφεί ως προς τους κύριους άξονες της κατά γωνία θ όπου

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2AB \cos \phi}{A^2 - B^2} \quad (37)$$

Η έλλειψη αυτή είναι εγγεγραμμένη σε ορθογώνιο πλευρών $2A$ και $2B$.

Εάν στην εξίσωση της ελλείψεως θέσουμε $x = 0$ θα

έχομε: $y_{(x=0)} = B \sin \phi \equiv a$ (38)

την απόσταση δηλαδή όπου η έλλειψη τέμνει τον άξονα y την ονομάζουμε:

$$a = B \sin \phi (= y_{(x=0)}) \quad (39)$$

Εάν πάλι στην εξίσωση της ελλείψεως θέσουμε $x = x_{\max}$ δηλαδή $x = A$ τότε

$$y_{(x=\max)} = B \cos \phi \equiv b \quad (40)$$

την απόσταση δηλαδή από τον άξονα x όπου η έλλειψη εφάπτεται σε παράλληλη προς τον άξονα y την ονομάζουμε:

$$b = B \cos \phi (= y_{(x=\max)}) \quad (41)$$

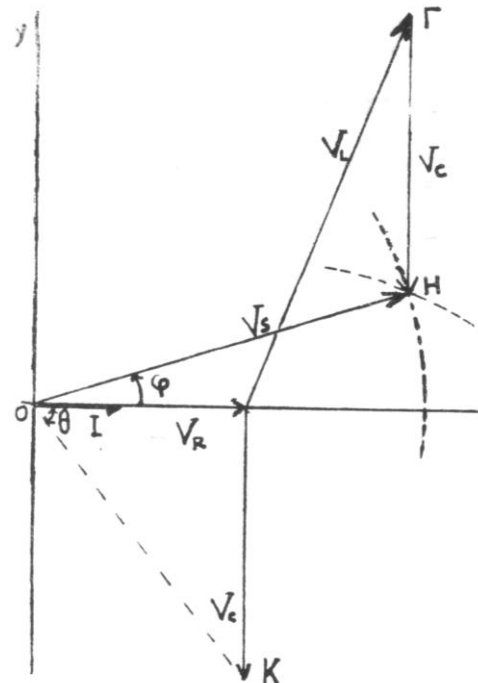
Από τις σχέσεις (40) και (41) έχουμε τελικά:

$$\tan \phi = \frac{a}{b} \quad (42)$$

B. Ανυσματικό Διάγραμμα τάσεων

Ας σχεδιάσουμε το ανυσματικό διάγραμμα των τάσεων σε ένα (πραγματικό) κύκλωμα LRC, όπου το πηνίο έχει και ωμική αντίσταση R_L .

Εάν στον x άξονα τοποθετήσουμε το ρεύμα I τότε η τάση V_R θα είναι συμφασική προς αυτό. Η τάση V_C θα είναι κάθετη προς την V_R και θα διευθύνεται προς τον αρνητικό y άξονα, ενώ η τάση V_L θα διευθύνεται προς τον θετικό y άξονα όχι όμως παράλληλως προς αυτόν λόγω του ότι το πηνίο δεν είναι ιδανικό. Το άθροισμα των επί μέρους τάσεων θα είναι βεβαίως η τάση της πηγής V_S . Ωστε το τετράπλευρο ΟΓΗΚ είναι κατασκευάσιμο, ως εξής:



Από την αρχή **O** λαμβάνουμε τμήμα ευθείας ίσον με V_R (υπό κάποια κλίμακα) Στο άκρο της V_R φέρουμε κάθετο (παράλληλο προς τον αρνητικό y- άξονα) ίσον με V_C (σημείο **K**). Έπειτα χαράσσουμε τους κύκλους (O, V_S) και (K, V_L) οι οποίοι τέμνονται στο **H**.

(Η εύρεση περαιτέρω του σημείου **Γ** είναι εύκολη).

Ο τύπος του συνημίτονου στο τρίγωνο OHK δίνει

$$V_L^2 = V_S^2 + (V_R^2 + V_C^2) - 2V_C \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \cos(\varphi + \theta) \quad (43)$$

και από το ορθογώνιο τρίγωνο πλευρών V_R, V_C

$$\cos \theta = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_C^2}} \quad (44)$$

Από αυτές τις σχέσεις, λύνοντας ως προς συνημίτονο και αντιστρέφοντας τις συναρτήσεις έχουμε:

$$\phi = \cos^{-1} \left\{ \frac{V_S^2 + V_R^2 + V_C^2 - V_L^2}{2V_S \sqrt{V_R^2 + V_C^2}} \right\} - \cos^{-1} \left\{ \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_C^2}} \right\} \quad (45)$$

Η τελευταία σχέση μας δίνει την δυνατότητα να υπολογίσουμε την διαφορά φάσεως φ εάν μετρήσουμε τις τάσεις V_S, V_R, V_C, V_L με ένα βολτόμετρο.

2. Μετρήσεις

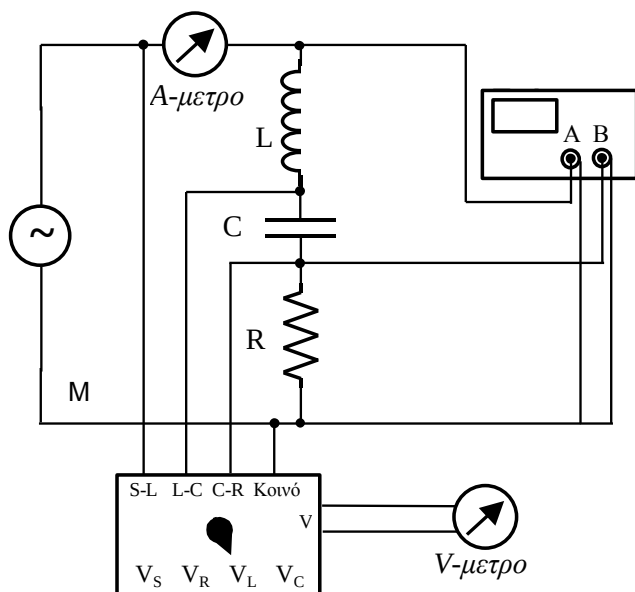
I) Εξοικείωση και μετρήσεις με τον παλμογράφο και την γεννήτρια (Βλέπε και παράρτημα Γ1)

α) Ελέγξτε την βαθμονόμηση του παλμογράφου με την βοήθεια τάσεων ελέγχου και τετραγωνικού παλμού.

β) Μετρήστε με την βοήθεια του παλμογράφου την τάση πρότυπης πηγής συνεχούς ρεύματος.

γ) Δώστε από την γεννήτρια ημιτονικό, τετραγωνικό και τριγωνικό παλμό τυχούσας συχνότητας και στάθμης ενίσχυσης (AMPL). Παρατηρήστε τους παλμούς στον παλμογράφο και υπολογίστε για κάθε έναν την συχνότητά του. Συγκρίνατε την συχνότητα που υπολογίσατε με αυτήν που δίνει η γεννήτρια.

δ) Στην περίπτωση του τετραγωνικού παρατηρήστε και δικαιολογήστε την μορφή της εικόνας στον παλμογράφο όταν παρεμβληθεί ένας πυκνωτής.



II) Μελέτη Κυκλώματος RLC με την βοήθεια παλμογράφου

1) Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του σχήματος, προσέχοντας να συνδέσετε τις γειώσεις των δύο καναλιών του παλμογράφου και της γεννήτριας μαζί.

2) Διαλέξτε τα μέρη του κυκλώματος σας (R, L, C) και υπολογίστε που περιμένετε να έχετε συντονισμό. Στην συνέχεια συνδέστε την συνδεσμολογία

Παλμογράφος

Ο μεταγωγός M συνδέει το βολτόμετρο κάθε φορά (ανάλογα με την θέση του) με τα άκρα της πηγής ή με της αντίστασης ή με του πηνίου ή με του πυκνωτή.

σύμφωνα με το σχήμα Ρυθμίστε τους εξασθενητές και την βάση του χρόνου. Παρατηρήστε τις κυματομορφές στο κάθε κανάλι του παλμογράφου. Δείτε την ένδειξη του βολτομέτρου και συγκρίνεται την με αυτήν που δείχνει ο παλμογράφος. Τι παρατηρείτε; Κάντε το ίδιο και εξηγήστε με την ένδειξη του αμπερομέτρου. Θέστε τον παλμογράφο στην λειτουργία X-Y και ρυθμίστε πάλι τους εξασθενητές ώστε να έχετε μια καλή εικόνα στην οθόνη.

3) Μεταβάλλοντας την συχνότητα της γεννήτριας συχνοτήτων βρείτε τον συντονισμό και σημειώστε τις τάσεις V_s (πηγής), V_R (αντίστασης), V_C (πυκνωτή) και V_L (πηνίου) και το ρεύμα του κυκλώματος $I_{\text{συντ}}$.

Έχοντας την γεννήτρια σε τάση V_s και ξεκινώντας από μία τιμή της συχνότητας μετρήστε την ένταση από το αμπερόμετρο και τα μεγέθη 2α και 2β. Διατηρώντας την τάση V_s **σταθερή καθ' όλη την διάρκεια των μετρήσεων** μετρήστε για (οκτώ) διαφορετικές συχνότητες πριν το συντονισμό και για (οκτώ) διαφορετικές συχνότητες μετά συντονισμό τις τάσεις V_s , V_R , V_C , V_L και το ρεύμα I . Υπολογίστε την διαφορά φάσης ϕ , για κάθε συχνότητα ω . Ομοίως υπολογίστε την εμπίδηση Z και την (μέση) ισχύ P .

Επίσης για (δύο) μετρήσεις πριν και για (δύο) μετρήσεις μετά τον συντονισμό να ευρεθεί η διαφορά φάσης από την εικόνα της ελλείψεως στον παλμογράφο και να συγκριθούν οι τιμές αυτές με εκείνες των άλλων μετρήσεων.

Τα αποτελέσματα και οι μετρήσεις να καταχωρηθούν σε πίνακα.

4) Περιγράψτε τι παρατηρείτε για την έλλειψη κατά την διάρκεια του πειράματος. Προσπαθήστε να περιγράψετε ποιοτικά τι συμβαίνει ακόμα και αν δεν αλλάζει η διαφορά φάσης παρά μόνο το πλάτος στο ένα κανάλι του παλμογράφου χρησιμοποιώντας τα διαγράμματα που μας δίνουν τις καμπύλες Lissajous για τα διάφορα πλάτη και συχνότητες.

5) Υπολογίστε την εμπίδηση Z , την ωμική αντίσταση του πηνίου, την διαφορά φάσης ϕ , την μέση ισχύ $\langle P \rangle$ και την κυκλική συχνότητα ω για κάθε τιμή της συχνότητας f . Δώστε τα αποτελέσματα σε πίνακα με στήλες: f , ω , V , I , Z , ϕ , $\langle P \rangle$. Κατασκευάστε τις γραφικές παραστάσεις $I = f(\omega)$, $\phi = f(\omega)$, $Z = f(\omega)$, $\langle P \rangle = f(\omega)$ και σχολιάστε την μορφή τους.

6) Από $\langle P \rangle = f(\omega)$ υπολογίστε το Εύρος Ζώνης (Bandwidth) και μετά υπολογίστε τον συντελεστή ποιότητας Q . Υπολογίστε την ολική αντίστασή του $R_{\text{ολ}}$ και την αντίσταση του πηνίου R_L . Ακόμη υπολογίστε την χωρητικότητα C και την αυτεπαγωγή L .

Παράρτημα: Περιληπτική περιγραφή και τρόπος χρήσης του παλμογράφου

Ο παλμογράφος είναι ένα όργανο μετρήσεων το οποίο εμφανίζει στην οθόνη του την μεταβολή της τάσης συναρτήσει του χρόνου. Η οθόνη του παλμογράφου αποτελείται από μία λυχνία καθοδικών ακτινών (CRT) με κάθοδο παραγωγής ηλεκτρονίων, με ηλεκτρονικούς φαλούς για την εστίαση της δέσμης, πλακίδια οριζόντιας και κατακόρυφης απόκλισης και άλλα βοηθητικά ηλεκτρόδια. Ο παλμογράφος διαθέτει επίσης ηλεκτρονικές μονάδες απαραίτητες για την χρήση του· παρακάτω περιγράφονται οι κύριες από αυτές τις ηλεκτρονικές μονάδες (και με τυπικά χαρακτηριστικά).

α) **Περιοχή συχνοτήτων (BANDWIDTH):** Αυτή αναφέρεται στους δυο ενισχυτές εισόδου κατακόρυφης ενίσχυσης. Ο κάθε ενισχυτής δεν ενισχύει εξ' ίσου όλες τις συχνότητες του σήματος εισόδου, δηλαδή η απολαβή εξαρτάται και από την συχνότητα του σήματος ή των αρμονικών του έτσι ώστε οι ενισχυτές έχουν χαμηλότερη ενίσχυση στις πολύ χαμηλές και πολύ υψηλές συχνότητες. Οι συχνότητες στις οποίες η απολαβή του σήματος πέφτει κατά 0,707 (3db) αποτελούν τα όρια της περιοχής συχνοτήτων. Οι συνήθεις παλμογράφοι έχουν περιοχή συχνοτήτων 10Hz – 10MHz. (ΣΗΜΕΙΩΣΗ: η περιοχή συχνοτήτων δεν έχει καμία σχέση με το *bandwidth* που αναφέρεται στην θεωρία)

β) **Ευαισθησία (SENSITIVITY):** Ύψιστη σημασία για την επιλογή ενός παλμογράφου έχει η ευαισθησία των κατακόρυφων ενισχυτών εισόδου. Για έναν παλμογράφο 20MHz πολύ καλή θεωρείται διεθνώς η ευαισθησία των 2 mV/cm. Αυτό σημαίνει ότι εάν εφαρμόσουμε στην είσοδο του παλμογράφου ένα ημιτονικό σήμα 20MHz με πλάτος 2mV θα πρέπει να έχει πλάτος 1cm στην οθόνη του παλμογράφου.

γ) **Σύζευξη εισόδου (INPUT COUPLING):** Συνήθως ο παλμογράφος έχει στην είσοδο κάθε ενισχυτή του έναν διακόπτη τριών θέσεων DC, AC και GROUND. Στην θέση DC μπορούμε να εφαρμόσουμε σήματα που έχουν μόνο συνεχή τάση ή σήματα μικτά με εναλλασσόμενη και συνεχή συνιστώσα τάσης. Στην θέση αυτή το σήμα εφαρμόζεται απ' ευθείας στην είσοδο του ενισχυτή. Στην θέση AC παρεμβάλλεται στην είσοδο του ενισχυτή ένας πυκνωτής και έτσι δεν επιτρέπει τις συνεχείς τάσεις ή συνιστώσες να περάσουν. Στην θέση GROUND η είσοδος του παλμογράφου γειώνεται (απομονώνοντας συγχρόνως το σήμα).

δ) **Τρόποι παρουσιάσεως σημάτων (DISPLAY MODES):** Οι συνήθεις παλμογράφοι είναι παλμογράφοι δυο καναλιών (DUAL TRACES) δηλαδή παλμογράφοι που μπορούν να δεχτούν δυο σήματα. Έτσι υπάρχουν δυο κανάλια (CH1, CH2) κάθε ένα με έναν ενισχυτή. Το DISPLAY MODE αναφέρεται στις δυνατότητες παρουσιάσεως των σημάτων εισόδου του παλμογράφου. Στο ALTERNATE MODE η σάρωση της οθόνης από τα σήματα των δύο καναλιών εμφανίζονται εναλλακτικώς στην οθόνη, αλλά λόγω της αδράνειας των ματιών μας βλέπουμε και τα δυο κανάλια ταυτόχρονα. Στο CHOP MODE (CHOP) τα σήματα από τα δυο κανάλια εμφανίζονται ταυτόχρονα μέσω ενός συστήματος εναλλαγής της σάρωσης από το ένα κανάλι στο άλλο κατά την διάρκεια κάθε σάρωσης. Έτσι για σήματα με πολύ μεγάλη συχνότητα προτιμάται η επιλογή ALT. Τέλος στο X-Y MODE (X-Y) ο παλμογράφος συνθέτει τα δυο σήματα θέτοντας το CH1 στον άξονα Y και το CH2 στον άξονα X.

ε) **Βάση Χρόνου (TIME BASE):** Όταν ο παλμογράφος δεν λειτουργεί σε X-Y MODE (αυτή είναι και η συνήθης λειτουργία) τότε ο άξονας X είναι άξονας χρόνων· η βαθμονόμηση του επιτυγχάνεται με έναν περιστροφικό διακόπτη (τυπικές τιμές 0,5μs/cm – 0,2s/cm).

στ) **Σκανδαλισμός (TRIGGERING):** Ο σκανδαλισμός είναι, διαδικασία η οποία αρχίζει την λειτουργία της γεννήτριας βάσεως χρόνου έτσι, ώστε η οριζόντια απόκλιση της δέσμης να σαρώνει την οθόνη σε πλήρη συγχρονισμό με το σήμα εισόδου. Έτσι το σήμα παραμένει σταθερό και συνεχές. Συνήθως έχουμε δύο τύπους σκανδαλισμού, έναν αυτόματο (AUTO) (με συγχρονισμό με την είσοδο A ή B) και έναν εξωτερικό (EXTERNAL). Στην άσκηση θα χρησιμοποιηθεί μόνο ο αυτόματος.

ζ) **Έλεγχος διακριτών τμημάτων (CTC):** Ο διακόπτης αυτός χρησιμοποιείται, για έλεγχο αντιστάσεων, πυκνωτών, ολοκληρωμένων κυκλωμάτων κτλ. Ο διακόπτης πρέπει να βρίσκεται ΠΑΝΤΑ στη θέση OFF γιατί αλλιώς δημιουργεί παραπλανητικές εικόνες στον παλμογράφο.

η) Τα κυριότερα κουμπιά, πλήκτρα και διακόπτες (και σε συνδυασμό) ενός παλμογράφου είναι:

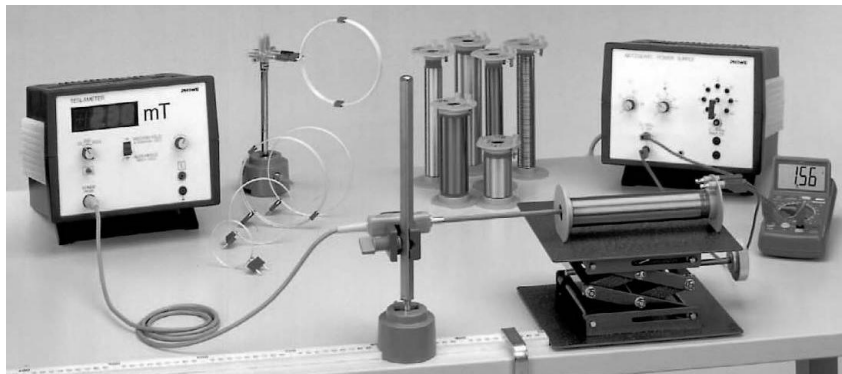
INTENSITY	Ρυθμίζει την ένταση της δέσμης
FOCUS	Ρυθμίζει την εστίαση της δέσμης.
TIME BASE	Διακόπτης βαθμονόμησης της βάσεως χρόνου
TIME BASE VARIABLE	Μικρορυθμίζει τη βάση χρόνου. Για την άσκηση θα πρέπει να είναι στραμμένος στη θέση cal.
SWEEP MAGNIFIER	Μεγεθύνει την σάρωση κατά n φορές
LEVEL	Ρυθμιστής στάθμης σκανδαλισμού. Περιστρέφεται αργά έως ότου αρχίσει η σάρωση.
AUTO/NORM	Ρυθμίζει τον τρόπο σκανδαλισμού. Θα πρέπει να βρίσκεται στην θέση AUTO
INT / EXT	Επιλέγει την πηγή από την οποία γίνεται ο σκανδαλισμός. Θα πρέπει να είναι στην θέση INT

CH I /CH II	Επιλέγει ως πηγή εσωτερικού σκανδαλισμού την είσοδο CH1 ή το CH2
SWP/ X-Y	Θέτει τον παλμογράφο σε λειτουργία X-Y (MODE).
HORIZONTAL POSITION	Ρυθμίζει την οριζόντια θέση της δέσμης.
CH I	Είσοδος σήματος του πρώτου καναλιού
CH II	Είσοδος σήματος του δευτέρου καναλιού
TRACE ROTATE	Ρυθμίζει το ίχνος της σάρωσης ώστε να είναι οριζόντιο.
CHI / CII ATTENUATOR	Επιλέγουν την ευαισθησία των κατακόρυφων ενισχυτών εισόδου για κάθε ένα από τα δυο κανάλια
DUAL / CH I	Στην θέση DUAL εμφανίζει και τα δύο σήματα στην οθόνη. Στην θέση CH1 εμφανίζει μόνο το σήμα του πρώτου καναλιού.
ALTERNATE / CHOP	Επιλέγει μέθοδο εμφάνισης των δυο σημάτων

Άσκηση Γ2. Μελέτη του μαγνητικού πεδίου πηνίου, Νόμος Biot-Savart

Σκοπός της άσκησης

Σε αυτή την άσκηση μελετάμε την *δημιουργία μαγνητικού πεδίου σε πηνίο και τον νόμο του Ampère*. Μετρούμε και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της έντασης του μαγνητικού πεδίου μεταξύ διαφόρων πηνίων. Η *ένταση του μαγνητικού πεδίου* που παράγεται από έναν αγωγό, κατά μέτρο και διεύθυνση σε κάθε σημείο του χώρου A, υπολογίζεται με τον νόμο Biot-Savart αθροίζοντας τα διανύσματα των στοιχειωδών μαγνητικών πεδίων που παράγονται στο σημείο A από στοιχειώδη τμήματα του αγωγού, ds , τα οποία απέχουν r από το σημείο A, σχηματίζουν γωνία ϕ με το διάνυσμα r και διαρρέονται από ρεύμα I . Γενικά η ένταση είναι ανάλογος του ρεύματος διαρρέει τον αγωγό. Με εφαρμογή του νόμου αυτού, υπολογίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου σε ένα πηνίο. Η ένταση αυτή εξαρτάται από την διάμετρο του πηνίου R , του μήκους του και τον αριθμό των σπειρών (ειδικά από τον αριθμό των σπειρών ανά μονάδα μήκους) και είναι ανάλογος του ρεύματος που το διαρρέει. Πειραματικά, η ένταση του μαγνητικού πεδίου μπορεί να μετρηθεί με ένα ανιχνευτή μαγνητικού πεδίου που στηρίζεται στο *φαινόμενο Hall*. Συγκεκριμένα, όταν εφαρμοσθεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα σε ένα κομμάτι μετάλλου ή ημιαγωγού που παρεμβάλλεται σε μαγνητικό πεδίο, έτσι ώστε το ρεύμα να είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο, στα άκρα του ελάσματος, τα οποία είναι κάθετα στο ρεύμα και στο μαγνητικό πεδίο, αναπτύσσεται μία διαφορά δυναμικού η οποία εξαρτάται από το είδος και την πυκνότητα των φορέων του ρεύματος, το ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο.

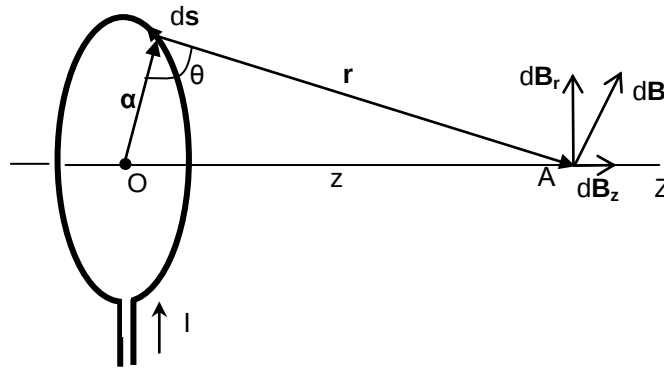


Εικόνα 1: Πειραματική διάταξη της μέτρησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου

Μαγνητικό πεδίο πηνίων

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα κυκλικό αγωγό ακτίνας a , που διαρρέεται από ρεύμα I (Σχ.1). Σε ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού ds , το στοιχειώδες ρεύμα dI παράγει σε σημείο A που βρίσκεται πάνω στον άξονα συμμετρίας του κυκλικού αγωγού και σε απόσταση z από το κέντρο του O, το στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο $d\mathbf{B}$. Το διάνυσμα αυτό είναι κάθετο στο διάνυσμα r (από το ds στο A) και βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζεται από την ακτίνα a του κυκλικού αγωγού, την απόσταση z και το διάνυσμα r και το μέτρο του υπολογίζεται από τον νόμο του Biot-Savart:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{|\mathbf{ds} \times \mathbf{r}|}{r^2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{ds}{z^2 + a^2} \quad (1)$$



Σχήμα 1 Απεικόνιση στοιχειώδους μαγνητικού πεδίου dB

Το στοιχειώδες dB αναλύεται σε δύο συνιστώσες, dB_z και dB_r , πάνω και κάθετα στον άξονα Z αντίστοιχα. Ωστόσο, επειδή ένα συμμετρικό ως το O τμήμα του αγωγού ds' , θα παράγει ένα συμμετρικό ως προς τον άξονα Z στοιχειώδες dB' , το οποίο αναλύεται πάλι σε δύο αντιστοίχως συνιστώσες, dB_z' και dB_r' . Ισχύει ότι $dB_r = -dB_r'$. Συνεπώς μόνο το dB_z συνεισφέρει στην παραγωγή του μαγνητικού πεδίου B στο σημείο A και μάλιστα το διάνυσμα του B βρίσκεται επί του άξονος OZ και έχει φορά από το O προς το Z (Σχήμα 1).

Συνεπώς το dB_z υπολογίζεται βάσει του παρακάτω ολοκληρώματος

$$dB_z = \oint dB \cdot \cos\theta \Rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \oint \frac{ds \cdot \cos\theta}{z^2 + \alpha^2} \quad (2)$$

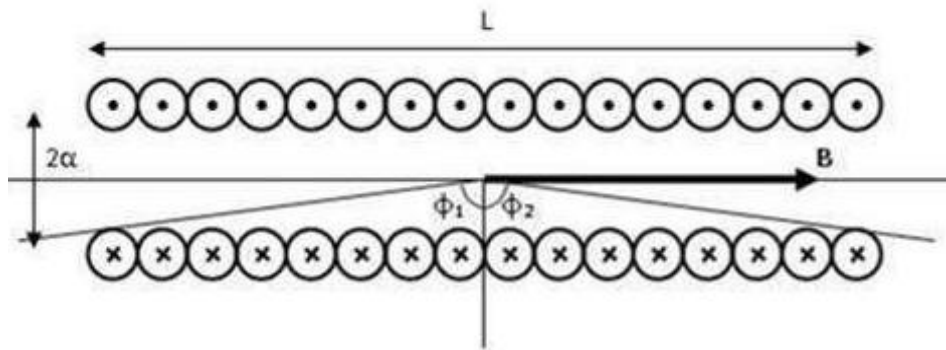
Το $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb/(A}\cdot\text{m)} = 1.2566 \cdot 10^{-6} \text{ Wb/(A}\cdot\text{m)}$

Αντικαθιστώντας το $\cos\theta = \frac{\alpha}{z^2 + \alpha^2}$ έχουμε:

$$dB_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \alpha}{4\pi \cdot (z^2 + \alpha^2)^{3/2}} \oint ds \Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \alpha^2}{2 \cdot (z^2 + \alpha^2)^{3/2}} \quad (3)$$

Αν το πηνίο αποτελείται από N παράλληλους αγωγούς τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο άξονα συμμετρίας του πηνίου υπολογίζεται με βάσει της παρακάτω σχέσης:

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \alpha^2 \cdot N}{2 \cdot (z^2 + \alpha^2)^{3/2}} \quad (4)$$



Σχήμα 2. Απεικόνιση της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε τομή σωληνοειδούς

Τελικά, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού, N σπειρών, (αν $z = 0$) θα ισούται με:

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{2 \cdot a} \quad (5)$$

Με παρόμοιο τρόπο μπορεί να υπολογιστεί το μαγνητικό πεδίο πηνίου που διαρρέεται από ρεύμα σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου, ωστόσο οι υπολογισμοί είναι πολύπλοκοι.

Αν το πηνίο είναι σε μορφή σωληνοειδούς, με βάση την σχέση (5), υπολογίζουμε τελικά το μέτρο του B στο κέντρο του σωληνοειδούς (Σχέση 6). Η απόδειξη της παρακάτω σχέσης ζητείται να γίνει από τους φοιτητές στα πλαίσια της γραπτής άσκησης που θα παραδώσουν.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{2 \cdot L} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot n}{2} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \quad (6)$$

όπου L το μήκος του σωληνοειδούς, φ_1 και φ_2 οι γωνίες όπως φαίνονται στο σχήμα και $n = N/L$ η πυκνότητα των βρόχων (Σχήμα 2). Αν το σωληνοειδές πηνίο είναι απείρου μήκους (ή πρακτικά, η ακτίνα $\ll$ μήκους, $\varphi_1 \approx -90^\circ$ και $\varphi_2 \approx 90^\circ$), το $\sin \varphi_2 = 1$ και $\sin \varphi_1 = -1$ και, τελικά, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς ισούται με:

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot n \quad (7)$$

Αντίστοιχα στο άκρο του σωληνοειδούς ($\varphi_1 \approx 0^\circ$ και $\varphi_2 \approx 90^\circ$, το $\sin \varphi_2 = 1$ και $\sin \varphi_1 = 0$) η ένταση του μαγνητικού πεδίου ισούται με:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot n}{2} \quad (8)$$

Πειραματική διαδικασία

1. Αναγνωρίζουμε τα μέρη της άσκησης και σχεδιάζουμε το κύκλωμα που θα χρησιμοποιήσουμε. Το κύκλωμα περιλαμβάνει τροφοδοτικό, αμπερόμετρο και πηνία (Εικόνα 1).

