

ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ & ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



4^ο Διήμερο Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
19 & 20 Μαρτίου 2005

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Διδασκαλείο Δημοτικής Εκπαίδευσης 'Δημήτρης Γληνός'

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

**ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ & ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ
ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

Επιμέλεια: Δημήτρης Χασάπης

Εκδόσεις: Copy City digital
Κίτρους Επισκόπου 7
Θεσσαλονίκη
Τηλ.: 2310 203566
www.copycity.gr

*Η εικόνα του εξωφύλλου **Το Πνεύμα της Αριθμητικής** είναι χαρακτηριστικό από το βιβλίο του Gregorius Reisch «Margarita Philosophica» (1508). Απεικονίζει την αντίθεση των Αλγοριθμιστών (οπαδών της καθιέρωσης του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης) με τους Αβακιστές (οπαδούς των πρότερων αριθμητικών συστημάτων, υπό το βλέμμα της αναποφάσιστης Αριθμητικής*

ISBN: 960-88333-5-3

Περιεχόμενα

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

Κοινωνικές και Πολιτισμικές Διαστάσεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης: **Γενικά Ζητήματα**

Δημήτρης Χασάπης <i>Κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης: Όψεις και ζητήματα</i>	9
Paola Valero <i>Τι σχέση έχει η εξουσία με τη μαθηματική εκπαίδευση;</i>	25
Άννα Χρονάκη <i>Η έννοια του κοινωνικού ως 'πολιτισμική-ιστορική' και ως 'πολιτική' στην σύγχρονη μελέτη της μαθηματικής εκπαίδευσης</i>	45
Ευγενία Κολέζα <i>Η εκπαίδευση στην Ευρώπη: Το τελευταίο οχυρό!</i>	55
Αναστάσιος Τοκμακίδης <i>Η ιστορία των μαθηματικών: Ένα διαπολιτισμικό εργαλείο για τη διδακτική των μαθηματικών</i>	73
Χαρούλα Σταθοπούλου & Χρίστος Μηλιώνης <i>Εθνομαθηματικά και Πολυπολιτισμική Εκπαίδευση</i>	87

ΕΝΟΤΗΤΑ II**Κοινωνικές και Πολιτισμικές Διαστάσεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης:
Ερευνητικές Διαπιστώσεις και Εκπαιδευτικές Παρεμβάσεις**

Kristine Jess

Η σύμπτυξη των εκπαιδευτικών που διδάσκουν μαθηματικά και η επαγγελματική τους επιμόρφωση 99

Κώστας Ζαχάρος

Η έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών στην περίπτωση των μειονοτικών και εθνοτικών ομάδων. Το παράδειγμα των Τσιγγάνων 109

Κων/νος Νικολαντωνάκης

Η Πολύ-πολιτισμική διάσταση της πράξης του Πολλαπλασιασμού 117

Δημήτρης Κουσίδης & Δημήτρης Χασάπης

Αντιλήψεις παιδιών του Δημοτικού σχολείου για τα μαθηματικά των πρακτικών δραστηριοτήτων της καθημερινότητας 131

Διονύσης Κουρούκλης, Μαρία Πιττάκη & Δημήτρης Χασάπης

Εικόνες παιδιών του Δημοτικού σχολείου για τα μαθηματικά 139

Δημήτρης Χασάπης & Άρης Κατσάρκας

Οι αναφορές των κλασματικών αριθμών σε καταστάσεις της πραγματικότητας: Η περίπτωση των σχολικών βιβλίων του Δημοτικού σχολείου 149

Χρίστος Μηλιώνης & Χαρούλα Σταθοπούλου

Η διδασκαλία των μαθηματικών στο πλαίσιο των επικοινωνιακών αντιλήψεων 155**ΕΝΟΤΗΤΑ III****Υλικό Αναφοράς**

Marilyn Frankenstein

Μαθαίνοντας τον κόσμο με τα μαθηματικά: Σκοποί ενός αναλυτικού προγράμματος κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης 165

Εισαγωγικό σημείωμα

Τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα, υπόκεινται σε μια σειρά κοινωνικών και πολιτισμικών καθορισμών, οι οποίοι διαμορφώνουν αντίστοιχα τους στόχους, το περιεχόμενο, τις διδακτικές πρακτικές, τα μέσα διδασκαλίας, τις τεχνικές αξιολόγησης και γενικότερα το σύνολο των δραστηριοτήτων της μάθησης και της διδασκαλίας τους. Οι καθορισμοί αυτοί στο δεδομένο θεσμικό πλαίσιο του σχολείου και σε συνδυασμό με το πλαίσιο αυτό διαμορφώνουν τη σχολική εξέλιξη και την επαγγελματική ένταξη των παιδιών.

Τα σχολικά μαθηματικά παράγουν διακρίσεις, οι οποίες εντείνουν τις εκπαιδευτικές και συνακόλουθα τις κοινωνικές ανισότητες, επιτείνουν τις πολιτισμικές διαφορές, διαμορφώνουν και ενισχύουν τρόπους σκέψης, οι οποίοι προσιδιάζουν σε συγκεκριμένους και αντιτίθενται σε άλλους τύπους θεώρησης της πραγματικότητας και της σχέσης των ανθρώπων με την πραγματικότητα τους. Παράλληλα, μέσα από τα σχολικά μαθηματικά προβάλλεται μια εικόνα της μαθηματικής γνώσης και της μαθηματικής πρακτικής ως ιστορικά αναλλοίωτων, πολιτιστικά καθολικών και κοινωνικά ουδέτερων γνώσεων και πρακτικών, με αντίστοιχες επιπτώσεις στην ιδεολογική διαμόρφωση των παιδιών. Με τους όρους αυτούς, η μαθηματική εκπαίδευση αποτελεί ουσιαστικό στοιχείο της εκπαιδευτικής πολιτικής, αν και συστηματικά συγκαλυμμένο.

Η ανάδειξη και συζήτηση των ιδεολογικών, πολιτικών, κοινωνικών και πολιτιστικών όψεων και των συναφών ζητημάτων της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι διαρκής, και στις μέρες μας, που χαρακτηρίζονται από ραγδαίες και ριζικές αλλαγές σε παγκόσμια κλίμακα, είναι ιδιαίτερα επιτακτική. Η ανάδειξη και συζήτηση των ζητημάτων αυτών αποτέλεσε πρωταρχικό στόχο του 4^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών με θέμα «Κοινωνικές και Πολιτισμικές Διαστάσεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης» που οργανώθηκε στις 19 & 20 Μαρτίου 2005 στο Παιδαγωγικό Τμήμα και στο Διδασκαλείο Δημοτικής Εκπαίδευσης 'Δημήτρης Γληνός' του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης.

Στην παρούσα έκδοση περιλαμβάνονται τα κείμενα των εισηγήσεων, οι οποίες παρουσιάστηκαν στο Διήμερο αυτό, όπως επίσης και κείμενα υποστήριξης για μια παραπέρα ενημέρωση στα συναφή ζητήματα.

Για την Οργανωτική Επιτροπή

Δημήτρης Χασάπης

Επίκουρος Καθηγητής Π.Τ.Δ.Ε. του Α.Π.Θ.

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

Κοινωνικές και Πολιτισμικές Διαστάσεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης: Γενικά ζητήματα

ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ: ΟΨΕΙΣ ΚΑΙ ΖΗΤΗΜΑΤΑ

Δημήτρης Χασάπης

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Α.Π.Θ.

Εισαγωγικές παρατηρήσεις

Με τον όρο «μαθηματική εκπαίδευση» εννοείται, πολύ γενικά, ένα σύνολο κοινωνικών πρακτικών, οι οποίες αναπτύσσονται σε τυπικά θεσμοθετημένα και άτυπα καθιερωμένα πλαίσια με στόχο τη μάθηση κάθε είδους μαθηματικών γνώσεων και τεχνικών και παράλληλα ένα πεδίο επιστημονικής πρακτικής, το οποίο μελετάει και με τα αποτελέσματα του προσανατολίζει τις πρακτικές αυτές. Ο ορισμός αυτός δεν υπονοεί σε καμία περίπτωση ότι η μαθηματική γνώση υπάρχει ανεξάρτητα από τον άνθρωπο και τις δραστηριότητες του. Μ' αυτή την ευρεία έννοια ως μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να νοηθεί, όπως έχει διατυπωθεί από τον Dörfler (2000), η ανάπτυξη κάθε είδους σχέσης των ανθρώπων με τη μαθηματική δραστηριότητα και τα αποτελέσματά της. Τα μαθηματικά, ως γνώση και δραστηριότητα, και η διδακτική σχέση διδασκόντων και διδασκόμενων αποτελούν, επομένως, συνιστώσα στοιχεία της μαθηματικής εκπαίδευσης (Valero, 1999). Το ζητούμενο, επομένως, μιας συζήτησης για τις κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι

- (α) η διερεύνηση και η ανάδειξη των θεμελιωδών όψεων των κοινωνικών πρακτικών, οι οποίες συγκροτούν τη μαθηματική γνώση και τη μαθηματική δραστηριότητα και διαμορφώνουν τη διδακτική σχέση διδασκόντων και διδασκόμενων με τη μαθηματική γνώση και τη μαθηματική δραστηριότητα, κατ' αρχήν σε θεσμοθετημένα σχολικά περιβάλλοντα, και παράλληλα
- (β) ο προσδιορισμός των ουσιαστικών κοινωνικών επιπτώσεων της μαθηματικής εκπαίδευσης με το δεδομένο μαθηματικό περιεχόμενο και την καθιερωμένη διδακτική σχέση.

Με άλλα λόγια, κάθε συζήτηση για τις κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης οφείλει να θέτει στο επίκεντρο της, ταυτόχρονα και αλληλένδετα, τους κοινωνικούς και αναπόφευκτα τους ιστορικούς και πολιτικούς παράγοντες, οι οποίοι διαμορφώνουν το περιεχόμενο των μαθηματικών και τη μορφή των σχέσεων μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών στη σχολική τάξη και γενικότερα στο εκπαιδευτικό σύστημα κάθε βαθμίδας, όπως επίσης και τις επιπτώσεις τους σε κοινωνικό και ατομικό επίπεδο, οι οποίες είναι ταυτόχρονα επιπτώσεις ιδεολογικές και κοινωνικές.

Μια τέτοιου τύπου προσέγγιση, η οποία έχει την αφετηρία της στο ιστορικο-κοινωνικό επίπεδο (στο μακρο-επίπεδο της φυλογένεσης) και

αναγκαία την κατάληξη της στο ατομικό επίπεδο (στο μικρο-επίπεδο της οντογένεσης), περιλαμβάνει:

- Μια θεώρηση των ιστορικο-κοινωνικών παραγόντων της οργάνωσης της μαθηματικής πρακτικής και της παραγωγής της μαθηματικής γνώσης,
- Μια θεώρηση των κοινωνικο-πολιτισμικών πρακτικών και των όρων του διδακτικού μετασχηματισμού της μαθηματικής γνώσης σε σχολική γνώση,
- Μια θεώρηση των κοινωνικο-πολιτικού πλαισίου οργάνωσης και ανάπτυξης των δραστηριοτήτων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών και
- Μια θεώρηση των διαδικασιών της ατομικής συγκρότησης της ιστορικά αναπτυγμένης και κοινωνικά καθορισμένης μαθηματικής γνώσης και πρακτικής μέσα από τη συμμετοχή των ατόμων στις τυπικά θεσμοθετημένες και άτυπα καθιερωμένες δραστηριότητες της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Η θεώρηση των διαστάσεων αυτών της μαθηματικής εκπαίδευσης περιλαμβάνει αλληλένδετα, όπως προαναφέρθηκε, τόσο τους όρους και τις διαδικασίες διαμόρφωσης τους, όσο και τις αμοιβαίες επιδράσεις τους, καθώς και τις επιπτώσεις τους στο ευρύτερο κοινωνικό πλαίσιο στο οποίο η μαθηματική εκπαίδευση εντάσσεται.

Είναι σαφές, ότι μια θεώρηση της μαθηματικής εκπαίδευσης, η οποία προτάσσει το κοινωνικό επί του ατομικού υποχρεώνει στην επιλογή μιας νοητικής παράστασης της κοινωνίας. Αν και σχηματικά απλοποιημένα, οι παραστάσεις της κοινωνίας μπορούν να διακριθούν σε δυο βασικές κατηγορίες. Στις παραστάσεις της πρώτης κατηγορίας, οι οποίες εκφράζονται από τον Parsons και τις λειτουργικές προσεγγίσεις στις διάφορες εκδοχές τους, η κοινωνία αποτελεί μια λειτουργική ολότητα που συγκροτεί ένα αυτορυθμιζόμενο σύστημα. Στο σχήμα αυτό, η λειτουργίες της κοινωνικής αυτορύθμισης καθορίζονται από τη μεγιστοποίηση της αποτελεσματικότητας. Στις παραστάσεις της δεύτερης κατηγορίας, οι οποίες εκφράζονται από τον Marx και τα αντίστοιχα ρεύματα σε όλες τις εκδοχές τους, η κοινωνία διαιρείται σε δύο αντίπαλα σύνολα, τάξεις, που διαπλέκονται διαλεκτικά σε μια κοινωνική ενότητα. Στο σχήμα αυτό, βάση της κοινωνικής διαπλοκής αποτελεί η κοινωνική αντιπαλότητα για την προώθηση υλικών συμφερόντων. Η δεύτερη αυτή οπτική υιοθετείται και διέπει την παρούσα ανάλυση, η οποία θα περιοριστεί για πρακτικούς λόγους στην ανάλυση των δύο πρώτων από τις προαναφερθείσες κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης .

Η οργάνωση της μαθηματικής πρακτικής και η παραγωγή της μαθηματικής γνώσης

Μια θεώρηση των ιστορικο-κοινωνικών παραγόντων, οι οποίοι διαμορφώνουν την οργάνωση της μαθηματικής πρακτικής και την παραγωγή της μαθηματικής γνώσης, από την οπτική αυτή, έχει ως αφετηρία της την παραδοχή ότι η μαθηματική δραστηριότητα, ως μια κοινωνική πρακτική, αντανακλά την κοινωνική κατάσταση και υπόκειται στους ανταγωνισμούς των κοινωνικών συμφερόντων μιας καθορισμένης ιστορικής περιόδου. Η μαθηματική γνώση ως παράγωγο της είναι, αντίστοιχα, μια κοινωνική κατασκευή, υποκείμενη στα ιστορικά καθορισμένα κοινωνικά και πολιτισμικά πλαίσια του σταδίου ανάπτυξης της. Δεν αποτελεί, κατά συνέπεια, μια αδιάψευστη, αντικειμενική και απόλυτη γνώση, αυτόνομη και κατηγορικά διακριμένη από τις άλλες μορφές της ανθρώπινης γνώσης, απαλλαγμένη πλήρως από τα εμπειρικά δεδομένα και τις αντιφάσεις της κοινωνικής πραγματικότητας και καθορισμένη μόνο από τη λογική ή από μια υπερβατική πραγματικότητα (Kitcher 1983, Tymoczko 1986, Wittgenstein 1956).

Η μαθηματική γνώση, επομένως, όπως και κάθε επιστημονική γνώση, υπόκειται ως παράγωγο μιας κοινωνικής πρακτικής σε διαρκείς διαψεύσεις και αναθεωρήσεις και δεν αποτελεί ένα τελεσίδικα περατωμένο σώμα γνώσης, εκφρασμένο οριστικά από ένα κλειστό σύστημα προτάσεων και από μια σειρά διαδικασιών τεκμηρίωσης της αλήθειας των προτάσεων αυτών (Lakatos 1976/1996). Ως παράγωγο μιας κοινωνικής πρακτικής εντάσσεται σε ιστορικά καθορισμένα κοινωνικά και πολιτιστικά πλαίσια, που καθορίζουν το επίπεδο και προσδιορίζουν την κατεύθυνση ανάπτυξης της.

Παράλληλα και για τους ίδιους λόγους, η μαθηματική γνώση δεν μπορεί να θεωρηθεί ως απόλυτα αντικειμενική, ανεξάρτητη από τις κυρίαρχες κοινωνικές αξίες, υποκείμενη αποκλειστικά σε μια δική της αυτόνομη εσωτερική λογική. Αντίθετα, μέσα από την κοινωνική της προέλευση και την ιστορική της εξέλιξη η μαθηματική γνώση διαπλέκεται με το σύνολο της ανθρώπινης γνώσης και σφραγίζεται από τις κυρίαρχες ιδεολογίες, που οριοθετούν τα πλαίσια ανάπτυξης της (Wilder 1981).

Η αντικειμενικότητα της μαθηματικής γνώσης είναι ουσιαστικά μια μορφή κοινωνικής σύμβασης (Bloor, 1976). Μέσα από την εξέλιξη της μαθηματικής δραστηριότητας, έχουν επικυρωθεί από τις κοινότητες των μαθηματικών κανόνες και πεποιθήσεις για τους ορθούς τύπους εργασίας και για τις αποδεκτές μορφές παρουσίασης των μαθηματικών, οι οποίοι προσομοιάζουν με τους κανόνες ενός παιχνιδιού. Χωρίς αμφιβολία, η υλική πραγματικότητα παρέχει ένα αρχικό πλαίσιο ανάπτυξης της μαθηματικής πρακτικής και ένα διαρκές πεδίο αναφοράς της, αλλά είναι οι μαθηματικές συμβάσεις οι οποίες αποδίδουν έναν χαρακτήρα αναγκαιότητας στη καθαυτή διαδικασία ανάπτυξης αυτής της πρακτικής και στα αποτελέσματά της. Το

αντικείμενο, επομένως των μαθηματικών, έχει την αφειρησία και την αναφορά του στην υλική πραγματικότητα, αλλά συνίσταται από κοινωνικές κατασκευές και συμβατικούς κανόνες.

Σε μια τέτοια θεώρηση της μαθηματικής πρακτικής και της μαθηματικής γνώσης το κοινωνικό πλαίσιο, όπως και οι επαγγελματικές

κοινότητες των ερευνητών μαθηματικών, διαδραματίζουν ένα κεντρικό ρόλο στην δημιουργία και στην επικύρωση της μαθηματικής γνώσης (Davis and Hersh, 1980; Kitcher, 1984; Latour, 1987). Η κοινωνική οργάνωση και δομή των κοινοτήτων των ερευνητών μαθηματικών, ειδικότερα, η οποία δεν έχει καθόλου ευκαιριακό και τυχαίο χαρακτήρα, διαμορφώνει τους μηχανισμούς δημιουργίας και επικύρωσης της μαθηματικής γνώσης, αποτελώντας ταυτόχρονα το πλαίσιο διαφύλαξης και το πεδίο εφαρμογής και μετάδοσης της άρρητης και άτυπης μαθηματικής γνώσης.

Τρεις χαρακτηριστικές όψεις του κοινωνικού πλαισίου οργάνωσης της μαθηματικής πρακτικής και παραγωγής της μαθηματικής γνώσης έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον:

(α) *Η επιλογή των κλάδων και των θεμάτων ανάπτυξης της μαθηματικής έρευνας.*

Η χρηματοδότηση και η διαθεσιμότητα των εφαρμογών, που προϋποθέτει και ταυτόχρονα οριοθετεί, καθορίζουν σε πολύ μεγάλο βαθμό την κατεύθυνση ανάπτυξης της μαθηματικής έρευνας και άρα την παραγωγή της μαθηματικής γνώσης, υπεραξιώνοντας ή απαξιώνοντας μαθηματικούς κλάδους και μαθηματικές γνώσεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, η επιχειρησιακή έρευνα, η οποία συγκροτήθηκε και νομιμοποιήθηκε ως κλάδος των μαθηματικών μέσα από τις στρατιωτικές ανάγκες του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου και τα ενδιαφέροντα της οικονομικής οργάνωσης στη συνέχεια. Παρόμοια περίπτωση αποτελεί η ανάπτυξη των υπολογιστικών μαθηματικών, η οποία καθορίστηκε από τις ανάγκες της βιομηχανίας των υπολογιστών συμβάλλοντας ταυτόχρονα στην ανάπτυξη τους καθοριστικά (Hodgkin, 1976).

(β) *Η ερμηνευτική αναγωγή της μαθηματικής γνώσης.*

Κλάδοι και περιοχές της μαθηματικής γνώσης υπεραξιώνονται ή απαξιώνονται κοινωνικά με κριτήριο την επιθυμητή ή την προσφερόμενη φυσική ή κοινωνική ερμηνεία τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, η θεωρία των διαφορικών εξισώσεων και η ανάπτυξη της στην κατεύθυνση της δημιουργίας μιας «θεωρίας καταστροφών», η οποία για μεγάλο χρονικό διάστημα αποτέλεσε πεδίο εντατικής θεωρητικής έρευνας με στόχο την μαθηματοποίηση και την περιγραφή και κατανόηση κοινωνικών καταστάσεων μέσα από την οπτική αυτής της συγκεκριμένης μαθηματοποίησης τους. Αντίστοιχη, αν και εντελώς διαφορετικού περιεχομένου, περίπτωση αποτελεί η μαθηματοποίηση της κβαντικής θεωρίας στη διάρκεια

του μεσοπολέμου υπό τους όρους της κυρίαρχης επιστημονικής θεώρησης της αιτιότητας και της απροσδιοριστίας των φαινομένων, η οποία έχει αναλυθεί από τον Forman (1971) και η οποία επέδρασε σημαντικά στον προσανατολισμό και στο περιεχόμενο της ανάπτυξης της μαθηματικής έρευνας.

(γ) *Ο τύπος οργάνωσης και η μορφή παρουσίασης της μαθηματικής γνώσης*

Η επιλογή των ορισμών και των αξιωμάτων, δηλαδή των μαθηματικών παραδοχών οι οποίες αποτελούν τη βάση κάθε μαθηματικής θεωρίας, οι τύποι των μαθηματικών θεωρημάτων, δηλαδή των μαθηματικών αληθειών οι οποίες συγκροτούν κάθε μαθηματική θεωρία, η μορφή των αποδείξεων της αλήθειας των μαθηματικών θεωρημάτων, όπως και κάθε πτυχή των μαθηματικών υπόκειται στην επίδραση ενός πλήθους κοινωνικών παραγόντων, όπως για παράδειγμα είναι οι κυρίαρχες ιδεολογικές απόψεις για το χαρακτήρα της κοινωνικής πραγματικότητας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, η θεωρία παιγνίων, μια μαθηματική θεωρία περιγραφής και ανάλυσης καταστάσεων ανταγωνισμού και σύγκρουσης η οποία αναπτύχθηκε αρχικά με αναφορά στη λειτουργία των οικονομικών συστημάτων (Martin, 1978). Βασικές έννοιες της θεωρίας αποτελούν οι «παικτές», καθένας από τους οποίους έχει έναν αριθμό «επιλογών» οι οποίες συνεπάγονται «συνέπειες». Η μαθηματική θεωρία των παιγνίων διερευνά και καθορίζει τις άριστες στρατηγικές για κάθε επιλογή, ενώ το σύνολο των επιλογών και των συνεπειών τους είναι για κάθε παίκτη σταθερά δεδομένες και ποσοτικοποιήσιμες. Κατά συνέπεια, η θεωρία παιγνίων προϋποθέτει και ενισχύει τη λογική του ατομικού ανταγωνισμού, ενώ οι εφαρμογές της καλύπτουν με ένα επιστημονικό επίχρισμα αντικειμενικότητας και νομιμοποιούν μαθηματικά τη λήψη επιθυμητών αποφάσεων. Το συγκεκριμένο παράδειγμα και πολλά άλλα (ενδεικτικά Bos & Mehrtens 1977, MacKenzie 1978, Mehrtens 1987 και για μια συνολική επισκόπηση και ανάλυση δεξ στο Restivo 1983) καταδεικνύουν την επίδραση του κοινωνικού πλαισίου και των επιμέρους συνιστωσών του, όπως είναι οι οικονομικές σχέσεις ή τα συστήματα αξιών, στον προσανατολισμό και στο περιεχόμενο της μαθηματικής πρακτικής και της μαθηματικής γνώσης.

Σε μια θεώρηση της μαθηματικής πρακτικής και της μαθηματικής γνώσης από την οπτική του κοινωνικού της πλαισίου ενδιαφέρει ιδιαίτερα η θεσμική οργάνωση και η λειτουργία της μαθηματικής δραστηριότητας. Οι μορφές επαγγελματικής απασχόλησης των ερευνητών μαθηματικών, οι τύποι και οι μηχανισμοί χρηματοδότησης της μαθηματικής έρευνας, οι μορφές και τα μέσα επικοινωνίας και δημοσιοποίησης των αποτελεσμάτων της μαθηματικής έρευνας (συνέδρια και περιοδικά), τα συστήματα εκπαίδευσης των ερευνητών

μαθηματικών (προ-πτυχιακά και μεταπτυχιακά), οι ιεραρχίες και η εξουσία στις κοινότητες των μαθηματικών και τα συναφή.

Η επίδραση μερικών στοιχείων της οργάνωσης και της λειτουργίας της μαθηματικής πρακτικής στον προσανατολισμό και στο περιεχόμενο της ίδιας της πρακτικής, αλλά και των αποτελεσμάτων της είναι χαρακτηριστική. Εντελώς ενδεικτικά:

(α) *Η υποστήριξη και η χρηματοδότηση της μαθηματικής έρευνας*

Το μεγαλύτερο μέρος των πόρων της μαθηματικής έρευνας, η υλική υποδομή και η χρηματοδότηση της, προέρχεται από κυβερνητικούς οργανισμούς ή μεγάλες βιομηχανικές και εμπορικές εταιρείες.. Οι πηγές χρηματοδότησης άμεσα ή έμμεσα καθορίζουν το είδος των ερευνητικών προβλημάτων και τους τύπους των υπό διερεύνηση εφαρμογών. Οι μεγάλες βιομηχανικές εταιρείες, για παράδειγμα, ενδιαφέρονται για την εφαρμογή των μαθηματικών στην επίλυση προβλημάτων μείωσης του κόστους, ελέγχου της εργασίας ή βελτίωσης της τεχνολογίας της παραγωγής. Για παράδειγμα, τα μαθηματικά της μετάδοσης του φωτός σε οπτικές ίνες προήλθαν από τη μαθηματική διερεύνηση προβλημάτων των τηλεπικοινωνιών, η οποία τροφοδότησε τη θεωρητική ανάπτυξη αντίστοιχων μαθηματικών θεωριών και την εφαρμογή τους στην επίλυση των συγκεκριμένων προβλημάτων. Ιδιαίτεροι τύποι, τώρα, παραβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων μελετήθηκαν εκτεταμένα, όχι επειδή είχαν θεωρητικό ενδιαφέρον ή σπουδαιότητα για τα μαθηματικά, αλλά εξαιτίας συγκεκριμένων πρακτικών εφαρμογών τους.

(β) *Οι ερευνητές των μαθηματικών*

Οι μαθηματικοί ερευνητές, οι επιστήμονες δηλαδή οι οποίοι ασχολούνται με την παραγωγή και την εφαρμογή της μαθηματικής γνώσης, απασχολούνται στο σύνολο τους σήμερα σε πανεπιστήμια, ερευνητικά ιδρύματα και κέντρα μελετών, δημόσια ή ιδιωτικά. Τα μαθηματικά, όπως και οι επιστήμες, έγιναν πεδίο επαγγελματικής απασχόλησης από τις αρχές του 19^{ου} αιώνα και ως συνέπεια η μαθηματική δραστηριότητα διαμόρφωσε σταδιακά χαρακτηριστικά γραφειοκρατικού τύπου. Αυτού του τύπου κοινωνική οργάνωση της μαθηματικής παραγωγής επηρέασε ουσιαστικά και πάντοτε επηρεάζει τον τρόπο και το περιεχόμενο της εργασίας των μαθηματικών (Collins and Restivo, 1983). Οι ερευνητικές επιλογές τους καθορίζονται πρωτίστως από τις ανάγκες βελτίωσης των αμοιβών και των συνθηκών εργασίας τους, τις επιδιώξεις αύξησης του γοήτρου και των επιρροών τους, τις επιθυμίες κοινωνικής ανόδου και παρόμοια συναφή.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα επίδρασης της κοινωνικής οργάνωσης της μαθηματικής δραστηριότητας στο περιεχόμενο των μαθηματικών, αποτελεί η εννοιολογική διάσταση και αλλαγή του περιεχομένου της μαθηματικής αλήθειας και της απόδειξης της μεταξύ των μαθηματικών του 18^{ου} και του 19^{ου} αιώνα. Όπως αναλύει Grabiner (1974), κατά τον 18^ο αιώνα κύριο στόχο των μαθηματικών αποτέλεσε η αποτελεσματικότητα των μεθόδων τους,

ενώ αντίθετα τον 18^ο αιώνα η αυστηρότητα και η συνέπεια των αποδείξεων της αλήθειας τους. Μεταξύ των βασικών αιτιών αυτής της μεταστροφής περιλαμβάνεται η αλλαγή του επαγγελματικού καθεστώτος των μαθηματικών. Από τις αρχές του 18^{ου} αιώνα και εξής η πλειονότητα των ερευνητών μαθηματικών άρχισαν να

απασχολούνται με τη διδασκαλία των μαθηματικών. Ως αποτέλεσμα ενδιαφέρθηκαν πρωτίστως, όχι για τις εφαρμογές των αποτελεσμάτων της μαθηματικής έρευνας, αλλά για τη συστηματοποίηση μιας διδακτικής ύλης για τους σπουδαστές τους και παράλληλα για την περιχαράκωση του εκπαιδευτικού επαγγέλματος και τον αποκλεισμό από αυτό των ανταγωνιστών τους ερασιτεχνών μαθηματικών. Σ' αυτό το πλαίσιο αποκτούν ιδιαίτερη σημασία οι τυπικοί ορισμοί των εννοιών και οι αυστηρές αποδείξεις των μαθηματικών προτάσεων. Με αντίστοιχους όρους κοινωνικής οργάνωσης του επαγγέλματος των ερευνητών μαθηματικών περιγράφει ο Schubring (1981) τη δημιουργία της διάκρισης «καθαρών» και «εφαρμοσμένων» μαθηματικών στις αρχές του 19^{ου} αιώνα.

(γ) *Η κατάτμηση και η εξειδίκευση της μαθηματικής γνώσης*

Η κατάτμηση σε κλάδους και στη συνέχεια η εξειδίκευση της μαθηματικής γνώσης σε τομείς και επίπεδα, τα οποία δεν υπαγορεύονται από καμία επιστημολογική ανάγκη, και η αντίστοιχη ανάπτυξη ιδιαίτερων λεξιλογίων, αποτελεί ένα από τα μέσα με τα οποία η μαθηματική γνώση περιχαράκωνεται απέναντι στους μη-ειδικούς και αποκτά ένα ιδιότυπο κύρος, ως μια πολύ ειδική γνώση, την οποία μπορεί να κατανοήσουν, και άρα να αξιολογήσουν, μόνον οι κατά περίπτωση εξειδικευμένοι μαθηματικοί. Έτσι μια τέτοιου τύπου ανάπτυξη του περιεχομένου της μαθηματικής γνώσης εξασφαλίζει σε μικρές κοινότητες μαθηματικών την επαγγελματική εξειδίκευση και απασχόληση, ενώ σε μια διαλεκτική αμοιβαιότητα, αυτές οι κοινότητες των μαθηματικών συμβάλλουν με την ερευνητική τους δραστηριότητα και τα αποτελέσματα στην αντίστοιχα προσανατολισμένη ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης.

Ανακεφαλαιώνοντας, οι κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής πρακτικής και των αποτελεσμάτων της συναρτώνται εκ προοιμίου με τις παραδοχές για τον χαρακτήρα της μαθηματικής γνώσης. Αν η μαθηματική γνώση θεωρηθεί ως υπάρχουσα ανεξάρτητα από την ανθρώπινη δραστηριότητα, τότε η κοινωνική της διάσταση περιορίζεται μόνο στη χρήση αυτής γνώσης στις ανθρώπινες δραστηριότητες και σε καμία περίπτωση στο καθαυτό περιεχόμενο της το οποίο είναι απόλυτο, αντικειμενικό, ανεξάρτητο από τις κυρίαρχες κοινωνικές αξίες και υποκείμενο αποκλειστικά στη δική του αυτόνομη εσωτερική λογική. Στην αντίθετη περίπτωση, τόσο η μαθηματική γνώση όσο και η μαθηματική δραστηριότητα, όπως επίσης και η χρήση τους, ως

στοιχεία μιας κοινωνικής πρακτικής, υπόκεινται στα ιστορικά καθορισμένα χαρακτηριστικά του κοινωνικού τους πλαισίου.

Με τις διατυπώσεις, μάλιστα, του Restivo (1993, σελ. 249):

Οι φαινομενικά πιο καθαρές έννοιες, οι λογικές έννοιες, εμφανίζονται ως αντικειμενικές και απρόσωπες έννοιες μόνο στο βαθμό που, και εξαιτίας του γεγονότος ότι, είναι δημοσιοποιήσιμες και δημοσιοποιημένες – δηλαδή μόνο, και εφόσον, αποτελούν συλλογικές αναπαραστάσεις. Όλες οι έννοιες είναι συλλογικές αναπαραστάσεις και συλλογικές επεξεργασίες, γιατί συλλαμβάνονται, αναπτύσσονται, επιβεβαιώνονται και τροποποιούνται μέσα από την κοινωνική εργασία σε κοινωνικά πλαίσια. Στην πραγματικότητα, όλα τα πλαίσια της ανθρώπινης σκέψης και δράσης είναι κοινωνικά. Το επόμενο διανοητικό βήμα είναι η αναγνώριση του γεγονότος, ότι «η εργασία», «το κοινωνικό πλαίσιο», «η σκέψη» και «η δράση» είναι αζεχώριστα.. Οι έννοιες δεν είναι απλώς κοινωνικά προϊόντα είναι συστατικά κοινωνικές. Αυτός ο συλλογισμός οδηγεί στο ριζοσπαστικό συμπέρασμα, ότι είναι οι κοινωνικοί κόσμοι ή οι κοινότητες αυτές οι οποίες σκέπτονται και όχι τα άτομα. Με την κυριολεκτική έννοια του όρου, δεν σκέπτονται οι κοινότητες καθαυτές με κάποια υπερβατική έννοια.. Ακριβέστερα, τα άτομα είναι φορείς έκφρασης των σκέψεων των κοινοτήτων τους ή «συλλογικά σκεπτόμενα» άτομα. Ή με μια διαφορετική διατύπωση, ο νους είναι κοινωνική δομή.

Ο μετασχηματισμός της μαθηματικής γνώσης σε σχολική γνώση και η μαθηματική εκπαίδευση

Από την εμφάνιση του σύγχρονου σχολείου μέχρι σήμερα, τα μαθηματικά κατέχουν κεντρική και αδιαμφισβήτητη θέση στο σχολικό πρόγραμμα, τόσο της πρωτοβάθμιας όσο και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, με μια αιτιολόγηση η οποία, ανεξάρτητα από τις διατυπώσεις της, παραπέμπει άμεσα ή έμμεσα, στις μοναδικές ιδιότητες των μαθηματικών ως μιας γνώσης και μιας δραστηριότητας, οι οποίες έχουν τη δυνατότητα να «ασκούν» το μυαλό των παιδιών στις λογικές διεργασίες και στην ορθολογική σκέψη, όπως και να αποτελούν το πεδίο ανάπτυξης μιας σειράς «ανώτερων» νοητικών ικανοτήτων, ανάλυσης, σύνθεσης, γενίκευσης κλπ .

Η παραδοχή αυτή όμως, όπως και κάθε παραδοχή για το ρόλο των μαθηματικών στο σχολείο, ενσωματώνει και υλοποιεί παραδοχές για τη φύση και το χαρακτήρα της μαθηματικής γνώσης και πρακτικής, και αντίστροφα κάθε φιλοσοφική - επιστημολογική θεώρηση της μαθηματικής γνώσης και πρακτικής εμπεριέχει και υποβάλλει αντίστοιχες προσεγγίσεις της μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών. Γιατί κάθε προσέγγιση της μαθηματικής εκπαίδευσης εμπεριέχει αναγκαστικά μια προσέγγιση του φαινομένου της ανθρώπινης μάθησης βασισμένη σε αντίστοιχες παραδοχές για τη φύση και το χαρακτήρα των μαθηματικών (Χασάπης, 1986).

Η παραδοχή, λοιπόν, ότι τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα αποτελούν προνομιακό πεδίο νοητικής άσκησης υπονοεί μια θεώρηση

της μαθηματικής γνώσης ταυτισμένη με το επιστημολογικό πρότυπο της “απολυτοκρατίας” των μαθηματικών (Ernest, 1991). Θεωρεί τα μαθηματικά ως μια γνώση η οποία είναι αμετάβλητη, αδιάψευστη, αντικειμενική και απόλυτη, εξαρτημένη μόνο από τις μαθηματικές

παραδοχές της και τους παραδεκτούς κανόνες της τυπικής-παραγωγικής λογικής, άρα ως μια γνώση η οποία είναι ουσιαστικά υπερ-ανθρώπινη, άρα α-κοινωνική και α-χρονική, άρα υπερ-ιστορική, και γι’ αυτό ανεξάρτητη των ηθικών και πολιτισμικών αξιών.

Αναπόφευκτη συνέπεια της παραδοχής αυτής είναι η κατάτμηση μιας σαφώς προκαθορισμένης μαθηματικής γνώσης, της λεγόμενης και «διδασκτικής ύλης», σε απλουστευμένες και ιεραρχικά οργανωμένες από το απλό στο σύνθετο διδακτικές ενότητες, με κύριο περιεχόμενο απολύτως βασικές έννοιες, τυποποιημένους κανόνες, τεχνικές ασκήσεις και προβλήματα με μια και μοναδική λύση και η διδασκαλία της έτσι μετασχηματισμένης μαθηματικής γνώσης με κύριο στόχο τη επισώρευση αναγκαίων γνώσεων, τη νοητική άσκηση και την ανάπτυξη συγκεκριμένων γνωστικών δεξιοτήτων.

Η διδασκαλία των μαθηματικών, στην περίπτωση αυτή, αποτελεί μια κλιμάκωση νοητικών εμπειριών, που στοχεύουν και υπηρετούν την άσκηση στις λογικές διεργασίες και στην ορθολογική σκέψη, διαταγμένων σε μια αλληλουχία ώστε κάθε εμπειρία να αποτελεί ενδυνάμωση και διεύρυνση της προηγούμενης, ενώ οι έννοιες της επανάληψης και του αυτοματισμού αποτελούν δομικό της στοιχείο.

Αντίστοιχα, η αναφορά αυτής της μαθηματικής γνώσης στην πραγματική ζωή των ανθρώπων γίνεται με δυο παράλληλους και ανεξάρτητους μεταξύ τους μονόδρομους. Από το ένα μέρος οι ορισμένες μαθηματικές έννοιες αναγνωρίζονται στον κόσμο της πραγματικότητας, αποσπώνται, απλοποιούνται και υπόκεινται σε μια νοητική επεξεργασία και από το άλλο οι απλοποιημένες και τυποποιημένες μαθηματικές έννοιες εφαρμόζονται στα πρότυπα τους, τα οποία επίσης ενυπάρχουν ήδη στην πραγματικότητα. Αυτή η διαδικασία «εφαρμογής» των μαθηματικών θεμελιώνεται αποκλειστικά στην παθητική παρατήρηση και αναπτύσσεται ως ένα νοητικό παιχνίδι αναδιοργάνωσης και συστηματοποίησης θεωρητικών εγγραφών, μαθηματικά δεδομένων.

Βασική, όμως, όψη αυτής της θεώρησης της μαθηματικής εκπαίδευσης, η οποία πρέπει εδώ να υπογραμμιστεί, είναι η σχέση την οποία επιβάλλει ανάμεσα στη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο και στη μαθηματική δραστηριότητα και γνώση που αποτελούν τυπικά το αντικείμενο της διδασκαλίας των μαθηματικών. Η σχέση αυτή είναι ουσιαστικά μια πρακτική σχέση χρησιμοποίησης της μαθηματικής γνώσης, η οποία έχει ως κυρίαρχη λειτουργία της, όχι τη γνώση των μαθηματικών, αλλά πρωτίστως τη γνώση κανόνων, προτύπων και πρακτικών που στοχεύουν στη συγκρότηση μιας ειδικής σχέσης των παιδιών με τα μαθηματικά. Αυτό ακριβώς σημαίνουν, εκτός των όσων προαναφέρθηκαν, οι παραδοχές και οι διακηρύξεις, οι οποίες

θεωρούν ως πρωταρχικούς στόχους της διδασκαλίας των μαθηματικών στο σχολείο «τη μεθοδική άσκηση στην ορθολογική σκέψη, στην ανάλυση, στην αφαίρεση, στη γενίκευση, στην εφαρμογή, στη κριτική και στις λογικές διεργασίες καθώς και η μύηση στη μαθηματική αποδεικτική διαδικασία» ή «την ανάπτυξη της ικανότητας για ακριβή σύλληψη των εννοιών, των μεγεθών, των ιδιοτήτων και των σχέσεων μεταξύ τους και ιδιαιτέρως εκείνων που είναι απαραίτητες για την κατανόηση και επίλυση πραγματικών προβλημάτων της σύγχρονης ζωής και για την επαφή με τη σύγχρονη τεχνική, οικονομική και κοινωνική πραγματικότητα» και τα συναφή.

Μ' άλλα λόγια οι παραδοχές και οι διακηρύξεις αυτές, θεωρούν ως πρωταρχικό σκοπό της διδασκαλίας των μαθηματικών στο σχολείο την εκμάθηση κανόνων και χειρισμών κατάλληλης χρησιμοποίησης της μαθηματικής γνώσης και των αντικειμένων της. Μέσα από μια τέτοια σχέση της διδασκαλίας των μαθηματικών με το αντικείμενο της προσφέρεται μια γνώση, η οποία είναι πρωταρχικά μια πρακτική γνώση χρησιμοποίησης των μαθηματικών και δευτερευόντως μια γνώση των μαθηματικών καθ'αυτών. Αυτή άλλωστε μπορεί να θεωρηθεί και η ουσιαστική έννοια του όρου «μαθηματική παιδεία». Μια μαθηματική γνώση επενδυμένη σε μια πρακτική γνώση χρησιμοποίησης της. Γι' αυτό το λόγο μεταξύ άλλων τα μαθηματικά αποτελούν παραδοσιακά μια βασική συνιστώσα της παιδαγωγικής, δηλαδή της πολιτιστικής χειραγώγησης. Ασκούν στη «σωστή» σκέψη, στη «σωστή» κρίση, στις «σωστές» διαδικασίες αποφάσεων.

Όμως, αυτή η πρακτική σχέση χρησιμοποίησης που συγκροτείται μεταξύ της διδασκαλίας των μαθηματικών και του αντικειμένου της είναι πρωταρχικά μια σχέση ιδεολογικής διαπαιδαγώγησης, που στη βάση ενός καθιερωμένου και καθολικά αποδεκτού γνωστικού αντικειμένου, όπως είναι τα μαθηματικά, εγχαράζει καθορισμένα πρότυπα αναφοράς και πρακτικής συμπεριφοράς απέναντι στη συγκεκριμένη γνώση και δραστηριότητα και γενικότερα απέναντι στις κοινωνικά κυρίαρχες αξίες. Από την οπτική αυτή, η διδασκαλία των μαθηματικών είναι φορέας μιας επιστημονικού χαρακτήρα μαθηματικής γνώσης και ταυτόχρονα μιας ιδεολογίας για την επιστήμη των μαθηματικών και των αποτελεσμάτων της. Μιας ιδεολογίας δηλαδή για την αντιμετώπιση της επιστημονικής γνώσης των μαθηματικών και των αποτελεσμάτων της, που βασίζεται σε μια ορισμένη θεώρηση της θέσης της μαθηματικής πρακτικής στην υπάρχουσα κοινωνική πραγματικότητα και κατά συνέπεια σε μια ορισμένη θεώρηση του ρόλου των ερευνητών μαθηματικών στην παραγωγή και στην αναπαραγωγή των μαθηματικών. Σε τελευταία ανάλυση σε μια ορισμένη θεώρηση του κοινωνικού καταμερισμού της πνευματικής και χειρωνακτικής εργασίας, που είναι θεώρηση μιας κυρίαρχης ιδεολογίας.

Οι εναλλακτικές θεωρήσεις των μαθηματικών, ως σχολικού μαθήματος, αναδεικνύουν και αντιμετωπίζουν αφενός τη μαθηματική γνώση ως παράγωγο μιας κοινωνικής πρακτικής, η οποία υπόκειται στα, και

καθορίζεται από τα, πολιτισμικά πλαίσια ιστορικά δεδομένων κοινωνιών και αφετέρου αναδεικνύουν και προτάσσουν τους μαθητές ως κοινωνικά υποκείμενα, τα οποία δραστηριοποιούνται σε κοινωνικά πλαίσια με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, ιδιοποιούμενα μέσα από τη δραστηριότητα τους τη μαθηματική γνώση και τις μαθηματικές μορφές σκέψης. Στις θεωρήσεις αυτές, ο κοινωνικός χαρακτήρας της μαθηματικής γνώσης και οι κοινωνικές ορίζουσες της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι δεδομένες, ενώ οι μεταξύ τους διαφοροποιήσεις προκύπτουν πρωτίστως από διαφορετικές θεωρητικές προτεραιότητες και δευτερευόντως από διαφορετικές προσεγγίσεις του χαρακτήρα και των διαδικασιών της μάθησης ή και των στόχων και των πρακτικών της διδασκαλίας των μαθηματικών, οι οποίες βέβαια και στη μια και στην άλλη περίπτωση οδηγούν και σε διαφοροποιημένες ερευνητικές προτεραιότητες.

Οι κοινωνικο-πολιτισμικές προσεγγίσεις επικεντρώνονται στο φαινόμενο της μάθησης, ως διαδικασίας ατομικής ιδιοποίησης των ιστορικά διαμορφωμένων και πολιτισμικά καθορισμένων τύπων σκέψης, νοητικών εργαλείων και επιστημονικών γνώσεων μέσα από κοινωνικά ορισμένες μορφές δραστηριότητας. Από μια οπτική, δηλαδή, κοινωνικής ψυχογένεσης η οποία έχει τη θεωρητική της αφετηρία στις επεξεργασίες του Vygotsky και των επιγόνων του θεωρητικών της δραστηριότητας.

Από το άλλο μέρος, οι πολιτικο-κοινωνικές προσεγγίσεις επικεντρώνονται στη διδασκαλία των μαθηματικών, ως συστατικού στοιχείου των πολιτικών λειτουργιών του σχολείου, από την οπτική του ρόλου της εκπαίδευσης στις διαδικασίες της κοινωνικής αναπαραγωγής και της συμβολής των μαθηματικών στην νομιμοποίηση και αποδοχή ή στην κατανόηση και αμφισβήτηση της κοινωνικής ανισότητας και των επιπτώσεων της.

Γενικεύοντας και αναγκαστικά απλοποιώντας, η προσέγγιση της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών,

- πέρα, αλλά όχι ανεξάρτητα από, το άτομο στο σύνολο των κοινωνικών του σχέσεων,
- πέρα, αλλά όχι ανεξάρτητα από, τις διδακτικές πρακτικές στους κοινωνικούς και πολιτισμικούς παράγοντες διαμόρφωσης τους και
- πέρα, αλλά όχι ανεξάρτητα από, το σχολείο στο κοινωνικό και πολιτικό του πλαίσιο,

αποτελεί την κοινή αφετηρία όλων των εναλλακτικών θεωρήσεων της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Ένα τελικό σχόλιο

Το κοινωνικο-πολιτικό πλαίσιο οργάνωσης και ανάπτυξης των δραστηριοτήτων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών (το αναλυτικό πρόγραμμα, τα σχολικά βιβλία, το περιεχόμενο και οι μορφές αξιολόγησης, η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών κ.α.), όπως και οι διαδικασίες της ατομικής συγκρότησης της ιστορικά αναπτυγμένης και κοινωνικά καθορισμένης μαθηματικής γνώσης και πρακτικής μέσα

από τη συμμετοχή των ατόμων στις τυπικά θεσμοθετημένες και άτυπα καθιερωμένες δραστηριότητες της διδασκαλίας των μαθηματικών, αποτελούν θεμελιώδεις διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης με άμεσες και πολύ σημαντικές κοινωνικές συνέπειες, τόσο στο επίπεδο της ζωής των ατόμων όσο και στο επίπεδο της κοινωνίας. Για πρακτικούς, όμως, λόγους η ανάλυση τους δεν μπορεί να συμπεριληφθεί στην παρούσα εισήγηση.

Σε κάθε περίπτωση, ο ρόλος της εκπαίδευσης και κατά συνέπεια και της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι πρωτίστως πολιτικός, αφού αποτελεί συστατικό παράγοντα της διαδικασίας παραγωγής ατόμων για την κάλυψη των αναγκών του κοινωνικού καταμερισμού εργασίας και παράλληλα μηχανισμό αναπαραγωγής και κυρίαρχης ιδεολογίας. Όλα τα σχολικά μαθήματα συντελούν, το καθένα σε διαφορετικό πεδίο και βαθμό, στην προώθηση των δύο αυτών λειτουργιών της εκπαίδευσης, με το περιεχόμενο, την κατανομή, την οργάνωση, την παρουσίαση, την αξιολόγηση της αντίστοιχης σχολικής γνώσης και τις διδακτικές πρακτικές που υποβάλλουν. Αναπτύσσουν δηλαδή στους μαθητές, κάποιες δεξιότητες απαραίτητες για ν' ανταποκριθούν στις απαιτήσεις του υπάρχοντος κοινωνικού καταμερισμού εργασίας και ταυτόχρονα νομιμοποιούν και συγκαλύπτουν αυτόν τον καταμερισμό με επιβολή αντίστοιχης ιδεολογίας. Τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα, όσο κι αν φαντάζουν ουδέτερα δεν εξαιρούνται, πέρα από δεξιότητες, συμβάλλουν στην αναπαραγωγή της κοινωνικής ανισότητας. και στην επιβολή εκείνης της ιδεολογίας, η οποία συγκαλύπτει και νομιμοποιεί την κοινωνική ανισότητα.

Πρέπει τέλος να σημειωθεί, ότι απέναντι σ' αυτές τις κοινωνικές λειτουργίες της μαθηματικής εκπαίδευσης και στη λογική της έμπρακτης αμφισβήτησης τους έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια δύο διακριτές αντιδράσεις:

Η πρώτη αντίδραση είναι γνωστή ως « εθνομαθηματικά» και έχει την αφετηρία της στους προβληματισμούς, οι οποίοι αναπτύχθηκαν στη Βραζιλία αρχικά και σε χώρες της Αφρικής στη συνέχεια (D'Ambrosio, 1985, Gerdes, 1996). Αφορμή υπήρξαν οι αρνητικές επιπτώσεις που είχαν στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών, εισαχθέντα από Δυτικές χώρες αναλυτικά προγράμματα, διδακτικό υλικό και μέθοδοι διδασκαλίας τα οποία δεν είχαν καμία απολύτως αναφορά στα πολιτιστικά περιβάλλοντα και στα κοινωνικά δεδομένα των κοινωνιών της Λατινικής Αμερικής και της Αφρικής.

Στην συνέχεια εξελίχθηκαν σε μια εναλλακτική πρόταση μαθηματικής εκπαίδευσης, η οποία επιδιώκει να εντοπίσει και να ενσωματώσει στα σχολικά μαθηματικά ιδέες και πρακτικές αναπτυγμένες σε πολιτισμικές πρακτικές μη Δυτικών κοινοτήτων, όπως είναι η ταπητουργία, η ξυλουργική ή η καλαθοπλεκτική και οι οποίες, παρόλο που δεν έχουν τα τυπικά χαρακτηριστικά των θεσμοθετημένων «Δυτικών» μαθηματικών, είναι μαθηματικές ιδέες οι οποίες μπορεί να αποτελέσουν τη βάση για τη διδασκαλία και τη μάθηση τυπικών

μαθηματικών εννοιών (Ζαχάρος & Χασάπης, 1999; Χρονάκη, 2005). Μια εθνομαθηματικού τύπου διδασκαλία βασισμένη σε μαθηματικές ιδέες προερχόμενες από οικείες στους μαθητές δραστηριότητες, μπορεί να συμβάλλει θετικά όχι μόνο στη μάθηση των μαθηματικών αλλά και στην εθνοτική και πολιτική συνειδητοποίηση των παιδιών.

Ενώ η κίνηση των εθνομαθηματικών αποτελεί μια αντίδραση, η οποία αναπτύσσεται σε μη Δυτικές κοινωνίες ως κριτική στον ενσωματωμένο στην εκπαίδευση πολιτιστικό ιμπεριαλισμό και στην ιδεολογία που τον υποστηρίζει, η κριτική μαθηματική εκπαίδευση αποτελεί μια αντίδραση η οποία αναπτύσσεται στο εσωτερικό των τεχνολογικά εξελιγμένων Δυτικών κοινωνιών και αντιμετωπίζει κριτικά τις σχέσεις εξουσίας, η οποίες με τη χρήση των μαθηματικών διαμορφώνονται και εφαρμόζονται στην ατομική και κοινωνική καθημερινότητα των ανθρώπων (Frankenstein, 1983, 2005; Χρονάκη, 2005).

Ως ακροτελεύτιο σχόλιο, μια επιγραμματικά διατυπωμένη θέση του Restivo (1993, σελ. 250):

Η απελευθέρωση μας από τις υπερβατικές, υπερφυσικές και ιδεαλιστικές θεωρήσεις και δυνάμεις αρχίζει όταν η απαίτηση της κοινωνιολογικής θεώρησης αποσπά τη θρησκεία από τους θεολόγους και τους πιστούς και αποκαλύπτει τον πραγματικό χαρακτήρα της. Γίνεται, δε, οριστική απελευθέρωση (για αυτό το στάδιο της ανθρώπινης ιστορίας) όταν η ίδια αυτή απαίτηση αφαιρεί τη νοημοσύνη και τη σκέψη από τα χέρια των φιλόσοφων και των ψυχολόγων. Είναι σ' αυτό το πλαίσιο αναζήτησης, στο οποίο το ευρύτερο ζήτημα της κοινωνιολογικής θεώρησης των μαθηματικών καθίσταται εμφανές.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Bloor, D. (1976) *Knowledge and Social Imagery*, Routledge and Kegan Paul, London
- Bos, H. J. M., and Mehrtens, H. (1977) The interactions of mathematics and society in history: some exploratory remarks, *Historia Mathematica*, 4, 7-30
- Collins, R., and Restivo, S. (1983) Robber barons and politicians in mathematics: a conflict model of science, *Canadian Journal of Sociology*, 8, 199-227.
- D'Ambrosio, U. (1985), Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5, 44-48.
- Davis, P. J. and Hersh, R.: 1980, *The Mathematical Experience*, Birkhauser, Boston, Ελληνική έκδοση: *Η μαθηματική Εμπειρία*, Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα.

- Dörfler, W. (2003) Mathematics and mathematics education: Content and people, relation and difference, *Educational Studies in Mathematics*, 54, 147-170.
- Ernst, P. (1991), *The Philosophy of Mathematics Education*, Falmer Press, London.
- Ernest, P. (1998), *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, SUNY Press, Albany, New York.
- Forman, P. (1971) Weimar culture, casualty, and quantum theory, 1918-1927: adaptation of German physicists and mathematicians to a hostile intellectual environment, *Historical Studies in the Physical Sciences*, 3, 1-115.
- Frankenstein, M. (1983) Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's Epistemology, *Journal of Education*, 165 (4), 315-340.
- Frankenstein, M. (2005), Μαθαίνοντας τον κόσμο με τα μαθηματικά: Σκοποί ενός αναλυτικού προγράμματος κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης, στον παρόντα τόμο.
- Gerdes, P. (1996), Ethnomathematics and Mathematics education. Στο A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (eds.). 1996. *International Handbook of Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, 909-944
- Grabiner, J. V. (1974) Is mathematical truth time-dependent?, *American Mathematical Monthly*, 81, 354-365.
- Hodgkin, L. (1976) Politics and physical sciences, *Radical Science Journal*, 4, 29-60.
- Kitcher, P. (1983), *The Nature of Mathematics Knowledge*, Oxford University Press, Oxford.
- Kuba, V. and McDonald, J.L., (1991), What is Mathematics to Children?, *Journal of Mathematical Behaviour*, 10, 105-113.
- Lakatos, I. (1976), *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, Cambridge.
Ελληνική έκδοση: Lakatos, I. (1996), *Αποδείξεις και Ανασκευές*, Τροχαλία, Αθήνα.
- Latour, B. (1987), *Science in Action*, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- MacKenzie, D. (1978) Statistical theory and social interests, *Social Studies of Science*, 8, 35-83.
- Martin, B. (1978) The selective usefulness of game theory, *Social Studies of Science*, 8, 85-110.
- Mehrtens, H. (1987) The social system of mathematics and National Socialism: a survey, *Sociological Inquiry*, 57, 159-182.
- Restivo, S. (1983) *The Social Relations of Physics, Mysticism, and Mathematics*, D. Reidel, Dordrecht.
- Restivo, S. (1992), *Mathematics in Society and History: Sociological Inquiries*, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.
- Restivo, S. (1993), *The Social Life of Mathematics*. Στο Restivo, Sal, Van Bendegem, J.P. and Fischer, R, (Eds.), *Math Worlds - Philosophical and Social Studies of Mathematics and*

Mathematics Education, Albany, State University of New York Press, 247 - 278.

- Roulet, G. (1992), The Philosophy of Mathematics Education: "What does this mean for the children in the classroom?", *Philosophy of Mathematics Education Newsletter*, 6, 8-9.
- Schubring, G. (1981) The conception of pure mathematics as an instrument in the professionalization of mathematics, in: *Social History of Nineteenth Century Mathematics*, ed. H. Mehrtens, H. Bos and I. Schneider, Birkhauser, Boston, pp. 111-134.
- Tymoczko, T. (ed.), (1986), *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, Birkhauser, Boston.
- Valero, P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in Latin America. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 99(1), 20-26.
- Wilder, R.L. (1981), *Mathematics as a Cultural System*, Pergamon, Oxford.
- Wittgenstein, L. (1956), *Remarks on the Foundations of Mathematics*, revised edition, MIT Press, Cambridge, 1978.
- Ζαχάρος, Κ. & Χασάπης, Δ.. (1999), Εθνο-Μαθηματικά: Κριτική παρουσίαση της ερευνητικής και εκπαιδευτικής προσέγγισης των εθνομαθηματικών, *Αντιτετράδια της Εκπαίδευσης*, 53, 51-55
- Χασάπης, Δ., (1986), Η Οργάνωση του Περιεχομένου ενός Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών και οι Υπονοούμενες Αντιλήψεις για τη Γνώση, την Επιστήμη και την Εκπαίδευση, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 28, 28-35.
- Χρονάκη, Α. (2005), Η έννοια του κοινωνικού ως 'πολιτισμική-ιστορική' και ως 'πολιτική' στην σύγχρονη μελέτη της μαθηματικής εκπαίδευσης, στον παρόντα τόμο.

ΤΙ ΣΧΕΣΗ ΕΧΕΙ Η ΕΞΟΥΣΙΑ ΜΕ ΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ;

Paola Valero

Aalborg University, Denmark

Κάθε φορά που συναντώ ένα καινούργιο πρόσωπο και μιλάμε για τη δουλειά μου συνήθως εκπλήσσεται. Μαθηματικά και εξουσία; Μαθηματικά και δημοκρατία; Αυτά τα πράγματα δεν συσχετίζονται! Πολλούς ανθρώπους ξαφνιάζει η ιδέα να συσχετίζονται τα μαθηματικά με κάτι «κοινωνικό», όπως είναι οι σχέσεις εξουσίας, τα πολιτικά ζητήματα, οι αξίες και οι μορφές κοινωνικής οργάνωσης όπως είναι η δημοκρατία. Μετά από μακρά συζήτηση και πολλά παραδείγματα μερικοί άνθρωποι αντιλαμβάνονται την οπτική μου. Όμως είναι δύσκολο, εντελώς ξαφνικά να διαλύσεις την εικόνα των μαθηματικών ως αριθμών, κανόνων και τεχνικών, που δεν έχουν καμία σχέση με τους ανθρώπους και την καθημερινή ζωή τους στη κοινωνία. Μια τέτοια εικόνα είναι βαθιά εδραιωμένη από τις σχολικές εμπειρίες των ανθρώπων και από την κατανόηση των τρόπων που παρουσιάζονται τα μαθηματικά στο δημόσιο λόγο των μέσων επικοινωνίας και της κοινωνίας γενικότερα. Αυτή η εικόνα δεν υιοθετείται μόνο από αυτούς που δεν τους αρέσουν τα μαθηματικά (και οι οποίοι έχουν πιθανόν «τραυματική» εμπειρία από το σχολείο), αλλά και από πολλούς που τους αρέσουν και τα καταφέρνουν με τα μαθηματικά. Η εικόνα εν μέρει βασίζεται στην παραδοχή ότι τα μαθηματικά έχουν μια αυτόνομη ύπαρξη, ανεξάρτητη από τους ανθρώπους, οι οποίοι τα έχουν επινοήσει και τα χρησιμοποιούν.