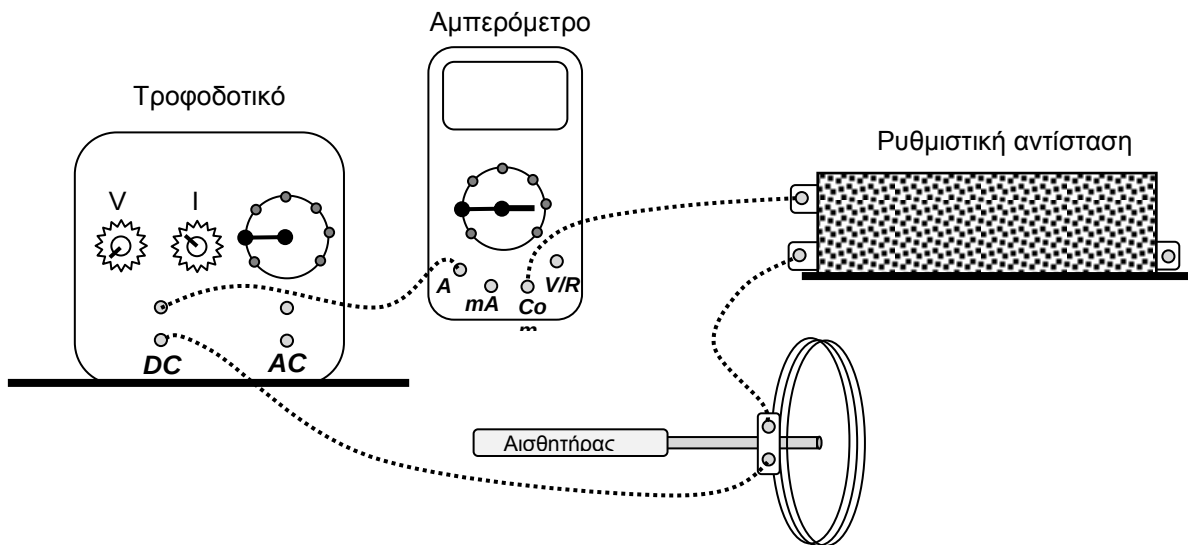
2. Την ένταση του μαγνητικού πεδίου την μετρούμε με μαγνητόμετρο που στηρίζεται στο φαινόμενο Hall. Εξοικειωθείτε με την συσκευή μετρώντας το μαγνητικό πεδίο της Γης, χρησιμοποιώντας τον αξονικό αισθητήρα και τον επίπεδο αισθητήρα. Παρατηρείστε την διεύθυνση του αισθητήρα. **Στις επόμενες μετρήσεις πρέπει να έχουμε υπ' όψη το μαγνητικό πεδίο και να το ελαχιστοποιήσουμε (αν χρειάζεται).**

3. Χρησιμοποιώντας τους κυκλικούς βρόχους και τον αξονικό αισθητήρα Hall, πραγματοποιούμε το κύκλωμα (Σχήμα 3).

ΠΡΙΝ ΠΡΟΧΩΡΗΣΟΥΜΕ, Ο/Η ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ/ΟΥΣΑ ΕΛΕΓΧΕΙ ΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ.

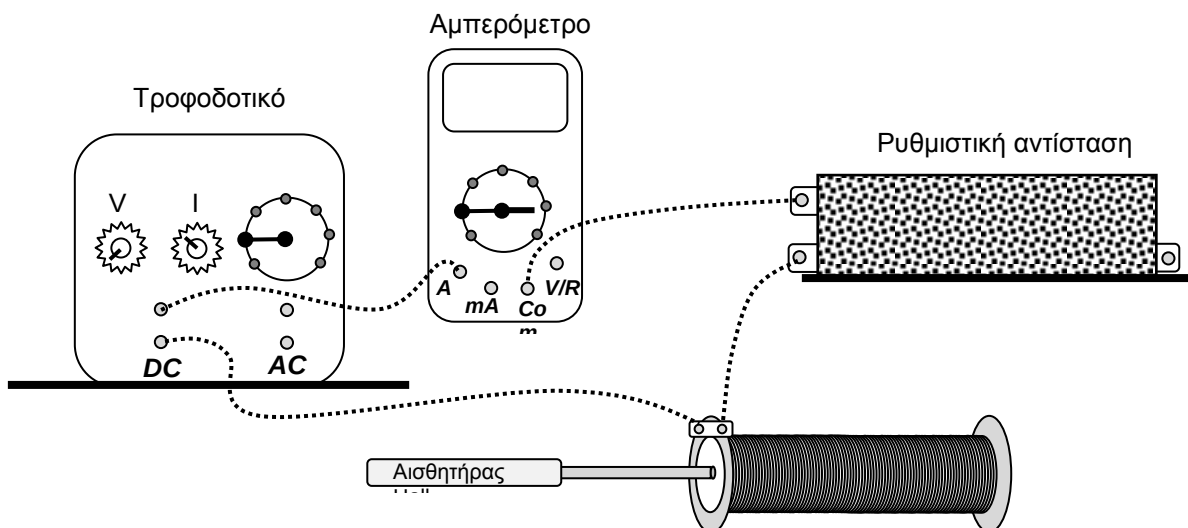
4. Μετρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, B_π , στο κέντρο του βρόχου ακτίνας $a = 30\text{mm}$, συναρτήσει του ρεύματος I , από 0 έως 5A. Σχεδιάζουμε την καμπύλη $B_\pi = f(I)$. Από την καμπύλη, υπολογίζουμε το μ_0 με το σφάλμα του και το συγκρίνουμε με το της βιβλιογραφίας. Σχολιάζουμε τα αποτελέσματα.

5. Μετρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, B_π , στο κέντρο κάθε βρόχου ακτίνας $a = 60\text{mm}$, διοχετεύοντας ρεύμα $I = 5\text{A}$ και σχεδιάζουμε την καμπύλη $B_\pi = f(N)$, όπου N ο αριθμός των σπειρών. Από την καμπύλη, υπολογίζουμε το μ_0 με το σφάλμα του και το συγκρίνουμε με το της βιβλιογραφίας. Σχολιάζουμε τα αποτελέσματα.



Σχήμα 3.

6. Χρησιμοποιώντας τα πηνία, πραγματοποιούμε το κύκλωμα (Σχήμα 4).



Σχήμα 4

ΠΡΙΝ ΠΡΟΧΩΡΗΣΟΥΜΕ, Ο/Η ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ/ΟΥΣΑ ΕΛΕΓΧΕΙ ΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ.

7. Μετρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, B_{π} , στο κέντρο κάθε πηνίου διαμέτρου $d = 26\text{mm}$, διοχετεύοντας ρεύμα $I = 1.0\text{ A}$. Σχεδιάζουμε την καμπύλη $B_{\pi} = f(n)$, όπου n ο λόγος N/L , όπου N ο αριθμός των σπειρών και L το μήκος του πηνίου. Από την πειραματική καμπύλη, υπολογίζουμε το μ_0 με το σφάλμα του.

8. Διαλέγουμε δύο πηνία με μήκος $L = 160\text{mm}$ και διαμέτρου $d = 26\text{mm}$ και με διαφορετικό αριθμό βρόχων, με $N = 300$ σπείρες και με 75 ή 150 σπείρες. Διοχετεύοντας ρεύμα $I = 1\text{A}$, μετρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στον άξονα του πηνίου, σαν συνάρτηση της απόστασης x , από το κέντρο του πηνίου έως όπου "μηδενιστεί" το πεδίο. Υπολογίζουμε, βάση των στοιχείων του ενός πηνίου και του σχετικού τύπου, την αναμενόμενη ένταση του μαγνητικού πεδίου. Σχεδιάζουμε τις σχετικές καμπύλες, $B=f(x)$ και σχολιάζουμε τα αποτελέσματα.

9. Επαναλαμβάνουμε με το πηνίο μήκους $L = 160\text{mm}$ και διαμέτρου $d = 33\text{mm}$ ή 41mm και με αριθμό βρόχων, $N = 300$ σπείρες. Διοχετεύοντας ρεύμα $I = 1\text{A}$, μετρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στον άξονα του πηνίου, σαν συνάρτηση της απόστασης x , από το κέντρο του πηνίου έως όπου "μηδενιστεί" το πεδίο. Σχεδιάζουμε την σχετική καμπύλη, $B=f(x)$ στο διάγραμμα της $4B$ και σχολιάζουμε τα αποτελέσματα.

Αναφορές

R.A. Serway Physics, Τόμος II, Ηλεκτρομαγνητισμός, 3rd edition, 1990, απόδοση Λ.Κ. Ρεσβάνη

David J.Griffiths, Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική, Τόμος ,I Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 1999

Άσκηση Γ3. Δυνάμεις Laplace - Μελέτη γαλβανομέτρου

Θεωρητικό Μέρος

1. Γενικά

Ένας επίπεδος βρόχος επιφανείας S ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα I αποτελεί μαγνητικό δίπολο με μαγνητική διπολική ροπή $\mathbf{m}$, $\mathbf{m} = I \cdot S$.

Η κατεύθυνση περιφοράς του ρεύματος του βρόχου με την διεύθυνση του ανύσματος $\mathbf{S}$ (κάθετη στον επίπεδο βρόχο) συνδέονται βεβαίως με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία. Εάν μαγνητικό δίπολο βρεθεί στην περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου, εντάσεως $\mathbf{B}$ τότε ασκείται πάνω του μηχανική ροπή: $\mathbf{N} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$

2. Ισορροπία γαλβανόμετρου - ευαισθησία

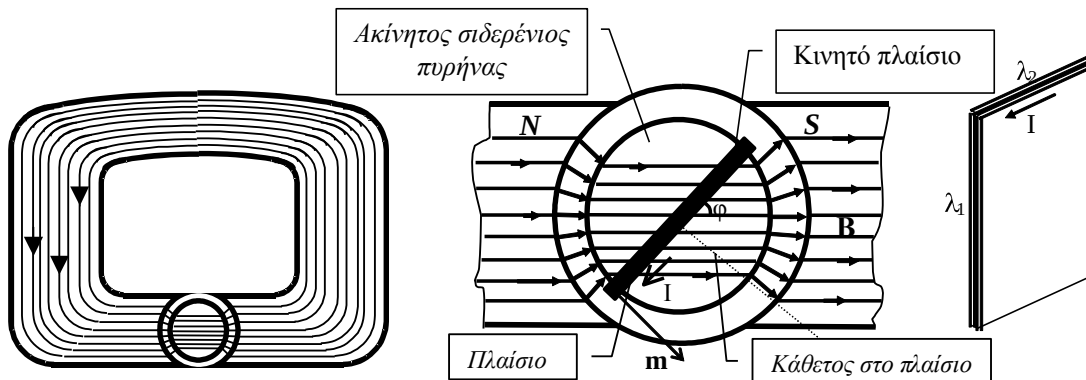
Στην ειδική περίπτωση όπου ο βρόχος είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (πλαίσιο) με n σπείρες ρεύματος η μηχανική ροπή θα είναι

$$\mathbf{N}_1 = n \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

και θα έχει μέτρο: $N_1 = n \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot B \sin \varphi = k \sin \varphi \cdot I$, όπου λ_1, λ_2 είναι οι πλευρές του πλαισίου με την λ_1 πάντοτε κάθετη στο άνυσμα $\mathbf{B}$, φ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της μαγνητικής ροπής και της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου και k σταθερά η οποία εξαρτάται από το όργανο (Σχήμα 1 και Σχήμα 2).

Αν το πλαίσιο είναι αναρτημένο από νήμα ή ελατήριο ελαστικής **στροφικής σταθεράς** D^* και η θέση $\varphi = 0$ (πλαίσιο κάθετο στο πεδίο) είναι θέση ισορροπίας, τότε στην θέση $\varphi \neq 0$ θα έχουμε μηχανική ροπή

$$\mathbf{N}_2 = -D^* \varphi \quad (1)$$



Σχήμα 1. Το μαγνητικό κύκλωμα

Σχήμα 2. Το μαγνητικό πεδίο στο κυλινδρικό διάκενο είναι ακτινικό

Το πλαίσιο υπό την επίδραση του σταθερού ρεύματος I θα στραφεί και θα ισορροπήσει στη θέση φ_0 στην οποία: $\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 = 0$.

Επειδή το πεδίο είναι ομογενές η συνθήκη ισορροπίας δίνει

$$\phi_0 = \frac{\mu_0 \cdot \sin \phi_0}{D^*} I$$

Παρατηρούμε ότι δεν έχουμε αναλογία μεταξύ γωνίας στροφής ϕ_0 και I , εκτός αν $\phi = 0$, δηλαδή για μικρά ρεύματα.

Για την επίτευξη αναλογίας ανάμεσα στα ϕ_0 και I το μαγνητικό κύκλωμα του μόνιμου μαγνήτη διαμορφώνεται έτσι, ώστε στην περιοχή των πλευρών $\square_1$, η γωνία ϕ να είναι ίση με 90° για κάθε θέση. Για το λόγο αυτό το διάκενο του μαγνήτη λαμβάνει σχήμα κυλινδρικό μέσα στον οποίο τοποθετείται ομοαξονικά σταθερός κύλινδρος από μαλακό σίδηρο (Σχ.1).

Στο κυλινδρικό διάκενο το μέτρο του $\mathbf{B}$ είναι σταθερό πάνω σε κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας $\square_2/2$, που είναι ομοαξονική με το κυλινδρικό διάκενο και η διεύθυνση του ακτινική. Συνεπώς είναι και κάθετο στο διάνυσμα $\mathbf{m}$ του πλαισίου.

Με το ακτινικό πεδίο του Σχήματος 1, η ροπή N_1 γράφεται:

$$N_1 = \nu \lambda_1 \lambda_2 B \cdot I = k \cdot I \quad (2)$$

Και η συνθήκη $N_1 + N_2 = 0$ δίνει

$$\phi_0 = \frac{\mu_0}{D^*} I \quad (3)$$

Η ικανότητα του Γαλβανομέτρου να μετρά μικρά ρεύματα είναι συνάρτηση της ευαισθησίας του.

Η **Ευαισθησία ρεύματος** ε_i ορίζεται από τη σχέση $\varepsilon_i = \phi_0/I$. Από την (3) φαίνεται ότι:

$$\varepsilon_i = k/D^* = \nu B \lambda_1 \lambda_2 / D^* \quad (4)$$

Η εισαγωγή του σιδηρού κυλίνδρου, εκτός από τη σταθερότητα της ευαισθησίας, προκαλεί και αύξηση της, γιατί για δεδομένη μαγνήτιση του υλικού, το B στο στενό κυλινδρικό διάκενο, είναι μεγαλύτερο από όσο θα ήταν χωρίς τον κύλινδρο. (Ελάττωση της μαγνητικής αντίστασης).

Η **Ευαισθησία τάσης** του γαλβανομέτρου ορίζεται από τη σχέση $\varepsilon_v = \phi_0/V$ όπου $V = I R$ η τάση στους ακροδέκτες του οργάνου και R η αντίσταση που παρεμβάλλεται ανάμεσά τους.

Ανάμεσα στις ευαισθησίες ρεύματος και τάσης υπάρχει η σχέση

$$\varepsilon_v = \phi_0 / V = \phi_0 / (I R) = \varepsilon_i / R \quad (5)$$

3. Μελέτη της κίνησης του γαλβανομέτρου

Στα προηγούμενα θεωρήσαμε το γαλβανόμετρο σε ισορροπία. Τώρα θα ασχοληθούμε με την κίνηση του πλαισίου μέχρι την αποκατάσταση της ισορροπίας. Για το σκοπό αυτό πρέπει να γράψουμε και να λύσουμε την εξίσωση της στρεφικής κίνησης

$$\Theta \ddot{\phi} = \Sigma N$$

όπου Θ η ροπή αδρανείας της μάζας του γαλβανομέτρου περί του άξονα στροφής του.

Πάνω στο πλαίσιο έχουμε την επίδραση των ροπών:

1. Ροπή Laplace του μετρούμενου ρεύματος: $N_1 = k I$
2. Ροπή επαναφοράς από το σύστημα ανάρτησης: $N_2 = - D^* \phi$
3. Ροπή από μηχανικές τριβές: $N_3 = - P_\infty \dot{\phi}$ και $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$
4. Ροπή Laplace N_4 του ρεύματος επαγωγής στο κλειστό κύκλωμα: $I_{\varepsilon\pi} = E_{\varepsilon\pi} / R_{o\lambda}$.

Ο υπολογισμός της $E_{\text{επ}}$ γίνεται ευκολότερα με τη χρήση του τύπου: $E_{\text{επ}} = B\lambda_1 v$, αντί του τύπου: $E_{\text{επ}} = -d\Phi/dt$.

Οι πλευρές λ_1 κινούνται με αντίθετες ταχύτητες μέτρου: $v = \omega_0 \lambda_1 / 2$, μέσα σε αντίθετα πεδία μέτρου B . Συνεπώς οι ΗΕΔ επαγωγής στις δύο πλευρές λ_1 έχουν το ίδιο πρόσημο και έτσι έχουμε: $E_{\text{επ}} = 2B \omega_0 \lambda_1^2 / 2 = k\omega_0$

Άρα: $I_{\text{επ}} = -(k/R_{\text{ολ}})\omega_0$ και: $N_4 = -(k^2/R_{\text{ολ}})\omega_0$

Παρατηρούμε ότι η N_4 παίζει ρόλο ροπής τριβής όπως και η N_3 .

Τελικά η διαφορική εξίσωση της κίνησης γράφεται:

$$\Theta \ddot{\varphi} + \left(P_{\infty} + \frac{k^2}{R_{\text{ολ}}} \right) \dot{\varphi} + D^* \varphi = k \cdot I \quad (6)$$

και έχει την τυπική μορφή της εξίσωσης εξαναγκασμένης ταλαντώσεως.

Η ολική σταθερά αποσβέσεως είναι: $P = P_{\infty} + \frac{k^2}{R_{\text{ολ}}}$

Θα περιορισθούμε στη μελέτη της (6) για **σταθερό ρεύμα I** .

Στην περίπτωση αυτή η (6) ανάγεται στην (κανονικοποιημένη) ομογενή εξίσωση

$$\ddot{\xi} + 2\eta\omega_0 \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (7)$$

όπου θέσαμε (Βλ. και εξίσωση 3)

$$\begin{aligned} \varphi &= (\kappa / D^*) I + \xi \\ \omega_0 &= \sqrt{D^* / \Theta} \\ \eta &= P / 2\Theta\omega_0 \end{aligned} \quad (7a)$$

Η ω_0 είναι η ιδιοσυχνότητα της αμείωτης ταλάντωσης και η είναι η **ανηγμένη σταθερά αποσβέσεως ή παράγων απόσβεσης**. Η γωνία ξ είναι η απόκλιση από τη θέση ισορροπίας φ_0 . Η (7) δηλώνει ότι το πλαίσιο, που διαρρέεται από ρεύμα I εκτελεί ταλάντωση γύρω από τη θέση ισορροπίας, που αντιστοιχεί στο I , όμοια με την ταλάντωση γύρω από τη θέση ισορροπίας με ρεύμα $I = 0$, (όταν το κλειστό κύκλωμα έχει την ίδια ολική αντίσταση $R_{\text{ολ}}$).

Η χαρακτηριστική εξίσωση της (7) $\sigma^2 + 2\eta\omega_0\sigma + \omega_0^2 = 0$ έχει ρίζες

$$\sigma = -\eta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\eta^2 - 1}$$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

1) Μικρή απόσβεση, $\eta < 1$

Έχουμε τώρα: $\sigma = -\eta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \eta^2}$

και αν ορίσουμε: $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2}$ (8)

οι λύσεις της (6) έχουν την γενική μορφή

$$\varphi(t) = \frac{k}{D^*} I + A e^{\sigma_1 t} + B e^{\sigma_2 t} \quad \text{ή}$$

$$\varphi(t) = \left(\frac{k}{D^*} \right) I + e^{-\eta \omega_0 t} (A e^{j \omega t} + B e^{-j \omega t}) \quad (9)$$

Οι σταθερές A, B προσδιορίζονται από τις αρχικές συνθήκες $\varphi(0)$ και $\dot{\varphi}(0)$. Θα αναφερθούμε σε δύο υποπεριπτώσεις που συναντάμε στην πράξη.

Ακαριαίος μηδενισμός ρεύματος

Για $t < 0$ το ρεύμα είναι $I = I$ και για $t \geq 0$ το ρεύμα είναι $I = 0$ οπότε η (9) δίνει:

$$\varphi(t) = e^{-\eta \omega_0 t} (A e^{j \omega t} + B e^{-j \omega t}) \quad (10)$$

Από τις αρχικές συνθήκες: $\varphi(0) = \varphi_0 = \left(\frac{k}{D^*} \right) \cdot I$, $\dot{\varphi}(0) = 0$ προσδιορίζονται τα A και B:

$$A = \frac{\varphi_0}{2} \left\{ 1 - j \frac{\eta \omega_0}{\omega} \right\} \quad B = \frac{\varphi_0}{2} \left\{ 1 + j \frac{\eta \omega_0}{\omega} \right\}$$

τελικά (μετά από όχι πολλές πράξεις) η (10) γίνεται:

$$\varphi(t) = \varphi_0 (1 - \eta^2)^{-1/2} e^{-\eta \omega_0 t} \cos(\omega t - \sin^{-1} \eta) \quad (11)$$

2. Ακαριαία αποκατάσταση ρεύματος

Για $t < 0$ το ρεύμα είναι $I = 0$ και για $t \geq 0$, το ρεύμα είναι $I = I$.

Οπότε η (9) δίνει: $\varphi(t) = \left(\frac{k}{D^*} \right) I + e^{-\eta \omega_0 t} (A e^{j \omega t} + B e^{-j \omega t}) \quad (12)$

Από τις αρχικές συνθήκες που είναι τώρα $\varphi(0) = 0$ και $\dot{\varphi}(0) = 0$ προσδιορίζονται τα A και B:

$$A = \frac{\varphi_0}{2} \left\{ -1 + j \frac{\eta \omega_0}{\omega} \right\} \quad B = \frac{-\varphi_0}{2} \left\{ 1 + j \frac{\eta \omega_0}{\omega} \right\}$$

Τελικά η (12) γίνεται:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \eta^2}} (1 - \eta^2)^{-1/2} \cdot e^{-\eta \omega_0 t} \cos[\omega t - \sin^{-1} \eta] \quad (13)$$

Τόσο στην υποπερίπτωση 1 όσο και στην 2 έχουμε αποκατάσταση στη θέση ισορροπίας με φθίνουσα ταλάντωση και κυκλική "συχνότητα" ω που όπως φαίνεται από την (13) είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα ω_0 της αμείωτης ταλάντωσης.

Ο λόγος λ δύο ομορρόπων πλατών, που απέχουν χρονικά μία "περίοδο" $T = 2\pi/\omega$, όπως φαίνεται από τις (11) ή (12), είναι σταθερός και ονομάζεται λόγος αποσβέσεως.

$$\frac{A_0}{A_2} = \frac{A_1}{A_3} = \dots = \lambda = e^{2\pi \eta / \sqrt{1 - \eta^2}} \quad (14)$$

Η ποσότητα δ είναι λογαριθμική μείωση: $\delta = \ln \lambda = 2\pi \eta / \sqrt{1 - \eta^2} \quad (15)$

II) Μεγάλη απόσβεση, $\eta > 1$

Στην περίπτωση αυτή η χαρακτηριστική εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες και η λύση της (6) έχει τη μορφή:

$$\varphi(t) = \left(\frac{k}{D^*} \right) I + e^{-n\omega_0 t} (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t}) \quad (16)$$

$$\text{όπου: } \alpha = \omega_0 \sqrt{n^2 - 1}$$

Για τις αρχικές συνθήκες 1, 2, που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω η λύση γίνεται αντίστοιχα:

1. Ακαριαίος Μηδενισμός ρεύματος

$$\phi = \phi_0 (n^2 - 1)^{-1/2} e^{-n\omega_0 t} \cdot \sinh[\alpha t + \cosh^{-1} \eta]$$

2. Ακαριαία αποκατάσταση ρεύματος

$$\phi = \phi_0 \{1 - (n^2 - 1)^{-1/2} e^{-n\omega_0 t} \cdot \sinh[\alpha t + \cosh^{-1} \eta]\}$$

Στην περίπτωση της μεγάλης απόσβεσης έχουμε απεριοδική άφιξη στη θέση ισορροπίας, τόσο στην υποπερίπτωση 1 όσο και στην 2.

III) Οριακή ή κρίσιμη απόσβεση, $\eta = 1$

Στην περίπτωση αυτή η χαρακτηριστική εξίσωση έχει δύο ίσες ρίζες & η λύση έχει τη μορφή:

$$\varphi = \left(\frac{k}{D^*} \right) I + e^{-\omega_0 t} (At + B)$$

που με τις αρχικές συνθήκες 1 και 2 γίνεται:

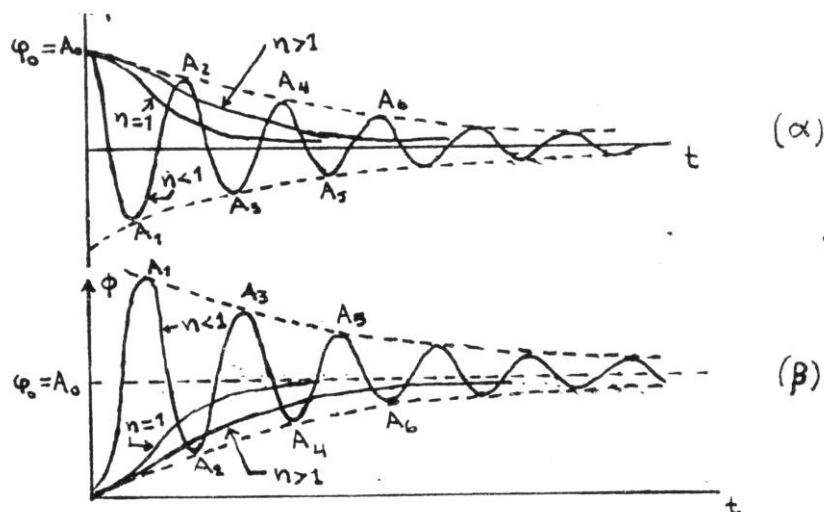
1. Ακαριαίος μηδενισμός ρεύματος: $\varphi = \varphi_0 e^{-\omega_0 t} (\omega_0 t + 1)$

2. Ακαριαία αποκατάσταση ρεύματος: $\varphi = \varphi_0 \{1 - e^{-\omega_0 t} (\omega_0 t + 1)\}$

Εδώ, όπως και στην περίπτωση με $\eta > 1$, έχουμε απεριοδική άφιξη στη θέση ισορροπίας.

Στην περίπτωση που: $\eta = 1$, έχουμε την ταχύτερη αποκατάσταση της ισορροπίας.

Οι λύσεις $\varphi(t)$ για τις περιπτώσεις I, II, III παριστάνονται στο Σχ. 3.



Σχ. 3. Μορφές ταλάντωσης του γαλβανόμετρου για υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη και κρίσιμη απόσβεση. Επάνω (α) διακοπή ρεύματος. Κάτω (β) αποκατάσταση ρεύματος.

Πειραματική Διαδικασία

1. Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών γαλβανομέτρου από πειραματικά δεδομένα

Τα βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη του γαλβανομέτρου είναι η ευαισθησία ε , η περίοδος $T_0 = 2\pi/\omega_0$, η αντίσταση του πλαισίου R_V , και η κρίσιμη αντίσταση R_K .

Αν μετρήσουμε την περίοδο T_∞ του γαλβανομέτρου σε ανοιχτό κύκλωμα ($R_{o\lambda} = \infty$), τον αντίστοιχο λόγο απόσβεσης λ και τα όμοια μεγέθη T_R , K_R σε κύκλωμα με γνωστή αντίσταση $R_{o\lambda}$, καθώς και την ευαισθησία ε_λ , μπορούμε να βρούμε με υπολογισμό τα υπόλοιπα μηχανικά και ηλεκτρικά μεγέθη.

Από τους λόγους απόσβεσης λ και την (15) προκύπτουν οι ανηγμένες^ο αποσβέσεις η . Σημειώνουμε ότι για $\lambda \leq 3$, που χρησιμοποιούμε στη μέτρηση, έχουμε $\eta^2 < 1$ και συνεπώς: $\eta \approx \ln \lambda / 2\pi$ με προσέγγιση καλύτερη από 2%.

Πρώτα βρίσκουμε την ω_0 . Για $\lambda \leq 3$ στην (8) παραλείπουμε το η^2 και θα έχουμε συνεπώς: $\omega_\infty \approx \omega_R \approx \omega_0$. Παίρνοντας τη μέση τιμή των T_∞ και T_R έχουμε:

$$\omega_0 \approx \frac{4\pi}{T_\infty + T_R} \quad (17)$$

Από την (7α) και την $P = P_\infty + \frac{k^2}{R_{o\lambda}}$ και για $R_{o\lambda} = \infty$ έχουμε: $P_\infty / 2\Theta = \omega_0 \eta_\infty$

και από την $P = P_\infty + \frac{k^2}{R_{o\lambda}}$ και για $R_{o\lambda} = R_{o\lambda}$ έχουμε:

$$\frac{k^2}{2R_{o\lambda}\Theta} = \omega_0(\eta_R - \eta_\infty) \quad (17a)$$

και από τις (7α) και (4) έχουμε $D^* / \Theta = \omega_0^2$ και $k/D^* = \varepsilon_\lambda$

Οι υπολογισμοί είναι πιο εύκολοι αν βρούμε το k και με αυτό εκφράσουμε τα υπόλοιπα άγνωστα μεγέθη D^* , Θ , P_∞ .