Μια κριτική σε αυτή την εικόνα των μαθηματικών έχει αναπτυχθεί μέσα από τις πρόσφατες εργασίες στη φιλοσοφία των μαθηματικών — όπως για παράδειγμα είναι οι εργασίες του Paul Ernest (1998) και η ανάλυσή του για τα μαθηματικά ως κοινωνικά κατασκευασμένη γνώση — και από την έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση. Όταν τα μαθηματικά θεωρηθούν ως μία από τις πολλές κοινωνικές δραστηριότητες και πρακτικές που αναπτύσσουν οι άνθρωποι, τότε η συνάφεια τους με τα πολιτισμικά, πολιτικά και οικονομικά φαινόμενα γίνεται εμφανής. Σε ότι αφορά, τώρα, τη μαθηματική εκπαίδευση αναμφίβολα πρέπει να δώσουμε προσοχή στην κοινωνική διάσταση, όχι μόνο γιατί το περιεχόμενο αυτής της εκπαίδευσης είναι σημαντικό για την κοινωνία, αλλά κυρίως γιατί τα μαθηματικά καταλαμβάνουν μια σημαντική θέση στη κοινωνική ζωή μέσα από τις εκπαιδευτικές σχέσεις του σχολικού μηχανισμού.

Τίτλος πρωτοτύπου κειμένου: What Has Power Got to Do with Mathematics Education?

Απόδοση στα Ελληνικά: Ελένη Γιαννακοπούλου & Δημήτρης Χασάπης

Αυτή είναι ακριβώς η οπτική που υιοθετώ και από την οποία θέλω να διατυπώσω μερικές σκέψεις για τα μαθηματικά, την εκπαίδευση και την εξουσιαστική ισχύ. Οι σκέψεις μου εντάσσονται σε μία προσέγγιση που αφορά την πολιτική διάσταση της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αυτή η προσέγγιση δεν είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη, αν και έχει αρχίσει να διακρίνεται ως μία σημαντική τάση (όπως φαίνεται, για παράδειγμα, στο Valero & Zevenbergen, 2004 και Walshaw, 2004).

Στα επόμενα, θα εκθέσω την άποψή μου για την μαθηματική εκπαίδευση ως πεδίο έρευνας και ως πεδίο πρακτικής και θα υπογραμμίσω την αναγκαιότητα να διευρυνθούν οι κυρίαρχοι ορισμοί αυτών των πεδίων, ώστε να περιλάβουν την κοινωνικο-πολιτική πολυπλοκότητα. Θα σχολιάσω επίσης, τρεις έννοιες της εξουσιαστικής ισχύος και πώς αυτές διαπερνούν την έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση. Τέλος θα μιλήσω για τις προσκλήσεις που τίθενται στην έρευνα από την υιοθέτηση μιας κοινωνικο-πολιτικής οπτικής στην κατανόηση των πρακτικών της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών.

Μαθηματική Εκπαίδευση: Διευρύνοντας το Πεδίο

Ο όρος «μαθηματική εκπαίδευση» αναφέρεται σε δύο διαφορετικά πεδία. Από το ένα μέρος ως μαθηματική εκπαίδευση ορίζεται ένα *πεδίο πρακτικής*, στο οποίο περιλαμβάνονται οι δραστηριότητες των ανθρώπων που σχετίζονται με τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Από το άλλο μέρος η μαθηματική εκπαίδευση αναφέρεται σε ένα *πεδίο έρευνας*, το οποίο περιλαμβάνει την επιστημονική διερεύνηση και την θεωρητικοποίηση του πεδίου της πρακτικής. Είναι ενδιαφέρον να δούμε τις σχέσεις αυτών των δύο πεδίων και ειδικότερα τον τρόπο με τον οποίο ορίζονται αμοιβαία.

Ένας κυρίαρχος ορισμός της μαθηματικής εκπαίδευσης ως επιστημονικού πεδίου έρευνας είναι αυτό του επιστημονικού κλάδου, ο οποίος «καλύπτει τη πρακτική της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες (και εκτός) του εκπαιδευτικού συστήματος στο οποίο εντάσσεται» (Sierpinska & Kilpatrick, 1998, σελ. 29). Σε αυτό το πεδίο, «[...] τα μαθηματικά και οι εξειδικεύσεις τους εμπεριέχονται εκ προοιμίου στις ερευνητικές ερωτήσεις. Εξετάζοντας τη μάθηση των μαθηματικών δεν μπορείς να θέτεις ερωτήσεις εκτός των μαθηματικών» (σελ. 26). Αυτός ο τρόπος ορισμού του πεδίου έρευνας υπογραμμίζει τη *διδακτική τριάδα* — δηλαδή, τις σχέσεις ανάμεσα στο δάσκαλο, τους μαθητές και στο μαθηματικό περιεχόμενο — ως προνομιακό χώρο διερεύνησης. Αυτός ο ορισμός καθορίζει ποιες θεωρούνται αποδεκτές ερευνητικές ερωτήσεις και προσεγγίσεις στο πεδίο έρευνας. Οι έρευνες στη μαθηματική εκπαίδευση προσανατολίζονται κυρίως στο χαρακτηρισμό, στη θεωρητικοποίηση και στην εξήγηση των πρακτικών οι οποίες εγγράφονται ξεκάθαρα στην

διδασκτική τριάδα. Αυτός ο ορισμός του πεδίου της έρευνας οριοθετεί τα πιθανά νοήματα και τους ορισμούς των εννοιών του πεδίου της πρακτικής. Οι πρακτικές της μαθηματικής εκπαίδευσης ορίζονται, επομένως, ως όλες οι δραστηριότητες που περιστρέφονται γύρω από τη διδασκαλία ενός δεδομένου περιεχομένου σε κάποιους σπουδαστές που εμπλέκονται στη μάθηση αυτού του περιεχομένου. Ως αποτέλεσμα οι πρακτικές της μαθηματικής εκπαίδευσης εγκλείονται με τη σειρά τους στην διδασκτική τριάδα η οποία ορίζει το πεδίο έρευνας.

Αναφορικά με τη στενότητα του πεδίου, ο Gómez (1999) σχολιάζει ότι «η παραγωγή της έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση επικεντρώνεται κυρίως στα νοητικά προβλήματα και φαινόμενα, έχοντας ελάχιστες άλλες περιοχές ενδιαφέροντος και πολύ μικρή παραγωγή για ζητήματα που σχετίζονται με τις πρακτικές, οι οποίες επηρεάζουν με κάποιο τρόπο τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών από θεσμική ή εθνική οπτική» (σελ. 2-3). Ο Chassapis (2002) επίσης, σχολιάζει ότι σε 30 χρόνια ερευνητικής παραγωγής έχει δοθεί ελάχιστη και σχεδόν ασήμαντη προσοχή στο ερώτημα ποιοι είναι αυτοί που μαθαίνουν μαθηματικά και πως το κοινωνικό τους υπόβαθρο επηρεάζει τη μάθηση των μαθηματικών. Συμπεραίνει, ότι αυτή η έλλειψη προσοχής συμβάλλει στην απουσία κατανόησης για την κοινωνική, πολιτική και πολιτισμική πολυπλοκότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης και των παραγόντων που εμπλέκονται σε αυτήν. Η Vithal και η Valero (2003) επίσης διατυπώνουν μία κριτική στην έλλειψη προσοχής που η κυρίαρχη έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση έχει δώσει στις επιπτώσεις του κοινωνικού πλαισίου — και του συγκρουσιακού του χαρακτήρα — στη μελέτη των μικρο-διαδικασιών της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών. Αυτό το περιοριστικό πλαίσιο των θεωρούμενων ως αποδεκτών αντικειμένων έρευνας έχει μια επίπτωση στην αντίληψη των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης στη κοινωνία και, αντίστοιχα, στις αντιλήψεις για τους τρόπους διερεύνησης αυτών των πρακτικών. Αυτά τα επιχειρήματα συνάδουν με το σχόλιο του Apple (1995) ότι η πλειονότητα των συζητήσεων για τη μαθηματική εκπαίδευση προσπερνά «σημαντικά κοινωνικά, πολιτικά και οικονομικά ζητήματα». Οι συζητήσεις αυτές, έχουν περιορίσει το πεδίο τους στο ατομικό επίπεδο και, επομένως, «έχουν χάσει κάθε σοβαρή αίσθηση των κοινωνικών δομών, των φυλετικών στοιχείων, του κοινωνικού φύλου και ταξικών σχέσεων» οι οποίες συνιστούν τα άτομα και τελικά δεν εντάσσονται «σε ένα ευρύτερο κοινωνικό πλαίσιο, το οποίο περιλαμβάνει μεγαλύτερα προγράμματα δημοκρατικής εκπαίδευσης και πιο δημοκρατικής κοινωνίας» (σελ. 331). Το πεδίο έρευνας ορίζει το πεδίο της πρακτικής και τον εαυτό του με μια κλειστή, εσωστρεφή. Αυτό έχει ως συνέπεια να μην διερευνούνται και ούτε να θεωρούνται ως μέρος της πρακτικής οι συνάφειες της τριάδας δάσκαλος – μαθητές - μαθηματικά με το εξωτερικό περιβάλλον.

Οι κυρίαρχοι ορισμοί της μαθηματικής εκπαίδευσης ως πεδίου έρευνας και οι αντίστοιχοι ορισμοί της ως πεδίου πρακτικής είναι προβληματικοί. Δεν είναι δυνατόν να σκεφτούμε ούτε το πεδίο έρευνας ούτε το πεδίο πρακτικής, ως σφαίρες που υπάρχουν ανεξάρτητα από τις

κοινωνικές σχέσεις και τις συνθήκες στις οποίες εντάσσονται. Είναι ξεκάθαρο ότι υπάρχουν πολλοί άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τη μαθηματική εκπαίδευση εκτός από εκείνους που περιλαμβάνονται στη διδακτική τριάδα. Η έρευνα στην μαθηματική εκπαίδευση η οποία εντάσσεται στην «κοινωνική στροφή» (Lerman, 2000) ανέδειξε μερικά από τα μειονεκτήματα των εσωστρεφών ορισμών των πεδίων έρευνας και πρακτικής. Υπάρχουν άλλοι ορισμοί, οι οποίοι αφήνουν ανοικτό το ενδεχόμενο άλλων κατανοήσεων αυτών των πεδίων;

Ας σκεφτούμε τη μαθηματική εκπαίδευση ως ένα πεδίο πρακτικής το οποίο καλύπτει το δίκτυο των κοινωνικών πρακτικών, οι οποίες διεκπεραιώνονται από διάφορα κοινωνικά υποκείμενα και θεσμούς, τοποθετημένα σε διαφορετικές σφαίρες και επίπεδα, που συνιστούν και διαμορφώνουν τον τρόπο που τα μαθηματικά διδάσκονται και μαθαίνονται στην κοινωνία τα σχολεία και τις σχολικές τάξεις (Valero, 2002). Αυτό σημαίνει ότι, εκτός από τα βασικά στοιχεία της διδακτικής τριάδας, υπάρχει μία σειρά παραγόντων, οι οποίοι με τις πρακτικές τους συμβάλλουν στη διαμόρφωση των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης και οι οποίοι εντοπίζονται στη σχέση ανάμεσα στους δασκάλους, τους μαθητές και το περιεχόμενο κατά την αλληλεπίδρασή τους. Θα μπορούσε να μελετηθεί, για παράδειγμα, ο ρόλος μιας ομάδας δασκάλων που διδάσκουν μαθηματικά και των στελεχών διοίκησης ενός εκπαιδευτικού θεσμού σε συνάφεια με τις διδακτικές πρακτικές τους στη σχολική τάξη. Οι συγγραφείς των σχολικών βιβλίων διαμορφώνουν, χωρίς αμφιβολία, τις διδακτικές πρακτικές με τα βιβλία τους. Θα μπορούσε επίσης να ληφθεί υπόψη πως η εκπαίδευση των δασκάλων επιδρά στις πρακτικές μέσα από την κατασκευή και την παροχή ορισμένων διδακτικών προσόντων. Οι απαιτήσεις της αγοράς εργασίας και οι προσδοκίες της κοινότητας για τις μαθηματικές δεξιότητες των μαθητών ως εν δυνάμει εργατικό δυναμικό δεν μπορεί να αγνοηθούν ως παράγοντες οι οποίοι διαμορφώνουν τις πρακτικές της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αυτό συναρτάται επίσης, με την επίδραση των στελεχών της εκπαιδευτικής πολιτικής στη μαθηματική εκπαίδευση, όπως επίσης με τις παροχές και τα αναμενόμενα αποτελέσματα των σχολικών πρακτικών σε πολιτικό επίπεδο. Συνοψίζοντας, η μαθηματική εκπαίδευση ως πρακτική δεν περιορίζεται στο επίπεδο της σχολικής τάξης, αλλά την υπερβαίνει περιλαμβάνοντας τις πρακτικές διαφόρων κοινωνικών υποκειμένων και θεσμών, καθώς και την αλληλοσυσχέτισή τους σε διάφορα επίπεδα.

Αυτός ο ευρύτερος ορισμός του πεδίου πρακτικής εγγράφει τις κοινωνικές, πολιτικές, πολιτισμικές και οικονομικές διαστάσεις, οι οποίες αποτελούν συστατικό στοιχείο των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αυτό σημαίνει ότι στη πράξη οι νοητικές διαδικασίες των μαθητών σε ένα συγκεκριμένο μάθημα είναι μόνο μία από τις πολλές δραστηριότητες που συμβαίνουν στην σχολική τάξη και μόνο ένα από τα συστατικά στοιχεία του ευρύτερου δικτύου των πρακτικών. Οι συνέπειες αυτής της άποψης για τον ορισμό της μαθηματικής εκπαίδευσης ως πεδίου έρευνας είναι τεράστιες. Οι θεωρίες, οι μεθοδολογίες, η τοποθέτηση του ερευνητή, τα κριτήρια αξιολόγησης της

ποιότητας της έρευνας, ακόμα και οι μορφές δημοσιοποίησης της έρευνας είναι ανοιχτές σε συζήτηση (Vithal & Valero, 2003). Αν και στόχος αυτού του κειμένου δεν είναι να εξετάσει αναλυτικά αυτές τις συνέπειες, επιτρέψτε μου να πω ότι η διεύρυνση του πεδίου της έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση αμφισβητεί τους κατεστημένους τρόπους εργασίας και προκαλεί τους ερευνητές να εμπλακούν σε μια πιο αβέβαιη διαδικασία κατασκευής της γνώσης και νοηματοδότησης των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Από την οπτική αυτή θα επικεντρωθώ στην πολιτική διάσταση των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης και στους τρόπους που η έρευνα την έχει προσεγγίσει, ορίζοντας την έννοια της ισχύος σε συνάφεια με τα μαθηματικά και τη μαθηματικά εκπαίδευση.

Η έννοια της Ισχύος στην Έρευνα της Μαθηματικής Εκπαίδευσης

Συγγραφείς όπως ο Lerman (2000) σχολιάζει ότι «η αύξηση του ενδιαφέροντος τα τελευταία 20 χρόνια για τις κοινωνικές όψεις της μαθηματικής εκπαίδευσης θα μπορούσε να αποδοθεί στα πολιτικά ενδιαφέροντα κάποιων ερευνητών οι οποίοι θεώρησαν ότι οι κοινωνικές ανισότητες ενισχύονται και αναπαράγονται από την διαφοροποιημένη επιτυχία στα σχολικά μαθηματικά» (σελ. 24). Έχω σχολιάσει αλλού (Valero, 2004b) ότι αυτή η αρχική πολιτική συνειδητοποίηση δεν οδηγεί αναγκαστικά στην συγκρότηση μιας κοινωνικο-πολιτικής προσέγγισης στην έρευνα. Ένας από τους λόγους είναι ότι η έννοια της ισχύος δεν έχει εκτεταμένα και συστηματικά αναλυθεί ούτε έχει εφαρμοστεί στην έρευνα. Στη συνέχεια θα εξετάσω το νόημα που αποδίδεται στην έννοια της ισχύος στο λόγο των ερευνητών της μαθηματικής εκπαίδευσης, όπως καταγράφεται σε μέρος της υπάρχουσας βιβλιογραφίας.

Η ενδογενής ισχύς των μαθηματικών και της μάθησης των μαθηματικών¹

Στο πρόσφατο *Handbook of International Research in Mathematics Education*, η English (2002), καλεί τους συγγραφείς να σκεφτούν το ζήτημα «της πρόσβασης σε ισχυρές (*powerful*) μαθηματικές ιδέες». Στο

¹ (Σ.τ.Μ.) Στο κείμενο χρησιμοποιείται ο όρος *power* για να δηλώσει την έννοια της ισχύος, αλλά και της εξουσίας κατά περίπτωση. Ως *ισχύς* νοείται η ενυπάρχουσα σε μία κοινωνική σχέση δυνατότητα επιβολής της θέλησης ενός προσώπου πάνω σε ένα άλλο και συνεπώς ως δυνατότητα καθορισμού της συμπεριφορά του, υπερνικώντας κάθε αντίθεση. Ως *εξουσία* νοείται η δυνατότητα επιβολής μιας επιταγής με ορισμένο περιεχόμενο και αντίστοιχα πειθαρχίας ορισμένων προσώπων στην επιταγή αυτή. Η *εξουσία*, δηλαδή, αποτελεί μια μορφή ισχύος, η οποία είναι μια έννοια γένους με ευρύτερο σημασιολογικό περιεχόμενο. Οι σχέσεις εξουσίας είναι πιο περιορισμένες από τις σχέσεις ισχύος και προϋποθέτουν αμοιβαία αποδοχή ορισμένων λόγων η όρων, προκειμένου να εξασφαλιστεί η συμμόρφωση προς συγκεκριμένες εντολές [Γιαννακοπούλου, Ε. (2003), Οργάνωση και Διοίκηση του Σχολείου: Θεωρητικές Προσεγγίσεις, Διδασκαλείο Δημοτικής Εκπαίδευσης Α.Π.Θ., Θεσ/νίκη, 2003]

κείμενό της, η English αποδίδει ένα νόημα σε αυτή τη φράση και στον όρο *ισχυρές*, ως εξής:

[...] η έλλειψη πρόσβασης σε μια εκπαίδευση ποιότητας — ιδιαίτερα σε μια μαθηματική εκπαίδευση ποιότητας — είναι πιθανόν να περιορίσει το ανθρώπινο δυναμικό και τις ατομικές οικονομικές ευκαιρίες. Με δεδομένη την σπουδαιότητα των μαθηματικών σε μια διαρκώς μεταβαλλόμενη παγκόσμια αγορά θα υπάρξουν αυξανόμενες απαιτήσεις από τους εργαζόμενους να έχουν πιο ανεπτυγμένες και προσανατολισμένες στο μέλλον μαθηματικές και τεχνολογικές δεξιότητες. Μαζί με τις ραγδαίες αλλαγές στην εργασία και τη ζωή η παγκόσμια αγορά μας έχει προειδοποιήσει να ξανασκεφτούμε τις μαθηματικές εμπειρίες που παρέχουμε στους σπουδαστές μας από την άποψη του περιεχομένου, των προσεγγίσεων στη μάθηση, των τρόπων αξιολόγησης της μάθησης και των τρόπων αύξησης της πρόσβασης σε ποιοτικά βελτιωμένη μάθηση (σελ. 4).

Συνεχίζει την εξήγηση των «ισχυρών μαθηματικών ιδεών» ως εξής:

Οι μαθητές και οι μαθήτριες αντιμετωπίζουν ένα κόσμο που διαμορφώνεται από ολοένα και πιο σύνθετα, δυναμικά και ισχυρά συστήματα πληροφοριών και ιδεών. Ως μελλοντικά μέλη του εργατικού δυναμικού οι μαθητές και οι μαθήτριες θα χρειαστεί να είναι ικανοί να ερμηνεύουν και να εξηγούν δομικά σύνθετα συστήματα να σκέφτονται με μαθηματικά ποικίλους τρόπους και να χρησιμοποιούν πολύπλοκους εξοπλισμούς και μέσα. [...] Τα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα μαθηματικών πρέπει να διευρύνουν τους στόχους τους ώστε να περιλάβουν κομβικές έννοιες και διαδικασίες, οι οποίες θα μεγιστοποιήσουν τις ευκαιρίες των μαθητών για επιτυχία στον 21^ο αιώνα. Σε αυτά περιλαμβάνονται, μεταξύ άλλων, στατιστικός λογισμός, πιθανότητες, αλγεβρική σκέψη, μαθηματικά μοντέλα, οπτικοποίηση, διατύπωση και επίλυση προβλημάτων, αριθμητική δεξιότητα και διαχείριση της τεχνολογικής αλλαγής. (σελ. 8).

Ας εξετάσουμε τις διατυπώσεις της English. Στο πρώτο απόσπασμα διατυπώνεται μία σύνδεση της ποιότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης ενός ατόμου με τις οικονομικές δυνατότητες και ευκαιρίες του. Αυτό φαίνεται να συνεπάγεται ότι η καλή μαθηματική εκπαίδευση παρέχει «ισχύ» σε ένα άτομο, αφού δίνει στους ανθρώπους μαθηματικές δεξιότητες οι οποίες έχουν τεράστια σπουδαιότητα στις τρέχουσες κοινωνικές διαδικασίες. Η English διατυπώνει επίσης μία σύνδεση ανάμεσα στα μαθηματικά (και στη μαθηματική εκπαίδευση) με τις τρέχουσες οικονομικές και παραγωγικές διαδικασίες. Η ισχύς των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης συσχετίζεται επίσης με τη συμμετοχή ενός ατόμου σε μια παγκοσμιοποιημένη οικονομία.

Οι απαιτήσεις της παγκοσμιοποιημένης οικονομίας θα πρέπει να οδηγήσουν τους εκπαιδευτικούς να ξανασκεφτούν το είδος των μαθηματικών εμπειριών που παρέχουν στους μαθητές τους. Στο δεύτερο απόσπασμα η English διευκρινίζει τις απαιτήσεις της παγκοσμιοποιημένης οικονομίας σε ανθρώπινες δεξιότητες. Ισχυρές μαθηματικές ιδέες είναι εκείνες οι οποίες θα επιτρέψουν στους ανθρώπους να σκεφτούν με τρόπους οι οποίοι θα διασφαλίσουν την επιτυχία τους ως εργατική δύναμη στον 21^ο αιώνα, δηλαδή, στη παγκοσμιοποιημένη οικονομία..

Θεωρώ τις διατυπώσεις της English ως αντιπροσωπευτικές μιας κατηγορίας λόγου για την ισχύ και τη μαθηματική εκπαίδευση. Ο ορισμός της για της ισχυρές μαθηματικές ιδέες συνάδει με τον τρόπο με τον οποίο ο όρος «ισχύς» εμφανίζεται στη πλειονότητα των δημοσιεύσεων για την μαθηματική εκπαίδευση, όπου ο όρος «ισχύς» εμφανίζεται σε διατυπώσεις όπως: «Αφού τα μαθηματικά είναι μία πλάγια *ισχυρή* γνώση στη κοινωνία μας τότε είναι σημαντικό να ενισχύσουμε τη πρόσβαση όσο το δυνατόν περισσότερων μαθητών σε μια μαθηματική εκπαίδευση ποιότητας, έτσι ώστε να *ενδυναμωθούν*». Αυτή η διατύπωση συνδέει μεταξύ τους δύο βασικές ιδέες: αφενός, ότι τα μαθηματικά έχουν ισχύ και αφετέρου ότι τα μαθηματικά μπορούν να ενδυναμώσουν αυτόν που τα μαθαίνει. Αυτές οι παραδοχές είναι κάποτε ρητές αλλά τις περισσότερες φορές υπονοούνται. Όταν αυτές οι παραδοχές παραμένουν υπονοούμενες δεν διαφέρουν ουσιαστικά από τα επίσης υπονοούμενα ενδιαφέροντα της καθαρής ψυχολογικής έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση, στην οποία θεωρείται δεδομένο ότι υπάρχει μία εγγενής συνάφεια ανάμεσα στην ωφελιμότητα των μαθηματικών και στις θετικές συνεισφορές της μαθηματικής εκπαίδευσης σε ατομικό και κοινωνικό επίπεδο (δες Skovsmose & Valero, 2001 για λεπτομέρειες αυτού του ζητήματος).

Αυτές οι παραδοχές βασίζονται σε μια έννοια της ισχύος προερχόμενη από τη φιλελεύθερη λειτουργιστική παράδοση.

Σε πολλές αναλύσεις που εντάσσονται σ' αυτή την παράδοση (παραδειγμα, Weber, 1964), η έννοια της ισχύος ορίζεται ως η δυνατότητα ενός δρώντος παράγοντα A να επηρεάσει τη συμπεριφορά ενός άλλου δρώντος παράγοντα B. Ο A έχει ισχύ επί του B εάν ο A μπορεί να τροποποιεί τις πράξεις του B και κατά συνέπεια τα αποτελέσματα των πράξεων του B. Εάν η ισχύς είναι μια τέτοια δυνατότητα, τότε ο A κατέχει μια μορφή ελέγχου άλλων ανθρώπων ή καταστάσεων. Ο B αποδέχεται την επίδραση του A στη βάση της αποδοχής της νομιμότητας και της επιθυμίας της επιρροής του άλλου. Η δημόσια αναγνώριση της δυνατότητας του A του επιτρέπει να ασκεί επιρροή παρά την ενδεχόμενη διαφωνία ή ακόμα και αντίθεση από την πλευρά του A. Επιπλέον στη βάση της εξουσίας και της νομιμότητας της ο A μπορεί να ενδυναμώνει το B, αν είναι επιθυμητό. Η ισχύς περνάει από την επιθυμία του ισχυρού και την αποδοχή του δέκτη.

Μεταφρασμένη στο εκπαιδευτικό πεδίο αυτή η άποψη της ισχύος έχει οδηγήσει στη προσέγγιση της εκπαίδευσης ως διαδικασίας ισχύος, όπου ο δάσκαλος έχει ισχύ όχι μόνο γιατί μπορεί να τροποποιεί τη

συμπεριφορά των μαθητών του, αλλά κυρίως γιατί έχει μία δυνατότητα να ελέγχει τους μαθητές του. Μια τέτοια ικανότητα συσχετίζεται με την γνώση των δασκάλων. Όταν λέγεται ότι οι δάσκαλοι μπορούν να ενδυναμώσουν τους μαθητές τους, υπονοείται ότι η προέλευση της ισχύος των δασκάλων σε αυτή την περίπτωση η γνώση μπορεί να μεταφερθεί. Οι δάσκαλοι μεταφέρουν γνώση στους μαθητές τους και ως αποτέλεσμα οι μαθητές τους αποκτούν ισχύ. Από αυτή την οπτική η εκπαίδευση είναι μια διαδικασία ενδυνάμωσης. Η γνώση επιτρέπει στους μαθητές να σκέφτονται και επομένως να δρουν με τους κατάλληλους και επιθυμητούς τρόπους στην κοινωνία που ζουν. Οι μαθητές αποκτούν ισχύ, την οποία αργότερα μπορούν να εξασκήσουν στη σχέση τους με τους άλλους ανθρώπους και σε άλλες καταστάσεις μέσα και έξω από το σχολείο.

Στη μαθηματική εκπαίδευση αυτή η παραδοχή είναι πιο απόλυτη: Οι δάσκαλοι των μαθηματικών μεταφέρουν μια πολύ ειδική και καθαυτή ισχυρή γνώση. Η παραδοσιακή ιδέα ότι η μαθηματική εκπαίδευση είναι σημαντική γιατί αναπτύσσει το μυαλό και τη σκέψη των ανθρώπων εξαιτίας του ότι διαπραγματεύεται αφηρημένες ιδέες και δομές (δες Niss, 1996) είναι σε συμφωνία με την παραδοχή αυτή. Από τη στιγμή που θα συγκροτήσουν τις κατάλληλες νοητικές δομές τα άτομα είναι σε θέση να εμπλακούν σε καθολικά και αποδεκτές αξιόπιστες δραστηριότητες, όπως είναι η περιγραφή, η απαρίθμηση, η μέτρηση, ο έλεγχος, η πρόβλεψη, το επιχείρημα, η επικοινωνία, κλπ. με στόχο την επίδραση τους στο περιβάλλον τους. Όλες αυτές οι δραστηριότητες είναι δυνατές εξαιτίας της κατοχής μαθηματικών γνώσεων, ικανοτήτων, δεξιοτήτων, κλπ. Οι δάσκαλοι, κάτοχοι της γνώσης, μεταφέρουν τη μαθηματική γνώση στους μαθητές τους, οι οποίοι καθίστανται ικανοί εξαιτίας της κατοχής μιας γνώσης, η οποία τους επιτρέπει να εξασκούν δραστηριότητες ισχύος.

Αυτή η αντίληψη της ισχύος και ειδικότερα της ισχύος των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι προβληματική. Πρώτα από όλα λέγοντας ότι τα μαθηματικά παρέχουν ισχύ ισοδυναμεί με την παραδοχή ότι τα μαθηματικά εξασκούν ισχύ. Λέγοντας ότι τα μαθηματικά εξασκούν ισχύ ισοδυναμεί με την παραδοχή ότι τα μαθηματικά καθαυτά *μπορούν να κάνουν* κάτι. Αποδίδεται δηλαδή στα μαθηματικά η κατάσταση ενός κοινωνικά δρώντος παράγοντα και με αυτό τον τρόπο αποδίδεται στα μαθηματικά μια αυτόνομη ζωή. Υποθέτοντας ότι τα μαθηματικά έχουν μια αυτόνομη ζωή ανεξάρτητη από τους ανθρώπους συνεπάγεται την αποδοχή μιας Πλατωνικής φιλοσοφίας, η οποία θεωρεί τα μαθηματικά ως αχρονικά υπάρχοντα αντικείμενα. Αυτή η φιλοσοφία είναι ασύμβατη με τις οντολογίες της κοινωνικής κατασκευασιοκρατίας για τα μαθηματικά, οι οποίες αποτελούν τη βάση των κοινωνικο-πολιτικών προσεγγίσεων της μαθηματικής εκπαίδευσης. Εδώ εντοπίζεται μία αντίφαση, η οποία μπορεί εύκολα να οδηγήσει σε μια εσωστρεφή θεώρηση των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Δεύτερον, αυτή η αντίληψη υποθέτει ότι κατά την εκπαίδευση υπάρχει ένα είδος μεταφοράς από τις δομές των μαθηματικών στις νοητικές

δομές και από τις δυνατότητες των μαθηματικών στις ανθρώπινες ικανότητες. Το ζήτημα της μεταφοράς ισχύος έχει αμφισβητηθεί από τις μεταδομικές θεωρήσεις (όπως είναι Foucault, 1972). Θα επανέλθω σε αυτό στη συνέχεια. Αρκεί προς το παρόν να πω ότι η συγκρότηση της ισχύος στη κοινωνική πρακτική είναι πολύ πιο περίπλοκη από όσο αυτή η άποψη αποδέχεται και κατά συνέπεια δεν είναι δυνατόν να γίνει παραδεκτό ότι η ενδυνάμωση (ή η μεταφορά ικανότητας από τον Α στον Β, μπορεί να συμβεί με ένα τόσο απλουστευτικό τρόπο. Το ζήτημα της μεταφοράς στη μάθηση και ειδικότερα της μεταφοράς νοητικών σχημάτων από μία κατάσταση σε μία άλλη έχει επίσης δεχτή κριτική από τις θεωρίες της εντοπισμένης νόησης οι οποίες τονίζουν τη διαλεκτική συσχέτιση της κοινωνικής πρακτικής με το πλαίσιο της, τη σκέψη και τη μάθηση (όπως για παράδειγμα, Lave, 1989). Δηλαδή, αν η σκέψη και η μάθηση αναπτύσσονται στη συγκροτική σχέση της ατομικής πράξης, του κοινωνικού πλαισίου και της δραστηριότητας, τότε δεν είναι δυνατόν να γίνει αποδεκτό ότι οι άνθρωποι μπορούν πάντα να μεταφέρουν μια μορφή σκέψης από μία κατάσταση σε μία άλλη. Έτσι, δεν μπορεί να γίνει αποδεκτό επίσης ότι οι τύποι σκέψης της επιστήμης των μαθηματικών μπορούν να μεταφερθούν στους μαθητές, αφού ο τρόπος που οι μαθητές αναπτύσσουν τη σκέψη τους συναρτάται με τις κοινωνικές πρακτικές που λαμβάνουν χώρα στο πλαίσιο του σχολείου. Αυτό το πλαίσιο και αυτές οι πρακτικές είναι διαφορετικές ως προς το χρόνο, το χώρο και τη δραστηριότητα από εκείνο το πλαίσιο και εκείνες τις πρακτικές στα οποία αναπτύσσεται η σκέψη των μαθηματικών. Επιπλέον δεν είναι εύλογο να γίνει αποδεκτό, ότι από τη στιγμή που οι μαθητές έχουν αναπτύξει τον ένα ή τον άλλο τρόπο μαθηματικής σκέψης Θα μεταφέρουν αυτό τον τρόπο σκέψης σε κάθε άλλο πεδίο πρακτικής, ειδικότερα της καθημερινής ζωής (Boaler, 1997).

Αυτή η θεώρηση της ισχύος των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν μας ανοίγει δρόμους στη κατανόηση της λειτουργίας της μαθηματικής γνώσης και των σχολικών μαθηματικών στο Σύγχρονο, Δυτικό κόσμο. Αντίθετα προσφέρει περιορισμένες δυνατότητες και μας οδηγεί σε αντιφάσεις.

Η ισχύς ως δομική ανισορροπία του ελέγχου της γνώσης

Στην εργασία της Marilyn Frankenstein (δες, για παράδειγμα, 1995) υπάρχει ένας διαφορετικός τρόπος προσέγγισης της έννοιας της ισχύος στη μαθηματική εκπαίδευση. Αναφέρει:

Υποστηρίζω, ότι θα υπάρξει μια ισότητα ευκαιριών στη μαθηματική εκπαίδευση γενικά και στα μαθηματικά ειδικότερα στο βαθμό που η ταξικές κοινωνικές ανισότητες θα μειωθούν. Αφού παράλληλα υποστηρίζω ότι η συνείδηση της εργατικής τάξης είναι μια σπουδαία συνιστώσα στη αλλαγή των κοινωνικών ανισοτήτων, η ανάπτυξη αυτής της συνείδησης μέσα από τη διδασκαλία θα μπορούσε να συνεισφέρει στην επίτευξη της ισότητας στη μαθηματική εκπαίδευση. [...] Νομίζω ότι η αδυναμία ενός ατόμου στα μαθηματικά τον εμποδίζει να κατανοήσει τον

τρόπο με τον οποίο η κοινωνία είναι δομημένη σε συνάρτηση με τα ταξικά συμφέροντα (σελ. 165).

Ένα πρώτο μέλημα της Frankenstein είναι η ύπαρξη μεγάλων ταξικών ανισοτήτων στη κοινωνία, οι οποίες είναι επίσης παρούσες στο σχολείο και οι οποίες διαπερνούν τον τρόπο με τον οποίο διδάσκονται τα μαθηματικά. Η συνειδητοποίηση αυτών των ταξικών ανισοτήτων από τους μαθητές είναι ουσιώδης για τη διεκδίκηση μιας κοινωνίας ισότητας. Η μαθηματική εκπαίδευση (ενός ορισμένου είδους) μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να αποκτήσουν ταξική συνείδηση, αφού μπορεί να καταστήσει εμφανή τον τρόπο με τον οποίο τα μαθηματικά και οι τεχνικές τους εμπλέκονται στη δημιουργία αυτών των ανισοτήτων. Η μαθηματική εκπαίδευση ενισχύει τους μαθητές να αποκτήσουν αυτή τη συνειδητοποίηση. Η έλλειψη μαθηματικών ικανοτήτων – η μαθηματική αποδυνάμωση – εμποδίζει την ανάπτυξη ταξικής συνείδησης.

Θεωρώ τις διατυπώσεις της Frankenstein ως αντιπροσωπευτικές ενός διαφορετικού τρόπου αντίληψης της έννοιας της ισχύος στη μαθηματική εκπαίδευση. Σε αυτή τη προσέγγιση υπάρχουν νέα στοιχεία συναρτημένα με το νόημα της ισχύος. Πρώτα από όλα υπάρχει μια σαφής παραδοχή για την κοινωνία – μία άνιση ταξικά διαιρεμένη κοινωνία – η οποία διαφέρει από το είδος της παγκοσμιοποιημένης της κοινωνίας της αγοράς στην οποία αναφέρεται η English (2002). Στη προσέγγιση της Frankenstein υιοθετείται η μαρξιστική προσέγγιση της καπιταλιστικής κοινωνίας. Οι κοινωνικές ανισότητες αναπαράγονται στους ιδεολογικούς μηχανισμούς του κράτους, στους οποίους περιλαμβάνεται το σχολείο και εντός του σχολείου η διδασκαλία των μαθηματικών. Δεύτερον, υπάρχει ένας ορισμός της ισχύος προερχόμενος από την μαρξιστική παράδοση. Ισχύς είναι η ευχέρεια των ιδιοκτητών των μέσων παραγωγής να αλλοτριώνουν τους άλλους από τα μέσα παραγωγής, συμπεριλαμβανομένης της εργατικής τους δύναμης και, ως αποτέλεσμα, να δημιουργούν καταστάσεις καταπίεσης και αδυναμίας. Αυτές οι ανισότητες οι οποίες παράγονται από το σύστημα παραγωγής και καθίστανται ορατές στις ταξικές διαιρέσεις αναπαράγονται δομικά μέσα από πρακτικές σε πολλά άλλα πεδία κοινωνικής δράσης, ιδιαίτερα δε σε εκείνα τα πεδία που η ιδεολογία αποτελεί συστατικό τους στοιχείο. Τα σχολεία είναι ιδιαίτεροι χώροι αυτής της αναπαραγωγής και εκεί η ισχύς εξασκείται από κάποιους σε βάρος κάποιων ανθρώπων. Αν και αυτός ο ορισμός, έτσι διατυπωμένος μπορεί να συγκαλύψει το θεωρητικό του βάθος είναι σημαντικό να υπογραμμιστεί ότι η ουσία ενός τέτοιου ορισμού είναι η πάλη ανάμεσα σε αυτούς που δομικά «εγκλείονται» και σε αυτούς οι οποίοι «αποκλείονται». Αυτή η πάλη αντιπροσωπεύει μία σχέση στην οποία ο ισχυρός επικρατεί – αν και μπορεί να υπάρχουν ευκαιρίες αντίστασης από τους αποκλεισμένους ή πρωτοβουλίες ευαισθητοποιημένων ανθρώπων να ενισχύσουν τους αποκλεισμένους να ξεπεράσουν την αλλοτρίωσή τους και να αποκτήσουν ισχύ. Τρίτον, ως μαθηματική ενδυνάμωση εννοείται η ικανότητα την οποία ένα άτομο αποκτά, μέσα από την μάθηση των μαθηματικών, να αντιλαμβάνεται τον τρόπο με τον οποίο τα μαθηματικά λειτουργούν στη κοινωνία και συνδράμουν στην

αποδοχή της ταξικής ανισότητας. Το αντίθετό της, η μαθηματική αποδυνάμωση, συμβάλει στη αλλοτρίωση των ανθρώπων ως στοιχείου της λειτουργίας του καπιταλιστικού συστήματος. Η ενδυνάμωση, όμως, δεν είναι αποτέλεσμα μιας διαδικασίας ατομικού διαφωτισμού, αλλά μια κοινωνική διαδικασία στην οποία οι αδύναμοι ενισχύονται από άλλους με στόχο τη συνειδητοποίησή τους.

Αν και ο λόγος για την κοινωνία και την δομική ανισότητά της είναι διαφορετικός στις πρώτες από τις δεύτερες προσεγγίσεις, ο λόγος για τη μαθηματική ισχύ δεν φαίνεται διαφορετικός στη Μαρξιστική προσέγγιση από εκείνον της Φιλελεύθερης. Η ιδέα ότι τα μαθηματικά προσφέρουν στους ανθρώπους τη δυνατότητα να δρουν στη κοινωνία είναι παρόμοια και επομένως οι δύο προσεγγίσεις μπορεί να οδηγήσουν στην απόδοση στα μαθηματικά του ρόλου ενός κοινωνικού παράγοντα. Σε αμφότερες τις προσεγγίσεις τα μαθηματικά ενδυναμώνουν τους μαθητές. Διαφέρουν, όμως, στην οπτική τους για το είδος των δράσεων οι οποίες μπορεί να αναληφθούν με τη χρήση των μαθηματικών. Ενώ στη φιλελεύθερη θέση τα μαθηματικά αντιμετωπίζονται ως ένα θετικό εποικοδομητικό μέσο, στη μαρξιστική, κριτική θέση αντιμετωπίζονται ως ένα μέσο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί εποικοδομητικά ή μη.

Ένα άλλο παράδειγμα αυτής της προσέγγισης εντοπίζεται στην πολιτικά πρόκληση που θέτουν τα εθνομαθηματικά στην ηγεμονία των Δυτικών λευκών μαθηματικών. Μια βασική κριτική που έχει διατυπωθεί από τον D'Ambrosio (1993) είναι η χωρίς αμφισβήτηση επιβολή των μαθηματικών ως προνομιακή μορφή της ανθρώπινης σκέψης. Εξαιτίας αυτής της πολιτιστικά υψηλής θέσης τους στο Δυτικό κόσμο τα μαθηματικά «προωθούν ένα ορισμένο μοντέλο άσκησης ισχύος δια της γνώσης» (σελ. 24, σε δικιά μου μετάφραση). Στην ιστορική ανάπτυξη του Δυτικού κόσμου, η οποία είχε ως αποτέλεσμα το μετασχηματισμό και του υπόλοιπου κόσμου, τα μαθηματικά επέβαλαν την ορθολογικότητα των κυρίαρχων δυνάμεων πάνω σε όλα τα άλλα είδη σκέψης και μορφές έκφρασης των μη-Δυτικών, αυτοχθόνων, αποικισθέντων πολιτισμών. Ο Powell (2002, σελ. 17) επίσης υπογραμμίζει ότι τα εθνομαθηματικά διακρίνονται από μορφές σκέψης οι οποίες ευνοούν «Ευρωπαϊκά, ανδρικά, ετεροφυλικά, ρατσιστικά και καπιταλιστικά συμφέροντα και αξίες». Αυτή η ουσιώδης κριτική στα μαθηματικά ως εργαλείου ιδεολογικής κυριαρχίας ενσωματώνεται στην έρευνα και σε παιδαγωγικές προτάσεις, όπως αυτές του Powell (2002).

Ένα στοιχείο το οποίο αναδεικνύεται ευκρινώς από έναν τέτοιου τύπου ορισμού της ισχύος- σε συνάρτηση με τη χρήση της Κριτικής (δες, για παράδειγμα, Held, 1980) και Μαρξιστικών προσεγγίσεων – είναι η αναγκαιότητα αμφισβήτησης των πρακτικών των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης. Στη περίπτωση ενός εθνομαθηματικού προγράμματος είναι σαφές ότι κάθε επαναδιατύπωση της μαθηματικής εκπαίδευσης ως κοινωνικής και πολιτιστικής πρακτικής θα πρέπει να αντιμετωπίζει κριτικά τις θετικές και αρνητικές χρήσεις των μαθηματικών μέσα στις κοινωνικές δομές στις οποίες αναδεικνύονται.

Στη περίπτωση της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης που προτείνει η Marilyn Frankenstein, τα μαθηματικά θεωρείται ότι συμβάλουν στη δημιουργία κοινωνικών ανισοτήτων μέσα από τους τρόπους που χρησιμοποιούνται. Οι «χρήσεις» των μαθηματικών εδώ δεν αναφέρονται μόνο σε συγκεκριμένες εφαρμογές των μαθηματικών για την ανάπτυξη τεχνολογίας —όπως υπογραμμίζει ο Skovsmose (1994)— αλλά επίσης στην «λειτουργικότητα» που οι άνθρωποι τους αποδίδουν στη συγκρότηση των κοινωνικών σχέσεων και του πολιτισμού.

Ένας κίνδυνος της υιοθέτησης αυτού του ορισμού της ισχύος στη μαθηματική εκπαίδευση θα μπορούσε να είναι η αποδοχή της θέσης του *ασυμβίβαστου* μεταξύ της μαθηματικής εκπαίδευσης, της ισχύος και της δημοκρατίας. (Skovsmose & Valero, 2001). Αυτός ο κίνδυνος ισοδυναμεί με την αποδοχή της θέσης ότι δεν υπάρχουν εναλλακτικές επιλογές στη «νοητική καταπίεση» η οποία ασκείται από την επιβολή των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης πάνω σε άλλες ενδεχόμενες ορθολογικότητες. Το «καταστροφικό» αποτέλεσμα της ισχύος μπορεί να υπερτονιστεί μέχρι σημείου που δεν θα είναι δυνατή η σκέψη των «εποικοδομητικών» επιπτώσεων της ισχύος.

Η ισχύς ως καταμερισμός θέσεων

Στην εναρκτήρια ομιλία του στο 3^ο Συνέδριο για την Μαθηματική Εκπαίδευση και την Κοινωνία ο Thomas Popkewitz (2002) παρουσίασε τις βασικές θέσεις της ανάλυσης του για τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα:

Το αναλυτικό πρόγραμμα μαθηματικών [...] είναι μια πρακτική ταξινόμησης ανάλογη με τη δημιουργία ενός ενιαίου φορολογικού συστήματος, ενός ενιαίου συστήματος μέτρησης, ενός αστικού χωροταξικού σχεδίου. Είναι ένας μηχανισμός εγχάραξης, ο οποίος καθιστά τα παιδιά αναγνωρίσιμα και διαχειρίσιμα. Το αναλυτικό πρόγραμμα μαθηματικών ενσωματώνει κανόνες και πρότυπα συλλογισμού, τα οποία καθορίζουν τους τρόπους κρίσης, τους τρόπους συναγωγής συμπερασμάτων, τις προτεινόμενες μορφές διόρθωσης των σφαλμάτων και τα πεδία ύπαρξης τα γίνονται εύχρηστα και προβλέψιμα..

Βλέπω τη μαθηματική εκπαίδευση με αυτό τον τρόπο όχι μόνο γιατί είναι μια από τους αρχιερείς της νεωτερικότητας, αλλά και γιατί η μαθηματική εκπαίδευση είναι φορέας της σωτήριας αφήγησης της προόδου. Οι αφηγήσεις αναφέρονται στον φωτισμένο πολίτη, ο οποίος συμβάλλει στην παγκόσμια κοινωνία της γνώσης. Η ιστορία της προόδου μιλάει, επίσης, για τον πλουραλισμό της διαφορετικότητας των ανθρώπων που πάνε στο σχολείο. Ακόμα, ενώ αυτή η γλώσσα μιλάει, γενικά, για στο παιδί που δεν *μένει πίσω* και για *όλα τα παιδιά που θα μάθουν*, μερικά παιδιά δεν έρχονται ποτέ στο προσκήνιο! Πώς συμβαίνει αυτό; Ποιες είναι οι συγκεκριμένες πολιτιστικές πρακτικές του αναλυτικού προγράμματος, οι οποίες

παράγουν διακρίσεις και διαιρέσεις τέτοιες που άλλους ευνοούν και άλλους αποκλείουν; (σ. 35)

Στις διατυπώσεις του Popkewitz, η μαθηματική εκπαίδευση αντιμετωπίζεται ως κοινωνική πρακτική, η οποία μαζί με άλλα σύνολα πρακτικών συμβάλλει στον εξουσιαστικό χειρισμό των πολιτών. Αυτός ο χειρισμός διεκπεραιώνεται μέσα από την καθιέρωση συστημάτων σκέψης, δηλαδή κοινωνικά κατασκευασμένων και αποδεκτών μορφών χαρακτηρισμού και οργάνωσης του κόσμου, οι οποίες οριοθετούν το δυνατό, το επιθυμητό και το κατάλληλο και οι οποίες, ως εκ τούτου, συνιστούν τη βάση για την ταξινόμηση των ατόμων σε μια κοινωνία.

Το αναλυτικό πρόγραμμα μαθηματικών και η διδασκαλία των μαθηματικών δεν είναι μηχανισμοί και διαδικασίες για τη μετάδοση γνώσεων υψηλής αξίας. Είναι κοινωνικές πρακτικές, οι οποίες μέσα από το μετασχηματισμό της γνώσης από το ένα πεδίο πρακτικής στο άλλο συμβάλλουν στη ρύθμιση της δράσης των μαθητών, των πλαισίων σκέψης τους και των δυνατοτήτων συμμετοχής και μη συμμετοχής στη κοινωνία. Η μαθηματική εκπαίδευση λειτουργεί ως μέρος ενός ευρύτερου μηχανισμού, ο οποίος καθορίζει τι έχει αξία τι είναι σωστό και τι είναι κανονικό στη κοινωνία. Η μαθηματική εκπαίδευση είναι πρακτικές μέσα από τις οποίες καθιερώνονται κοινωνικές σχέσεις ταξινόμησης και ρύθμισης και μέσα από τις οποίες κάποια κοινωνικά υποκειμένα χρησιμοποιούν συγκεκριμένα μέσα σε συγκεκριμένες καταστάσεις για να τοποθετήσουν τους εαυτούς τους και τους άλλους σε αυτές τις κοινωνικά κατασκευασμένες κατηγορίες και τα κοινωνικά κατασκευασμένα μέτρα.

Θεωρώ τις διατυπώσεις του Popkewitz ως αντιπροσωπευτικές μιας τρίτης άποψης για την ισχύ. Η προσέγγιση του Popkewitz είναι εμπνευσμένη από την ανάλυση του Foucault για την μικροφυσική της εξουσίας στις σύγχρονες κοινωνίες. Σύμφωνα με αυτή τη θεώρηση, η ισχύς είναι μια σχεσιακή δυνατότητα των κοινωνικών υποκειμένων να τοποθετούν τους εαυτούς τους σε διάφορες καταστάσεις μέσα από τη χρήση ποικίλων μέσων. Αυτός ο ορισμός συνεπάγεται ότι η ισχύς δεν είναι ένα ενδογενές και μόνιμο χαρακτηριστικό των κοινωνικών υποκειμένων. Η ισχύς είναι σχετική και συνεχή μετασχηματισμό. Αυτός ο μετασχηματισμός δεν είναι άμεσος ως μια συνέπεια της ανοικτής πάλης και της αντίστασης, αλλά έμεσος μέσα από τη συμμετοχή των υποκειμένων σε κοινωνικές πρακτικές και στη κατασκευή του λόγου. Με αυτή την έννοια, η ισχύς δεν ασκείται ανοικτά και απροκάλυπτα, αλλά συγκαλυμμένα και έντεχνα. Αυτό, επίσης, σημαίνει ότι η ισχύς είναι ταυτόχρονα θετική και αρνητική δύναμη και ότι αυτός ο δυϊσμός είναι πάντοτε παρόν σε κάθε κοινωνική κατάσταση. Όταν η ισχύς ορίζεται με αυτούς τους όρους, τότε είναι δυνατόν να συμβάλλει σε μια πιο εξειδικευμένη ανάλυση της χρήσης των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης σε συγκεκριμένους λόγους (discourses) και των επιπτώσεων που αυτοί λόγοι έχουν στις ζωές των ανθρώπων.

Αυτός ο ορισμός της ισχύος δεν είναι δημοφιλής στους ερευνητές της μαθηματικής εκπαίδευσης. Όμως μπορεί να προσφέρει μια νέα οπτική

στην έρευνα γιατί συνάδει όχι μόνο με τις μεταμοντέρνες ιδέες για την εκπαίδευση (π.χ., Popkewitz & Brennan, 1998) και τη μαθηματική εκπαίδευση (για παράδειγμα, Ernest, 2004), αλλά και γιατί δημιουργεί νέα δυνατότητες επανερμηνείας πολλών θεωριών οι οποίες βρίσκονται στο πυρήνα του αντικειμένου.

Στο πρόσφατο βιβλίο *Mathematics Education within the Postmodern* (Walshaw, 2004), υπάρχει μια σειρά άρθρων, τα οποία υιοθετούν αυτή τη θεώρηση της ισχύος. Η Hardy (2004), για παράδειγμα, παρουσιάζει μια σειρά εννοιών εμπνευσμένων από το Foucault (1972), οι οποίες την βοηθούν να διαπιστώσει πως κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών εξασκείται η ισχύς στη σχέση μεταξύ των μαθητών, της δασκάλας και των μαθηματικών δραστηριοτήτων. Μέσα από την ανάλυση ενός βίντεο από το υλικό για την εκπαίδευση των δασκάλων που εξέδωσε η κυβέρνηση του Ενωμένου Βασιλείου ως μέρος της Εθνικής Στρατηγικής Ανάπτυξης Αριθμητικών Δεξιοτήτων (National Numeracy Strategy), παρουσιάζει μία ερμηνεία της αλληλεπίδρασης δασκάλας και μαθητών, στην οποία εφαρμόζονται οι παιδαγωγικές τεχνικές της δασκάλας. Από την οπτική της Hardy, η δάσκαλα δημιουργεί μια κατάσταση επιτήρησης στη οποία οι πράξεις των μαθητών είναι εκτεθειμένες στον έλεγχο της δασκάλας, η οποία δημόσια εγκρίνει ή απορρίπτει τις απαντήσεις των μαθητών στις ασκήσεις. Οι μαθητές δεν «απαντούν» απλά στις ερωτήσεις της δασκάλας, αλλά ταυτίζονται με μία απάντηση και μαθαίνουν να ταυτίζουν τους εαυτούς τους με μια αποδεκτή (ή απορριπτέα) συμπεριφορά και σκέψη. Ο τρόπος που η δάσκαλα διαχειρίζεται το λόγο (discourse) στη σχολική τάξη παίζει με την διπλή στρατηγική της εξατομίκευσης (δηλαδή καθιστά δημόσια εμφανή μια ατομική πράξη) και της συλλογικοποίησης (δηλαδή, απόκρυψης των ατόμων στη συλλογικότητα) μέσα από από μια σταθερή διάκριση μεταξύ συγκεκριμένων μαθητών (με το μικρό τους όνομα) και της συλλογικότητας της τάξης (το «εμείς» αναφερόμενο σε «όλους» στην τάξη). Αυτή η στρατηγική χρησιμοποιείται συστηματικά: η εξατομίκευση χρησιμοποιείται για να διορθωθούν δημόσια οι λανθασμένες απαντήσεις και να επιβραβευσθούν οι σωστές, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο μια ξεκάθαρη διάκριση ανάμεσα σε αυτούς που δεν είναι ικανοί και σε αυτούς που είναι ικανοί στα μαθηματικά, ενώ η συλλογικοποίηση χρησιμοποιείται για να αποδοθεί μια συλλογική νομιμότητα σε αυτό που η δάσκαλα θεωρεί κατάλληλη συμπεριφορά. Με αυτή την ανάλυση η Hardy επεξηγεί ότι οι δυναμικές της ισχύος σε μία σχολική τάξη είναι βαθύτερες από την αναμενόμενη μαθηματική ενδυνάμωση, την οποία υιοθετούν οι απόψεις για την ισχύ που παρουσιάστηκαν στις δύο προηγούμενες παραγράφους.

Η Meaney (2004) χρησιμοποιεί επίσης την ιδέα του Foucault για την εξουσία ως εντοπισμένη στις σχέσεις των κοινωνικών υποκειμένων για να αναλύσει το ρόλο της ως λευκής, ειδικής συμβούλου εργαζόμενης για την ανάπτυξη ενός αναλυτικού προγράμματος μαθηματικών σε μια κοινότητα. Μαορί, κοινωνικά χαρακτηρισμένη ως μειονεκτούσα. Στην ανάλυσή της για την εναλλαγή των θέσεων που η ίδια και η κοινότητα έπαιρναν κατά τη διαδικασία της διερεύνησης, υπογραμμίζει ότι αυτό

που θεωρείται ως έγκυρη γνώση και αλήθεια είναι στενά συνυφασμένο με τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνεται η σχέση ανάμεσα στους συμμετέχοντες σε μία δραστηριότητα. Σχολιάζει ότι η ισχύς εναλλασσόταν ανάμεσα στους συμμετέχοντες μέσα από την διαφοροποιημένη χρήση των στρατηγικών τους με τις οποίες υποστήριζαν και νοηματοδοτούσαν τη γνώση που κατασκευάζονταν στη μεταξύ τους σχέση.

Η Hardy και η Meaney, καθώς και άλλοι συγγραφείς όπως ο Cotton (2004) και η Valero (2004a), σχολιάζουν ότι η ανάλυση της ισχύος με αυτούς τους όρους δεν περιορίζεται στις πρακτικές της διδασκαλίας και της μάθησης των σχολικών μαθηματικών. Η ανάλυση θα πρέπει επίσης να επεκτείνεται στην ερευνητική παραγωγή. Οι ερευνητές από τη προνομιακή τους θέση ως ενεργών κατασκευαστών της γνώσης και μέσα από αυτό των λόγων για το τι είναι έγκυρα αληθές συμμετέχουν στην εδραίωση ορισμένων συστημάτων συλλογιστικής. Όπως ο Popkewitz (2004, σελ. 259) σχολιάζει, «οι ερευνητικές παραδόσεις κατασκευάζουν τρόπους σκέψης και ταξινόμησης της πράξης, κατανόησης των αποτελεσμάτων, εγκλείουν και περιχαράκωνουν τις επιθυμητές δυνατότητες». Με αυτή την έννοια οι πρακτικές λόγου των ερευνητών δεν είναι μια ουδέτερη έρευνα για την αλήθεια αλλά μια δραστήρια εμπλοκή στο άνοιγμα/κλείσιμο των δυνατοτήτων έκφρασης και νοηματοδότησης της κοινωνίας. Επομένως αυτή η προσέγγιση της ισχύος προσανατολίζει στη διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο και οι ερευνητές εμπλέκονται στη κοινωνική κατανομή της ισχύος.

Μια κοινωνικο-πολιτική προσέγγιση της έρευνας στη μαθηματική εκπαίδευση

Οι Valero και Matos (2002) έχουν συζητήσει μερικά από τα διλήμματα που μπορεί να συναντήσουν οι ερευνητές κατά τη διάρκεια της διερεύνησης του πεδίου των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης, όπως ορίστηκαν στην αρχή αυτού του κειμένου.

Το δίλημμα του μαθηματικού συγκεκριμένου αναφέρεται στην αντίθεση ανάμεσα στη παραδοσιακή επικέντρωση στο μαθηματικό περιεχόμενο κατά τη διάρκεια της διδακτικής αλληλεπίδρασης και στη διεύρυνση του πεδίου, η οποία καθιστά το μαθηματικό περιεχόμενο έναν από τους πολλούς άλλους υπό διερεύνηση παράγοντες, όπως είναι η γλώσσα, το υπόβαθρο και τα μαθησιακά χαρακτηριστικά των μαθητών, τις πολιτισμικές αντιθέσεις ανάμεσα στη σχολική και εξωσχολική κουλτούρα κλπ.

Το δίλημμα του πεδίου εξετάζει το ζήτημα της περιπλάνησης σε μια ανοικτή περιοχή διερεύνησης σε αντίθεση με την έρευνα απολύτως εξειδικευμένων και καλά οριοθετημένων προβλημάτων.

Το δίλημμα των σημείων επιστημονικής απόστασης από τη θέση του ερευνητή και του τρόπου με τον οποίο τα κριτήρια της αντικειμενικότητας και της απόστασης ανάμεσα στον ερευνητή και τα υποκείμενα της έρευνας επιδρά στη όλη διαδικασία της συλλογής

δεδομένων. Αυτό αντιτίθεται στην άποψη σύμφωνα με την οποία θεωρείται ένας παράγων του οποίου η δραστηριότητα επηρεάζει την υπό διερεύνηση κατάσταση, ακόμα και στις περιπτώσεις όπου ο ερευνητής δεν επιλέγει ένα ενεργό ρόλο. Αυτό ακριβώς το σημείο αναδεικνύει η Meaney (2004) συζητώντας το ρόλο της ισχύος/γνώσης σε μία έρευνα.