Έτσι από την (17α) και σε συνδυασμό με την (4) και (7α) βρίσκουμε:

$$\boxed{k = 2R_{o\lambda}(\eta_R - \eta_\infty)/\varepsilon_\lambda\omega_0}, \quad \boxed{D^* = k/\varepsilon_\lambda}, \quad \boxed{\Theta = k/\varepsilon_\lambda\omega_0^2}, \quad \boxed{P_\infty = 2\eta_\infty k/\varepsilon_\lambda\omega_0}$$

β) Υπολογισμός της κρίσιμης αντίστασης R_K

Θεωρώντας το $\eta = 1$, από την τρίτη από τις σχέσεις (7α) βρίσκουμε:

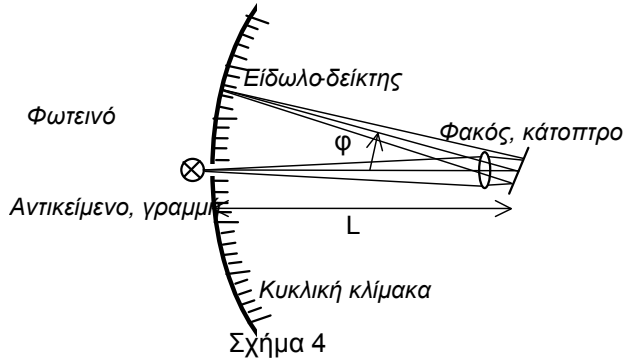
$$R_K = \frac{k^2}{2\Theta\omega_0 - P_\infty} \quad (18)$$

^ο Από το ρήμα ανάγω

2. Μέτρηση των μεγεθών γαλβανομέτρου

2α. Ευαισθησία γαλβανομέτρου

Από τον ορισμό φαίνεται ότι η ευαισθησία έχει μονάδα rad/A. Στην πράξη δεν μετρούμε τη γωνία ϕ_0 αλλά την αντίστοιχη απόκλιση s ενός φωτεινού δείκτη πάνω σε μία κλίμακα που απέχει L από το κάτοπτρο του γαλβανομέτρου (Σχήμα 4). Στην άσκηση η κλίμακα είναι κυκλική και η απόκλιση s αντιστοιχεί σε στροφή της ανακλώμενης δέσμης



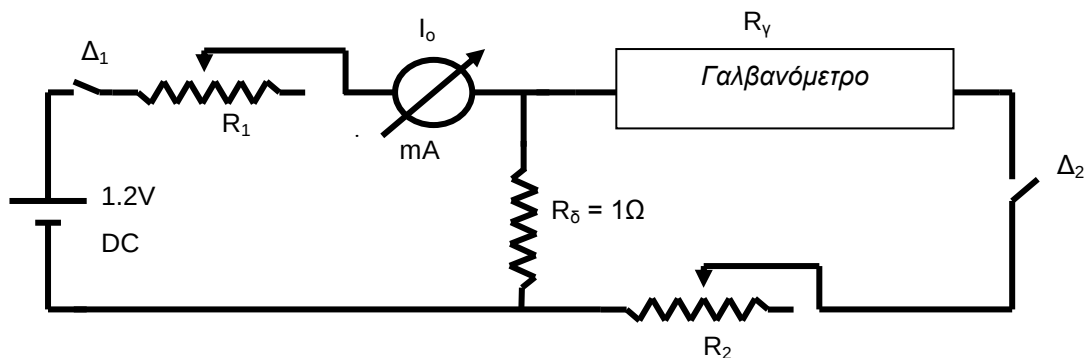
$$2\phi_0 = s/L$$

Για τον προσδιορισμό της ευαισθησίας διοχετεύουμε γνωστά ρεύματα I και μετρούμε τις αντίστοιχες αποκλίσεις ϕ . Επειδή τα ρεύματα αυτά είναι πολύ μικρά ώστε να μετρηθούν με μιλλιαμπερόμετρο, τα ρυθμίζουμε έτσι που να αποτελούν γνωστό κλάσμα μεγαλύτερων ρευμάτων που είναι μετρήσιμα με μιλλιαμπερόμετρο. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια του

κυκλώματος του Σχήματος 5.

Εύκολα βρίσκουμε ότι το ρεύμα I που περνάει από το γαλβανόμετρο είναι:

$$I = I_0 R_\delta / (R_\delta + R_2 + R_\gamma) \approx I_0 R_\delta / (R_2 + R_\gamma) \quad (19)$$



Η προσέγγιση αυτή ισχύει γιατί για να πετύχουμε $I \ll I_0$, λαμβάνουμε $R_\delta \ll R_2 + R_\gamma$. Από τις γνωστές τιμές των R_δ , R_2 , R_γ και την τιμή I_0 που δείχνει το μιλλιαμπερόμετρο βρίσκουμε το I .

Σχήμα 5 Συνδεσμολογία για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών γαλβανομέτρου.

2β. Περίοδος και απόσβεση

Διοχετεύουμε ικανό ρεύμα στο γαλβανόμετρο, ώστε να δείξει αρκετά μεγάλη απόκλιση $\phi_0 = A_0$. Διακόπτουμε το ρεύμα I_0 ανοίγοντας τον διακόπτη Δ_1 και συγχρόνως ξεκινάμε ένα χρονόμετρο. Διαβάζουμε στην κλίμακα του οργάνου και σημειώνουμε τα διαδοχικά πλάτη $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$. Σύγχρονα με την τελευταία ανάγνωση A_n σταματούμε το χρονόμετρο. Από την ένδειξη του χρονομέτρου προσδιορίζεται η περίοδος T_R για $R = R_2 + R_\gamma + R_\delta \approx R_2 + R_\gamma$. Η λογαριθμική μείωση δ βρίσκεται με βάση τις (14) και (15), λαμβάνοντας το μέσο λογάριθμο (νεπέρειο) των διαδοχικών ομορρόπων πλατών. Οι ποσότητες T_∞ και δ_∞ βρίσκονται με

τον ίδιο τρόπο ανοίγοντας τον διακόπτη Δ_2 οπότε το γαλβανόμετρο κάνει ταλάντωση σε ανοιχτό κύκλωμα.

2γ. Κρίσιμη αντίσταση R_k

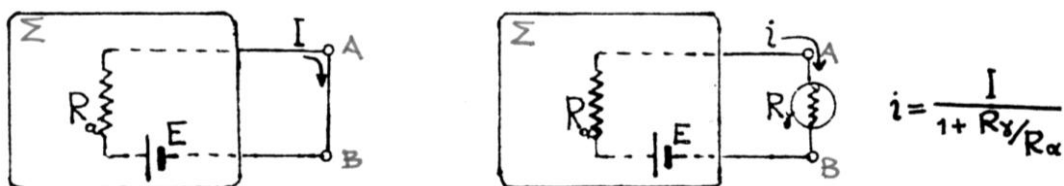
Για να μετρήσουμε την κρίσιμη αντίσταση διοχετεύουμε ρεύμα στο γαλβανόμετρο και ανοίγουμε τον διακόπτη Δ_1 . Αν το όργανο φθάνει τη θέση ισορροπίας απεριοδικά (περιοδικά) μεγαλώνουμε (μικραίνουμε) την αντίσταση R_2 και διοχετεύουμε πάλι ρεύμα. Έτσι αυξάνοντας ή ελαττώνοντας την απόσβεση με διαδοχικές δοκιμές πετυχαίνουμε μια τιμή R_{2k} της R_2 τέτοια που το όργανο **μόλις να ξεπερνάει** τη θέση ισορροπίας. Η κρίσιμη αντίσταση είναι $R_k \approx R_y + R_{2k}$.

Με την μέτρηση της ευαισθησίας ϵ_i και των $T_R, T_\infty, \delta_R, \delta_\infty$ προσδιορίζουμε όλα τα μεγέθη όπως περιγράφηκε πριν. Η σύγκριση της έμμεσα προσδιορισμένης κρίσιμης αντίστασης R_k από την (18), με την άμεσα μετρούμενη μας δίνει τη δυνατότητα να ελεγχθεί το πείραμα.

3. Επίδραση οργάνου στην μέτρηση

3α. Μέτρηση ρεύματος

Έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε το ρεύμα I που διαρρέει έναν αγωγό AB μιας συσκευής Σ . Έστω R_a η αντίσταση που μετρούμε από το AB **όταν λείπει ο αγωγός AB**. Η κυκλοφορία του I απαιτεί ύπαρξη ΗΕΔ $E = R_a I$. Για τη μέτρηση του ρεύματος διακόπτουμε τον αγωγό και παρεμβάλουμε γαλβανόμετρο με αντίσταση R_y το ρεύμα θα αλλάξει σε i ώστε: $E = (R_a + R_y) i$.



Σχ. 6. Επίδραση οργάνου στη μέτρηση ρεύματος

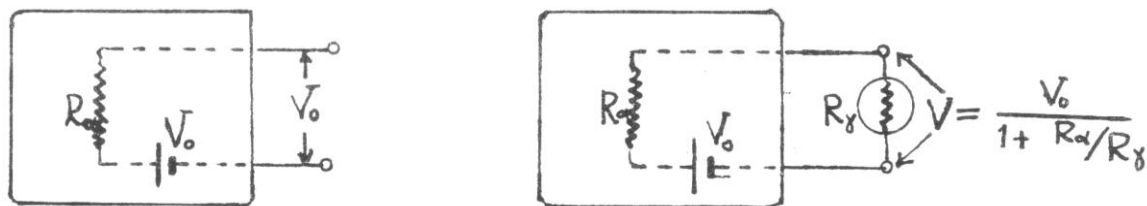
Το όργανο θα δείχνει απόκλιση ϕ_0 που αντιστοιχεί σε ρεύμα: $i = \frac{I}{1 + (R_y / R_a)}$, δηλαδή:

$$\phi_0 = \epsilon_\lambda \cdot i = \frac{\epsilon_\lambda}{1 + (R_y / R_a)} \cdot I \quad (19)$$

Παρατηρούμε ότι $i \rightarrow I$ όταν $(R_y / R_a) \rightarrow 0$. Για $R_a \rightarrow \infty$, οι συνθήκες μέτρησης είναι ιδανικές. Πηγές με πρακτικά άπειρο R_a είναι τα φωτοκύτταρα, οι φωτοπολλαπλασιαστές, οι θάλαμοι ιονισμού κ.α.. Σε τέτοιες πηγές το ρεύμα είναι ανεξάρτητο από την εξωτερική αντίσταση R_y και ίσο με το ρεύμα βραχυκύκλωσης I .

3β. Μέτρηση τάσης

Έστω ότι δύο σημεία μιας συσκευής έχουν διαφορά δυναμικού V_0 την οποία θέλουμε να μετρήσουμε με ένα όργανο.



Σχ.7. Επίδραση οργάνου στη μέτρηση τάσης

Αν R_a η αντίσταση που ορίσθηκε στο (α) παραπάνω μετά τη σύνδεση του οργάνου θα έχουμε ρεύμα $i = \frac{V_o}{R_a + R_\gamma}$ και η τάση V που θα μετράει το όργανο θα είναι:

$$V = R_\gamma i = \frac{V_o}{1 + (R_a / R_\gamma)} \quad (21)$$

Παρατηρούμε ότι “ιδανικές συνθήκες” για τη μέτρηση τάσης έχουμε όταν $R_a \ll R_\gamma$ γιατί τότε: $V \approx V_o$.

Κανόνας: Από τα προηγούμενα φαίνεται ότι η τροποποίηση του ρεύματος ή της τάσης που προκαλεί το όργανο μέτρησης καθορίζεται από το λόγο της αντίστασης του οργάνου R_γ και της αντίστασης R_a που φαίνεται από τα σημεία σύνδεσης του οργάνου πριν αυτό συνδεθεί.

3γ. Επίτευξη της κρίσιμης απόσβεσης

Η ύπαρξη της κρίσιμης απόσβεσης επιδιώκεται γιατί ελαττώνει το χρόνο απόκρισης του οργάνου και το χρόνο μετρήσεων. Η μηχανική απόσβεση P_∞ είναι συνήθως πολύ μικρότερη από την επαγωγική απόσβεση $\frac{B\eta\lambda_1\lambda_2}{R_{o\lambda}} / R_{o\lambda}$. Η αντίσταση $R_{o\lambda}$ του κλειστού κυκλώματος του γαλβανόμετρου εκλέγεται ίση με (στην πράξη λίγο μεγαλύτερη από) την κρίσιμη τιμή R_k .

Αν πρόκειται να μετρήσουμε ρεύμα μίας πηγής με μεγάλη αντίσταση R_a (π.χ. φωτοκύτταρο), τότε το γαλβανόμετρο πάλλεται πρακτικά σε ανοιχτό κύκλωμα ($R_{o\lambda} = \infty$) και ο χρόνος για την αποκατάσταση ισορροπίας είναι μεγάλος. Για την επίτευξη κρίσιμης απόσβεσης συνδέουμε στους ακροδέκτες του οργάνου μια αντίσταση R τέτοια ώστε να έχουμε $R_\gamma + R = R_k$.

Αν η αντίσταση R_a της πηγής του ρεύματος είναι μεγαλύτερη από την R_γ αλλά πεπερασμένη, τότε η R που θα συνδεθεί στους ακροδέκτες του οργάνου εκλέγεται τέτοια που να έχουμε: $R_\gamma + (R^{-1} + R_a^{-1})^{-1} = R_k$.

Για την επίτευξη κρίσιμης απόσβεσης όταν πρόκειται να μετρηθεί τάση από πηγή με μικρή εσωτερική αντίσταση η πρόσθετη αντίσταση R μπαίνει σε σειρά με τη πηγή. Φυσικά η εισαγωγή της αντίστασης R αλλάζει τη διανομή του ρεύματος ή της τάσης ανάλογα με την περίπτωση, σύμφωνα με τις σχέσεις (20) ή (21). Η αλλαγή αυτή σε μερικά όργανα αποφεύγεται με δεύτερη περιέλιξη πάνω στο κινητό σύστημα που καταλήγει σε ιδιαίτερους ακροδέκτες, στους οποίους συνδέεται εξωτερική αντίσταση κατάλληλη για την επίτευξη κρίσιμης απόσβεσης. Στο δεύτερο αυτό κλειστό κύκλωμα δημιουργείται ρεύμα επαγωγής που προκαλεί αντίστοιχη απόσβεση.

3δ. Τεχνάσματα για γρήγορη ισορρόπηση του γαλβανόμετρου.

Αν, για οποιοδήποτε λόγο, θέλουμε να ακινητοποιήσουμε γρήγορα το γαλβανόμετρο βραχυκυκλώνουμε τους ακροδέκτες του, τη στιγμή που περνάει τη θέση ισορροπίας. Επειδή $R_{o\lambda} = 0$ έχουμε μέγιστη απόσβεση και ακαριαία ακινητοποίηση.

4. Βαλλιστικό γαλβανόμετρο

Αν από ένα γαλβανόμετρο περάσει ρεύμα, που διαρκεί χρόνο τ πολύ μικρότερο από την ιδιοπερίοδο T_o του πλαισίου, τότε η μέγιστη απόκλιση ϕ_m του πλαισίου είναι ανάλογη προς το ολοκλήρωμα: $\int I(t)dt$, δηλαδή με το φορτίο q .

Το Γαλβανόμετρο στην περίπτωση αυτή καλείται **βαλλιστικό** και χρησιμεύει στη μέτρηση ηλεκτρικών φορτίων. Η κίνηση περιγράφεται με τη διαφορική εξίσωση (6) και η μελέτη χωρίζεται στα χρονικά στάδια:

I. Για $0 \leq t \leq \tau$. Επειδή $\tau \ll T_0$, το πλαίσιο δεν έχει προφθάσει να στραφεί αλλά στο χρονικό διάστημα τ , κάτω από την επίδραση της ώθησης ροπής, αλλάζει η στροφορμή του από 0 σε L_0 . Επειδή: $\Delta L = \text{ώθηση ροπής}$, έχουμε:

$$L_0 - 0 = \int_0^\tau N_1 dt = \int_0^\tau k \cdot I(t) dt = kq \Rightarrow L_0 = kq \quad (22)$$

II. Για $t \geq \tau \approx 0$. Η κίνηση του πλαισίου περιγράφεται από την εξίσωση (7) με $\xi = \varphi$. Οι αρχικές συνθήκες είναι:

$$\varphi(0) = 0 \text{ \& } \dot{\varphi}(0) = L_0 / \Theta = (k / \Theta)q \quad (23)$$

Τώρα βάζοντας τις (23) στις κατάλληλες λύσεις της (6) ανάλογα με τη τιμή του συντελεστή απόσβεσης η βρίσκουμε εύκολα τις εκφράσεις:

α) Μικρή απόσβεση: $\eta < 1$

Αν για συντομία γραφής θέσουμε:

$$b_0 = \frac{k}{\sqrt{D^* \Theta}} \quad (24)$$

βρίσκουμε (αφού $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2}$), $\varphi = b_0 q (1 - \eta^2)^{-1/2} e^{-\eta \omega_0 t} \sin \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2} \cdot t$

Η μέγιστη απόκλιση φ_m είναι:

$$\varphi_m = b_0 q \exp \left\{ \left(\frac{-\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} \right) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{\eta} \right) \right\} \quad (25\alpha)$$

β) Μεγάλη απόσβεση: $\eta > 1$

$\varphi = b_0 q (\eta^2 - 1)^{-1/2} e^{-\eta \omega_0 t} \sinh \omega_0 \sqrt{\eta^2 - 1} \cdot t$

Η μέγιστη απόκλιση φ_m είναι τώρα:

$$\varphi_m = b_0 q \exp \left\{ \left(\frac{-\eta}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) \tanh^{-1} \left(\frac{\sqrt{\eta^2 - 1}}{\eta} \right) \right\} \quad (25\beta)$$

γ) Κρίσιμη απόσβεση: $\eta = 1$

Είναι: $\varphi = b_0 q \omega_0 t \cdot e^{-\omega_0 t}$, οπότε από την σχέση: $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, θα έχουμε:

$$\varphi_m = b_0 q / e \quad (25\gamma)$$

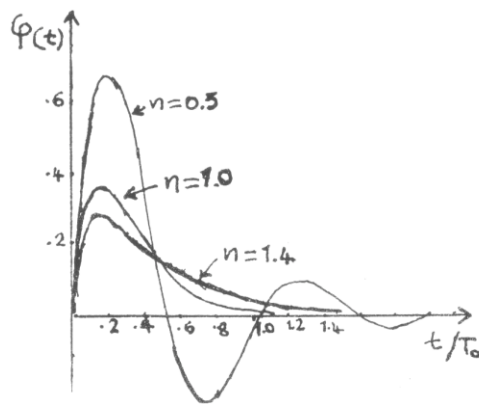
Από τις εκφράσεις (25) φαίνεται ότι η μέγιστη απόκλιση φ_m είναι ανάλογη με το φορτίο q . Ο συντελεστής αναλογίας b στη σχέση.

$$\varphi_m = b \cdot q \quad (26)$$

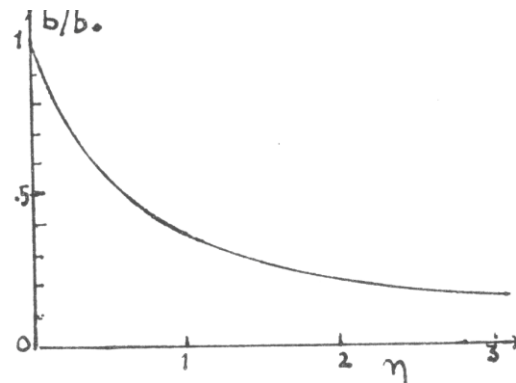
ονομάζεται **βλητική σταθερά** του βαλλιστικού γαλβανομέτρου: Από τις εκφράσεις (25) φαίνεται ότι η βλητική σταθερά εξαρτάται από την απόσβεση η , δηλαδή από την αντίσταση του κυκλώματος του οργάνου. Η ποσότητα b_0 είναι η βλητική σταθερά για μηδενική απόσβεση $\eta = 0$.

Το Σχ. 8 δείχνει την απόκλιση $\varphi(t)$ και το Σχ.9 την μεταβολή της βλητικής σταθεράς με την απόσβεση η . Όπως φαίνεται από τα προηγούμενα το βαλλιστικό γαλβανόμετρο πρέπει να

έχει μεγάλη περίοδο T_0 σχετικά με τον χρόνο διέλευσης του ρεύματος. Η αύξηση της T_0 μπορεί να γίνει με ελάττωση του D^* του νήματος ανάρτησης του πλαισίου, ή, ευκολότερα, με προσθήκη στον άξονα του πηνίου ενός δίσκου που αυξάνει τη ροπή αδρανείας Θ .



Σχ.8. Χρονική μεταβολή της φ για τρεις αποσβέσεις



Σχ.9. Μεταβολή της βλητικής σταθεράς με την απόσβεση

5. Μέτρηση μαγνητικού πεδίου με εκβαλλόμενο πηνίο και βαλλιστικό γαλβανόμετρο

Έστω ότι στην περιοχή μαγνητικού πεδίου $\mathbf{B}$ έχουμε μικρό πηνίο με N σπείρες κάθετες στο $\mathbf{B}$. Το πηνίο συνδέεται με βαλλιστικό γαλβανόμετρο. Αν απομακρύνουμε το πηνίο γρήγορα σε θέση στην οποία είναι $\mathbf{B} = 0$ από το κλειστό κύκλωμα θα περάσει φορτίο q .

$$\text{Έχουμε: } q = \int Idt = \int \frac{1}{R_{\text{ολ}}} E_{\text{επ}}(t) dt = -\frac{N}{R_{\text{ολ}}} \int \frac{d\Phi}{dt} dt = -\frac{N}{R_{\text{ολ}}} \int d \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) = \frac{NSB}{R_{\text{ολ}}}$$

όπου $\mathbf{S}$ το μέσο εμβαδόν των σπειρών του πηνίου και $R_{\text{ολ}}$ η ολική αντίσταση του κυκλώματος (και με την προϋπόθεση ότι η μαγνητική ροή είναι σταθερή εντός του πηνίου).

Αν $\tau \ll T_0$ θα έχουμε μέγιστη απόκλιση: $\phi_m = b \cdot q$, που σε συνδυασμό με την παραπάνω:

$$B = \frac{R_{\text{ολ}}}{bNS} \cdot \phi_m$$

Βαθμολογία βαλλιστικού γαλβανόμετρου

α) Έμμεσος προσδιορισμός της βλητικής σταθεράς

Από τις σχέσεις (24) και (25) φαίνεται ότι η βλητική σταθερά είναι συνάρτηση των μεγεθών K , D^* , Θ και της ανηγμένης απόσβεσης η που καθορίζεται από τα προηγούμενα μεγέθη και τα P_∞ και $R_{\text{ολ}}$. Ωστε είναι δυνατός ο υπολογισμός της βλητικής σταθεράς b για κάθε αντίσταση $R_{\text{ολ}}$, αν είναι γνωστά τα χαρακτηριστικά του γαλβανόμετρου.

β) Άμεσος μέτρηση της βλητικής σταθεράς

Η μέτρηση γίνεται με διοχέτευση γνωστού φορτίου q και μέτρησης της μέγιστης απόστασης ϕ_m . Ο ευκολότερος τρόπος για την διοχέτευση γνωστού φορτίου είναι η εκφόρτιση ενός πυκνωτή γνωστής χωρητικότητας C και φορτισμένου σε γνωστή τάση V , οπότε $q=CV$.

Η μέτρηση γίνεται με τη βοήθεια της συνδεσμολογίας του Σχ. 10.

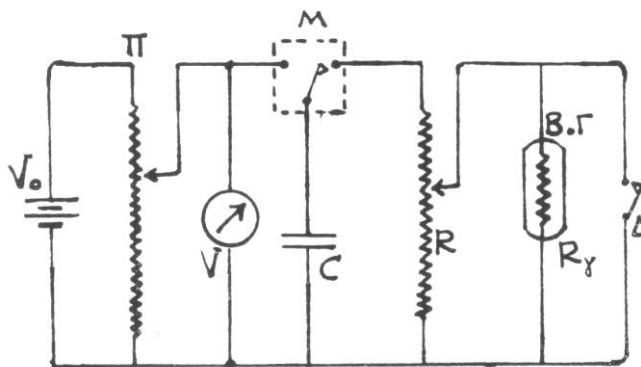
Με το ποτενσιόμετρο Π φορτίζουμε τον πυκνωτή σε διάφορες τάσεις V . Η αντίσταση R είναι πρότυπη. Με τον μεταγωγό M , που είναι ειδικός για γρήγορη μεταγωγή, ώστε να μην εκφορτίζεται στο μεταξύ ο πυκνωτής, διοχετεύεται από το βαλλιστικό γαλβανόμετρο φορτίο:

$$q = C \cdot V \frac{1}{1 + (R_y / R)}$$

Η ολική αντίσταση του κυκλώματος του γαλβανομέτρου είναι:

$R_{ολ} = R + R_y$. Για κάθε R μετρούμε το ϕ_m συναρτήσει του αντίστοιχου q . Από την κλίση της ευθείας $\phi_m = f(q, R = σταθ)$

βρίσκουμε την βλητική σταθερά b συναρτήσει της εξωτερικής αντίστασης R . Ο διακόπτης Δ χρησιμεύει για την ακινητοποίηση του οργάνου μετά από κάθε μέτρηση.



Σχ.10. Συνδεσμολογία για την βαθμολογία βαλλιστικού γαλβανομέτρου

Μετρήσεις

1. Πραγματοποιήστε το κύκλωμα της άσκησης.
2. Για την μέτρηση της ευαισθησίας, διαβιβάστε ρεύμα I_0 (περίπου 0.2 mA) και μετρήστε την απόκλιση S της κηλίδας στην κλίμακα (προσέξτε η κηλίδα προέρχεται από ανάκλαση δέσμης πάνω στο κάτοπτρο του πλαισίου του Γαλβανομέτρου).
3. Για την εύρεση της περιόδου T και του λόγου απόσβεσης λ μετρήστε τον χρόνο για 4 πλήρεις ταλαντώσεις του γαλβανομέτρου (συνολικά) καθώς και τα πλάτη της ταλάντωσης. Ξεκινήστε πάντα με το ίδιο αρχικό πλάτος A_0 .

(Όταν $R_2 = \infty$ τότε ο Δ_2 είναι ανοικτός)

Πίνακας μετρήσεων

$z \Omega$	ΠΛΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ (ενδείξεις)								$T (s)$	$\lambda + \delta \lambda$	n
∞											
4000											
....											
....											

Σημείωση: Η απόσβεση υπολογίζεται από τη σχέση: $\ln \lambda = \frac{2\pi m}{\sqrt{1 - n^2}}$

4. Υπολογίστε την ροπή αδράνειας Θ , την σταθερά στρέψης D^* , τη n σταθερά του γαλβανομέτρου k , την μηχανική απόσβεση P_∞ και την επαγωγική απόσβεση $k^2 / R_{ολ}$ (για τις διάφορες R_2).
5. Για την εύρεση της κρίσιμης αντίστασης R_k , μετρήστε τον χρόνο που χρειάζεται να επανέλθει το γαλβανόμετρο στη θέση ισορροπίας και να ηρεμήσει ξεκινώντας από

Άσκηση Γ4. Μέτρηση του λόγου e/m_e

Προαπαιτούμενες γνώσεις

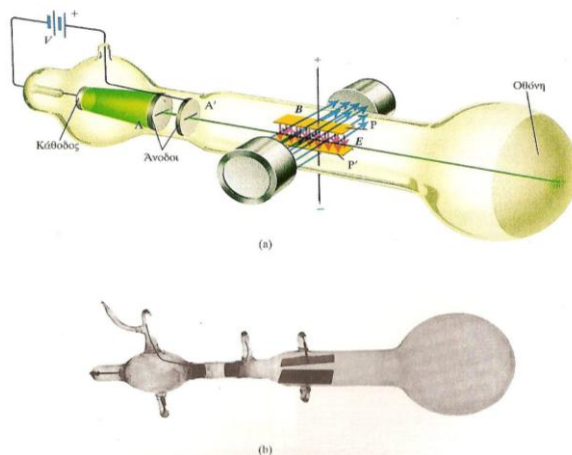
- Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο- Δυνάμεις Laplace
- Έργο εξαγωγής
- Ιονισμός αερίου

Σκοπός της άσκησης

Σκοπός αυτής της άσκησης είναι να μετρήσουμε το λόγο e/m , όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου και m η μάζα του, βασιζόμενοι στην επίδραση ομογενούς μαγνητικού πεδίου σε δέσμη κινουμένων ηλεκτρονίων κάθετα στο μαγνητικό αυτό πεδίο.

Ιστορική αναδρομή

Η μέτρηση του λόγου e/m_e δηλαδή του λόγου του φορτίου του ηλεκτρονίου προς τη μάζα του έγινε για πρώτη φορά το 1897 από τον Βρετανό φυσικό J.J. Thomson, (1856-1940), στο εργαστήριο Cavendish του Πανεπιστημίου του Cambridge. Ήθελε να διερευνήσει αν οι καθοδικές ακτίνες (Lenard, Νόμπελ Φυσικής 1905), που εκείνη την εποχή ήταν «πονοκέφαλος» για τους επιστήμονες, έφεραν φορτίο. Η ιδέα του ήταν να τους επιτρέψει να περάσουν μέσα από ένα σωλήνα, όπου είχε δημιουργήσει κενό. Η εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου θα ξεκαθάριζε τα πράγματα, διότι αν αυτές ήταν φορτισμένες τότε θα εκτρέπονταν από τη πορεία τους. Για το πείραμα χρησιμοποιήθηκε η λυχνία, το σχηματικό διάγραμμα και η φωτογραφία της οποίας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



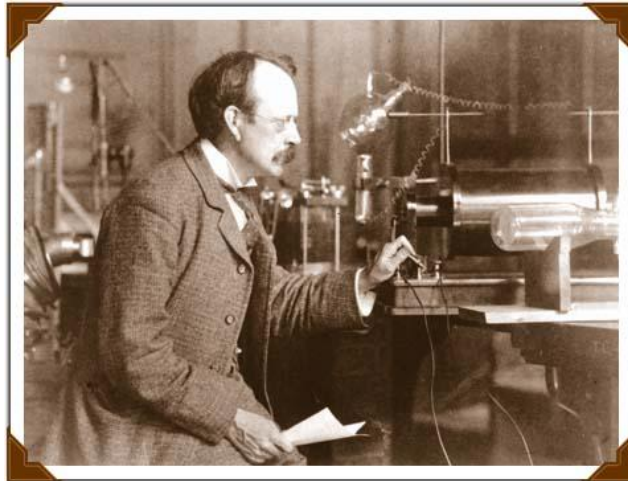
Σχ.1. α) Σχηματική παράσταση της συσκευής Thomson.
β) Φωτογραφία της συσκευής που χρησιμοποίησε ο Thomson.