Το δίλημμα της συνάφειας θέτει το ζήτημα για ποιόν και από τίνος την οπτική είναι σημαντική μια συγκεκριμένη έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση. Αυτό το δίλημμα θέτει, κατά κάποιο τρόπο, το ερώτημα εάν τα επιχειρήματα περί ενδυνάμωσης και βελτίωσης, τα οποία αναπτύσσονται με αφετηρία ορισμούς της ισχύος όπως αυτόν του φιλελευθερισμού που προαναφέρθηκε, αναφέρονται πραγματικά σε αυτούς για τους οποίους διεξάγεται τυπικά η έρευνα. Έχει νόημα ο λόγος περί «σωτηρίας» — ο οποίος αναφέρεται στις διατυπώσεις της English (2002) και σχολιάζεται κριτικά στην ανάλυση του Porckewitz (2002) — για τους μαθητές, τους δασκάλους, τους ερευνητές και για πολλούς άλλους που εμπλέκονται στις πρακτικές της μαθηματικής εκπαίδευσης; Επιπλέον, τι επιπτώσεις έχει ένας τέτοιος λόγος (discourse) στον τρόπο με τον οποίο η έρευνα επισημαίνεται και προσδιορίζει το ρόλο της μαθηματικής εκπαίδευσης στην κοινωνία και στις ζωές των ανθρώπων;

Η κοινωνικο-πολιτική οπτική στην έρευνα, δηλαδή η υιοθέτηση θεωριών και μορφών έρευνας οι οποίες θέτουν την έννοια της ισχύος στο επίκεντρο των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης, υποχρεώνει τους ερευνητές να συζητήσουν αυτή καθαυτή την επιστημολογική και οντολογική βάση της διαδικασίας παραγωγής της γνώσης.

Οι Vithal και Valero (2003) έχουν, επίσης, υπογραμμίσει, ότι η διεύρυνση του πεδίου της έρευνας ώστε να περιλάβει την κοινωνική και πολιτική πολυπλοκότητα των πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης απαιτεί μία επανεξέταση των ερευνητικών ερωτημάτων και προτεραιοτήτων, των θεωριών και των μεθοδολογιών, καθώς και των κριτηρίων αξιολόγησης της ποιότητας της έρευνας. Μία προσέγγιση της ισχύος στη μαθηματική εκπαίδευση προκαλεί την αμφισβήτηση όλων όσων έχουν θεωρηθεί ως δεδομένα στην ιστορική ανάπτυξη του επιστημονικού αντικειμένου της επιστημονικής εκπαίδευσης. Χωρίς μια τέτοια κριτική οπτική, η έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση διακινδυνεύει είτε να διακηρύσσει ένα νεωτερικό λόγο περί σωτηρίας με ελάχιστη επίπτωση στις ζωές των μαθητών, ή να αποκλείει τις πιθανότητες μιας πιο εκλεπτυσμένης και πλουσιότερης κατανόησης της μαθηματικής εκπαίδευσης στις σύγχρονες κοινωνίες μας.

Ευχαριστίες

Αυτό το κείμενο γράφτηκε ως μέρος του προγράμματος “Μάθηση για τη Διαφορά - Learning for Diversity”, το οποίο χρηματοδοτείται από το Danish Council for the Humanities.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Apple, M. (1995). Taking power seriously: New directions in equity in mathematics education and beyond. In W. Secada, E. Fennema & L. Adajian (Eds.), *New directions for equity in mathematics education* (pp. 329-348). Cambridge, USA: Cambridge University Press.
- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics*. Buckingham: Open University Press.
- Chassapis, D. (2002). Social groups in mathematics education research. An investigation into mathematics education-related research articles published from 1971 to 2000. In P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Proceedings of the Third International MES Conference* (pp. 229-237). Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics.
- Cotton, T. (2004). What can I say and what can I do? Archaeology, narrative, assessment. In M. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 219-238). Greenwich (USA): Information Age.
- D'Ambrosio, U. (1993). *Etnomatemática. Arte ou técnica de explicar e conhecer*. Sao Paulo: Ática.
- D'Ambrosio, U. (1996). *Educacão matemática: Da teoria à prática*. Campinas, Brazil: Papirus.
- English, L.D. (Ed.) (2002). *Handbook of international research in mathematics education: Directions for the 21st century*. Mahwah, USA: Lawrence Erlbaum.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. New York: SUNY Press.
- Ernest, P. (2004). Postmodernity and social research in mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (pp. 65-84). Dordrecht: Kluwer.
- Frankenstein, M. (1987). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. In I. Shor (Ed.), *Freire for the classroom: A sourcebook for liberatory teaching* (pp. 180-210). New Hampshire, USA: Boyton and Cook.
- Frankenstein, M. (1995). Equity in mathematics education: Class in the world outside the class. In W. Secada, E. Fennema, & L. Adajian (Eds.), *New directions for equity in mathematics education* (pp. 165-190). Cambridge, USA: Cambridge University Press.
- Foucault, M. (1972). *The archaeology of knowledge*. New York: Pantheon.

- Gómez, P. (2000). Investigación en educación matemática y enseñanza de las matemáticas en países en desarrollo. *Educación Matemática*, 12(1), 93-106.
- Hardy, T. (2004). "There's no hiding place". Foucault's notion of normalization at work in a mathematics lesson. In M. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 103-119). Greenwich (USA): Information Age.
- Held, D. (1980). *Introduction to Critical Theory. Horkheimer to Habermas*. Oxford: Polity.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3-38). New York: Macmillan.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19-44). Westport: Ablex Publishing.
- Meaney, T. (2004). SO what's power got to do with it? In M. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 181-200). Greenwich (USA): Information Age.
- Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 11-47). Dordrecht: Kluwer.
- Popkewitz, T. (2002). Whose heaven and whose redemption? The alchemy of the mathematics curriculum to save (please check one or all of the following: (a) the economy, (b) democracy, (c) the nation, (d) human rights, (d) the welfare state, (e) the individual). In P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Proceedings of the Third International MES Conference, Addendum* (pp. 1-26). Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics.
- Popkewitz, T. (2004). School subjects, the politics of knowledge, and the projects of intellectuals in change. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (pp. 251-268). Dordrecht: Kluwer.
- Popkewitz, T. & Brennan, M. (Eds.) (1998). *Foucault's challenge. Discourse, knowledge and power in education*. New York: Teachers College.
- Powell, A. (2002). Ethnomathematics and the challenges of racism in mathematics education. In P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Proceedings of the Third International MES Conference* (pp. 15-28). Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics.
- Sierpinska, A. & Kilpatrick, J. (Eds.) (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Skovsmose, O. & Valero, P. (2001). Breaking political neutrality. The critical engagement of mathematics education with democracy. In B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective* (pp. 37-55). Mahwah, USA: Lawrence Erlbaum.
- Skovsmose, O. & Valero, P. (2002). Democratic access to powerful mathematical ideas. In L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education: Directions for the 21st century* (pp. 383-407). Mahwah, USA: Lawrence Erlbaum.
- Valero, P. (2002). *Reform, democracy, and secondary school mathematics*. Copenhagen (Denmark), The Danish University of Education, Ph.D. dissertation.
- Valero, P. (2004a). Postmodernism as an attitude of critique to dominant mathematics education research. In M. Walshaw (Ed.), *Mathematics education within the postmodern* (pp. 35-54). Greenwich (USA): Information Age.
- Valero, P. (2004b). Socio-political perspectives on mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology* (pp. 5-24). Dordrecht: Kluwer.
- Valero, P. & Matos, J.F. (2000). Dilemmas of Social / Political / Cultural research in Mathematics Education. In J.F. Matos & M. Santos (Eds.), *Mathematics Education and Society* (pp. 394-403). Lisboa: Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Valero, P. & Zevenbergen, R (Eds.) (2004). Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology. Dordrecht: Kluwer.
- Vithal, R., & Valero, P. (2003). Researching mathematics education in situations of social and political conflict. In A. Bishop et al. (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 545-592). Dordrecht: Kluwer.
- Walshaw, M. (Ed.) (2004). *Mathematics education within the postmodern*. Greenwhich (USA): Information Age.

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟΥ ΩΣ ‘ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΗ-ΙΣΤΟΡΙΚΗ’ ΚΑΙ ΩΣ ‘ΠΟΛΙΤΙΚΗ’ ΣΤΗΝ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Άννα Χρονάκη
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Εισαγωγικά

Ο κεντρικός ρόλος των μαθηματικών στο σχολικό αναλυτικό πρόγραμμα βασίζεται κυρίως στην επιχειρηματολογία ότι η ενασχόληση των μαθητών και των μαθητριών με το αντικείμενο ενισχύει την ‘πειθαρχία’ και την ‘άσκηση’ του νου, μια άποψη που βρίσκεται κοντά στον πλατωνισμό (βλ. Ernest, 1991). Παράλληλα, σύγχρονες αναθεωρήσεις των αναλυτικών προγραμμάτων στην Ευρώπη και στην Αμερική τονίζουν την χρησιμότητα των μαθηματικών σε διάφορες μορφές της καθημερινότητας καθώς και την εφαρμογή μαθηματικών μοντέλων για την επεξήγηση, την κατανόηση και την πρόβλεψη καταστάσεων που αφορούν τη πραγματική ζωή. Έτσι τα μαθηματικά αποτελούν ένα είδος γνώσης που θεωρείται ταυτόχρονα η κορωνίδα της ‘αφαιρετικής σκέψης’ και η εργαλειοθήκη για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων στην καθημερινή ζωή. Χρήσιμο τόσο για την ψυχαγωγία όσο και για την επιβίωση. Τα μαθηματικά κατασκευάζονται έτσι ώστε να προβάλλεται το γεγονός (ή καλύτερη ο στερεότυπος μύθος) ότι ενώ ‘ακονίζουν το μυαλό’ ταυτόχρονα αποτελούν το ‘όπλοστάσιο επιβίωσης’ σε μια ανταγωνιστική καθημερινότητα τόσο στην κουζίνα του σπιτιού μας (όπου μέσα από συνταγές μαγειρικής εφαρμόζουμε βασικούς μαθηματικούς αλγορίθμους πρόσθεσης, αφαίρεσης, αναλογιών, ποσοστών κλπ) όσο και στο χώρο εργασίας ή σε διάφορες μορφές χρήσης τεχνολογίας όπου η εφαρμογή μαθηματικών εννοιών θεωρείται αναπόφευκτη. Έτσι τα ‘μαθηματικά’ έχουν ιδιοποιηθεί τον ρόλο ενός εργαλείου και μιας μεθοδικής προσέγγισης του τρόπου δόμησης της ίδιας της καθημερινότητας μέσα από προσωπικές, εργασιακές και κοινωνικές συσχετίσεις.

Η αντίληψη του κόσμου μοιάζει να χτίζεται μέσα από μια συγκεκριμένη φιλοσοφική και ψυχολογική προσέγγιση όπου η ‘επιστήμη των μαθηματικών’ προσφέρει σειρά από συγκεκριμένες ‘τεχνικές’ γύρω από τον αριθμό, την αρίθμηση, την μέτρηση και την γεωμετρία του χώρου χωρίς τις οποίες μας είναι αδύνατον να φανταστούμε την ζωή σε αυτόν ή σε άλλους πλανήτες. Η αντίληψη αυτή μοιάζει να μην έχει αμφισβητηθεί στα πλαίσια ενός δημόσιου λόγου για την μαθηματική εκπαίδευση, ενός λόγου που κυριαρχείται από μονο-πολιτισμικότητα. Ο λόγος αυτός εγγράφει τις φωνές λιγοστών

λευκών ανδρών κυρίως μεσαίας τάξης, αφήνοντας στη σιωπή τις εμπειρίες, εφευρέσεις, δημιουργίες και ανάγκες ανθρώπων που προέρχονται από διαφορετικό φύλο, τάξη και ράτσα (βλ. Harding, 1991). Αυτό το φαινόμενο περιγράφει την έμφαση που έχει δοθεί στην μελέτη ζητημάτων που αφορούν την μαθηματική εκπαίδευση ακολουθώντας μια κυρίως μαθηματική ή/και συμπεριφοριστική προσέγγιση η οποία αδιαφορεί για την υπόσταση του υποκειμένου ως κοινωνικό ον το οποίο ζει και αναπνέει χρησιμοποιώντας τόσο το πνεύμα όσο και το σώμα μέσα σε κοινωνικές ομάδες οι οποίες εγγράφονται αναπόφευκτα σε ευρύτερα ιστορικά και πολιτικά πλαίσια. Μια τέτοια συνειδητοποίηση έχει δώσει ώθηση την τελευταία κυρίως δεκαετία σε μια στροφή προς την μελέτη του 'κοινωνικού' στη μαθηματική εκπαίδευση. Αυτή η ανάγκη δεν είναι νέα. Η ερευνητική δουλειά των κοινωνιολόγων των μαθηματικών εστιάζει στην κοινωνική κατασκευή των μαθηματικών. Για παράδειγμα, ο Sal Restivo στο βιβλίο του 'Μαθηματικά στην Κοινωνία και στην Ιστορία' μας ωθεί να δούμε την κατασκευή των μαθηματικών μέσα από μια διαφορετική σκοπιά όπου η μαθηματική επιστήμη συζητείται σε σχέση με έννοιες όπως 'κοινωνική εξουσία', 'κοινωνικές δομές', 'κοινωνική τάξη', 'πολιτισμικές αξίες' και 'κουλτούρα' (Restivo, 1992).

Όμως η πρόσφατη ενασχόληση με το θέμα του 'κοινωνικού', ή η στροφή προς το κοινωνικό (social turn), όπως την ονομάζει ο Lerman (2000), παρουσιάζει έντονο ενδιαφέρον γιατί δεν μένει στη σφαίρα του φιλοσοφικού ή του κοινωνιολογικού προβληματισμού αλλά αγγίζει ζητήματα παιδαγωγικής πράξης (π.χ. σχεδιασμό και εφαρμογή αναλυτικών προγραμμάτων, χρήση σχολικών εγχειριδίων, μελέτη αλληλεπιδράσεων στην τάξη, ζητήματα εξουσίας, αντίστασης, καταπίεσης και ανισοτήτων όπως αυτά βιώνονται στην καθημερινότητα της σχολικής κοινότητας) τα οποία έχουν έντονη πολιτική σημασία. Οι μελέτες αυτές μπορούν να ειπωθούν ως εναλλακτικές προσεγγίσεις μιας μακράς πορείας έρευνας στην μαθηματική εκπαίδευση που έχει γίνει με βάση την συμπεριφοριστική ή/και την εξελικτική ψυχολογία. Εκφράζουν την ανάγκη μιας μερίδας της κοινότητας των ερευνητών στην μαθηματική εκπαίδευση να μελετήσει ζητήματα που αφορούν τα σχολικά μαθηματικά λαμβάνοντας υπόψη τα περίπλοκα πλαίσια όπου τα υποκείμενα ζουν, αλληλεπιδρούν και εργάζονται. Η σύνδεση του υποκειμένου με το πλαίσιο σημαίνει ταυτόχρονα την αποδοχή της κοινωνικής υπόστασης του υποκειμένου. Παρόλ' αυτά το νόημα του 'κοινωνικού' δεν είναι πάντα το ίδιο σε κάθε επιμέρους θεώρηση (βλ. Chronaki, 2000a, Chronaki, 1999). Στα παρακάτω, θα δούμε συνοπτικά δύο προσεγγίσεις όπου το κοινωνικό συζητείται με έμφαση άλλοτε την πολιτισμική-ιστορική διάσταση και άλλοτε την πολιτική.

Το 'κοινωνικό' στην πολιτισμική-ιστορική προσέγγιση του Vygotsky

Κατά την διάρκεια των δεκαετιών του 70 και 80 αρκετά ερευνητικά προγράμματα αναπτύχθηκαν στο χώρο της μαθηματικής παιδείας τα οποία εστιάζουν στη διερεύνηση και εννοιολόγηση της δομής των

μαθησιακών περιβαλλόντων τα οποία ενθαρρύνουν την κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Τέτοια παραδείγματα αποτελούν; α) το αναλυτικό πρόγραμμα των ρεαλιστικών μαθηματικών -realistic mathematics- στην Ολλανδία (Treffers, 1987), βασισμένο στην φαινομενολογική προσέγγιση του Freudenthal, όπου καθημερινές καταστάσεις χρησιμοποιούνται για την διδασκαλία μαθηματικών εννοιών και προβλημάτων, β) τις δραστηριότητες κοινής εμπειρίας - common sense- βασισμένες στη χρήση ημερολογίων, θερμομέτρων, χαρτών και χρημάτων της ερευνητικής ομάδας στη Γένοβα της Ιταλίας (Boero, 1992), και γ) μια σειρά από προγράμματα βασισμένα σε δραστηριότητες εφαρμογών και μοντελοποίησης (De Lange, 1996) και στην χρήση του υπολογιστή και του διαδικτύου (Balacheff and Kaput, 1996) στην Ευρώπη και στην Αμερική (βλ. Chronaki, 2000a).

Τα περισσότερα από τα παραπάνω προγράμματα έχουν υποστηρίξει την θεωρητική τους υπόσταση στην υιοθέτηση μιας κονστρουκτιβιστικής προσέγγισης η οποία βρίσκεται κυρίως κοντά σε βασικές θεωρήσεις του Piaget (π.χ. ενεργητική μάθηση, αναστοχασμός, στάδια εξέλιξης, ετοιμότητα). Ο στόχος είναι η ανάλυση του μαθησιακού περιβάλλοντος συμπεριλαμβανομένου των δραστηριοτήτων, της διαδικασίας μάθησης και των διδακτικών παρεμβάσεων. Κύριο ενδιαφέρον παρουσιάζει το τι μπορεί να κάνει δυναμικά ο/η μαθητέυμενος/η σε συγκεκριμένους τύπους περιβάλλοντος μάθησης. Ερωτήσεις που ενδιαφέρουν αφορούν; ποιά είναι τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων των μαθητών, ποιοί είναι οι τρόποι επιχειρηματολογίας και ποιές είναι οι δυνατές μαθηματικές επινοήσεις και κατασκευές των παιδιών, ποια η χρήση της γλώσσας και των πολιτισμικών εργαλείων που χρησιμοποιούνται μαζί με τη γλώσσα. Παρατηρείται μια στροφή προς αυτό που συνήθως συναντάται ως κοινωνικός-κονστρουκτιβισμός και που στοχεύει όχι τόσο στην εννοιολόγηση του αντικειμένου των μαθηματικών ως κοινωνική κατασκευή αλλά στις συλλογικές κατασκευές μαθηματικών εννοιών που δουλεύουν σε ομάδες ή στη τάξη- μια πολύ διαφορετική προσέγγιση. Τελευταία έχουν γίνει απόπειρες εμπλουτισμού της κονστρουκτιβιστικής προσέγγισης με θέσεις από την πολιτισμική-ιστορική θεωρία του Vygotsky και των Ρώσων συνεργατών του (βλ. Bruner, 1985, Forman, 1996). Αυτή η εστίαση τοποθετείται σε θέματα που αφορούν τις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις στο μικρο-επίπεδο της τάξης. Ως αποτέλεσμα, η εστίαση της ανάλυσης έχει αγκαλιάσει τις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις στην κουλτούρα της τάξης, τη μελέτη της συνεργατικής μάθησης, τις αλληλεπιδράσεις μαθητών-εκπαιδευτικών και τον τύπο των διδακτικών παρεμβάσεων οι οποίες ενθαρρύνουν τις προσωπικές κατασκευές των παιδιών (Chronaki, 2000b).

Ενώ, τέτοιου είδους μεθοδολογικός εκλεκτισμός δεν βρίσκει πάντα σύμφωνους τους θεωρητικούς, διάφοροι ερευνητές στο χώρο της μαθηματικής παιδείας δανείζονται στοιχεία από επιμέρους θεωρίες με στόχο την διασαφήνιση της διαδικασίας μάθησης (περιγραφή, κατανόηση) και το σχεδιασμό 'κατάλληλων' διδακτικών περιβαλλόντων.

Όμως, μια τέτοια χρήση της θεωρίας όταν αποτελεί 'τεχνητή συρραφή' και παραμένει σε μια μηχανιστική πρόσμιξη στοιχείων κινδυνεύει να φτάσει σε αντιφάσεις ή να γίνει έκφραση των ιδίων προβλημάτων και κρίσεων που διατείνεται ότι στοχεύει να αντιμετωπίσει.

Μια πιο κοντινή ματιά στη πολιτισμική-ιστορική θεωρία του Vygotsky μας βοηθά να κατανοήσουμε περισσότερο το νόημα που έχει το 'κοινωνικό' σ' αυτή τη προσέγγιση. Καταρχάς, η θεωρία αυτή στα πλαίσια των κοινωνικών και ιστορικών συνθηκών όπου αναπτύχθηκε (στη Ρωσία μετά την Οκτωβριανή επανάσταση και στα πλαίσια έντασης για την διαμόρφωση μιας 'νέας κοινωνίας'), στόχευε στην αναζήτηση μιας νέας επιστήμης για την Ψυχολογία η οποία ενστερνιζόταν την βασική άποψη ότι ο μετασχηματισμός κοινωνικών και οικονομικών διαδικασιών δεν γίνεται αυτόνομα αλλά προϋποθέτει την αναδημιουργία του ατόμου και τη διαμόρφωση νέας ταυτότητας ή/και προσωπικότητας. Η 'αλλαγή' του ατόμου συντελείται στο κοινωνικό, ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο όπου το άτομο εντάσσεται. Η κεντρική ιδέα εκφράζει τη θέση ότι η Ψυχολογία πρέπει να ξεπεράσει τη στενή διερεύνηση του ψυχισμού και να ενταχθεί στα πλαίσια μιας ευρύτερης κοινωνικής ολότητας. Παράλληλα, ο Vygotsky θεωρεί ότι η μελέτη της ιστορίας της επιστήμης είναι αναγκαία για την ουσιαστική ανάπτυξη επιστημονικής έρευνας καθώς και της έρευνας που σχετίζεται με την ανάπτυξη της ίδιας της επιστημονικής σκέψης.

Τα βασικά σημεία που τονίζουν τη σημασία του 'κοινωνικού' στην θεωρία αυτή είναι: Πρώτον, η θεωρία αυτή, στηριζόμενη στη μαρξιστική θεώρηση της κοινωνίας, απομακρύνεται από την επικρατούσα (στις αρχές του 20ου αιώνα) τάση για μια φυσιολογία της γνώσης όπου η υπόσταση του ατόμου και ο ανθρώπινος ψυχισμός ερχόταν σε αντιπαραβολή με το ψυχισμό των ζώων (βλ. συμπεριφορισμός του Pavlov). Παράλληλα απομακρύνεται από την τάση περιγραφής της γνώσης ως 'εξέλιξη', μια τάση που βασίζεται στο Δαρβινισμό και απαντάται και στον επιστημολογία του Piaget. Δεύτερον, το σώμα συνδέεται με το πνεύμα μέσα από την έμφαση στη σημασία της εργασίας για τη διαδικασία της ανθρωπογένεσης. Για παράδειγμα το ανθρώπινο χέρι και τα δάκτυλα νοούνται όχι μόνο ως σάρκα αλλά και ως πολιτισμικές οντότητες (ή εργαλεία). Το σώμα γίνεται σκεπτόμενο σώμα. Τα συναισθήματα, οι λειτουργίες και τα πάθη της ψυχής και του σώματος έχουν την ίδια τάξη και αλληλουχία. Η ψυχή ακολουθεί το σώμα και τα δυο μαζί μοιάζει να 'μαθαίνουν' και να 'αλλάζουν' στα πλαίσια ιστορικών και πολιτισμικών πλαισίων. Αποτελούν μέρη της ίδιας υπόστασης. Αυτές οι διαδικασίες συντελούνται σε πλαίσια όπου τα 'πολιτισμικά εργαλεία' έχουν διαμεσολαβητικό ρόλο. Τρίτον, η διαλεκτική του Hegel παίζει σημαντικό ρόλο στο γεγονός ότι η γνώση συνδέεται με την ανθρώπινη δράση και τη παραγωγή. Σύμφωνα μ' αυτή την εννοιολόγηση η γνώση αποκτά 'κοινωνική υπόσταση'. Το 'κοινωνικό' δεν είναι η εξωτερική συμπεριφορά των ανθρώπων αλλά οι κοινωνικές σχέσεις, οι κοινωνικές αλληλεπιδράσεις, οι διαψυχικές λειτουργίες οι οποίες αναπτύσσονται στην κοινωνική πρακτική και τελικά μετατρέπονται σε ενδοψυχικές.

Το 'κοινωνικό' στο κίνημα της πολιτικής προσέγγισης στη μαθηματική παιδεία

Η πολιτισμική-ιστορική προσέγγιση του Vygotsky καθώς και οι συνεργάτες του έθεσαν τη βάση για τη νοηματοδότηση της 'μάθησης' ως μια διαδικασία που δεν βασίζεται αποκλειστικά στο ψυχισμό και στις δυνατότητες ενός ατόμου. Μέσα από αυτό το πρίσμα καταφέραμε να δούμε (και θεωρητικά) την επιρροή και την ευθύνη της κοινωνίας, της ομάδας, των εργαλείων τόσο στην ιστορική όσο και στην πολιτισμική τους διάσταση. Το ρεύμα που προωθεί την ανάγκη για μια πολιτική θεώρηση της μαθηματικής παιδείας πάει μερικά βήματα παραπέρα. Υποστηρίζει ότι ο κύριος στόχος πρέπει να είναι η υποστήριξη των ατόμων για την δημιουργία της ταυτότητας τους ως πολίτες (citizenship) μέσα από την εμπειρία και τη ενεργή συμμετοχή τους στην σχολική μαθηματική εκπαίδευση. Από τη σκοπιά του εκπαιδευτικού αυτό σημαίνει την δημιουργία δημοκρατικών συνθηκών για μαθηματικό γραμματισμό όπου οι άνθρωποι μπορούν μέσα από την συμμετοχή τους να ενεργούν, να αναστοχάζονται και κυρίως να ασκούν κριτική και αυτο-κριτική. Ο Mellin-Olsen (1987) έκανε μια σημαντική συνεισφορά ανοίγοντας μια νέα κατεύθυνση στο πως μπορούμε να δούμε τη μαθηματική παιδεία στο βιβλίο του 'Η Πολιτική της Μαθηματικής Εκπαίδευσης'.

Ο Mellin-Olsen (1987) μας υπενθυμίζει ότι η μαθηματική παιδεία είναι αναπόφευκτα πολιτική, όπως βέβαια κάθε μορφή εκπαιδευτικής πρακτικής, εφόσον υποστηρίζει την αναπαραγωγή της κοινωνίας και επηρεάζει την συνείδηση και την ιδεολογία των μαθητών. Η κατανόηση των ανθρώπων για τη λειτουργία κοινωνικών υποδομών όπως η διοίκηση, η οικονομία, η βιομηχανία σχετίζεται με την κατανόηση του πως τα μαθηματικά (η επιστήμη των μαθηματικών) έχει εφαρμοστεί μέσα στην δομή αυτών των υπηρεσιών. Σε αυτή τη προσέγγιση μπορούμε να διακρίνουμε διάφορα ρεύματα; το κίνημα των εθνομαθηματικών, την κριτική θεώρηση της μαθηματικής παιδείας, φεμινιστικές και κοινωνιολογικές προσεγγίσεις. Στα παρακάτω θα αναφερθούμε στα δύο πρώτα.

Εθνομαθηματικά

Το κίνημα των εθνομαθηματικών ξεκίνησε στην Αφρική και στην Βραζιλία σαν αντίδραση μιας έντονης δυσανεξίας για τα αρνητικά αποτελέσματα των εισαγόμενων αναλυτικών προγραμμάτων (κυρίως από χώρες της Ευρώπης και της Αμερικής) στα σχολεία αυτών των χωρών. Βασική πεποίθηση είναι ότι η στόχευση για την ενδυνάμωση των μαθητών προϋποθέτει ότι το σχολικό αναλυτικό πρόγραμμα πρέπει να βασίζεται στην ίδια την κουλτούρα και τα πολιτισμικά υλικά και δραστηριότητες των κοινοτήτων των ίδιων των παιδιών (βλ. Gerdes, 1996). Η εστίαση σε μια συσχέτιση χρήσης της πολιτισμικής κουλτούρας των ίδιων μαθητών και της δικής τους ιστορίας των μαθηματικών έχει ιδωθεί ως ένας παράγοντας ο οποίος μπορεί όχι

μόνο να διευκολύνει την μάθηση (λόγω της γειννίασης με τα προσωπικά ενδιαφέροντα, καταβολές και εμπειρίες των μαθητευομένων) αλλά κυρίως επιδρά στην αύξηση της αυτο-εκτίμησης και αυτοπεποίθησης των μαθητών ως πολίτες των δικών τους κοινοτήτων. Αποτελεί μια αντίδραση στην χωρίς κριτική εισαγωγή 'δυτικών' αναλυτικών προγραμμάτων συνήθως με την μορφή εγχειριδίων, βιβλίων ή επιμορφωτικών σεμιναρίων. Μπορεί να ειπωθεί ως μια προσπάθεια αντίστασης για τον ενσωματωμένο ιμπεριαλισμό και την αποικιοκρατία σ' αυτά τα παιδαγωγικά υλικά. Όπως αναφέρει η Bauchspies (2005) ενώ οι αποικίες απελευθερώνονται η 'κοινωνική εξουσία' των αποικιοκρατών παραμένει ενσωματωμένη και διεισδύει μέσα στις κοινωνικές και εκπαιδευτικές δομές, στις επικοινωνιακές πρακτικές, και εντέλει, θα προσθέταμε, στον ψυχισμό των ατόμων. Παράλληλα προτείνεται ότι πολιτισμικές πρακτικές όπως για παράδειγμα, μέθοδοι για την κατασκευή χαλιών, καλαθιών, ζωγραφίες στην άμμο, κ.α. μπορούν να παρέχουν ένα πλαίσιο για την ανα-κατασκευή μαθηματικών δραστηριοτήτων και για την διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών. Υποστηρίζεται ότι η 'κρυμμένη' μαθηματική σοφία μέσα σ' αυτά τα πολιτισμικά υλικά αγαθά (ή καλύτερα ακόμη μέσα στις μεθόδους παραγωγής τους) μπορεί να διερευνηθεί και να ανα-εφευρεθεί από τους ίδιους τους μαθητές. Λεπτομερείς μελέτες που αφορούν τη διερεύνηση της φύσης της μαθηματικής δραστηριότητας σε διάφορες πολιτισμικές πρακτικές (π.χ, οι ξυλουργοί, οι λαχανέμποροι, οι πωλητές, οι νεαροί έμποροι του δρόμου, κλπ) αναδεικνύουν ότι τα 'μαθηματικά' δεν αναγνωρίζονται και δεν αξιολογούνται το ίδιο από τον/ην ερευνητή και από τον άνθρωπο που εμπλέκεται στην συγκεκριμένη πρακτική. Αυτό σημαίνει ότι η αναδόμηση της 'μαθηματικής δραστηριότητας' μέσα σε τέτοια πλαίσια απαιτεί την επιβολή μιας 'δυτικής' θέασης των μαθηματικών. Ο τρόπος που έχει γίνει είναι με την ανασυγκρότηση αυτής της γνώσης μέσα από την προσπάθεια να αναδομηθούν τα μαθηματικά (όπως τα γνωρίζουμε τώρα) και απαιτεί την ανα-πλαισίωση της γνώσης μέσα από διδακτικές καταστάσεις εστιάζοντας στην μαθηματικοποίηση. Η διαδικασία και η πορεία της μαθηματικοποίησης ενέχει τον κίνδυνο της υπερ-απλούστευσης όχι μόνο της μαθηματικής γνώσης ως ιστορικό και πολιτισμικό γεγονός αλλά και της ίδιας της διαδικασίας μάθησης.

Κριτική Θεώρηση της Μαθηματικής Παιδείας

Η κριτική θεώρηση της μαθηματικής εκπαίδευσης εστιάζει επίσης στο ρόλο των μαθηματικών για την ανάπτυξη πολιτών οι οποίοι μπορούν να συμμετέχουν ενεργά και με υπευθυνότητα σε διαδικασίες όπου το άτομο απαιτείται να πάρει μέρος σε αποφάσεις προσωπικές ή δημόσιες. Η θεωρητική βάση πρόκειται να αναζητηθεί στη δουλειά των Adorno, Habermas και Marcuse (η σχολή της Φρανκφούρτης) αλλά επίσης στην δουλειά του Paulo Freire. Η έρευνα του Ole Skovsmose (1987) αποτελεί μια πρώτη προσπάθεια για την αναπλαισίωση αυτών των ιδεών στο χώρο της μαθηματικής παιδείας ασχολούμενη με θεωρητικά ζητήματα όπως η κριτική σκέψη, η προθετικότητα, ο

μαθηματικός γραμματισμός. Επίσης η δουλειά της Marilyn Frankestein (1987) αποτελεί παράδειγμα για την δυνατότητα της χρήσης αυτών των ιδεών στο επίπεδο της πρακτικής του αναλυτικού προγράμματος με στόχο την αφύπνιση συνειδήσεων και την ενεργοποίηση της κριτικής σκέψης των ατόμων. Η ιδιαιτερότητα αυτού του κινήματος είναι ότι ενώ δραστηριοποιείται σε κοινωνικά πλαίσια όπου η 'δυτική' κουλτούρα υπερέχει, ασκεί μια ενδο-κριτική στην επιβολή 'δυτικών' αντιλήψεων στο πρόγραμμα της μαθηματικής παιδείας (βλ. Vithal & Valero, 2003).

Σε πρώτη ματιά, τα μαθηματικά μοιάζει να είναι ουδέτερα και να μην έχουν σχέση με τα ευρύτερα κοινωνικά ζητήματα. Μια βαθύτερη ματιά μπορεί να αναδείξει ότι τα μαθηματικά έχουν παίξει ρόλο στην δημιουργία ανισοτήτων σε πολλαπλά επίπεδα. Για παράδειγμα, στο επίπεδο της κοινωνίας, τα μαθηματικά (π.χ. η στατιστική) αποτελούν μάχιμο εργαλείο σε πολιτικές συζητήσεις τόσο για την διευκόλυνση διαδικασιών λήψης αποφάσεων όσο και για τη διαμόρφωση της γνώμης ενός ευρύτερου κοινού (π.χ. σε περίοδο εκλογών). Σε επίπεδο εκπαιδευτικής πραγματικότητας τα μαθηματικά αποτελούν το κύριο εργαλείο για την αξιολόγηση και το διαχωρισμό 'καλών' και 'κακών' μαθητών σε διάφορες φάσεις της μαθητικής τους πορείας. Η σχολική αποτυχία στα μαθηματικά μοιάζει να εξυπηρετεί τους στόχους μιας κοινωνικής και ταξικής ιεράρχησης μέσα στην ίδια την κοινωνία.

Ο στόχος αυτού του κινήματος εστιάζει σε τέτοια πολιτικά ζητήματα και τονίζει ότι υπάρχει ανάγκη όχι μόνο να ενδυναμωθούν τα υποκείμενα στην προσπάθειά τους να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά εργαλεία σε σχολικά πλαίσια (π.χ. μαθήματα, αξιολόγηση) ή ως μαθηματικά μοντέλα σε πραγματικές καταστάσεις (π.χ. πολιτικές συζητήσεις, αγορά, οικονομία) αλλά ταυτόχρονα να ενθαρρυνθούν έτσι ώστε να μπορέσουν να ασκήσουν κριτική για την καταλληλότητα αυτών των μαθηματικών μοντέλων και για την περιγραφή μιας πραγματικότητας. Τονίζεται λοιπόν η ανάγκη συμπερίληψης του πλαισίου (κοινωνικού, οικονομικού, πολιτισμικού και ιστορικού) και η συζήτηση των ηθικών συνεπειών που ενέχονται σε διάφορες εφαρμογές μαθηματικών μοντέλων. Πέρα από τα πλεονεκτήματα μιας μοντελοποίησης της πραγματικότητας, μια τυφλή και άκριτη εφαρμογή με στόχο την περιγραφή, κατανόηση και/ή πρόβλεψη διαφόρων πραγματικών καταστάσεων μπορεί να οδηγήσει σε καταστροφές, αλλοιώσεις και μονομερή συμπεράσματα. Υποστηρίζεται η ανάγκη να κριτικάρουμε την στερεότυπη άποψη ότι τα μαθηματικά αποτελούν την 'τεχνολογία της σύγχρονης ζωής' και να προβληματιστούμε για τις συνέπειες που μπορεί να έχει η υιοθέτηση μιας τέτοιας άποψης.

Ο Skovsmose (1994) υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά έχουν λειτουργήσει ιστορικά ως μια 'συμβολική εξουσία' και κάποιες φορές έχουν δημιουργήσει (και ευνοήσει) συνθήκες όπου μειώνεται η δυνατότητα κριτικής. Ένας προκλητικός/σημαντικός στόχος για την μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να είναι όχι μόνο ο μαθηματικός γραμματισμός των παιδιών (mathematical literacy) αλλά η υποστήριξη που παρέχεται έτσι ώστε να απομυθοποιηθούν το γεγονός ότι τα

μαθηματικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν και να περιγράψουν κάθε τμήμα της καθημερινής ζωής ή κάθε πτυχή των διαφόρων πολιτισμικών πρακτικών. Ο Restivo έχει εξηγήσει τις κοινωνικές πρακτικές κατασκευής των μαθηματικών σε διάφορες ιστορικές περιόδους και πολιτισμούς (βλ. Restivo, 1992).

Βασική μέριμνα αυτής της προσέγγισης είναι πως τελικά η μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να ειπωθεί ως μια οδός για την ενίσχυση της ειρήνης, της ισότητας μεταξύ των ατόμων σε μια συγκεκριμένη κοινότητα και όχι ως 'εργαλείου' αποκλεισμού και ενίσχυσης ανισοτήτων όπως βιώνεται σήμερα.. Υποστηρίζεται ότι το αναλυτικό πρόγραμμα πρέπει να έρχεται αντιμέτωπο με τις όποιες κοινωνικές και πολιτικές ανισότητες εμφανίζονται στο μακρο- και μικρο-επίπεδο της σχολικής κοινότητας. Με άλλα λόγια, οι σχέσεις 'εξουσίας' που είναι ενσωματωμένες σε κάθε μαθησιακή και διδακτική πρακτική δεν πρέπει να καλύπτονται αλλά να συνειδητοποιούνται, να κατανοούνται και τα άτομα να είναι σε θέση δράσης. Αυτό μπορεί να γίνει με την ενθάρρυνση και υποστήριξη των μαθητών να είναι ενεργοί, συνεργατικοί, αναστοχαστικοί, αλλά προπαντός κριτικοί συμμετέχοντες σε πρακτικές και λόγους που τους αφορούν. Το εννοιολογικό πλαίσιο αυτής της προσέγγισης έχει στόχο την δημιουργία εργαλείων τα οποία βοηθούν στην ενδυνάμωση των συμμετεχόντων σε θέματα ρατσισμού, καταπίεσης, αποκλεισμού, ανισοτήτων, θέματα δημοκρατικής συμμετοχής, αντίστασης, εξουσίας. Αυτά είναι τα ζητήματα τα οποία χρήζουν επιμέρους μελέτης και αναζήτησης αλλά η σημασία τους για τη μάθηση και την έρευνα στην μαθηματική παιδεία είναι κεντρικής σημασίας.

Αντί επιλόγου....

Η έρευνα στο χώρο της μαθηματικής παιδείας έχει αποτελέσει το πλαίσιο δραστηριοποίησης κυρίως επιστημόνων που έχουν κατάρτιση στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών ή/και της ψυχολογίας. Η διδακτική των μαθηματικών, ένας τομέας που αφορά άμεσα την 'πράξη' στη σχολική πραγματικότητα δέχεται επιρροές κυρίως από τις παραπάνω επιστήμες. Παρόλ' αυτά η σχολική αποτυχία στα μαθηματικά συνεχίζεται, η σχολική πραγματικότητα αλλά και η καθημερινότητα δηλώνει σε διάφορους τόνους ότι τα 'μαθηματικά' συνεχίζουν να αποτελούν προνόμιο των λίγων και εκλεκτών. Ακόμη, οι περισσότεροι, άνδρες και γυναίκες, δεν προτιμούν την ενασχόληση με την επιστήμη των μαθηματικών. Και εμείς συνεχίζουμε να είμαστε αντιμέτωποι με στερεότυπες αντιλήψεις, μύθους και φαντάσματα ενός (μακρινού) παρελθόντος....

Η στροφή προς το 'κοινωνικό', το περίφημο 'social turn' που σηματοδοτεί τη θέαση των ζητημάτων της μαθηματικής παιδείας μέσα από προσεγγίσεις που απομακρύνονται από τις παραδοσιακές μορφές έρευνας και που φέρνει στο προσκήνιο το άτομο σε αντιπαράθεση με την περίπλοκη κοινωνική πραγματικότητα στην οποία ζει, έχει πολλά να προσφέρει. Παράλληλα όμως πρέπει να τονιστεί η συνειδητοποίηση

ότι η νοηματοδότηση του 'κοινωνικού' μπορεί να έχει πολλές μορφές και ταυτόχρονα να καταλήγει σε διαφορετικά συμπεράσματα και αποτελέσματα (άλλοτε συντηρητικά, άλλοτε νεωτερικά. άλλοτε δημοκρατικά) μας αναγκάζει να δούμε με προβληματισμό και συνέπεια την ενσωμάτωση θέσεων, μεθοδολογιών, πρακτικών και δράσεων.

Αναφορές

- Bruner, J. 1985. Vygotsky: a historical and conceptual perspective. In Wertsch (ed.) Culture communication. Vygotskian perspectives (pp. 21-34). New York: Cambridge University Press.
- Chronaki, A. 1999. Contrasting the socio-cultural and socio-political perspectives in maths education and exploring their implications for teacher education. Paper presented at the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century ' Societal Challenges, Issues and Aproaches' November 1999. Cairo. Egypt.
- Chronaki, A. 2000a. Visions of school mathematics curriculum and maths teacher education programs: In search of a discourse? Periodique Publie par l' Association Canadiene d' Education de Langue Francaise. Vol 28, No2, pp. 1-25
- Chronaki, A. 2000b. Teaching maths through theme-based resources: Pedagogic style, theme and maths in lessons. Educational Studies in Mathematics. vol. 42. pp. 141-163.
- D' Ambrosio, U. 1994. Cultural framing of mathematics teaching and learning. In R. Biehler, R.W. Scholz, R. Strasser and B. Winkelmann (Eds.) Didactics of mathematics as a scientific discipline (pp. 443-455). Dordrecht. The Netherlands: Kluwer.
- Ernest, P. 1991. The Philosophy of Mathematics Education. The Falmer press.
- Frankestein, M.1987. Critical Mathematics Education. An application of Paulo Freire's epistemology. In I. Shor (ed.) Freire for the classroom: A sourcebookfor liberatory teaching (pp. 180-210). New Hampshire. USA: Boyton and Cook.
- Forman, E. A. (1996). Learning mathematics as participation in classroom practice: Implications of cociocultural theory for educational reform. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, P. Goldin and B. Greer (Eds.) Theories of mathematical learning (pp. 115-130). Mahwah. USA: Lawrence Erlbaum.
- Harding, S. 1991. Whose Science? Whose Knowledge? Thinking from Women's Lives. Cornell University Press. Ithaca. NY.
- Mellin-Olsen, S. 1987. The Politics of Mathematics Education. . Kluwer Academic publishers. Dordrecht.
- Restivo, S. 1992. Mathematics in Society and History: Sociological Inquiries. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.

- Skovsmose, O. 1994. Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education. Kluwer Academic publishers. Dordrecht.
- Vithal R. and Valero P. 2003. Researching in situations of social and political conflict. In A. J. Bishop et al. (eds). Second international handbook of mathematics education (pp. 543-589). Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.

Chronaki@uth.gr

Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΣΤΗΝ ΕΥΡΩΠΗ: ΤΟ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΟΧΥΡΟ!

Ευγενία Κολέζα

ΠΤΔΕ Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

«Αυτό είναι μια μεγάλη ανακάλυψη, η εκπαίδευση είναι πολιτική! Μετά από αυτό, όταν ένας δάσκαλος ανακαλύψει ότι εφαρμόζει μια πολιτική, πρέπει να αναρωτηθεί τι είδους πολιτική εφαρμόζει» P.Freire

«Η εκπαίδευση,..... είναι το ισχυρότερο όπλο για τη διαμόρφωση των εθνών» E.J.Hobsbawm

Εισαγωγή

Τα τελευταία είκοσι χρόνια παρατηρείται ένας διαρκής μετασχηματισμός των στόχων της εκπαίδευσης, που δεν προκύπτει από μια εσωτερική ανάγκη του εκπαιδευτικού συστήματος, αλλά κάτω από την πίεση του οικονομικού ανταγωνισμού και των νόμων της αγοράς. Εκπαιδευτικά συστήματα με ιδεαλιστική παράδοση (χαρακτηριστικό παράδειγμα η Γερμανία και η Γαλλία), ή με έντονο το δημοκρατικό χαρακτήρα (Σκανδιναβικές χώρες), ή με μια ισχυρή μαθητο-κεντρική παράδοση (Αγγλία), παρακάμπτοντας τις οποιεσδήποτε ιδεολογικές τους διαφορές προς χάριν του οικονομικού ανταγωνισμού, στις αρχές του νέου αιώνα φαίνεται να υιοθετούν μια φιλοσοφία πραγματισμού και ατομισμού.

Στην προσπάθεια κατασκευής ενός σεναρίου για το μέλλον της εκπαίδευσης των δασκάλων αναπτύχθηκε από το Research and Development Centre 19 του Association for Teacher Education in Europe (ATEERDC19, 2003), ένα δισδιάστατο μοντέλο, δύο αξόνων με εννοιολογικά αντίθετα άκρα. Μια διάσταση του μοντέλου αποτελεί ο άξονας «Πραγματισμός-Ιδεαλισμός», ενώ την άλλη διάσταση συγκροτεί ο άξονας «Ατομισμός-Κοινωνική συνοχή».

Η σημασία του μοντέλου έγκειται στο ότι δίνει τη δυνατότητα ανάλυσης κειμένων του Ευρωπαϊκού Συμβουλίου, σχετικών με θέματα εκπαίδευσης. Από την ανάλυση αυτή προκύπτει ότι η αντίληψη για το μέλλον της εκπαίδευσης στην Ευρώπη έχει έναν πραγματιστικό και συγχρόνως ατομιστικό χαρακτήρα.

Υπάρχει, γενικά, στα κείμενα μια προτίμηση στη χρήση οικονομικών όρων που δείχνουν την έμφαση σε μια ανταγωνιστική Ευρώπη σε μια παγκόσμια αγορά: «Οι πρωτοβουλίες της εκπαίδευσης στοχεύουν πρώτιστα στη δημιουργία ενός ιδιαίτερα καταρτισμένου εργατικού δυναμικού για να συμβάλει στην οικονομική ανάπτυξη και να αυξήσει την ανταγωνιστική δύναμη της Ευρώπης ιδιαίτερα απέναντι στην Ιαπωνία και στις ΗΠΑ» (απόσπασμα από τη Λευκή Βίβλο για την Εκπαίδευση, 1985).

Επιπλέον, δίνεται έμφαση στην υπεροχή του Ευρωπαϊκού τρόπου σκέψης, που στηρίζεται σε ένα ένδοξο παρελθόν και που εγγυάται ένα μεγαλοπρεπές μέλλον: *«Για να χτίσουμε το μέλλον μας, πρέπει να στηριχθούμε στην ικανότητά μας για κριτική σκέψη, η οποία ήταν πάντα ένα χαρακτηριστικό της ευρωπαϊκής σκέψης.Θέλουμε λιγότερο εθνική και περισσότερο ευρωπαϊκή παιδεία, ειδικότερα όσον αφορά την ιστορία, τις τέχνες και τη γλώσσα.... πρέπει ίσως να αρχίσουμε με την εκπαίδευση, ελπίζοντας να τελειώσουμε με έναν ευρωπαϊκό πολιτισμό»*. (Από ομιλία της Ε. Αρβελέρ, προέδρου του ευρωπαϊκού πανεπιστημίου στο Παρίσι, στο Bergedorf, 2003, σελ. 26)

Η εξέλιξη της Ευρωπαϊκής εκπαιδευτικής πολιτικής

Από τις αρχές της δεκαετίας του '70 είχαν γίνει διάφορες προτάσεις, για μια Κοινοτική πολιτική για την Εκπαίδευση που τόνιζαν την ανάγκη σύνδεσης μεταξύ οικονομικών και εκπαιδευτικών όρων, και υποστήριζαν ότι ο εκπαιδευτικός τομέας πρέπει να περιληφθεί στη μελλοντική πολιτική της Ευρωπαϊκής Κοινότητας. Εντούτοις, μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του '70, τα ιδρυτικά μέλη της Κοινότητας, θεωρούσαν ως προφανές το γεγονός ότι η εκπαίδευση συνδέεται τόσο στενά με την εθνική ταυτότητα, που θα φαινόταν ανάρμοστη οποιαδήποτε υπερεθνική πολιτική επέμβαση, εκτός ίσως σε σχέση με θέματα που αφορούν στην επαγγελματική κατάρτιση. Μέχρι τον Ιούνιο του 1980, καμία πρόταση για σύνδεση της οικονομικής πολιτικής της Κοινότητας με την Εκπαίδευση δεν είχε ευοδωθεί, δεδομένου ότι πολλά κράτη μέλη θεωρούσαν μια τέτοια κίνηση ως επέμβαση στα εθνικά τους ζητήματα.

Στη δεκαετία του '80 το Ευρωπαϊκό Δικαστήριο έπαιξε ένα σημαντικό ρόλο στη διεύρυνση του πεδίου επιρροής της Κοινότητας ως προς τα θέματα των εθνικών εκπαιδευτικών συστημάτων: με σχετική απόφαση καθόρισε ότι ο χώρος της επαγγελματικής κατάρτισης καλύπτει επίσης και την πανεπιστημιακή εκπαίδευση.

Μετά το 1985, όταν η Κοινότητα βρέθηκε αντιμέτωπη με τον ανταγωνισμό της Αμερικής και της Ιαπωνίας στον τομέα της ανάπτυξης και της τεχνολογίας, προέκυψε η άποψη ότι *η επιστήμη και η εκπαίδευση γενικότερα βρίσκονται στη βάση διαμόρφωσης του κατάλληλου ανθρώπινου δυναμικού, που αποτελεί προϋπόθεση για τη βελτίωση του οικονομικού και τεχνολογικού μέλλοντος της Ευρώπης*. Αυτό προετοίμασε το έδαφος για τη ρητή αναγνώριση της εκπαίδευσης ως τομέα νόμιμης επέμβασης της Κοινότητας. Η συνθήκη του Μάαστριχτ το 1992 ήρθε να επικυρώσει όλες αυτές τις εξελίξεις.

Το επόμενο βήμα ήταν η Λευκή Βίβλος (*Teaching and learning . Towards the learning society*) της Ευρωπαϊκής Επιτροπής το Νοέμβριο του 1995: *«Αυτή η Λευκή Βίβλος είναι μέρος μιας διαδικασίας που έχει σκοπό να δώσει μια ανάλυση και να προτείνει οδηγίες για δράση στους τομείς της εκπαίδευσης και της κατάρτισης. Προωθεί τη Λευκή Βίβλο για την «Ανάπτυξη, Ανταγωνιστικότητα, Απασχόληση», η οποία τόνισε τη σημασία για την Ευρώπη της επένδυσης αϋλων πόρων, ιδιαίτερα στην εκπαίδευση και την έρευνα. Αυτή η επένδυση στη γνώση διαδραματίζει*

έναν ουσιαστικό ρόλο στην απασχόληση, την ανταγωνιστικότητα και την κοινωνική συνοχή...».

Η Πράσινη Βίβλος ήταν η απάντηση του Σουηδικού Υπουργείου Παιδείας στη Λευκή Βίβλο της ΕΕ, με βασικό αντεπιχείρημα ότι ο στόχος της Λευκής Βίβλου είναι πάρα πολύ στενός, δεδομένου ότι δεν περιλαμβάνει το δημοκρατικό ρόλο του σχολείου. Η Πράσινη Βίβλος υποστήριξε επίσης ότι η πολιτική της εκπαίδευσης πρέπει να παραμείνει, ένα εθνικό θέμα. Οι σκανδιναβικές χώρες έδειξαν σαφέστατα την πρόθεσή τους να επηρεάσουν την Ευρωπαϊκή Κοινότητα σε σχέση με θέματα δημοκρατίας, και αξιών με μια έμφαση στην προστασία του περιβάλλοντος, της ισότητας, των δικαιωμάτων των πολιτών, της μη-διάκρισης, και του αντιρατσισμού (Petersen 1996, σελ. 5-8).

Κάτω από την πίεση σοβαρών προβλημάτων σχετικά με την απασχόληση και τον αυξανόμενο παγκόσμιο ανταγωνισμό, το Ευρωπαϊκό Συμβούλιο αποφάσισε - στη διάσκεψη της Λισσαβόνας το 2000 - να ζητήσει από το Εκπαιδευτικό Συμβούλιο να προβληματισθεί σχετικά με τους συγκεκριμένους μελλοντικούς στόχους των εκπαιδευτικών συστημάτων.

Η ομάδα εργασίας πρότεινε για τα Μαθηματικά τους όρους ικανότητες (competences) και βασικές ικανότητες (key competences) αντί του όρου «βασικές δεξιότητες» που θεωρήθηκε αρκετά περιοριστικός λόγω του ότι αναφέρεται κυρίως στη βασική εκπαίδευση και σε ένα στοιχειώδες επίπεδο μαθηματικών γνώσεων, σε αυτές που είναι γνωστές κυρίως ως «δεξιότητες ζωής».

Ο όρος «competences» αναφέρεται σε έναν συνδυασμό δεξιοτήτων, γνώσεων, ικανοτήτων και στάσεων, και περιλαμβάνει επίσης τη διάθεση κάποιου για μάθηση καθώς επίσης και την τεχνογνωσία (know-how) (Commission, 2003b, σελ.10).

Η ομάδα καθόρισε βασικές ικανότητες σε διάφορα γνωστικά αντικείμενα. Για τα Μαθηματικά ανέφερε τα εξής: «*Η βασική μαθηματική εκπαίδευση περιλαμβάνει την ικανότητα να χρησιμοποιηθεί η πρόσθεση, η αφαίρεση, ο πολλαπλασιασμός, η διαίρεση και οι αναλογίες στο νοερό και γραπτό υπολογισμό για την επίλυση προβλημάτων στις καθημερινές καταστάσεις. Η έμφαση είναι στη διαδικασία μάλλον παρά στο προϊόν, στη δραστηριότητα παρά στη γνώση*» (οππ., σελ. 12).

Συγχρόνως καθόρισε μια σειρά από αξιολογικούς δείκτες, «*προκειμένου να αποσπαστεί η συζήτηση από τα πολιτικά ζητήματα... Το «ρυθμιστικό κράτος» εμπλέκεται έτσι ως «αξιολογικό κράτος» ...ο εξευρωπαϊσμός της εκπαίδευσης ..βασίζεται σε πρότυπα και συγκριτικές μετρήσεις επιδόσεων, επιβάλλοντας την ψευδαίσθηση ότι κάθε χώρα είναι ελεύθερη να ακολουθήσει την πορεία της*». (Νόνοα & de Jong-Lambert, 2003,σελ. 44-45). «*Η διαμόρφωση της πολιτικής υπόκειται όλο και περισσότερο στις πιέσεις που προκαλούν τη νομιμότητα των δημοκρατικών κυβερνήσεων ... η πολιτική της αμοιβαίας υπευθυνότητας που αναφέρεται σε μια διαδικασία όπου τα σχολεία ...συμμετέχουν σε μια διαδικασία ..σύγκρισης. Η έννοια «αμοιβαία» υπονοεί μια οριζοντιότητα, αλλά το*

αποτέλεσμα είναι στην πραγματικότητα μια κάθετη ιεραρχία, μια ταξινόμηση που καθιερώνεται βάσει των προτύπων που εμφανίζονται σαν κάτι «φυσικό» και «προφανές». Κατά συνέπεια η σύγκριση μπορεί να γίνει κατανοητή ως μηχανισμός για να δικαιολογήσει την παρέμβαση της ΕΕ στα τοπικά εκπαιδευτικά ζητήματα (οππ., σελ. 59).

Το Μάιο του 2001, το Εκπαιδευτικό Συμβούλιο της ΕΕ παρουσίασε στη Στοκχόλμη μια έκθεση στην οποία εξέθετε τις απαραίτητες αλλαγές στα ευρωπαϊκά συστήματα εκπαίδευσης και κατάρτισης, προκειμένου να επιτευχθούν οι στόχοι που τέθηκαν στη Λισσαβόνα: «*Η Ευρώπη μέχρι το 2010 πρέπει να γίνει η ανταγωνιστικότερη και πλέον δυναμική βασισμένη στη γνώση οικονομία στον κόσμο, ικανή για συνεχή οικονομική ανάπτυξη με περισσότερες και καλύτερες εργασίες και τη μεγαλύτερη κοινωνική συνοχή*».(...)

Τα Μαθηματικά, η Επιστήμη και η Τεχνολογία (MST) ήταν ένας από τους τρεις τομείς προτεραιότητας στους οποίους το Εκπαιδευτικό Συμβούλιο αποφάσισε να αρχίσει να εργάζεται: «*Η επιστημονική και τεχνολογική ανάπτυξη είναι θεμελιώδης για την ανταγωνιστική κοινωνία της γνώσης. Όλοι οι πολίτες χρειάζονται μια βασική κατανόηση των Μαθηματικών, της Επιστήμης και της Τεχνολογίας. Προκειμένου να βελτιωθεί η θέση της στον κόσμο και να εκπληρώσει τους στόχους της Λισσαβόνας, η Ευρώπη πρέπει να ενθαρρύνει τα παιδιά και τους νέους να δείξουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά, τις Επιστήμες και την Τεχνολογία*» Η ομάδα εργασίας επιπλέον αναγνώρισε ότι «*η επιστημονική και τεχνολογική ανάπτυξη είναι θεμελιώδης για μια ανταγωνιστική κοινωνία γνώσης, και η εξειδικευμένη επιστημονική και τεχνολογική γνώση ζητείται όλο και περισσότερο στην επαγγελματική και καθημερινή ζωή, στις δημόσιες συζητήσεις, τη λήψη αποφάσεων και τη νομοθεσία*» (Commission, 2003a, σελ. 3).

Στη συνέχεια, το Εκπαιδευτικό Συμβούλιο μαζί με την Επιτροπή συνέθεσαν ένα «*Λεπτομερές Πρόγραμμα Εργασίας για τα επακόλουθα των στόχων των συστημάτων εκπαίδευσης και κατάρτισης στην Ευρώπη*»(Council of the European Union, 2002) το οποίο παρουσιάστηκε στο Ευρωπαϊκό Συμβούλιο στη διάσκεψη της Βαρκελώνης, το Μάρτιο του 2002. Ένα χρόνο αργότερα, στο Υπουργικό Στρογγυλό Τραπέζι (Ministerial Round Table) με θέμα “Towards Knowledge Societies” (Παρίσι, Οκτώβριος 2003), επαναλαμβάνεται η ανάγκη για μετάβαση από την «κοινωνία της πληροφορίας» στην «κοινωνία της γνώσης»: «*Η πληροφορία έχει γίνει ένα πολύτιμο αγαθό, που μπορεί κάποιος να αγοράσει και να πωλήσει, έχει αποκτήσει μια σημαντική θέση στα οικονομικά και κοινωνικά δρώμενα. Η οργάνωση των κοινωνιών εξελίσσεται βασιζόμενη όλο και περισσότερο στις πληροφορίες και την πρόσβαση στις πληροφορίες. Οι πληροφορίες είναι εύκολα προσιτές σε οποιοδήποτε μέρος, οποιαδήποτε στιγμή.....Όμως, νέα ηθικά ερωτήματα για τις πληροφορίες, την πρόσβαση στις πληροφορίες, και τη διανομή των πληροφοριών εμφανίζονται: Πώς να επιλέξει και να ταξινομήσει κάποιος μη οργανωμένες πληροφορίες; Πώς να αξιολογήσει τις πληροφορίες, και πώς να διακρίνει μεταξύ των σωστών και των λανθασμένων πληροφοριών; Το επόμενο βήμα, το*

σημαντικότερο βήμα, επομένως, είναι να κινηθούμε προς την «κοινωνία της γνώσης». Η «κοινωνία της πληροφορίας» είναι βασισμένη στην τεχνολογία. Η «κοινωνία της γνώσης» είναι βασισμένη στον άνθρωπο.

Εντούτοις, το πραγματικό νόημα της «κοινωνίας της γνώσης» που απορρέει από το όλο κείμενο συνδέεται με την κατανόηση της γνώσης ως παράγοντα της παραγωγής, του οποίου η σημασία ξεπερνάει ακόμη και εκείνη του χρηματιστικού κεφαλαίου. Η γνώση ως παράγοντας βελτίωσης της οικονομίας, έχει πολύ μικρή σχέση με τη γνώση από την άποψη της ανθρωπιστικής παιδείας (*Bildung*): σχετίζεται κυρίως με τεχνικές και δεξιότητες απαραίτητες για τη γρήγορα εξελισσόμενη νέα οικονομία.

Δύο βασικά χαρακτηριστικά του σύγχρονου πολιτικού λόγου-στις περισσότερες Ευρωπαϊκές χώρες- σε σχέση με θέματα της εκπαίδευσης, είναι η ρευστότητα των όρων που χρησιμοποιούνται, και η ασυμβατότητα μεταξύ ιδεολογικών τοποθετήσεων και πρακτικών αποφάσεων. Και τα δύο έχουν άμεσο κοινωνικό αντίκτυπο. Θα αναπτύξουμε στη συνέχεια την άποψή μας αυτή παίρνοντας σαν παράδειγμα την νέα εκπαιδευτική πολιτική που εφαρμόζεται στην Αγγλία και αναδεικνύοντας τις ασυμβατότητες που υπάρχουν σε έναν νευραλγικό για την εκπαίδευση χώρο: το χώρο των Προγραμμάτων Σπουδών. Αλλαγές στα Προγράμματα Σπουδών δεν έχουν αντίκτυπο μόνο στο χώρο του σχολείου, αλλά γενικότερα στο χώρο της πολιτικής της εκπαίδευσης και της κοινωνίας. Εντούτοις, "λίγοι εκπαιδευτικοί ερευνητές ή θεωρητικοί έχουν επιχειρήσει συνδέσεις μεταξύ των οικονομικών, πολιτικών και πολιτιστικών διαστάσεων της παγκοσμιοποίησης και των πολιτικών και πρακτικών της εκπαίδευσης" (Wells et al. 1998, σελ. 343).

Αναλυτικά προγράμματα και στόχοι της αγοράς

Το τρέχον παράδειγμα της εκπαίδευσης έχει περιγραφεί από τον Bernstein ως ο «νέος παιδαγωγικός Ιανός» ο οποίος «επανατοποθετείται μέσα στην ίδια του την ιδεολογία, χρησιμοποιώντας αντιφατικό λόγο» (Bernstein 1990, σελ. 88).

Μια πρώτη αντίφαση: Τα τελευταία είκοσι χρόνια, παρά τις επιταγές της παγκοσμιοποίησης, παρατηρείται μια τάση κεντρικού ελέγχου της εκπαιδευτικής διαδικασίας μέσω εθνικών προγραμμάτων σπουδών, εθνικών αξιολογήσεων, πολιτικής διατύπωσης στόχων κλπ (Smyth and Shacklock 1998, σελ 20). Εντούτοις ο Goodson (1990, σελ. 220) θεωρεί ότι παρά το ότι αυτό φαίνεται αντιφατικό με τους στόχους της παγκοσμιοποίησης, δεν είναι παρά το αποτέλεσμα μιας διαδικασίας ισχυρού οικονομικού ανταγωνισμού που εμπεριέχεται στην ιδεολογία της παγκοσμιοποίησης. Οι εθνικές κυβερνήσεις προσπαθούν να καταστούν ανταγωνιστικότερες στις παγκόσμιες αγορές μέσω της εκπαίδευσης: *Η παγκοσμιοποίηση της οικονομικής ζωής, και ειδικότερα της επικοινωνίας, πληροφορίας και τεχνολογίας, θέτει τεράστιες προκλήσεις στους υπάρχοντες τρόπους ελέγχου και λειτουργίας των εθνών- κρατών. Από αυτή την άποψη, η επιδίωξη του νέου*

συγκεντρωτικού εθνικού προγράμματος σπουδών φαίνεται περισσότερο ως απάντηση στις οικονομικές διακυβεύσεις μεταξύ των εθνών. Και όταν υποστηρίζεται μια σχέση μεταξύ οικονομικού ανταγωνισμού και εκπαίδευσης η επίπτωση είναι «η σχεδόν συνολική υποταγή του εκπαιδευτικού συστήματος στην οικονομική χρησιμότητα» (Brown et al. 1997, σελ. 8).

Αντιφάσεις παρατηρούνται επίσης και ως προς το είδος των ικανοτήτων που επιδιώκονται μέσω των Προγραμμάτων Σπουδών. Όπως παρατηρεί ο Drucker (1994) οι απαιτήσεις της σύγχρονης αγοράς δεν απαιτούν μια «κοινωνία της γνώσης», αλλά μια «κοινωνία των γνώσεων». Δεδομένου μάλιστα ότι οι γνώσεις αλλάζουν συνεχώς, η σημαντικότερη ικανότητα που πρέπει να αποκτήσουν οι μαθητές ως μελλοντικοί εργαζόμενοι πρέπει να είναι η προσαρμοστικότητα και η ευελιξία. Οι απλές γνώσεις αρχών και τεχνικών είναι ανεπαρκείς: απαιτούνται επίσης κριτικές και επικοινωνιακές δεξιότητες, ως βασικό προσόν για τον ανταγωνισμό της αγοράς. Επιπλέον, η έμφαση δεν είναι πλέον στο άτομο ως φορέα της γνώσης, αλλά στην ευέλικτα συνεργαζόμενη και αποδοτική ομάδα. Εντούτοις, η Εθνική Στρατηγική Αριθμητισμού (National Numeracy Strategy), που εφαρμόζεται, για παράδειγμα, στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση της Αγγλίας από το 2000, ενώ συνδέει τους στόχους της εκπαίδευσης με τη σύγχρονη οικονομία, φαίνεται να αγνοεί πλήρως τις απαιτήσεις της αγοράς, τουλάχιστον όσον αφορά τα Μαθηματικά, τα οποία αντιμετωπίζονται σχεδόν αποκλειστικά ως σύνολο γεγονότων και διαδικασιών. Επίσημα υιοθετείται η άποψη ότι ο μόνος σκοπός των Μαθηματικών στην εκπαίδευση είναι να εξασφαλιστεί άνεση στους νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς, και αργότερα στον αλγεβρικό χειρισμό: «Ο Αριθμητισμός είναι μια ζωτικής σημασίας ικανότητα που κάθε νέος πρέπει να αποκτήσει..... Το νέο πρόγραμμα των Μαθηματικών, θα εξασφαλίσει ότι τα παιδιά ξέρουν τους πίνακές τους, μπορούν να κάνουν πράξεις με το νου και διδάσκονται αποτελεσματικά στη τάξη που θεωρείται σαν ενιαίο σύνολο..... Ο εκσυγχρονισμός της οικονομίας μας απαιτεί ένα ικανό στους υπολογισμούς εργατικό δυναμικό. Είναι σωστό να χρησιμοποιούμε τις δοκιμασμένες μεθόδους για να υποστηρίξουμε αυτή τη διαδικασία εκσυγχρονισμού » (David Blunkett, Secretary of State for Education , 11 Ιανουαρίου 1999)

Παρατηρείται, επομένως, μια ασυμβατότητα μεταξύ των επιδιωκόμενων μαθηματικών γνώσεων και των πολιτικών επιλογών της κυβέρνησης σχετικά με τον εκσυγχρονισμό και τη βασισμένη στη γνώση οικονομία. Η γνώση στην οποία μια οικονομία στηρίζεται δεν είναι η γνώση των τεσσάρων πράξεων, ή των αλγεβρικών τύπων και διαδικασιών, ή η γνώση της επίλυσης προβλημάτων εφαρμογής, αλλά δημιουργικές και κριτικές ικανότητες και δεξιότητες που σχετίζονται με τις νέες τεχνολογίες.

Γιατί υιοθετείται αυτή η πολιτική στη (μαθηματική) εκπαίδευση; Πρόκειται για άγνοια των πραγματικών απαιτήσεων της αγοράς; Μια θετική απάντηση θα ήταν μάλλον αφελής.

Η άποψή μας είναι η καταλληλότητα ή μη του περιεχομένου της εκπαίδευσης (για όλα τα γνωστικά αντικείμενα) κρίνεται με βάση τα κριτήρια ποιοτικού ελέγχου της αγοράς.

Στον ιδιωτικό τομέα, τα μοντέλα ελέγχου της ποιότητας εμπίπτουν σε δυο κατηγορίες: Υπάρχουν τα μοντέλα «συμμόρφωσης» (*compliance models*) και τα «καταναλωτικά» μοντέλα (*consumerist models*).

Τα πρώτα, βασίζονται στον καθορισμό προδιαγραφών- βάσει των οποίων γίνεται η αξιολόγηση του τελικού προϊόντος-και χαρακτηρίζονται από τυποποίηση. Σύμφωνα με αυτά, η ποιότητα ορίζεται ως «*κάτι που πληροί τις προδιαγραφές*». Στα δεύτερα, η ποιότητα γίνεται κατανοητή ως κάτι που ικανοποιεί τον καταναλωτή, προσαρμόζεται δηλαδή στις ανάγκες και τις απαιτήσεις του πελάτη (Gaster 1999). Αυτά τα μοντέλα δίνουν έμφαση περισσότερο στην ευελιξία και στην προσαρμοστικότητα, παρά στην τυποποίηση. Βασίζονται στην πεποίθηση ότι η βελτίωση της ποιότητας μπορεί να επιτευχθεί «*εάν όλοι οι ενδιαφερόμενοι εμπλέκονται εξίσου, και ...έχουν όλο το χρόνο να λάβουν υπεύθυνες αποφάσεις*», (Kirkpatrick and Martinez-Lucio, 1995). Παρά το ότι αυτό το μοντέλο είναι θεωρητικά ελκυστικό, στη πράξη μια συνήθης αιτία αποτυχίας του είναι ότι «*...εφαρμόζεται από επάνω προς τα κάτω, είναι ιδιαίτερα ιεραρχικό, και ο καταναλωτής έχει ελάχιστη συμμετοχή*»(Glaster 1999, σελ. 6-7).

Στην Αγγλία, αναφορικά με την εκπαίδευση, οι Συντηρητικοί δανείστηκαν επιλεκτικά και από τα δύο μοντέλα. Έτσι, δικαιολόγησαν την εμπλοκή των αγορών στην εκπαίδευση με το επιχείρημα ότι θα ενισχύσουν τους καταναλωτές σε σχέση με τους παραγωγούς (εφαρμογή του *καταναλωτικού* μοντέλου). Όμως, δεδομένου ότι δεν μπορεί κάποιος να εμπιστευθεί πλήρως την αγορά για την εξασφάλιση της ποιότητας στην εκπαίδευση, και λαμβάνοντας ενδεχομένως υπ' όψη τις αντιδράσεις διαφόρων κοινωνικών ομάδων στην Αμερική όταν είχε εφαρμοσθεί ανάλογη πολιτική στην διατύπωση των Προγραμμάτων Σπουδών, έθεσαν προδιαγραφές ακολουθώντας τη λογική των μοντέλων «*συμμόρφωσης*». Ενώ όμως για τα Μαθηματικά οι *industrial trainers* (Ernest 1991) στα πλαίσια του Συντηρητικού κόμματος ήθελαν Προγράμματα που θα προωθούσαν στάσεις και δεξιότητες κατάλληλες για τη σύγχρονη οικονομία, τα νέο-Συντηρητικά ρεύματα ήθελαν να εξασφαλίσουν ότι τα σχολεία θα προάγουν τις παραδοσιακές αξίες του σεβασμού της οικογένειας, της ιδιωτικής ιδιοκτησίας και της εξουσίας (Ball, 1990). Έτσι υποστήριξαν -και τελικά επέβαλλαν-, ιδιαίτερα για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση, Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών που θα μπορούσαν να χαρακτηρισθούν ως «*παραδοσιακά*».

Διάφορες έρευνες (Whitty *et al.* (1993, Fitz *et al.*, 1997; Halpin *et al.*, 1997), υπογράμμισαν ότι οι σχεδιαστές αυτών των Προγραμμάτων, *επανεφηύραν τις παραδοσιακές ακαδημαϊκές αξίες*. Επεδίωξαν να αποκτήσουν αξιοπιστία στην αγορά μέσω της αποδοχής, παρά μέσω της αμφισβήτησης του καθιερωμένου ακαδημαϊκού Προγράμματος Σπουδών.

Υπάρχουν διάφορες εξηγήσεις γι' αυτή τους τη στάση. Κατ' αρχήν, έρευνες σχετικά με τη γονική επιλογή (βλέπε επίσης σχετικά με τους «Math wars» στην Αμερική) έδειξαν ότι οι γονείς στην πλειοψηφία τους δεν επιθυμούν ένα «διαφορετικό» Πρόγραμμα Σπουδών (Walford 1996). Αλλά και τα ίδια τα σχολεία, στα πλαίσια της ανταγωνιστικότητας (και παρά τις ενδεχόμενες αντιδράσεις από μεμονωμένες περιπτώσεις προσδευτικών εκπαιδευτικών) επέδειξαν αρνητική στάση στην προοπτική μιας ριζικής αλλαγής του Προγράμματος Σπουδών, λόγω του κόστους –σε χρόνο και χρημα-επιμόρφωσης του ανθρώπινου δυναμικού, και λόγω του ενδεχόμενου μιας αποτυχίας που θα είχε δυο αρνητικές συνέπειες: απώλεια «πελατών», και (κατά συνέπεια) μείωση χρηματοδότησης.

Πράγματι, η αγορά διαιρεί τα σχολεία σε εκείνα που προσελκύουν περισσότερους μαθητές, και επομένως περισσότερους πόρους, και σε εκείνα που χάνουν τους μαθητές και τους πόρους. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει μια τρίτη ασυμβατότητα στα Προγράμματα Σπουδών. Ενώ επαγγέλλονται γενικά την ισότητα για όλους» τους μαθητές και την αξιοκρατική επιλογή, παρατηρείται ένα διαρκώς αυξανόμενο χάσμα μεταξύ της ρητορικής της αξιοκρατίας και της ισότητας των ευκαιριών αφ' ενός, και μιας αντιφατικής πραγματικότητας αφ' ετέρου. Με βάση την ιδέα της αξιοκρατίας, τα άτομα δεν πρέπει να αντιμετωπίζονται διαφορετικά σε σχέση με το οικογενειακό υπόβαθρο, την εθνικότητα, το φύλο, κ.λπ.... Εντούτοις, η αξιοκρατία της αγοράς, αντί να δίνει στον καθέναν ίσες ευκαιρίες στην εκπαίδευση δίνει, στην πραγματικότητα, ίσες ευκαιρίες στην ανισότητα. Για παράδειγμα, στην Αγγλία, η διαφοροποίηση των μαθητών ως προς τις δυνατότητες επανεισήχθη στις τάξεις. Πολλά βρετανικά σχολεία, παρά τα ερευνητικά στοιχεία που καταδεικνύουν τα οφέλη των ετερογενών τάξεων, μπήκαν στον πειρασμό να χωρίσουν τους μαθητές ανάλογα με τις δυνατότητές τους προκειμένου να εντυπωσιάσουν και να προσελκύσουν τους γονείς των μεσαίων κυρίως τάξεων που είχαν υψηλότερες εκπαιδευτικές προσδοκίες (Gewirtz *et al.* 1995, Reay 1998). Τέτοιοι διαχωρισμοί τέθηκαν σε εφαρμογή όχι ως αποτέλεσμα πεποιθήσεων σχετικά με το ποια είναι η καλύτερη πρακτική, αλλά λόγω της ανάγκης για υψηλά ποσοστά στις εξετάσεις και λόγω της γονικής πίεσης (Reay 1998). Ακόμα και όταν φάνηκαν οι αρνητικές συνέπειες της κίνησης, ειδικά για τα χαμηλότερα κοινωνικά στρώματα, η πρακτική συνεχιίστηκε. Ακόμα και οι Σκανδιναβικές χώρες, (πχ η Φινλανδία) που δεν αλλάζουν εύκολα την εκπαιδευτική τους πολιτική κάτω από τις πιέσεις της αγοράς, έδωσε ιδιαίτερη έμφαση στα Μαθηματικά και τις Επιστήμες, προκειμένου τα σχολεία να συμβάλουν στη διεθνή οικονομική ανταγωνιστικότητα.

Η «οπισθοδρόμηση» λόγω των πιέσεων για αποδοτικότητα δεν είχε συνέπειες μόνο στα Προγράμματα Σπουδών, αλλά και στις μεθόδους διδασκαλίας διεθνώς.

Για παράδειγμα, όταν στα μέσα της δεκαετίας του '80, η κυβέρνηση του Reagan εισήγαγε νέες πιέσεις για αποδοτικότητα στα αμερικανικά σχολεία, και οι κρατικά σχεδιασμένες αξιολογήσεις στόχευαν στο να

ελέγχουν απλά το ποσό των πληροφοριών που μαθαίνεται από τους μαθητές, η απομνημόνευση ως διδακτική πρακτική επανήλθε. Κάτω από την πίεση της κρατικής αξιολόγησης οι αμερικανοί δάσκαλοι στόχευσαν στο προϊόν αντί στη διαδικασία. (McNeil 1986). Πολλοί δάσκαλοι που είχαν προηγουμένως υιοθετήσει την ανοικτή συζήτηση στην τάξη, και τη διδασκαλία με βάση project επέστρεψαν στη μονόδρομη μετάδοση της γνώσης, στη διάλεξη και στην απομνημόνευση (Gardner 1991). Οι ιδέες των κονστρουκτιβιστών για τη διδασκαλία και την μάθηση θυσιάστηκαν στο νέο πλαίσιο: *ένα σχολείο πρέπει να είναι σε θέση να επιδείξει καλά αποτελέσματα προκειμένου να αυξηθεί η εμπιστοσύνη των γονέων και να προσελκυστούν οι μαθητές.*

Για να ξαναγυρίσουμε στο παράδειγμα της Αγγλίας, η Εργατική Κυβέρνηση, όχι μόνο διατήρησε τις δυνάμεις της αγοράς στην εκπαίδευση με τους πόρους να διανέμονται στα σχολεία ανάλογα με την απόδοσή τους, αλλά επιπλέον προώθησε τη δημιουργία «εξειδικευμένων σχολείων» για να διευρύνει τις επιλογές γονέων και παιδιών.

Αυτό το τελευταίο, λειτούργησε ενδεχομένως και ως κρίσιμο στοιχείο για τη διαμόρφωση των Προγραμμάτων Σπουδών. Θα εξηγήσουμε την υπόθεσή μας:

Σήμερα η αγορά απαιτεί σταθερό εμπλουτισμό των γνώσεων των επαγγελματιών και εργαζόμενους υψηλών ικανοτήτων. Δεν είναι ικανοποιημένη με το «προϊόν» της επικρατούσας εκπαίδευσης (με το πρόβλημα είναι ιδιαίτερα έντονο στην Ιαπωνία, παρά το γεγονός ότι οι Ιάπωνες μαθητές πρωτεύουν στους διεθνείς διαγωνισμούς των Μαθηματικών). Οι διαδοχικές μεταρρυθμίσεις που έγιναν με στόχο τη βελτίωση της απόδοσης των μαθητών αντιμετωπίζεται με δυσπιστία από τις επιχειρήσεις που αμφιβάλλουν για τη δυνατότητα βελτίωσης της εκπαίδευσης -τουλάχιστον προς την κατεύθυνση που απαιτεί η οικονομία- μέσω της πολιτικής διαδικασίας. Αντ' αυτού, επιθυμεί να επιβάλλει τα δικά της εκπαιδευτικά προγράμματα στα σχολεία και τα Πανεπιστήμια, μέσω «επιστημονικών συνεργασιών», ιδιαίτερα σε θέματα Μαθηματικών, Επιστήμης και Τεχνολογίας ή μέσω δημιουργίας «εξειδικευμένων σχολείων» με ισχυρή ιδιωτική χρηματοδότηση.

Ο Jon Katz (2000) αναφέρει ότι πολλοί από τους πιο έξυπνους μαθητές «περιφρονούν» τη βασική εκπαίδευση που τους παρέχεται. Ο Katz αναφέρει επίσης ότι πολλοί μαθητές πιστεύουν ότι οι δεξιότητές τους σε θέματα σχετικά με τα Μαθηματικά και την Τεχνολογία μπορούν να τους οδηγήσουν σε υψηλόμισθες εργασίες. Έτσι αυτά τα παιδιά θέλουν να μάθουν, αλλά αμφισβητούν ότι τα σχολεία με τα ισχύοντα «κενά» Προγράμματα Σπουδών μπορούν να συνεισφέρουν στους στόχους τους. Οι δάσκαλοι που περιορίζονται από το καθιερωμένο Πρόγραμμα Σπουδών αποδεικνύονται ανεπαρκείς για τις απαιτήσεις τους.

Επιπλέον, η βασική εκπαίδευση, ακόμη και η εκπαίδευση σε πανεπιστημιακό επίπεδο, θεωρείται σήμερα ως η αρχή του ταξιδιού της δια βίου μάθησης. Οι εργασιακοί χώροι όλο και περισσότερο παίρνουν τη μορφή δυναμικών μαθησιακών οργανισμών. Οι δεξιότητες και οι

γνώσεις που οι μαθητές αγωνίζονται να αποκτήσουν, και οι γονείς να στηρίξουν οικονομικά, δεν έχουν άμεση εφαρμογή στην πολυπλοκότητα της ζωής σε ένα παρόν που συνεχώς μεταβάλλεται. Ο James Gee (2000) ονόμασε τη γενιά της νέας χιλιετίας «γενιά καρτοφυλακίων» επειδή από την παιδική ηλικία θα υπάρχει ανάγκη για τα άτομα να κρατούν αρχεία σχετικά με τις δραστηριότητες μάθησης και επανεκπαίδευσής τους. Χωρίς ένα τέτοιο αρχείο, οι προοπτικές απασχόλησης μικραίνουν επειδή η επιτυχία στη σύγχρονη οικονομία δεν καθορίζεται από τα προσόντα αυτά καθ' αυτά, αλλά από την ικανότητα κάποιου να ανταγωνιστεί και να προσαρμοσθεί στη νέα εμπειρία και τα οικονομικά προγράμματα.

Σε αυτό το πλαίσιο τα «παραδοσιακά» Προγράμματα Σπουδών δεν στοχεύουν στην παροχή γνώσεων και δεξιοτήτων απαραίτητων για μια επαγγελματική αποκατάσταση, αλλά λειτουργούν ως «άλλοθι» για τις κυβερνήσεις στο επείγουσα της «ισότητας», ή των «ίσων ευκαιριών» για όλους τους μαθητές. Στην πραγματικότητα, οι «ίσες ευκαιρίες» στη μάθηση –με τον τρόπο που υλοποιούνται– είναι ο πιο σίγουρος δρόμος για τις «άνισες ευκαιρίες» στη ζωή. Επιπλέον, η αμφισβήτηση της δημόσιας εκπαίδευσης από μαθητές και γονείς είναι ο πλέον σίγουρος τρόπος μιας δημόσιας αποδοχής της ιδιωτικοποίησης της εκπαίδευσης.

Η εκπαίδευση στην ιδιότητα του πολίτη σε μια οικονομία της αγοράς

Ο στόχος για μια «Εκπαίδευση στην Ιδιότητα του Πολίτη» (Citizenship Education), σε συνδυασμό με τις φιλελεύθερες πολιτικές στην εκπαίδευση, αποτελεί ακόμα ένα παράδειγμα ασυμβατότητας μεταξύ ιδεολογικών τοποθετήσεων και πρακτικών αποφάσεων.

Συγκεκριμένα, το Νοέμβριο του 2004, στις Βρυξέλλες, το Συμβούλιο ενέκρινε έκθεση με τίτλο «Εκπαίδευση και Πολίτης». Κεντρικό της μήνυμα ήταν η προσήλωση του Συμβουλίου στην ενίσχυση της αντίληψης του «πολίτη» και της κοινωνικής ένταξης μέσω της εκπαίδευσης ως μια επί πλέον προσπάθεια για την επίτευξη των στρατηγικών στόχων της Λισσαβόνας.

Η έκθεση αναφέρεται μεν στους οικονομικούς στόχους που επιβάλλονται από τη Λισσαβόνα, αλλά τονίζει επίσης τη συμβολή της εκπαίδευσης για την επίτευξη κοινωνικής συνοχής. Υπογραμμίζεται επίσης ότι η εκπαίδευση έχει το σημαντικό ρόλο να προωθήσει τις κοινές ανθρωπιστικές αξίες των χωρών της Ένωσης. Εντούτοις, είναι σαφές ότι στο κείμενο, «οι κοινωνικές, πολιτισμικές και ατομικές αξίες αντιμετωπίζονται ως προϊόντα της οικονομικής και τεχνολογικής προόδου και παρουσιάζεται μια εικόνα της εκπαίδευσης που αφήνει έξω ολόκληρα πεδία γνώσης και παιδαγωγικές και πολιτισμικές παραδόσεις που συνδέονται άμεσα με την έννοια του «*Bildung*» (Brenk 2002). Η κοινωνική συνοχή τίθεται ως στόχος όχι με την έννοια ενός ιδανικού, αλλά ως προϋπόθεση για τη δημιουργία μιας κοινωνίας με

συγκεκριμένους πραγματιστικούς (οικονομικούς και πολιτικούς) στόχους.

Στην Αγγλία, η Νέα Εργατική κυβέρνηση, που ήρθε στην εξουσία τον Μάιο του 1997, στο χώρο της εκπαίδευσης, προώθησε ένα νέο *Citizenship Curriculum* παράλληλα με ένα ήδη υπάρχον αδιαφιλονίκητο Εθνικό Πρόγραμμα Σπουδών (Moore 1998, Edwards & Kelly 1998) βασισμένο σε ένα πλήρως προκαθορισμένο περιεχόμενο με στόχους αποδοτικότητας, που δίνει ελάχιστη προσοχή στην εμπειρία της μάθησης και δεν έχει ουσιαστικά τίποτα επί της ουσίας να πει για το ρόλο των δημοκρατικών σχολικών τάξεων και των δημοκρατικών σχολείων στην ενθάρρυνση της ιδιότητας του πολίτη (Hattam *et al* 1999, Apple & Beane 1999, Griffith 1998).

Η εκπαίδευση για την ιδιότητα του πολίτη, εισάγεται στην αγγλική δευτεροβάθμια εκπαίδευση για πρώτη φορά. Το ερώτημα του «*τι θα γίνει αν ο μαθητής ως συνειδητοποιημένος πλέον πολίτης προβληματισθεί για το αν η διανομή των αγαθών και των ανταμοιβών είναι δίκαιη ή όχι;*» δεν φάνηκε να προβληματίζει ιδιαίτερα το Εθνικό Συμβούλιο Προγράμματος Σπουδών, που βιάστηκε να προλάβει τέτοιου είδους αντιδράσεις με τη διατύπωση του σκεπτικού ότι η εμβάθυνση σε θέματα που αφορούν την οικονομία είναι θέμα διαφορετικό από την εκπαίδευση για την ιδιότητα του πολίτη. Ο ισχυρισμός του Συμβουλίου ήταν ότι η κατανόηση οικονομικών θεμάτων υπερβαίνει τους στόχους της εκπαίδευσης για την ιδιότητα του πολίτη, δεδομένου ότι απαιτεί εξειδικευμένες γνώσεις οικονομίας (Crick 1999).

Ποιοι ήταν οι λόγοι που επέβαλαν μια εκπαίδευση στην ιδιότητα του πολίτη; Συμβιβάζεται μια τέτοια απόφαση με τους στόχους της παγκοσμιοποίησης;

Ένας πρώτος λόγος είναι το ότι η Αγγλία ήταν ουσιαστικά η μόνη χώρα στις αναπτυγμένες Ευρωπαϊκές χώρες που δεν παρείχε κάποιου είδους εκπαίδευση στην ιδιότητα του πολίτη στα σχολεία (Kerr *et al* 2001). Επιπλέον, σύμφωνα με τον Beck το ενδιαφέρον για την εκπαίδευση στην ιδιότητα του πολίτη οφείλεται στη συνειδητοποίηση εκ μέρους της κυβέρνησης ότι η κοινωνική συνείδηση των πολιτών είναι σε πτώση, λόγω έλλειψης αξιών. Σε σχετική ομιλία του, ο πρωθυπουργός της χώρας αναφέρθηκε σε «μια κοινωνία που έχει χάσει το δρόμο της», και στην ανάγκη τόνωσης της «εθνικής ταυτότητας».

«Ένας βασικός στόχος της εκπαίδευσης ... είναι να αποκαταστήσει μια αίσθηση της ιδιότητας του πολίτη συμπεριλαμβανομένης μιας εθνικής ταυτότητας που έχει θέση για την πολλαπλότητα των εθνών, των πολιτισμών, των εθνικών ταυτοτήτων και των θρησκειών που βρίσκονται στο Ηνωμένο Βασίλειο. [...] Η εκπαίδευση στην ιδιότητα του πολίτη αφήνει περιθώριο για τις διάφορες εθνικότητες και θρησκευτικές ταυτότητες» (QCA 1998, p.17). Βέβαια το κατά πόσο η «Βρετανική ταυτότητα» αφήνει περιθώριο στη «διαφορετικότητα» φαίνεται από την πρόσφατη πρόταση του Υπουργού Εσωτερικών ότι οι μετανάστες πρέπει να υποβάλλονται σε εξετάσεις και μαθήματα στην Britishness κατά την άφιξη στη χώρα: τέτοιες δηλώσεις, αντί να υπερασπίζονται τη

διαφορετικότητα, συμβάλλουν μάλλον στην *pathologization* της ποικιλομορφίας.

Τώρα, σχετικά με το αν υπάρχει αντίφαση μεταξύ μιας εκπαίδευσης στην ιδιότητα του πολίτη και των στόχων μιας «quasi-market» εκπαίδευσης, η άποψή μας είναι ότι όχι μόνο δεν υπάρχει αντίφαση, αλλά υπάρχει μια στενή σχέση μεταξύ του ατομικισμού της ελεύθερης αγοράς και της έμφασης στη σημασία της «ιδιότητας του πολίτη», παρά την επίσημη εξαγγελία ενός «τρίτου δρόμου».

Για να γίνει αυτό κατανοητό πρέπει κατ' αρχήν να εξηγήσουμε τους διαφορετικούς τρόπους που γίνεται αντιληπτή η «ιδιότητα του πολίτη».

Η «ιδιότητα του πολίτη» μπορεί απλά να σημαίνει τα συναισθήματα για τους άλλους βάσει των οποίων καθορίζουμε τις ενέργειές μας (Gauthier 1989). Μπορεί να σημαίνει επίσης το σύνολο των υποχρεώσεών μας στους άλλους ως συμπολίτες (Walzer 1983). Μπορεί ακόμα να αναφέρεται στις υποχρεώσεις κάποιου να διατηρήσει την ταυτότητα της κοινότητας και την προθυμία να υποστηριχθεί το σύνολο των πολιτών στην αντιμετώπιση κοινών προβλημάτων (Solomon, 1992). Αυτοί οι ορισμοί μοιράζονται την ιδέα ότι *οι πολίτες έχουν* - με κάποιο τρόπο - *υποχρεώσεις στην κοινότητα στην οποία ανήκουν*. Σχετικά με το ποιες είναι αυτές οι υποχρεώσεις, οι απόψεις της φιλελεύθερης αντίληψης και της κοινοτιστικής αντίληψης διαφέρουν.

Στη φιλελεύθερη αντίληψη, τα ατομικά δικαιώματα είναι απαραβίαστα. Δυνάμει αυτής της θέσης, εντούτοις, το όλο εγχείρημα που προσπαθεί να δημιουργήσει μια κοινωνική συνοχή, αυτοκαταστρέφεται όταν τα άτομα έχουν την αξίωση να διευθύνουν τις ζωές τους όπως επιθυμούν, αδιαφορώντας για τα δικαιώματα των άλλων. Ο Φιλελευθερισμός τοποθετεί το άτομο στο κέντρο της ηθικής και πολιτικής θεωρίας και υποστηρίζει ότι το κράτος έχει περιορισμένη ισχύ σε περίπτωση σύγκρουσης με τα μεμονωμένα ατομικά δικαιώματα (Beauchamp and Bowie 1993). Οι ευθύνες των φιλελευθέρων στους συμπολίτες τους εξαρτώνται από τον αντίκτυπο αυτών των ευθυνών στα προσωπικά τους συμφέροντα. Ο φιλελευθερισμός έχει μια μακροχρόνια παράδοση στις καπιταλιστικές οικονομίες. Αυτή η παράδοση ανάγεται στον Adam Smith ο οποίος περιέγραψε το πώς μπορεί να εκμεταλλευτεί κάποιος το ατομικό του συμφέρον μέσα από την ελεύθερη οικονομία. Στα πλαίσια μιας τέτοιας οικονομίας, τα άτομα δεν έχουν καμία υποχρέωση σε μια κοινότητα που δεν τους παρέχει ένα καθαρό όφελος.

Η κοινοτιστική θέση σχετικά με την «ιδιότητα του πολίτη» ευθυγραμμίζει τα συμφέροντα του κράτους με τα συμφέροντα των πολιτών του. Ο υποστηρικτής αυτής της θέσης θα συμφωνήσει ότι ορισμένες αξίες και πεποιθήσεις διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο και πρέπει να καθοδηγούν το ρόλο κάποιου ως πολίτη. Υπό αυτήν τη μορφή, είναι καθήκον των πολιτών να υποστηρίξουν αυτά τα πολιτισμικά μοναδικά χαρακτηριστικά της κοινότητάς τους (Beauchamp and Bowie 1993, Miller 1992). Συνεπώς, η ιδιότητα του

μέλους μιας κοινότητας καθορίζει ορισμένες υποχρεώσεις για τον πολίτη. Όπως ισχυρίζεται ο Taylor (1992) *εάν δικαιολογούμε υποστηρίζοντας τα δικαιώματά μας ως άτομα υπονομούμε την ίδια την κοινωνία που υποστηρίζει αυτά τα δικαιώματα.*

Η κοινοτιστική αντίληψη της «ιδιότητας του πολίτη» έχει τις ρίζες της στο Rousseau ο οποίος υποστήριζε ότι: *«Όσο καλύτερα ένα κράτος εγκαθιδρύεται, τόσο το δημόσιο συμφέρον προηγείται από το ιδιωτικό στο μυαλό των πολιτών»* (Rousseau, 1762/1987, σελ. 198). Η έννοια της κοινοτιστικής «ιδιότητας του πολίτη» περιλαμβάνει την ανάληψη ευθυνών που επεκτείνονται πέρα από το ατομικό συμφέρον. Δεν είναι απλά τα δικαιώματα που αναγκάζουν τους πολίτες να ενεργούν ως μέλη μιας κοινότητας, είναι η αμοιβαία ευημερία τους. *«... η ουσία της «ιδιότητας του πολίτη» είναι η υποχρέωση όλων να συνεισφέρουν για την ευημερία των συμπολιτών τους»* (Miller 1992, σελ. 94).

Η νέα κυβέρνηση των Εργατικών, που ήρθε στην εξουσία τον Μάιο του 1997, υπερασπίστηκε μια διαφορετική προσέγγιση στην ιδιότητα του πολίτη, δίνοντας μια ιδιαίτερη έμφαση στη «πολιτική ηθική». Πρότεινε έναν «τρίτο δρόμο» (Giddens 1998, 2000) μεταξύ της «φιλελεύθερης-ατομιστικής» και της «κοινοτιστικής» έννοιας της «ιδιότητας του πολίτη». Στην πραγματικότητα, ο «τρίτος δρόμος» έχει έναν έντονο πραγματιστικό και συγχρόνως ατομιστικό χαρακτήρα, όπως έδειξε και η έρευνα που αναφέραμε στην αρχή της εισήγησης. Θα προσπαθήσουμε να το δείξουμε μέσα από μια σειρά σχολιασμών της εφαρμογής του «τρίτου δρόμου» στην εκπαίδευση.

Στην εφημερίδα «The Times» της 7^{ης} Ιουλίου 1997, ο νέος πρωθυπουργός, Tony Blair, δήλωσε ότι *όλα τα παιδιά έχουν δικαίωμα σε μια καλή εκπαίδευση.* Κανένας δεν θα διαφωνούσε ότι η δήλωση αυτή αντανάκλα την κοινοτιστική συνιστώσα του «τρίτου δρόμου». Όμως, *...(συνεχίζει η δήλωση...) Αυτό σημαίνει "μηδενική ανοχή" για τους κακούς δασκάλους. Στα αποτυχόντα σχολεία θα δίνεται μια νέα ευκαιρία, αλλά εάν είναι ανίκανα να βελτιωθούν, θα κλείνουν...* και η σκυτάλη θα παραδίδεται στην ιδιωτική εκπαίδευση (η συμπλήρωση δική μας).

Το 1999, η βρετανική κυβέρνηση εφάρμοσε την «Εθνική Στρατηγική Αριθμητισμού» με στόχο το 75% των 11χρονων μαθητών, μέχρι το 2002, να καλύπτει τους στόχους του 4^{ου} επιπέδου στην εθνική αξιολόγηση των Μαθηματικών (Ο στόχος για την αξιολόγηση του 1999, ήταν το 58%).

Ποιες θα είναι οι συνέπειες αν τα δημόσια σχολεία δεν μπορέσουν να επιτύχουν το στόχο;

«Στη σημερινή ευρωπαϊκή αγορά εργασίας, η εκπαίδευση δεν είναι πλέον ένα καθαρώς εθνικό ζήτημα. Οι πολίτες πρέπει όλο και περισσότερο να είναι σε θέση να ακολουθήσουν εξατομικευμένες πορείες μάθησης και εργασίας που μπορούν να τους οδηγήσουν σε διαφορετικά επίπεδα εκπαίδευσης και κατάρτισης, διαφορετικά επαγγέλματα.....» (Reding, Επίτροπος για την Εκπαίδευση και τον Πολιτισμό).

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι πρόκειται για μια φιλελεύθερη αντίληψη της «ιδιότητας του πολίτη» που παραπέμπει στο ρητορικό ερώτημα:

ποιος μπορεί να αρνηθεί σε έναν μαθητή να επιλέξει ένα σχολείο με υψηλά ποσοστά επιτυχίας αν πρόκειται για το ατομικό του συμφέρον;

Η φιλελεύθερη έμφαση στο «ατομικό» τροφοδοτεί ένα σύστημα αξιών στο οποίο ένας καθορισμός της «εκπαίδευσης αποκλειστικά ως ιδιωτικό αγαθό», μετατοπίζει τον οίκτο, την αλληλεγγύη, τη συνεργασία, την κοινωνική ευθύνη, και άλλες ιδιότητες της «εκπαίδευσης ως κοινωνικό αγαθό».

Στην τελευταία δεκαετία, σε όλα σχεδόν τα κράτη της δυτικής Ευρώπης παρατηρείται μια μετατόπιση της ευθύνης από τον κρατικό φορέα, στα άτομα, τα οποία προτρέπονται να αναλάβουν προσωπική ευθύνη για το μέλλον τους. Με διαρκώς αυξανόμενα κρατικά δημοσιονομικά ελλείμματα στο δυτικό κόσμο και, συγχρόνως, με μια αυξανόμενη απαίτηση για δημόσιες υπηρεσίες και δημόσιες επιχορηγήσεις, οι κυβερνήσεις έχουν στραφεί στην ιδιωτικοποίηση αυτών που παραδοσιακά αποτελούσαν κρατικά μονοπώλια, και στη διοικητική αποκέντρωση. Το αποτέλεσμα είναι ως ένα ορισμένο βαθμό μια αποδυνάμωση της ιδεολογίας και πρακτικής του κράτους κοινωνικής πρόνοιας, και η δημιουργία μιας ατομικιστικής νοοτροπίας.

Τα σχολεία μπορούν να λειτουργήσουν ως οι κατ' εξοχήν χώροι προώθησης μιας τέτοιας νοοτροπίας. Ένας τρόπος είναι να αποδείξει κάποιος στους γονείς ότι η εκπαίδευση (συνήθως δημόσια) που λαμβάνουν τα παιδιά τους είναι χαμηλού επιπέδου. Στη δεκαετία του '80 ο ρόλος των γονέων αναφερόταν σπάνια στα εκπαιδευτικά θέματα και συνήθως μόνο ως υποστηρικτικός της εργασίας που γίνεται στο σχολείο. Σε αντίθεση με αυτό, στη δεκαετία του '90, οι γονείς χαρακτηρίζονται σημαντικοί παράγοντες για τις εκπαιδευτικές αποφάσεις, ως «χρήστες υπηρεσιών» και η οργάνωση της εκπαίδευσης θεωρείται ως «παραγωγή των υπηρεσιών που λαμβάνει υπόψη τις ανάγκες των πολιτών».

Για να πεισθούν οι γονείς ότι η εκπαίδευση που παρέχεται στα παιδιά τους είναι αμφιβόλου ποιότητας, δεν έχει παρά να ορίσει κάποιος (αυθαίρετα) «δείκτες απόδοσης», να θέσει (αυθαίρετα) χρονικά περιθώρια επίτευξης των (ανταγωνιστικών) στόχων και να δώσει στο όλο εγχείρημα ένα επιστημονικό status μέσω της οργάνωσης διεθνών διαγωνισμών.

Όπως παρατηρεί ο Labaree (1997,σελ. 48) η εκπαίδευση σε ένα καταναλωτικό σύστημα «είναι ένα ιδιωτικό αγαθό που ωφελεί μόνο τον ιδιοκτήτη, μια επένδυση στο μέλλον μου, όχι στο δικό σας, στα παιδιά μου, όχι στα παιδιά άλλων ανθρώπων. Για να λειτουργήσει αποτελεσματικά ένα τέτοιο εκπαιδευτικό σύστημα πρέπει να στρέψει την προσοχή στη βαθμολόγηση, την ταξινόμηση, και την επιλογή των μαθητών. Πρέπει να παρέχει ποικίλους τρόπους για τα άτομα να διακριθούν όπως με την εισαγωγή σε μια σχολή με γόητρο και κοινωνική αποδοχή...»

Η μορφή αξιολόγησης των μαθητών είναι χαρακτηριστικό παράδειγμα του πως μια καθαρά φιλελεύθερη πολιτική συνδυάζεται με ένα

κοινοτιστικό στοιχείο, προκειμένου να ενταχθεί στη λογική του «τρίτου δρόμου». Ένας από τους κύριους σκοπούς της αξιολόγησης, υποστηρίζεται ότι, είναι το δικαίωμα των γονέων να ενημερωθούν για την ποιότητα της παρεχόμενης εκπαίδευσης και να έχουν την ευκαιρία να βελτιώσουν τους όρους μέσα από μια ελεύθερη επιλογή σχολείου και τύπου εκπαίδευσης.. ...η φιλελεύθερη πρόταση με κοινοτιστικό επιχείρημα.

Οι τρομοκρατημένοι γονείς και μαθητές, αποτελούν και τους πιο ευάλωτους «πελάτες» του συστήματος. Όσο περισσότερο οι μαθητές αντιμετωπίζονται ως πελάτες που «αγοράζουν» την εκπαίδευση, τόσο λιγότερο αισθάνονται και αντιμετωπίζονται ως πολίτες που εκπαιδεύονται σύμφωνα με τις αρχές που το κράτος θέλει να εκπαιδεύσει τους πολίτες του.

Η εκπαίδευση σε αυτό το πλαίσιο γίνεται λιγότερο μια κοινωνική επένδυση και περισσότερο μια ατομική επένδυση. Είναι ένας φορέας για την κοινωνική κινητικότητα εκείνων που έχουν τα μέσα, τους πόρους και τη δύναμη να διαπραγματευθούν τις επιλογές τους. Το μοντέλο της ιδιωτικοποίησης της εκπαίδευσης δεν αρνείται ότι η εκπαίδευση είναι ένα δημόσιο αγαθό υπονομεύει όμως συγχρόνως τη δύναμη των δασκάλων να παρέχουν στους μαθητές τις γνώσεις και τις δεξιότητες που απαιτεί η σύγχρονη κοινωνία.. Κάτω από την (ανθρωπιστική και εξισωτιστική) κίνηση πρότασης κοινών για όλους τους μαθητές Προγραμμάτων Σπουδών και τυποποιημένων μορφών αξιολόγησης, οι συνήγοροι της ιδιωτικοποίησης υποτιμούν την πρωτοβουλία των δασκάλων, προτείνοντάς τους μοντέλα όχι μόνο του τι, αλλά και του πώς θα διδάξουν. Η διδασκαλία σε αυτήν την προοπτική απογυμνώνεται εντελώς από τα πολιτιστικά και κοινωνικά πλαίσια που διαμορφώνουν τις ιδιαίτερες παραδόσεις, τις ιστορίες, και την εμπειρία της σχολικής κοινότητας. Επιπλέον, δεν υπάρχει καμία αναγνώριση του γεγονότος ότι μαθητές που προέρχονται από διαφορετικά υπόβαθρα, και έχουν διαφορετική πολιτιστική εμπειρία, ενδέχεται να ερμηνεύουν τον κόσμο με διαφορετικούς τρόπους, και ενδεχομένως να αποτυγχάνουν για λόγους όμως που δεν έχουν καμία σχέση με τις νοητικές τους ικανότητες.

Μια έρευνα σε περίπου 6.000 καθηγητές Επιστημών και Μαθηματικών σε 1.200 δημόσια και ιδιωτικά σχολεία σχετικά με θέμα τις ανισότητες στη μαθηματική εκπαίδευση έδειξε ότι: *"Όσο το ποσοστό χαμηλού-εισοδήματος μαθητών και μαθητών από μειονότητες αυξάνεται, τόσο το ποσοστό μαθημάτων υψηλού επιπέδου (Μαθηματικών και Επιστημών) μειώνεται"* (Oakes, 1990, σελ.35). Ο αριθμός των μαθημάτων προχωρημένου επιπέδου στα Μαθηματικά σε σχολεία που φιλοξενούσαν μαθητές με οικονομική ευμάρεια, ήταν περίπου τέσσερις φορές υψηλότερος σε σχέση με σχολεία που φιλοξενούσαν μαθητές από κατώτερες κοινωνικά τάξεις ή φτωχές οικογένειες. Τα Μαθηματικά σε ρόλο Gate-keeper....

Αναφορές

- Apple M. & Beane J. (1999), *Democratic Schools* Open University Press, Buckingham
- ATEE-RDC19 (2003), Scenarios for the future of teacher education in Europe, *European Journal of Teacher Education*, 26, pp. 21–36.
- Ball, S. J. (1990), *Politics and Policy Making in Education*, London: Routledge.
- Beauchamp, T. L., & Bowie, N. E. (1993), *Ethical Theory in Business* (4th ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Bergedorf (2003), *Reinventing Europe - Cultural Dimensions of Widening and Deepening*. Minutes of Meeting No. 125, 125th Bergedorf Round Table, January 24th-26th, 2003, Hambourg, E,d: Körber-Stiftung.
- Bernstein, B. (1990) *The Structuring of Pedagogic Discourse: Class Codes and Control*, vol. 4., London: Routledge
- Brenk, (2002), The European dimension of ‘Bildung’ as an element of schooldevelopment, *Pa"dagogische Rundschau*, 1/2, pp. 19–30.
- Brown, P., Halsey, A. H., Lauder, H., & Wells, A. S. (1997), The Transformation of Education and Society: An Introduction. In A. H. Halsey & H. Lauder & P. Brown & A. S. Wells (Eds.), *Education: Culture, Economy, and Society* (pp. 1-44), Oxford: Oxford University Press.
- Commission (2003a), *Implementation of ‘Education & Training 2010’ Work Programme: Working group: Increasing participation in math, science and technology*.
- Commission (2003b), *Implementation of ‘Education & Training 2010’ Work Programme: Working group: “Basic skills, entrepreneurship and foreign languages”*.
- Crick, B. (1999), *The Presuppositions of Citizenship Education*, *Journal of Philosophy Education* 33 (3), 337-352.
- Drucker (1994), *Knowledge work and ‘knowledge society’*. The 1994 L. Godkin Lecture at Harvard University, available at: www.ksg.harvard.edu/ifactory/ks
- Fitz, J., Halpin, D. and Power, S. (1997), ‘Between a rock and a hard place’: diversity, institutional identity and grant-maintained schools, *Oxford Review of Education*, 23(1): 17-30.
- Ernest, P. (1991), *The Philosophy of Mathematics Education*, London: Falmer Press
- Gardner, H. (1991), *The Unschooled Mind*, London: Basic Books .
- Gaster, L. (1999), *Quality management in local government – issues and experience*, Unpublished Paper (Birmingham Institute of Local Government Studies, University of Birmingham).
- Gauthier, D. (1989), *Morals by Agreement*, Oxford: Calrendon.

- Gee, J. (2000), Teenagers in new times: a new literacy studies perspective, *Journal of Adolescence and Adult Literacy*, 43(5), pp. 412-420.
- Gewirtz, S., Ball, S.J., and Bowe, R. (1995), *Markets, Choice and Equity in Education*, Buckingham: Open University Press.
- Giddens, Anthony (1998, *The Third Way*, Cambridge: Polity Press.
- Giddens, Anthony (2000), *The Third Way and its Critics*, Cambridge: Polity Press.
- Goodson, I. F. (1995), *The Making of Curriculum: Some Collected Essays*, London: Falmer Press.
- Griffith R. (1998), *Educational Citizenship and Independent Learning*, London, Jessica Kingsley
- Halpin, D., Power, S. and Fitz, J. (1997), Opting into the past? Grant maintained schools and the reinvention of tradition, in R. Glatter, P. Woods and C. Bagley (Eds.) *Choice and Diversity in Schooling: perspectives and prospects*, London: Routledge.
- Hattam et al (1999), 'Promoting Student Voices' in *Teachers' Learning Project*. Flinders Institute for the Study of Teaching/Department of Education, Training and Employment, South Australia
- Hobsbawm, E.J., (1977), *The Age of Capital, 1848-1875*, London: Abacus
- Katz, J. (2000), *Geeks: How Two Lost Boys Rode the Internet out of Idaho*, Villard.
- Gaster, L. (1999), Quality management in local government – issues and experience, Unpublished Paper (Birmingham Institute of Local Government Studies, University of Birmingham).
- Kerr D., Lines A., Blenkinsop S. & Schagen I. (2001), *Citizenship and Education at Age 14: A Summary of the International Findings and Preliminary Results for England* Slough NFER/DFEE
- Labaree, D. (1997), Public goods, private goods: The American struggle over education goals. *American Educational Research Journal*, 34(1): 39-81.
- Kirkpatrick, I. and Martinez-Lucio, M. (Eds) (1995), *The Politics of Quality in the Public Sector*, London, Routledge.
- Mcneil, L. (1986), *Contradictions of Control: School Structure and School Knowledge*, New York: Routledge & Kegan.
- Miller, D. (1992), Community and Citizenship. In S. Aveneri & A. de-Shalit (Eds.), *Communitarianism and Individualism* (pp. 85-100), Oxford: Oxford University Press.
- Nóvoa, António & De Jong-Lambert, William (2003), 'Educating Europe: An analysis of EU educational policies'. In (eds.) David Phillips & Hubert Ertl, *Implementing European Union Education and Training Policy - A Comparative Study of Issues in Four Member States*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 41-72.

- Oakes, J. (1990), *Multiplying Inequalities: The Effects of Race, Social Class and Tracking on Opportunities to Learn Mathematics and Science*, Santa Monica, C.A., Rand Corporation.
- QCA (Qualifications and Assessment Authority, England and Wales) (1998), *Education for citizenship and the teaching of democracy in schools: Final Report of the Advisory Group on Citizenship (The Crick Report)*, London, QCA.
- Petersen, Nikolaj (1996), *Norden og EU's regeringsskonference 1996 (The North and the EU Government Conference 1996)*, Copenhagen: Nordic Council.
- Pring, R. (1975), *Social Education and Social Understanding*, London: University of London Press.
- Reay, D. (1998), Setting the agenda: the growing impact of market forces on pupil grouping in British secondary schooling, *Journal of Curriculum Studies*, 30 (5), 545- 558.
- Rousseau, J. J. (1762/1987), On the Social Contract. In D. A. Cress (Eds.), *Jean-Jacques Rousseau: The Basic Political Writings* (pp. 227), Indianapolis: Hackett Publishing Company.
- Smyth, J. and Shacklock, G. (1998), *Re-Making Teaching: Ideology, Policy and Practice*, London: Routledge.
- Solomon, R. C. (1992), *Ethics and Excellence*, New York: Oxford University Press.
- Taylor, C. (1992), Atomism. In S. Avineri & A. de-Shalit (Eds.), *Communitarianism and Individualism* (pp. 237), Oxford: Oxford University Press.
- Walzer, M. (1983), *Spheres of Justice*, New York: Basic Books.
- Wells, A., Carnochan, S., Slayton, J., Allen, R. & Vasudeva, A. (1998), Globalization and educational change. In A. Hargreaves et al. (eds.), *International Handbook of Educational Change* (pp. 322-384), Dordrecht: Kluwer.

Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: ΈΝΑ ΔΙΑΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΟ ΕΡΓΑΛΕΙΟ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Αναστάσιος Τοκμακίδης

Δρ. Μαθηματικών
Διαπολιτισμικό Γυμνάσιο Ευόσμου

Στα τέλη της δεκαετίας του '60, ο Αμερικανός πρόεδρος L. B. JOHNSON συγκάλεσε τη παγκόσμια συνδιάσκεψη με θέμα «Η Παγκόσμια Εκπαιδευτική Κρίση». «Η κρίση αυτή συνίστατο στα ακόλουθα τρία θεμελιώδη ζητήματα:

- i) Πώς θα μπορούσε να ξεπερασθεί η εκπαιδευτική απόκλιση ανάμεσα στα υπό α-νάπτυξη και τα βιομηχανικά ανεπτυγμένα κράτη του κόσμου;
- ii) Πώς θα φέρονταν παγκόσμια σε πέρας η μετατροπή ενός εκπαιδευτικού συστήματος για μικρές ελίτ σε ένα ανοικτό εκπαιδευτικό σύστημα για μια κοινωνία της μάθησης;
- iii) Πώς θα μπορούσε να συναντηθεί η επιστημονικο-τεχνική επανάσταση με μία ουμανιστική συνιστώσα της εκπαίδευσης;» [BECKER 1980].

Ένα πρώτο συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι και τα τρία αυτά ζητήματα ή σε τελευταία ανάλυση οι αντιθέσεις που περικλείονται στα θεμέλιά τους οξύνθηκαν κατά το τελευταίο τέταρτο του 20^{ου} αι., παρόλη την ορμητική προέλαση των ηλεκτρονικών μέσων και των computers. Το πρώτο ζήτημα δεν αφορά μόνο στα ανεπτυγμένα οπλικά συστήματα των βιομηχανικά αναπτυγμένων κρατών. «Ξέρουμε ότι η γνώση κατά τις τελευταίες δεκαετίες έχει γίνει πρωταρχική παραγωγική δύναμη. Το γεγονός αυτό έχει μεταβάλει σημαντικά τη σύνθεση του εργατικού πληθυσμού στις υψηλά αναπτυγμένες χώρες και αποτελεί μία αποφασιστικής σημασίας στενωπό για τις υπό ανάπτυξη. Στη μετα-βιομηχανική και μετα-μοντέρνα εποχή η επιστήμη θα εξακολουθήσει να κατέχει και χωρίς αμφιβολία να ισχυροποιεί τη σημασία της μέσα από το οπλοστάσιο του παραγωγικού δυναμικού. Οδηγούμαστε σταδιακά στην υπόθεση ότι το χάσμα με τις υπό ανάπτυξη χώρες δεν θα παύσει στο μέλλον να διευρύνεται» [LYOTARD 1986, 24, υπογρ. Α. Τ.].

Σχετικά με το δεύτερο ζήτημα η περίπτωση της Γαλλίας είναι χαρακτηριστική. Όπως επισημαίνεται και σε πολλές αναλύσεις του P. BOURDIEU, δεν μπορούμε να κατανοήσουμε την κατανομή της εξουσίας στο κράτος αυτό, «αν δε λάβουμε υπόψη μας την

επίδραση του σχολείου». Και βασικά εννοεί τα Πανεπιστήμια και τις Grand Écoles. Για τις κοινωνικές απαιτήσεις της Γαλλίας, το υπάρχον εκπαιδευτικό σύστημα των δύο ταχυτήτων διαμορφώνει πρώτης τάξεως στελέχη για τις ανώτατες θέσεις της οικονομίας και της πολιτικής, ταυτόχρονα όμως παρατηρείται μία δραματική έλλειψη εξειδικευμένου προσωπικού σε όλα τα υπόλοιπα λειτουργικά επίπεδα. «Κάθε χρόνο λείπουν 15.000 μηχανικοί, 10.000 πληροφορικοί και άλλοι τόσοι διαχειριστές. Αναζητείται εξειδικευμένο προσωπικό, με προσόντα αντίστοιχα των αποφοίτων των γερμανικών Fa-chhochschulen, γιατί οι Grand Écoles εκπαιδεύουν προ πάντων ειδικούς, που κινούνται στον αδύναμο χώρο των προϊόντων», επισημαίνει ο πολιτικολόγος Alfred Grosser στην εφημερίδα FAZ της 16/2/1991 [εδώ πβλ. ΟΤΤΕ 1994, 38].

Τέλος, σχετικά με το τρίτο ζήτημα, η δημιουργία δύο «διαφορετικών πολιτισμών» έχει διευρύνει το χάσμα της επιστημονικο-τεχνικής επανάστασης με την ουμανιστική θεώρηση της εκπαίδευσης, πράγμα που βρίσκει αντίθετους πολλούς επιστήμονες των Η. Υ., όπως τον καθηγητή του MIT Joseph Weizenbaum.

Η όξυνση των ανωτέρω προβλημάτων δεν πρέπει να εννοείται σε ποσοτική, αλλά κυρίως σε ποιοτική βάση. Κανένας στις μέρες μας δεν προσανατολίζεται σε μία γενική λύση των τριών αυτών ζητημάτων, που άπτονται σημαντικότερων παραγόντων της κοινωνίας, αλλά μάλλον καταγράφεται μία συνεχής ταλάντωση ανάμεσα στα επίπεδα του γενικού και του μερικού, μία συνεχής αντιπαράθεση συστημάτων διαφορετικού λογικού τύπου. «Στο βαθμό που συνδέουμε την επιστήμη με το γενικό και τη μάλλον υπαρξιακά προσανατολισμένη επιστήμη με το μερικό και το ατομικό προκύπτει εκ νέου εκείνο το πρόβλημα που καθορίζει την έννοια της εκπαίδευσης» [στο ίδιο, 39]. Α-κριβώς σ' αυτό το σημείο επεμβαίνει η Διδακτική και η Ιστορία των Μαθηματικών από το τελευταίο τέταρτο του 20^{ου} αι. και μετά.

Η Ιστορία των Μαθηματικών μελετά τα Μαθηματικά ως ένα κοινωνικό και πολιτισμικό φαινόμενο, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον της σε διάφορες χωρικές, χρονικές και πολιτισμικές ιδιαιτερότητες. Η επιστήμη αυτή έχει τόσο παραγωγικό, όσο και πολιτισμικό χαρακτήρα. Τα Μαθηματικά, εκτός από τη δημιουργική επίλυση των προβλημάτων, συνεισφέρουν και στην ουμανιστική αντιμετώπιση της ανθρώπινης πραγματικότητας. Όμως, η στάση αυτή εξαρτάται άμεσα από τη σχέση ατόμου – γνώσης που υπάρχει στην κοινωνία. Είναι αλήθεια πως η

σύγχρονη τυποποίηση και μαθηματι-κοποίηση της γνώσης, την οποία αξιοποιούν στο έπακρο τα μοντέρνα ηλεκτρονικά μέ-σα, οδηγεί σε μία δυσαρμονία, αφού τα σύγχρονα επιτεύγματα της υψηλής τεχνολογί-ας στους τομείς της εξέλιξης της γνώσης και της επικοινωνιακής τεχνολογίας συνοδεύ-ονται από μία τάση άγνοιας και απομόνωσης της γνώσης αυτής καθεαυτής. Πώς θα αναδειχθεί λοιπόν ο πολιτισμικός χαρακτήρας της Ιστορίας των Μαθηματικών και πώς θα αξιοποιηθεί παράλληλα ως διαπολιτισμικό εργαλείο της Διδακτικής των Μαθηματικών;

Αυτό θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε στη συνέχεια μέσα από τη θεμελίωση των πανεπιστημιακών σπουδών στη Γερμανία και τη Γαλλία των αρχών του 19^{ου} αι.²

Ο επιστημονικός πολιτισμός στη σύγχρονη κοινωνία εκφράζεται κυρίως μέσα από μία δυαδική λειτουργία που προσδιορίζεται άμεσα από τους όρους «έρευνα» και «εκπαί-δευση». Γιατί αν η επιστήμη δε συσχετιζονταν με την εκπαιδευτική της λειτουργία, θα παρέμενε απομονωμένη από κάθε συναισθηματική άποψη του πολιτισμού μας, πράγμα απελπιστικά επικίνδυνο τόσο για την ίδια την επιστήμη, όσο και για την ίδια την κοι-νωνία. Ο αυστηρός προσανατολισμός πολλών Α.Ε.Ι. μετά το 2^ο παγκόσμιο πόλεμο σε ερευνητικούς τομείς – με την έρευνα αυτήν καθεαυτή να αποτελεί αποκλειστικά το μοναδικό κριτήριο της εξέλιξης των μελών της αντίστοιχης πανεπιστημιακής κοινότητας – οδήγησε στο ερώτημα *Why the Professor Can't Teach?* [KLINE 1977]. *Αν αυτή η αντιληψη είναι αληθής, τότε τα πανεπιστήμια οδηγούνται σε μία προβληματική θέση.* Γιατί το μεγαλύτερο μέρος των ερευνητικών προσπαθειών γίνεται σε μή-πανεπιστημιακά κρατικά ή βιομηχανικά ινστιτούτα, ενώ η πανεπιστημιακή έρευνα αυτή καθεαυτή επι-τρέπεται εκεί ως εξάσκηση της νέας επιστημονικής γενιάς [ROBINSON 1973, 102]. “Ένα πανεπιστήμιο, που [...] δεν αξιοποιεί ευρύτατα και σημαντικότερα πεδία της δι-κής του έρευνας με την πράξη, δηλ. με την εκπαίδευση των φοιτητών σε όλους τους κοινωνικά σημαντικούς λειτουργικούς τομείς, δεν θα μπορέσει στο μέλλον να συναγω-νισθεί την επίσης μή-προσανατολισμένη στην εκπαίδευση, σε υψηλό επίπεδο όμως οργανωμένη, ιδιωτική έρευνα της κοινωνικής εξουσίας. Ένα πανεπιστήμιο, που δε χρησι-μοποιεί συνεχώς το κριτικό του δυναμικό, τον πρακτικό ενθουσιασμό και τα πρακτικά ενδιαφέροντα των φοιτητών του και προς την έρευνα, προσδιορίζοντας και

² Σχετικά με τη θεμελίωση του London University και τη διδακτική συνεισφορά του Α. DE MORGAN (1806-1871), πβλ. [ΤΟΚΜΑΚΙΔΗΣ 2002].