Το συμπέρασμα των πρώτων πειραμάτων οδήγησε τον Thomson στην άποψη ότι οι καθοδικές ακτίνες είναι «αρνητικός ηλεκτρισμός φερόμενος από υλικά σωματίδια». Αλλά, συνέχισε, «τί είναι αυτά τα σωματίδια;» Για να διευκρινίσει περισσότερο αυτά τα θέματα, πραγματοποίησε επιπλέον πειράματα, κατά τα οποία οι καθοδικές ακτίνες διέρχονταν από λυχνία κενού και με εφαρμογή μαγνητικού πεδίου αυτές εκτρέπονταν από τη πορεία τους, πράγμα που γινόταν αντιληπτό από το ίχνος στο φωτοευαίσθητο απέναντι τοίχωμα της λυχνίας. Με το πείραμα αυτό μπόρεσε να υπολογίσει το λόγο e/m και να διατυπώσει την άποψη ότι οι καθοδι-

κές ακτίνες είναι φορτισμένα σωματίδια, που αυτός ονόμασε «corpuscles» (από το λατινικό corpus=σώμα). Το άτομο δεν θεωρείται πια αδιαίρετο.

Το πιο σημαντικό αποτέλεσμα ήταν ότι βρήκε μια και μοναδική τιμή για το λόγο e/m , τιμή που δεν επηρεαζόταν ούτε από το υλικό της καθόδου, το αέριο του σωλήνα ή άλλες συνθήκες του πειράματος. Αυτό έδειξε ότι τα σωματίδια της δέσμης, που τώρα ονομάζουμε ηλεκτρόνια, είναι κοινό συστατικό της ύλης. Έτσι στον Thomson αποδίδεται η ανακάλυψη του πρώτου υποατομικού σωματιδίου, του ηλεκτρονίου.

Δεκαπέντε χρόνια αργότερα ο Millikan κατόρθωσε να μετρήσει με ακρίβεια το φορτίο του ηλεκτρονίου. Η τιμή αυτή μαζί με τη τιμή του λόγου e/m κάνει δυνατό το προσδιορισμό της μάζας του ηλεκτρονίου.



Ο J.J.Thomson στο εργαστήριό του στο Cavendish του Cambridge

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από ειδική λυχνία σφαιρικού σχήματος που περιέχει αέριο σε χαμηλή πίεση. Ηλεκτρονικό τηλεβόλο που βρίσκεται μέσα σε αυτή εκπέμπει και επιταχύνει ηλεκτρόνια. Η λυχνία αυτή βρίσκεται στηριγμένη μεταξύ πηνίων Helmholtz. Τα πηνία Helmholtz είναι δύο πηνία που απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με την ακτίνα τους. Όταν τα πηνία διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα, στο χώρο μεταξύ τους αποδεικνύεται ότι υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο. Συνεπώς η λυχνία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Όταν η δέσμη των ηλεκτρονίων εισέλθει στο χώρο αυτό με μια ταχύτητα v , η τροχιά τους καμπυλώνεται και διαγράφει κύκλο. Συγχρόνως, τα ηλεκτρόνια της δέσμης, συγκρούονται με τα μόρια του αερίου της λυχνίας, οπότε τα μόρια του αερίου εκπέμπουν φως (διεγείρομενα από τη σύγκρουση και στη συνέχεια αποδιεγειρόμενα) κι έτσι η τροχιά των ηλεκτρονίων γίνεται ορατή.

Στο πειραματικό μέρος, τροφοδοτούμε τα πηνία με ρεύμα οπότε δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο στο χώρο που βρίσκεται η λυχνία. Τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από το τηλεβόλο, επιταχύνονται με μια δεδομένη τάση και καθώς εισέρχονται κάθετα στο μαγνητικό πεδίο διαγράφουν, , καμπύλη τροχιά της οποίας την ακτίνα μετρούμε. Το μαγνητικό πεδίο B παίρνει διάφορες τιμές, ρυθμιζόμενο με διάφορες τιμές του ρεύματος I που διαρρέει τα πηνία. Η ακτίνα της τροχιάς των ηλεκτρονίων μεταβάλλεται ανάλογα με τις τιμές του B . Χαράσσουμε ευθείες $B = f(r^{-1})$ για διάφορες τιμές υψηλής τάσης του ηλεκτρονικού τηλεβόλου. Από τις κλίσεις τους και βάσει της παρακάτω αναπτυσσόμενης θεωρίας, υπολογίζουμε το λόγο e/m_e .

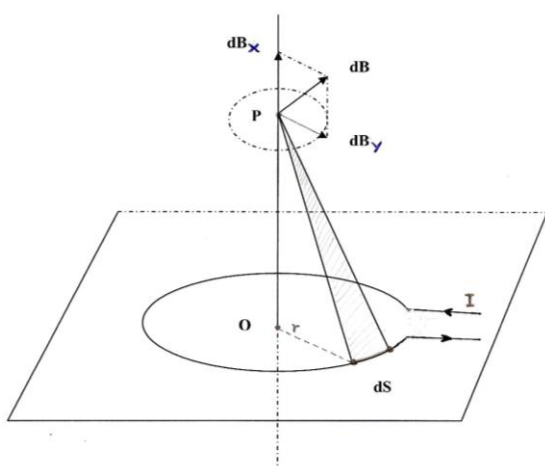
Θεωρητικό Μέρος

1. Μαγνητικό πεδίο στον άξονα δακτυλίου που διαρρέεται από ρεύμα

Αν έχουμε ένα συρμάτινο κυκλικό δακτύλιο ακτίνας R που κείται στο επίπεδο yz και διαρρέεται από ρεύμα I , τότε στο περιβάλλον του δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται πάνω στον άξονα συμμετρίας του δακτυλίου, στο σημείο P , που απέχει απόσταση x από το κέντρο του δακτυλίου (από το επίπεδο yz) υπολογίζεται ως εξής: Το μέτρο του στοιχειώδους μαγνητικού πεδίου dB στο σημείο P , που απέχει απόσταση $r = \sqrt{x^2 + R^2}$, (λόγω του ρεύματος που διαρρέει το στοιχειώδες τμήμα ds) δίνεται από τη σχέση:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{x^2 + R^2}$$

Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στο στοιχειώδες ds είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τα ds και r .



Αναλύουμε το διάνυσμα dB στη dB_x παράλληλη προς τον άξονα x και στη dB_z παράλληλη προς τον άξονα y (άρα κάθετο στο x). Αν αθροίσουμε τα dB_z το αποτέλεσμα είναι μηδέν διότι αυτά, ανά δύο συμμετρικά, αλληλοαναιρούνται. Άρα το συνιστάμενο πεδίο στο σημείο P του άξονα κατευθύνεται παράλληλα με τον άξονα. Για να το βρούμε πρέπει να ολοκληρώσουμε τη συνιστώσα του dB_x που είναι $dB \cos\theta$.

Τελικά το B είναι $B = iB_x$, όπου $B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds \cos\theta}{x^2 + R^2}$ και το ολοκλήρωμα υπολογίζεται περιμετρικά στο δακτύλιο.

Αλλά τα x , θ , R , είναι σταθερά για όλα τα στοιχειώδη τμήματα του δακτυλίου. Επίσης $\cos\theta = \frac{R}{(x^2 + R^2)^{1/2}}$.

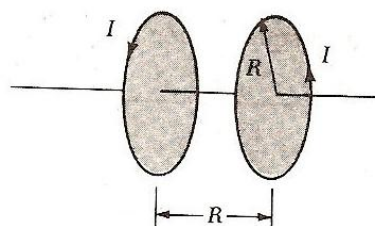
$$\text{Έτσι βρίσκουμε ότι: } B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(x^2 + R^2)^{3/2}} \oint ds = \frac{\mu_0 I R^2}{2((x^2 + R^2)^{3/2})} \quad (1)$$

(όπου $\oint ds = 2\pi R$ περίμετρος κύκλου).

2. Μαγνητικό πεδίο στον άξονα δύο κυκλικών δακτυλίων που διαρρέονται από ρεύμα

Αν, τώρα, έχουμε δύο κυκλικά πηνία, ακτίνας R το καθένα και κάθετα στον κοινό άξονά τους, με κέντρα που απέχουν επίσης απόσταση R , και που διαρρέονται από σταθερό ρεύμα I της ίδιας φοράς και για τα δύο πηνία, τότε το μαγνητικό πεδίο στο μέσον της απόστασης και πρακτικά κατά μήκος του άξονά τους είναι ομογενές.

Αυτή η ιδιαίτερη διάταξη ονομάζεται «πηνία Helmholtz»



και χρησιμοποιείται ευρέως στο εργαστήριο για τη παραγωγή ομογενούς μαγνητικού πεδίου σε περιορισμένο χώρο.

Το μαγνητικό πεδίο στον άξονά τους και σε απόσταση x από το κέντρο του πρώτου είναι:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(2R^2 + x^2 - 2Rx)^{3/2}} \right)$$

Αναλύοντας τη παρένθεση κατά Taylor (αναφορά) γύρω στο σημείο $x = 0$, καταλήγουμε ότι:

$$B = \frac{0.715 \mu_0 I}{R}$$

και αν έχουμε N σπείρες ανά πηνίο, τότε έχουμε:

$$B = \frac{0.715 \mu_0 I N}{R} \quad (2)$$

Προσοχή: Η (2) ισχύει όταν το «εύρος» των N σπειρών είναι μικρό σε σχέση με το R ώστε πρακτικά οι N σπείρες να αποτελούν κυκλικό αγωγό.

Πειραματική διαδικασία

Μελέτη της κίνησης των ηλεκτρονίων σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Υπολογισμός του πηλίκου $\frac{e}{m_e}$

Όπως υπολογίσαμε, το μαγνητικό πεδίο κατά μήκος του άξονα συμμετρίας δύο κυκλικών πηνίων Helmholtz που διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα είναι πρακτικά ομογενές και δίνεται από τη σχέση:

$$B = 0.715 \frac{\mu_0 N I}{R} \quad (1)$$

όπου N το πλήθος των σπειρών R η ακτίνα των πηνίων I το ρεύμα που τα διαρρέει.

Τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται θερμιοδικά από τη κάθοδο επιταχύνονται από την ανοδική τάση V . Η κινητική τους ενέργεια θα δίνεται από την σχέση:

$$eV = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad (2)$$

Τα ηλεκτρόνια που εισέρχονται με ταχύτητα v σε μαγνητικό πεδίο έντασης B και υφίστανται δύναμη κατά Laplace ίση με $\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Αν η $\mathbf{v}$ είναι κάθετη στο $\mathbf{B}$, όπως στην περίπτωση μας, τότε τα ηλεκτρόνια θα εκτελέσουν κυκλική τροχιά και θα ισχύει:

$$evB = \frac{mv^2}{R} \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) έχουμε:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2V}{B^2 R^2} \quad (4)$$

$$\text{Η (4) δίνει } B^2 = \frac{2Vm_e}{er^2} \text{ και } B = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2Vm_e}{e}}$$

$$\text{Αλλά } \mathbf{B} = \mathbf{B}_{\pi\eta\nu} + \mathbf{B}_{\gamma\eta\varsigma}. \text{ Αν } \mathbf{B}_{\pi\eta\nu} \parallel \mathbf{B}_{\gamma\eta\varsigma}, B_{\pi\eta\nu} + B_{\gamma\eta\varsigma} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2Vm_e}{e}} \Rightarrow B_{\pi\eta\nu} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{2Vm_e}{e}} - B_{\gamma\eta\varsigma}$$

(5)

$$\text{Καλούμε το μέγεθος: } \kappa = \sqrt{\frac{2Vm_e}{e}}$$

$$\text{Η (5) γίνεται: } \mathbf{B}_{\pi\eta\nu} = \frac{1}{r} \kappa - \mathbf{B}_{\gamma\eta\varsigma}, \quad (5')$$

σχέση που παριστάνει ευθεία κλίσης κ και τεταγμένη επί την αρχή $B_{\gamma\eta\varsigma}$.

$$\text{Άρα υπολογίζουμε τη κλίση κ και αφού } \kappa = \sqrt{\frac{2Vm_e}{e}} \text{ τότε:}$$

$$\boxed{\frac{e}{m_e} = \frac{2V}{\kappa^2}} \quad (6)$$

Τελικά το πηλίκον $\frac{e}{m_e}$ υπολογίζεται αν γνωρίζουμε το V (ανοδική τάση) και υπολογίσουμε το κ (κλίση της ευθείας που παριστάνεται με τη (5')).

Χαράζουμε ευθείες (5') για διάφορες τιμές του V, υπολογίζουμε το λόγο $\frac{e}{m_e}$ για κάθε μια από αυτές και βρίσκουμε τη μέση τιμή του.

Μετρήσεις

Η σχέση $B = 0.715 \frac{\mu_0 N I}{R}$ γράφεται $B = A I$, όπου $A = 0.715 \frac{\mu_0 N}{R}$ (N το πλήθος των σπειρών R η ακτίνα των πηνίων I το ρεύμα που τα διαρρέει).

Υπολογίζουμε το A εφάπαξ.

Για τέσσερις διαφορετικές τιμές της ανοδικής τάσης, 150V, 200V, 250V, 300V, μετρούμε τις ακτίνες των κυκλικών τροχιών των ηλεκτρονίων μέσα στη λυχνία και καταρτίζουμε 4 πίνακες σαν τον παρακάτω για κάθε τιμή της ανοδικής τάσης. Οι τιμές των ρευμάτων μπορεί να είναι από 0.90 A έως 2 A, (προσαρμόστε τις ανάλογα αν βλέπετε κύκλο ή όχι).

150V				200V			
$I \pm \delta I$ (A)	$B_{\pi} \pm \delta B_{\pi}$ (Tesla)	$r \pm \delta r$ (mm)	$r^{-1} \pm \delta r^{-1}$ (mm ⁻¹)	$I \pm \delta I$ (A)	$B_{\pi} \pm \delta B_{\pi}$ (Tesla)	$r \pm \delta r$ (mm)	$r^{-1} \pm \delta r^{-1}$ (mm ⁻¹)
250V				300V			
$I \pm \delta I$ (A)	$B_{\pi} \pm \delta B_{\pi}$ (Tesla)	$r \pm \delta r$ (mm)	$r^{-1} \pm \delta r^{-1}$ (mm ⁻¹)	$I \pm \delta I$ (A)	$B_{\pi} \pm \delta B_{\pi}$ (Tesla)	$r \pm \delta r$ (mm)	$r^{-1} \pm \delta r^{-1}$ (mm ⁻¹)

Από τις κλίσεις k των ευθειών $B = f(r^{-1})$ για κάθε V υπολογίζουμε, βάσει της (6), το λόγο $\frac{e}{m_e}$.

Γνωρίζουμε επίσης ότι η θεωρητική τιμή του λόγου είναι $1.75 \cdot 10^{11} \text{Cb/Kg}$. Αυτή είναι η πιο ακριβής τιμή του λόγου που διαθέτουμε από το 1900 (Πανεπ. Φυσική Hugh Young).

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη ταχύτητα των ηλεκτρονίων που εξέρχονται από την άνοδο, για κάθε τιμή της ανοδικής τάσης:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV_i}{m_e}}$$

Από τις τιμές της ταχύτητας υπολογίζουμε την σχετικιστική μεταβολή της μάζας:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow \text{και την σχετική της επί τοις εκατό} \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

Αξιολογούμε τα αποτελέσματα.

Παράρτημα

Το πείραμα πρέπει να διεξαχθεί σε επαρκώς σκοτεινό περιβάλλον. **Προσοχή:** Έχει συμβεί κάποιες φορές να αρχίσει η λήψη μετρήσεων για ανοδική τάση μεγαλύτερη των 150 V, (π.χ. 170 V), διότι στα 150 δεν φαίνεται καθαρά η δέσμη.

Παράλλαξη: Κατά τη μέτρηση πρέπει να προσέξουμε ώστε το μάτι μας να βλέπει «κάθετα» στο χάρακα και τη δέσμη (και το είδωλο σε καθρέφτη αν υπάρχει στην διάταξη).

Βιβλιογραφία

Serway, Τόμος II, Ηλεκτρομαγνητισμός, 3rd edition, §29.5 §30.1, §30.2

Young, Φυσική, Τόμος Β' Ηλεκτρομαγνητισμός, §28.1, §28.2, §28.4, §28.5

Alonso-Finn, Τόμος II, Μέρος 2, Ηλεκτρομαγνητισμός, §15.3, §15.8

Αλεξόπουλος, Γενική Φυσική, Τόμος Δεύτερος, Ηλεκτρισμός, 1993, §50, §51, §59, §145, §147, §169, §171

www.aip.org/history/electron/jj1897.htm

Άσκηση Γ5. Χαρακτηριστική καμπύλη γεννήτριας συνεχούς τάσεως

Θεωρητικό Μέρος

Εφαρμογή του φαινομένου της επαγωγής είναι η γεννήτριες και οι κινητήρες εναλλασσόμενης και συνεχούς τάσης.

1. Γεννήτριες

Οι γεννήτριες είναι ηλεκτρικές μηχανές οι οποίες καταναλίσκουν μηχανική ενέργεια και την μετατρέπουν σε ηλεκτρική.

Οι γεννήτριες αποτελούνται από ένα περιστρεφόμενο τμήμα τον **ρότορα** και ένα ακίνητο τμήμα τον **στάτορα**. Ο ρότορας είναι ένα πλαίσιο που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω ενώ του εξασκούμε ροπή M . Ο στάτορας αποτελείται από έναν μαγνήτη μέσα στο μαγνητικό πεδίο του οποίου περιστρέφεται στο πλαίσιο. Λόγω επαγωγής στα άκρα του πλαισίου εμφανίζεται τάση V . Το πλαίσιο καταλήγει σε δύο **ψήκτρες** στις οποίες μπορεί να συνδεθεί ένα κύκλωμα. Εάν το κύκλωμα είναι κλειστό τότε σε αυτό θα εμφανιστεί ρεύμα έντασης I .

Ο **συντελεστής απόδοσης** α της γεννήτριας θα είναι ίσος με το πηλίκο της παραγόμενης ηλεκτρικής ισχύος προς την καταναλισκόμενη μηχανική ισχύ. Έτσι θα είναι: $\alpha = \frac{VI}{M\omega}$

Οι τιμές του α κυμαίνονται μεταξύ 0,60 και 0,97.

2. Ηλεκτροκινητήρες

Οι ηλεκτροκινητήρες είναι μηχανές που μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική και αποτελούνται από τα ίδια στοιχεία με αυτά της γεννήτριας.

Ο ρότορας του κινητήρα τροφοδοτείται στις ψήκτρες του με μία τάση V_ψ και αρχίζει να περιστρέφεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του στάτορα. Τότε σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής αναπτύσσεται στο πλαίσιο τάση αντίθετης φοράς η οποία καλείται αντιηλεκτρεγερτική δύναμη $V_{αντ}$.

Το ρεύμα επομένως που διαρρέει τον ρότορα θα είναι ίσο με: $I_{ρωτ} = \frac{V_\psi - V_{αντ}}{R}$

όπου R η αντίσταση του κυκλώματος του ρότορα. Επομένως όταν αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ρότορα ω αυξάνεται η $V_{αντ}$ και το ρεύμα του ρότορα ελαττώνεται. Κατά την εκκίνηση του κινητήρα ($\omega = 0$) το ρεύμα γίνεται μέγιστο (ρεύμα εκκίνησης).

Στους μεγάλους κινητήρες το ισχυρό ρεύμα εκκίνησης μπορεί να καταστρέψει τον κινητήρα. Γι' αυτό και προστίθεται σε σειρά με τον ρότορα η **αντίσταση εκκίνησης** η οποία τίθεται εκτός κυκλώματος όταν ο κινητήρας αρχίσει να περιστρέφεται γρήγορα. Ο συντελεστής απόδοσης του κινητήρα θα είναι ίσος με το πηλίκο της παραγόμενης μηχανικής ισχύος προς την

^ο από το ψήγμα

καταναλισκόμενη ηλεκτρική ισχύ. Για να βρούμε την παραγόμενη μηχανική ισχύ εργαζόμαστε ως εξής: Θα είναι από την (1)

$$I_{\rho\omega\tau} R_{\rho\omega\tau} = V_{\psi} - V_{\text{αντ}} \Leftrightarrow I_{\rho\omega\tau}^2 R_{\rho\omega\tau} = V_{\psi} I_{\rho\omega\tau} - V_{\text{αντ}} I_{\rho\omega\tau}$$

Η $I_{\rho\omega\tau}^2 R_{\rho\omega\tau}$ είναι η ολική ισχύς που δίνουμε στο πλαίσιο και η $V_{\psi} I_{\rho\omega\tau}$ είναι η καταναλισκόμενη ηλεκτρική ισχύς οπότε και η $V_{\text{αντ}} I_{\rho\omega\tau}$ είναι η παραγόμενη μηχανική ισχύς.

3. Γεννήτρια συνεχούς τάσης

Σε μια γεννήτρια παραγωγής συνεχούς τάσης ο δακτύλιος στον οποίο καταλήγουν τα άκρα του πλαισίου είναι χωρισμένος με μονωτικό υλικό σε δύο μονωμένους μεταξύ τους τομείς T_1 και T_2 στους οποίους εφάπτονται οι ακίνητες ψήκτρες από άνθρακα Ψ_1 και Ψ_2 . Εάν υποθέσουμε ότι σε κάποια χρονική στιγμή από την περιστροφή του πλαισίου επάγεται θετική τάση στην Ψ_1 και αρνητική στην Ψ_2 τότε όταν το πλαίσιο στραφεί κατά 180° , ο T_1 θα εφάπτεται στην Ψ_2 η οποία κατά αυτόν τον τρόπο διατηρεί την πολικότητά της όπως και η Ψ_1 . Η παραγόμενη τάση είναι ίδιας πολικότητας αλλά κυμαινόμενη (π.χ. θετική).

Στη πράξη για να εξομαλυνθεί η τάση χρησιμοποιούνται πολλά πλαίσια.

Το μαγνητικό πεδίου του στάτορα παράγεται συνήθως από ηλεκτρομαγνήτη τροφοδοτούμενο με ρεύμα με διάφορους τρόπους (**διέγερση**). Στην άσκηση αυτή η διέγερση της γεννήτριας γίνεται από ιδιαίτερη πηγή και επομένως η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ανεξάρτητη από την γωνιακή ταυτότητα του πλαισίου.

Η παραγόμενη τάση σύμφωνα με τον νόμο της επαγωγής είναι:

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(nBS\cos\omega t)}{dt} \Leftrightarrow V = nBS\omega \sin\omega t = V_0 \sin\omega t$$

όπου n ο αριθμός των σπειρών του πλαισίου.

4. Μεταβολές της τάσης κατά την φόρτιση - Χαρακτηριστική καμπύλη γεννήτριας

Η τάση που βρήκαμε παραπάνω είναι η παρεχόμενη τάση της γεννήτριας όταν λειτουργεί *εν κενώ* δηλαδή όταν δεν καταναλίσκεται σε εξωτερικό κύκλωμα η παραγόμενη ισχύς ($i = 0$). Όταν όμως η γεννήτρια λειτουργεί υπό φορτίο η τάση θα είναι μικρότερη, λόγω της εσωτερικής αντίστασης του πηνίου του ρότορα και της σκέδασης των μαγνητικών γραμμών. Όσο αυξάνεται το καταναλισκόμενο ρεύμα τόσο ελαττώνεται η τάση. Η μέγιστη τιμή του ρεύματος προκύπτει όταν βραχυκυκλωθούν τα άκρα του πλαισίου (**ρεύμα βραχυκύκλωσης**) οπότε μηδενίζεται η τάση.

Το ρεύμα βραχυκύκλωσης στις γεννήτριες βιομηχανίας δεν επιτρέπεται να μετράται από ευθείας για να μην υπερθερμαίνονται οι αγωγοί.

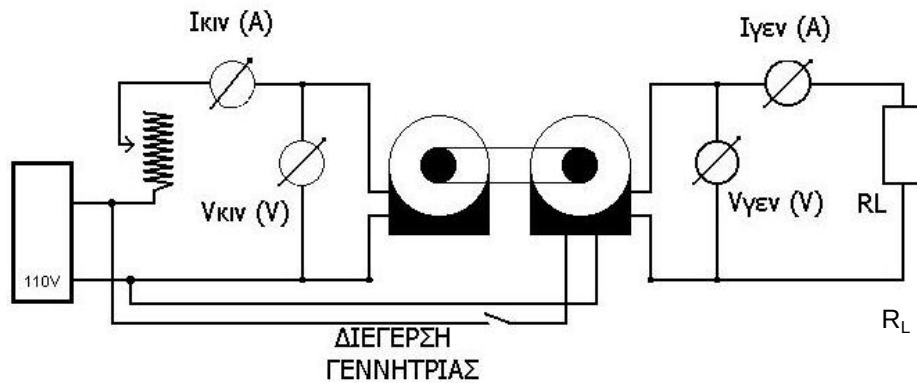
5. Συντελεστής απόδοσης ζεύγους

Το ζεύγους "κινητήρας - γεννήτρια" καταναλίσκει ισχύ N_k και παράγει την ισχύ N_r στην γεννήτρια. Ο συντελεστής απόδοσης του ζεύγους θα είναι:

$$\alpha = \frac{N_r}{N_k}$$

Πειραματική Διαδικασία

1. Πραγματοποιούμε το κύκλωμα της άσκησης.



2. Με ανοικτό το κύκλωμα της γεννήτριας ($I_G = 0$) μετρούμε την τάση γεννήτριας $V_{Γ,0}$, συναρτήσει της γωνιακής ταχύτητας ω . Αποδίδουμε γραφικώς την σχέση $V_{Γ,0} = f(\omega)$.
3. Διατηρώντας τις στροφές της γεννήτριας σταθερές ($\omega = \text{σταθ.}$) αυξάνουμε το ρεύμα I_G της γεννήτριας από μηδέν έως την μέγιστη τιμή και καταγράφουμε τις τιμές των I_{KIN} , V_{KIN} , I_{GEN} , V_{GEN} . Αποδίδουμε γραφικώς τις σχέσεις.

$$V_{KIN} = f(I_{KIN}) \text{ και } V_{GEN} = f(I_{GEN})$$

4. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις και για τρεις τιμές της γωνιακής ταχύτητας ω και σχεδιάζουμε πάλι τις γραφικές παραστάσεις

$$V_{KIN} = f(I_{KIN}) \text{ και } V_{GEN} = f(I_{GEN})$$

5. Σχεδιάζουμε τέλος την γραφική παράσταση του συντελεστή απόδοσης της γεννήτριας, συναρτήσει του ρεύματος αυτής, (της γωνιακής ταχύτητας ω , διατηρούμενης σταθερής).

$$\alpha = \frac{N_{GEN}}{N_{KIN}} \quad \alpha = f(I_G)$$

Σημείωση: Οι καμπύλες $V_{KIN} = f(I_{KIN})$ για τα διαφορετικά ω να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα, ομοίως και οι καμπύλες $V_{GEN} = f(I_{GEN})$.

Ερωτήσεις

1. Σε ένα κινητήρα συμφέρει να δημιουργείται μεγάλη αντιηλεκτρεγερτική δύναμη;
2. Ποια ροπή M πρέπει να εξασκείται σε γεννήτρια συνεχούς τάσης κατά την λειτουργία της εν κενώ;
3. Εξηγήστε την μορφή της χαρακτηριστικής καμπύλης $V_{GEN} = f(I)$.
4. Εξηγήστε την εμφάνιση μεγίστου στην καμπύλη του συντελεστή απόδοσης.
5. Εξηγήστε τους τρόπους διέγερσης μιας γεννήτριας (αυτοδιέγερσης)

Άσκηση Γ6. Βρόχος υστέρησης σιδηρομαγνητικού υλικού

Σκοπός της άσκησης

Σε αυτή την άσκηση μελετάμε την *μαγνήτιση της ύλης*. Μετρούμε, μελετάμε και υπολογίζουμε την μαγνήτιση σιδηρομαγνητικού υλικού.



Εικόνα 1: Πειραματική διάταξη της μέτρησης της μαγνήτισης σιδήρου

Η *ένταση του μαγνητικού πεδίου* που παράγεται από έναν αγωγό, κατά μέτρο και διεύθυνση σε κάθε σημείο του χώρου A , υπολογίζεται με τον *νόμο Biot-Savart* αθροίζοντας τα διανύσματα των στοιχειωδών μαγνητικών πεδίων που παράγονται στο σημείο A από στοιχειώδη τμήματα του αγωγού, ds , τα οποία απέχουν r από το σημείο A , σχηματίζουν γωνία φ με το διάνυσμα r και διαρρέονται από ρεύμα I . Γενικά η ένταση είναι ανάλογος του ρεύματος διαρρέει τον αγωγό.