ελέγχοντας ανάλογους εργασιακούς στόχους, θα οδηγούνταν ταυτόχρονα στην απώλεια ενός από τους ισχυρότατους παράγοντες αντίστασης ενάντια στην αξιοποίηση υλικά ισχυρών κοι-νωνικών ενδιαφερόντων» [MÜLLER 1970, 92, υπογρ. Α.Τ.].

Έτσι, επισημαίνουμε εντονότερα στο σημείο αυτό ένα πρόβλημα που βρίσκεται στον πυρήνα της «διδασκικής των Μαθηματικών ως εφαρμοσμένης επιστήμης» [ΟΤΤΕ 1994, κεφ. IV]. «Αφενός πρέπει να παραμείνει υποχρεωμένη στην επιστημονική πρόοδο μέσα από την έρευνα, αφετέρου, όμως, ο αυστηρά ερευνητικός προσδιορισμός των επι-σημών την οδηγεί εύκολα σε μία απλώς αφηρημένη και προληπτικά αμυντική στάση α-πέναντι στα κοινωνικά προβλήματα» [στο ίδιο, 191, υπογρ. Α.Τ.].

Στη Γερμανία του 19^{ου} αι. παρατηρείται ο ίδιος συσχετισμός «ερευνητικής» και «εκπαιδευτικής» λειτουργίας της επιστήμης: “The ultimate cause of this burgeoning of German scholarship was the new and at that point uniquely German conviction that *the professor’s responsibility is not only to transmit academic learning but also to expand it, through criticism and research. This ideal of the professor’s function can be called **the research imperative***” [TURNER 1981, 109, υπογρ. Α.Τ.], που χαρακτηρίζει συνολικά και την μεταρρύθμιση³ του W. von HUMBOLDT (1767-1835). «Στην έννοια της εκπαίδευσης συναισθάνεται κανείς εντονότατα τι σημαίνει μία βαθιά πνευματική μεταβολή, που θεωρεί την εποχή μας σύγχρονη μ’ αυτήν του Goethe, αλλά η εποχή του μπαρόκ να ανήκει πια στην προϊστορία. [...] και το στοιχείο αυτό είναι [η εκπαίδευση, Α.Τ.] που αποτελεί τη μέγιστη σύλληψη των ιδεών του τέλους του 18^{ου} και μέσα στο οποίο ζουν οι θεωρητικές επιστήμες του 19^{ου} αι.» [GADAMER 1975, 6-7].

Η ανομοιομορφία των πρακτικών με τις θεωρητικές επιστήμες, που ακόμη και σήμερα αναδεικνύει δύο διαφορετικούς πολιτισμούς, πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη ό-ταν μελετώνται οι σχέσεις επιστήμης και κοινωνίας. Γιατί αν τα Μαθηματικά αποτελού-σαν ένα πολυσήμαντο εκπαιδευτικό μέσο και κατείχαν υψηλή θέση στη μεταρρυθμι-στική αντίληψη της Πρωσίας των αρχών του 19^{ου}

³ Ο W. von HUMBOLDT ήταν υπουργός Παιδείας για 17 μήνες (Φεβρουάριος 1809 – Ιούνιος 1810) και προώ-θησε το μεταρρυθμιστικό του πρόγραμμα, θεμελιώνοντας ένα σημαντικότατο εθνικό εκπαιδευτικό σύστημα πρωτοβάθμιων, δευτεροβάθμιων και διδασκαλικών σχολών (Primär- Sekundär- & Normalschulen). Ίδρυσε, επί-σης, το πανεπιστήμιο του Βερολίνου. Γιατί, μετά τη δυσμενή για την Πρωσία συνθήκη του Tilsit (1807), «το κράτος έπρεπε να ανακτήσει σε πνευματικές δυνάμεις ό,τι είχε απωλέσει σε φυσικές», σύμφωνα με τη γνωστή ρήση του αυτοκράτορα Φρειδερίκου-Γουλιέλμου του Γ’.

αι. [JAHNKE 1990], δε συνέβαινε το ίδιο και με την τεχνολογία. Η τεχνική, ως εφαρμοσμένη εμπειρική δραστηριότητα, λειτουργούσε στα πλαίσια των καθημερινών αναγκών, που – κατά τον HUMBOLDT και κάτω από την επίδραση της φιλοσοφίας του J.G. FICHTE (1762-1814) – αντιπα-ραβάλλονταν με μία ανώτερη συνείδηση [στο ίδιο, 67]. Αυτό οδήγησε στο διαχωρισμό των καθαρών από τα εφαρμοσμένα Μαθηματικά, δίνοντας στα τελευταία έναν υποδεέ-στερο ρόλο.

Ο A.-L. CRELLE (1780-1855), ο εκδότης του πρώτου γερμανικού ερευνητικού περιοδικού (*Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1826), επισημαίνει το 1845: «Οι ευρύτερες εφαρμογές των Μαθηματικών σε πολύπλοκες περιπτώσεις της καθημερινής ζωής, όταν έχουν ως αφετηρία τους αφηρημένες εμπειρικές προτάσεις, είναι επισφαλείς και απαιτούν πάντα την προσοχή μας: Ακριβώς όμως η άλλη πλευρά της ωφέλειας των Μαθηματικών – μέσω της άσκησης και την ανάπτυξης της διανοητικής ικανότητας – είναι που αίρει την ανασφάλεια και μας παρέχει την απαραίτητη προσοχή. [...] *το μαθηματικό πνεύμα ή ο μαθηματικός τρόπος σκέψης πρέπει να είναι ο-δηγός μας*» [CRELLE 1845, II, υπογρ. Α.Τ.]. Πάντως στη Χουμπολντιανή επιστήμη δεν αντιπαραβάλλονταν δύο πολιτισμοί, αλλά η θετική επιστήμη από τη μία και οι γενικά περιεκτικότερες φιλοσοφικές απαιτήσεις από την άλλη πλευρά. «Ο καθολικός ρόλος της έννοιας της κατανόησης ήταν που καθόρισε ιστορικά τις παραδοσιακές φιλολογικές επιστήμες ως κεντρικό άξονα της εκπαιδευτικής και επιστημονικής φιλοσοφίας της Χουμπολντιανής μεταρρύθμισης» [JAHNKE 1990, 21]. Στην τεχνική προηγείται πάντοτε η πειραματική και κατασκευαστική δραστηριότητα κάθε έννοιας κατανόησης. Μία δυσαναλογία φυσικών και θεωρητικών επιστημών παρατηρήθηκε για πρώτη φορά στην ίδρυση του πρώτου φυσικομαθηματικού τμήματος, το 1863, στο Tü-bingen [JENS 1977]. Η δυναμική της βιομηχανικής επανάστασης στη Γερμανία ήταν που εμβάθυνε τον προβληματισμό αυτόν και είχε ως αποκορύφωμα, στα τέλη του 19^{ου} αι., την “τεχνική διαμάχη” [HENSEL/IHMIG/OTTE 1989], με κυριότερους εκφραστές της τους A. RIEDLER (1850-1936) και F. KLEIN (1849-1925). Στόχος τους ήταν ο προ-σδιορισμός του «υποδειγματικού διανοούμενου» της εποχής τους [ΤΟΚΜΑΚΙΔΗΣ 2005].

Γιατί επιμένουμε λοιπόν στη Χουμπολντιανή θεώρηση της επιστήμης; Επειδή πα-ρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον και για τη σύγχρονη εποχή, «αφού και σήμερα αναρωτιόμαστε αν πρέπει να δοθεί προτεραιότητα στην αύξηση των επιστημονικών ερευνητικών

αποτελεσμάτων και των νεότερων τεχνικών εφαρμογών ή αν εντελώς αντίθετα, θα μπορούσε η συστηματική ανάπτυξη και διαμόρφωση της έννοιας της εμπειρίας να αποτελέσει τον κανονισμό για την προπαρασκευή της επιστήμης και της τεχνικής» [ΟΤΤΕ 1994, 194].

Η μοντέρνα σχέση υποκειμένου – γνώσης έχει την αφετηρία της στην *καρτεσιανή συγκυρία*, όπως επισημαίνει και ο FOUCAULT: «Νομίζω πως η σύγχρονη εποχή στην ιστορία της αλήθειας, άρχισε εκείνη τη στιγμή κατά την οποία μόνο η γνώση επιτρέπει να φθάσουμε με επιτυχία στην αλήθεια, τη στιγμή δηλ. που ο φιλόσοφος, ο σοφός ή α-πλά εκείνος που αναζητά την αλήθεια είναι ικανός να την αντιληφθεί μέσα του και μό-νο μέσω της γνωστικής του δραστηριότητας, χωρίς να απαιτείται ο,τιδήποτε άλλο από αυτόν, χωρίς να τροποποιείται ή να πρέπει να μεταβληθεί η ύπαρξή του ως υποκείμε-νο. [...] Από τη στιγμή που θα μπορούσαμε να πούμε ότι το υποκείμενο, όπως ακριβώς είναι, κατέχει την ικανότητα της αλήθειας [...], στην ιστορία των σχέσεων της υποκει-μενικότητας με την αλήθεια έχουμε εισέλθει σε μία άλλη εποχή». Αυτό όμως μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η γνώση δεν έχει κανένα άλλο σκοπό πέρα από την περισσότερη γνώση, ότι «δεν βρίσκει ανταμοιβή και πραγμάτωση σε τίποτα άλλο πα-ρά μόνο στην αόριστη προώθηση της γνώσης» [στο ίδιο, 195]. Η σκέψη δηλ. συνίστα-ται σε μία αδιάκοπη συμπερασματολογία, σε ένα είδος υπολογισμών. Η σημασία μίας ιδέας αναδεικνύεται μέσα από την περισσότερο ή λιγότερο μακρά αλυσίδα νέων ιδεών, που έχει προκαλέσει.

Το γεγονός αυτό συναντάται έντονα στη Διδακτική των Μαθηματικών. Ας αναλογιστούμε την αντίδραση ενός μαθητή, όταν του παρουσιάσουμε την επίλυση ενός προβλήματος που δεν μπόρεσε να λύσει: «Τόσο απλό ήταν! Μόνο να ήξερα ότι αυτό ήταν το ζητούμενο!». Η ιδέα αποτελεί κατά κάποιον τρόπο ένα σύμβολο και συμπίπτει με την αναπαράστασή της. Οι περισσότεροι μαθητές αναζητούν στην ιδέα ένα βάθος και μία πολυπλοκότητα, που τους παρεμποδίζει να σκεφθούν λογικά. Η σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών ξεπερνά το εμπόδιο αυτό, εντάσσοντας τα μαθηματικά αντικείμενα, τα μαθηματικά σύμβολα και τη σημασία τους, σε διαφορετικές κατηγορίες λογικών τύπων [ΟΤΤΕ 1994, κεφ. Ι].

Το σημαντικότερο βήμα σε μία επιστήμη αποτελεί η επιστημονική ανακάλυψη, που κι αυτή με τη σειρά της σχετίζεται άμεσα με τις υποκειμενικές και αντικειμενικές συνθή-κες παραγωγής της. Η ακόλουθη αντιπαραβολή δύο εξώφυλλων του 1844 είναι ενδει-

κτική: Το πρώτο διαπραγματεύεται την A_1 , την τανυστική θεωρία του H. G. GRASSMANN (1809-1877), που αφορά στην ανακάλυψη της έννοιας των διανυσμάτων και την προσπάθεια ανάπτυξης μιας γεωμετρίας χωρίς μετρική, βασισμένης μόνο σε λόγους αφηρημένων μεγεθών, των διανυσματικών υποχώρων, εφοδιασμένων με την πράξη του εξωτερικού γινόμενου. Στη γεωμετρία αυτή, η έννοια της ορίζουσας έπαιζε τον καθοριστικό ρόλο [TOKMAKIDIS 1995]. Το δεύτερο απεικονίζει τον τρίτο τόμο των ασκήσεων ανάλυσης και μαθηματικής φυσικής του βαρόνου A.-L. CAUCHY (1789-1857), μέλους των περισσότερων επιστημονικών Ακαδημιών και Εταιρειών της εποχής του. Στον τόμο αυτόν, όπως και στους υπόλοιπους, εφαρμόζονταν διάφορα φορμαλιστικά θέματα – καινούρια και παλιά – σε αλγεβρικά προβλήματα μαθηματικής ανάλυσης ή μαθηματικής φυσικής, όπως π.χ. η επίλυση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων με τη βοήθεια των οριζουσών.

Die lineale Ausdehnungslehre ein neuer Zweig der Mathematik dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mechanik, die Lehre von Magnetismus und die Krystallonomie erläutert v o n Hermann Grassmann Lehrer an der Friedrich-Wilhelms- Schule zu Stettin Mit 1 Tafel	EXERCISES D'ANALYSE ET DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE PAR LE BARON AUGUSTIN CAUCHY, Membre de l'Académie des Sciences de Paris, de la Société Italienne, de la Société Royale de Londres, des Académies de Berlin, de Saint- Petersbourg, de Prague, de Stockholm, de Goettingue, de l'Académie Américaine, etc. TOME TROISIÈME
--	--

Αυτό όμως ήταν και το ζητούμενο εκείνης της χρονικής συγκυρίας για τους δύο αυτούς διαφορετικούς επιστημονικούς πολιτισμούς. Παραφράζοντας τον H. HANKEL (1839-1873): «η αναγνώριση και η εξάπλωση [της A_1] επιβραδύνθηκε δυστυχώς από τη [φιλοσοφική] συνοπτικότητα του λόγου, την έλλειψη κάθε ερμηνευτικής προσθήκης, καθώς και τον ιδιαίτερα αφηρημένο χαρακτήρα της μεθόδου, ώστε ο συγγραφέας – που πέθανε το [1877] – να μη βιώσει την πραγματική περίοδο της δόξας του [...] Ο [Grassmann] μπορούσε ίσως στο ήσυχο [Στεττίν] να αναπτύξει το επιστημονικό του σύστημα κλεισμένος στον εαυτό του, ακούσιος σε τρεις-τέσσερις ακροατές. Όμως, στο Παρίσι, στη ζωντανή επικοινωνία με συναδέλφους και με άπειρο πλήθος ακροατών η επεξεργασία του συστήματός του θα ήταν αδύνατη»⁴ [HANKEL 1875, 29-31, υπογρ. Α.Τ.].

Η κοινωνική συγκυρία της Γαλλικής Επανάστασης έχει άμεσο αντίκτυπο στα Μαθηματικά, τα οποία αποκτούν σε αλληλεπίδραση με τις κοινωνικές εξελίξεις έναν εντελώς νέο χαρακτήρα ως προς τη μεθοδολογία και το περιεχόμενό τους. Αυτός εκφράστηκε έντονα στην κοινωνική θέση, την εκπαίδευση και την επαγγελματική εικόνα του μαθηματικού. Η θεμελίωση της *École Polytechnique* στο Παρίσι, το 1794, καθιέρωσε – μαζί με την απαρχή των νέων Γαλλικών Μαθηματικών – τα νέα μέτρα για τους σπουδαστές των φυσικομαθηματικών επιστημών κάτω από το πρίσμα των καινούριων συνθηκών της ταχύτατα αναπτυσσόμενης βιομηχανικής παραγωγής [ΤΟΚΜΑΚΙΔΗΣ 1989]. Όλοι οι ανανεωτές των γαλλικών Μαθηματικών – από τον L. CARNOT (1753-1822) ως τον CAUCHY – ήταν μηχανικοί ως προς την εκπαίδευσή τους και καθηγητές ως προς την επαγγελματική τους απασχόληση.

⁴ Ο HANKEL αναφέρεται στη *Geometrie der Lage* του Ch. von STAUDT (1798-1867).

Οι μεταβολές των Μαθηματικών είχαν αντίστοιχες διδακτικές και μεθοδολογικές αφετηρίες. Γράφει χαρακτηριστικά ο G. MONGE (1746-1818) στον πρόλογο της *Geométrie descriptive*:

«Για ν' απελευθερωθεί το γαλλικό έθνος από την ως τώρα εξάρτησή του από τις ξένες βιομηχανίες, θα πρέπει το εκπαιδευτικό σύστημα να προσανατολιστεί στη γνώση εκείνων των αντικειμένων, τα οποία απαιτούν ακρίβεια – μία εντελώς λησμονημένη μέχρι σήμερα ποιότητα – και τα χέρια των εργατών μας θα πρέπει να τα εμπιστευτούμε σε όλα εκείνα τα εργαλεία, που υποστηρίζουν την ακρίβεια στην εργασία και μετρούν τους διάφορους βαθμούς της. [...] Πιο αναγκαίο είναι, όμως, να παρουσιάσουμε στο ευρύτερο κοινό ένα μεγάλο πλήθος φυσικών φαινομένων, η γνώση των οποίων είναι απαραίτητη στην πρόοδο της βιομηχανίας και να αξιοποιήσουμε στα πλαίσια της παιδείας μας το γεγονός ότι αυτή είναι που παρέχει τους κυριότερους πόρους ανάπτυξης της χώρας μας. Τέλος, θα πρέπει να διαδώσουμε στους εργαζόμενους τη γνώση εκείνων των παραγωγικών μεθόδων, καθώς και τις μηχανές, που στοχεύουν τόσο στον περιορισμό της εργατικής δύναμης, όσο και στην ανάγκη για περισσότερη πληρότητα και ακρίβεια στα εργασιακά αποτελέσματα. Και προς την κατεύθυνση αυτή μπορούμε να διδαχθούμε πολλά από το εξωτερικό, στο βαθμό βέβαια που αυτό είναι δυνατό.

Μόνο ένας επαναπροσδιορισμός του εκπαιδευτικού μας συστήματος μπορεί να αξιοποιήσει τις προοπτικές αυτές.

[...] Κατά πρώτον, [η παραστατική γεωμετρία] συνίσταται στην παρουσίαση τρισδιάστατων αντικειμένων, που επιδέχονται έναν αυστηρό ορισμό, σε διδιάστατους α-κριβείς σχεδιασμούς. Από τη σκοπιά αυτή πρόκειται για μία απαραίτητη γλώσσα για το μηχανικό που κατασκευάζει ένα σχέδιο, για εκείνους που θα πρέπει να το εκτελέσουν και, τέλος, για τους εργάτες που θα πρέπει να αποπερατώσουν τις διάφορες επιμέρους εργασίες. Ο δεύτερος στόχος συνίσταται, στο να μπορούν να συμπεράνουν μέ-σα από την ακριβή περιγραφή των σωμάτων, όλα εκείνα τα στοιχεία που προκύπτουν από τη μορφή και τις αμοιβαίες αναλογίες της θέσης τους. Έτσι [η παραστατική γεω-μετρία] αποτελεί ένα μέσο ανακάλυψης της αλήθειας. Προσφέρει επίσης παραδείγμα-τα μετάβασης από το άγνωστο στο γνωστό. Κι αφού πάντα εφαρμόζεται σε πλήρη και προφανή αντικείμενα, θα πρέπει να κατέχει τη θέση που της αρμόζει στο εκπαιδευτικό μας σύστημα. [...] Ακριβώς επειδή αυτές οι εργασιακές μέθοδοι δεν ήταν αρκετά δια-δεδομένες, μάλλον ήταν εντελώς παραμελημένες, η βιομηχανία μας προχωρούσε με τόσο αργούς ρυθμούς» [OTTE/STEINBRING/STOWASSER 1977, υπογρ. Α.Τ.].

Η μεταρρύθμιση του αναλυτικού προγράμματος των αρχών του 19^{ου} αι. στη Γαλλία, επικεντρώθηκε κύρια στις εκτενείς εφαρμογές της παραστατικής γεωμετρίας του MONGE, τη σταδιακή υποβάθμισή τους προς όφελος της ορθολογικής μηχανικής των J.L. LAGRANGE (1736-1813) και P.S. LAPLACE (1749-1827) και στη συγκεκριμενοποίηση της ανάλυσης από τον CAUCHY. Ιδιαίτερα η τελευταία συνάντηση αρκετές αντιδράσεις [BELHOSTE 1991, 64] προτού καθιερωθεί. Αυτές είχαν να κάνουν κυρί-ως με το ιδιαίτερο μαθηματικό στυλ του CAUCHY, δηλ. με την επιμονή του στην καθαρότητα και «αυστηρότητα, που απαιτεί κανείς από τη γεωμετρία» [CAUCHY 1821]. Ενδεικτικά είναι τα ακόλουθα λόγια του μαθητή του στη Σορβόνη J. BERTRAND (1822-1900):

«Θυμάμαι χαρακτηριστικά την τρίτη παράδοση [του CAUCHY]: Αφορούσε στην εξαγωγή της τετραγωνικής ρίζας και επέλεξε ως παράδειγμα τον αριθμό 17. Παρου-σιάζονταν υπολογισμοί μέχρι και δέκα δεκαδικά ψηφία, υπολογιστικές μέθοδοι που ή-ταν γνωστοί σε μας, αλλά ο Cauchy τις θεωρούσε νέες, γιατί χωρίς αμφιβολία τις είχε σκεφθεί αυτόματα την προηγούμενη μέρα. [...] Δεν παρακολούθησα άλλες παραδό-σεις. Αυτή υπήρξε μία εντελώς λανθασμένη απόφαση, γιατί 10 χρόνια αργότερα οι πα-ραδόσεις αυτές θα μπορούσαν να με εισάγουν σε μερικές από τις σημαντικότερες ανα-καλύψεις του δασκάλου μου» [BELHOSTE 1991, 230-231].

Στη Γερμανία, οι 5 θέσεις που ανέπτυξε στη διατριβή του ο 21-χρονος C.G.J. JA-COBI (1804-1851) απηχούν το κλίμα της περιόδου αυτής: Η θέση I επισημαίνει τη ση-μασία των φιλολογικών σπουδών, αφού καλείται να σχολιάσει μία παράγραφο από την *Αντιγόνη* του ΣΟΦΟΚΛΗ. Στις 2 από τις 3 μαθηματικές θέσεις εφαρμόζει στη θεωρία των ελλειπτικών συναρτήσεων και σε ζητήματα αναλυτικής μηχανικής την άριστη – στα πλαίσια της συνδυαστικής ανάλυσης – μέθοδο του Lagrange, βελτιώνοντάς την κατά πολύ. Τέλος, καλείται στη θέση III να σχολιάσει τα εξής λόγια του ποιητή NO-VALIS από τον *Ύμνο στα Μαθηματικά (Hymnus an die Mathematik)*: «*Η έννοια των Μαθηματικών αποτελεί την έννοια της επιστήμης εν γένει. Έτσι, όλες οι επιστήμες πρέπει να τείνουν να γίνουν Μαθηματικά*» [JAHNKE 1990, 169-170].

Η «γενιά της αφηρημένης επιστήμης», επηρεασμένη από τη *Naturphilosophie*, έ-παιξε σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη σημαντικών συνθετικών προσεγγίσεων στη γερ-μανική επιστήμη κατά το πρώτο τέταρτο του 19^{ου} αι. [CANEVA 1974]. Αν και τα κύ-ρια εργαλεία ανάπτυξης αυτών των προσεγγίσεων ήταν γαλλικής προέλευσης, τα γερ-μανικά Μαθηματικά δεν αρκέστηκαν στην ξερή εφαρμογή τους και στη στείρα αξιο-ποίηση της υποθετικής – παραγωγικής μεθόδου. Μέσα από την αντίληψη της «ενότη-τας έρευνας και διδασκαλίας» τροποποίησαν πολλές από τις κρατούσες αντιλήψεις, με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα τη σταδιακή μείωση του όγκου της Ευκλείδειας γεω-μετρίας από την εκπαίδευση.

Η εξέλιξη της νεώτερης επιστήμης χρωστά σίγουρα τα μέγιστα στην έκρηξη της γνώ-σης που προσέφερε η τυπογραφία. Ενδεικτικά είναι τα ακόλουθα λόγια του γίγαντα Ga-ragantua – του περιφημου ήρωα του F. RABELAIS (1494-1553) – στο γιό του, τον Pa-ntagruel: «... η επιστήμη επανέκτησε μέσα από τη Θεία Χάρη το φως και το κύρος της και γνώρισε τέτοια πρόοδο, ώστε εγώ – που στα νιάτα μου ανήκα όχι άδικα στους σο-φούς της εποχής μου – μόλις και μετά βίας θα μπορούσα σήμερα να γραφτώ στην Α' τάξη του Δημοτικού [...] Σήμερα όλα τα μαθήματα έχουν εισαχθεί, η γλώσσα έχει αν-αγεννηθεί [...] *Όμορφα και άψογα τυπωμένα βιβλία χρησιμοποιούνται παντού, που στην εποχή μου ανακαλύπτονταν μόνο από τη Θεία έμπνευση, όπως αντίστοιχα τα όπλα από τη σατανική*» [KEITEL/ΟΤΤΕ/SEEGER 1980, 28, υπογρ., Α.Τ.].

Η «αυτονόμηση» του ιστορικού πρωτότυπου κειμένου είναι μία άλλη προσφορά της επιστημονικής αυτής έκρηξης. Την ίδια μεθοδολογία ακολουθεί και η σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών, όπως προκύπτει από τα ακόλουθα διδακτικά κείμενα, που αναφέρονται στην έννοια των σύμμετρων ή ρητών μεγεθών [SCHULZ von THUN /GÖTZ 1976]. Τα κείμενα αυτά δόθηκαν για σύντομο και επιγραμματικό σχολιασμό (για 3 λεπτά) σε διάφορους μαθηματικούς στα πλαίσια ενός προγράμματος «αριστο-ποίησης της αναγνωσιμότητας». Έτσι, το αρχικό κείμενο παρέμεινε ως έχει, ενώ το β' υπέστη κάποιες «διορθωτικές» αλλαγές από τους υπεύθυνους του προγράμματος.

Κείμενο Α: Ρητά ή σύμμετρα μεγέθη [COURANT & ROBBINS 1973]

«Συγκρίνοντας δύο μεγέθη a και b μπορεί να προκύψει ότι το a περιέχεται ακριβώς r φορές στο b , όπου r ένας ακέραιος αριθμός. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να εκφράσουμε το μέτρο του b με τη βοήθεια του a , λέγοντας ότι το μήκος του b είναι r φορές το μήκος του a . Ή μπορεί να αποδειχθεί ότι – ακόμη κι αν δεν υπάρχει ακέραιο πολλαπλάσιο του a ίσο με το b – το a μπορεί να χωριστεί σε n ίσα διαστήματα μήκους a/n το καθένα, έτσι ώστε ένα ακέραιο πολλαπλάσιο m του a/n να ισούται με το b :

$$b = \frac{m}{n} \cdot a \quad (1)$$

Αν έχουμε μία εξίσωση της μορφής (1), τότε λέμε ότι τα μεγέθη a και b είναι ρητά ή σύμμετρα, αφού έχουν ως κοινό μέτρο το a/n , που περιέχεται n φορές στο a και m φορές στο b .

Κείμενο Β: Ρητά ή σύμμετρα μεγέθη

«Λέμε: Δύο μεγέθη είναι ρητά ή σύμμετρα, όταν έχουν ένα κοινό μέτρο. Τι σημαίνει αυτό: Έχουν ένα κοινό μέτρο;

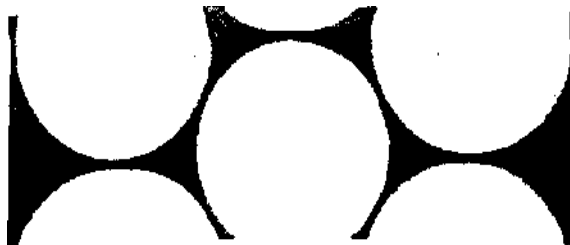
– Έστω ότι το ένα είναι 3 cm και το άλλο 9 cm. Και τα δύο μεγέθη είναι σύμμετρα ή ρητά: Έχουν κοινό μέτρο τα 3 cm. Χωράει στο πρώτο ακριβώς 1 φορά και στο δεύτερο ακριβώς 3 φορές.

– Έστω ότι το ένα είναι 6 cm και το άλλο 10 cm. Κι αυτά τα δύο μεγέθη είναι σύμμετρα ή ρητά. Το κοινό μέτρο είναι τα 2 cm. Χωράει 3 φορές στο πρώτο και 5 φορές στο δεύτερο. Ακόμη και για τα μεγέθη με μήκη 1,67 cm και 4,31 cm μπορούμε εύκολα να βρούμε ένα κοινό μέτρο: 0,01 cm. Περιέχεται 167 φορές στο πρώτο και 431 φορές στο δεύτερο.

Τι μας λένε αυτά τα παραδείγματα; Δύο μεγέθη είναι ρητά ή σύμμετρα, όταν το ένα (ή ένα μέρος του) περιέχεται στο άλλο, χωρίς να αφήνει υπόλοιπο».

Μία πρώτη παρατήρηση αφορά στην παντελή έλλειψη των τύπων από το β' κείμενο. Αυτή η «παραίτηση από τους τύπους», τονίζεται κι από το γεγονός ότι ένα σχετικό διάγραμμα, που συνόδευε το αρχικό κείμενο, δεν παρουσιάστηκε καθόλου στους καθηγητές. Σίγουρα το β' κείμενο στοχεύει σε μία περιεχομενικά ουδέτερη, «καθαρή» αναγνωσιμότητα. Αλλά η παραίτηση από τα διαγράμματα και τις μεταβλητές σκοτεινιάζει το ίδιο το αντικείμενο, αφού οι αναγωγές των μεγεθών στους δεκαδικούς αριθμούς δίνουν πάντα ένα κοινό μέτρο. Με άλλα λόγια: Είμαι σε θέση να πω τι είναι τα ρητά μεγέθη, αλλά δεν μπορώ να έχω μία σαφή εικόνα των άρρητων μεγεθών. Ο αναγνώστης του β' κειμένου σχηματίζει σίγουρα τη λανθασμένη εντύπωση πως όλα τα μεγέθη είναι ρητά και δεν επεκτείνει τη γνώση στην παράλληλη έννοια των άρρητων μεγεθών, τα οποία, όμως, για την κατανόησή τους, απαιτούν και γεωμετρικές κατασκευαστικές μεθόδους.

Πραγματικά, η κατασκευαστική εποπτεία είναι συνυφασμένη με πολλές μαθηματικές φορμαλιστικές έννοιες, αλλά και με τομείς της μαθηματικής δημιουργικότητας, όπως φαίνεται κι από το ακόλουθο παράδειγμα που επισημαίνει την κατά λέξη αλλά και τη μεταφορική κατανόηση ενός κειμένου: Ένα παιδάκι, περνώντας έξω από ένα μηχανουργείο, βλέπει πεταμένα τα κομμάτια του σχήματος 1. Τότε λέει στον πατέρα του: «Μπαμπά να το γυρίσουμε έτσι ώστε να φτιάξουμε ένα σκυλάκι!». Ο πατέρας του δεν του χαλά χατίρι και προκύπτουν τα σχήματα 2 και 3.



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2



ΣΧΗΜΑ 3

Διακρίνουμε τα ακόλουθα 4 βήματα:

1. Σίγουρα τα κομμάτια πρέπει να υπάρχουν για να λειτουργήσει το σύστημα, πα-ρόλο που η ανακάλυψή τους ήταν τυχαία.
2. Όχι μόνο απλά κομμάτια, αλλά δύο σκυλάκια ενωμένα στη μουσούδα τους, λέει η μεταφορική ερμηνεία μιας απλής σκέψης [ΣΧΗΜΑ 1].
3. Ένας σκύλος έχει 4 πόδια. Γι' αυτό και προχωράμε στην κατάλληλη στρέψη του υλικού.
4. Το αντικείμενο μας στέκεται σαν σκυλάκι που κουνά την ουρά του [ΣΧΗΜΑ-ΤΑ 2 & 3].

Ο συνδυασμός άλλωστε «ελεύθερης και αυστηρής σκέψης είναι που προάγει την επιστήμη κι ακριβώς αυτή η σύνδεση αποτελεί και το πολυτιμότερό της εργαλείο» [BATESON 1983].

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bateson g., 1983, *ökologie des geistes*, frankfurt am main: suhrkamp.
- Becker h., 1980, *auf dem weg zur lernenden gesellschaft*, stuttgart.
- Belhoste b., 1991, *augustin-louis cauchy, a biography*, new york: springer.
- Bourdieu p., 1987, *sozialer sinn*, frankfurt am main: suhrkamp.
- Caneva k.l., 1974, *conceptual and generational change in german physics: the case of electricity, 1800-1806*, ph.d., princeton.
- Cauchy a.-l., 1821, *cours d'analyse*, œuvres complètes, 2^e serie, bd iii.
- Courant r. & robbins h., 1973, *was ist mathematik?* Berlin/heidelberg/new york: springer.
- Crelle a.-l., 1845, *theorie der zahlen*, berlin: reimer.
- Gadamer h.-g., 1961/1975, *wahrheit und methode*, tübingen: j.c.b. mohr (paul siebeck).
- Grassmann h., 1844, (a₁), *die ausdehnungslehre von 1844*, στο *gesammelte mathematische und physikalische werke*, hg. F. Engel, 1894/1896, i, 1-319.
- , 1862, (a₂), *die ausdehnungslehre, vollständig und in strenger form bearbeitet*, enslin, berlin.
- Havkøl h., 1875, *die elemente der projektivischen geometrie in synthetischer behandlung*, leipzig: teubner.
- Hensel s., k.n. ihmig & m. Otte, 1989, *mathematik und technik im 19. Jahrhu-ndert in deutschland*, göttingen: vandenhoec & ruprecht.
- Jahnke h.-n. & m. Otte (hg.), 1981, *epistemological and social problems of the scienc-es in the early nineteenth century*, dordrecht: reidel.
- Jahnke h.-n., 1990, *mathematik und bildung in der humboldtschen reform*, göttingen: vandenhoec & ruprecht.
- Jens w., 1977, *eine deutsche universität*, münchen: kindler.
- Keitel chr., m. Otte & f. Seeger, 1980, *text, wissen, tätigkeit*, königstein/ts.: scrip-tor.

- Kline m., 1977, *why the professor can't teach*, n. York: st. Martin's press.
- Lyotard j.f., 1986, *das postmoderne wissen*, graz/wien: böhlau/passagen.
- Müller p., 1970, "interdisziplinäre integration und praxisbezug als kriterien einer neuordnung der studiengänge", neue sammlung **10** (sonderheft), 83-98.
- Otte m., 1994, *das formale, das soziale und das subjektive*, frankfurt am main: suhrkamp
- Otte μ, η. Steinbring & r. Stowasser 1977, *mathematik, die uns angeht*, gütersloh: bertelsmann
- Robinson d.z., 1973, "will the university decline as the center for scientific rese-arch?", daedalus, 101-110.
- Schulz von thun f. & w. Götz, 1976, *mathematik verständlich erklären*, mün-chen: urban & schwarzenberg.
- Τοκμακίδης α., 1989, *η école polytechnique*, ενημερωτικό δελτίο του ομίλου ιστορίας των μαθηματικών **12**, 23-36.
- , 2002, *οκτώ διδακτικές συμβουλές του α. De morgan σχετικά με τις δυσκολίες πάνω στη μελέτη των στοιχειωδών μαθηματικών*, δ. Χασαπης (επιμ. Εκδ.): η ιστορία των μαθημα-τικών ως μέσο διδασκαλίας των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο και στο γυμνάσιο, 149-163.
- , 2005, *ο εκπαιδευτικός: ένας «υποδειγματικός διανοούμενος»*, (εισήγηση στο 13^ο πανελ-λήνιο συνέδριο μαθηματικής παιδείας της ε.μ.ε., 1996) (μονογραφία)
- Tokamkidis a., 1995, *der determinantenbegriff bei augustin-louis cauchy (1789-1857) und hermann günter grassmann (1809-1877)*, ph.d., thessaloniki, aristoteles universität.
- Turner s., 1981, "the prussian professoriate and the research imperative, 1790-1840", στο [h.-n. Jahnke & m. Otte (hg.)], 109-121.

ΕΘΝΟΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΟΛΥΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ**Χαρούλα Σταθοπούλου**Πειραματικό Γυμνάσιο Αναβρύτων,
Διδάσκουσα, ΤΕΠΑΕΣ Παν. Αιγαίου**Χρίστος Μηλιώνης**Ενιαίο Πειραματικό Λύκειο Βαρβακείου
Σχολής**Εισαγωγή**

Τις τελευταίες δεκαετίες οι μαζικές μετακινήσεις πληθυσμών σε όλο τον κόσμο έχουν διαμορφώσει μια διαφορετική πραγματικότητα σε όλες σχεδόν τις χώρες του πλανήτη. Οι κοινωνίες καλούνται να διευθετήσουν αυτή την καινούρια πραγματικότητα σε πολλαπλά επίπεδα. «Το εκπαιδευτικό σύστημα, ως ο κατεξοχήν θεσμός στήριξης των υποκειμένων στις διαδικασίες κοινωνικής και πολιτισμικής τους ένταξης, καλείται να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στη δημιουργία προϋποθέσεων αποδοχής και αναγνώρισης του πλουραλισμού και της ετερότητας ως βασικών γνωρισμάτων του κοινωνικού γίνεσθαι.....Η διαδικασία προσαρμογής της εκπαίδευσης στην πραγματικότητα του γλωσσικού πλουραλισμού και του πλουραλισμού των πολιτισμικών κεφαλαίων, προϋποθέτει την υπέρβαση του παραδοσιακού μονοπολιτισμικού και μονογλωσσικού χαρακτήρα της και τον επαναπροσδιορισμό του όρου 'γενική παιδεία' με γνώμονα τον πλουραλισμό και τη διαφορετικότητα». (Γκόβαρης, 20001:12)

Στο γενικό προβληματισμό για τα ζητήματα της πολυπολιτισμικής εκπαίδευσης τόσο των σχεδιαστών της εκπαίδευσης όσο και των εκπαιδευτικών κυριαρχούν ζητήματα που κυρίως αφορούν στο γνωστικό αντικείμενο της γλώσσας. Το γεγονός ότι τα μαθηματικά μέχρι πρόσφατα θεωρούνταν ως γνώση ανεξάρτητη του πολιτισμικού πλαισίου είχε ως συνέπεια μόλις πρόσφατα μια μερίδα ερευνητών να μελετήσει τα προβλήματα της πολυπολιτισμικής εκπαίδευσης και σε σχέση με τα μαθηματικά. Η αντίληψη αυτή για τα Μαθηματικά ήταν τόσο παγιωμένη ώστε να μην επιτρέψει να αξιοποιηθούν εγκαίρως τα αποτελέσματα της ανθρωπολογικής έρευνας, τα οποία είχαν αναδείξει τη σχέση Μαθηματικών και Κουλτούρας.

Τις τελευταίες δεκαετίες, ωστόσο, παρατηρείται μια στροφή στον τρόπο που οι ερευνητές και οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά και τη μαθηματική εκπαίδευση. Η ανεπάρκεια των απαντήσεων σε ζητήματα σχολικής αποτυχίας από τις ψυχολογικές προσεγγίσεις, οι οποίες δίνουν έμφαση στο μαθητή ως άτομο, καθώς και η αμφισβήτηση των μοντέρνων μαθηματικών—με τον αυστηρά φορμαλιστικό χαρακτήρα—λειτουργήσαν ως κινητήρια δύναμη για την αναζήτηση προσεγγίσεων που λαμβάνουν υπόψη παραμέτρους κοινωνικές, πολιτικές και κυρίως πολιτισμικές.

Τα εθνομαθηματικά, ως μια από τις προσεγγίσεις που αναπτύχθηκαν μέσα σ' αυτή την κριτική, αναζητητική περίοδο, διερευνούν τη σύνδεση των μαθηματικών με το ευρύτερο πλαίσιο και κυρίως με πολιτισμικές παραμέτρους. Ο D' Ambrosio, το 1984, όρισε για πρώτη φορά τα Εθνομαθηματικά *"ως τον τρόπο που διαφορετικές πολιτισμικές ομάδες μαθηματοποιούν (απαριθμούν, μετράνε, συσχετίζουν, ταξινομούν και εξάγουν συμπεράσματα). Αυτό γίνεται χρησιμοποιώντας πρακτικές, γνώση, διαλέκτους και κώδικες που διαφοροποιούνται από κουλτούρα σε κουλτούρα"*. Από τότε μέχρι σήμερα πολλοί ερευνητές κατέθεσαν τα πορίσματά τους στην εθνομαθηματική έρευνα προσεγγίζοντας τα εθνομαθηματικά μέσα από μια ποικιλία οπτικών: ως ερευνητική δραστηριότητα, ως υποκείμενο μελέτης, ως τρόπο συμπεριφοράς, ως μια μορφή έκφρασης, ως μια γλώσσα επικοινωνίας με κοινή συνισταμένη την έννοια 'κουλτούρα'.

Στη συγκεκριμένη εργασία θα διερευνήσουμε πως η εθνομαθηματική προσέγγιση πληροφορεί την πολυπολιτισμική εκπαίδευση και ακόμα ποια είναι η δυναμική που αναπτύσσεται για τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών σ' αυτό το πλαίσιο.

Πολυπολιτισμική εκπαίδευση

Η πολυπολιτισμική εκπαίδευση είναι μια ιδέα που εμφανίζεται στις δεκαετίες του '60 και του '70, όταν η αμερικάνικη κοινωνία συνειδητοποιεί ότι δεν απαρτίζεται από μια μόνο κουλτούρα, αλλά από ένα μάλγαμα από κουλτούρες.

Η πολυπολιτισμική εκπαίδευση αυτοπαρουσιάζεται ως μια σύγχρονη παιδαγωγική τάση στην εκπαίδευση. Μέσα στις προθέσεις της είναι να αλλάξει την κατεύθυνση των παραδοσιακών

αναλυτικών προγραμμάτων, στα οποία δεν υπάρχουν συνδέσεις των μαθηματικών με την κουλτούρα των μαθητών—ίσως να θεωρείται για κάποιους μαθητές ότι τα μαθηματικά είναι μικρής αξίας για τις ζωές τους—και αρνούνται να ενσωματώσουν συνεισφορές στη μαθηματική γνώση, προερχόμενες από μη δυτικές κουλτούρες.

Η πολυπολιτισμική εκπαίδευση μπορεί να λειτουργήσει με ένα θετικό τρόπο στην επαναδιαπραγμάτευση των ευρύτερων πολιτισμικών μας ταυτοτήτων όπως επίσης και των γνώσεων, τις οποίες αποκτούν οι μαθητές ως μέλη της κοινότητάς τους. Μια τέτοια στάση βοηθάει τους μαθητές να καταλάβουν την παγκοσμιότητα των μαθηματικών, ενώ αποκαλύπτει τις μαθηματικές πρακτικές της καθημερινής ζωής, των χωρίς γραφή κουλτουρών, των επαγγελματιών, των εργατών και των ακαδημαϊκών ή σχολικών μαθηματικών (Orey, 2004).

Ο Banks (1989) τονίζει ότι για να είναι λειτουργική η προετοιμασία όλων των μαθητών σε μια ανταγωνιστική πλουραλιστική κοινωνία πρέπει να διδάσκονται τα έθιμά τους, την κληρονομιά τους, την ιστορία και άλλες αισθητικές όψεις—συστατικά τα οποία θεωρεί βασικά για ένα αποτελεσματικό εκπαιδευτικό σύστημα.

Το αυξανόμενο ενδιαφέρον της βιβλιογραφίας σχετικά με την πολυπολιτισμική εκπαίδευση παρακινείται από το ενδιαφέρον για δικαιοσύνη και ισότητα σ' ένα πλαίσιο ποικιλομορφίας. Για τους δασκάλους έχει γίνει φανερό ότι οι μαθητές είναι περισσότερο αποτελεσματικοί όταν εμπλέκονται οι ίδιοι στην κατασκευή της γνώσης τους. Η πολιτισμική ποικιλομορφία αποτελεί και μια πρόκληση για τις σημερινές κοινωνίες να διαμορφώσουν κατάλληλα τη μαθηματική εκπαίδευση ώστε να αφορά όλους τους μαθητές. Η πρόκληση, δηλαδή, την οποία πολλές δυτικές κοινωνίες αντιμετωπίζουν σήμερα είναι να βρουν τρόπους να σχηματίσουν μια σύγχρονη εθνική κουλτούρα, ικανή να ενσωματώνει όψεις από παραδοσιακές κουλτούρες, διατηρώντας μια συχνά ευαίσθητη ισορροπία. (Orey, 2004).

Οι Banks & Banks θεωρούν την πολυπολιτισμική εκπαίδευση *‘Ως το πεδίο μελέτης που είναι σχεδιασμένο να αυξήσει την εκπαιδευτική ισότητα για όλους τους μαθητές. Για αυτό το λόγο ενσωματώνει περιεχόμενο, έννοιες, αρχές, θεωρίες και παραδείγματα από την ιστορία, τις κοινωνικές επιστήμες και τις επιστήμες της συμπεριφοράς και ειδικά εθνικές μελέτες και μελέτες για γυναίκες* (Banks & Banks, 1995)'.
Ο Banks (1994) προτείνει τις παρακάτω πέντε διαστάσεις της πολυπολιτισμικής εκπαίδευσης, ως ένα πλαίσιο για την ενδυνάμωση των μαθητών:

1. **Ενσωμάτωση της ύλης.** Περιλαμβάνει τη χρήση των παραδειγμάτων από διάφορες κουλτούρες στη διδασκαλία των βασικών εννοιών και αρχών, με τρόπο που το πολιτισμικό περιεχόμενο να επηρεάζει την οργάνωση και τη δομή του προγράμματος σπουδών.
2. Η διαδικασία **κατασκευή της γνώσης.** Αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές ερευνούν και καθορίζουν πώς πολιτισμικά ζητήματα, τα πλαίσια των αναφορών, οι προοπτικές και οι προκαταλήψεις μέσα σε μια επιστήμη επηρεάζουν τους τρόπους με τους οποίους η γνώση κατασκευάζεται (Banks, 1996). Μέσα στην πολυπολιτισμική εκπαίδευση, οι ιστορίες και η εμπειρία από τις ζωές των μαθητών γίνονται μέρος της διαδικασίας εκμάθησης.
3. **Μείωση της προκατάληψης.** Αφορά στην ανάπτυξη της θετικής στάσης απέναντι στις διαφορετικές ομάδες. Η έρευνα δείχνει ότι τα παιδιά ακόμα και πολύ μικρής ηλικίας είναι σε θέση να προσδιορίσουν τα στερεότυπα. Οι δάσκαλοι οφείλουν να ξεριζώσουν την αρνητική στάση απέναντι στις διαφορετικές ομάδες.
4. **Δίκαιη παιδαγωγική.** Προτείνεται η εξεύρεση μεθόδων για την τροποποίηση της διδασκαλίας ώστε να διευκολυνθεί η ακαδημαϊκή επίτευξη και για τους μαθητές, οι οποίοι προέρχονται από διαφορετικές ομάδες. Έτσι είναι επιτακτική η ανάγκη η διδασκαλία να διαμορφωθεί σύμφωνα με τους τρόπους εκμάθησης και τα πολιτισμικά χαρακτηριστικά των μαθητών.
5. **Ενδυνάμωση της σχολικής κουλτούρας και της σχολικής δομής.** Προτείνεται η ενδυνάμωση της σχολικής κουλτούρας έτσι ώστε να εγγυάται την εκπαιδευτική δικαιοσύνη-ισότητα και την πολιτισμική ενδυνάμωση των μαθητών από διαφορετικές κουλτούρες. Ερευνητές από την περιοχή της μαθηματικής εκπαίδευσης και κυρίως των εθνομαθηματικών διερευνούν τρόπους σύνδεσης της πολυπολιτισμικής εκπαίδευσης με τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών. Ο Orey (2004) αναφέρεται στα πολυπολιτισμικά μαθηματικά ως 'την εφαρμογή των μαθηματικών ιδεών σε προβλήματα, τα οποία αντιμετώπισαν οι άνθρωποι κατά το παρελθόν και εκείνα με τα οποία έρχονται αντιμέτωποι στη σημερινή κουλτούρα'. Επίσης εκθέτει το γενικό προβληματισμό που αφορά στη δημιουργία και την ενσωμάτωση υλικών από τα πολυπολιτισμικά μαθηματικά, σχετικά με διαφορετικές κουλτούρες και την άντληση από τις προσωπικές εμπειρίες των μαθητών στο κανονικό αναλυτικό για τη διδασκαλία

των μαθηματικών, όπως εκφράστηκε στην Ομάδα Εργασίας με θέμα τις Πολυπολιτισμικές/ Πολυγλωσσικές τάξεις, στο Διεθνές Συνέδριο για τη Μαθηματική Εκπαίδευση (ICME-7, 1992). Μια όψη των πολυπολιτισμικών μαθηματικών είναι η ιστορική ανάπτυξη των μαθηματικών σε διαφορετικές κουλτούρες, όπως είναι για παράδειγμα το αριθμητικό σύστημα των Μάγιας. Μια άλλη όψη θα μπορούσε να είναι η διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο σημαντικοί άνθρωποι σε διαφορετικές κουλτούρες χρησιμοποιούν μαθηματικά. Πώς για παράδειγμα ένας αфро-αμερικάνος βιολόγος ή ένας ασιατο-αμερικάνος αθλητής χρησιμοποιούν μαθηματικά στις δραστηριότητες, στις οποίες ο καθένας από αυτούς εμπλέκεται. Επίσης, θα μπορούσαν να προταθούν μαθηματικές εφαρμογές σε πολιτισμικά πλαίσια. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να διερευνήσουμε πώς χρησιμοποιούνται τα κλάσματα στις συνταγές σε διαφορετικές κουλτούρες ή να αναδειχθούν κοινωνικά θέματα μέσα από μαθηματικές εφαρμογές, όπως η μελέτη της χρήσης της στατιστικής για την ανάλυση δημογραφικών δεδομένων (Orey, 2004). Η Strutchens (1995) στο πλαίσιο του προβληματισμού της για τα πολυπολιτισμικά μαθηματικά και την ενσωμάτωσή τους στην πολυπολιτισμική μαθηματική εκπαίδευση διερευνά τη σύνδεση των πέντε διαστάσεων της πολυπολιτισμικής εκπαίδευσης, όπως έχουν οριστεί από τον Bank, με τη διδασκαλία των μαθηματικών και προσαρμόζει αυτές τις διαστάσεις στις απαιτήσεις των πολυπολιτισμικών μαθηματικών.

"Ενσωμάτωση ύλης." Η πρώτη διάσταση των πολυπολιτισμικών μαθηματικών αναγνωρίζει διαφορετικές πολιτισμικές συνεισφορές σ' αυτά. Στα μαθηματικά αυτή η διάσταση είναι ιδιαίτερα σημαντική και προκαλεί την κυρίαρχη αντίληψη για τα μαθηματικά, που χαρακτηρίζεται από ευρωκεντρισμό. Μια τέτοια αντίληψη έχει, συχνά, ως συνέπεια οι μαθητές από μη ευρωπαϊκά υπόβαθρα να αισθάνονται ότι δεν μπορούν να συνεισφέρουν στο πεδίο και έτσι αναπτύσσουν μια αδύναμη και ανίσχυρη στάση προς τα μαθηματικά. Όταν τόσο στο αναλυτικό πρόγραμμα όσο και στις συζητήσεις στην τάξη αναγνωρίζονται οι συνεισφορές των μαθηματικών από διάφορες πολιτισμικές ομάδες, εθνικότητες και φύλα, δίνεται ενδεχομένως η ευκαιρία στους μαθητές από διαφορετικές κουλτούρες να ξεπεράσουν κάποιους από τους φόβους τους και τις αρνητικές στάσεις προς τα μαθηματικά.

Για παράδειγμα, οι μαθητές μπορούν να μάθουν για τον Benjamin Banneker, ένα αυτοδίδακτο αфро-αμερικανό μαθηματικό, που βοήθησε στην ανακάλυψη της περιοχής της Columbia, έγραψε ημερολόγια και δημιούργησε πολυάριθμα μαθηματικά puzzles. Οι μαθητές μπορούν να μιλήσουν για τη ζωή του Banneker, ενώ παράλληλα μπορούν να δοκιμάσουν να ασχοληθούν με μερικά από τα puzzles, τα οποία αυτός δημιούργησε.

Σ' αυτή τη διάσταση εντάσσονται και ζητήματα διαφορετικών χειρισμών από διαφορετικές ομάδες, που θα δείξουν στους μαθητές ότι ανάλογα με το πλαίσιο τους οι συγγραφείς μπορούν να προσφέρουν μια ποικιλία στον τρόπο προσέγγισης μαθηματικών ιδεών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η ποικιλία των αποδείξεων για το Πυθαγόρειο Θεώρημα, που έχουν εντοπιστεί στους διάφορους πολιτισμούς, όπως στην Κίνα, τη Βαβυλωνία, την Ινδία, την Ελλάδα, (Joseph, 1987).

"Κατασκευή της γνώσης." Αυτή η συνιστώσα αναφέρεται τόσο στην κοινωνική διάσταση της κατασκευής της γνώσης, στο πλαίσιο της ομάδας, όσο και στην ατομική διάσταση· στη διαδικασία μέσα από την οποία ο κάθε μαθητής κατασκευάζει τη γνώση για τον εαυτό του. Προς αυτή την κατεύθυνση οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να καταλάβουν ότι υπάρχουν σημαντικά στοιχεία των μαθηματικών που είναι παγκόσμια αλλά και διαφορές στον τρόπο με τον οποίο διαφορετικές κουλτούρες βλέπουν μερικές από τις κύριες όψεις των μαθηματικών. Για παράδειγμα, για τους Ινδιάνους και τους Κινέζους ένα αποτέλεσμα στα μαθηματικά νομιμοποιείται μέσα από μια ποικιλία μεθόδων, όπως είναι και η οπτική μέθοδος, ενώ στα πλαίσια των δυτικών μαθηματικών ένα αποτέλεσμα εγκυροποιείται μέσα από μια αυστηρή τυπική απόδειξη, στηριγμένη σε αυταπόδεικτα αξιώματα.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να δουν ότι τα μαθηματικά αντλούνται από καταστάσεις της πραγματικής ζωής, αξιοποιώντας ένα εθνομαθηματικό υπόβαθρο και αναγνωρίζοντας ότι οι μαθηματικές μέθοδοι ποικίλουν ανάλογα με το ενδιαφέρον, το κίνητρο, και συγκεκριμένους κώδικες και διαλέκτους που δεν ανήκουν στο σώμα των ακαδημαϊκών μαθηματικών.

Η συζήτηση στην τάξη γύρω από εθνομαθηματικές διαδικασίες μπορεί να παρακινήσει την εξερεύνηση των μεθόδων, τις οποίες οι μαθητές φέρουν μαζί τους στην τάξη, αξιοποιώντας την καθημερινή τους εμπειρία. Όταν αναγνωρίζονται και νομιμοποιούνται από τους δασκάλους, οι αλγόριθμοι, τους οποίους επινοούν οι μαθητές στηριζόμενοι στις εμπειρίες της καθημερινής

ζωής, ενθαρρύνονται στην κατασκευή και της γνώσης, που απαιτείται στο σχολικό πλαίσιο, εμπλουτίζοντας τα μαθηματικά με περισσότερο νόημα. Επιπλέον με αυτόν τον τρόπο ενισχύεται η αυτοεκτίμηση και η πίστη των μαθητών για την αποτελεσματικότητά τους στα μαθηματικά.

"Μείωση της προκατάληψης." Η χρήση μαθηματικών στη μελέτη κοινωνικών και πολιτισμικών θεμάτων μπορεί να προκαλέσει θετικές στάσεις προς διαφορετικές πολιτισμικές ομάδες. Για παράδειγμα μελέτη στατιστικών δεδομένων μπορεί να αποκαλύψει και να διαλύσει στερεότυπα και μύθους, που επηρεάζουν πολιτισμικές ομάδες. Μια κριτική κατανόηση αριθμητικών δεδομένων παρακινεί τα άτομα να αναρωτηθούν πώς είναι η κοινωνία δομημένη και τα καθιστά ικανά να δράσουν από μια πιο πλεονεκτική θέση όσον αφορά στις κοινωνικές δομές και διαδικασίες (Frankenstein, 1990).

Σε ένα τέτοιο μοντέλο αναφέρεται η Strutchens, στο άρθρο της "Percent Culture Inclusive Module" (Strutchens, 1992), το οποίο βοηθάει τους μαθητές να εκτιμήσουν τη σημασία των μαθηματικών στην επιλογή της καριέρας τους. Το μοντέλο περιλαμβάνει εθνικές στατιστικές σχετικά με τις στάσεις των μαθητών του όγδοου επιπέδου (Β' Γυμνασίου) τις αναμενόμενες απασχολήσεις, τα αισθήματα για το σχολείο, και τα προβλήματα που έχουν οι έφηβοι σε σχέση με τη φυλή και την εθνικότητα. Οι μαθητές αρχικά καλούνται να συμπληρώσουν εκτιμήσεις, πριν συζητηθούν οι εθνικές στατιστικές, ενώ αργότερα οι μαθητές καταμετρούν, παρουσιάζουν, και συγκρίνουν τα δεδομένα τους με τα εθνικά δεδομένα.

Επίσης, η Strutchens αναφέρεται στην περίπτωση, του Μαύρου Χιονάνθρωπου (Black Snowman, Mendez, 1989), ως ένα εξαιρετικό παράδειγμα για συζήτηση της αφροαμερικανικής κληρονομιάς κατά τη μάθηση των μαθηματικών σε ένα κοινωνικο-πολιτισμικο-οικονομικό πλαίσιο, μιλώντας για ανακύκλωση μπουκαλιών και κουτιών.

Σ' αυτή την ιστορία ένας έφηβος και ο μικρότερος αδερφός του συζητάνε για τη συλλογή μπουκαλιών και κουτιών για να αγοράσουν ένα δώρο για τη μάνα τους. Η ιστορία εξασφαλίζει ένα πλαίσιο για τους μαθητές να συζητήσουν για περιβαλλοντικά και οικονομικά θέματα. Οι μαθητές μπορούν να συζητήσουν αν σ' ένα δεδομένο χρονικό διάστημα είναι προτιμότερο να συλλέξουν μπουκάλια ή κουτιά ή και τα δυο. Επίσης ενθαρρύνονται να έρθουν σε επαφή με τις τοπικές εταιρείες για ανακύκλωση και να συγκρίνουν ποσά, απόσταση και ώρες λειτουργίας για να αποφασίσουν ποια εταιρεία εξασφαλίζει την καλλίτερη συναλλαγή.