Για την μελέτη της μαγνήτισης της ύλης, υπολογίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου σε ένα πηνίο με δακτυλιοειδή σπλισμό (σχήμα 1). Η ένταση αυτή εξαρτάται από τον αριθμό των σπειρών του πηνίου, από το είδος του σπλισμού, από το μέσο μήκος του σπλισμού και βεβαίως από το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο. Πειραματικά, η ένταση του μαγνητικού πεδίου μπορεί να μετρηθεί με ένα ανιχνευτή μαγνητικού πεδίου που στηρίζεται στο *φαινόμενο Hall*¹.

¹ Όταν εφαρμοσθεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα σε ένα ελασματοειδές κομμάτι μετάλλου ή ημιαγωγού που παρεμβάλλεται σε μαγνητικό πεδίο, έτσι ώστε το ρεύμα να είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο, στα άκρα του ελάσματος, τα οποία είναι κάθετα στο ρεύμα και στο μαγνητικό πεδίο, αναπτύσσεται μία διαφορά δυναμικού. Αυτή η διαφορά δυναμικού εξαρτάται από το είδος και την πυκνότητα των φορέων του ρεύματος, το ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο

Θεωρητικό Μέρος

Μαγνήτιση της ύλης - Μαγνητίζον πεδίο στο εσωτερικό πηνίου

Το διανυσματικό μέγεθος της *μαγνήτισης* $\mathbf{M}$ περιγράφει την μαγνητική κατάσταση των υλικών και περιγράφει την διαδικασία μετάδοσης των ιδιοτήτων του μαγνήτη σε μεταλλικά ή μαγνητικά σώματα. Η μαγνήτιση μπορεί να γίνει μέσω άμεσης επαφής του υλικού με τον πόλο ενός μαγνήτη, εξ επαγωγής και διά μηχανικών παραμορφώσεων. Στην περίπτωση λοιπόν όπου σιδηρομαγνητικό υλικό τοποθετηθεί ή βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο τότε θα αρχίσει να συμπεριφέρεται ως μαγνήτης, θα εμφανίζει δηλαδή μαγνητική ροή. Η μαγνήτιση αυτή της ράβδου οφείλεται στον προσανατολισμό των στοιχειωδών μαγνητών που την συναποτελούν. Η ένταση της μαγνήτισης είναι μέγεθος διανυσματικό, έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο της συνισταμένης της μαγνητικής ροπής ανά μονάδα όγκου του υλικού και έχει φορά ίδια με εκείνη της μαγνητικής ροπής.

Όταν πηνίο διαρρέεται από ρεύμα δημιουργείται μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$ συμμετρικό με τον άξονα συμμετρίας του. Αν στο εσωτερικό του πηνίου εισαχθεί σιδηρομαγνητικό υλικό προκαλείται μια επιπλέον συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου $\mathbf{B}_m$, που περιγράφεται από το διάνυσμα της μαγνήτισης και είναι ίση με $\mathbf{B}_m = \mu_0 \mathbf{M}$. Το συνιστάμενο πεδίο $\mathbf{B}$ στην περιοχή θα ισούται με:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M} \quad (9)$$

Η σταθερά μ_0 ονομάζεται *διαπερατότητα του κενού* και η τιμή της είναι $4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

Εισάγεται ένα νέο διανυσματικό μέγεθος, που καλείται *μαγνητίζον πεδίο* $\mathbf{H}$, και ορίζεται ως:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{B} / \mu_0) - \mathbf{M} \Rightarrow \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (10)$$

Οι μονάδες των μεγεθών $\mathbf{H}$ και $\mathbf{M}$ είναι A/m .

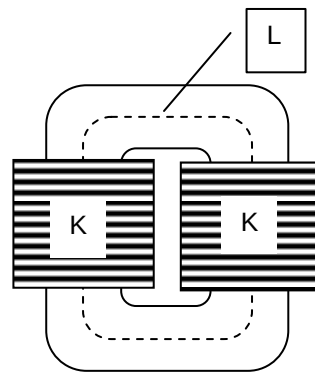
Στην περίπτωση που το μαγνητίζον πεδίο προκαλείται από ρεύμα που διαρρέει ένα δακτυλιοειδές πηνίο και του οποίου στο εσωτερικό υπάρχει κενό και όχι σιδηρομαγνητικό υλικό, η μαγνήτιση $\mathbf{M}$ στην παραπάνω σχέση μηδενίζεται.

Γνωρίζουμε ότι, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του δακτυλιοειδούς πηνίου υπολογίζεται από την σχέση

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \cdot N \cdot I \rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L}$$

όπου N ο αριθμός των σπειρών του δακτυλιοειδούς πηνίου και L το μέσον μήκος του (διακεκομμένη γραμμή στο Σχήμα 2), όπου και $N=2K$. Αντίστοιχα το μαγνητίζον πεδίο $\mathbf{H}$ στο εσωτερικό του δακτυλιοειδούς πηνίου οφείλεται αποκλειστικά και μόνο στο ρεύμα I που διαρρέει το πηνίο και ισούται με:

$$\mathbf{H} = \frac{N I}{L} \quad (11)$$



Σχήμα 2. Δακτυλιοειδής οπλισμός με πηνία

Παραπάνω δηλώθηκε ότι τα μεγέθη $\mathbf{H}$ και $\mathbf{M}$ έχουν τις ίδιες μονάδες μέτρησης. Αυτό μας οδηγεί στην αναζήτηση της μεταξύ τους συσχέτισης. Το μέτρο του μαγνητίζοντος πεδίου είναι ανάλογο με το μέτρο της μαγνήτισης, για τα παραμαγνητικά και διαμαγνητικά υλικά, μέσω ενός απλού αριθμητικού συντελεστή χ που ονομάζεται *μαγνητική επιδεκτικότητα*.

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (12)$$

Η φορά του M ως προς το H εξαρτάται από την τιμή που λαμβάνει η μαγνητική επιδεκτικότητα χ . Στα παραμαγνητικά υλικά η χ είναι θετική ενώ στα διαμαγνητικά υλικά η χ λαμβάνει αρνητικές τιμές.

Από την σχέση (10) θα έχουμε τελικά για τα μέτρα:

$$B = \mu_0(H + M) \Rightarrow B = \mu_0(H + \chi H) \Rightarrow B = \mu_0(1 + \chi)H \quad (13)$$

και οδηγούμαστε στον ορισμό της σταθεράς μ που καλείται (απόλυτη) διαπερατότητα του υλικού και ισούται με:

$$\mu = \mu_0(1 + \chi) \quad (14)$$

Η τιμή της διαπερατότητας μ δεν περιγράφει χαρακτηριστικά ένα υλικό αλλά εξαρτάται από την πρότερη κατάσταση του υλικού και τον τρόπο επεξεργασίας του.

Στα σιδηρομαγνητικά υλικά οφείλουμε να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί στην χρήση της σχέσης $M = \chi H$ διότι η μαγνήτιση των σιδηρομαγνητικών υλικών, όπως ο σίδηρος, το νικέλιο και το κοβάλτιο, δεν καθορίζεται από το παρόν πεδίο αλλά από την μαγνητική τους ιστορία. Συνεπώς, στο διαγράμματα μαγνήτισης $B = \mu H$ το μ είναι ο λόγος των συντεταγμένων B/H και όχι η κλίση, διότι η συσχέτιση μεταξύ των μεγεθών B και H δεν είναι γραμμική.

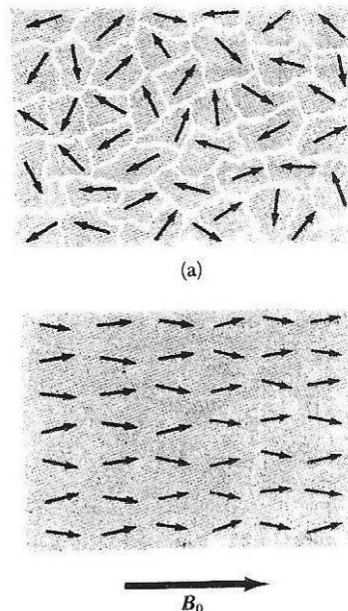
Καμπύλη μαγνήτισης σιδήρου

Θεωρούμε ότι στον σίδηρο υπάρχουν δίπολα των οποίων οι μαγνητικές ροπές ευθυγραμμίζονται μόνο μέσα σε σχετικά μικρά τμήματα του υλικού και οργανώνονται στις λεγόμενες περιοχές Weiss που έχουν μόνιμη μαγνήτιση (Σχήμα 3). Κάθε περιοχή Weiss εμπερικλείει δισεκατομμύρια δίπολα όλα ευθυγραμμισμένα, μόνο που οι περιοχές Weiss έχουν τυχαίους προσανατολισμούς μεταξύ τους. Ως αποτέλεσμα η συνολική μαγνήτιση του υλικού είναι μηδέν.

Προκειμένου να πετύχουμε την μόνιμη μαγνήτιση υλικού, τυλίγουμε ένα σύρμα γύρω από το αντικείμενο που επιθυμούμε να μαγνητίσουμε, και διαρρέουμε με ρεύμα το σύρμα. Μέσω αυτής της διαδικασίας δημιουργείται το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, και καθώς αυξάνουμε την ένταση του ρεύματος, αυξάνεται το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο και η μαγνήτιση. Φτάνουμε στο σημείο κορεσμού όπου όλα τα δίπολα έχουν ευθυγραμμιστεί και περαιτέρω αύξηση της έντασης του ρεύματος δεν επηρεάζει καθόλου την μαγνήτιση. Με άλλα λόγια αυξάνοντας το μαγνητίζον πεδίο, H , αυξάνεται και η μαγνήτιση αλλά η αύξηση δεν είναι γραμμική και τελικά φτάνει σε μία μέγιστη τιμή, την μαγνήτιση κόρου, που αντιστοιχεί στον μέγιστο βαθμό προσανατολισμού των μαγνητικών περιοχών Weiss. Αυτό είναι προφανές στο διάγραμμα $M = f(H)$ όπου μετά το σημείο κόρου, το M παραμένει σταθερό όσο και αν αυξάνεται το H . Ωστόσο στο διάγραμμα $B = f(H)$, μετά το σημείο κόρου το B αλλάζει ολίγον με την αύξηση του H : αυτή οφείλεται στην συνεισφορά του ρεύματος στην τιμή του B .

Η καμπύλη ονομάζεται *αρχική* ή *παρθενική καμπύλη*. Μπορούμε να διακρίνουμε δύο περιοχές στην καμπύλη την πρώτη περιοχή με μεγάλη κλίση και είναι η περιοχή της *εύκολης* ή *μαλακής μαγνήτισης* και η δεύτερη περιοχή με μικρή κλίση της είναι η *περιοχή σκληρής μαγνήτισης*.

Μετά τον κορεσμό εάν αρχίσουμε να μειώνουμε το ρεύμα, και συνεπώς το μαγνητίζον πεδίο H , δεν επιστρέφουμε μέσω της αρχικής διαδρομής στο σημείο της μηδενικής μαγνήτισης



Σχήμα 3 Μαγνήτιση διπόλων λόγω εξωτερικού πεδίου B_0 (περιοχές Weiss)

$M=0$. Ακόμα και αν μηδενιστεί εντελώς το ρεύμα στο υλικό παραμένει κάποια μαγνήτιση, η καλουμένη *υστέρηση* ή *παραμένουσα μαγνήτιση* (σχήμα 4, σημεία 3 και 6 αντίστοιχα). Αυτό οφείλεται στην αλληλεπίδραση των μαγνητικών περιοχών με αποτέλεσμα την μερική διατήρηση του προσανατολισμού τους.

Για να εξαφανιστεί αυτή η μαγνήτιση πρέπει να διαρρεύσει ρεύμα το σύρμα, που περικυκλώνει το υλικό, αλλά αντίθετης φοράς. Η τιμή του μαγνητίζοντος πεδίου H , για την οποία μηδενίζεται η μαγνήτιση, ονομάζεται *δύναμη συνοχής* (σχήμα 4, σημεία 4 και 7). Αυξάνοντας την τιμή του I φτάνουμε στον κορεσμό αλλά με αντίθετη φορά. Αν αρχίσουμε να αυξάνουμε πάλι το I η M θα επιστρέψει στο μηδέν και τελικά στο σημείο κορεσμού. Η διαδρομή που περιγράψαμε καλείται χαρακτηριστικός *βρόχος υστέρησης* (Σχήμα 5). Το όνομα προκύπτει από την καθυστέρηση της μεταβολής της μαγνήτισης έναντι της μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Παρατηρούμε ότι ο βρόχος δεν περνά από την αρχική καμπύλη μαγνήτισης, διότι η μαγνήτιση του υλικού δεν εξαρτάται μόνο από το εξωτερικό πεδίο αλλά και από την προϊστορία του υλικού.

Οι βρόχοι υστέρησης σχεδιάζονται ως γραφήματα του B ως προς H αντί της M ως προς I . Βάσει των σχέσεων (10) και (11) είναι προφανής η συσχέτιση μεταξύ τους. Ο βρόχος υστέρησης μας παρέχει και την πληροφορία ότι, η επιφάνεια που περικλείεται από τον βρόχο είναι ανάλογη προς το έργο που καταναλώνεται όταν το υλικό υποβάλλεται σε έναν πλήρη κύκλο υστέρησης. Συνεπώς το παρακάτω ολοκλήρωμα έχει μονάδες ενέργειας ανά μονάδα όγκου (J/m^3)

$$w = \int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \quad (15)$$

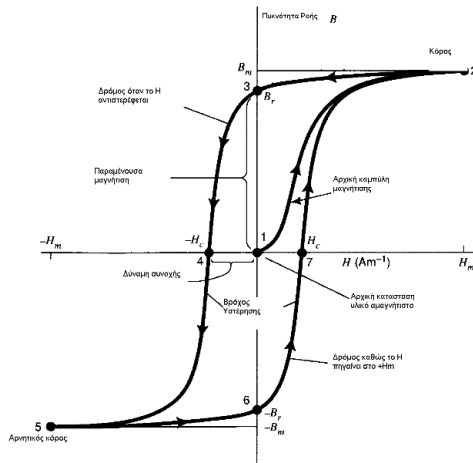
και αντιστοιχεί στο εμβαδόν που περικλείεται από την αρχική καμπύλη μαγνήτισης και τον άξονα B (σχήμα 6). Η ενέργεια που αποκτά το υλικό παρέχεται από την πηγή του εξωτερικού πεδίου, δηλαδή την ΗΕΔ του δακτυλιοειδούς πηνίου. Για να απομαγνητίσουμε ένα σιδηρομαγνητικό υλικό πρέπει να το υποβάλλουμε σε διαδοχικούς βρόχους υστέρησης, μειώνοντας συνεχώς το εφαρμοζόμενο πεδίο (Σχήμα 7).

Ο βρόχος υστέρησης των «σκληρών» σιδηρομαγνητικών υλικών είναι αρκετά ευρύς, συνεπώς περιγράφει μεγάλη παραμένουσα μαγνήτιση ή υστέρηση και χρησιμοποιούνται για την κατασκευή μόνιμων μαγνητών, π.χ. μόνιμοι μαγνήτες σε κινητήρες, σε μεγάφωνα κλπ. Ο βρόχος υστέρησης των «μαλακών» σιδηρομαγνητικών υλικών είναι σημαντικά στενός, συνεπώς περιγράφει μικρή ή σχεδόν μηδενική παραμένουσα μαγνήτιση ή υστέρηση και χρησιμοποιούνται για την κατασκευή οπλισμού ηλεκτρομαγνητικών διατάξεων, π.χ. ηλεκτρομαγνήτες των ηλεκτρονόμων, ηλεκτρομαγνήτες γερανών, κλπ. Η απομαγνήτιση των μαλακών μαγνητών είναι εύκολη ενώ των σκληρών μαγνητών δύσκολη.

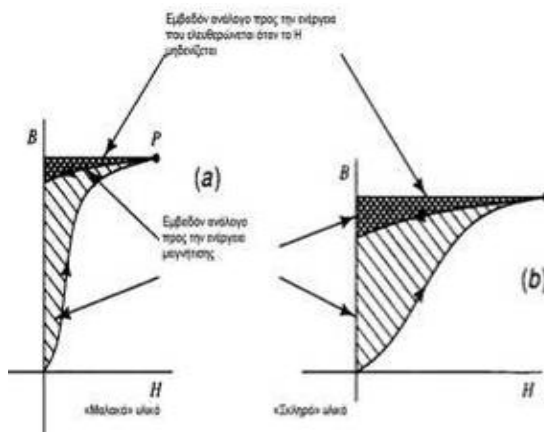
Αναφορές

R.A. Serway Physics, Τόμος II, Ηλεκτρομαγνητισμός, 3rd edition, 1990, απόδοση Λ.Κ. Ρεσβάνη.

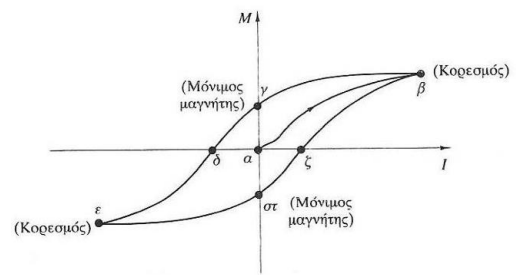
David J.Griffiths, Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική, Τόμος I, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 1999



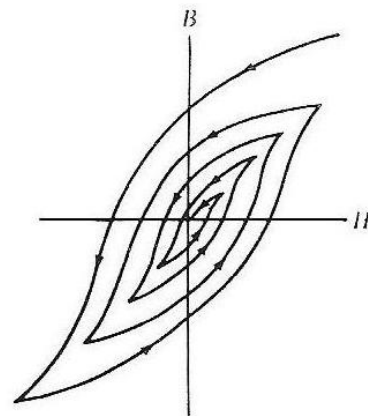
Σχήμα 4. Καμπύλη μαγνήτισης



Σχήμα 6. Ενέργεια που ελευθερώνεται σε έναν πλήρη κύκλο υστέρησης



Σχήμα .5 Σημείο κορεσμού στην καμπύλη μαγνήτισης



Σχήμα .7 Καμπύλες απομαγνήτισης

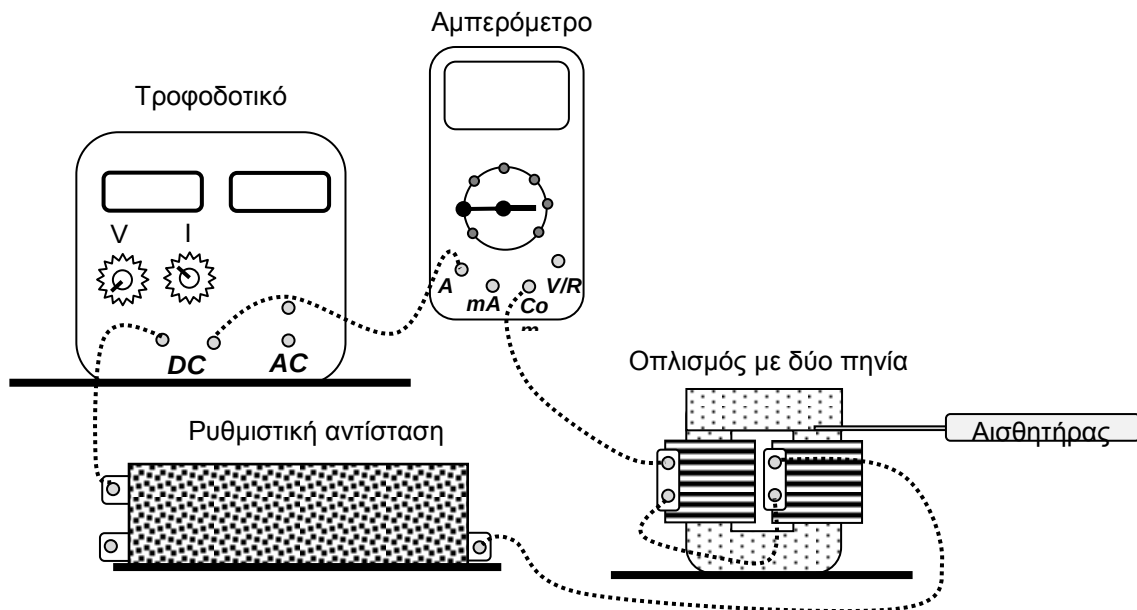
Πειραματική διαδικασία

1. Αναγνωρίζουμε τα μέρη της άσκησης και πραγματοποιούμε το κύκλωμα που θα χρησιμοποιήσουμε. Το κύκλωμα περιλαμβάνει τροφοδοτικό, αμπερόμετρο, πηνία και, αρχικά, τον συμπαγή οπλισμό (σχήμα 8). Πραγματοποιούμε το κύκλωμα. **Πριν προχωρήσουμε, ο/η επιβλέπων/ουσα ελέγχει το κύκλωμα. Προσοχή:** Κατά την άσκηση το ρεύμα στο κύκλωμα δεν πρέπει να υπερβεί τα 2A.

2. Την ένταση του μαγνητικού πεδίου την μετρούμε με μαγνητόμετρο που στηρίζεται στο φαινόμενο Hall. Αναγνωρίζουμε τον αισθητήρα Hall και εξοικειωνόμαστε με την συσκευή μετρώντας το μαγνητικό πεδίο της Γης. **Στις επόμενες μετρήσεις πρέπει να έχουμε υπ' όψη το μαγνητικό πεδίο της γης και να το ελαχιστοποιήσουμε (αν χρειάζεται).**

3. Τοποθετούμε με προσοχή το αισθητήρα Hall ανάμεσα στον οπλισμό και τον πυρήνα, έτσι ώστε η λευκή πλευρά του ελάσματος του αισθητήρα να είναι προς τα πάνω.

4. Για να απομαγνητίσουμε τους σιδερένιους πυρήνες συνδέουμε τα καλώδια των πηνίων όπως στο σχήμα 9, και συνδέουμε τα καλώδια τροφοδοσίας στους ακροδέκτες AC του τροφοδοτικού. Ρυθμίζουμε το αμπερόμετρο έτσι ώστε να μετράει εναλλασσόμενο ρεύμα, ελέγχουμε την τροφοδοσία του εναλλασσόμενου να είναι στα 4V, ανάβουμε το τροφοδοτικό και ρυθμίζουμε την ρυθμιστική αντίσταση έτσι το ρεύμα να είναι πάντα μικρότερο των 2 A.



Σχήμα 8.

Ελαττώνουμε το ρεύμα σταδιακά έως ότου μηδενιστεί. Ελέγχουμε αν έχει “μηδενιστεί” το μαγνητικό πεδίο. Αν όχι επαναλαμβάνουμε. Μικρή απόκλιση είναι αναπόφευκτη αφού δεν είναι δυνατόν να την απομαγνητίσουμε εντελώς στις συνθήκες της πειραματικής διάταξης.

5. Ξανασυνδέουμε τα καλώδια όπως στο σχήμα 8. Βεβαιωνόμαστε ότι ο ρυθμιστής τάσεως του τροφοδοτικού είναι στο μηδέν, ο ρυθμιστής ρεύματος στα 2.2 A και ανάβουμε το τροφοδοτικό της συνεχούς τάσεως.

Αυξάνοντας ή ελαττώνοντας σταδιακά την τάση από τον ρυθμιστή της τάσεως του τροφοδοτικού, ρυθμίζουμε το ρεύμα και μετρούμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου, B με το μαγνητόμετρο καταχωρώντας τις μετρήσεις σε πίνακα.

Το ρεύμα μεταβάλλεται με βήματα των 0.2 A **ΠΕΡΙΠΟΥ**· αν ξεπεράσουμε την επιθυμητή τιμή ΔΕΝ διορθώνουμε ρυθμίζοντας το ρεύμα αλλά γράφουμε την τιμή που μας δείχνει το αμπερόμετρο.

- Από α) 0 έως +2.0A, β) από +2.0A έως 0, αντιστρέφουμε τα καλώδια στους πόλους του τροφοδοτικού, και, γ) από 0 έως -2.0A, δ) από -2.0 A έως 0.0 A, αντιστρέφουμε τα καλώδια στους πόλους του τροφοδοτικού και τελικά από ε) 0 έως 2.0 A.

6. Επαναλαμβάνουμε τα παραπάνω με τον ελασματοειδή πυρήνα, ακολουθώντας την εξής σειρά μεταβολής του ρεύματος:

- Από α) 0 έως +1.5 A, β) από +1.5A έως 0, αντιστρέφουμε τα καλώδια στους πόλους του τροφοδοτικού, και, γ) από 0 έως -1.5A, δ) από -1.5 A έως 0.0 A, αντιστρέφουμε τα καλώδια στους πόλους του τροφοδοτικού και τελικά από ε) 0 έως 1.5 A.

8. Για τον συμπαγή πυρήνα:

- Υπολογίζουμε την τιμή του μαγνητίζοντος πεδίου H για κάθε τιμή του ρεύματος και σχεδιάζουμε το $B = f(H)$. Προσοχή στη χρήση των μονάδων. Σημειώνουμε την παραμένουσα μαγνήτιση, την δύναμη συνοχής και τον λόγο B/H για $H = 0A/m$.
- Υπολογίζουμε την μαγνητική διαπερατότητα μ σε διαφορετικές τιμές του H και γράφουμε την καμπύλη του μ σαν συνάρτηση του H

- Από το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη υπολογίζουμε την ενέργεια που καταναλώνεται για έναν πλήρη κύκλο μαγνήτισης του υλικού.
9. Επαναλαμβάνουμε το βήμα 8 για τον ελασματοειδή πυρήνα.
10. Σύγκριση και συμπεράσματα από τις μετρήσεις σας.

Άσκηση Γ7. Χαρακτηριστικές καμπύλες μετασχηματιστή

Απαραίτητες γνώσεις: Serway Ηλεκτρομαγνητισμός Κεφ. 31.
Κ. Αλεξόπουλος Ηλεκτρισμός §119.

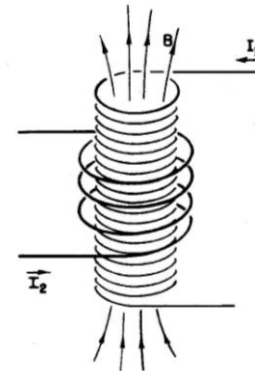
Θεωρητικό Μέρος

1. Αμοιβαία επαγωγή

Θεωρώ δύο πηνία όπως στο Σχ.1. Το πρώτο πηνίο διαρρέεται από ρεύμα I_1 . Η μαγνητική ροή που παράγεται ολόκληρη διαρρέει το πηνίο 2. Αν το ρεύμα I_1 μεταβάλλεται με ρυθμό $\frac{dI_1}{dt}$, τότε

η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι: $\frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 \frac{N_1}{l_1} \cdot \frac{dI_1}{dt}$

Αντίστοιχα στο πηνίο 2 επάγεται τάση: $E_2 = -\mu_0 \frac{N_2 N_1}{l_1} \cdot \frac{dI_1}{dt}$.



Σχ.1

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε την ΗΕΔ αν μέσα από τα πηνία υπάρχει πυρήνας από κάποιο υλικό με διαπερατότητα μ . Στο σχήμα υποθέσαμε ότι όλη η παραγόμενη μαγνητική ροή περνά από το διάκενο του δεύτερου πηνίου. Στη πράξη αυτό δεν συμβαίνει πάντοτε αλλά λόγω γεωμετρίας ή λόγω σκέδασης των μαγνητικών γραμμών η σύζευξη είναι μικρότερη από 100%. Την επαγόμενη ΗΕΔ μπορούμε να την εκφράσουμε:

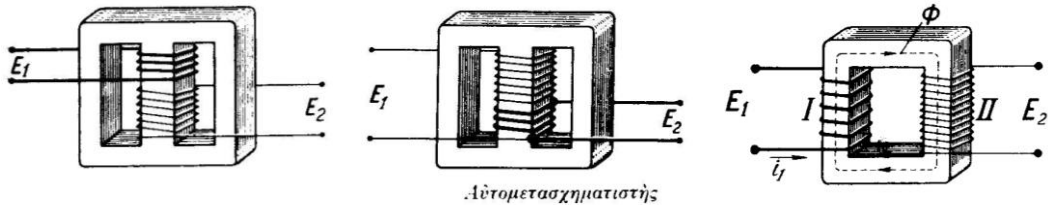
$$E_2 = -L_m \frac{dI_1}{dt}$$

Ο συντελεστής L_m ονομάζεται συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής και εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δύο πηνίων, την γεωμετρία και τις μαγνητικές ιδιότητες του πυρήνα.

Το φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής το χρησιμοποιούμε για να κατασκευάσουμε τον μετασχηματιστή. Αν εφαρμόσουμε μία εναλλασσόμενη τάση στο πρώτο πηνίο, λαμβάνουμε διαφορετική τάση στο δεύτερο.

2. Αρχή λειτουργίας μετασχηματιστή

Ο μετασχηματιστής αποτελείται από δύο πηνία και ένα πυρήνα από μαλακό σίδηρο ή φερίτη. Το πηνίο που συνδέεται με το δίκτυο ονομάζεται πρωτεύον, το πηνίο που συνδέεται προς τον καταναλωτή ονομάζεται δευτερεύον. Χαρακτηριστικές κατασκευές μετασχηματιστών βλέπουμε στο σχήμα 2.



Σχ. 2 Διάφορες διατάξεις πηνίων μετασχηματιστή

Στους παρακάτω υπολογισμούς χρησιμοποιούμε τις ενεργές τιμές των εναλλασσόμενων μεγεθών και όπου χρειάζεται το πλάτος, πολλαπλασιάζουμε επί $\sqrt{2}$.