"Δίκαιη παιδαγωγική." Αυτή η διάσταση αφορά κυρίως στη σχέση ανάμεσα σε δάσκαλο και μαθητές και απαιτεί έναν αμοιβαίο σεβασμό στην κουλτούρα, όχι μόνο σε σχέση με ιστορικές συνεισφορές και τεχνουργήματα, αλλά σε κάθε όψη της διδασκαλίας. Οι εκπαιδευτικοί βοηθάνε τους μαθητές να κάνουν συνδέσεις ανάμεσα στις κοινοτικές, εθνικές και παγκόσμιες ταυτότητες.

Για μια δίκαιη παιδαγωγική στάση, οι δάσκαλοι απαιτείται να έχουν ως βασική αρχή ότι όλοι οι μαθητές μπορούν να μάθουν αν διδαχτούν ανάλογα. Μέσα από έναν διευκολυντικό ρόλο, βοηθάνε τους μαθητές να κατασκευάσουν τη δική τους μαθηματική γνώση με σεβασμό στους διαφορετικούς τρόπους, με τους οποίους ο κάθε μαθητής μαθαίνει για να εξασφαλίσουν εκπαιδευτική ισότητα στην τάξη.

Επιπλέον οι εκπαιδευτικοί πρέπει να είναι ευαίσθητοι για το περιεχόμενο, αλλά και για την καλλιέργεια ανθρώπινων και δίκαιων σχέσεων πέρα από τη σχολική τάξη. Σ' αυτό το πλαίσιο οι δάσκαλοι ενθαρρύνουν τους μαθητές τόσο να μαθαίνουν συνεργατικά, όσο και να αλληλοδιδάσκονται. Έτσι ο καθένας να είναι υπεύθυνος και για τους άλλους. Ενθαρρύνεται, επομένως, ένα πνεύμα συνεργασίας αντί ανταγωνισμού, το οποίο συχνά έρχεται στην επιφάνεια σε παραδοσιακές τάξεις και αναδεικνύει την ανεπάρκεια των μαθητών από πολιτισμικές ομάδες διαφορετικές από την κυρίαρχη.

"Ενδυνάμωση σχολικής κουλτούρας και κοινωνικής δομής." Για να πραγματοποιήσουμε το υψηλότερο δυνατό επίπεδο μαθηματικών και να το κάνουμε προσβάσιμο σε όλους τους μαθητές, πρέπει να εξετάσουμε τη διάσταση της πολυπολιτισμικής εκπαίδευσης που συνδιαλέγεται με τη σχολική κουλτούρα και τις κοινωνική δομή. Μερικές από τις μεταβλητές που εξετάζονται είναι οι πρακτικές ομαδοποίησης, κοινωνικού κλίματος, πρακτικές αξιολόγησης, συμμετοχή σε δραστηριότητες έξω από το αναλυτικό πρόγραμμα και οι προσδοκίες τους προσωπικού καθώς και οι απαντήσεις στην ποικιλία που εμφανίζουν οι μαθητές (Strutchens, 1995). Γίνεται κρίσιμος ο ρόλος των μαθηματικών στο σχολικό πλαίσιο γιατί συνδέεται άμεσα με την επαγγελματική αποκατάσταση των μαθητών. Ιδιαίτερα σήμερα,

στην έντονα τεχνολογικά προσανατολισμένη εποχή, τα μαθηματικά θεωρούνται ως φίλτρο στις επαγγελματικές προσδοκίες των μαθητών. Από τις έρευνες έχει φανεί ότι σε ένα μεγάλο μέρος οι μαθητές, που αποτυγχάνουν είναι εκείνοι που δεν έχουν επαρκώς προετοιμαστεί στα μαθηματικά. Και αυτοί οι μαθητές κατά κανόνα είναι οι μαθητές που προέρχονται από μειονότητες που είναι υποτιμημένες σε μια κοινωνία. Ο Oakes έδειξε ότι στην Αμερική οι Αφροαμερικανοί και άλλες εθνικές ομάδες, όπως επίσης και οι γυναίκες, είναι λιγότερο καλά προετοιμασμένοι στα μαθηματικά με συνακόλουθες συνέπειες για την επαγγελματική τους σταδιοδρομία (Oakes, 1990).

Εθνομαθηματική έρευνα και πολυπολιτισμική εκπαίδευση

Ο Orey (2004) επικαλούμενος την έρευνα σ' αυτή την περιοχή, επιχειρεί μια αποτίμηση των εθνομαθηματικών και των πολυπολιτισμικών μαθηματικών. Το βασικό του σχόλιο είναι ότι η έρευνα δεν μπορεί παρά να έχει συνέχεια, λόγω της αύξησης της μετανάστευσης, και της ποικιλίας των πολιτισμών. Ωστόσο παρατηρεί ότι μπορεί να έχει και αρνητικές επιπτώσεις, αν περιορίζει εθνικές ομάδες σε στερεότυπα και δεν δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για ακαδημαϊκές προσπάθειες.

Μια άλλη παγίδα επίσης μπορεί να είναι η 'έκπτωση'ⁱ όσον αφορά στο περιεχόμενο των μαθηματικών γενικώς. Η πολυπολιτισμική εκπαίδευση αναζητά να αναγνωρίσει συνεισφορές, αξίες, δικαιώματα και την ισότητα των ευκαιριών όλων των ομάδων που συνθέτουν μια δεδομένη κοινωνία. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αρχίσουν να αναπτύσσουν την ιδεατή ισότητα ανάμεσα στους μαθητές και να οικοδομήσουν μια θεμελίωση για την προώθηση ακαδημαϊκής υπεροχής για όλους τους μαθητές (Croom, 1997). Σε προηγούμενη εργασία ο Orey διατύπωνε:

"Μια πολυπολιτισμική προοπτική για τη μαθηματική διδασκαλία δεν πρέπει να γίνει ένα ακόμα απομονωμένο θέμα για να προστεθεί στη βάση του παρόντος αναλυτικού. Πρέπει να είναι μια φιλοσοφική προοπτική που υπηρετεί τόσο ως φίλτρο όσο και ως μεγεθυντικός φακός. Αυτό το φίλτρο/ φακός πρέπει να εξασφαλίζει ότι όλοι οι μαθητές από μειονοτικά ή μη πλαίσια θα λαμβάνουν το καλλίτερο δυνατό μαθηματικό υπόβαθρο (Orey, 1989: 7)".

Πολύ πριν θεμελιωθούν τα εθνομαθηματικά, τα οποία τόνισαν τη σύνδεση των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης με πολιτισμικές παραμέτρους ο Raum (Raum, 1938), στη μελέτη του *Arithmetic in Africa*, σχολίαζε: *"Η εκπαίδευση μπορεί να είναι πραγματικά αποτελεσματική μόνο αν βασιστεί στα γηγενή πολιτισμικά και καθημερινά ενδιαφέροντα... μία από τις αρχές της καλής διδασκαλίας στηρίζεται στη σημασία της κατανόησης και της σύνδεσης με τη διδασκαλία του πολιτισμικού υπόβαθρου του μαθητή".*

Βασικό ενδιαφέρον και κύρια εφαρμογή των εθνομαθηματικών αποτελεί η Μαθηματική εκπαίδευση όπως αποτυπώνεται στις θέσεις των εθνομαθηματικών ερευνητών. Είναι χαρακτηριστικό και το γεγονός ότι τα εθνομαθηματικά ως όρος εδραιώθηκαν σε συνέδριο Μαθηματικής Εκπαίδευσης (ICME 5), καθώς και ότι οι περισσότεροι από τους εθνομαθηματικούς συγγραφείς δηλώνουν ρητά το ενδιαφέρον τους για τη μαθηματική εκπαίδευση.

Ο D' Ambrosio (1985, 1987, 1988, 1991, 1999) τονίζει την παιδαγωγική διάσταση των εθνομαθηματικών σε πολλά από τα κείμενά του. Θεωρεί ότι τα εθνομαθηματικά μπορούν να αλλάξουν τη σημερινή σχολική πραγματικότητα, στην οποία υποτιμώνται οι εκτός σχολείου αποκτημένες ικανότητες και δεν προσφέρονται ικανοποιητικές προϋποθέσεις, ώστε να αντικατασταθούν από τις αντίστοιχες επίσημες-σχολικές, με συνέπεια τα παιδιά, συχνά, να βιώνουν μια αίσθηση αποτυχίας. Βασική αιτία για την αποτυχημένη μαθηματική εκπαίδευση θεωρεί το χάσμα, το οποίο δημιουργείται ανάμεσα στη γνώση με πολιτισμικές ρίζες και τις σχολικές πρακτικές. Οι μαθητές δεν καταφέρνουν πάντα, και ούτε σε ικανοποιητικό βαθμό, να αντικαταστήσουν τις άτυπες πολιτισμικά αποκτηθείσες γνώσεις, όπως, για παράδειγμα γνώσεις, που αφορούν στη συνδιαλλαγή με αριθμητικές και γεωμετρικές έννοιες στην καθημερινή τους ζωή, με ένα τυπικά δομημένο σώμα μαθηματικής γνώσης και μαθηματικών. Η δυσκολία, αυτή των μαθητών είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι η μαθηματική γνώση διδάσκεται αποπλαισιωμένη από το περιβάλλον, στο οποίο έχει παραχθεί—συχνά πολύ διαφορετικό από εκείνο των μαθητών. Έτσι συχνά δημιουργείται γνωστικό χάσμα.

Από τον Gerdes (1996), επισημαίνεται η σπουδαιότητα της κοινωνικής πολιτικής της μαθηματικής εκπαίδευσης. Θέλοντας να απαντήσει σε ζητήματα της κοινωνίας του, στη Μοζαμβίκη, αναζητά τρόπους με τους οποίους πρέπει να χρησιμοποιηθεί από την πολιτεία η

μαθηματική εκπαίδευση ώστε να λειτουργήσει απελευθερωτικά. Το ενδιαφέρον του προχωράει και σε συγκεκριμένες προτάσεις για τον προσανατολισμό των αναλυτικών προγραμμάτων επισημαίνοντας την ανάγκη να τονιστεί η πολιτισμική διάσταση.

Ο Bishop (1998) έχει τονίσει την αλληλοσύνδεση της κουλτούρας με τη μαθηματική εκπαίδευση, προσπαθώντας να αναλύσει φαινόμενα της μάθησης και διδασκαλίας με πολιτισμικές παραμέτρους. Επισημαίνει την ανάγκη να μετακινηθούμε από τη 'μαθηματική εξάσκηση' στην 'μαθηματική παιδεία' τονίζοντας την ανάγκη για ανάδειξη των αξιών που συνδέονται με τα μαθηματικά, ώστε να αναπτυχθεί η επίγνωση και η ικανότητα των μαθητών για αποφάσεις και επιλογές.

Η Asher (1986, 1994), αναφέρεται στην ανάγκη να εισαχθούν στα αναλυτικά προγράμματα και στη διδασκαλία των μαθηματικών, μαθηματικές ιδέες παιδιών, οι οποίες προς το παρόν είναι ανύπαρκτες στις συζητήσεις για τα μαθηματικά. Θεωρεί αναγκαία την τροποποίηση της μαθηματικής εκπαίδευσης προς μια κατεύθυνση, που θα λαμβάνει υπόψη την παγκόσμια φύση των μαθηματικών και την πολυπολιτισμική της διάσταση. Το ενδιαφέρον της Asher δε σταματάει στην κατανόηση της σχέσης ανάμεσα στις μαθηματικές ιδέες και στην κουλτούρα, αλλά προτείνει τρόπους για να ενσωματωθούν αυτές οι ιδέες. Στα κείμενά της, παρατηρεί ότι, καθώς η μαθηματική εκπαίδευση είναι κυρίως επηρεασμένη από απαιτήσεις και αξίες του δυτικού πολιτισμού, οι μαθητές, οι οποίοι προέρχονται από άλλες κουλτούρες βιώνουν αποξένωση από τη δική τους κουλτούρα ή ακόμα και αποτυχία. Θεωρεί έτσι, ότι απαιτείται, τουλάχιστον από τους εκπαιδευτικούς που αγωνιούν για την εκπαίδευση, να αναμορφώσουν τη μαθηματική εκπαίδευση με τρόπο ώστε να οικοδομηθεί αποτελεσματικά πάνω στις πολιτισμικές παραδόσεις ή και ακόμα καλλίτερα να τις ενισχύσει κιόλας.

Επίσης η Zaslavsky (1973, 1994, 1999) εκφράζει έντονο ενδιαφέρον για την πρόσβαση στα μαθηματικά από πολιτισμικές ομάδες, που είχαν αποξενωθεί από το συγκεκριμένο αντικείμενο στο σχολείο. Η ίδια, προσπαθεί να διευρύνει την άποψη όλων των μαθητών για τα μαθηματικά, ως μια συνεισφορά στη διαπολιτισμική κατανόηση. Από το 1987 άρχισε να ασχολείται με την παραγωγή κατάλληλου υλικού—μεγάλο μέρος από αυτό το υλικό είναι παιχνίδια—για χρήση στη σχολική τάξη. Το ενδιαφέρον της επεκτείνεται και σε θέματα αναλυτικών προγραμμάτων. Στο πλαίσιο της ενασχόλησής της με την περιοχή των πολιτισμικών αναλυτικών προγραμμάτων είναι και το άρθρο της, του 1994 *"Η Αφρική Μετράει"* και *Εθνομαθηματικά*, όπου εκθέτει τον προβληματισμό της, αναφορικά με την αναγκαιότητα να εισαχθούν εθνομαθηματικές απόψεις στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών, προχωρώντας και σε συγκεκριμένες προτάσεις:

1. Οι μαθητές από διαφορετικά πολιτισμικά υπόβαθρα πρέπει να είναι περήφανοι για τα επιτεύγματα του λαού τους.
2. Οι μαθητές πρέπει να καταλάβουν ότι τα μαθηματικά εμφανίζονται μέσα από πραγματικές ανάγκες και ενδιαφέροντα των ανθρώπων, και να αντιληφθούν τη σημασία των μαθηματικών στις ζωές τους.
3. Η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να αναγνωρίσει τις προσωπικές εμπειρίες των μαθητών.
4. Μια πολυπολιτισμική και διεπιστημονική προσέγγιση στη μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να είναι ευεργετική και παιδαγωγικά.
5. Ολόκληρο το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών πρέπει να ανακατασκευαστεί έτσι ώστε, μαθηματικές έννοιες και εθνομαθηματικές απόψεις να συντίθενται. Αντί το αναλυτικό πρόγραμμα να τονίζει εκατοντάδες απομονωμένες δεξιότητες, πρέπει η μαθηματική εκπαίδευση να ενσωματώνει εφαρμογές από την πραγματική ζωή με τη μορφή των projects, τα οποία θα βασίζονται σε θέματα της καθημερινής ζωής και σε μαθηματικές έννοιες.
6. Οι εκπαιδευτικοί σε όλες τις βαθμίδες πρέπει να έχουν καλό υπόβαθρο στα μαθηματικά και ταυτόχρονα να είναι εξοικειωμένοι με την αλληλεπίδραση των μαθηματικών με άλλα γνωστικά αντικείμενα.
7. Το αναθεωρημένο αναλυτικό θα απαιτεί ποικίλες μεθόδους αξιολόγησης, όπως αξιολόγηση κατά την εξέλιξη των projects, ή αξιολόγηση πρωτοκόλλων κλπ.
8. Πρέπει να διευρυνθούν οι τρόποι, με τους οποίους μπορούν να μάθουν μαθηματικά υποτιμημένες και υπο-εκπροσωπούμενες ομάδες όπως είναι γυναίκες, μη λευκοί, και να είναι διαθέσιμα τα αποτελέσματα στους εκπαιδευτικούς.

Ο Barton (1996) τονίζει την ανάγκη για έναν προσανατολισμό της μαθηματικής εκπαίδευσης τέτοιου που να βοηθάει τους μαθητές να δραστηριοποιηθούν σε κοινωνικά ζητήματα. Θεωρεί ότι 'τα εθνομαθηματικά μας εξασφαλίζουν ένα ακόμα εργαλείο για τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών και του 'κάνω μαθηματικά'. Επιπλέον η πολιτισμική ποικιλία, η οποία προβάλλεται, διευρύνει τόσο τις οπτικές των μαθηματικών όσο και τις πολιτισμικές δομές, τις οποίες οι άνθρωποι χρησιμοποιούν για να καταλάβουν τον κόσμο.

Ο Pompreu θεωρεί τα εθνομαθηματικά ως μια ιδεολογική προσέγγιση στο σχεδιασμό του αναλυτικού προγράμματος, και χωρίς να επεκτείνεται σε μια ολιστική προσέγγιση της εκπαίδευσης, προβάλλει ως αναγκαίες τις παρακάτω αρχές για το αναλυτικό πρόγραμμα και για τη διδασκαλία:

1. Η ύλη των μαθηματικών να προτείνεται αντί να προκαθορίζεται.
2. Να χρησιμοποιούνται ως παραδείγματα διαφορετικές κοινωνικές και πολιτικές δραστηριότητες/ καταστάσεις ως εν δυνάμει κατάλληλες για μαθηματική εξερεύνηση.
3. Να προτείνονται από το δάσκαλο διαφορετικές διδακτικές προσεγγίσεις σ' αυτές τις δραστηριότητες/ καταστάσεις, τις οποίες θα επιλέξει οι μαθητές σύμφωνα με τις δικές τους καταστάσεις. (Pompreu, 1992: 282)

Ο Pompreu, δηλαδή, προτείνει μια προσέγγιση για τη διδασκαλία των μαθηματικών με αφετηρία τους μαθητές.

Πολλοί από τους ερευνητές των διαφόρων κατευθύνσεων των εθνομαθηματικών εισηγούνται συγκεκριμένα παραδείγματα μαθηματικών δραστηριοτήτων με προέλευση: από κουλτούρες του παρελθόντος, από ομάδες παραδοσιακές που υπάρχουν και σήμερα, από επαγγελματικές ομάδες, από παιδιά σε συγκεκριμένα εκτός σχολείου πλαίσια κ.λ.π.. Ενδεικτικά εδώ θα αναφερθούμε σε μερικά παραδείγματα τα οποία προτείνονται από τον Katz (1994), στο άρθρο του *"Τα Εθνομαθηματικά στην Τάξη"*, όπου και υποστηρίζει ότι από τη μελέτη της ιστορίας των μαθηματικών και ακόμα περισσότερο από τη μελέτη μαθηματικών ιδεών ή τεχνουργημάτων, που αναπτύχθηκαν σε συγκεκριμένα πλαίσια για την επίλυση προβλημάτων, η διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να αποκομίσει σημαντικό όφελος.

Όπως επισημαίνει ο Katz, καθώς τα μαθηματικά δημιουργήθηκαν από ανθρώπους μέσα από την ανάγκη τους να λύσουν προβλήματα, οι ερωτήσεις, οι οποίες τέθηκαν και οι λύσεις που δόθηκαν, είναι ακόμα χρήσιμες στο να κινητοποιήσουν τους μαθητές μας να κατανοήσουν διάφορα μαθηματικά θέματα. Συγκεκριμένα, μαθηματικές ιδέες, οι οποίες εμφανίζονται σε σημερινά μαθήματα μαθηματικών, έχουν μελετηθεί από άλλους ανθρώπους στο πλαίσιο των δικών τους εμπειριών και αξιών.

Αυτές οι ιδέες των εθνομαθηματικών, μπορούν να χρησιμοποιηθούν όχι μόνο για παιδαγωγικούς λόγους, όπως είναι η συνειδητοποίηση των μαθητών ότι και άλλες κουλτούρες αξίζουν το σεβασμό, αλλά και για την καλλίτερη κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Μ' αυτό το στόχο λοιπόν προτείνει παραδείγματα σημαντικών μαθηματικών ιδεών, από τη συνδυαστική, την αριθμητική και τη γεωμετρία, τα οποία μπορούν να μελετηθούν στο πλαίσιο της ανάπτυξής τους σε διάφορες κοινωνίες ανά τον κόσμο.

Ένα εντυπωσιακό παράδειγμα, το οποίο αφορά στην αριθμητική, προέρχεται από το υπολογιστικό σύστημα των Μάγιας. Για αυτό έχουμε στοιχεία όσον αφορά τι περιελάμβανε, αλλά δεν έχουμε για το πώς αναπτύχθηκε. Ένα χαρακτηριστικό του συστήματος ήταν ότι απεικόνιζε την ανάγκη των Μάγιας για λεπτομερείς υπολογισμούς. Σε ένα μεγάλο βαθμό αυτή η ανάγκη συνδεόταν με την ταυτόχρονη χρήση δυο διαφορετικών ημερολογίων. Η μαθηματική έννοια, η οποία ήταν πίσω από τη χρήση αυτού του πολύπλοκου συστήματος ημερολογίων ήταν η έννοια του ισοϋπολύπου (modulo).

Όπως, παρατηρεί ο Katz (1994:28), μια μελέτη της αριθμητικής των Μάγιας, όπου χρησιμοποιείται η έννοια του modulo σε ένα φυσικό πλαίσιο, θα μπορούσε να δώσει στους μαθητές τη δυνατότητα να καταλάβουν πως αναπτύχθηκαν τέτοιες ιδέες. Επιπλέον με αυτή την αφορμή θα μπορούσαν να επεκταθούν σε πληροφορίες για τον πολιτισμό των Μάγιας και για την έξυπνη επιστημονικά προσπάθεια, που αποκωδικοποίησε κώδικες των Μάγιας, καθώς οι Ισπανοί κατακτητές είχαν καταστρέψει πολλά από τα επιτεύγματά τους.

Επίσης προτείνονται ενδιαφέροντα παραδείγματα, σχετικά με τη θεωρία γραφημάτων. Είναι γνωστή η ιστορία με τον Euler, το 1736 στο Königsberg. Το πρόβλημα αφορούσε στο αν μπορούσε κάποιος, σε συνεχή περίπατο, να περάσει και από τις 7 γέφυρες, οι οποίες ενώνουν το ηπειρωτικό μέρος με τα δυο νησιά στο εσωτερικό του ποταμού. Ο Euler, αφού απάντησε (αρνητικά) στο συγκεκριμένο πρόβλημα, το επέκτεινε σε πιο αφηρημένη εκδοχή και συγκεκριμένα, στο σχεδιασμό συνεχούς γραμμής με τον περιορισμό να μην περνάει δυο φορές από το ίδιο σημείο.

Αυτό όμως, το οποίο παρουσιάζει ακόμα μεγαλύτερο ενδιαφέρον είναι ότι το πρόβλημα της συνεχούς γραμμής έχει βρεθεί σε διάφορες μη ευρωπαϊκές κουλτούρες, όπως η παράδοση της sona στο Ζάϊρ και στην Αγκόλα. Επίσης ιδέες της θεωρίας γραφημάτων είχαν μελετηθεί και στην κουλτούρα των Ίνκας, όπως για παράδειγμα στο quipu.

Συνθέτοντας με κάποιον τρόπο η Maria Luisa Oliveras (1988) τις διάφορες τάσεις, αναφορικά με την αξιοποίηση πολιτισμικά σχετικών μαθηματικών στη διδασκαλία των μαθηματικών στη

σχολική τάξη, μιλάει για την 'εθνοδιδασκτική', ορίζοντας ως αντικείμενό της τους τρόπους, με τους οποίους κατασκευάζονται τα πολλαπλά μαθηματικά.

Θεωρεί ότι η 'εθνοδιδασκτική' από τη μια περιλαμβάνει εκπαιδευτικούς, μαθητές και τις μεταξύ τους σχέσεις, οι οποίες είναι επίσης σημαντικές. Από την άλλη αναλύει τις θεμελιώδεις αρχές, που αποτελούν τη βάση του εκπαιδευτικού συστήματος κάθε χώρας ή αυτόνομης ομάδας, και οι οποίες επηρεάζουν τη μαθηματική εκπαίδευση, όπως επίσης και την ανάλυση του κοινωνικού πλαισίου, το οποίο βρίσκεται κάτω από τον άτυπο και κρυμμένο προσπολιτισμό, ανεξάρτητα από τα εκπαιδευτικά συστήματα.

Τα εθνομαθηματικά, δηλαδή, (Oliveras, 1998: 87-88) και η εθνοδιδασκτική αντιπροσωπεύουν αυτό που είναι τα πολλαπλά μαθηματικά, καθώς επίσης εκφράζουν την αναγνώριση του τρόπου παραγωγής τους στη σύγχρονη κοινωνία. Η κύρια συμβολή όμως αυτών των προσεγγίσεων στη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης αφορά στην εκδήλωση ανησυχίας και ενδιαφέροντος για ευαίσθητες κοινωνικές ομάδες.

Εν κατακλείδι

Σήμερα φαίνεται να γίνεται όλο και περισσότερο αντιληπτή από τους εμπλεκόμενους στη μαθηματική εκπαίδευση, παρά τις επιμέρους ενστάσεις, η ανάγκη για μια πολυπολιτισμική μαθηματική εκπαίδευση. Η ιδέα ότι οι πολιτισμικές διαφορές εμπλουτίζουν παρά περιορίζουν την κοινωνία μας και ότι αυτό που την κάνει πιο αδύναμη είναι η καταπίεση των επιμέρους πολιτισμικών ομάδων κερδίζει όλο και περισσότερο έδαφος. Επεκτείνοντας τις παραπάνω απόψεις του θα λέγαμε ότι τα πολυπολιτισμικά μαθηματικά θα πρέπει να ενσωματωθούν με τέτοιο τρόπο στα αναλυτικά προγράμματα ώστε να προβάλλονται τόσο οι διαφορές όσο και οι ομοιότητες ανάμεσα στις διαφορετικές κουλτούρες, αλλά να ενθαρρύνεται η επικοινωνία τους ώστε να είναι πιο αποτελεσματικά και σε επίπεδο γνωστικό και σε επίπεδο κοινωνικής ενδυνάμωσης (διαπολιτισμική εκπαίδευση).

Με μια τέτοια προοπτική στη μαθηματική εκπαίδευση δεν ωφελούνται μόνο οι μαθητές, οι οποίοι ενθαρρύνονται να αναπτύξουν δεξιότητες στη κριτική σκέψη και ανάλυση με εφαρμογές σε όλες τις πτυχές της ζωής, αλλά και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί καθώς η πολυπολιτισμικότητα ενθαρρύνει και τη δική τους ανάπτυξη, προωθώντας μακράς διάρκειας μάθηση μέσα από μια ποικιλία εμπειριών.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Asher, M., & Asher, R. (1986), "Ethnomathematics", *History of Science*, 24, 125-144.
- Ascher, M., D' Ambrosio, U. (1994), "Ethnomathematics: a Dialogue", *For the Learning of Mathematics*, vol. 14, 2 pp 36-43.
- Banks, J.A. (1999). "Should multiculturalism permeate the curriculum?" In Noll, J.W (Ed). *Taking sides: clashing views on controversial educational issues* (pp.106-122). Guilford, CT: McGraw-Hill.
- Banks, J.A., & Banks, C.A.M. (1995). *Handbook of research on multicultural education*. New York: Macmillan.
- Banks, J. A. (1994). "Transforming the mainstream curriculum", *Educational Leadership*, 51(8), 4-8.
- Barton, B. (1996), "Anthropology Perspectives on Mathematics and Mathematics Education", A. J. et al. (eds), *International Handbook of Mathematics Education*, pp, 1035-1053.
- Croom, L. (1997). Mathematics for all students: Access, excellence, and equity. In J. Trentacosta & M. J. Kenney (Eds.), *Multicultural and gender equity in the mathematics classrooms: The gift of diversity* (p.1-9). Reston, VA: NCTM.
- Γκόβαρης, Χ. (2001), *Εισαγωγή στη Διαπολιτισμική Εκπαίδευση*, Αθήνα, Ατραπός.
- Bishop, A. (1988), "Mathematics Education in its Cultural Context", *Educational Studies in Mathematics*, vol, 19, 2, pp 180-191.
- D' Ambrosio, U. (1997), "Where does Ethnomathematics Stand Nowadays?", *For the Learning of Mathematics*, vol 17, 2 pp 13-17.
- D' Ambrosio, B. (1991), "The modern Mathematics Reform Movement in Brazil and its Consequences for Brazilian Mathematics Education", *Educational Studies in Mathematics*, vol 22, 1, pp 69-85.

- D' Ambrosio, U. (1988), "A Research Program in the History of Ideas and in Cognition", *ISGEm Newsletter* 4(1), 8-15.
- D' Ambrosio, U. (1987). Socio-Cultural Foundations of Mathematics and Science education. In U. D'Ambrosio (ed) *Etnomatemática: Raízes Socio-Culturais da Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer*, 80-98. Sao Paulo: Campinas
- D' Ambrosio, U. (1985), Socio-cultural Bases for Mathematics education, Unicamp, *Proceedings of ICME 5*.
- Gerdes, P. (1996), "Ethnomathematics and Mathematics Education", J. Bishop et al. (eds), *International Handbook of Mathematics*.
- ICME 7– 7th International Congress in Mathematics Education (1992). Working Group 10 on Multicultural/Multilingual Classrooms. Topic subgroup 1: Curriculum, Resources, and Materials for Multicultural/Multilingual Classrooms, organized by Rick Patrick Scott. Quebec, Canada. In R.P. Scott (Ed.), ICM-7 Working Group 10 on Multicultural/Multilingual Classrooms (p.3-5). *ISGEm Newsletter, Las Cruces, NM: ISGEm*.
- Frankenstein, M. (1990). Incorporating race, class, and gender issues into a critical mathematical literacy curriculum. *The Journal of Negro Education*, 59, 336-347.
- Joseph, G. G. (1987). "Foundations of Eurocentrism in mathematics", *Race and Class*, 28(3), 13-28.
- Καλαβάσης, Φ. (2001), «Μαθηματικός Αλφαριθμητισμός: Η Προσπάθεια της Μαθηματικής Συγκρότησης Όλου του Πληθυσμού και Ανάπτυξης Ικανοτήτων Χρήσης των Μαθηματικών από τον Κάθε Πολίτη», *Πρακτικά του 18^{ου} Συνεδρίου της EME*, Ρόδος, σελ. 38-53.
- Mendez, P. (1989), *The black snowman*, New York: Scholastic.
- Oliveras, M. L. (1998), "Ethnomathematics and mathematical education", στο *1st Conference on Ethnomathematics*, Granada.
- Orey, D.C. (1989). Ethnomathematical perspectives on the NCTM Standards. In R.P. Scott (Ed.). *ISGEm Newsletter* (p. 5-7). Las Cruces, NM: ISGEm.
- Σταθοπούλου, Χ. (2005). *Εθνομαθηματικά: διερευνώντας την πολιτισμική διάσταση των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης*, (υπό έκδοση), Ατραπός, Αθήνα.
- Strutchens, M. (1995), *Multicultural Mathematics: A More Inclusive Mathematics*. ERIC Digest.
- Zaslavsky, C. (1973). *Africa counts: Number and patterns in African culture*. Boston, MA: Prindle, Weber and Schmidt.
- Zaslavsky, C. (1991). Multicultural mathematics education for the middle grades. *Arithmetic Teacher*, 38: 18-21.
- Zaslavsky, C. (1996). *The multicultural math classroom: Bringing in the world*. Portsmouth, NH: Heinemann.

¹ Να παρατηρήσουμε εδώ ότι στο έργο του Freire του μεγάλου Βραζιλιάνου παιδαγωγού μαζί με την ανάγκη για μαθητηκοκεντρικό προσανατολισμό της εκπαίδευσης τονίζεται η ανάγκη να μη μετατραπεί σε 'φετίχ' η λαϊκή γνώση και να υποβαθμιστεί έτσι η σημασία της επιστημονικής.

ΕΝΟΤΗΤΑ II

**Κοινωνικές και Πολιτισμικές Διαστάσεις της Μαθηματικής
Εκπαίδευσης:**

Ερευνητικές Διαπιστώσεις και Εκπαιδευτικές Παρεμβάσεις

Η ΣΥΜΠΡΑΞΗ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΠΟΥ ΔΙΔΑΣΚΟΥΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ Η ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗ ΤΟΥΣ ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ

Kristine Jess

Copenhagen Day- and Evening College, Denmark

Εισαγωγή

Πρόσφατα, στο επίκεντρο της διδακτικής των μαθηματικών έχει τεθεί το ζήτημα της αλληλόδρασης στην σχολική τάξη, στην οποία οι μαθητές αντιμετωπίζονται περισσότερο ως συμμετοχοί παρά ως κάποιιοι οι οποίοι προσλαμβάνουν γνώσεις.

Αυτή η μετατόπιση του ενδιαφέροντος σε συνδυασμό με τις προτάσεις μεταρρύθμισης της μαθηματικής εκπαίδευσης απαιτεί μια μετατροπή των διδακτικών πρακτικών, η οποία αναπόφευκτα καθιστά αναγκαία τη διερεύνηση της επαγγελματικής επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών που διδάσκουν μαθηματικά.

Το ζήτημα της επαγγελματικής επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών που διδάσκουν μαθηματικά έχει απασχολήσει για πολλά χρόνια τους εκπαιδευτές των εκπαιδευτικών και τους ερευνητές. Έρευνες για την βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών έχουν αποδείξει ότι θα πρέπει να ενισχύεται η σύμπραξη και η κοινή δουλειά των εκπαιδευτικών του ίδιου σχολείου.

Σύμπραξη

Η σύμπραξη (collaboration) και η συνεργασία (co-operation) χρησιμοποιούνται προφανώς διαφορετικά σε διαφορετικούς πολιτισμούς. Στη Δανία έχουμε μόνο μία φράση για αυτούς τους όρους: από κοινού εργασία. Παρόλα αυτά θα χρησιμοποιήσω τους δύο όρους με το ίδιο νόημα, αφού όπως ο Nisbet κ.ά., διευκρινίζουν: "... ο όρος *σύμπραξη* (collaboration) είναι δεδομένο ότι σημαίνει από κοινού εργασία για την υλοποίηση ενός σχεδίου, το οποίο θεωρείται από όλους τους συμμετέχοντες σημαντικό και αξιόλογο, με κοινούς στόχους και στρατηγική. ... Ο όρος *συνεργασία* (co-operation) είναι δεδομένο ότι σημαίνει επίσης από κοινού συνεργασία αλλά μικρότερης έκτασης από την σύμπραξη." (Nisbet et al., 2003, σελ. 30-31).

Η Boaler (2004) περιγράφει ένα επιτυχημένο σχολείο της Καλιφόρνιας στο οποίο η διδασκαλία οργανώνεται ομαδικά με τρόπο ώστε οι μαθητές να αναλαμβάνουν υπευθυνότητες. Η επιτυχία του σχολείου βασιζόταν στη σύμπραξη των δασκάλων των μαθηματικών, οι οποίοι συναντιόνταν τακτικά και σχεδίαζαν από κοινού τα μαθήματά τους, ενώ οι νέοι δάσκαλοι εισάγονταν σε αυτή τη κοινότητα πρακτικής μαθαίνοντας από τους παλιούς.

Η Ma επίσης τονίζει τα πλεονεκτήματα της συνεργασίας. Διαπιστώνει ότι οι δάσκαλοι στην Κίνα έχουν βαθύτερη κατανόηση των στοιχειωδών μαθηματικών από τους δασκάλους στις ΗΠΑ. Μία από τις διαφορές ήταν ότι οι Κινέζοι δάσκαλοι ήταν οργανωμένοι σε ερευνητικές διδακτικές ομάδες, οι οποίες συνεδρίαζαν, τυπικά, μία ώρα κάθε εβδομάδα για να ανταλλάξουν τις ιδέες και τις σκέψεις τους για τη διδασκαλία. Επιπλέον οι Κινέζοι δάσκαλοι μοιράζονταν το ίδιο γραφείο με τους συναδέλφους τους, συνήθως τα άλλα μέλη της ίδιας διδακτικής ερευνητικής ομάδας, οπότε είχαν σημαντικές άτυπες ανταλλαγές απόψεων μεταξύ τους πέρα από τις τυπικές συνεδριάσεις της ομάδας. (Ma, 1999, σελ. 136)

Προσωπικά, είχα ανάλογη εμπειρία στα 19 χρόνια εργασίας μου στο Δανέζικο Ενιαίο σχολείο (παιδιά ηλικίας 6-16 χρόνων). Ήμασταν μια ομάδα δασκάλων μαθηματικών που εργαζόμασταν μαζί, αλληλουποστηριζόμενοι για παράδειγμα στην εφαρμογή νέων ιδεών στη διδασκαλία μας. Αισθανόμασταν ασφαλείς κάνοντας κάτι τέτοιο, γιατί αν αποτυγχάναμε ξέραμε ότι μπορούσαμε να συζητήσουμε την αποτυχία μας με τους συναδέλφους μας και να σκαφτούμε μαζί πως θα

μπορούσαν να βελτιωθούν τα πράγματα και αυτό μας αποτρέπει από το να χάσουμε το κουράγιο μας.

Με όλες αυτές τις περιπτώσεις καθίσταται σαφές, ότι η συνεργασία των δασκάλων στα σχολεία έχει ευνοϊκά αποτελέσματα στις διδακτικές πρακτικές τους. «Οι Stigler & Hiebert (1999) σχολιάζουν ότι οι δάσκαλοι που έχουν την ευκαιρία να δουν τους εαυτούς τους ως μέλη μιας ομάδας, συλλογικά και άμεσα βελτιώνοντας τις επαγγελματικές τους δεξιότητες, θα εξελιχθούν σε πραγματικούς επαγγελματίες». (Georgiadou et al., 2004, σελ 2)

Η κατάσταση των δασκάλων στη Δανία

Σήμερα οι ευκαιρίες για σύμπραξη των δασκάλων των μαθηματικών στη Δανία είναι περιορισμένες και στα περισσότερα σχολεία υπάρχει ελάχιστη ενθάρρυνση στη ανταλλαγή εμπειριών και γνώσεων, άρα και στη μάθηση από συναδέλφους. Επομένως πολύ δάσκαλοι των μαθηματικών στη Δανία δεν γνωρίζουν τις δυνατότητες των συναδέλφων τους και τις ευκαιρίες να αξιοποιήσουν αυτές τις δυνατότητες για τη δική τους επαγγελματική βελτίωση. Οι ευκαιρίες για την επαγγελματική επιμόρφωση των εν ενεργεία δασκάλων των μαθηματικών πρακτικά περιορίζονται στη παρακολούθηση μαθημάτων. Βέβαια οι δάσκαλοι μπορούν από μόνοι τους να μελετήσουν να διαβάσουν άρθρα και να μάθουν μέσα από τις δικές τους διδακτικές εμπειρίες. Οι ευκαιρίες συμμετοχής σε μαθήματα ενδουπηρεσιακής επιμόρφωσης είναι περιορισμένες για την πλειονότητα των δασκάλων. Επιπλέον η εκπαίδευση των δασκάλων μέσα από μαθήματα ενδουπηρεσιακής επιμόρφωσης μπορεί να έχει περιορισμένη επίδραση στις διδακτικές τους πρακτικές, αφού όπως επισημαίνουν οι Cooney και Krainer: «Όταν τα προγράμματα ενδουπηρεσιακής επιμόρφωσης δεν παίρνουν υπόψη τις περιστάσεις και τις πεποιθήσεις των δασκάλων είναι βέβαιο ότι οι επιδράσεις τους θα είναι ουσιαστικά τυχαίες...σε αυτές τις περιπτώσεις υπονομεύεται η δυνατότητα των προγραμμάτων ενδουπηρεσιακής επιμόρφωσης να προκαλέσουν αλλαγές ...». (Coney & Krainer, 1996, σελ. 1168). Αυτό, σε μεγάλο βαθμό συμβαίνει στη Δανία.

Άλλωστε, οι δάσκαλοι των μαθηματικών όλο και πιο συχνά παρακολουθούν μαθήματα ενδουπηρεσιακής επιμόρφωσης ατομικά, γεγονός που σε πρώτο επίπεδο ελαχιστοποιεί τη δυνατότητα να μοιραστούν τη νέα γνώση και να ανταλλάξουν απόψεις για αυτήν με τους συναδέλφους τους. Επιστρέφοντας στο σχολείο, είναι βέβαιο ότι οι συνθήκες δεν επιτρέπουν στους άλλους δασκάλους να επωφεληθούν από τη γνώση που μόνο ένας από αυτούς απέκτησε. Συνήθως, δεν υπάρχουν στα σχολεία καλά οργανωμένοι χώροι, στους οποίους οι δάσκαλοι των μαθηματικών μπορούν να συναντηθούν και να ανταλλάξουν εμπειρίες, να μοιραστούν τη νέα γνώση, να υποστηρίξουν ο ένας τον άλλον στην ανάληψη νέων πρωτοβουλιών και να στοχαστούν τις διδακτικές πρακτικές τους ως μία κοινότητα συναδέλφων. Αυτή η έλλειψη αποτελεί εμπόδιο για στην επαγγελματική βελτίωση των εκπαιδευτικών. Με τα λόγια των Cooney και Krainer: «Ακόμα και στα σχολεία όπου ενισχύονται μεταρρυθμίσεις η απομόνωση των δασκάλων αποτελεί ένα μεγάλο εμπόδιο» (Coney & Krainer, 1996, σελ. 1160).

Χώροι επαγγελματικής βελτίωσης

Ένας τρόπος για να ξεπεραστεί ή απομόνωση των δασκάλων και η έλλειψη επαγγελματικής βελτίωσης θα μπορούσε να είναι η δημιουργία χώρων ή φόρουμ σύμπραξης των δασκάλων. Το *Φόρουμ επαγγελματικής βελτίωσης των δασκάλων των μαθηματικών* αναφέρεται σε ένα χώρο και τρόπο, στον οποίο οι δάσκαλοι μπορούν να βελτιώνονται σε καθημερινή βάση. Τέτοια φόρα είναι: α). Το φόρουμ της σχολικής τάξης, το οποίο ορίζεται από τους χώρους αλληλόδρασης δασκάλων και μαθητών και το οποίο επιτρέπει στους δασκάλους να μάθουν από την πρακτική τους.

β). Το εξωτερικό φόρουμ το οποίο αναφέρεται στις διάφορες μορφές ενδουπηρεσιακής εκπαίδευσης έξω από το σχολείο (Zaslavsky & Leikin, 1999).

Αυτά τα δυο φόρα θεωρούνται όπως προαναφέρθηκε, οι κύριοι χώροι επαγγελματικής πιστοποίησης. Αλλά εάν υιοθετηθεί μια συστηματική θεώρηση υπάρχει ανάγκη ενός τρίτου φόρουμ

γ). Το φόρουμ της ομάδας μαθηματικών, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις ευκαιρίες συναδελφικής δουλειάς μεταξύ των δασκάλων μέσα στο σχολείο και κατά τη διάρκεια του ωραρίου τους. Το φόρουμ αυτό είναι αναγκαίο για τη συγκρότηση μιας επαγγελματικής «κοινότητας πρακτικής» μεταξύ των δασκάλων που διδάσκουν μαθηματικά. (Valero & Jess, 2000).

Πως δημιουργείται ένα φόρουμ?

Όπως προαναφέρθηκε, πολλές έρευνες έδειξαν την τεράστια επίδραση που έχουν οι ευκαιρίες σύμπραξης των δασκάλων στις διδακτικές πρακτικές τους.

Πως μπορεί ένα τέτοιο φόρουμ να δημιουργηθεί σε ένα σχολείο; Στα επόμενα θα εκθέσω ένα πρόγραμμα-έρευνα δράσης (Valero & Jess, 2000 και Jess & Valero, 1999). Το πρόγραμμα είχε δύο κύριους στόχους: Πρώτον να εφαρμόσει μια στρατηγική βελτίωσης των εκπαιδευτικών σε ένα σχολείο στη Δανία και δεύτερον να διερευνήσει την επίδραση μιας τέτοιας στρατηγικής στη δημιουργία ενός Φόρουμ σύμπραξης και επαγγελματικής βελτίωσης των δασκάλων των μαθηματικών στο σχολείο.

Περιγραφή και Μεθοδολογία

Το πρόγραμμα έλαβε χώρα από τον Ιούνιο του 1998 μέχρι τον Μάιο του 1999. Περιέλαβε τρία ζεύγη δασκάλων, καθένα από τα οποία δίδασκε στην ίδια σχολική τάξη, ένα ζεύγος διευθυντών σχολείου (διευθύντρια και υποδιευθύντρια) του ίδιου σχολείου και μία συνάδελφό μου και εμένα, ως ένα ζεύγος «εκπαιδευτριών δασκάλων». Η διευθύντρια είχε έντονο ενδιαφέρον να προάγει την επαγγελματική βελτίωση των εκπαιδευτικών του σχολείου της. Υποστήριξε την πρωτοβουλία μας και διαπραγματεύτηκε με τις τοπικές αρχές το χρόνο που οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να αφιερώσουν στο πρόγραμμα. Δόθηκαν 36 ώρες απαλλαγής από τα καθήκοντά τους στον καθένα¹. Μετά από μία πρώτη ενημερωτική συνάντηση πριν από την οποία, όλοι οι δάσκαλοι μαθηματικών του σχολείου είχαν λάβει γραπτή περιγραφή του προγράμματος οι συγκεκριμένοι εκπαιδευτικοί αποφάσισαν να λάβουν μέρος στο πρόγραμμα.

Το πρόγραμμα είχε τα ακόλουθα χαρακτηριστικά. Δεν ήταν μια συνηθισμένη σειρά μαθημάτων και ήταν ξεκάθαρο σε όλους τους συμμετέχοντες ότι δεν ίσχυε η αρχή της παράδοσης μαθημάτων. Αντίθετα, καθένας έπρεπε να συμμετέχει ενεργά και να εργάζεται εντατικά σε όλη τη διάρκεια του. Το σχολείο αποτέλεσε το χώρο ανάπτυξης όλων των δραστηριοτήτων. Το πρόγραμμα οικοδομήθηκε με βάση τις γνώσεις και τα ενδιαφέροντα των δασκάλων και αναπτύχθηκε με βάση τις πρακτικές των συμμετεχόντων και όχι ένα προκαθορισμένο από τους εκπαιδευτές πρόγραμμα μαθημάτων. Δόθηκε έμφαση στην κοινωνική αλληλόδραση και για αυτό όλοι έπρεπε να εργάζονται σε ζεύγη και παράλληλα να συμμετέχουν στις δραστηριότητες όλης της ομάδας. Επιδίωκε σαφώς να βελτιώσει μια συγκεκριμένη όψη της συνηθισμένης διδακτικής πρακτικής των μαθηματικών. Τέλος, υιοθετούσε μια οπτική της μάθησης ως μίας συνεχούς, σκόπιμης και αμοιβαία ανακλαστικής διαδικασίας επί της πραγματικής πρακτικής. Ο τρόπος δουλείας μας βασίστηκε στην έρευνα-δράση για την οποία ο Kemmis δίνει τον ακόλουθο ορισμό:

“Έρευνα-δράση είναι μια μορφή αυτό-αναστοχαστικής διερεύνησης, η οποία αναλαμβάνεται από συμμετέχοντες σε κοινωνικές (περιλαμβανομένων των εκπαιδευτικών) καταστάσεις με στόχο να βελτιώσει την ορθολογικότητα και να αναπτύξει πλήρως

α) τις κοινωνικές ή εκπαιδευτικές πρακτικές τους

β) την κατανόηση αυτών των πρακτικών

γ) τις καταστάσεις στις οποίες αυτές οι πρακτικές αναπτύσσονται.

Είναι τα μέγιστα αποδοτική, όταν διεξάγεται με την σύμπραξη των συμμετεχόντων, αν και συχνά διενεργείται ατομικά και μερικές φορές σε συνεργασία με ‘έξωτερικούς’” (Kemmis, 1993, σελ. 177-178)

Ως εκ τούτου, το βασικό καθήκον όλων των συμμετεχόντων ήταν η πραγματοποίηση μιας μικρής έρευνας για τις πρακτικές κάθε ζευγαριού. Αυτό σήμαινε, ότι οι διευθυντές του σχολείου έπρεπε να μελετήσουν ένα στοιχείο του ρόλου τους ως διευθυντών που σχετίζονταν με τους δασκάλους των μαθηματικών. Κάθε ζεύγος των δασκάλων έπρεπε να μελετήσει ένα στοιχείο της διδασκαλίας του ενός συγκεκριμένου μαθήματος μαθηματικών, στο οποίο αντιμετώπισαν προβλήματα και το οποίο ήθελαν να βελτιώσουν σύμφωνα με την πρόταση του Νέου Πλαισίου Αναλυτικού Προγράμματος (New Curricular Guidelines). Η συνάδελφός μου και εγώ έπρεπε επίσης να μελετήσουμε την δική μας πρακτική ως εκπαιδευτριες εκπαιδευτικών.

Το πρόγραμμα οργανώθηκε σε έξι στάδια:

- 1) Ένα εισαγωγικό στάδιο επικοινωνίας των εκπαιδευτριών εκπαιδευτικών με το σχολείο
- 2) Ένα στάδιο διατύπωσης του προβλήματος κατά το οποίο οι δάσκαλοι και οι διευθύντριες του σχολείου εντόπισαν ένα πρόβλημα στη πρακτική τους, το οποίο ήθελαν να διερευνήσουν.
- 3) Ένα στάδιο σχεδιασμού κατά το οποίο οι δάσκαλοι και οι διευθύντριες του σχολείου ανέπτυξαν ένα σχέδιο για την προσέγγιση του προβλήματος.
- 4) Ένα στάδιο εφαρμογής και παρατήρησης κατά το οποίο υλοποίησαν το σχέδιό τους και παρατήρησαν την ολοκλήρωσή του.
- 5) Ένα στάδιο αξιολόγησης κατά το οποίο αντιπαρέβαλαν το αρχικό σχέδιο και τις επιδιώξεις τους με τα πραγματική εφαρμογή του και διατύπωσαν τα αποτελέσματα της εμπειρίας τους σε συνάρτηση με το αρχικά διατυπωμένο πρόβλημα. Το στάδιο αυτό περιλάμβανε και μια συνολική αξιολόγηση του προγράμματος.
- 6) Ένα στάδιο επικοινωνίας κατά το οποίο όλοι οι συμμετέχοντες έγραψαν μια σύντομη έκθεση με τα δικά τους ερωτήματα, την οποία παρουσίασαν σε μία συνάντηση δασκάλων του σχολείου και προσκεκλημένων.

Στα στάδια 2), 3), 5) και 6) αναπτύχθηκαν τρία είδη δραστηριοτήτων:

α) Κοινές συναντήσεις, κατά τις οποίες όλη η ομάδα εργάστηκε για την εκπλήρωση των βασικών στόχων του σταδίου.

β) Συμβουλευτικές συναντήσεις κατά τις οποίες καθένα ζεύγος δασκάλων, το ζεύγος των διευθυντριών του σχολείου και το ζεύγος των εκπαιδευτριών συζητούσαν αναλυτικά τη μικρή έρευνα που διεξήγαγε το ζεύγος των εκπαιδευτικών

γ) Εργασία κατά ζεύγη κατά την οποία καθένα ζεύγος δασκάλων πραγματοποιούσε τις απαιτούμενες κατά στάδιο εργασίες.

Κατά τη διάρκεια όλης της διαδικασίας ακολουθήθηκε ένα «σύστημα εστίασης της προσοχής» (discipline of noticing) (Mason, 1999) το οποίο μας επέτρεψε να συγκεντρώσουμε πληροφορίες για το σχεδιασμό και την εφαρμογή του προγράμματος. Οι δραστηριότητές μας καταγράφονταν με τη μορφή σημειώσεων παρατήρησης, πρωτοκόλλων, μαγνητοσκοπήσεων επιλεγμένων συναντήσεων μας, κειμένων των δασκάλων και των διευθυντριών του σχολείου και των δικών μας υλικών ως εκπαιδευτριών, όπως επίσης και συζητιόνταν διαρκώς.

Αποτελέσματα

Σταδιακά οι συμμετέχοντες οικειοποιήθηκαν το πρόγραμμα και συμμετείχαν ενεργά. Όλα τα ζεύγη δασκάλων διεξήγαγαν μια μικρή έρευνα στην τάξη, στόχος της οποίας ήταν να επεκτείνουν την κατανόηση ενός μαθηματικού θέματος και των τρόπων διδασκαλίας τους.

Οι J. Dyhring και P. Sørensen (1999), στην 4^η τάξη, είχαν προβλήματα κατανόησης της ισομετρικής σχεδίασης, η οποία ήταν ένα νέο κεφάλαιο στο Νέο Πλαίσιο Αναλυτικού Προγράμματος. Επέλεξαν επομένως να ασχοληθούν με τη διδασκαλία της ισομετρικής σχεδίασης και ανέπτυξαν μία σειρά μαθημάτων, τα οποία θα τους επέτρεπαν να καταστήσουν εμφανή στους μαθητές τους τη σχέση ανάμεσα στις δύο και τρεις διαστάσεις των αντικειμένων στη πραγματικότητα και στη γραφική αναπαράστασή τους.

Οι B. Christensen και H. Jensen (1999), στην 6^η τάξη, αποφάσισαν να εργαστούν με την έννοια του εμβαδού, αφού η κατανόηση της μέτρησης του εμβαδού με μονάδες δύο διαστάσεων φαινόταν να αποτελεί ένα επαναλαμβανόμενο πρόβλημα των μαθητών τους. Ανέπτυξαν μία σειρά μαθημάτων, τα οποία θα τους επέτρεπαν από το ένα μέρος να ενισχύσουν την ενεργό συμμετοχή των μαθητών τους στις τάξεις και από το άλλο να αποδώσουν ένα νόημα στην έννοια του εμβαδού.

Οι K. Fink και N. Damløw (1999), στην 7^η τάξη, εργάστηκαν με την εισαγωγή των γραμμικών εξισώσεων, αφού από την εμπειρία τους ήταν ένα δύσκολο θέμα για τα παιδιά επιθυμούσαν να διδάξουν αυτό το θέμα με ένα πιο συγκεκριμένο και πρακτικό τρόπο από αυτόν που είχαν υιοθετήσει στο παρελθόν.

Οι L. Spang-Thomsen και S. Fog (1999) διευθύντριες του σχολείου άρχισαν να εργάζονται με όλους τους δασκάλους που δίδασκαν μαθηματικά στο σχολείο με στόχο να αναπτύξουν μία συζήτηση για το θεωρητικό πλαίσιο και τις πρακτικές συνέπειες του στο Νέο Πλαίσιο Αναλυτικού Προγράμματος για τα μαθηματικά.

Η διαδικασία εφαρμογής της όλης στρατηγικής μπορεί να περιγραφεί εκ των υστέρων ως μία αλληλουχία γεγονότων με κάποια κρίσιμα συμβάντα τα οποία επέβαλαν μία αλλαγή στην αλληλουχία και στη ροή των δραστηριοτήτων του προγράμματος. Στη συνέχεια θα παραθέσω παραδείγματα για τον τρόπο με τον οποίο οι βασικές ιδέες για την επαγγελματική επιμόρφωση των εκπαιδευτικών που αναπτύχθηκαν προηγούμενα υλοποιήθηκαν κατά τις διάφορες φάσεις του προγράμματος.

Μια πρώτη φάση αυτής της διαδικασίας θα μπορούσε να ονομαστεί *φάση εισόδου (entrance phase)*, η οποία ξεκινάει με την πρώτη ομαδική ενημερωτική συνάντηση και ολοκληρώνεται με τις πρώτες ατομικές συναντήσεις με τους εκπαιδευτικούς. Θα μπορούσε να χαρακτηριστεί από τη σύναψη ενός «εκπαιδευτικού συμβολαίου» μεταξύ όλων των συμμετεχόντων. Στη φάση αυτή υπήρξε μια εμφανής ένταση ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι προσπαθούσαν να κατανοήσουν τα λόγια των εκπαιδευτριών και των εκπαιδευτριών οι οποίες προσπαθούσαν να εισάγουν τους εκπαιδευτικούς στο πρόγραμμα. Ένας δάσκαλος είπε:

«Θα μπορούσαμε να έχουμε περισσότερη καθοδήγηση από την αρχή [...] Δεν ξέραμε ακριβώς τι υποτίθεται ότι έπρεπε να κάνουμε, αλλά στη συνέχεια διαπιστώσαμε ότι εσείς το ξέρατε παρά πολύ καλά [...] και μας είπατε ότι η πρώτη φάση ήταν και η χειρότερη» (Jess & Valero, 1999, σελ. 11).

Παρά την ένταση, όλοι οι συμμετέχοντες έλαβαν μέρος ενεργά στο πρόγραμμα και σταδιακά δημιουργήθηκε ένα οικείο περιβάλλον εργασίας. Αυτή η φάση ολοκληρώθηκε με ένα κρίσιμο συμβάν στη διάρκεια των δεύτερων ατομικών συναντήσεων, κατά το οποίο έγινε εισαγωγή των «εννοιολογικών χαρτών» (concept maps) ως εργαλεία ανάλυσης και οργάνωσης των γνώσεων και των σκέψεων για ένα σχέδιο δράσης. Η ανάλυση τόσο πολύ χρόνου για την σχολαστική ανάλυση ενός θέματος από μαθηματική και διδακτική άποψη, το οποίο πρότειναν οι εκπαιδευτριες ήταν μια εντελώς νέα για αυτούς δραστηριότητα.

Μια δεύτερη φάση, θα μπορούσε να ονομαστεί *φάση εμπλοκής (engagement phase)*, η οποία ξεκινάει με την πρώτη ατομική συνάντηση και ολοκληρώνεται με τη συγγραφή της έκθεσης. Χαρακτηρίστηκε από μία αυξανόμενη απόδοση νοήματος στις δραστηριότητες που εκτελούσαν οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί. Κατά τη διάρκεια της δεύτερης ατομικής συνάντησης έγινε αισθητή μία αλλαγή στην ακολουθία της αλληλόδρασης μεταξύ των μελών της ομάδας. Κάθε ζεύγος δασκάλων το ζεύγος των διευθυντριών του σχολείου και το ζεύγος των εκπαιδευτριών είχαν την ευκαιρία να εμβαθύνουν στη διατύπωση του σχεδίου δράσης, το οποίο είχαν πρόθεση να εφαρμόσουν στις ερευνητικές τους εργασίες. Ένας δάσκαλος είπε:

«Η αλλαγή στη κατανόηση επήλθε κατά τη διάρκεια των ατομικών συναντήσεων, οπότε και αρχίσαμε να αισθανόμαστε άνετα [...] και αρχίσαμε να αισθανόμαστε ότι κάτι κινείται [...] προσωπικά όπως και επαγγελματικά» (Jess & Valero, 1999, σελ. 12).

Μέχρι τη φάση αυτή η αίσθηση της σύμπτωσης δεν ήταν αισθητή. Δημιουργήθηκε ανάμεσα στα ζεύγη των δασκάλων και των εκπαιδευτριών, όταν αφιερώθηκε χρόνος να σκεφτούμε, όλοι μαζί, για το σχέδιο έρευνας. Η χρήση του χάρτη εννοιών ως εργαλείου οργάνωσης αυτών των σκέψεων και συναγωγής ενός πιο αναλυτικού σχεδίου δράσης αποδείχθηκε ουσιαστική στη δημιουργία της αναγκαιότητας μιας δραστηριότητας σύμπτωσης μεταξύ όλων. Οι συμμετέχοντες άρχισαν να καταλαβαίνουν ότι η επαγγελματική βελτίωση δεν συμβαίνει σε ατομική απομόνωση, αλλά ότι αποτελεί μια συλλογική επιχείρηση όπου οι διάφοροι παράγοντες παίζουν καθοριστικό ρόλο. Οι διευθύντριες του σχολείου και οι δάσκαλοι υποστηρίζουν αμοιβαία τις δραστηριότητες τους. Από την οπτική αυτή, καθένας άρχισε να βλέπει τις δυνατότητες για τη συγκρότηση μιας εισαγωγικά «κοινότητας πρακτικής» ανάμεσά τους. Όπως παρατήρησε μία δασκάλα:

«Επαγγελματικά και συνεργατικά επωφεληθήκα πολύ. Αυτό μου έδωσε πάρα πολλά και οδήγησε στο να συζητήσουμε όλοι μαζί στην ανάπτυξη μιας σύμπτωσης με δασκάλες που διδάσκουν στην ίδια τάξη, στη κατασκευή διδακτικών υλικών και άλλων πραγμάτων που όλοι μας χρησιμοποιούμε, αντί να κλείνουμε τις πόρτες της τάξης μας και αν εφαρμόζουμε τις δικές μας ατομικές διδακτικές επιλογές [...] Θα ήταν καλό να έχουμε 5 ή 6 θέματα για τη διδασκαλία των οποίων εμείς [οι δάσκαλοι μαθηματικών] θα μπορούσαμε να συνεργαζόμαστε κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς. Ήταν συναρπαστικό γιατί, παρόλο που διδάσκουμε 30 χρόνια, μόλις τώρα είχαμε την ευκαιρία να συνεργαστούμε στενά. [Είμαστε] δυο έμπειρες

δασκάλες με δυο διαφορετικούς τρόπους δουλειάς [...] και παρόλα αυτά μπορέσαμε να κατανοήσουμε η μία την άλλη και να συνεργαστούμε στενά [...] Αυτό, νομίζω ότι ήταν γόνιμο» (Jess & Valero, 1999, σελ. 13-14).

Ο στόχος της επαγγελματικής εκπαίδευσης είναι να βελτιώσει της τρέχουσες συνθήκες και πρακτικές των συμμετεχόντων. Επομένως, οι δασκάλες και οι διευθύντριες του σχολείου σχεδίασαν έρευνες οι οποίες σαφέστατα θα τους επέτρεπαν αν βελτιώσουν την πρακτική τους. Η αίσθηση απόκτησης νέας γνώσης ήταν ιδιαίτερα εμφανής κατά την διάρκεια των σταδίου του σχεδιασμού και της εφαρμογής του προγράμματος στα οποία έγιναν αναλυτικές συζητήσεις για τους πιθανούς τρόπους δράσεις. Όπως μία από τις διευθύντριες του σχολείου είπε:

«Νομίζω ότι εδώ είχαμε την ευκαιρία να δούμε [...] πως λειτουργούν αυτά τα πράγματα [...] και επομένως μάθαμε κάτι σε ένα εντελώς διαφορετικό επίπεδο, σε ένα πραγματικό επίπεδο διοίκησης πως μπορεί κάποιος να κάνει πράγματα σαν αυτά [...] πραγματικά, έπρεπε να υποκινήσουμε [...] μια αντίστοιχη επαγγελματική βελτίωση σε όσους πιο πολλούς δασκάλους ενδεχόμενα μπορούσαμε» (Jess & Valero, 1999, σελ. 14).

Μια τρίτη φάση στην αλληλουχία των δραστηριοτήτων θα μπορούσε να ονομαστεί *φάση ανασκόπησης* (*summing-up phase*), η οποία ξεκινάει κατά το στάδιο της επικοινωνίας, οπότε οι συμμετέχοντες θα πρέπει να αρχίσουν την διαδικασία συγγραφής της έκθεσης. Στη προηγούμενη φάση της εμπλοκής δημιουργήθηκε μια θετική στάση και εξασφαλίστηκε μια ομαλή ροή των δραστηριοτήτων. Αυτή η ροή τροποποιήθηκε από ένα κρίσιμο συμβάν κατά το σχεδιασμό των εργασιών για την συγγραφή της έκθεσης, το οποίο προκάλεσε νέες εντάσεις. Σχετιζόταν οι εντάσεις με τις δυσκολίες ανακεφαλαιώσης των εμπειριών, αξιολόγησης και συγγραφής, οι οποίες αποτελούσαν μία νέα πρόκληση για τους δασκάλους.

Οι εντάσεις στη φάση αυτή ξεπεράστηκαν μέσα από συζητήσεις και ανταλλαγές απόψεων μεταξύ των μελών της ομάδας. Ως βάση αυτής της αλληλόδρασης οι δύο εκπαιδευτρίες επιδίωξαν εσκεμμένα να δημιουργήσουν μία ισορροπημένη σχέση εξουσίας ανάμεσα στις δασκάλες, στις διευθύντριες του σχολείου και στις ίδιες. Η σχέση αυτή έγινε κατορθωτή μέσα από το μοίρασμα των αρμοδιοτήτων για την οργάνωση και τη λειτουργία του προγράμματος – δεν ήταν στην αποκλειστική υπευθυνότητα των εκπαιδευτριών η διεξαγωγή όλων των δραστηριοτήτων, αλλά εξαρτιόταν σε μεγάλο βαθμό από την δέσμευση των δασκάλων και των διευθυντριών. Αυτή η φάση ολοκληρώθηκε με επιτυχία με την έκδοση ενός φυλλαδίου (Jess & Valero, 1999) με όλες τις εκθέσεις των ερευνών και την παρουσίασή τους σε μια ανοικτή εκδήλωση στο σχολείο. Επιδίωξαμε επίσης να δημιουργήσουμε ένα περιβάλλον εργασίας στο οποίο οι δασκάλων θα μπορούσαν να συναντηθούν ως συνάδελφοι με την εμπειρία και την γνώση τους, σε ισότιμη βάση. Όπως εκφράστηκε από μία δασκάλα:

«Είστε πολύ καλές στη κατανόηση των δεδομένων. Καθεμιά μας σχεδόν μένει με την εντύπωση ότι είναι μια ιδιοφυΐα. Πραγματικά είναι αλήθεια, κάποια λει κάτι και εσείς αρχίζετε να το συζητάτε. Οπότε σκέφτεται: Ω! πόσο έξυπνο ήταν αυτό που είπα « (Jess & Valero, 1999, σελ. 15).

Πρέπει επίσης να σημειωθεί, ότι παρά τις προσπάθειες των εκπαιδευτριών να δημιουργηθεί μια ισορροπία εξουσιών – την οποία θεωρούσαμε ότι μπορεί να επιτευχθεί, αφήνοντας χώρο στις γνώσεις και τη συμμετοχή όλων – οι δασκάλες προσέλαβαν το ζήτημα αυτό με διαφορετικό τρόπο. Όπως μια δασκάλα είπε:

«Είστε λίγο πάρα πάνω [...] Αυτό το περί ισότητας είναι κάτι που εσείς μας σημειώνεται [...] Εσείς είστε αυτές που μπορείτε να τα καταφέρετε. Έχετε τις ικανότητες για διάφορα πράγματα, Εμείς στα τέσσερα ζεύγη [...] είμαστε μεταξύ μας πιο ίσες» (Jess & Valero, 1999, σελ. 11-12)

Στο πρόγραμμα ο πυρήνας της αλληλόδρασης μεταξύ όλων των συμμετεχόντων ήταν οι συζητήσεις για τις διαδικασίες επίλυσης του προβλήματος κάθε ζεύγους. Αναλύαμε τους πιθανούς τρόπους δράσης και κάθε μια συνέβαλε στη λήψη αποφάσεων του κάθε ζεύγους. Σε συνάρτηση με αυτό το φαινόμενο του αναστοχασμού ήταν εμφανές, αφού όλοι συμμετείχαν στη συζήτηση επιλογών και τρόπων δράσης. Κάθε μια αισθανόταν το πλεονέκτημα της μάθησης μέσα από την αλληλόδραση με τις συναδέλφους της.

Ένα δεύτερο πρόγραμμα

Το 2001-2002 μια άλλη συνάδελφός μου και εγώ είχαμε την ευκαιρία να διεξάγουμε ένα άλλο πρόγραμμα με την ίδια στρατηγική όπως το προηγούμενο όμως εμφανίστηκαν προβλήματα από το πρώτο στάδιο της εφαρμογής του. Είχαμε αποφασίσει να διεξάγουμε το πρόγραμμα σε ένα σχολείο, αλλά τη τελευταία στιγμή οι τοπικές εκπαιδευτικές αρχές επέλεξαν ένα άλλο, το οποίο όμως είχε ήδη ρυθμίσει το πρόγραμμα λειτουργίας του για το ίδιο χρονικό διάστημα που θα διεξάγονταν το δικό μας πρόγραμμα. Αυτό ήταν ένα εμπόδιο για τους δασκάλους που θέλαμε να συμμετέχουν, οι οποίοι αντικαταστάθηκαν από άλλους συναδέλφους τους με μικρότερο ενδιαφέρον για το πρόγραμμα. Επιπλέον οι διευθυντές και των δύο σχολείων μετατέθηκαν για προσωπικούς λόγους. Συνολικά οι συνθήκες διεξαγωγής αυτού του προγράμματος δεν ήταν τόσο καλές όσο του προηγούμενου, αλλά κατορθώσαμε να το ολοκληρώσουμε (Jess & Rønn, 2002).

Αποτελέσματα του δεύτερου προγράμματος-Συνοπτικά

Είναι ευνόητο, ότι η έναρξη του προγράμματος αυτού ήταν δύσκολη και δεν ήταν όλες οι δασκάλες έτοιμες για τη διεξαγωγή του. Σιγά σιγά άρχισαν να ασχολούνται με τα μικρά ερευνητικά τους έργα και όταν φτάσαμε στη φάση όπου έπρεπε να γράψουν μια έκθεση των εμπειριών τους δεν ήταν δύσκολο να τα καταφέρουν, όπως και οι δασκάλες τους. Είχαν πλήρη επίγνωση του πλεονεκτήματος που προσφέρει η συγγραφή μιας έκθεσης και αυτό εκφράστηκε:

«Όταν είσαι αναγκασμένος να γράψεις ότι κάνεις στη πράξη... τότε κατά κάποιο τρόπο αρχίζεις να σκέφτεσαι τους λόγους για τους οποίους έκανες αυτό που έκανες. Πρέπει να θεμελιώσεις αυτό που έκανες. Αυτό σε αναγκάζει να σκεφτείς με έναν εντελώς διαφορετικό τρόπο» (Jess & Rønn, 2002, σελ. 11)

Από το άλλο μέρος όμως, ήταν εμφανές ότι κάθε ζεύγος δασκάλων δεν έδειχνε κανένα ενδιαφέρον για τις εργασίες των άλλων. Είχαν φτάσει μέχρι του σημείου να θεωρούν χρήσιμη την εργασία ανά ζεύγη, αλλά τίποτα περισσότερο από αυτό. Μία δασκάλα είπε:

«Στις συναντήσεις που παρευρισκόμασταν όλοι, νομίζω ότι κάθε φορά που ξεκινάγατε να μιλάτε λέγατε ότι θα έπρεπε όλοι να ασχολούμαστε με τις ερευνητικές εργασίες των άλλων. Αυτό το έβρησκα δύσκολο, νομίζω ότι είχαμε ήδη πάρα πολύ δουλειά με τη δική μας εργασία...» (Jess & Rønn, 2002, σελ. 10)

Στο δεύτερο πρόγραμμα δεν συμμετείχαν διευθύντριες σχολείων, απουσίαζε επομένως η διοικητική υποστήριξη που είχαμε στο πρώτο πρόγραμμα. Αυτό προσέθετε μια σειρά πρακτικών προβλημάτων αφού οι δάσκαλοι δεν είχαν την ευκαιρία όποτε χρειαζόταν να πάρουν σχετική άδεια. Η έλλειψη αυτή ήταν εμφανής και στις κοινές συναντήσεις. Η απουσία των διευθυντριών του σχολείου και επίδειξη ενδιαφέροντος από μέρους τους για τις ερευνητικές εργασίες των δασκάλων αποτελούσε ένα κίνητρο για αυτούς, όπως αποδείχτηκε από την εμπειρία του πρώτου προγράμματος. Αλλά και το απλό γεγονός της απουσίας Διευθυντών του σχολείου είχε αρνητικές συνέπειες, αφού «δεδομένης της θέσης τους οι διευθυντές έχουν δυνατότητα όχι μόνο να εκτελούν εργασίες, αλλά και να εμπιστεύονται αρμοδιότητες και να ενισχύουν τις επαγγελματικές δραστηριότητες και αποφάσεις των εκπαιδευτικών» (Valero et al., 1999, σελ. 115).

Σε κάθε περίπτωση, είχε θετικά αποτελέσματα η παρουσία των εκπαιδευτριών στο σχολείο. Όπως μια δασκάλα είπε:

«... ήταν πολύ ανταποδοτικό, γιατί κάθε μια έπρεπε να ψάξει στις σκοτεινές γωνίες του μυαλού της για να βρει τι ζητούσατε. Συνεχώς εσείς [οι εκπαιδευτριες] θέτατε καλές ερωτήσεις όπως: Γιατί θέλετε να το κάνετε αυτό; κλπ. Συνεχώς έπρεπε να σκέφτεσαι γιατί πραγματικά σκέφτομαι με αυτό τον τρόπο. Αυτό το βρήκα σημαντικό και ενδιαφέρον» (Jess & Rønn, 2002, σελ. 10)

Σε κάποιο βαθμό οι δασκάλες συνειδητοποίησαν τις δυνατότητες της επαγγελματικής βελτίωσης μέσα από τη συνεργασία. Στη τελική αξιολόγηση οι δάσκαλοι δήλωσαν:

«Νομίζω ότι ήταν ενδιαφέρον... Δούλεψα μαζί με μία από τις νεότερες δασκάλες του σχολείου, ή με μία από τις μεγαλύτερες σε ηλικία, νομίζω ότι και οι δύο βελτιωθήκαμε, συζητήσαμε πολλά πράγματα και το βρήκα πολύ καλό» (Jess & Rønn, 2002, σελ. 9)

Αυτό είναι ενδιαφέρον σε σύγκριση και με τη δουλειά της Μα – όπως προαναφέρθηκε – η οποία αναφέρεται σε ένα Κινέζο δάσκαλο που δηλώνει ότι έμαθε πολλά από τους συναδέλφους του. Είναι ο μεγαλύτερος σε ηλικία με τα περισσότερα χρόνια υπηρεσίας και παρόλα αυτά ισχυρίζεται ότι έμαθε από τους νεότερους συναδέλφους του, λέγοντας «Αυτοί είναι συνήθως πιο ανοικτά μυαλά από μένα στους τρόπους που αντιμετωπίζουν τα προβλήματα» (Ma, 1999, σελ. 137).

Στη περίπτωση μας ένας δάσκαλος βρήκε ενδιαφέρουσα μια άλλη όψη του προγράμματος:

«Νομίζω επίσης ότι είναι σημαντικό το γεγονός ότι είχαμε χρόνο να αξιολογήσουμε την εμπειρία. Όταν μετέχεις σε ένα πρόγραμμα ενδοϋπηρεσιακής επιμόρφωσης τελειώνεις και αυτό ήταν... εδώ είχες συνεχώς την ευκαιρία να συζητάς τι συμβαίνει και εμβαθύνουμε σε αυτό και ήταν αναγκαίο να στοχαστούμε» (Jess & Rønn, 2002, σελ. 10)

Αυτός ο δάσκαλος συγκρίνει το πρόγραμμα που περιγράφουμε με ένα συνηθισμένο πρόγραμμα ενδοϋπηρεσιακής επιμόρφωσης και βρίσκει διαφορές. Σε ένα πρόγραμμα ενδοϋπηρεσιακής επιμόρφωσης «τελειώνεις και αυτό ήταν» προφανώς εννοώντας χωρίς αποτέλεσμα. Ενώ συμμετέχοντας στο πρόγραμμα που περιγράψαμε είχε την ευκαιρία να συζητήσει και να αφοσιωθεί στη επεξεργασία διαφόρων ζητημάτων, γεγονός που τον ανάγκασε να στοχαστεί. Αυτό μπορεί να σημαίνει μια ουσιαστική επαγγελματική βελτίωση.

Συμπερασματικές παρατηρήσεις

Τα δύο προγράμματα που περιγράφηκαν εδώ είναι πολύ διαφορετικά από τα συνηθισμένα προγράμματα επιμόρφωσης που προσφέρονται στους εκπαιδευτικούς στη Δανία. Πρώτον οι διευθυντές των σχολείων και οι δάσκαλοι σπανίως παρακολουθούν κοινά προγράμματα επιμόρφωσης και δεύτερον, τα προγράμματα που περιγράφηκαν εμπνέονται από την έρευνα δράσης. Ένας από τους στόχους μας ήταν να διερευνήσουμε τις ενδεχόμενες επιπτώσεις τους στη δημιουργία ενός φόρουμ στο σχολείο για την σύμπραξη των δασκάλων που διδάσκουν μαθηματικά. Για το πρώτο πρόγραμμα μπορούμε να πούμε ότι τέθηκε μια βάση. Δυο χρόνια περίπου μετά το τέλος του προγράμματος συναντήθηκαν όλοι οι συμμετέχοντες και διαπιστώθηκε ότι οι επιπτώσεις του στο σχολείο ήταν μάλλον σημαντικές. Οι δάσκαλοι που διδασκαν μαθηματικά προβληματίζονταν περισσότερο για τη διδασκαλία τους, γεγονός το οποίο, για παράδειγμα, τους ανάγκασε να συνειδητοποιήσουν τη σπουδαιότητα της παροχής ευκαιριών για την ενεργό συμμετοχή των μαθητών τους στη δικιά τους μαθησιακή διαδικασία. Ανέπτυξαν μια πιο κριτική στάση στην επιλογή του διδακτικού υλικού και κατασκεύαζαν το μεγαλύτερο μέρος του διδακτικού υλικού μόνοι τους. Βελτίωσαν τη διδασκαλία τους σύμφωνα με το Νέο Πλαίσιο Αναλυτικού Προγράμματος και αισθάνονταν ασφαλέστερη όταν εξηγούσαν στους γονείς τις διδακτικές τους μεθόδους.

Τέλος, οι δάσκαλοι δήλωσαν ότι αισθάνονταν να έχουν κατακτήσει μια επαγγελματική αυτοπεποίθηση μέσα από τη συμμετοχή τους στο πρόγραμμα. Βέβαια, εξαιτίας αλλαγών στις συνθήκες εργασίας τους οι οποίες συνεπάγονταν μεγαλύτερο φόρτο δουλειάς δεν είχαν καταφέρει να δημιουργήσουν ένα φόρουμ σύμπραξης όπως επιθυμούσαν. Είχαν όμως, αναπτύξει μεγαλύτερη συνεργασία στη διδασκαλία των μαθηματικών και σε κάθε ευκαιρία συζητούσαν για τις διδακτικές πρακτικές τους περισσότερο από ότι στο παρελθόν. Επιπλέον είχαν καταφέρει να προσελκύσουν περισσότερους σπουδαστές για πρακτική άσκηση στο σχολείο τους, το οποίο απέκτησε φήμη για την προσδευτικότητά του στη διδασκαλία των μαθηματικών (Jess & Valero, 2001).

Οι διευθύντριες του σχολείου, παρούσες επίσης στη συνάντηση, δεν δήλωσαν με σαφήνεια ότι είχαν καταφέρει να υποστηρίξουν την εφαρμογή του Νέου Πλαισίου Αναλυτικού Προγράμματος, αλλά είπαν ότι αν ήταν οικονομικά δυνατόν θα παρείχαν τον αναγκαίο χρόνο στους δασκάλους για μεγαλύτερη συνεργασία στη διδασκαλία των μαθηματικών.

Συμπερασματικά, το πρώτο πρόγραμμα δημιούργησε τις δυνατότητες για ένα φόρουμ των δασκάλων που διδάσκουν μαθηματικά στο σχολείο, το οποίο όμως δεν κατέστη δυνατόν εξαιτίας εξωτερικών εμποδίων. Παράτα εμπόδια όμως η συνεργασία μεταξύ των δασκάλων βελτιώθηκε.

Αυτά τα αποτελέσματα συμφωνούν με εκείνα που περιγράφονται στο Fiorentini et al. (2004) από παρόμοιες έρευνες. Μεταξύ άλλων οι ερευνητές αυτοί διαπιστώνουν ότι ο συλλογικός προβληματισμός των δασκάλων για τις διδακτικές πρακτικές τους συνέβαλε στη συνειδητοποίηση και στη κριτική προσέγγιση της δικιάς τους δουλειάς και της δουλειάς των

μαθητών τους και τελικά προκάλεσε συνειδητές αλλαγές στη δουλειά τους. Οι δάσκαλοι επίσης κατασκεύασαν το δικό τους διδακτικό υλικό και ανέπτυξαν μια επαγγελματική ταυτότητα. Μια ελληνική έρευνα στο οποίο δάσκαλοι και ερευνητές συνεργάστηκαν σε ένα πρόγραμμα μετάβασης των μαθητών από το δημοτικό σχολείο, στο γυμνάσιο κατέληξε στη διαπίστωση ότι «η εργασία, συνεργασία και ο προβληματισμός στη διάρκεια της έρευνας ενίσχυσε την επαγγελματική βελτίωση και των δασκάλων και των ερευνητών» (Georgiadou et al., 2004, σελ. 2).

Σχετικά με το δεύτερο πρόγραμμα δεν είχαμε την ευκαιρία να εξετάσουμε τις επιπτώσεις μετά την ολοκλήρωσή του. Αμέσως μετά τη λήξη του προγράμματος διαπιστώσαμε ότι οι συμμετέχοντες ενίσχυσαν την αυτογνωσία τους και τις δυνατότητες δράσης τους. Κατά τη διάρκεια των συνεντεύξεων αξιολόγησης οι δάσκαλοι υπογράμμισαν ότι προβληματίστηκαν πολύ περισσότερο από ότι συνήθως για τις πρακτικές τους. Σε αυτή τη περίπτωση δεν μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι δημιουργήθηκε μια επαγγελματική, κοινότητα πρακτικής, των δασκάλων των μαθηματικών. Όμως οι δασκάλες που συμμετείχαν στο πρόγραμμα δήλωσαν την επιθυμία να συνεχίσουν τη συνεργασία τους και τρεις από αυτές σχεδίασαν μια θεματική εβδομάδα για τα μαθηματικά την επόμενη σχολική χρονιά., εμπλέκοντας και άλλους δασκάλους του σχολείου (Jess & Rønn, 2002).

Και στα δύο προγράμματα υιοθετήθηκε μια προσέγγιση, η οποία δίνει προτεραιότητα στη κοινωνική διάσταση της επιμόρφωσης και των πρακτικών των εκπαιδευτικών. Διαπιστώθηκε ότι η προσέγγιση αυτή μπορεί να είναι κατάλληλη για την αντιμετώπιση της επαγγελματικής τους βελτίωσης. Εάν αυτή η προσέγγιση συναρτηθεί με την ύπαρξη μιας «κοινότητας πρακτικής» μεταξύ των δασκάλων που διδάσκουν μαθηματικά στο σχολείο τότε είναι αναγκαίο να κατανοηθεί η κοινωνική δυναμική αυτής της κοινότητας.

Θα τελειώνα αυτό το κείμενο με μια φράση του Begg:

«Οι επιμορφωτές δεν μπορούν να αλλάξουν τους άλλους ανθρώπους. Οι άνθρωποι μπορούν να αλλάξουν μόνο μόνοι τους. Οι πρωτοβουλίες έχουν αποτέλεσμα μόνον στη περίπτωση που οι δάσκαλοι που συμμετέχουν επιθυμούν να κάνουν αλλαγές. Οι δάσκαλοι γενικά υιοθετούν αλλαγές οι οποίες καθιστούν την διδασκαλία ανταποδοτική με την έννοια ότι προάγουν τη μάθηση των μαθητών τους» (Begg, 2003, σελ. 255)

Βιβλιογραφία

- Begg, A. (2003). More than collaboration: Concern, Connection, Community and Curriculum. In Peter-Koop, A., Santos-Wagner, V., Breen, C. & Begg, A. (Eds.) *Collaboration in teacher education* (pp. 235-252). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Boaler, J. (2004). Promoting Equity in Mathematics Classrooms - successful teaching practices and their impact on student learning. Regular Lecture at ICME 10. To appear in *Proceedings of the Tenth International Congress on Mathematical Education*.
- Christensen, B., & Jensen, H. (1999). Areal på en anden måde. In Jess & Valero (Eds.), pp. 37-50.
- Cooney, T. & Krainer, K. (1996). Inservice Mathematics Teachers Education: The Importance of Listening. In Bishop, A., Clements, K., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 1155-1186). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dyhring, J., & Sørensen, P. (1999). Isometrisk tegning i 4. Klasse. In Jess & Valero (Eds.), pp. 18-36.
- Fink, K. & Damløv, N. (1999). Ligninger i 7. Klasse. In Jess & Valero (Eds.), pp. 51-63.
- Fiorentini, D., Miskulin, R.G. et al. (2004). Brazilian Research on Collaborative Groups of Mathematics Teachers. GEPPm – FE/Unicamp, Brazil. www.ICME-10/TSG23
- Georgiadou, b., Markopoulos, C., Potari, D. and Spiliotopoulou, V. (2004). Teachers' and Researchers' Collaboration: The Development of Common Goals. www.ICME-10/TSG23
- Jess, K., & Valero, P. (1999). Faglig Forum for Matematiklærere. Kommunikation, kvalificering og udvikling i skolen. In Jess & Valero (Eds.), pp. 4-17.

-
- Jess, K., & Valero, P. (Eds.) (1999). *MAPUFU I Projekt. Matematiklæreres professionelle udvikling gennem forskning i egen undervisning*. Skrift nr. 6. Center for Forskning i Matematiklæring. Danmarks Pædagogiske Universitet, Roskilde Universitetscenter, Aalborg Universitet.
- Jess, K. & Rønn, E. (2002). *Forum for Matematiklæreres Fortsatte Professionelle Udvikling*. Udviklingsrapport. Copenhagen Day- and Evening College.
- Jess, K. & Valero, P. (2003): Fokus på efteruddannelse: Fra kurser til professionel udvikling. I
- Blomhøj & Skovsmose (Eds.): *Kan det være virkelig passe? – om matematiklæring*. s. 217-227. L&R uddannelse. København.
- Kemmis, S. (1993). Action research. In M. Hammersley (Ed.), *Educational research: Current issues* (177-190). London: Open University Press.
- Ma, Liping (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. USA: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mason, J. (1999). Recognising a Possibility to Act. In V. Zack, J. Mousley, & C. Breen (Eds.), *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change* (pp. 87-102). Geelong, Australia: Deakin University.
- Nisbet, S., Warren, E. & Cooper, T. (2003). In Collaboration and sharing as crucial elements of professional Development. In Peter-Koop, A., Santos-Wagner, V., Breen, C. & Begg, A. (Eds.) *Collaboration in teacher education* (pp. 23-40). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Spang-Thomsen, L., & Fog, S. (1999). Skoleledelse og fagudvikling. In Jess & Valero (Eds.), pp. 64-68.
- Valero, P., Gómez, P., Perry, P. (1999). School Mathematics Improvement: Administrators and Teachers as researchers. In V. Zack, J. Mousley, & C. Breen (Eds.), *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change* (pp. 113-122). Geelong, Australia: Deakin University.
- Valero, P. & Jess, K. (2000): Supporting Change through a Mathematics Team Forum for Teachers' Professional Development. In T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME 24), vol. 4 (pp. 249-256). University of Hiroshima, Japan.
- Zaslavsky, O., & Leikin, R. (1999). Interweaving the training of mathematics teacher-educators and the professional development of mathematics teachers. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd. PME* (vol 1, pp. 143-158). Haifa: Technion.

Η ΕΡΕΥΝΑ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΜΕΙΟΝΟΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΘΝΟΤΙΚΩΝ ΟΜΑΔΩΝ. ΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΤΩΝ ΤΣΙΓΓΑΝΩΝ.

Κώστας Ζαχάρος

Πανεπιστήμιο Πατρών

Η αποτυχία στα μαθηματικά παιδιών που προέρχονται από μειονότητες ή εθνοτικές ομάδες αποτελεί αντικείμενο προσέγγισης τόσο της κοινωνιολογίας της εκπαίδευσης, όσο και της διδακτικής των μαθηματικών. Η κοινωνιολογία της εκπαίδευσης επιχειρεί να εντοπίσει τις κοινωνικές παραμέτρους της σχολικής αποτυχίας στα μαθηματικά, ενώ η διδακτική των μαθηματικών διερευνά τις επιπτώσεις των κυρίαρχων διδακτικών πρακτικών. Ένας προβληματισμός που μοιάζει να είναι κοινός στις προσεγγίσεις αυτές αφορά στην ίδια την ερευνητική πρακτική και άπτεται θεμάτων μεθοδολογίας.

Στην παρουσίασή μας εδώ θα δοθεί έμφαση στη συνεισφορά της προβληματικής της κοινωνιολογίας της εκπαίδευσης στη μαθηματική παιδεία καθώς και σε μεθοδολογικά προβλήματα που αναδύονται στην ερευνητική προσέγγιση μειονοτικών ή εθνοτικών ομάδων. Θα παρουσιαστούν, τέλος, στοιχεία έρευνας που έγινε με τσιγγανόπαιδα προσχολικής εκπαίδευσης σχετικά με την κατανόηση μαθηματικών εννοιών

Θεωρητικές επισημάνσεις

Η κοινωνιολογία της εκπαίδευσης επιχειρεί να απαντήσει στο ερώτημα γιατί αποτυγχάνουν οι μαθητές και μαθήτριες στα σχολικά μαθηματικά. Σύμφωνα με ορισμένες προσεγγίσεις οι άνισες επιδόσεις των μαθητών στο σχολείο συσχετίζονται με την κοινωνική προέλευση των παιδιών (π.χ. Bernstein 1991, Bourdieu & Passeron 1993). Οι Bourdieu και Passeron εισάγουν την έννοια του «πολιτιστικού κεφαλαίου» (*capital culturel*) και ισχυρίζονται ότι οι επιδόσεις των μαθητών στο σχολείο σχετίζονται με το πολιτιστικό κεφάλαιο, το οποίο κληρονομούν από τις οικογένειες τους και με το οποίο εισέρχονται στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η έννοια του «κεφαλαίου» αναφέρεται σε ένα σύνολο στάσεων, ικανοτήτων και συμπεριφορών που μεταφέρονται κύρια από τους γονείς στα νέα μέλη κάθε οικογένειας και κοινωνικά αξιολογούνται ως σημαντικά. Ο τρόπος πρόσληψης του πολιτισμικού κεφαλαίου διαφέρει ανάλογα με τις κοινωνικές τάξεις. Τα άτομα που προέρχονται από τα ανώτερα κοινωνικά και οικονομικά στρώματα προσλαμβάνουν το κοινωνικό κεφάλαιο κύρια με άτυπες διαδικασίες, με ένα τρόπο «οσμωτικό». Απεναντίας στα φτωχά εργατικά στρώματα η πρόσληψη παίρνει τη μορφή μεθοδικών και επίπονων πρακτικών.

Ο Bernstein (1991) αναλύοντας ειδικότερα τις παιδαγωγικές πρακτικές, διακρίνει μεταξύ της παιδαγωγικής πρακτικής ως πολιτισμικού αναμεταδότη και της παιδαγωγικής πρακτικής που σχετίζεται με το τι αναμεταδίδει αυτή η πρακτική. Η παιδαγωγική πρακτική ως πολιτισμικού αναμεταδότη παρέχεται από τρεις παράγοντες που δρουν επιλεκτικά στο περιεχόμενο κάθε παιδαγωγικής πρακτικής. Οι παράγοντες αυτοί είναι: ο ιεραρχικός κανόνας, οι κανόνες διαδοχής και οι κανόνες των κριτηρίων. Αναλυτικότερα: Ο *ιεραρχικός κανόνας* αναφέρεται στη βασική αρχή ότι, στην παιδαγωγική σχέση ο μεταδότης και ο δέκτης οφείλουν να παίζουν με συνέπεια τους ρόλους τους στο πλαίσιο της παιδαγωγικής σχέσης. Οι *κανόνες διαδοχής* (*sequencing rules*) σχετίζονται με τη χρονική ακολουθία της μετάδοσης του παιδαγωγικού περιεχομένου. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται κάποιους κανόνες βηματισμού (*pacing*), που είναι ο προσδοκώμενος ρυθμός πρόσληψης των κανόνων διαδοχής. Με άλλα λόγια οι κανόνες βηματισμού μας προσδιορίζουν πόσο πρέπει να ξέρει κάποιος σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Τέλος, έχουμε τους *κανόνες κριτηρίων*, που είναι η πρόσκτηση από το μαθητή των αναγκαίων κριτηρίων που του δίνουν τη δυνατότητα να αξιολογεί τι θεωρείται θεμιτή ή αθέμιτη επικοινωνία, κοινωνική σχέση ή θέση. Εδώ δηλώνεται ότι «κάθε είδους εκπαιδευτική σχέση είναι εγγενώς μια ηθική δραστηριότητα, η οποία αρθρώνει την κυρίαρχη ιδεολογία (ή ιδεολογίες) της κυρίαρχης ομάδας (ή ομάδων)» (Bernstein 1991, σ. 116).

Όπως στους Bourdieu & Passeron συσχετίζονται οι τρόποι οικειοποίησης των «πολιτισμικού κεφαλαίου» με τις ταξικές θέσεις των υποκειμένων, παρόμοιες συσχετίσεις επισημαίνονται και στον Bernstein στην πρόσκτηση των παιδαγωγικών πρακτικών. Αναλυτικότερα, ο Bernstein (1991), μιλώντας για τις παιδαγωγικές πρακτικές, ορίζει δύο γενετικούς τύπους παιδαγωγικής

πρακτικής: την *ορατή παιδαγωγική* (Ο.Π.), όπου προσδιορίζονται ρητά οι κανόνες της ιεραρχίας, της διαδοχής με τον βηματισμό και οι κανόνες των κριτηρίων και την *αόρατη παιδαγωγική* (Α.Π.) όπου οι παραπάνω κανόνες είναι άρρητοι. Οι Α.Π. γενικά δίνουν έμφαση την πρόσληψη-ικανότητα, ενώ οι Ο.Π. στη μετάδοση-επιτέλεση. Ο Bernstein ισχυρίζεται ότι η ίδια κατανομή εξουσίας μπορεί να αναπαραχθεί από φαινομενικά μη συμβατές παιδαγωγικές πρακτικές. Συγκεκριμένα οι τύποι παιδαγωγικών πρακτικών των Ο.Π. και Α.Π. που φαινομενικά δείχνουν ασυμβίβαστοι, αποδέχονται τις ίδιες ταξικές παραδοχές. Στην περίπτωση των Ο.Π. οι κανόνες διαδοχής είναι ρητοί και προσδιορίζουν το μέλλον του παιδιού με πολύ συγκεκριμένα βήματα. Στις περιπτώσεις αποτυχίας του παιδιού να παρακολουθήσει τα καθορισμένα στάδια με τον προβλεπόμενο ρυθμό προτείνονται διάφορες πρακτικές, όπως διορθωτικές κινήσεις ώστε να ικανοποιηθούν οι κανόνες διαδοχής, η χαλάρωση του βηματισμού, η διατήρηση του βηματισμού, αλλά η χαλάρωση της ποσότητας ή ποιότητας ή και τα δύο, της προσφερόμενης γνώσης. Όμως συνήθως τα παιδιά των κατώτερων κοινωνικών στρωμάτων και άλλες μη προνομιούχες εθνοτικές ομάδες που δεν μπορούν να παρακολουθήσουν τους κανόνες διαδοχής, παγιδεύονται στις στρατηγικές των διορθωτικών παρεμβάσεων, που περιορίζονται από ένα δεδομένο πλαίσιο δεξιοτήτων. Οι ταξικές παραδοχές της Α.Π. δηλώνονται με συγκεκριμένες πολιτιστικές και οικονομικές προϋποθέσεις, με «επεξεργασμένους» (elaborated) γλωσσικούς κώδικες που προκρίνει η θεσμοθετημένη εκπαίδευση. Συνεπώς οι μη-προνομιούχες ταξικές και εθνικές ομάδες είναι δύσκολο να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις αυτών των πρακτικών με αποτέλεσμα τις παρερμηνείες της πολιτισμικής και νοητικής σημασίας αυτών των πρακτικών, τόσο από τους διδάσκοντες, όσο και από τους μαθητές.

Η πρόσβαση των Τσιγγάνων στους εκπαιδευτικούς θεσμούς

Στο χώρο της μαθηματικής παιδείας έχει αναπτυχθεί ένα ενδιαφέρον για τις επιδόσεις μαθητών που προέρχονται από διαφορετικά κοινωνικά περιβάλλοντα (πχ. Anderson 1997, Jones 1996, Stathopoulou & Kalabasis 2002), όπως επίσης και στο ρόλο της οικογένειας στην μαθηματική εκπαίδευση των μικρών μαθητών (πχ. Tudge & Doucet 2004). Εδώ θα γίνει αναφορά σε έρευνά με τσιγγανόπαιδα καθώς και παιδιά που δεν ανήκουν στη φυλή τους, όλοι τους μαθητές νηπιαγωγείου, που επιχειρούν να χειριστούν έργα με μαθηματικό περιεχόμενο. Σκοπός μας είναι να αναδείξουμε τις δυνατότητες των παιδιών να αντιμετωπίσουν τα συγκεκριμένα έργα και να ανιχνεύουν πιθανές διαφοροποιήσεις στις επιδόσεις και στις μαθησιακές συμπεριφορές των δύο ομάδων μαθητών.

Η περίπτωση των τσιγγάνων αποτελεί ένα από τα πιο χαρακτηριστικά παραδείγματα περιθωριοποιημένης ομάδας που βιώνει τον κοινωνικό αποκλεισμό και στο χώρο της εκπαίδευσης. Οι τσιγγάνοι, παρά την απουσία εδαφικής προστασίας και την παρουσία κυβερνητικών πολιτικών προσανατολισμένων στην αφομοίωση και τον εκμηδενισμό τους, έχουν καταφέρει να διατηρήσουν την πολιτισμική τους ταυτότητα.

Ο τρόπος με τον οποίο οι τσιγγάνοι εκπαιδεύουν τα παιδιά τους μας βοηθά να καταλάβουμε τι αντιπροσωπεύει για αυτούς ο σχολικός θεσμός και έτσι να γίνει φανερό η στάση και η συμπεριφορά τους απέναντι σ' αυτόν. Στη συνείδηση των τσιγγάνων η φοίτηση των παιδιών τους στο σχολείο δεν προσλαμβάνει την ίδια διάσταση με τον υπόλοιπο ελληνικό πληθυσμό. Το σχολείο είναι για αυτούς ένας ξένος θεσμός που ανήκει σε έναν κόσμο που για αιώνες αποτελεί απειλή για τη φυλή τους και αντιπροσωπεύει ρόλους, πρότυπα και συμπεριφορές που είναι διαφορετικές από την τσιγγάνικη κουλτούρα. Η γλώσσα, ο χώρος του σχολείου και οι ιδέες που αυτό εκφράζει, είναι ξένα γι' αυτούς (Βασιλειάδου-Κορρέ 1998).

Συμπερασματικά, το υπάρχον σχολείο δεν είναι ελκυστικό για τους τσιγγάνους γιατί δε λαμβάνει υπόψη τις πολιτισμικές ιδιαιτερότητές τους, τόσο στην κατάρτιση του Αναλυτικού Προγράμματος και στις μεθόδους διδασκαλίας, όσο και στην επαγγελματική συγκρότηση των εκπαιδευτικών που καλούνται να διδάξουν σ' αυτά τα τμήματα του πληθυσμού.

Η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών-Παρουσίαση μιας έρευνας

Σε έρευνά μας, που στοιχεία της παρουσιάζονται εδώ, το ενδιαφέρον μας εστιάζεται σε μαθητές προσχολικής εκπαίδευσης που ανήκουν στην εθνοτική ομάδα των τσιγγάνων. Ειδικότερα ενδιαφερόμαστε να ανιχνεύσουμε τις ικανότητες των μαθητών αυτών στην αντιμετώπιση έργων με μαθηματικό περιεχόμενο και να συγκρίνουμε τις επιδόσεις τους με τους συμμαθητές τους που έχουν τα «τυπικά» χαρακτηριστικά των μαθητών των ελληνικών δημόσιων σχολείων.

Το δείγμα αποτελείται από 20 παιδιά, εκ των οποίων τα 11 ανήκουν στην Τσιγγάνικη φυλή, ενώ τα υπόλοιπα 9 είναι μη-τσιγγανόπαιδα. Η περιοχή που διαμένουν τα παιδιά θεωρείται υποβαθμισμένη και οι οικογένειές τους ανήκουν σε χαμηλά κοινωνικά και οικονομικά στρώματα, ενώ τα τσιγγανόπαιδα ζουν σε καταυλισμούς με ελλείψεις σε βασικές υποδομές.

Η συλλογή των εμπειρικών δεδομένων γίνεται με τη μέθοδο της ατομικής συνέντευξης.

Οι απαντήσεις των μαθητών καταγράφονται σε βιντεοκάμερα, ενώ στην ανάλυσή μας αξιολογούμε τα λεκτικά ή μη λεκτικά σχόλια των παιδιών, καθώς και τις καταγεγραμμένες απαντήσεις τους.

Τα έργα

Εδώ θα σχολιαστούν δύο έργα: το πρώτο αφορά στην έννοια του αριθμού και της μέτρησης και το άλλο στην έννοια της πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Στην περίπτωση του έργου με την έννοια του αριθμού και της μέτρησης προτείνονται δύο διαφορετικά επιμέρους έργα: το ένα, που αποκαλούμε «τυπικό» αντανάκλα τα τυπικά χαρακτηριστικά των σχολικών δραστηριοτήτων, ενώ στο άλλο, που αποκαλούμε «άτυπο», επιδιώξαμε να δημιουργήσουμε ένα πλαίσιο συμφραζομένων τέτοιο, που να το καθιστά ελκυστικό και οικείο στους μαθητές. Πρέπει βέβαια να επισημάνουμε ότι η διάκριση μεταξύ τυπικών και άτυπων μορφών είναι προβληματική για την προσχολική ηλικία, αφού στη βαθμίδα αυτή μιλάμε για ένα πρωτογενές επίπεδο ενασχόλησης με μαθηματικές έννοιες και συνεπώς η εισαγωγή τους στη διδασκαλία έχει, συνήθως, μια άτυπη μορφή. Η διάκριση αυτή καθίσταται ιδιαίτερα δύσκολη για την περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεσης, αφού στο επίπεδο της προσχολικής εκπαίδευσης η εισαγωγή στις έννοιες αυτές γίνεται με την αναπαράσταση «ρεαλιστικών» καταστάσεων.

- *Η έννοια του αριθμού και της μέτρησης*

Σκοπός με τα έργα που προτείνονται εδώ είναι να ελέγξουμε αν τα παιδιά αναγνωρίζουν τους αριθμούς, αν δηλαδή αναγνωρίζουν τα αριθμητικά σύμβολα και τις αντίστοιχες ποσότητες που αυτά εκφράζουν.

Άτυπη μορφή: Κάθε παιδί τοποθετείται στη γωνιά ενός «περιπτέρου» και προσποιείται τον πωλητή καρτομάντιλων. Μια ερευνήτρια σε ρόλο πελάτη ζητάει 2, 3, 4, 5 πακέτα.

Τυπική μορφή: Παρουσιάζουμε την παρακάτω κάτοψη (σχ. 1) και ζητάμε από όσα παιδιά αναγνωρίζουν τους αριθμούς να τοποθετήσουν πάνω τους τον αντίστοιχο αριθμό κύβων.

5	4	5
3	2	4
2	3	2

Σχήμα 1. Κάτοψη των τετραγώνων με τους κύβους

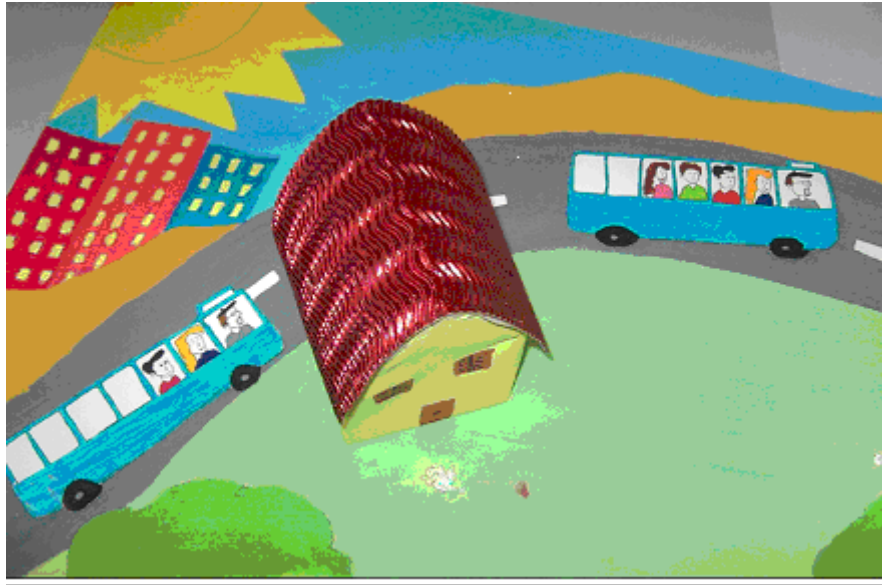
Στα παιδιά που αγνοούν την ονομασία των αριθμητικών συμβόλων, τους λέγεται η ονομασία τους και στη συνέχεια καλούνται να τοποθετήσουν την ποσότητα των κύβων που συμβολίζουν οι αριθμοί στα αντίστοιχα τετράγωνα.

- *Πρόσθεση και Αφαίρεση*

Εδώ θέλουμε να διακριβώσουμε αν οι μαθητές έχουν την ικανότητα να εκτελούν νοητικούς χειρισμούς που απαιτούν απλές πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Το σενάριο: Η εικόνα ενός λεωφορείου και η διαδρομή του είναι σχεδιασμένα σε χαρτόνια (σχ. 2). Το λεωφορείο διέρχεται από διάφορες στάσεις όπου αναβαίνουν ή κατεβαίνουν επιβάτες,

χωρίς να είναι ορατοί από τα παιδιά. Με κατάλληλες ερωτήσεις θέλουμε να εξακριβώσουμε αν τα παιδιά μπορούν να υπολογίσουν τον αριθμό των επιβατών που έχει κάθε φορά το λεωφορείο και πόσοι ανέβηκαν ή κατέβηκαν σε κάθε στάση.



Σχήμα 2. Το λεωφορείο της πρόσθεσης και της αφαίρεσης

Αρχικά, αφήνουμε τα παιδιά να προσδιορίσουν το σωστό αριθμό των επιβατών χωρίς την προσφυγή σε συγκεκριμένα αντικείμενα, για όσα όμως δυσκολεύονται παρουσιάζουμε το λεωφορείο χωρίς επιβάτες και τα καλούμε να κολλήσουν (οι φιγούρες των επιβατών έχουν τη δυνατότητα να κολλάνε στο λεωφορείο) τον συνολικό αριθμό επιβατών που βρίσκονται κάθε φορά στο λεωφορείο.

Σχολιασμός των ευρημάτων

- *Η έννοια του αριθμού και της μέτρησης*

Άτυπη μορφή: Η δραστηριότητα με τα χαρτομάντιλα κινητοποιεί το ενδιαφέρον των παιδιών και αρκετά από αυτά ανταποκρίνονται επιτυχώς (πίνακας 1). Τα τσιγγανόπαιδα ανταποκρίνονται επιτυχώς μέχρι έναν αριθμό πακέτων. Μόνο δύο απ' αυτά δίνουν σωστές απαντήσεις για όλα τα πακέτα. Τα μη-τσιγγανόπαιδα τα καταφέρνουν γενικά καλύτερα, αφού τα έξι εκτελούν ολοκληρωμένα τη δραστηριότητα, ενώ ένα νήπιο ανταποκρίνεται σωστά μόνο στα δύο πακέτα και ένα άλλο αποτυγχάνει μόνο στα πέντε. Γενικά, όσο αυξάνονται οι απαιτήσεις του έργου και μεγαλώνουν οι αριθμοί, τόσο και διευρύνεται η ψαλίδα στις επιδόσεις μεταξύ των δύο ομάδων του δείγματός μας.

Πίνακας 1: Οι επιδόσεις των μαθητών στο 1^ο έργο (άτυπη μορφή)

	Τσιγγανόπαιδα		Μη-Τσιγγανόπαιδα	
	Επιτυχία	Αποτυχία	Επιτυχία	Αποτυχία
2 πακέτα	8	3	8	1
3 πακέτα	7	4	7	2
4 πακέτα	5	6	7	2
5 πακέτα	2	9	6	3

- **Τυπική μορφή:** Στο τυπικό μέρος τα τσιγγανόπαιδα δυσκολεύονται να αναγνωρίσουν τους αριθμούς ενώ στη θέαση της κάτοψης αρκετά από αυτά δίνουν ιδιοσυγκρασιακές απαντήσεις, όπως «κουλουράκια» (M_2 , 4.5 ετών), «γράμματα» (M_1 , 5.5 ετών και Δ , 5.5 ετών) ή «μήλα» (B , 5.5 ετών). Μόνο ένα παιδί αναγνωρίζει στα σύμβολα αριθμούς και ισχυρίζεται ότι βλέπει το «έξι» (B , 4.5 ετών). Στη συνέχεια το ίδιο υποκείμενο αναφέρει τις ονομασίες άλλων αριθμών, χωρίς να

αναγνωρίζει κάποιους από τους αριθμούς που είναι σημειωμένοι. Από τα μη-τσιγγανόπαιδα τα 4 αναγνωρίζουν τους αριθμούς, ενώ κάποια άλλα αντιλαμβάνονται τα σύμβολα των αριθμών ως «γράμματα» (Π, 5.5 ετών, Δ, 4.5 ετών, Ε, 4.5 ετών και Ι, 4.5 ετών). Δύο από τα προηγούμενα υποκείμενα παρόλο που αναφέρονται σε «γράμματα», αναγνωρίζουν τους αριθμούς, ενώ τα άλλα δύο δίνουν ιδιοσυγκρασιακές απαντήσεις.

Στη συνέχεια δίνονται στα παιδιά οι ονομασίες των αριθμών και καλούνται να τοποθετήσουν πάνω τους την αντίστοιχη ποσότητα κύβων. Τα αποτελέσματα των επιδόσεων των παιδιών καταγράφονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2: Επιτυχίες των μαθητών στο 2^ο έργο (τυπική μορφή)

	Τσιγγανόπαιδα		Μη-Τσιγγανόπαιδα	
	Επιτυχία	Αποτυχία	Επιτυχία	Αποτυχία
2	7	4	9	0
3	5	6	8	1
4	5	6	8	1
5	1	10	5	4

Όπως καταφαίνεται στον πίνακα 2 υπάρχει μια εμφανής διαφοροποίηση στις επιδόσεις των δύο ομάδων παιδιών του δείγματος μας. Τα μη-τσιγγανόπαιδα αναγνωρίζουν με μεγαλύτερη ευκολία τους αριθμούς και εκτελούν με μεγαλύτερη επιτυχία το ζητούμενο έργο. Από τα τσιγγανόπαιδα μόνο ένα ανταποκρίνεται σωστά μέχρι τον αριθμό πέντε, ενώ άλλα τέσσερα ανταποκρίνονται με επιτυχία στους αριθμούς δύο, τρία και τέσσερα.

Τα δεδομένα δείχνουν (πίνακες 1 και 2) ότι, όσο αυξάνονται οι αριθμοί, τα τσιγγανόπαιδα δυσκολεύονται να ανταποκριθούν, είτε πρόκειται για την περίπτωση των χαρτομάντιλων, είτε για την κάτοψη. Συμπερασματικά διαπιστώνεται και εδώ πως, όσο αυξάνονται οι απαιτήσεις του έργου και προχωράμε σε μεγαλύτερους αριθμούς, τόσο διευρύνεται και η ψαλίδα μεταξύ των δύο ομάδων του δείγματός μας, με τα μη-τσιγγανόπαιδα να σημειώνουν εμφανώς καλύτερες επιδόσεις. Αξίζει να σημειωθεί, ότι δύο από τα τσιγγανόπαιδα (η Μ₁, 4.5 ετών και ο Β, 4.5 ετών), στη δραστηριότητα με τα χαρτομάντιλα κατάφεραν να μας δώσουν σωστά τα 2 και 3 πακέτα και ένα ακόμα (Δ, 5.5 ετών) να δώσει σωστά όλα τα πακέτα. Στο τυπικό μέρος ωστόσο, τα ίδια υποκείμενα δεν μπόρεσαν να αναγνωρίσουν τους αριθμούς ούτε και να αντιστοιχήσουν τις σωστές ποσότητες. Τρία άλλα τσιγγανόπαιδα αντιστοίχησαν τις σωστές ποσότητες για τους αριθμούς 2, 3 και 4 και στην άτυπη μορφή της (χαρτομάντιλα) και στην τυπική της (κύβοι), γεγονός που δείχνει ότι τα συγκεκριμένα υποκείμενα μπορούν να χειρίζονται τις παραπάνω ποσότητες ανεξάρτητα από τη μορφή της δραστηριότητας.

• Πρόσθεση και Αφαίρεση

Η ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων δείχνει τα εξής: Διαπιστώνονται διαφοροποιήσεις στις επιδόσεις των μαθητών των δύο ομάδων (πίνακες 3 και 4). Τα τσιγγανόπαιδα δυσκολεύονται να ανταποκριθούν και μόνο ένα εκτελεί σωστά και τις δύο πράξεις, ενώ δύο ακόμα είναι σε θέση να κάνουν σωστά μόνο την αφαίρεση. Από τα μη-τσιγγανόπαιδα, επτά παιδιά εκτελούν σωστά μόνο την πράξη της αφαίρεσης, ενώ τέσσερα από αυτά πραγματοποιούν επιτυχώς και την πρόσθεση. Φαίνεται πως η πρόσθεση ποσοτήτων, όπως αυτή εμφανίζεται στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, είναι μια διαδικασία που δυσκολεύει τα παιδιά, αφού στο σύνολο τους δεν ανταποκρίνονται.

Πίνακας 3: Οι επιτυχίες των μαθητών στο 3^ο έργο (Πρόσθεση)

	Τσιγγανόπαιδα	Μη-Τσιγγανόπαιδα
Επιτυχία	1	4
Αποτυχία	10	7

Πίνακας 4: Οι επιτυχίες των μαθητών στο 3^ο έργο (Αφαίρεση)

	Τσιγγανόπαιδα	Μη-Τσιγγανόπαιδα
Επιτυχία	3	7
Αποτυχία	8	2

Οι ακολουθούμενες στρατηγικές

- **Νοητικές πράξεις χωρίς προσφυγή στο υλικό**

Από τα μη-τσιγγανόπαιδα, δύο εκτελούν τις πράξεις χωρίς προσφυγή στο υλικό. Καταγράφουμε ενδεικτικούς διαλόγους:

Ε: Ήταν τρεις επιβάτες και μπήκαν δύο ακόμα.... Πόσοι επιβάτες είναι τώρα στο αυτοκίνητο;
Ν (5.5 ετών): Πέντε.

Ε: Σ' αυτή τη στάση κατέβηκαν οι τρεις, πόσοι είναι τώρα στο λεωφορείο;
Ν (5.5 ετών): Έμειναν δύο.

Στην περίπτωση των τσιγγανοπαίδων ένα νήπιο εκτελεί επιτυχώς χωρίς προσφυγή στο υλικό την πρόσθεση και την αφαίρεση και ένα άλλο εκτελεί επιτυχώς μόνο την πράξη της αφαίρεσης.

- **Η στρατηγική της απαρίθμησης**

Στην περίπτωση της πρόσθεσης αφού μετρήσουν τους τρεις επιβάτες, προσθέτουν άλλους δύο και συνεχίζουν την απαρίθμηση. Στην αφαίρεση, αφού μετρήσουν τρεις επιβάτες, τους βγάζουν από το σύνολο των πέντε και απαριθμούν τους εναπομείναντες. Τέλος, ένα νήπιο χρησιμοποιεί τα δάχτυλά του για να βρει το αποτέλεσμα της αφαίρεσης.

Συζήτηση

Μειονοτικές ομάδες και εκπαιδευτική έρευνα-Μεθοδολογικές επισημάνσεις

Σύγχρονες προσεγγίσεις στην εκπαιδευτική έρευνα προτείνουν διαφορετικές μεθοδολογικές πρακτικές στην περίπτωση των μειονοτικών ή εθνοτικών ομάδων (Glavéria & Alonso 2003), που βασίζονται στο διάλογο μεταξύ των ερευνητών και των ερευνόμενων. Πρόκειται για μια αμιγώς επικοινωνιακή προσέγγιση, που λαμβάνει υπόψη τις σκέψεις των υπό έρευνα υποκειμένων, καθώς επίσης τα κίνητρα και τις ερμηνείες τους.

Παραδοσιακά τα Ευρωπαϊκά εκπαιδευτικά συστήματα δεν διευκολύνουν τις μειονοτικές ομάδες να ξεπεράσουν την κοινωνική, πολιτική και οικονομική περιθωριοποίηση τους. Σχεδιάστηκαν προκειμένου να εκπαιδεύσουν ένα ομοιογενές μαθητικό σώμα, βασισμένο στην κουλτούρα των δυτικών χωρών. Εντούτοις, σήμερα οι μαθητές εμφανίζουν πολλές διαφορές μεταξύ τους, με αποτέλεσμα το σχολείο όχι μόνο να δυσκολεύεται να τις παρακολουθήσει, αλλά συχνά τις αντιμάχεται. Μέσα σ' αυτό το πλαίσιο οι μειονοτικές ομάδες έχουν να επιλέξουν μεταξύ της αφομοίωσης ή της αποτυχίας.

Οι πολιτικές της αφομοίωσης βασίζονται συνήθως σε μια ευρω-κεντρική θεώρηση σύμφωνα με την οποία, ο ευρωπαϊκός πολιτισμός θεωρείται ανώτερος και συνεπώς η πρόοδος περνάει μέσα από την οικειοποίησή του. Στο πλαίσιο αυτής της θεώρησης οι μειονότητες οφείλουν να αρνηθούν την ταυτότητά τους και να ενσωματωθούν στην κυρίαρχη κουλτούρα και η αντιπάθειά τους για το σχολείο ερμηνεύεται ως έλλειμμα και απόκλιση από την καθολική αξία της μάθησης. Η παρέκκλιση αυτή θα διορθωθεί μέσα από τη μετάδοση και την αφομοίωση των ηγεμονικών δυτικών αξιών.

Από την άλλη, η αποδοχή της αποτυχίας βασίζεται σε μια σχετικιστική θεώρηση των πολιτισμικών αξιών. Σ' αυτή τη θεώρηση η εκτίμηση, η σύγκριση και η αξιολόγηση γίνονται χωρίς κάποιο σταθερό μοντέλο αναφοράς ή αρχή και υποστηρίζεται ότι οι κουλτούρες δεν διακρίνονται σε ανώτερες ή κατώτερες, απλά είναι διαφορετικές. Η μόνη αρχή που γίνεται αποδεκτή είναι αυτή της "αποδοχής όλων" (Glavéria & Alonso 2003) που εκφράζεται μέσα από την έννοια της πολιτισμικής σχετικότητας.

Στην περίπτωση των τσιγγάνων, οι δυσκολίες πρόσβασης σε εκπαιδευτικές ευκαιρίες υποδηλώνει την πολιτισμική τους διαφοροποίηση, γεγονός που οδήγησε αρκετούς από αυτούς που εμπλέκονται στο σχεδιασμό των εκπαιδευτικών πολιτικών, να συμπεράνουν πως οι μειονοτικές ομάδες θα μπορέσουν να διατηρήσουν την πολιτισμική τους ταυτότητα μόνο αν απέχουν από τους κυρίαρχους εκπαιδευτικούς θεσμούς.

Η κριτική που ασκείται στις μεθοδολογικές προσεγγίσεις του ευρω-κεντρισμού και του σχετικισμού που σχολιάστηκαν προηγούμενα εντοπίζονται κύρια στα εξής σημεία (Glaveria & Alonso 2003): Αρχικά στη μεθοδολογική αρχή της «αντικειμενικής» προσέγγισης του υπό έρευνα αντικειμένου (της κοινότητας των τσιγγάνων στην περίπτωση μας), που υπονοεί την υπεροχή της υποκειμενικότητας του ερευνητή. Ακόμα και στις περιπτώσεις που οι έρευνες, οι πολιτικές ή οι πρακτικές βασίζονται στις αναπτυξιακές θεωρίες, που αναγνωρίζουν την σημασία της υποκειμενικής ερμηνείας των δρώντων προσώπων, η έμφαση δίνεται στις ερμηνείες των ερευνητών. Κατά συνέπεια κυριαρχούν οι προκαταλήψεις των επιστημόνων, των δασκάλων και αυτών που διαμορφώνουν την εκπαιδευτική πολιτική. Ένα επόμενο σημείο της κριτικής προσέγγισης είναι η περιορισμένη συμμετοχή τσιγγάνων ερευνητών στην ερευνητική διαδικασία και η απουσία τους από το σχεδιασμό της εκπαιδευτικής πολιτικής. Τέλος, αντικείμενο κριτικής αποτελούν οι αποκαλούμενες «θεωρίες του ελλείμματος» (deficit theories), που επηρεασμένες από τις προσεγγίσεις του ευρω-κεντρισμού και του σχετικισμού, συσχετίζουν το μορφωτικό επίπεδο των ατόμων, με τα κίνητρα και την κουλτούρα τους. Εδώ, συχνά, εδράζονται ψευδο-επιστημονικές θεωρίες που υποστηρίζουν ρατσιστικές, ηλικιακές και σεξιστικές αντιλήψεις που νομιμοποιούν τις διακρίσεις σε βάρος πάντα των ευαίσθητων κοινωνικών ομάδων.