Στο πρωτεύον εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση $V_1 = V_{01}\sqrt{2}\sin(\omega t)$. Το πρωτεύον διαρρέεται από ρεύμα το οποίο δημιουργεί μαγνητική ροή που μεταβάλλεται με ρυθμό:

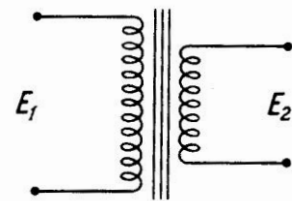
$$\frac{d\Phi}{dt} = \mu \frac{N_1}{l_1} \cdot \frac{dI_1}{dt} \quad (1)$$

Στην ιδανική περίπτωση θεωρούμε ότι όλη η παραγόμενη μαγνητική ροή παραμένει μέσα στον πυρήνα και διαπερνά το δευτερεύον. Λόγω της μεταβαλλόμενης μαγνητικής

ροής επάγονται οι ΗΕΔ $E_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ (2) στο πρωτεύον

και $E_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ (3) στο δευτερεύον.

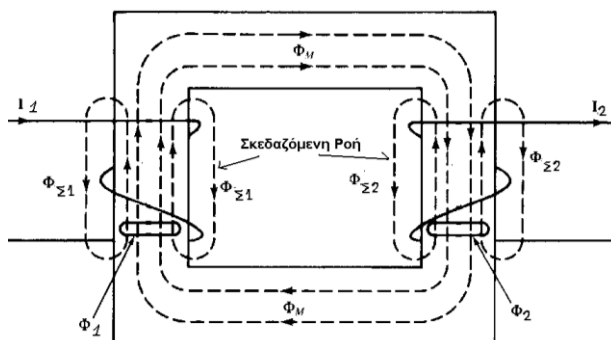
Ο λόγος $n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$ (4) ονομάζεται λόγος μετασχηματισμού.



Σχ. 3 Σύμβολο του μετασχηματιστή

Αν το n είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα έχουμε ανύψωση τάσης στο δευτερεύον και αν είναι μικρότερο υποβιβασμό. Οι κατασκευαστές χρησιμοποιούν συνήθως την σχέση $V_1/V_2 = n$, η οποία όμως ισχύει μόνο κατά προσέγγιση, εξαιτίας των ωμικών αντιστάσεων και των απωλειών του μετασχηματιστή.

Επίσης η τάση E_2 στο δευτερεύον, από την (3), έχει διαφορά φάσης 180° με την τάση V_1 που εφαρμόζουμε στο πρωτεύον.



Σχ. 4. Μαγνητική Ροή μέσα στον μετασχηματιστή

Μέχρι στιγμής έχουμε υποθέσει ότι η όλη μαγνητική ροή που παράγεται από το πρωτεύον περνά μέσα από το δευτερεύον. Στην πράξη δεν συμβαίνει αυτό, λόγω της σκέδασης των μαγνητικών γραμμών.

Σκεδαζόμενη ροή είναι αυτή που κλείνει την διαδρομή της χωρίς να περάσει από το άλλο πηνίο (Σχ. 4). Δηλαδή από την παραγόμενη ροή το μεγαλύτερο ποσοστό περνά μέσα από τον πυρήνα και στο άλλο πηνίο και «ενώνει» το πρωτεύον με το δευτερεύον.

Ένα μικρό ποσοστό σκεδάζεται και δημιουργεί απώλειες. Η σκέδαση συμπεριφέρεται σαν επαγωγή και στρέφει την φάση ανάμεσα στην τάση και το ρεύμα. Για αυτό, στο κύκλωμα του μετασχηματιστή την παριστάνουμε σαν επαγωγή σκέδασης.

2.1 Δευτερεύον πηνίο ανοικτό ή «λειτουργία εν κενώ»

Όταν το δευτερεύον είναι ανοικτό, στο πρωτεύον αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ

$$\text{επαγωγής: } E_1 = - \frac{d\Phi}{dt} N_1 \quad (1)$$

και η τάση στο κύκλωμα γίνεται $V_1 + E_1 = 0$ (2).

Η επαγόμενη ΗΕΔ έχει διαφορά φάσης 180° με την εφαρμοζόμενη τάση V_1 , σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz. Η τάση αυτή ονομάζεται *αντι-ηλεκτρεγερτική δύναμη*. Αντίστοιχα το ρεύμα που περνά από το πρωτεύον είναι $I_1 = 0$.

Υπολογισμός μαγνητικής ροής: Από τις (1) και (2) έχω:

$$V_{1,\varepsilon} \sqrt{2} \sin(\omega t) - \frac{d\Phi}{dt} N_1 = 0 \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{V_{1,\varepsilon} \sqrt{2}}{N_1} \sin(\omega t) \Rightarrow \Phi = - \frac{V_{1,\varepsilon} \sqrt{2}}{\omega N_1} \cos(\omega t) \quad (3)$$

Στην πραγματικότητα υπάρχουν απώλειες ισχύος στον πυρήνα, και έτσι το πρωτεύον διαρρέεται από μικρό ρεύμα που ονομάζεται ρεύμα διέγερσης.

2.2. Ρεύμα διέγερσης

Το ρεύμα διέγερσης χωρίζεται σε δύο συνιστώσες: στο ρεύμα μαγνήτισης I_M και στο ρεύμα απωλειών I_A (Σχ. 5). Το ρεύμα μαγνήτισης δημιουργεί την μαγνήτιση του πυρήνα. Επειδή έχει διαφορά φάσης 90° με την τάση δεν καταναλώνει ισχύ (ονομάζεται *αβατική* συνιστώσα). Οι απώλειες στον πυρήνα οφείλονται στα δημιουργούμενα *δυναρεύματα* ή *ρεύματα Foucault*² και στη *μαγνητική υστέρηση* του πυρήνα. (βλ. άσκηση 6).

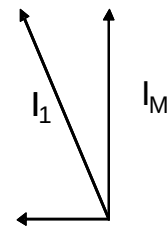
Τελικά από τα ρεύματα αυτά έχουμε παραγωγή θερμότητας στον πυρήνα (Η συνιστώσα I_A ονομάζεται *βατική*).

Στη μέτρηση με το δευτερεύον ανοικτό προσδιορίζουμε τις δύο συνιστώσες του ρεύματος διέγερσης.

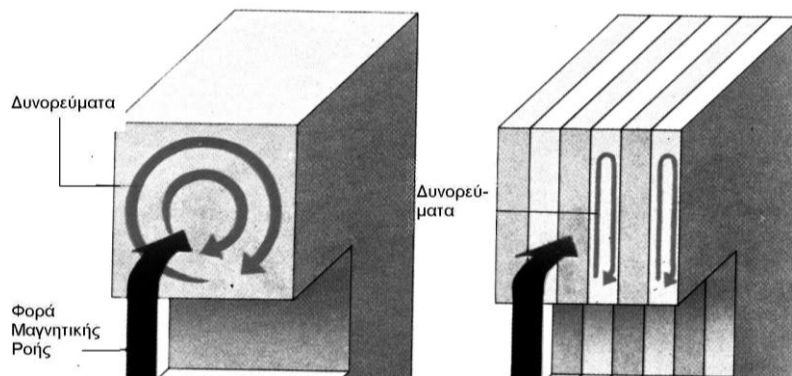
$$P_A = I_1 V_1 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{P_A}{I_1 V_1}$$

$$I_A = I_1 \cos \theta \quad (1)$$

$$I_M = I_1 \sin \theta \quad (2)$$



Σχ. 5.



Σχ. 6 Ρεύματα Foucault στον πυρήνα μετασχηματιστή.

² Τα ρεύματα Foucault δημιουργούνται στο εσωτερικό ενός αγωγού όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διαπερνά τον αγωγό. Η φορά τους είναι τέτοια ώστε να εμποδίζουν την μεταβολή της μαγνητικής ροής. Εξ αιτίας της ωμικής αντίστασης του αγωγού, παράγεται θερμότητα στον αγωγό.

Ο πυρήνας κατασκευάζεται από σιδερένια ελάσματα μονωμένα μεταξύ τους με σκοπό να περιορίζονται τα ρεύματα Foucault. Συνήθως χρησιμοποιούνται ειδικά κράματα σιδήρου που παρουσιάζουν μικρή υστέρηση και μικρή ειδική αγωγιμότητα. Επίσης χρησιμοποιούνται πυρήνες από φερίτη που έχουν μεγάλη ειδική αντίσταση και καλή απόδοση σε υψηλές συχνότητες. Οι απώλειες εξαρτώνται από την ποιότητα του σιδήρου (υστέρηση) και κυρίως τον αριθμό και την ποιότητα των ενώσεων των ελασμάτων (δημιουργούνται ασυνέχειες) που σχηματίζουν τον πυρήνα.

Οι απώλειες λόγω ρευμάτων Foucault και μαγνητικής υστέρησης, εξαρτώνται από το πλάτος του μαγνητικού πεδίου μέσα στον πυρήνα, το οποίο με την σειρά του, εξαρτάται από την μαγνητική ροή που κυκλοφορεί στον πυρήνα. Όμως από την 1.2.1 (3) προκύπτει ότι αν η τάση και η συχνότητα του δικτύου είναι σταθερές, τότε και το πλάτος της μαγνητικής ροής είναι σταθερό. Άρα οι απώλειες αυτές είναι σταθερές και ανεξάρτητες από το ρεύμα, για σταθερές συνθήκες λειτουργίας του μετασχηματιστή.

2.3 Λειτουργία υπό φορτίο

Αν στο δευτερεύον συνδέσουμε καταναλωτή με ωμική αντίσταση R_L τότε διαρρέεται από ρεύμα I_2 , το οποίο δημιουργεί στο πυρήνα μαγνητική ροή Φ' . Η φορά της ροής αυτής είναι πάντοτε αντίθετη προς τη φορά της Φ & στο πρωτεύον επάγεται ΗΕΔ:

$$E_1 = - \frac{d(\Phi - \Phi')}{dt} \quad (1)$$

Όμως το άθροισμα $V_1 + E_1$ είναι διαφορετικό από το μηδέν άρα το δευτερεύον θα διαρρέεται από ρεύμα I_1 που αποκαθιστά την ροή στην αρχική της τιμή.

Το σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι η μαγνητική ροή όπως υπολογίστηκε στο 1.2.1 εξαρτάται μόνον από την τάση V_1 . Η συχνότητα του δικτύου είναι σταθερή και ίση με 50 Hz.

Για να υπολογίσω τη σχέση ανάμεσα στα ρεύματα θεωρώ ότι η ισχύς που καταναλώνεται στο δευτερεύον είναι ίση με την ισχύ που καταναλώνεται στο πρωτεύον (ιδανικός μετασχηματιστής).

Εδώ τα I και V είναι οι ενεργές τιμές.

$$N_1 = N_2 \Rightarrow I_1 V_1 = I_2 V_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$

Δηλαδή ο λόγος των ρευμάτων είναι αντίστροφος προς τον λόγο των τάσεων. Επίσης μπορούμε να αποδείξουμε εύκολα ότι αν ο καταναλωτής περιέχει χωρητική ή επαγωγική εμπέδωση και το ρεύμα στο δευτερεύον στρέφεται κατά γωνία ϕ , το ρεύμα στο πρωτεύον στρέφεται κατά την ίδια γωνία.

$$\phi_1 = \phi_2$$

Στον πραγματικό μετασχηματιστή, η σκέδαση της μαγνητικής ροής εμφανίζεται σαν αυτεπαγωγή και στρέφει την φάση.

Αν η εμπέδωση του καταναλωτή είναι Z_L από το πρωτεύον φαίνεται σαν $n^2 Z_L$. Δηλαδή:

$$Z_L' = n^2 Z_L$$

Δηλαδή ο μετασχηματιστής μετασχηματίζει και την εμπέδωση. Έτσι προκύπτει μια άλλη χρήση του μετασχηματιστή, να προσαρμόζει την εμπέδωση σε γραμμές μεταφοράς, κυκλώματα υψηλών συχνοτήτων κ.α.

2.4 Απώλειες ισχύος με μεγάλα ρεύματα

Έχουμε ήδη μιλήσει για τις απώλειες στον πυρήνα, οι οποίες όμως δεν εξαρτώνται από το ρεύμα. Οι απώλειες που εξαρτώνται από την ένταση του ρεύματος οφείλονται στις παρακάτω αιτίες:

- Οι ωμικές απώλειες στους αγωγούς των πηνίων (I^2R).
- Η σκεδαζόμενη μαγνητική ροή. Επειδή τα πηνία έχουν σημαντικό όγκο, μέρος της σκεδαζόμενης ροής περνά μέσα από την μάζα των πηνίων και δημιουργεί ρεύματα Foucault, που ελαττώνουν την τάση στα πηνία.

Τα παραπάνω φαινόμενα γίνονται σημαντικά αν το ρεύμα είναι μεγάλο. Στη περίπτωση αυτή, οι απώλειες στον πυρήνα θεωρούνται μικρές και μπορούμε να τις αγνοήσουμε.

Στις μετρήσεις υπό φορτίο υπολογίζουμε το συντελεστή απόδοσης σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας.

$$a = \frac{P_2}{P_1} \quad (3)$$

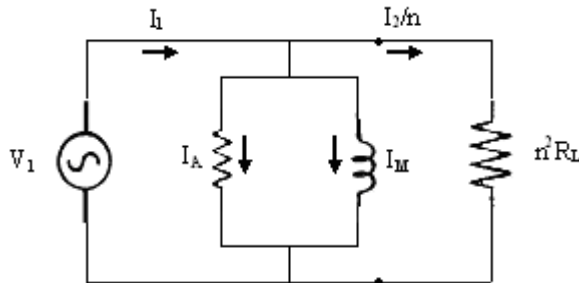
Από το διάγραμμα του συντελεστή απόδοσης (σχ.10), ξεχωρίζουμε μια περιοχή που ο συντελεστής είναι κατά προσέγγιση σταθερός ενώ πέφτει σημαντικά για μεγάλη τιμή του ρεύματος.

3. Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή

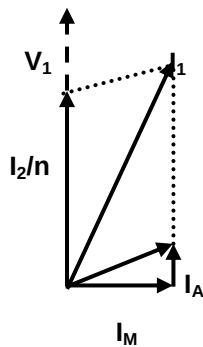
Τα κυκλώματα του πρωτεύοντος και δευτερεύοντος είναι ηλεκτρικά ανεξάρτητα μεταξύ τους δηλαδή οι αγωγοί δεν συνδέονται μεταξύ τους. Η σύνδεση γίνεται μαγνητικά δηλαδή με τη σύζευξη της μαγνητικής ροής που περνά από τα δύο πηνία.

Για να μπορέσουμε χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες των κυκλωμάτων για να μελετήσουμε το κύκλωμα του μετασχηματιστή, φτιάχνουμε ένα ισοδύναμο κύκλωμα.

Στην περίπτωση μετασχηματιστή με λόγο σπειρών 1:1, μπορώ να θεωρήσω ότι ενώνω τα άκρα των περιελίξεων και ο μεσαίος κλάδος παριστάνει το ρεύμα απωλειών και ρεύμα μαγνήτισης του πυρήνα (Σχ.7).



Σχ.7. Ισοδύναμο κύκλωμα μετασχηματιστή με λόγο n



Σχ.8 Στροφή φάσης για μικρά ρεύματα

Αν ο μετασχηματιστής έχει λόγο n τότε μπορώ να τον αντικαταστήσω με ένα μετασχηματιστή 1:1 ο οποίος έχει την ίδια μάζα αγωγού περιέλιξης και το ίδιο μέγεθος πηνίου. Η τάση στο δευτερεύον θα γίνει ίση με nE_2 . Για να έχω την ίδια ισχύ στο δευτερεύον θα αντικαταστήσω το I_2 με το $I_2' = I_2/n$ και αντίστοιχα η $R_2' = n^2 R_2$ και $Z_2' = n^2 Z_2$. Οι ισοδύναμες τιμές που γράψαμε, αναφέρονται ως προς το πρωτεύον. Από τα μεγέθη του πρωτεύοντος, μπορούμε να υπολογίσουμε τιμές που αναφέρονται στο δευτερεύον.

Στη συνέχεια μπορούμε να προσθέσουμε τις αντιστάσεις και αυτεπαγωγές που αντιστοιχούν στον πραγματικό μετασχηματιστή, κάνοντας τις αντίστοιχες μετατροπές.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το διάγραμμα για να υπολογίσουμε το ρεύμα στο πρωτεύον. Φτιάχνουμε το διάγραμμα των διανυσμάτων του ρεύματος στον κόμβο Α. Κάνουμε τους υπολογισμούς για τα πλάτη και τις διαφορές φάσης.

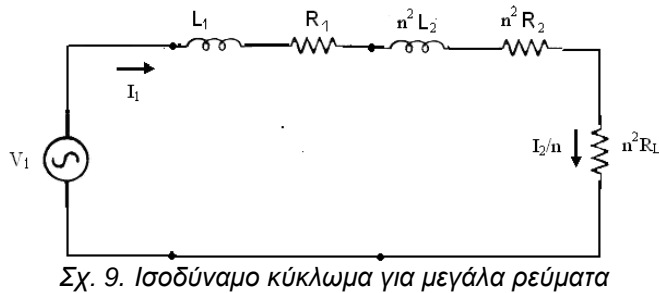
Στα παραδείγματα παρακάτω θεωρούμε ότι το φορτίο στο δευτερεύον είναι ωμική αντίσταση και δεν στρέφει τη φάση.

3.1. Μικρό ρεύμα δευτερεύοντος

Αν το ρεύμα I_2 είναι μικρό, το διάγραμμα έχει την μορφή (Σχ.8). Θεωρούμε ότι η πτώση τάσης λόγω της αντίστασης των πηνίων είναι αμελητέα. Το ρεύμα μαγνήτισης στρέφει το διάνυσμα I_1 κατά γωνία ϕ . Άρα ο συντελεστής ισχύος γίνεται μικρότερος από τη μονάδα ($\cos\phi < 1$).

3.2. Μεγάλο ρεύμα δευτερεύοντος

Όταν το ρεύμα στο δευτερεύον είναι μεγάλο θεωρούμε, ότι το ρεύμα μαγνήτισης είναι μικρό και παραλείπουμε τον εσωτερικό κλάδο του κυκλώματος. Όμως η σκέδαση των δυναμικών γραμμών συμπεριφέρεται σαν εμπέδηση L_A .



Το αποτέλεσμα είναι να στρέφεται το διάνυσμα της τάσης κατά γωνία ϕ και αντίστοιχα να ελαττώνεται ο συντελεστής ισχύος. Επίσης γίνονται σημαντικές οι απώλειες λόγω των ωμικών αντιστάσεων των πηνίων. Η αντίσταση R_A είναι η συνολική αντίσταση των πηνίων. Εδώ θεωρούμε ότι το I_2/n είναι ίσο κατά προσέγγιση με το I_1 .

$$R_A = R_1 + n^2 R_2$$

Ισοδύναμη Ωμική Αντίσταση

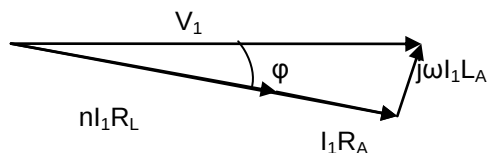
$$L_A = L_1 + n^2 L_2$$

Ισοδύναμη Αυτεπαγωγή Σκέδασης

$$R_1, R_2$$

Ωμική αντίσταση πρωτεύοντος & δευτερεύοντος

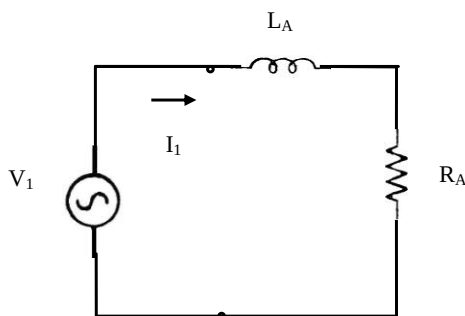
Η αντίσταση απωλειών R_A , είναι ίση με την αντίσταση του πρωτεύοντος R_1 συν την ισοδύναμη αντίσταση $n^2 R_2$ του δευτερεύοντος.



Στο (Σχ. 10) βλέπουμε τη στροφή της φάσης που προκαλείται από την σκέδαση των μαγνητικών γραμμών και κατά συνέπεια την ελάττωση του συντελεστή ισχύος.

Σχ.10. Στροφή φάσης που προκαλείται από την σκέδαση

3.3. Δευτερεύον βραχυκυκλωμένο



Για μετασχηματιστή με λόγο n κάνουμε την αντικατάσταση της παραγράφου 1. Θεωρώ ότι το ρεύμα μαγνήτισης είναι μικρό σε σχέση με το ρεύμα βραχυκύκλωσης. Επίσης ισχύει όπως στο προηγούμενο ότι $I_1 = I_2/n$. Έτσι το ισοδύναμο κύκλωμα γίνεται όπως το (Σχ.11).

Σχ.10. Στροφή φάσης που προκαλείται από την σκέδαση

Στο πρωτεύον αναπτύσσεται τάση: $V_1 = I_1 R_A + jL_A \frac{dI_1}{dt}$

Η εμπέδηση (σύνθετη αντίσταση): $Z = R_A + jL_A \omega$

$R_A = R_1 + n^2 R_2$: Συνολική Ωμική αντίσταση

R_1, R_2 : Ωμική πρωτεύοντος και δευτερεύοντος

$L_A = L_1 + n^2 L_2$: Η αυτεπαγωγή που οφείλεται στη ροή που σκεδάζεται (διαφεύγει)

Η ισχύς που καταναλώνεται στην περίπτωση αυτή οφείλεται αποκλειστικά στις απώλειες ισχύος. Από τις μετρήσεις με το πηνίο βραχυκυκλωμένο μπορούμε να υπολογίσουμε την εμπέδηση του μετασχηματιστή, τις αντιστάσεις απωλειών και την αυτεπαγωγή σκέδασης.

$$|Z| = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_1}{I_2 / n}$$

Αν η ισχύς που καταναλίσκεται είναι P_A τότε:

$$R_A = \frac{P_A}{I_1^2} = \frac{P_A}{I_2^2 / n^2} \quad \text{και} \quad L_A = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{|Z|^2 - R_A^2}$$

Μας ενδιαφέρουν οι ποσότητες αυτές κυρίως για το ρεύμα κανονικής λειτουργίας δηλαδή το ρεύμα που αντιστοιχεί στην βέλτιστη λειτουργία, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του κατασκευαστή. Οι απώλειες που οφείλονται στην σκέδαση των μαγνητικών γραμμών εξαρτώνται από το ρεύμα που διαρρέει τα πηνία και όχι από την τάση.

(Το ρεύμα κανονικής λειτουργίας το γράφει ο μετασχηματιστής ή πιο σωστά το υπολογίζουμε από το διάγραμμα του συντελεστή απόδοσης. Είναι η τιμή που ο συντελεστής απόδοσης είναι μέγιστος.)

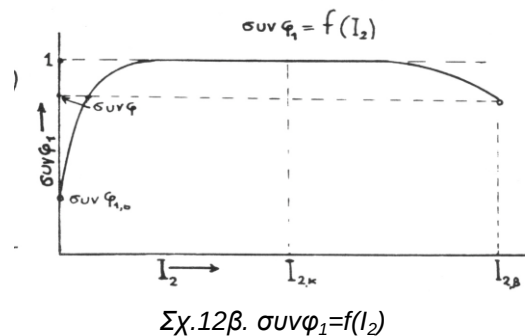
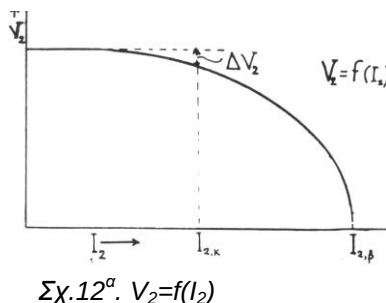
Επίσης στη συνέχεια μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα που θα περάσει αν βραχυκυκλωθεί το δευτερεύον σε κανονική τάση λειτουργίας. Η τιμή αυτή χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του συστήματος προστασίας του μετασχηματιστή.

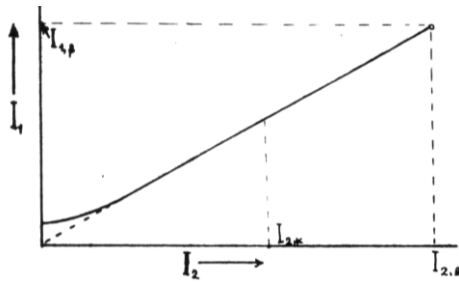
3.4. Χαρακτηριστικές καμπύλες

Στα σχήματα 12α, 12β, 12γ φαίνονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες του μετασχηματιστή, όπου η V_1 διατηρείται σταθερή.

Το ρεύμα βραχυκύκλωσης $I_{2\beta}$ προκύπτει από την παράγραφο 2.1.3 και αν πάρουμε τα μέτρα των μιγαδικών αριθμών:

$$I_{2\beta} = \frac{V_1}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L_\sigma^2}} \quad \text{και επίσης έχουμε: } I_{1\beta} = \frac{I_{2\beta}}{n}$$




 Σχ. 12γ. $I_1=f(I_2)$

1.3.5. Χαρακτηριστικές απωλειών και απόδοσης

Οι απώλειες ισχύος P_x στα χάλκινα τυλίγματα είναι:

$$P_x = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = \left\{ \frac{R_1}{n^2} + R_2 \right\} I_2^2 = R I_2^2$$

Οι απώλειες P_π στον πυρήνα είναι πρακτικά ανεξάρτητες από το ρεύμα δευτερεύοντος I_2 . Καθορίζονται από την βατική συνιστώσα I_π του ρεύματος $I_{1,0}$ εν κενώ για το οποίο οι ωμικές απώλειες P_x είναι πολύ μικρότερες του P_π .

Η απόδοση του μετασχηματιστή είναι: $a = \frac{P_2}{P_1}$

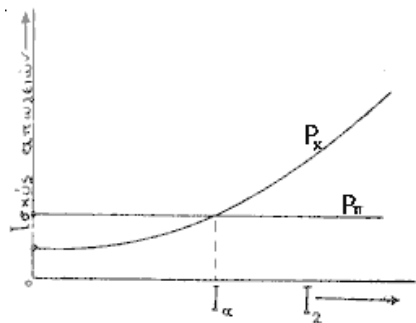
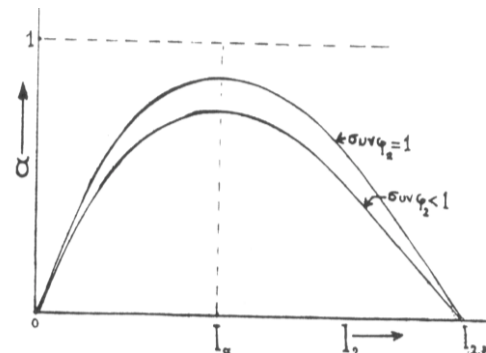
$$\alpha = \frac{I_2 V_2 \cos \phi_2}{I_1 V_1 \cos \phi_1} = \frac{I_2 V_2 \cos \phi_2}{I_2 V_2 \cos \phi_2 + P_\pi + R I_2^2} = \frac{V_2 \cos \phi_2}{V_2 \cos \phi_2 + \frac{P_\pi}{I_2} + R I_2}$$

Το $\cos \phi_2$ είναι ο συντελεστής απόδοσης του φορτίου. Για ωμικό φορτίο είναι μονάδα. Για ορισμένο $\cos \phi_2$ και V_2 σταθερή, η απόδοση α γίνεται μέγιστη (όπως εύκολα αποδεικνύεται)

για ρεύμα $I_2 = I_\alpha$ ($I_\alpha = I_{\text{άριστο}}$), στο οποίο $\frac{P_\pi}{I_2} + R I_2 = \min$, δηλαδή για: $P_\pi = R I_\alpha^2 = P_x$,

όπου P_x και P_π είναι η ισχύς που χάνεται στο χαλκό και τον πυρήνα αντίστοιχα.

Στον κατασκευαστικό υπολογισμό του μετασχηματιστή, οι διάμετροι των συρμάτων, η διατομή του πυρήνα και το υλικό του, διαλέγονται έτσι ώστε το ρεύμα I_α να είναι κοντά στο ρεύμα κανονικής λειτουργίας $I_{2,K}$ στο οποίο η απόδοση είναι σχεδόν σταθερή: Η απόδοση του μετασχηματιστή γίνεται μέγιστη για ένα "άριστο" ρεύμα του δευτερεύοντος I_α , για το οποίο οι απώλειες χαλκού εξισώνονται με τις απώλειες στον πυρήνα.

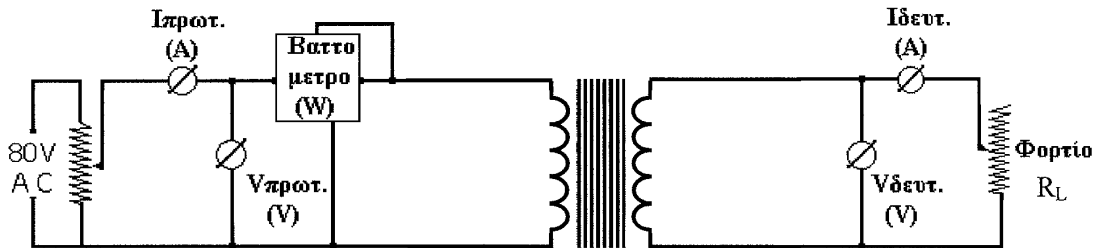

 Σχ. 13α. Οι απώλειες στον χαλκό P_x και στον πυρήνα P_π


Σχ. 13β. Ο συντελεστής αποδόσεως του μετασχηματιστή

Πειραματική διαδικασία

1. Το κύκλωμα

Το βασικό κύκλωμα για τις μετρήσεις των μεγεθών I , V , P από όπου προκύπτουν οι χαρακτηριστικές καμπύλες του μετασχηματιστή φαίνεται στο Σχ. 14



Σχ. 14. Βασικό κύκλωμα μελέτης του μετασχηματιστή

Η πηγή τροφοδότησης είναι μεταβλητός μετασχηματιστής (variac) ή ρυθμιστική αντίσταση, σε ποτενσιομετρική σύνδεση.

Το βολτόμετρο V_1 , το αμπερόμετρο A_1 και το βατόμετρο W μετρούν αντίστοιχα την τάση V_1 , το ρεύμα I_1 και την ισχύ P_1 στο πρωτεύον κύκλωμα. Στο δευτερεύον κύκλωμα ο ωμικός καταναλωτής είναι μεταβλητός, και το βολτόμετρο V_2 και το αμπερόμετρο A_2 μετρούν ομοίως την τάση V_2 και το ρεύμα I_2 .

ΠΡΟΣΟΧΗ! Η τιμή της V_1 θα πρέπει να καθοριστεί στα (60-70) V και να διατηρηθεί σε όλη την διάρκεια των μετρήσεων σταθερή.

2. Μέτρηση «εν κενώ»

Με το κύκλωμα του δευτερεύοντος ανοικτό, πάρτε τις τιμές των V_1 , $I_{1,0}$, $P_{1,0}$, $V_{2,0}$.

Με το δευτερεύον κύκλωμα ανοικτό ($I_2 = 0$), προκύπτουν τα μεγέθη: η , P_π , $\cos\phi_{1,0}$, I_π , I_m . Πραγματικά έχουμε:

i. Επειδή $V_{2,0} = \frac{V_1}{n}$ ο λόγος μετασχηματισμού είναι: $n = \frac{V_1}{V_{2,0}}$

ii. Η ισχύς $N_{1,0}$ στην ουσία είναι ίση με τις απώλειες πυρήνα: $P_\pi = P_{1,0}$

iii. Ο συντελεστής ισχύος είναι: $\cos\phi_{1,0} = \frac{P_{1,0}}{I_{1,0} \cdot V_1}$

iv. Η βατική συνιστώσα του $\vec{I}_{1,0}, \vec{I}_1 \rightarrow \vec{I}_0 = \vec{I}_{1,0}$ (Σχ. 5) $I_\pi = I_{1,0} \cos\phi_{1,0}$

v. Η αβατική συνιστώσα δίνει το ρεύμα μαγνήτισης: $I_m = I_{1,0} \cdot \sin\phi_{1,0}$

vi. Υπολογίζουμε τα παραπάνω μεγέθη και ζωγραφίζουμε το ρεύμα διέγερσης σαν διάγραμμα.

3. Μέτρηση με μεταβαλλόμενο φορτίο

Κλείνοντας το κύκλωμα του δευτερεύοντος, μεταβάλλουμε την αντίσταση φόρτου R_L , καθορίζοντας έτσι τις τιμές του ρεύματος δευτερεύοντος μεταξύ 0 και 10A, (10 τιμές). Για κάθε τιμή του ρεύματος δευτερεύοντος λαμβάνουμε τις τιμές I_1 , P_1 , I_2 , V_2 , V_1 =σταθ

(Η οδηγία αυτή ισχύει μόνον για την συσκευή της 1Γ7. Συνεχίζουμε στην περιοχή ρευμάτων δευτερεύοντος από 10A έως 25A (7 έως 8 τιμές) μετρώντας πάλι τα μεγέθη I_1 , P_1 , I_2 , V_2 , V_1 =σταθ.)

- i) μετρήσεις να καταχωρηθούν σε πίνακες των V_1 = σταθερό, I_1 , P_1 , V_2 , I_2 .
- ii) Χαράζουμε τις καμπύλες $I_1 = f(I_2)$, $V_2 = f(I_2)$, $\text{συνφ}_1 = f(I_2)$ και $\alpha = f(I_2)$. Δικαιολογούμε σύντομα τη μορφή των καμπυλών.
- iii) Από την καμπύλη $\alpha = f(I_2)$ υπολογίζουμε το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του μετασχηματιστή. Είναι το ρεύμα στο οποίο ο συντελεστής απόδοσης γίνεται μέγιστος.
- iv) Προφανώς δεν επιτρέπεται να αυξηθεί το ρεύμα I_2 μέχρι της τιμής $I_{2\beta}$. Για μικρό χρονικό διάστημα (1,2 λεπτά) μπορούμε να έχουμε $I_2 \approx 2I_{2\beta}$ χωρίς να καταστραφεί ο μετασχηματιστής.

4. Μέτρηση με βραχυκυκλωμένο δευτερεύον

Ελαττώνουμε την τάση πρωτεύοντος στο χαμηλότερο σημείο, κατόπιν συνδέουμε απ' ευθείας το αμπερόμετρο του δευτερεύοντος, στα άκρα του δευτερεύοντος, και ρυθμίζουμε την τάση έτσι ώστε το ρεύμα στο δευτερεύον, να γίνει ίσο με το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του μετασχηματιστή. Μετρούμε τώρα, τα I_1 ($=I_{1\kappa}$), V_1 , N_1 , I_2 , $V_2 \approx 0$ (Γιατί το V_2 δεν είναι ακριβώς 0;). Σαν **ρεύμα κανονικής λειτουργίας χρησιμοποιούμε στην 1Γ7 10 A και στην 2Γ7 1,35 A**. Συγκρίνουμε με την τιμή που υπολογίσατε στο ερώτημα 2.2 iii .

Με την κανονική τιμή της τάσεως πρωτεύοντος V_1 , δεν επιτρέπεται να βραχυκυκλωθεί το δευτερεύον. Στα σύρματα αναπτύσσεται υπερβολική θερμότητα Joule και μεγάλες δυνάμεις Laplace και ο μετασχηματιστής κινδυνεύει να καταστραφεί από τήξη ή παραμόρφωση των τυλιγμάτων. Για τον λόγο αυτό στο πρωτεύον εφαρμόζουμε μία μικρή τάση $V_{1\delta\beta}$ τέτοιας τιμής ώστε να προκαλεί στο πρωτεύον, ρεύμα $I_{1\delta\beta}$ ίσο με το ρεύμα πρωτεύοντος $I_{1\kappa}$ **κανονικής λειτουργίας**, ενώ βεβαίως το δευτερεύον είναι βραχυκυκλωμένο. Η τάση $V_{1\delta\beta}$ ονομάζεται **δοκιμαστική τάση βραχυκύκλωσης**. Η συνθήκη $I_1 = I_{1\delta\beta}$ εξασφαλίζει ότι έχουμε τις πραγματικές συνθήκες φόρτισης του μετασχηματιστή.

Από αυτήν την μέτρηση έχουμε τα μεγέθη: $V_{1\delta\beta}$, $I_{1\delta\beta} = I_{\kappa}$, $N_{1\delta\beta}$, $I_{2\delta\beta}$. Το βατόμετρο μετράει: $P_{1\delta\beta} = P_{\pi} + P_x$. Συνεπώς:

- i. Απώλειες χαλκού (ωμικές): $P_x = P_{1\delta\beta} - P_{\pi}$
- ii. Ολική εσωτερική αντίσταση: $R = \frac{P_x}{I_{1\delta\beta}^2} = \frac{P_x}{I_{2\delta\beta}^2 / n}$
- iii. Ολική εσωτερική εμπέδηση: $|Z| = \frac{V_{1\delta\beta}}{I_{2\delta\beta} / n} = \frac{V_{1\delta\beta}}{I_{1\delta\beta}}$
- iv. Ολική αυτεπαγωγή σκέδασης: $L_6 = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{|Z|^2 - R^2}$ (f η συχνότητα)

v. Από τα παραπάνω σχεδιάζουμε το διάνυσμα της εμπέδησης. Συγκρίνουμε τη γωνία με την γωνία που υπολογίζουμε από τον συντελεστή απόδοσης.

- vi. Πραγματικό ρεύμα βραχυκύκλωσης: $I_{2\beta} = \frac{nV_1}{|Z|} = \frac{V_1}{V_{1\delta\beta}} I_{2\delta\beta}$
- vii. Ωμική πτώση τάσης: $\Delta V_R = RI_{2\delta\beta} / n = RI_{1\delta\beta}$
- viii. Επαγωγική πτώση τάσης: $\Delta V_{\Sigma} = \omega L_{\sigma} I_{2\delta\beta} / n = 2\pi \nu L_{\sigma} I_{1\delta\beta}$

ix. Ολική πτώση τάσης:

$$\Delta V_2 = \sqrt{(\Delta V_R)^2 + (\Delta V_\Sigma)^2} = V_{1,\delta\beta}$$

Εξετάστε αν ισχύει ακριβώς η τελευταία σχέση.

x. Σχεδιάστε πίνακα με τα αποτελέσματα.

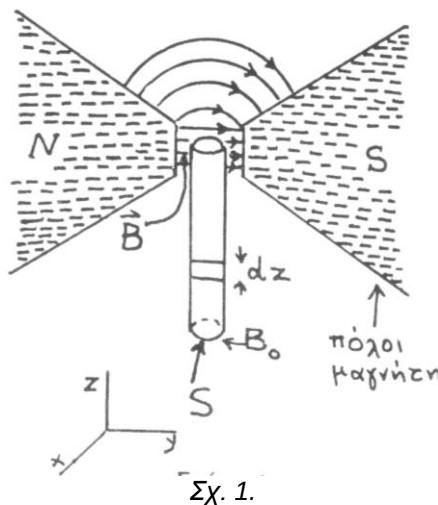
Ερωτήσεις

1. Αναφέρατε μερικές εφαρμογές των μετασχηματιστών στη διανομή ηλεκτρισμού, σε ηλεκτρικές συσκευές και σε ηλεκτρονικές συσκευές.
2. Σχεδιάστε έναν μετασχηματιστή και θεωρήστε ότι στο πρωτεύον του η τάση αυξάνεται στιγμιαία από 0 σε V. Χρησιμοποιώντας τους κανόνες της επαγωγής βρείτε την φορά των E_1 , E_2 , I_1 , I_2 .
3. Αποδείξτε τον τύπο του μετασχηματισμού της εμπέδησης.
4. Σε ένα απλό σχήμα σχεδιάστε την μορφή και τη φορά των ρευμάτων Foucault σε σχέση με τη μαγνήτιση του πυρήνα .
5. Γιατί η απόδοση του μετασχηματιστή είναι μικρή στα μικρά και στα μεγάλα ρεύματα λειτουργίας;
6. Στον ισοδύναμο μετασχηματιστεί (1.3), καταλαβαίνετε γιατί η μάζα και ο όγκος του αγωγού πρέπει να είναι ίδια;
7. Το πρωτεύον και το δευτερεύον τυλίγονται κατά την ίδια ή την αντίθετη φορά. Τι συμβαίνει με το ρεύμα στις δύο περιπτώσεις; (Σχεδιάστε ένα απλοποιημένο σχήμα όπου να καταδεικνύεται η φορά των ρευμάτων.)

Άσκηση Γ8. Μέτρηση μαγνητικής επιδεκτικότητας υγρού

Θεωρητικό Μέρος

1. Δύναμη που ασκείται σε πρισματικό σώμα μέσα σε ανομοιογενές Μαγνητικό πεδίο



Η δυναμική ενέργεια του συστήματος, Μαγνητικό πεδίο-μαγνητικό δίπολο είναι:

$$U = - \mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \quad (1)$$

όπου $\mathbf{m}$ η μαγνητική διπολική ροπή°. Η δύναμη, ως γνωστόν, είναι:

$$\mathbf{F} = \nabla U \quad (2)$$

Λόγω της κυλινδρικής συμμετρίας (αν το δείγμα έχει τοποθετηθεί σε συμμετρική απόσταση από τους πόλους του Μαγνήτη), η μόνη δύναμη που εμφανίζεται είναι η F_z .

$$F_z = - \frac{\partial U}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} (-\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})$$

$$F_z = m \frac{\partial B}{\partial z} \quad (3)$$

Θεωρούμε εδώ ότι η Μαγνητική ροπή $\mathbf{m}$ προσανατολίζεται παράλληλα στο πεδίο $\mathbf{B}$, (περίπτωση υγρού). Αν τώρα στην περιοχή του μαγνητικού πεδίου όπου η βαθμίδα του πεδίου (κατά τον Z άξονα) είναι $\frac{dB}{dz}$ θεωρήσουμε αντί την $\mathbf{m}$, στοιχειώδη μαγνητική ροπή $d\mathbf{m}$ θα έχουμε τότε για την F_z .

$$dF_z = dm \frac{dB}{dz} \quad (4) \Rightarrow \quad dF_z = M dV \frac{dB}{dz} \quad (5) \quad \text{όπου} \quad M = \frac{dm}{dV}$$

η Μαγνήτιση του υγρού και dV ο στοιχειώδης όγκος που καταλαμβάνει η στοιχειώδης μαγνητική ροπή dm .

$$\text{Αλλά:} \quad M = k H \quad (6) \quad \text{και} \quad B = \mu_0 (H + M) \quad (7)$$

όπου k η μαγνητική επιδεκτικότητα του υγρού και H το Μαγνητίζον πεδίο (πεδίο H).

Οπότε, αφού ισχύει: $dV = S dz$, θα έχουμε:

$$B = \mu_0 (1 + k) H \quad \text{και} \quad dF_z = k H S dz \frac{dB}{dz}$$

και τελικά:

° Η έννοια της διπολικής ροπής όπως και συναφείς έννοιες αναπτύσσονται στο Παράρτημα

$$dF_z = kHSdB \Rightarrow dF_z = kS \frac{B}{\mu_0(1+k)} dB \Rightarrow F_z = \frac{kS}{\mu_0(1+k)} \int_{B_0}^B B dB$$

και:

$$F_z = \frac{kS}{2\mu_0(1+k)} (B^2 - B_0^2) \quad (8)$$

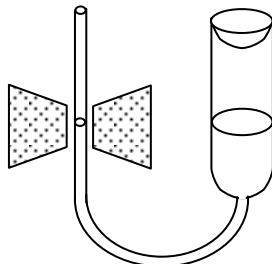
Αν τώρα $B_0 = 0$, δηλαδή το άλλο άκρο του πρισματικού υλικού βρίσκεται εκτός μαγνητικού πεδίου θα έχουμε:

$$F_z = \frac{kS}{2\mu_0(1+k)} B^2 \quad (9)$$

και για την περίπτωση μη σιδηρομαγνητικών υλικών $|k| \ll 1$ έχουμε:

$$F_z = \frac{kS}{2\mu_0} B^2 \quad (10)$$

2. Μέθοδος Quincke



Σχ.2. Διάταξη

Αν πραγματικό υγρό που βρίσκεται μέσα σε λεπτό κυλινδρικό σωλήνα τοποθετηθεί σε χώρο όπου υπάρχει ανομοιογενές πεδίο (Σχ.2) τότε θα ασκηθεί δύναμη, προς την περιοχή όπου το πεδίο είναι ισχυρότερο, αν το υλικό είναι παραμαγνητικό, και προς την περιοχή όπου το πεδίο είναι ασθενέστερο αν το υλικό είναι διαμαγνητικό. Θα παρατηρήσουμε τότε (αν ισχύουν οι απαραίτητες προϋποθέσεις) ότι υπό την επίδραση της δύναμης αυτής το υγρό θα ανέβει (παραμαγνητικό υλικό) μέσα στο σκέλος όπου βρίσκεται στο διάκενο του μαγνήτη. Από την ανύψωση δημιουργείται μια διαφορά στάθμης στα δύο σκέλη του σωλήνα, το δε υγρό ισορροπεί στη νέα θέση.

Αν το εκτός πεδίου σκέλος είναι πολύ μεγαλύτερης διαμέτρου από το άλλο τότε, παρά την ανύψωση της στάθμης στον λεπτό σωλήνα, η στάθμη του άλλου σωλήνα δεν θα μεταβληθεί, αρκεί επομένως να μετρηθεί η ανύψωση h στον στενό σωλήνα για να βρεθεί η διαφορά στάθμης.

Η δύναμη που έλκει το υγρό είναι ίση με το βάρος της στήλης ύψους h :

$$B = \rho g V = \rho g S h = \frac{kS}{2\mu_0} B^2 = F \quad (11)$$

Από την (11) λαμβάνουμε για την ανύψωση h την σχέση:

$$h = \frac{kB^2}{2\mu_0 \rho g} \quad (12) \quad \text{και τελικά:} \quad k = \frac{2\mu_0 \rho g h}{B^2} \quad (13)$$

Μετρώντας λοιπόν την ένταση του Μαγνητικού πεδίου B στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, την πυκνότητα του υγρού ρ και την ανύψωση h , υπολογίζουμε την μαγνητική επιδεκτικότητα του υγρού k .

Σημαντικό: Κατά τις μετρήσεις πρέπει να ελέγχετε μήπως η ανύψωση εμποδίζεται από επιφανειακές τάσεις του υγρού. Γι' αυτό ο σωλήνας πρέπει να καθαρίζεται καλά, ώστε το υγρό να τον διαβρέχει ομοιοτρόπως παντού.

3. Ειδική μαγνητική επιδεκτικότητα διαλυμάτων

Η μαγνητική ροπή ενός διαλύματος $m_{\text{διαλύμ.}}$ είναι ίση με το άθροισμα της μαγνητικής ροπής $m_{\text{αλατ.}}$ του άλατος που περιέχεται και της μαγνητικής ροπής $m_{\text{διαλύτ.}}$ του διαλύτη.

$$m_{\text{διαλύμ.}} = m_{\text{αλατ.}} + m_{\text{διαλύτ.}} \quad (14)$$

Αν ορίσουμε σαν ειδική μαγνητική επιδεκτικότητα την ποσότητα: $x = \frac{k}{\rho}$

δηλαδή το πηλίκο της μαγνητικής επιδεκτικότητας ενός υγρού προς την πυκνότητά του θα έχουμε:

$$m = MV = kHV = x \rho HV = x H m \quad (15)$$

όπου m η μαγνητική ροπή, M η μαγνήτιση, V ο όγκος, k η μαγνητική επιδεκτικότητα, H η ένταση του Μαγνητίζοντος πεδίου, ρ η πυκνότητα και m η μάζα του υγρού.

Τότε η σχέση (14) τότε γράφεται:

$$x_{\text{διαλύμ.}} = m_{\text{άλατος}} / m_{\text{διαλύμ.}} = x_{\text{άλατος}} + m_{\text{διαλύτου}} / m_{\text{διαλύμ.}} x_{\text{διαλύτου}} \quad (16)$$

Ο λόγος $m_{\text{άλατος}} / m_{\text{διαλύμ.}} = P$ καλείται περιεκτικότητα βάρους του διαλύματος, οπότε ο λόγος $m_{\text{διαλύτου}} / m_{\text{διαλύμ.}}$ θα είναι ίσος με $1 - P$.

Έτσι η σχέση (16) γράφεται:

$$x_{\text{διαλύμ.}} = P x_{\text{άλατος}} + (1 - P) x_{\text{διαλύτου}} \quad (17)$$

Ο πιο συνηθισμένος διαλύτης είναι το νερό, το οποίο είναι διαμαγνητικό υγρό με ειδική μαγνητική επιδεκτικότητα: $x_{\text{H}_2\text{O}} = -0.72 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3/\text{kg}$

4. Νόμος του Curie για παραμαγνητικά υλικά

Στα παραμαγνητικά υλικά κάθε μόριο έχει μόνιμη μαγνητική ροπή m . Στην περίπτωση π.χ. του MnSO_4 αυτή είναι εντοπισμένη στο δισθενές ιόν Mn^{++} .

Όταν πάνω σε ρευστό δεν επιδρά εξωτερικό Μαγνητικό πεδίο, ο προσανατολισμός των στοιχειωδών μαγνητικών ροπών είναι τυχαίος, έτσι ώστε η συνολική μαγνητική ροπή να είναι μηδέν. Με την εφαρμογή όμως εξωτερικού μαγνητικού πεδίου οι μαγνητικές ροπές προσανατολίζονται.

Εάν ο προσανατολισμός ήταν απόλυτος τότε ποσότητα υλικού που περιέχεται στη μονάδα του όγκου θα είχε Μαγνήτιση Zm , όπου Z ο αριθμός των μαγνητικών ροπών στη μονάδα του όγκου. Όμως στον πλήρη προσανατολισμό αντιτίθενται οι κρούσεις λόγω θερμικής κίνησης και έτσι τελικά έχουμε αποκατάσταση μίας μέσης τιμής Μαγνήτισης ανάμεσα σε 0 και Zm .

Η τιμή αυτή σύμφωνα με την θεωρία του Langevin, είναι:

$$\text{Μαγνήτιση: } M = Zm \frac{mB}{3kT} \quad (18)$$

εξαρτάται δηλαδή από τον λόγο της ενέργειας mB που έχει ένα προσανατολισμένο μαγνητικό δίπολο μέσα σε μαγνητικό πεδίο προς την θερμική ενέργεια kT , όπου k η σταθερά Boltzmann. Από τον ορισμό του Z προκύπτει ότι:

$Z = \frac{N}{V_{\text{mol}}}$, όπου N ο αριθμός Avogadro και V_{mol} ο όγκος που καταλαμβάνει ένα γραμμομόριο της ουσίας.

Ακόμη αν ρ η πυκνότητα της ουσίας θα είναι: $\rho = m_{\text{mol}} / V_{\text{mol}}$ όπου m_{mol} είναι η μάζα του γραμμομορίου.

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει ότι:

$$Z = N\rho/m_{\text{mol}} \quad (19)$$

Στη συνέχεια έχουμε:

$$k = \chi \rho = \frac{M}{H} = \mu_0(1+k) \frac{M}{B} = \mu_0(1+k) Z \frac{m^2}{3kT} = \mu_0(1+k) \frac{N\rho}{m_{\text{mol}}} \frac{m^2}{3kT}$$

Απαλείφοντας την πυκνότητα ρ και για $k \ll 1$ έχουμε:

$$\chi = \mu_0 \frac{Nm^2}{3kTm_{\text{mol}}} \quad (20)$$

Η σχέση $\chi = \frac{\text{σταθερά}}{T}$ είναι γνωστή σαν "Νόμος του Curie" και ισχύει στις περιπτώσεις όπου $mB \ll kT$.

Από την σχέση (20) είναι δυνατός ο υπολογισμός της m αν μετρηθεί η χ

$$m = \sqrt{\frac{3kTm_{\text{mol}}}{\mu_0 N}} \chi \quad (21)$$

5. Μαγνητική ροπή ενός ατόμου

Όπως είναι γνωστό (παράρτημα) η μαγνητική ροπή $\mathbf{m}$ ενός κλειστού αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα εντάσεως I , δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{m} = I \mathbf{S} \quad (22)$$

όπου $\mathbf{S}$ το άνωσμα της επιφάνειας που καθορίζεται από τον κλειστό αγωγό. Ένα ηλεκτρόνιο τώρα που κινείται σε κυκλική τροχιά με συχνότητα ν ισοδυναμεί με ρεύμα του οποίου η ένταση I είναι:

$$I = \frac{\text{φορτίο}}{\text{χρόνος}} = \nu \cdot e = \frac{\omega}{2\pi} \cdot e$$

Επειδή όμως $S = \pi r^2$, η μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου λόγω περιφοράς θα είναι τελικά:

$$m_\lambda = \frac{\omega e r^2}{2} \quad (23)$$

Από την άλλη μεριά η στροφορμή λ του ηλεκτρονίου έχει μέτρο (στροφορμή λόγω περιφοράς)

$$\lambda = m\omega r^2 \quad (24)$$

Από τις (23) και (24) λαμβάνουμε τελικά:

$$m_\lambda = \lambda \quad e/2m \quad (25)$$

όπου m η μάζα του ηλεκτρονίου.

Σύμφωνα όμως με την κβαντομηχανική, το μέτρο της στροφορμής ενός ηλεκτρονίου είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του $\hbar/2\pi$, $\hbar$ η σταθερά δράσης του Planck.

$$\lambda = l \frac{\hbar}{2\pi} \quad (26)$$

όπου l ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός. Συνεπώς από την σχέση (25) έχουμε:

$$m_{\lambda} = l e h / 4\pi m \quad (27)$$

Είναι λοιπόν δυνατό να υπολογισθεί η μαγνητική ροπή ηλεκτρονίου που περιφέρεται γύρω από τον πυρήνα, αν είναι γνωστός ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός l .

Από την σχέση (25) λαμβάνουμε τελικά:

$$\frac{\text{Μαγνητική ροπή λόγω περιστροφής}}{\text{Στροφορμή}} = \frac{e}{2m}$$

Εξ άλλου λόγω της περιστροφής του ηλεκτρονίου γύρω από τον άξονά του, αυτό έχει ιδιοστροφορμή (spin) s του οποίου το μέτρο είναι:

$$s = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi} \quad (28)$$

Η ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου προκαλεί μαγνητική ροπή m_s της οποίας το μέτρο είναι:

$$m_s = eh / 4\pi m \quad (29)$$

Η ποσότητα $m_s = eh / (4\pi m)$ ονομάζεται **μαγνητόνη του Bohr**, μ_{Bohr}

Η μαγνητική ροπή λοιπόν ενός ηλεκτρονίου λόγω, ιδιοπεριστροφής είναι πάντα ίση με μία μαγνητόνη του Bohr.

Από τις σχέσεις (28) και (29) έχουμε:

$$\frac{m_s}{s} = 2e / 2m$$

Για την ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου ισχύει:

$$\frac{m_s}{s} = 2e / 2m$$

ενώ για την περιφορά του ηλεκτρονίου πέριξ του πυρήνα ισχύει $\frac{m_{\lambda}}{\lambda} = e / 2m$

Ο παράγων 2 αποτελεί την μαγνητική ανωμαλία του SPIN.

(Η μαγνητική ανωμαλία του **spin** είναι πειραματικό δεδομένο που ερμηνεύτηκε από τον Paul Dirac - σχετικιστική κβαντική θεωρία).

6. Στροφορμή του ιόντος M_n^{++}

Το άτομο του M_n έχει ατομικό αριθμό 25. Έχει 2 ηλεκτρόνια στον φλοιό K, 8 στον φλοιό L, 13 στον φλοιό M και 2 στον φλοιό N. Στο δισθενές ιόν M_n^{++} λείπουν τα δύο ηλεκτρόνια του φλοιού N, και εξωτερικός φλοιός είναι πιά ο M. Από τους τρεις υποφλοιούς του τώρα το 3_s και ο 3_p είναι γεμάτοι με 8 ηλεκτρόνια, ενώ ο 3_d περιέχει μόνο 5 ηλεκτρόνια αντί των 10 που μπορεί να περιλάβει.

Η ολική στροφορμή J του ατόμου είναι ίση με το άθροισμα των στροφορμών των ηλεκτρονίων του:

$$J = \Sigma \lambda + \Sigma S = L + S \quad (30)$$

Οι στροφορμές όμως των ηλεκτρονίων που βρίσκονται στους πλήρεις υποφλοιούς αλληλοαναιρούνται. Έτσι στην σύνθεση αρκεί μόνο να παρθούν υπ' όψη τα εξωτερικά ηλεκτρόνια - 5 στην περίπτωση του M_n^{++} .

Η ανυσματική σύνθεση των στροφορμών μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Ο τρόπος όμως με τον οποίο πραγματοποιείται η σύνθεση στην συγκεκριμένη περίπτωση του M_n^{++} προκύπτει από φασματοσκοπική έρευνα, η οποία έδειξε ότι η θεμελιώδης κατάσταση του ιόντος M_n^{++} είναι η κατάσταση ${}^6S_{5/2}$, δηλαδή είναι:

$$L = 0, S = 5/2, J = 5/2$$

Οι τροχιακές στροφορμές λοιπόν των 5 ηλεκτρονίων συνθέτονται με τέτοιο τρόπο ώστε η συνισταμένη τους να είναι ίση με μηδέν, $\sum_{i=1}^5 \lambda_i = 0$. Από την άλλη μεριά τα spin συνθέτονται όλα παράλληλα, έτσι ώστε η συνισταμένη τους να έχει μέτρο:

$$\sum_{i=1}^5 S_i = 5 \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi} = \frac{5}{2} \frac{h}{2\pi}$$

Η ολική στροφορμή λοιπόν του ιόντος M_n^{++} έχει μέτρο:

$$J = \frac{5}{2} \frac{h}{2\pi} \quad (31)$$

Η μαγνητική ροπή του ιόντος M_n^{++} προέρχεται αποκλειστικά από την ιδιοπεριστροφή των 5 εξωτερικών ηλεκτρονίων και σύμφωνα με τα παραπάνω θα έχουμε:

$$m_{o\lambda} = \sum m_s = 5 eh / 4\pi m = 5\mu_{Bohr} \quad (32)$$

Τέλος σύμφωνα με την κβαντομηχανική ο τύπος (32) μετατρέπεται στον ακόλουθο:

$$m_{o\lambda} = 2\sqrt{S(S+1)} eh / 4\pi m = 2\sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}+1\right)} eh / 4\pi m = 5.019 \mu_{Bohr}$$

Πειραματική Διαδικασία

1. Ζυγίζουμε ποσότητα του παραμαγνητικού άλατος (3-5g) και ογκομετρούμε μια ποσότητα νερού 8-10 cm³. Διαλύουμε το άλας με παρατεταμένη ανατάραξη του ογκομετρικού σωλήνα (αφού πρώτα τον πωματίσουμε) συνεχίζουμε μέχρις ότου το διάλυμα να γίνει διαφανές. Μετρούμε τον όγκο του διαλύματος ($V_{\text{διαλ.}}$).
2. Πλένουμε καλά τον υοειδή σωλήνα με νερό και απορρυπαντικό και στη συνέχεια με μια μικρή ποσότητα διαλύματος (περίπου 1 cm³). Τέλος μεταγγίζουμε το διάλυμα στον υοειδή.
3. Βαθμολογούμε την κλίμακα του καθετόμετρου με το οποίο θα μετρηθεί η ανύψωση της στάθμης του υγρού. Η βαθμολόγηση γίνεται με παρατήρηση, μέσω της διόπτρας ενός υποδεκάμετρου.
4. Μετρούμε το διάκενο του ηλεκτρομαγνήτη (με παράλληλα φύλλα από αλουμίνιο) και τοποθετούμε τον υοειδή σωλήνα ώστε η στάθμη του υγρού στο στενό σωλήνα να βρίσκεται σε σημείο μέγιστης έντασης του πεδίου. Αυτό το πετυχαίνουμε μετακινώντας τον υοειδή κατά τον κάθετο άξονα και σημειώνοντας την ανύψωση κάθε φορά του υγρού. Αφού βρεθεί η θέση της μέγιστης ανύψωσης σε αυτή τη θέση, μετρούμε την ανύψωση της στάθμης του υγρού 5 φορές και εξετάζουμε τη μέση τιμή. Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για άλλες 2 τιμές του διακένου του μαγνήτη.

5. Μετά το τέλος των μετρήσεων πλένουμε καλά τον υοειδή σωλήνα. Ελέγξτε αν στο νερό υπάρχει αισθητή μετακίνηση της στάθμης του μέσα στο ανομοιογενές πεδίο.
6. Μετρούμε τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.
7. Υπολογίζουμε τη μαγνητική επιδεκτικότητα k και την ειδική μαγνητική επιδεκτικότητα του διαλύματος χ .
8. Υπολογίζουμε την μαγνητική επιδεκτικότητα χ του άλατος και τέλος τη μαγνητική ροπή m του άλατος. Πόσες μαγνητόνες του Bohr αντιστοιχούν στην τιμή της μαγνητικής ροπής που βρήκατε;
9. Τα αποτελέσματα να δοθούν σε πίνακα μαζί με τα σφάλματά τους. Σχολιάστε το πείραμα και τα αποτελέσματα.
10. Δώστε ποσοτική εξήγηση της καμπύλης του ηλεκτρομαγνήτη $B = f(a)$.
11. Ξεπλύνετε επιμελώς τον υοειδή σωλήνα με νερό.

Παράρτημα

1. Μαγνητική διπολική ροπή

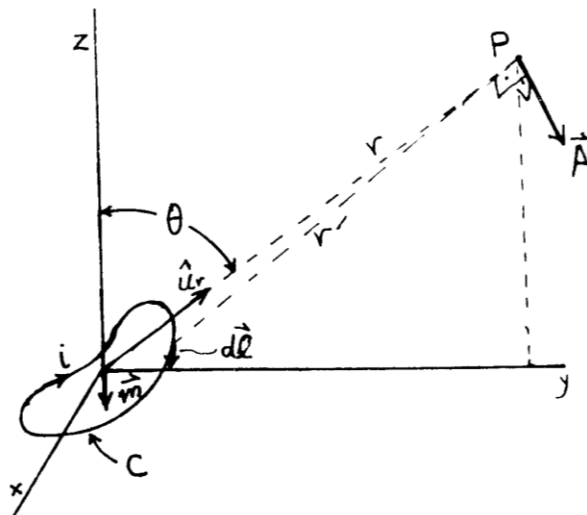
Οι εξισώσεις του Maxwell παρουσιάζουν μία εγγενή ασυμμετρία. Ενώ το Ηλεκτρικό πεδίο είναι δυνατό να έχει στατικές πηγές και συγκεκριμένα την πυκνότητα φορτίου ρ , (1^η εξίσωση Maxwell $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$), το Μαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να έχει στατικές πηγές.

Δεν παρατηρήθηκε ποτέ ένα απομονωμένο μαγνητικό φορτίο - ένα μαγνητικό μονόπολο.

Εάν υπήρχε, ένα τέτοιο αντικείμενο θα είχε τις εξής ιδιότητες:

- Θα προκαλούσε Μαγνητικό πεδίο ακτινικής διεύθυνσης που θα ελαττωνόταν με τον νόμο $1/r^2$.
- Αν τοποθετούσαμε ένα τέτοιο αντικείμενο σε Ομογενές Μαγνητικό Πεδίο, θα αναπτυσσόταν στο αντικείμενο μία δύναμη. Η δύναμη σε τέτοιο ακίνητο αντικείμενο θα είναι παράλληλη προς τον Μαγνητικό πεδίο, αντί να είναι κάθετη προς αυτό, όπως σε ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο.
- Ακόμη από μια περιοχή του χώρου όπου θα υπήρχε ένα απομονωμένο μαγνητικό φορτίο, θα εξέρχεται μια καθαρή ροή του $\vec{B}$.

Η ολική απουσία τέτοιων αντικειμένων συνοψίζεται με την εξίσωση:



Σχ.1. Μαγνητική ροπή επιπέδου βρόχου

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \text{ παντού στο χώρο}$$

Η συνηθισμένη ύλη είναι δομημένη από ηλεκτρικά και όχι από μαγνητικά φορτία.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι οι μόνες πηγές του Μαγνητικού πεδίου είναι τα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία δηλαδή τα ηλεκτρικά ρεύματα.

Έστω τώρα ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το Μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένας κλειστός επίπεδος βρόχος ρεύματος, όχι σε κοντινά προς αυτόν σημεία, αλλά σε σημεία πολύ μακρινά, σε απόσταση πολύ μεγαλύτερη από οποιαδήποτε διάσταση του βρόχου.

Η διαδικασία υπολογισμού του Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ είναι ως γνωστόν: να υπολογιστεί πρώτα το ανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$ και από τη σχέση: $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \vec{B}$ να υπολογισθεί το $\vec{B}$.

Το ανυσματικό δυναμικό $\vec{A}(\vec{r})$ στο σημείο P που ευρίσκεται στο επίπεδο yz, (Σχ.1), και που οφείλεται σε στοιχείο ρεύματος $id\vec{l}$ σε απόσταση r από το σημείο P, δίνεται μετά την ολοκλήρωση από την έκφραση:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}}{r} \quad (1)$$

Η ολοκλήρωση γίνεται στην κλειστή καμπύλη μεγαλύτερο του βρόχου και $\vec{r}$ είναι το άνυσμα από το "κέντρο" του βρόχου έως το σημείο P.

Χωρίς παραπέρα υπολογισμούς αναφερόμαστε στο τελικό αποτέλεσμα που είναι:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\hat{i} \mu_0 \eta \mu \theta i S}{4\pi r^2},$$

όπου S: η επιφάνεια βρόχου.

Επειδή το σχήμα του βρόχου δεν επηρεάζει τους υπολογισμούς (αφού βρισκόμαστε πολύ μακριά), ο περιορισμός ότι το P ευρίσκεται στο επίπεδο yz δεν προκαλεί βλάβη της γενικότητας.

Ώστε: το Ανυσματικό δυναμικό ενός βρόχου ρεύματος οποιουδήποτε σχήματος, σε απόσταση r πολύ μεγαλύτερη από το μέγεθος του βρόχου, είναι άνυσμα κάθετο στο επίπεδο που καθορίζεται από το άνυσμα $\vec{r}$ και την κάθετη στο επίπεδο του βρόχου (άξονας z).

Όλοι οι βρόχοι με τον ίδιο γινόμενο, έντασης ρεύματος επί επιφάνεια θα παράγουν σε μακρινό σημείο το ίδιο ανυσματικό δυναμικό και κατ' επέκταση το ίδιο Μαγνητικό πεδίο, κατά συνέπεια το γινόμενο $i\vec{S}$ παριστάνει μία φυσική οντότητα που ονομάζεται:

$$\text{Μαγνητική ροπή του βρόχου } \vec{m} = i \vec{S} \quad (2)$$

Το δυναμικό ενός ρεύματος μπορεί ακόμη να τεθεί ανυσματικά:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \hat{u}_r}{r^2} \quad (3)$$

Η φορά του ανυσματικού δυναμικού $\vec{A}$, ενός βρόχου ρεύματος σε κάποιο μακρινό σημείο, είναι ίδια με την φορά του ρεύματος στο πλησιέστερο προς το σημείο μέρος του βρόχου.

Ακόμη το ανυσματικό δυναμικό είναι συμμετρικό γύρω από τον άξονα του βρόχου (άξονας z). Οπότε και το Μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ θα είναι συμμετρικό επίσης. Τούτο είναι λογικό διότι εξετάζουμε περιοχές πολύ μακριά από τον βρόχο, όπου οι λεπτομέρειες του σχήματος του βρόχου έχουν ασήμαντη επίδραση.

2. Μηχανική ροπή σε μαγνητικό δίπολο

Έστω επίπεδος βρόχος ρεύματος τυχαιού σχήματος και μεγέθους ευρισκόμενος σε ομογενές

Μαγνητικό πεδίο εντάσεως $\vec{B}$. Είναι δυνατόν πάντοτε να διαλέξουμε τους άξονες, έτσι ώστε το επίπεδο του βρόχου να ευρίσκεται στο xy επίπεδο, με τον άξονα X κάθετο στο άνυσμα του Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ το οποίο ευρίσκεται στο επίπεδο yz.

Η μαγνητική δύναμη ή δύναμη Laplace $\vec{dF}$ στο στοιχείο ρεύματος $i \vec{dl}$ είναι^ο:

$$\vec{dF} = i \vec{dl} \times \vec{B} = i \vec{dr} \times \vec{B}$$

$$\vec{dF} = i \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ dx & dy & 0 \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

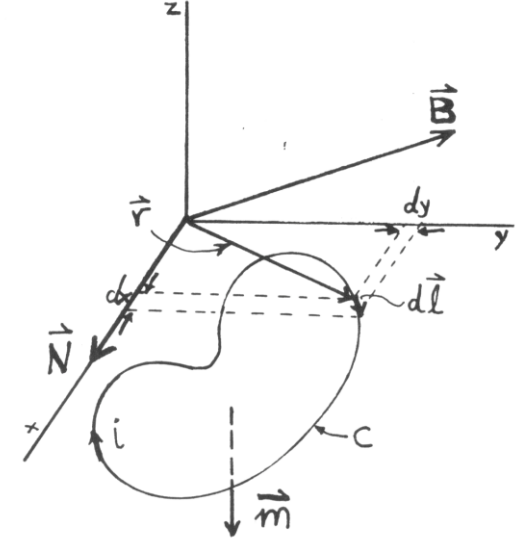
$$\vec{dF} = \hat{i}(iB_z dy) - \hat{j}(iB_z dx) + \hat{k}(iB_y dx)$$

Η στοιχειώδη ροπή $\vec{dN}$ στο στοιχείο ρεύματος $i \vec{dl}$ είναι:

$$\vec{dN} = \vec{r} \times \vec{dF} \text{ ή}$$

$$\vec{dN} = i \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & 0 \\ B_z dy & -B_z dx & B_y dx \end{vmatrix} = i \{ \hat{i} B_y y dx - \hat{j} B_y x dx - \hat{k} B_z (x dx + y dy) \}$$

ολοκληρώνοντας έχουμε: $\vec{N} = i \left\{ \hat{i} B_y \oint y dx - \hat{j} B_y \oint x dx - \hat{k} B_z \oint (x dx + y dy) \right\}$



Σχ.2. Μηχανική ροπή $\vec{N}$ σε επίπεδο βρόχο μαγνητική ροής $\vec{m}$ εντός Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$.

αλλά $\oint x dx = \oint y dy = 0$ και $\oint y dx = S$

οπότε: $\vec{N} = \hat{i} i B_y S = \hat{i} m B_y$

όμως: $\vec{m} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -m \\ 0 & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{i} m B_y$

τότε: $\vec{N} = \vec{m} \times \vec{B}$ (4)

Ο τύπος αυτός είναι πανομοιότυπος με τον αντίστοιχο τύπο της Ηλεκτρικής διπολικής ροπής σε ομογενές Ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$.

$\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}$

^ο i είναι το ρεύμα και $\hat{i}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στον άξονα των x

Όμοια λοιπόν με την περίπτωση ηλεκτρικού διπόλου, το έργο που απαιτείται για να στραφεί ένα μαγνητικό δίπολο, μαγνητικής ροπής $\vec{m}$ από γωνία θ_0 (σε σχέση με το άνυσμα $\vec{B}$) σε γωνία θ είναι:

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} Nd\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} mB \sin\theta d\theta = mB \left[-\cos\theta \right]_{\theta_0}^{\theta} = mB(\cos\theta_0 - \cos\theta)$$

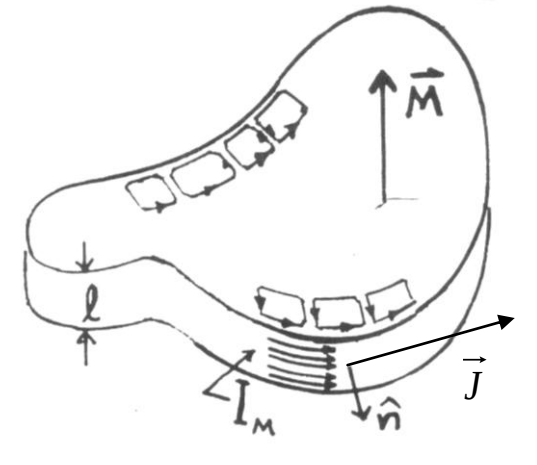
Το έργο αυτό αποταμιεύεται βεβαίως σαν δυναμική ενέργεια του συστήματος Μαγνητικό δίπολο - Μαγνητικό Πεδίο, και επειδή μας ενδιαφέρουν οι διαφορές της δυναμικής ενέργειας, εκλέγουμε γωνία αναφοράς την γωνία, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, οπότε:

$$W = U = -mB \cos\theta \text{ ή σε ανυσματική μορφή: } U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

3. Μαγνητικό πεδίο στην ύλη

Εάν φέρομε ένα κομμάτι υλικού στην περιοχή ενός Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ (π.χ. μέσα σε σωληνοειδές διαρρεόμενο από ρεύμα) τότε υπό την επίδραση του πεδίου θα προσανατολισθούν οι μαγνητικές ροπές $\vec{m}$ του υλικού προς την διεύθυνση του πεδίου, συνεπώς το υλικό θα αποκτήσει Μαγνήτιση $\vec{M}$.

Η Μαγνήτιση του υλικού είναι το (ανυσματικό) άθροισμα των μαγνητικών ροπών σε κάποιο όγκο, δια του όγκου αυτού^ο. Η φυσική προέλευση των μαγνητικών ροπών $\vec{m}$ δεν είναι τίποτε άλλο παρά τα κλειστά ρεύματα που οφείλονται στα περιφερόμενα ηλεκτρόνια γύρω από τους πυρήνες των ατόμων και μορίων (καθώς και στα spin των ηλεκτρονίων).



Βεβαίως σε πολλά άτομα ή μόρια, οι μαγνητικές ροπές των ηλεκτρονίων αλληλοαναιρούνται και έτσι ένα άτομο ή μόριο δεν παρουσιάζει πάντοτε συνολικά μαγνητική ροπή.

Ας πάρουμε μία λεπτή πλάκα ενός ομοιόμορφα μαγνητισμένου υλικού με Μαγνήτιση $\vec{M}$ πλάτους λ , όπου σχηματικά τα στοιχειώδη μαγνητικά δίπολα αντιστοιχούν σε μικρούς βρόχους ρεύματος.

Εύκολα διαπιστώνει κανείς, ότι ενώ στο εσωτερικό της πλάκας έχουμε εξουδετέρωση των στοιχειωδών ρευμάτων, στην παράπλευρη επιφάνεια της πλάκας δεν έχουμε εξουδετέρωση (Σχ. 3).

Έτσι το αποτέλεσμα είναι να υπάρχει ένα ρεύμα στην παράπλευρη επιφάνεια του μαγνητισμένου με ομοιόμορφη μαγνήτιση υλικού. Το αποτέλεσμα δηλαδή της Μαγνήτισης της πλάκας είναι ισοδύναμο με το αποτέλεσμα μίας ταινίας ρεύματος, στην παράπλευρη επιφάνεια

^ο Για να υπάρξει πλήρης προσανατολισμός προς το πεδίο θα πρέπει ή η ένταση $\vec{B}$ να είναι πολύ μεγάλη ή η θερμοκρασία T πολύ μικρή

της πλάκας που διαρρέεται από ένα δέσμιο ρεύμα, το **Μαγνητίζον ρεύμα** I_M . Αυτό το δέσμιο ρεύμα προφανώς δεν είναι ρεύμα ελευθέρων φορτίων.

Ας εξετάσουμε πως συνδέεται αυτό το δέσμιο ή Μαγνητίζον ρεύμα I_M με την ομοιόμορφη μαγνήτιση $\vec{M}$ της πλάκας. Εάν θεωρήσουμε μια πολύ μικρή ποσότητα από την ομοιόμορφα μαγνητισμένη πλάκα, πλάτους λ και επιφανείας ΔS , τότε από τον ορισμό της Μαγνητίσεως, η μαγνητική ροπή του κομματιού είναι: $\Delta m = M(\lambda \Delta S)$ ενώ σε σχέση με το δέσμιο ρεύμα I_M , η μαγνητική ροπή είναι: $\Delta m = I_M \Delta S$

Από τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει: $I_M = M\lambda$

Ή ακόμα:

$$M = \frac{I_M}{\lambda} \equiv J \quad (6)$$

Δηλαδή η ομοιόμορφη μαγνήτιση M είναι ίση με την πυκνότητα ανά μονάδα πλάτους, J , του ρεύματος των δέσμιων φορτίων στην παράπλευρη επιφάνεια της πλάκας. Η τελευταία σχέση εάν συνδυασθεί με την μοναδιαία κάθετη στην παράπλευρη επιφάνεια, μπορεί να γραφεί σε ανυσματική μορφή:

$$\vec{J} = \vec{M} \times \hat{n} \quad (7)$$

Στην γενική περίπτωση όταν η μαγνήτιση $\vec{M}$ δεν είναι ομογενής τότε το δέσμιο ή Μαγνητίζον ρεύμα I_M δίνεται από την σχέση:

$$I_M = \oint \vec{M} d\vec{\lambda} \quad (8)$$

Η ολοκλήρωση γίνεται επί της κλειστής γραμμής C , εάν δε αυτή περνάει από κενό χώρο όπου $\vec{M} = 0$ τότε εκεί η συνεισφορά είναι μηδενική στο ολοκλήρωμα.



Έτσι από το σχήμα 4, όπου I_f είναι το συνολικό ρεύμα το εγκλεισμένο εντός της καμπύλης C , η οποία έχει την μορφή παραλληλογράμμου, θα έχουμε:

$$\oint \vec{B} d\vec{\lambda} = \mu_0 (I_f + I_M), \text{ ή, } \oint \vec{B} d\vec{\lambda} = \mu_0 I_f + \mu_0 \oint \vec{M} d\vec{\lambda}$$

$$\text{και τελικά: } \oint \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) d\vec{\lambda} = I_f \quad (9)$$

Την ποσότητα $\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right)$ την συμβολίζουμε με $\vec{H}$ και την ονομάζουμε **Μαγνητίζον πεδίο**:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (10)$$

Με την συντομογραφία αυτή ο νόμος του Ampère γράφεται:

$$\oint \vec{H} d\lambda = I_f \quad (11)$$

Βεβαίως το άνυσμα $\vec{H}$ δεν είναι ένα νέο υπαρκτό άνυσμα, όμως είναι πολύ χρήσιμο στην πράξη, διότι σχετίζεται μόνον με το ρεύμα αγωγιμότητας, το οποίο εύκολα μετράται, ενώ το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σχετίζεται και με τα ελεύθερα και με τα δέσμια ρεύματα.

Τονίζεται ακόμη ότι το άνυσμα $\vec{B}$ είναι το **Θεμελιώδες** άνυσμα, ενώ το άνυσμα $\vec{H}$ είναι παράγωγο άνυσμα.

Έτσι στην περίπτωση γραμμικών μέσων, όταν δηλαδή έχουμε σχέση γραμμική μεταξύ αποτελέσματος - αιτίου η Μαγνήτιση θα έπρεπε να ήταν ανάλογη του Μαγνητικού πεδίου B .

Όμως συνηθίζεται από την εποχή που οπωσδήποτε υπήρχε κάποια σύγχυση όσον αφορά την φυσική σημασία των $\vec{B}, \vec{M}$ και $\vec{H}$, η μαγνήτιση $\vec{M}$ να δίνεται ανάλογη προς το Μαγνητικό πεδίο $\vec{H}$:

$$\vec{M} = \kappa \vec{H} \quad (12)$$

Η σταθερά αναλογίας ονομάζεται Μαγνητική Επιδεκτικότητα του υλικού.

Έτσι από την σχέση ορισμού του μαγνητίζοντος πεδίου $\vec{H}$ έχουμε:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \text{ ή } \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \kappa \vec{H}) = \mu_0 (1 + \kappa) \vec{H}$$

και εάν τεθεί $1 + \kappa \equiv \mu$, όπου μ η **σχετική μαγνητική διαπερατότητα** του υλικού, τότε:

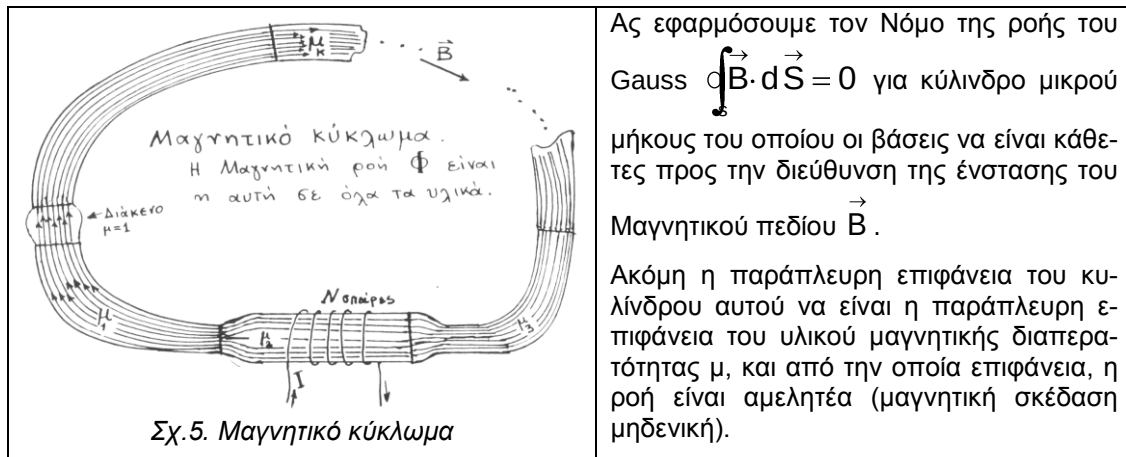
$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (13)$$

4. Μαγνητικό κύκλωμα – Τύπος Hopkinson

Ας υποθέσουμε ότι τοποθετούμε διαφορετικά υλικά σε επαφή, έτσι ώστε να σχηματίζουν κλειστή διαδρομή, χωρίς να αποκλείεται ένα μέρος αυτής να είναι αέρας ή το κενό.

Οι επιφάνειες επαφής μεταξύ δύο υλικών ας είναι ίδιες και κάθετες προς την παράπλευρη επιφάνεια. Ακόμη η διατομή κάθε υλικού ενδέχεται να αλλάζει κατά μήκος της διαδρομής.

Αν με κάποιο τρόπο δημιουργήσουμε Μαγνητική Ροή Φ , η οποία να διέρχεται μέσα από όλα τα υλικά (Σχ. 5) η ίδια τότε έχουμε ένα Μαγνητικό Κύκλωμα.



Ας εφαρμόσουμε τον Νόμο της ροής του Gauss

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \text{ για κύλινδρο μικρού μήκους του οποίου οι βάσεις να είναι κάθετες προς την διεύθυνση της ένστασης του Μαγνητικού πεδίου } \vec{B}.$$

Ακόμη η παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου αυτού να είναι η παράπλευρη επιφάνεια του υλικού μαγνητικής διαπερατότητας μ , και από την οποία επιφάνεια, η ροή είναι αμελητέα (μαγνητική σκέδαση μηδενική).

Μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$.

Ακόμη η παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου αυτού να είναι η παράπλευρη επιφάνεια του υλικού μαγνητικής διαπερατότητας μ , και από την οποία επιφάνεια, η ροή είναι αμελητέα (μαγνητική σκέδαση μηδενική).

Τότε ο Νόμος του Gauss για την Ροή Μαγνητικού πεδίου, δίνει:

$$0 = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{κύλινδρος}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{βάση εξόδου}} \vec{B}_{\text{εξ}} \cdot d\vec{S} + \oint_{\text{βάση εισόδου}} \vec{B}_{\text{εισ}} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{βάση εξόδου}} B_{\text{εξ}} \cdot dS - \oint_{\text{βάση εισόδου}} B_{\text{εισ}} \cdot dS$$

$$\text{Έτσι, θα είναι: } \int \vec{B}_{\text{εξ}} \cdot d\vec{S} = \int \vec{B}_{\text{εισ}} \cdot d\vec{S}, \text{ ή, } \Phi_{\text{εξ}} = \Phi_{\text{εισ}}$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η Μαγνητική ροή Φ παραμένει σταθερή σ' όλη την διαδρομή:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \text{σταθερά}$$

Εφαρμόζοντας στην συνέχεια τον Νόμο του Ampère για κλειστή γραμμή C, η οποία ακολουθεί μαγνητική δυναμική γραμμή, έχουμε:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\lambda} = IN \quad \text{ή από την σχέση (13)} \quad \oint \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu} \cdot d\vec{\lambda} = IN$$

ή ακόμη επειδή το άνωσμα $\vec{B}$ είναι ομοπαράλληλο με το $d\vec{\lambda}$

$$\oint \frac{B}{\mu_0 \mu} \cdot d\lambda = IN \quad \text{ή} \quad \oint \frac{\Phi}{S \mu_0 \mu} \cdot d\lambda = IN \quad \text{ή} \quad \Phi \oint \frac{d\lambda}{\mu_0 \mu S} = IN$$

$$\text{άρα τελικά: } \Phi = \frac{IN}{\oint \frac{d\lambda}{\mu_0 \mu S}} \quad \text{τύπος του Hopkinson}$$

Η ποσότητα $\oint \frac{d\lambda}{\mu_0 \mu S} \equiv R_m$ ονομάζεται **Μαγνητική Αντίσταση**.

Έτσι από τον τύπο του Hopkinson η Μαγνητική Ροή Φ είναι:

$$\Phi = \frac{\text{Μαγνητογερτική δύναμη}}{\text{Μαγνητική αντίσταση}} = \frac{IN}{R_m}$$

Εργ.Φ3 (2010-2011)

Υπενθυμίζεται ότι σε κάθε άσκηση είναι απαραίτητη η επαρκής προετοιμασία στην θεωρία σχετικών εννοιών, μεγεθών και φαινομένων, την πειραματική διάταξη και διαδικασία.

Τμήματα Εργ.Φ3 (ημέρα & ώρα)		Σειρά Εκτελέσεως Ασκήσεων								
A	Τρίτη 10:00-12:00	τμ.	Α κύκλος				Β κύκλος			
B	Τρίτη 12:00-14:00	1	Γ1Α	Γ2Α	Γ3Α	Γ4Α	Γ5Α	Γ6Α	Γ7Α	Γ8Α
Γ	Τετάρτη 10:00-12:00		Γ1Β	Γ2Β	Γ3Β	Γ4Β	Γ5Β	Γ6Β	Γ7Β	Γ8Β
Δ	Τετάρτη 12:00-14:00		Γ2Α	Γ1Α	Γ4Α	Γ3Α	Γ6Α	Γ5Α	Γ8Α	Γ7Α
Ε	Τετάρτη 14:00-16:00		Γ2Β	Γ1Β	Γ4Β	Γ3Β	Γ6Β	Γ5Β	Γ8Β	Γ7Β
ΣΤ	Πέμπτη 10:00-12:00	2	Γ3Α	Γ4Α	Γ1Α	Γ2Α	Γ7Α	Γ8Α	Γ5Α	Γ6Α
Ζ	Πέμπτη 12:00-14:00		Γ3Β	Γ4Β	Γ1Β	Γ2Β	Γ7Β	Γ8Β	Γ5Β	Γ6Β
Η	Πέμπτη 14:00-16:00		Γ4Α	Γ3Α	Γ2Α	Γ1Α	Γ8Α	Γ7Α	Γ6Α	Γ5Α
			Γ4Β	Γ3Β	Γ2Β	Γ1Β	Γ8Β	Γ7Β	Γ6Β	Γ5Β
		3	Γ5Α	Γ6Α	Γ7Α	Γ8Α	Γ1Α	Γ2Α	Γ3Α	Γ4Α
			Γ5Β	Γ6Β	Γ7Β	Γ8Β	Γ1Β	Γ2Β	Γ3Β	Γ4Β
			Γ6Α	Γ5Α	Γ8Α	Γ7Α	Γ2Α	Γ1Α	Γ4Α	Γ3Α
			Γ6Β	Γ5Β	Γ8Β	Γ7Β	Γ2Β	Γ1Β	Γ4Β	Γ3Β
		4	Γ7Α	Γ8Α	Γ5Α	Γ6Α	Γ3Α	Γ4Α	Γ1Α	Γ2Α
			Γ7Β	Γ8Β	Γ5Β	Γ6Β	Γ3Β	Γ4Β	Γ1Β	Γ2Β
			Γ8Α	Γ7Α	Γ6Α	Γ5Α	Γ4Α	Γ3Α	Γ2Α	Γ1Α
			Γ8Β	Γ7Β	Γ6Β	Γ5Β	Γ4Β	Γ3Β	Γ2Β	Γ1Β

Διδάσκοντες & στοιχεία επικοινωνίας (π.χ. ονοματεπώνυμο, αρ.τηλ., e-mail)

Γ1-Γ2-Γ3-Γ4	
Γ5-Γ6-Γ7-Γ8	

Στοιχεία κατόχου του φυλλαδίου

Ονοματεπώνυμο φοιτ.:	
Αριθμός Μητρώου:	
e-mail:	