Σκέψεις για μια διαφορετική μεθοδολογική προσέγγιση

Σαν μια εναλλακτική μεθοδολογική προσέγγιση που προσπαθεί να απαντήσει στις προηγούμενες επισημάνσεις προβάλλεται η επικοινωνιακή προσέγγιση (communicative approach) (Glaveria & Alonso 2003). Η επικοινωνιακή προσέγγιση προσμετρά τις απόψεις της κοινότητας των τσιγγάνων για τον καθορισμό των προγραμμάτων και των εκπαιδευτικών στρατηγικών και στοχεύει στο μετασχηματισμό του σχολείου. Εδώ απαλύνονται οι ιεραρχικές σχέσεις ανάμεσα στον ερευνητή και τον ερευνοούμενο και προκρίνεται ο μεταξύ τους διάλογος. Η επικοινωνιακή προσέγγιση θεωρεί ότι οι άνθρωποι είναι ικανοί να ερμηνεύουν και να επικοινωνούν αναφορικά με την κοινωνική πραγματικότητα στην οποία ζουν (Habermas, 1981). Χρησιμοποιείται η έννοια της «πολιτισμικής νοημοσύνης» που αναφέρεται στο σύνολο των νοητικών διαδικασιών των εμπλεκόμενων υποκειμένων, που προϋποθέτουν την αλληλεπίδραση, μέσω της λεκτικής ή μη λεκτικής επικοινωνίας.

Στο πλαίσιο της επικοινωνιακής προσέγγισης η κοινωνία ερμηνεύεται ως μια αμοιβαία αλληλεπίδραση μεταξύ των θεσμικών συστημάτων και της πραγματικής ζωής (Habermas, 1981). Τέλος, η επικοινωνιακή έρευνα αντικρούει την παραδοσιακή αντίληψη που προτάσσει μια ερμηνευτική ιεραρχία μεταξύ των ερευνητών και των ερευνοούμενων. Η εγκυρότητα βασίζεται στη δύναμη των επιχειρημάτων, που παρουσιάζονται κατά το διάλογο των μελών της ομάδας, παρά στις θέσεις ισχύος.

Η επικοινωνιακή μεθοδολογία αποτελεί μια ολιστική προσέγγιση που προσμετρά τη δέσμευση για κοινωνική δικαιοσύνη και αποδέχεται την πρόκληση κάθε συμμετέχοντα. Εγγυάται ότι η συμμετοχή των τσιγγάνων και οι γνώμες τους είναι ένα ζωτικό και υπολογίσιμο μέρος μιας διαδικασίας που συμβάλλει στο ξεπέρασμα των φραγμών και τη βελτίωση της ζωής τους. Πάνω από όλα σκοπός είναι να καταστεί δυνατή η παροχή ίσων εκπαιδευτικών ευκαιριών ιδιαίτερα στα μικρά παιδιά, ώστε να διασφαλιστεί ότι η πρόσβασή τους σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης είναι ένας στόχος εφικτός.

Βιβλιογραφία

- Anderson A. (1997). «Families and Mathematics: A Study of Parent – Child Interactions»-*Journal for Research in Mathematics Education* 28(4) (484–511).
- Bernstein, B. (1991). *Παιδαγωγικοί Κώδικες και Κοινωνικός Έλεγχος*. Αλεξάνδρεια, Αθήνα
- Bourdieu, P., & Passeron, J.-CL. (1993). *Οι κληρονόμοι: Οι Φοιτητές και η Κουλτούρα*. Εκδόσεις Καρδαμίτσα.
- Brink F. J. Van den. (2000) «Η ρεαλιστική αριθμητική στην εκπαίδευση για τα μικρά παιδιά»- In: L. Streefland (ed.) *Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση*. Αθήνα: Leader Books, (83 – 100).
- Glavaria, V. J. & Alonso, J. G. (2003). Why Romà Do Not Like mainstream Schools: Voices of a People without Territory. *Harvard Educational Review*, 73(4) (559-590).
- Habermas, J. (1981). *The theory of communicative action, vol. 1: Reasons and the rationalization of society*. Boston: Beacon Press
- Jones L. (1996) «Somali children learning Mathematics in Britain: a conflict of cultures»-*Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 3*. Spain: University of Valencia, (153–160).
- Stathopoulou C. & Kalabasis F. (2002) «Teaching mathematics to first grade Romany children, through familiar every day money dealings»-*Proceedings of the third international Mathematics Education and Society conference* (507–514).
- Tudge, J. R. H. & Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: observing young Black and White children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, (21-39).
- Wubbels T., Korthagen F. & Broekman H. (1997) «Preparing Teachers for Realistic Mathematics Education»-*Educational Studies in Mathematics* 32 (1–28).
- Zacharos, C., Androni, H. & Dimitracopoulou, H (2005). Paramètres sociaux et culturels dans l'enseignement des mathématiques générales a l'école maternelle. *Περιοδικό Spirale* (υπό δημοσίευση).
- Βασιλειάδου-Κορρέ Μ. (1998) *Η Εκπαίδευση των ισιγγάνων στην Ελλάδα*. Αθήνα: Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων.

Η ΠΟΛΥ-ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΠΡΑΞΗΣ ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ

Κων/νος Νικολαντωνάκης

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας

Εισαγωγή

Η θέση ότι τα Μαθηματικά έχουν μια Ιστορία αλλάζει σημαντικά την εικόνα που είχε αυτή η επιστήμη στα μάτια των εκπαιδευτικών καθώς και των μαθητών: τα μαθηματικά δεν συνοψίζονται πλέον σε ένα τελικό προϊόν αλλά πρόκειται για μια διαδικασία μέσα στον χρόνο και τον χώρο. Η χρήση στοιχείων Ιστορίας των μαθηματικών κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας μιας έννοιας ή μιας τεχνικής προσφέρει στον Εκπαιδευτικό αλλά και στους μαθητές δύο σημαντικές ευκαιρίες για περιπλάνηση.

Ταξίδι στον χρόνο κατά την διάρκεια του οποίου αφήνουν κατά μέρος το καθεστώς της στερεότυπης γνώσης, «που ήρθε από τον ουρανό», για να τοποθετήσουν στην θέση της μια γνώση κατασκευασμένη από την ανθρωπότητα: οι μαθηματικές γνώσεις δεν ήταν πάντοτε εδώ, αλλά κατασκευάστηκαν και άλλαξαν μορφή κατά την διάρκεια της ιστορίας για να επιλύσουν προβλήματα και να γίνουν τα εργαλεία απάντησης σε σημαντικές ερωτήσεις. Δηλώνοντας ότι τα μαθηματικά έχουν μια ιστορία δίνεις μια εικόνα κατασκευαστική στα μαθηματικά, η οποία πηγαινει ενάντια σε μια δογματική αντίληψη για αυτή την επιστήμη.

Ταξίδι στον χώρο, διότι η ιστορία των μαθηματικών επιτρέπει να επανατοποθετήσουμε την ανθρώπινη κατασκευή στο πλαίσιο των διαφορετικών πολιτισμών: τα μαθηματικά είναι Βαβυλωνιακά, Αιγυπτιακά, Ελληνικά, Αραβικά, Μεσαιωνικά · είναι αυτά της Αναγέννησης ή αυτά του 17^{ου} αιώνα. Δηλώνοντας ότι τα μαθηματικά έχουν μια ιστορία επιτρέπει μια πολιτισμική προσέγγιση αυτής της επιστήμης.

Η εισαγωγή μιας ιστορικής προσέγγισης έχει μια σημαντική αρετή. Επαναδιατυπώνοντας την έκφραση του Paul Veyne, η ιστορία έχει την αρετή να μας εκπλήσσει, μας δείχνει ότι δεν γνωρίζαμε πάντα, ότι δεν ξέραμε τα πράγματα με τον σημερινό τρόπο και ότι υπήρξαν πολλοί δισταγμοί και μονοπάτια που οδήγησαν σε αυτό που διδάσκεται σήμερα. Η ιστορία προσκαλεί τον καθηγητή και δάσκαλο να μην παραμένει σε γνώσεις ρουτίνας και του επιτρέπει να ανοικτεί και να απαντήσει σε ερωτήσεις και δυσκολίες των μαθητών, για τους οποίους τίποτα δεν είναι αυτονόητο και προφανές. Στην διδασκαλία των μαθηματικών, τίποτα δεν είναι δεδομένο και όλα είναι να κατασκευαστούν.

Η γνώση μόνο δεν αρκεί, πρέπει επίσης να γνωρίζεις το γιατί και το πώς μάθαμε. Δίνοντας μια απάντηση σε αυτή την απαίτηση, η ιστορία επιτρέπει να δούμε τα μαθηματικά όχι σαν ένα σωρό σχολικών γνώσεων αλλά σαν μια πνευματική δραστηριότητα, ένα προσίμιο της ευχαρίστησης να κάνεις μαθηματικά.

Οι τρόποι γραφής των αριθμών άλλαξαν και οι τεχνικές των πράξεων ωρίμασαν, παράλληλα, με την έρευνα σχετικά με την αποτελεσματικότητα και την απλότητα. Οι γραπτές μας μέθοδοι σε σχέση με εκείνες που χρησιμοποιούσαν διάφορα υλικά καθώς και τα χέρια μας χάνουν από το μυστήριο και την μαγεία τους, αλλά κερδίζουν σε κατανόηση.

Διάφορες τεχνικές πράξεων για να εκτελούμε τον πολλαπλασιασμό προτάθηκαν : η αραβική τεχνική, η κινέζικη τεχνική, η αιγυπτιακή και η ρώσικη τεχνική και ο πολλαπλασιασμός per gelosia και per crocetta μεταξύ άλλων τεχνικών και μεθόδων. Διαμέσου της ιστορίας των διαφορετικών τεχνικών πράξεων, οι μαθητές οικειοποιούνται την σημασία του αλγορίθμου του πολλαπλασιασμού.

Από αυτές τις δραστηριότητες, οι μαθητές ανακαλύπτουν την μη μοναδικότητα των διαδικασιών για να βρουν μια λύση και συμμετέχουν στην έρευνα των ειδικών μοντέλων: μαθαίνουν να συγκρίνουν, να αντιπαραβάλλουν, να επιχειρηματολογούν, να σκέφτονται στα μαθηματικά έτσι ώστε οι γνώσεις να εμφανίζονται ως εργαλεία επίλυσης προβλημάτων.

Οι δραστηριότητες που προτείνονται, επιτρέπουν να σταθεροποιήσουν και να επεκτείνουν τις γνώσεις των μαθητών σχετικά με τις τεχνικές πράξεων σε ακέραιους αριθμούς.

Σε μια προσπάθεια να γνωρίσουν οι μαθητές/τριες, διαφορετικούς τρόπους εκτέλεσης μιας από τις τέσσερις αριθμητικές πράξεις, αυτή του πολλαπλασιασμού, σχεδιάστηκαν μια σειρά από δραστηριότητες. Οι παρακάτω προτάσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα προγράμματα δημιουργικών δραστηριοτήτων των σχολείων διευρυμένου ωραρίου (ολοήμερο σχολείο) καθώς και κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας της εν λόγω έννοιας και τεχνικής.

Η ενότητα αναπτύσσεται με βάση την αρχή ότι τα μαθηματικά είναι μια κοινωνική κατασκευή. Επιδιώκεται η ενεργός συμμετοχή των μαθητών για την κατανόηση της ιστορικής εξέλιξης ως ανθρώπινης δραστηριότητας. Στην ενότητα των δραστηριοτήτων που σχεδιάσαμε δεν είναι αυτοσκοπός η δηλωτική γνώση και η απομνημόνευση των διαφορετικών μεθόδων εκτέλεσης της πράξης του πολλαπλασιασμού, αλλά μέσα από τη γνώση αυτή και τη συγκριτική μελέτη αυτών των μεθόδων που αναπτύχθηκαν σε διαφορετικές ιστορικές στιγμές από διαφορετικούς πολιτισμούς, να αντιληφθούν οι μαθητές την εξέλιξη της ιστορικό-πολιτισμικής διαδικασίας καθώς επίσης τις ομοιότητες και τις διαφορές των οργανωτικών και λειτουργικών αρχών που τα διέπουν. Βασική επιδίωξη μας αποτελεί μέσα από αυτήν την εξελικτική διαδικασία οι μαθητές να κατανοήσουν τα πλεονεκτήματα του σημερινού τρόπου εκτέλεσης του πολλαπλασιασμού και να προβληματιστούν για τις διαδικασίες ανάπτυξης της ανθρώπινης γνώσης.

Οι Τεχνικές πράξεων του πολλαπλασιασμού

Οι Βαβυλώνιοι, στα 1700 π.Χ. έφτιαξαν έναν από τους πρώτους πίνακες πολλαπλασιασμού στην ιστορία. Το αριθμητικό σύστημά τους χρησιμοποιούσε την βάση εξήντα 60. Υπήρχαν μόνο οι πίνακες από 1 έως 60 στους οποίους γράφονταν μόνο τα γινόμενα με 1, 2, 3 κτλ. μέχρι το 20 για κάθε πίνακα, καθώς και τα γινόμενα με 30, 40 και 50. Ο υπολογιστής (γραφέας) έπρεπε να συνδυάσει τους πίνακες για να βρει τα αποτελέσματα που ήθελε.

Πολλές μέθοδοι χρησιμοποιήθηκαν για να εκτελείται ο πολλαπλασιασμός. Αυτές ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες:

- αυτές που χρειάζονταν μόνον την γνώση των διπλάσιων και των μισών καθώς και την τεχνική της πρόσθεσης και
- αυτές που χρειάζονται τους πίνακες του πολλαπλασιασμού.

Παραδείγματα της μεθόδου που χρειάζεται μόνον την γνώση των διπλάσιων και των μισών

Ας ξεκινήσουμε με ένα παράδειγμα της αιγυπτιακής μεθόδου που δόθηκε από τον γραφέα Ahmes, στον πάπυρο του Rhind (περίπου 1650 π.Χ.).

Παράδειγμα: 24x37

Υπολόγισαν το διπλάσιο του 37 και στην συνέχεια διπλασίαζαν το αποτέλεσμα και ακολουθούσε η ίδια διαδικασία χωρίς να ξεπερνούν το 24 στην πρώτη στήλη.

1	$37 = 1 \times 37$
---	--------------------

2	$74 = 2 \times 37$
4	$148 = 4 \times 37$
8 /	$296 = 8 \times 37$ /
16 /	$592 = 16 \times 37$ /

Για να βρουν το τελικό αποτέλεσμα, αρκούσε να αθροίσουν (8×37) και (16×37)

$$24 = 8 + 16$$

$$888 = 296 + 592$$

Υπήρχαν συχνά παραλλαγές. Χρησιμοποιούσαν την προηγούμενη μέθοδο καθώς και τα αποτελέσματα των πολλαπλασιασμών με 10, 100, 1000 κτλ...

Παράδειγμα: 16×45

1	45
2	90
4	180
6	$270 = (2 \times 45) + (4 \times 45) = 90 + 180$
10	450
16	$720 = (6 \times 45) + (10 \times 45) = 270 + 450$

Αλλά αυτή η μέθοδος δεν επέτρεπε να εκτελεστούν όλοι οι πολλαπλασιασμοί. Έπρεπε να βρεθούν άλλες μέθοδοι για να εκτελεστεί για παράδειγμα ο πολλαπλασιασμός 19×37 .

Η ρώσικη μέθοδος είναι πολύ κοντά στην αιγυπτιακή. Ήταν ακόμη σε χρήση στους αγρότες λίγο μορφωμένους στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Για παράδειγμα, για να πολλαπλασιαστεί το 19 με το 37, αρκούσε να διαιρεθεί το 19 με το 2, και στην συνέχεια τα διαδοχικά πηλικά με το 2, χωρίς να χρησιμοποιούνται καθόλου τα υπόλοιπα στην διαίρεση.

Παράδειγμα: 19×37

$$\begin{aligned}
 19 \times 37 &= ((2 \times 9) + 1) \times 37 \\
 &= (2 \times 9 \times 37) + (1 \times 37) \\
 &= (9 \times 74) + 37 \\
 &= (2 \times 4 \times 74) + (1 \times 74) + 37 \dots
 \end{aligned}$$

Παρουσίαση:

19	37*
9	74*
4	148
2	296
1	592*

Προσθέτουμε στην συνέχεια τους αριθμούς με τους αστερίσκους.

$$\text{Αποτέλεσμα: } 37 + 74 + 592 = 703.$$

Παράδειγμα μεθόδων που χρειάζονται την γνώση πινάκων πολλαπλασιασμού

Στις αρχές του 9^{ου} αιώνα, ο μεγάλος άραβας μαθηματικός Al Kwarismi δείχνει τα βήματα για την εκτέλεση ενός πολλαπλασιασμού στην πραγματεία του για την αριθμητική. Ξεκινούσε εκτελώντας τους πολλαπλασιασμούς των ψηφίων της μεγαλύτερης τάξης. Στην συνέχεια εκτελούσε διαδοχικές διορθώσεις διαγράφοντας ή σβήνοντας στον πίνακα τους ενδιάμεσους υπολογισμούς. Τα σβήσιματα δεν επέτρεπαν να βρεθούν εύκολα τα λάθη.

Παράδειγμα : 325×243

Πολλαπλασιάζουμε αρχικά το 243 με 3 εκατοντάδες ξεκινώντας από τα αριστερά. Αυτό δίνει

	2x3	3x4	3x3
325	6325	72325	72925
243	243	243	243

Το 3 του 325 σβήνεται όταν ο πολλαπλασιασμός με το 3 έχει εκτελεστεί.

Πολλαπλασιάζουμε στην συνέχεια 243 με 2 δεκάδες. Μετατοπίζουμε το 243 κατά μια θέση με τρόπο ώστε να εκτελούνται με απλότητα τα σχετικά αθροίσματα.

72925	76925	77725	77765
243	243	243	243

Το 2 σβήνεται όταν ο πολλαπλασιασμός με το 3 έχει εκτελεστεί.

Στην συνέχεια πολλαπλασιάζουμε το 243 με 5 μονάδες. Μετατοπίζουμε το 243 κατά μια θέση με τρόπο ώστε να εκτελούνται με απλότητα τα σχετικά αθροίσματα.

77765	78765	78965	78975
243	243	243	243

Το 5 του 325 σβήνεται όταν τα γινόμενα έχουν εκτελεστεί.

Αποτέλεσμα: $325 \times 243 = 78975$

Μια διάταξη πιο έξυπνη εμφανίζεται στον άραβα μαθηματικό Al Kashi τον 15^ο αιώνα. (Ήταν παλαιότερη και είχε εμφανισθεί στην Ινδία περίπου τον 12^ο αιώνα). Είναι η μέθοδος με τον τετραγωνισμό που ονομάζονταν μεταγενέστερα από τους Ιταλούς per gelosia.

Παράδειγμα: 325×243

	3	2	5	
0	6	4	0	2
1	2	8	0	4
0	9	6	1	5
9	7	5		

Ο μαθηματικός John Nepper (1550-1617) κατασκεύασε, χρησιμοποιώντας αυτή την μέθοδο, μια μηχανή πολλαπλασιασμού που χρησιμοποιούσε κοκάλινους χάρακες χαραγμένους οι οποίοι περιείχαν τους πίνακες πολλαπλασιασμού των αριθμών από 0 έως 9 σεβόμενοι την διάταξη με τετραγωνισμό.

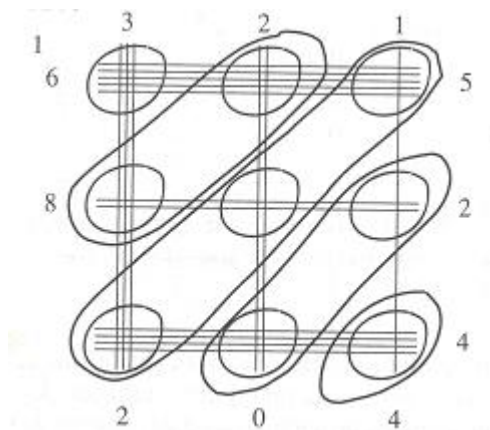
Αυτή η μέθοδος επέτρεπε να εκτελεστούν όλοι οι πολλαπλασιασμοί, χωρίς να χρειάζεται κανείς να απομνημονεύσει τα αποτελέσματα των πινάκων πολλαπλασιασμού.

Χρειάζονταν ωστόσο να χρησιμοποιήσουν χαρτί για να σημειώσουν τα αποτελέσματα των γινομένων με 10, 100, 1000 και να εκτελεστούν τα αθροίσματα.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	2
0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	3
0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	4
0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	5
0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	6
0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	7
0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	8
0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	9

Η κινέζικη μέθοδος πολλαπλασιασμού λειτουργεί ακολουθώντας τις ίδιες αρχές με τον πολλαπλασιασμό με τετραγωνισμό αλλά δεν χρειάζεται την γνώση των πινάκων πολλαπλασιασμού. Χρειάζεται μόνον υπομονή για να μετρηθούν οι τομές των ευθειών.

Παράδειγμα: 321×524



Αρκεί, όπως προηγούμενα να προστεθούν τα αποτελέσματα.

Πολλαπλασιασμός με την ρώσικη μέθοδο

Παιδαγωγικοί σκοποί

Να οδηγηθεί ο μαθητής :

- να κατανοήσει τη μεταβατικότητα του πολλαπλασιασμού σε σχέση με την πρόσθεση και
- να χρησιμοποιήσουν καλύτερα τα στοιχεία της δικής μας τεχνικής πράξεων.

Επίπεδο

Πέμπτη και έκτη Δημοτικού.

Διάρκεια

Περίπου 1 ώρα.

Οργάνωση

Έρευνες κατά ομάδες των τεσσάρων μαθητών.

Χρησιμοποιούμενα Υλικά

- ένας υπολογιστής τσέπης, φύλλα χαρτί και ένα μολύβι κατά ομάδα.
- τρία φύλλα εργασίας για κάθε μαθητή της κάθε ομάδας, μαζί, σε κάθε ένα, έναν από τους τρεις πολλαπλασιασμούς που εκτελούνται με την ρώσικη τεχνική. Αυτά τα φύλλα εργασίας θα μοιράζονται το ένα μετά το άλλο, ξεκινώντας από 16x23.

16x23		17x23		19x23	
16	23	17	23*	19	37*
8	46	8	46	9	74*
4	92	4	92	4	148
2	184	2	184	2	296*
1	368	1	368	1	592
16x23 = 368		17x23 = 368 + 23 = 391		19x23=37+74+592 = 703	

Ανάπτυξη της δραστηριότητας

- Δίνεται το πρώτο φύλλο εργασίας.
- Ζητάμε από τους μαθητές να κάνουν παρατηρήσεις και να προσπαθήσουν να καταλάβουν με ποιο τρόπο εκτελέστηκαν οι πράξεις. Μετά λίγα λεπτά παρατήρησης, θα ανακαλύψουν την σημασία των πράξεων και θα διαπιστώσουν ότι ο πρώτος αριθμός είναι διαιρούμενος με το 2 ενώ ο δεύτερος αριθμός πολλαπλασιάζεται με το 2.
- Μπορείτε να θέσετε την ακόλουθη ερώτηση «Είναι πάντοτε δυνατόν να εκτελεστεί ένας πολλαπλασιασμός με αυτό τον τρόπο;» Οι μαθητές θα καταλάβουν αρκετά γρήγορα ότι ορισμένες πράξεις δεν μπορούν να εκτελεστούν με αυτή την μέθοδο, αν ο πρώτος αριθμός δεν διαιρείται ακριβώς με το 2.
- Δίνεται το δεύτερο φύλλο εργασίας.
- Ζητείστε να παρατηρήσουν την μέθοδο που επιτρέπει να εκτελεστούν οι πράξεις με έναν αριθμό που δεν διαιρείται ακριβώς με το 2 και να επαληθεύσουν το αποτέλεσμα. Η επαλήθευση είναι λίγο δύσκολη διότι οι μαθητές πρέπει να μπορούν να ελέγχουν την μεταβατικότητα του πολλαπλασιασμού σε σχέση με την πρόσθεση.

$$17 \times 23 = (16 + 1) \times 23 = (16 \times 23) + (1 \times 23).$$

- Μπορείτε να τους βοηθήσετε σημειώνοντας το πρώτο μέρος της ισότητας και προτείνοντας τους να το αναπτύξουν. Η προτεινόμενη πράξη είναι αρκετά απλή, τα παιδιά αναρωτιούνται σχετικά με τον τρόπο ανάπτυξης σε μια πιο απλή περίπτωση.
- Δίνετε το τρίτο φύλλο εργασίας και την ίδια συμβουλή όπως προηγούμενα. Αυτή την φορά η τυποποίηση είναι περισσότερο επίπονη.
- Οδηγείτε τους μαθητές να καταλάβουν ότι κάθε φορά που δεν μπορούμε να διαιρέσουμε ακριβώς τον αριθμό δια του 2, αφήνουμε στην άκρη ένα μέρος του γινομένου το οποίο πρέπει να επανακτήσουμε στο τέλος του υπολογισμού. Η παρουσίαση με το σημάδεμα των γινομένων προς επανάκτηση είναι πιο πρακτική από ότι η προτεινόμενη ανάπτυξη ως επαλήθευση του υπολογισμού.
- Μπορείτε να τους προτείνετε να εκτελέσουν τον υπολογισμό ακολουθώντας την ρώσικη τεχνική « $18 \times 21 = ?$ ».
- Μπορείτε να τους προτείνετε να επαληθεύσουν με την βοήθεια του υπολογιστή τσέπης.
- Τελειώνεται την δραστηριότητα ζητώντας τους ποια είναι τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα μιας τέτοιας μεθόδου με σκοπό να αναδυθεί το γεγονός ότι τα προαπαιτούμενα είναι αρκετά περιορισμένα. Η διαπίστωση είναι ότι έχουν ανάγκη να γνωρίζουν μόνον να πολλαπλασιάζουν και να διαιρούν έναν αριθμό με το 2 και να είναι σε θέση να προσθέτουν περισσότερους αριθμούς.
- Δώστε μια περιληπτική παρουσίαση αυτής της τεχνικής πολλαπλασιασμού.

Ο Αραβικός Πολλαπλασιασμός

Παιδαγωγικοί σκοποί

Να οδηγηθεί ο μαθητής :

- να κατανοήσει τους μηχανισμούς που διέπουν την δική μας τεχνική πράξεων (από πού προέρχεται το ψηφίο των μονάδων του γινομένου, το ψηφίο των δεκάδων...) και
- Να αποκτήσουν μια ακόμη πρακτική μέθοδο για να εκτελούν υπολογισμούς.

Επίπεδο

Πέμπτη και έκτη δημοτικού.

Διάρκεια

Μια ώρα.

Οργάνωση

Έρευνα κατά ομάδες των τεσσάρων μαθητών.

Χρησιμοποιούμενο υλικό

- Οι κανόνες του Nepper που θα κολληθούν σε ένα χαρτόνι και θα κοπούν (ένα για κάθε παιδί).
- Ένα φύλλο με ένα παράδειγμα του πολλαπλασιασμού με τετραγωνισμό.
- Ένας υπολογιστής τσέπης ανά ομάδα.

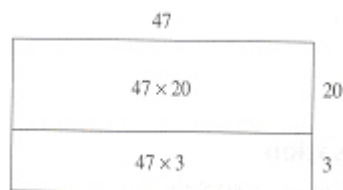
Οργάνωση της δραστηριότητας

- Δίνεται σε κάθε μαθητή ένα χαρτόνι με τους κανόνες του Nepper.
- Μπορείτε να τους ζητήσετε να βρουν με ποιόν τρόπο διαμορφώθηκαν οι κανόνες. Οι μαθητές θα παρατηρήσουν πολύ γρήγορα ότι είναι ουσιαστικά πίνακες πολλαπλασιασμού των αριθμών που βρίσκονται στο επάνω μέρος του κανόνα και θα

κατανοήσουν ότι τα ψηφία των δεκάδων και των μονάδων είναι χωρισμένα με μια πλάγια γραμμή.

- Προτείνετε στους μαθητές να εκτελέσουν το γινόμενο 47×8 χρησιμοποιώντας αυτό το υλικό. Πιο συχνά οι μαθητές βρίσκουν ένα αποτέλεσμα λανθασμένο διότι δεν πραγματοποιούν τα αθροίσματα στην πλάγια γραμμή αλλά είναι ευχαριστημένοι να διαβάσουν τα γραμμένα ψηφία πάνω στον κανόνα. Εδώ, αυτό δίνει 3256 στην θέση του 376. Το πρώτο αποτέλεσμα μπορεί πολύ απλά να απορριφθεί από έναν προσεγγιστικό υπολογισμό. Στην πραγματικότητα, 47×8 είναι λίγο διαφορετικό από το 47×10 , δηλ. 470 το οποίο είναι αρκετά μακριά από το αποτέλεσμα που ανακοινώθηκε από κάποιους μαθητές.
- Ζητείστε μια επικοινωνία των αποτελεσμάτων και επαληθεύστε τους υπολογισμούς με έναν υπολογιστή τσέπης. Αυτό, τους επιτρέπει, γενικά, να βρουν με ποιόν τρόπο μπορούν να χρησιμοποιήσουν τους κανόνες του Nepper.
- Προτείνετε έναν υπολογισμό άλλου είδους.
- Ζητείστε τους να ερευνήσουν ένα μέσο για την εκτέλεση του 47×23 χρησιμοποιώντας αυτούς τους κανόνες. Αυτή η δραστηριότητα είναι λίγο πιο σύνθετη διότι πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια διάσπαση του 23 σε π.χ. $20+3$ και στην συνέχεια $(2 \times 10)+3$. Οι μαθητές καλούνται να χρησιμοποιήσουν την μεταβατικότητα του πολλαπλασιασμού σε σχέση με την πρόσθεση και να χρησιμοποιήσουν ένα χαρτί για να σημειώσουν τα αποτελέσματα σε παράρτημα.
- Μπορείτε να τους δώσετε μια οδηγία με σκοπό να επανέλθουν μερικώς στους υπολογισμούς με την ελληνική μέθοδο, οι οποίοι χρησιμοποιούν τις διαμερίσεις των ορθογωνίων για να τους βοηθήσουν σε αυτή την πορεία.

Παράδειγμα:



- Μοιράστε ένα φύλλο χαρτί, πάνω στο οποίο ένας υπολογισμός έχει εκτελεστεί με αυτή την τελευταία μέθοδο.
- Μπορείτε να τους ζητήσετε να εξηγήσουν τη λειτουργία της. Αυτή η μέθοδος έχει το σημαντικό πλεονέκτημα να μην χρησιμοποιεί την διαφορά, διότι χάρη στην παρουσίαση σε τετραγωνισμό, τα κρατούμενα ψηφία βρίσκονται απευθείας στην σωστή στήλη όταν εκτελούμε τους υπολογισμούς διαδοχικά. Είναι βασικό τα παιδιά να μην κρατήσουν στο μυαλό τους την συνταγή του υπολογισμού αλλά να κατανοήσουν την λειτουργία της. Αυτός ο τρόπος να εκτελεστεί ο πολλαπλασιασμός έχει μια θεωρητική επεξήγηση την οποία οι μαθητές αυτού του επιπέδου μπορούν να κατανοήσουν. Αυτή επιτρέπει μεταξύ άλλων να επανέλθεις στην θεσιακή αρίθμηση και στην αξία του κάθε ψηφίου στο δικό μας θεσιακό σύστημα.
- Τελειώστε την δραστηριότητα γυρνώντας στην απαρχή του κάθε ψηφίου στον πολλαπλασιασμό και οδηγείτε τους μαθητές να κατανοήσουν ότι :

Το ψηφίο των μονάδων προέρχεται από το γινόμενο των δύο ψηφίων των μονάδων των όρων του γινομένου.

Το ψηφίο των δεκάδων του αποτελέσματος προέρχεται από τα γινόμενα των ψηφίων των δεκάδων με αυτό των μονάδων κάθε όρου του γινομένου.

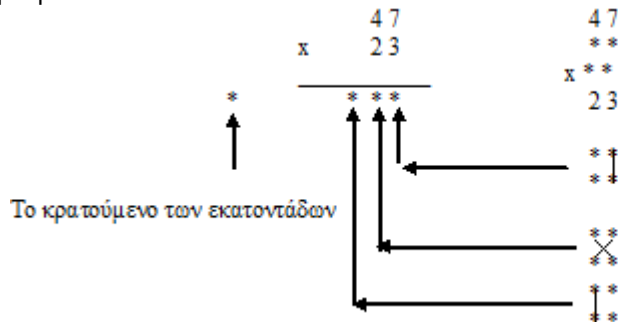
Το ψηφίο των εκατοντάδων προέρχεται από τα γινόμενα των ψηφίων των μονάδων του ενός με το ψηφίο των εκατοντάδων του άλλου και αντίστροφα, στο οποίο πρέπει να προσθέσετε το γινόμενο των ψηφίων των δεκάδων του κάθε όρου κτλ. Αν υπάρχουν περισσότερα από τρία ψηφία αυτός δίνει το ακόλουθο σχήμα :

$47 \times 23 = 1081$ Ψηφίο των μονάδων του γινομένου 1 (κρατούμενο 2 που θα προστεθεί στις δεκάδες).

$(4 \times 3) + (7 \times 2) + 2 = 12 + 14 + 2 = 28$ Ψηφίο των δεκάδων 8 (κρατούμενο 2 που θα προστεθεί στις εκατοντάδες).

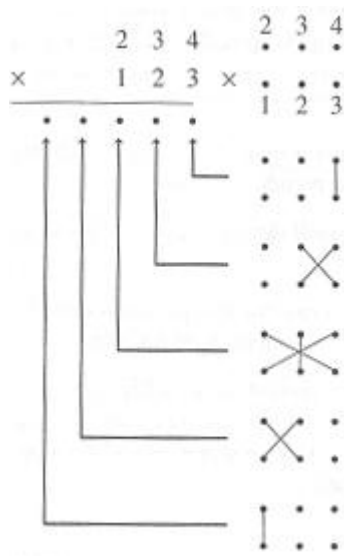
$(4 \times 2) + 2 = 10$ Ψηφίο των εκατοντάδων 0 και 1 για το ψηφίο των χιλιάδων.

Κάντε την σύνδεση με την δική μας τεχνική του πολλαπλασιασμού η οποία θα μπορούσε πολύ απλά να εκτελεστεί σε μια γραμμή αν παίρναμε την προφύλαξη να κάνουμε το σχήμα του ακόλουθου αλγόριθμου:



Πολλαπλασιάζουμε το πολύ τις εκατοντάδες με τις εκατοντάδες και παράγουμε τις χιλιάδες (3 ψηφία).

Μια τελεία είναι ένα κρατούμενο. Πολλαπλασιάζουμε τις χιλιάδες με τις χιλιάδες και παράγουμε τις δεκάδες χιλιάδες (5 ψηφία).



Πολλαπλασιασμός με την κινέζικη μέθοδο

Παιδαγωγικός σκοπός

Να οδηγηθεί ο μαθητής να επαναχρησιμοποιήσει ότι μελέτησε κατά την διάρκεια της προηγούμενης δραστηριότητας.

Επίπεδο

Πέμπτη και έκτη δημοτικού

Διάρκεια

Περίπου 30 λεπτά

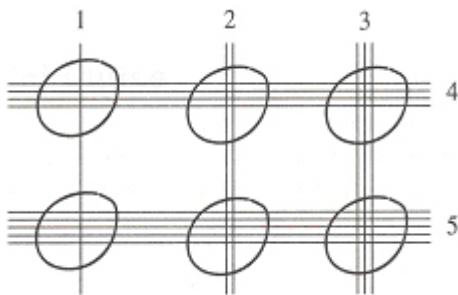
Οργάνωση

Έρευνα κατά ομάδες των τεσσάρων μαθητών

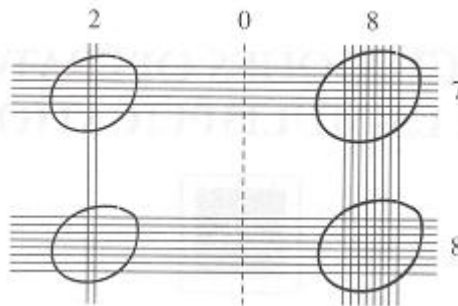
Χρησιμοποιούμενο υλικό

- Ένα φύλλο εργασίας με δύο πολλαπλασιασμούς με την κινέζικη μέθοδο (π.χ. 123×45 και 208×78) για κάθε μαθητή.

Παράδειγμα : 123×45



Παράδειγμα : 208×78



- ένας υπολογιστής τσέπης για κάθε ομάδα

Εξέλιξη της δραστηριότητας

- Δίνεται το φύλλο εργασίας με τους δύο πολλαπλασιασμούς.
- Ζητείστε από τους μαθητές να επεξηγήσουν την λειτουργία αυτής της πράξης.
- Αν οι μαθητές δεν κατανοούν την μέθοδο υπολογισμού, να τους θυμίσετε σύντομα τον τρόπο λειτουργίας της αραβικής μεθόδου.
- Να βρείτε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα μιας τέτοιας μεθόδου. Οι μαθητές αντιλαμβάνονται πολύ γρήγορα ότι δεν είναι απαραίτητο να απομνημονεύσουν τους πίνακες πολλαπλασιασμού με την κινέζικη μέθοδο αλλά παράλληλα είναι αρκετά ανιαρό να μετρήσουν τις 64 τομές των γραμμών που παράγουν το γινόμενο 8×8 και η πρόσθεση είναι πιο εύκολη από ότι στον αραβικό πολλαπλασιασμό διότι οι αριθμοί δεν είναι σημειωμένοι με ψηφία και πρέπει να προσέξετε να μην ξεχάσετε τα κρατούμενα.

Παρατηρήσεις

- Αυτή η μέθοδος δεν είναι πολύ αποτελεσματική διότι όταν εκτελούμε ένα γινόμενο στο οποίο ένας αριθμός περιέχει το 0 (208x78) θα πρέπει να προσέξουμε να μην μπερδευτούμε στους όρους άθροισης για κάθε τάξη (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες...)
- Είναι προτιμότερο να σημειώσουμε το μηδέν με μια υποδιαστολή, αυτό διευκολύνει τον υπολογισμό.

Η Τεχνική του Al-Kwarismi

Παιδαγωγικοί σκοποί

Να οδηγηθούν οι μαθητές να :

- Εργαστούν σε μια τεχνική που επιτρέπει να αποκτήσουν απευθείας μια ιδέα της τάξης του μεγέθους ενός γινομένου και
- Να εμβαθύνουν την δική μας τεχνική του πολλαπλασιασμού συγκρίνοντάς την με τις άλλες τεχνικές.

Επίπεδο

Πέμπτη και έκτη δημοτικού.

Διάρκεια

Μια ώρα.

Οργάνωση

Έρευνες κατά ομάδες των τεσσάρων μαθητών.

Χρησιμοποιούμενο υλικό

Ένα φύλλο υπολογισμού παρουσιάζοντας, με απλουστευμένο τρόπο, την μέθοδο του Al-Kwarismi για κάθε μαθητή της ομάδας, υπογραμμίζοντας όλα τα στάδια του υπολογισμού θέτοντας τον πολλαπλασιασμό με τον συνηθισμένο τρόπο.

Παράδειγμα φύλλου υπολογισμού :

$$\begin{array}{r}
 712 \\
 \times 325 \\
 \hline
 210000 \\
 14000 \\
 3500 \\
 3250 \\
 640 \\
 10 \\
 \hline
 231400
 \end{array}$$

Οργάνωση της δραστηριότητας

- Μοιράστε το φύλλο εργασίας με τον πολλαπλασιασμό.
- Ζητήστε από τους μαθητές να δικαιολογήσουν τους διαφορετικούς υπολογισμούς, εξηγώντας από που προέρχονται αυτές οι πολλές γραμμές υπολογισμού.

- Μπορείτε να τους αφήσετε να ερευνήσουν κατά την διάρκεια κάποιων λεπτών και στην συνέχεια να περάσετε στην φάση επικοινωνίας των ευρημάτων. Οι μαθητές θα βρουν αρκετά εύκολα την δικαιολόγηση της πρώτης γραμμής. Θα αισθανθούν ωστόσο σασιτισμένοι από τον παράξενο τρόπο υπολογισμού.

Προσπαθήστε να οδηγήσετε τους μαθητές να κατανοήσουν και να πουν ότι :

- 210000 προέρχεται από το γινόμενο των 7 εκατοντάδων με τις 3 ή 700 με 300.
- Ο υπολογισμός ξεκίνησε από τα αριστερά αντί από δεξιά, που είναι συνηθισμένο στην δική μας τεχνική.
- Οι τρεις πρώτες γραμμές προέρχονται από το γινόμενο 325 με 700.
- Η επόμενη γραμμή είναι το αποτέλεσμα του 325 με το 10.
- Οι δύο τελευταίες γραμμές είναι το γινόμενο του 325 με το 2.
- Όταν υπάρχει ένα κρατούμενο, οι υπολογισμοί των γινομένων είναι αναλυτικοί.
- Στην αξιολόγηση τεχνική του Al Kwarismi, τα ψηφία σβήνονται ή διαγράφονται με τους βήμα προς βήμα υπολογισμούς των αθροισμάτων των ενδιάμεσων γινομένων.

Αυτό θα έδινε

$$\begin{array}{r}
 712 \\
 \times 325 \\
 \hline
 210000 \\
 24 \\
 75 \\
 3075 \\
 139 \\
 400 \\
 \hline
 231400
 \end{array}$$

- Το πλεονέκτημα μιας τέτοιας μεθόδου είναι ότι δίνει απευθείας την τάξη μεγέθους του αποτελέσματος. Από την πρώτη γραμμή βλέπουμε ότι το γινόμενο είναι ένας αριθμός με 6 ψηφία γύρω στα 210000. Ο αλγόριθμος της πράξης που χρησιμοποιούμε είναι περίπου ο ίδιος, αλλά ξεκινάμε το γινόμενο με τα ψηφία των μονάδων. Η διαφορά βρίσκεται στο γεγονός ότι πολλαπλασιάζουμε με τις δεκάδες στην δεύτερη γραμμή και με τις εκατοντάδες στην τρίτη γραμμή.

- Προτείνεται στους μαθητές να εκτελέσουν μια πράξη με τον τρόπο του Al- Kwarismi.
- Επαληθεύστε την εκτελώντας τον υπολογισμό με τον παραδοσιακό τρόπο.

Γενικές παρατηρήσεις

- Αυτές οι τέσσερις στην σειρά δραστηριότητες επιτρέπουν να δουν οι μαθητές άλλους τρόπους πολλαπλασιασμού. Μελετώντας αυτές τις διαφορετικές μεθόδους, οι μαθητές ανακαλύπτουν τα μυστικά του δικού μας αλγόριθμου για τις πράξεις και έτσι αυτός αποκτά ένα νόημα. Στον κόσμο, αυτή την περίοδο, ορισμένες χώρες δεν εκτελούν τους υπολογισμούς όπως εμείς. Είναι η περίπτωση ορισμένων χωρών της Λατινικής Αμερικής και των Άγγλο-Σαξόνων, που εκτελούν τις πράξεις τους με τον ακόλουθο τρόπο

$$\begin{array}{r}
 2358 \times 47 \\
 9432 \\
 16506 \\
 110826 \\
 \hline
 2358 \times 153
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2358 \\
 11790 \\
 \underline{7074} \\
 360774
 \end{array}$$

- Αυτή η κατάσταση επιτρέπει τους μαθητές να σχετικοποιήσουν τις διαφορετικές τεχνικές μας για τις πράξεις. Να κατανοήσουν το γεγονός ότι από την μια μεριά δεν είναι μοναδικές και από την άλλη δεν είναι απαραίτητα οι καλύτερες. Να συνειδητοποιήσουν ότι πηγάζουν από συνήθειες και παραδόσεις και μπορούν να τροποποιηθούν στο πέρασμα του χρόνου, αν ανακαλύψουμε γρηγορότερες μεθόδους για τους υπολογισμούς μας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1) E. Castelnuovo, M. Barra, *La Mathématique dans la réalité*, CEDIC, 1980.
- 2) Francoise Cerquetti-Aberkane, Annie Rodriguez, Patrice Johan, *Les maths ont une histoire, activités pour le cycle 3*, Hachette Education, 1997.
- 3) A. Daham-Dalmenico et J. Peiffer, *Une Histoire des mathématiques : routes et dédales*, coll. Points Sciences, Seuil, 1986.
- 4) G. Ifrah, *Histoire Universelle des chiffres*, coll. «Bouquins », Robert Laffont, 1994.
- 5) Ν. Ισιφυλίδου & Δ. Χασάπης, Ανάπτυξη μιας διδακτικής ενότητας για το Δημοτικό σχολείο με πυρήνα στοιχεία από την ιστορία των μαθηματικών: Η ιστορική εξέλιξη των αριθμητικών συστημάτων, στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *Η Ιστορία των Μαθηματικών ως μέσο Διδασκαλίας των μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο και στο Γυμνάσιο*. Πρακτικά 1^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Θεσσαλονίκη, 2002, σελ. 175
- 6) A.-A. Upinsky, *Clefs pour les mathématiques*, Seghers, 1988.

**ΑΝΤΙΑΛΗΨΕΙΣ ΠΑΙΔΙΩΝ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ
ΠΡΑΚΤΙΚΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΤΗΣ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟΤΗΤΑΣ.**

Δημήτρης Κουσιδης

Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Δημήτρης Χασάπης

Π. Τ. Δ. Ε. Α.Π.Θ.

Θεωρητικά προλεγόμενα

Η σύνδεση των μαθηματικών του σχολείου με τα μαθηματικά της καθημερινής εμπειρίας των παιδιών αποτελεί ένα διαρκές πρόβλημα της διδασκαλίας των μαθηματικών. Μέσα από τη σύνδεση αυτή θεωρείται – χωρίς όμως και να έχει επαρκώς τεκμηριωθεί ερευνητικά – ότι τα σχολικά μαθηματικά αποκτούν πληρέστερο νόημα για τα παιδιά και προκαλούν περισσότερο το ενδιαφέρον τους.

Όλα τα αναλυτικά προγράμματα μαθηματικών της πρωτοβάθμιας, αλλά και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, θέτουν με διάφορες διατυπώσεις μεταξύ των στόχων τους τη σύνδεση των μαθηματικών του σχολείου με τα μαθηματικά των δραστηριοτήτων της καθημερινότητας, κατά κανόνα με αναφορά στην «κατανόηση και επίλυση πραγματικών προβλημάτων της καθημερινής ζωής...» (ενδεικτικά, Π.Δ. 1034/1977 για το Δημοτικό σχολείο, ΠΔ 831/1977 για το Γυμνάσιο και Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών /2001).

Παρά το δεδομένο αυτό, οι έρευνες για τους τρόπους με τους οποίους προσλαμβάνουν τα παιδιά τη σύνδεση των μαθηματικών του σχολείου με τα μαθηματικά των δραστηριοτήτων της καθημερινότητας, όπως επίσης και για τους παράγοντες που διαμορφώνουν τις σχετικές οπτικές των παιδιών είναι περιορισμένες και χωρίς ξεκάθαρα συμπεράσματα (Kouba & McDonald, 1987; Lerman, 1998; Vanayan et.al, 1997). Εντελώς ενδεικτικά, έρευνα του Lerman (1998) χρησιμοποιώντας ερωτηματολόγια σε ένα μεγάλο δείγμα μαθητικού πληθυσμού 9-11 ετών στο Λονδίνο καταλήγει στο συμπέρασμα ότι τα παιδιά με δυσκολία αναγνωρίζουν τα μαθηματικά που εμπλέκονται σε πρακτικές δραστηριότητες της καθημερινότητας. Κυρίως η αγορά προϊόντων και η διαχείριση χρημάτων και σε μικρότερο βαθμό η μαγειρική και τα παιχνίδια είναι οι δραστηριότητες στις οποίες τα παιδιά αναγνώρισαν τη χρήση μαθηματικών στην έρευνα του Lerman, η οποία όμως, όπως δηλώνει ο ίδιος, περιορίζεται σε ένα πρώτο επίπεδο διερεύνησης εξαιτίας της χρήσης ερωτηματολογίων και όχι συνεντεύξεων.

Στην ίδια λογική, έρευνα των Kouba και McDonald (1987) στις Η.Π.Α. καταλήγει στο συμπέρασμα, ότι οι εμπειρίες των παιδιών από τα σχολικά μαθηματικά επηρεάζουν καθοριστικά τις κρίσεις τους για τα μαθηματικά που εμπλέκονται σε πρακτικές δραστηριότητες της καθημερινότητας. Στην έρευνά τους με ερωτηματολόγια σε παιδιά ηλικίας νηπιαγωγείου μέχρι 8^{ης} τάξης πρωτοβάθμιου σχολείου διαπιστώνουν ότι τα παιδιά δεν αναγνωρίζουν ως μαθηματική καμία δραστηριότητα της καθημερινότητας στην οποία δεν εντοπίζουν ένα εμφανές πρόβλημα προς επίλυση.

Αντίθετα, έρευνα των Edwards και Ruthven (2003) με ατομικές συνεντεύξεις σε μαθητές ηλικίας 7-10 ετών, στην Αγγλία, διαπιστώνει ότι τα παιδιά έχουν μια πληρέστερη επίγνωση των μαθηματικών που εμπλέκονται σε δραστηριότητες της καθημερινότητας από εκείνη που τους αποδίδεται από τις προηγούμενες και παρόμοιες έρευνες. Παράλληλα, η ίδια έρευνα επιβεβαιώνει τη διαπίστωση, ότι τα παιδιά τείνουν να θεωρούν ως μαθηματική μια δραστηριότητα μόνο εφόσον περιλαμβάνει επίλυση προβλημάτων.

Στη χώρα μας οι σχετικές έρευνες είναι, εξ όσων γνωρίζουμε, ανύπαρκτες. Υπάρχουν βέβαια έρευνες για τις στάσεις των παιδιών διαφόρων ηλικιών απέναντι στα μαθηματικά ως επιστήμη και σχολικό μάθημα, οι οποίες περιλαμβάνουν και πτυχές του συγκεκριμένου ζητήματος, είναι όμως σχεδόν στο σύνολο τους βασισμένες σε τυποποιημένα ερωτηματολόγια υιοθετώντας μια ποσοτική λογική εμπειρικο-στατιστικής ανάλυσης, η οποία δεν επιτρέπει, κατά την γνώμη μας,

μια ουσιαστική διερεύνηση των σχέσεων των παιδιών με τα μαθηματικά του σχολείου και τα μαθηματικά των δραστηριοτήτων της καθημερινότητάς τους.

Στην έρευνα που παρουσιάζεται στη συνέχεια και η οποία αποτελεί την πρώτη – διερευνητική φάση – μιας ευρύτερης έρευνας για τη συσχέτιση των σχολικών μαθηματικών με τις πρακτικές δραστηριότητες της ζωής των ανθρώπων, υιοθετείται η μεθοδολογία της έρευνας των Edwards & Ruthven (2003) και διερευνάται η επίγνωση που έχουν παιδιά των δύο τελευταίων τάξεων του δημοτικού σχολείου για τις μαθηματικές γνώσεις ή δεξιότητες που απαιτούνται για την εκτέλεση επιλεγμένων δραστηριοτήτων των ιδίων και του κοινωνικού τους περιγύρου.

Μεθοδολογικά δεδομένα

Επειδή, στόχος της έρευνας ήταν να διαπιστώσουμε τις αναπαραστάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά που εμπεριέχονται σε πρακτικές δραστηριότητες της καθημερινότητας, γι' αυτό και χρησιμοποιήθηκε ως τεχνική συλλογής πληροφοριών η δομημένη ατομική συνέντευξη με κατάλληλα διατυπωμένα ερωτήματα.. Οι μαθητές και οι μαθήτριες που συμμετείχαν στην έρευνα προέρχονται από ένα Δημοτικό σχολείο περιοχής Πολίχνης της Θεσσαλονίκης. Οι ατομικές συνεντεύξεις πραγματοποιήθηκαν τον Ιανουάριο του 2005 σε αίθουσα του σχολείου τους, αλλά έξω από την τάξη τους, την οποία υπέδειξε ο διευθυντής για να υπάρχει ησυχία. Όλες οι συνεντεύξεις μαγνητοφωνήθηκαν.

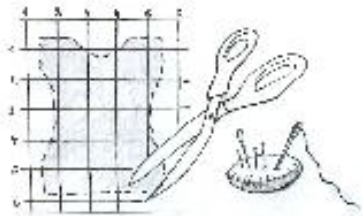
Προτιμήθηκαν μαθητές της Ε' και ΣΤ' Δημοτικού επειδή έχουν εκτεθεί περισσότερο σε μαθηματικές εμπειρίες, τόσο σχολικές όσο και εξω-σχολικές. Από κάθε τάξη επιλέχθηκαν τέσσερις μαθητές, που συμμετείχαν εθελοντικά, αφού προηγούμενα ενημερώθηκαν πως θα μαγνητοφωνηθούν και ότι η όλη διαδικασία δεν αφορά αξιολόγησή τους και είναι ερευνητική. Για την επιλογή των μαθητών οι ερευνητές ζήτησαν από τη δασκάλα κάθε τάξης να προτείνει τέσσερις μαθητές. Δυο από τους θεωρούμενους "καλούς" (ένα αγόρι – ένα κορίτσι) και δυο από τους θεωρούμενους λιγότερο "καλούς" μαθητές. Οι γονείς των παιδιών ασκούν χειρωνακτικά επαγγέλματα ή είναι υπάλληλοι χαμηλών βαθμίδων.

Η συνέντευξη με το κάθε παιδί ξεκινούσε με μια συζήτηση για το ποιο μάθημα του αρέσει και ποιο όχι και τι δραστηριότητες αναπτύσσει στον ελεύθερο χρόνο που έχει εκτός του σχολείου. Στην ερώτηση "ποιο μάθημα τους αρέσει", από τους τέσσερις μετέχοντες της Ε' τάξης, μόνο ένας απάντησε ότι του αρέσουν τα μαθηματικά, αλλά στην ερώτηση «ποιο δεν τους αρέσει» δεν αναφέρθηκαν τα μαθηματικά. Ενώ, από τους ερωτηθέντες μαθητές της ΣΤ' οι τρεις ισχυρίστηκαν ότι δεν προτιμούν τα μαθηματικά και ο ένας δήλωσε πως μόνο λίγο δεν του αρέσουν. Οι σχέσεις των παιδιών με τα μαθηματικά μπορούν, επομένως, να θεωρηθούν μάλλον αρνητικές.

Στη συνέχεια, δείχναμε στο παιδί τέσσερις κάρτες, κάθε μια από τις οποίες απεικόνιζε μια πρακτική δραστηριότητα της καθημερινότητας, επαγγελματική ή παιχνίδι: *Κοπτική – Ραπτική, Ελαιοχρωματισμό, Παιχνίδι Μπάσκετ* και το επιτραπέζιο *Παιχνίδι "Ο γκρινιάρης"*, γνωστό στα παιδιά. Σε καμία κάρτα δεν εμφανίζονταν οι άνθρωποι που εμπλέκονται στις δραστηριότητες αυτές. Η κάρτα της *Κοπτικής – Ραπτικής* έδειχνε ένα ρούχο σε σχέδιο πάνω σε ένα τετραγωνισμένο χαρτόνι (πατρόν) και η κάρτα του *Μπάσκετ* έδειχνε την εξέλιξη μιας βολής. Οι κάρτες του *Ελαιοχρωματισμού* και του *Παιχνιδιού του «γκρινιάρη»* απεικόνιζαν μόνο τα σχετικά αντικείμενα. Οι δραστηριότητες που επιλέχθηκαν περιλαμβάνουν μαθηματικά και καλύπτουν ένα φάσμα συγκεκριμένων δραστηριοτήτων που αφορούν κοινωνικά διαφορετικές ομάδες ανθρώπων, όπως: γυναίκες, άνδρες, ενήλικες και παιδιά. Επιπλέον, ορισμένες από τις δραστηριότητες εκτελούνται ατομικά (ραπτική, ελαιοχρωματισμός) και άλλες ομαδικά και με αντίπαλο (μπάσκετ, γκρινιάρης).

Αφού αφήναμε στο παιδί λίγο χρόνο να παρατηρήσει τις κάρτες ρωτούσαμε αν γνωρίζει την κάθε δραστηριότητα και του ζητούσαμε να μας περιγράψει με όσο περισσότερη λεπτομέρεια μπορούσε τι ακριβώς κάνει κάποιος που εμπλέκεται στη δραστηριότητα, περιγράφοντας τις διαδικασίες της. Στη συνέχεια κάθε παιδί ρωτήθηκε «τι πρέπει να γνωρίζουν / να ξέρουν οι άνθρωποι που αναπτύσσουν κάθε μια από τις δραστηριότητες, ώστε να την εκτελούν σωστά».

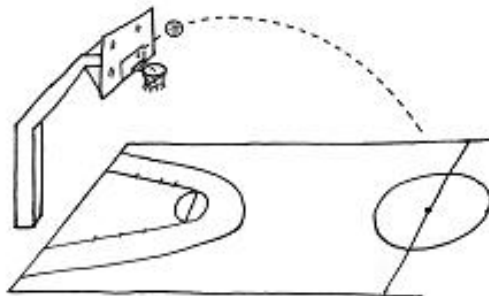
Εικόνες πρακτικών δραστηριοτήτων της καθημερινότητας



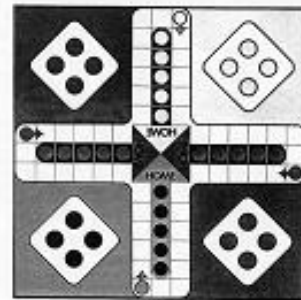
Κοπτική – ραπτική



Ελαιοχρωματισμός



Παιχνίδι Μπάσκετ



Επιτραπέζιο Παιχνίδι «Ο Γκρινιάρης»

Με τα ερωτήματα αυτά περιμέναμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο τα παιδιά είναι ικανά ή όχι, να συνδέσουν αυτές τις δραστηριότητες με τα μαθηματικά χωρίς να ζητηθεί αυτό με άμεσο και ξεκάθαρο τρόπο. Όσοι, σ' αυτό το σημείο, αναφέρθηκαν σε μαθηματικές έννοιες θεωρήσαμε δεδομένο ότι έκαναν ήδη την επισήμανση της χρήσης των μαθηματικών στην υπό συζήτηση δραστηριότητα.

Ακολουθώντας, αφού δηλώνονταν στα παιδιά από τον ερευνητή «πως μερικοί άνθρωποι πιστεύουν ότι στις δραστηριότητες αυτές χρησιμοποιούνται μαθηματικά», ρωτήθηκαν αν συμφωνούν μ' αυτήν την άποψη. Αν ναι, να αναφέρουν ορισμένες χρήσεις των μαθηματικών στις συγκεκριμένες δραστηριότητες. Όσα παιδιά, τώρα, μπορούσαν να κάνουν συνδέσεις των μαθηματικών με τις δραστηριότητες, που πριν αδυνατούσαν, σήμαινε πως ήταν αναγκαία η ερώτηση. Με άλλα λόγια αν, οι ερευνητές, δεν «έδειχναν» τα μαθηματικά στοιχεία των δραστηριοτήτων στα παιδιά, ίσως να μην μπορούσαν να τις αντιληφθούν. Οι ερωτήσεις που ακολουθούσαν έδιναν τη δυνατότητα στα παιδιά να περιγράψουν τους ανθρώπους που έχουν σχέση με τις δραστηριότητες, όσον αφορά το φύλο, την ηλικία και τη μόρφωσή τους.

Ευρήματα της Έρευνας

Πρωταρχική μας επιδίωξη ήταν να διαπιστώσουμε ποια παιδιά βρήκανε τα μαθηματικά ως αναγκαία δεξιοτητα ή γνώση στις τέσσερις δραστηριότητες. Όπως φαίνεται στον πίνακα 1, ορισμένα παιδιά ανέφεραν τη χρήση μαθηματικών με τις λέξεις «μαθηματικά», «αριθμητική» και άλλα με έμμεσο τρόπο όπως «νούμερα», «μετράνε», «υπολογίζουν χρήματα».

Συγκεκριμένα, στην ερώτηση «τι πρέπει να ξέρουν» ένα κορίτσι της Ε' τάξης έκανε τη σύνδεση με τα μαθηματικά σε τρεις δραστηριότητες, άλλοι δυο μόνο στη δραστηριότητα της ραπτικής και ο τέταρτος δεν έκανε καμία συσχέτιση. Όλοι οι μαθητές της ΣΤ' τάξης έκαναν αναφορά στα

μαθηματικά. Όμως, οι “λιγότερο καλοί” δείχνουν να έχουν ένα σημαντικό προβάδισμα αφού και οι δυο συσχετίζουν τις δραστηριότητες με τα μαθηματικά στις τρεις από τις τέσσερις δραστηριότητες και οι “καλοί” εμφανίζουν τη σύνδεση μόνο σε μια από τις τέσσερις δραστηριότητες (πίνακας 1). Σε γεωμετρικά σχήματα γίνεται μια μόνο αναφορά, από κορίτσι “καλή” της Ε' τάξης.

Από μια γενική παρατήρηση των συσχετίσεων που έγιναν πριν τη σαφή ερώτηση, για τη χρήση των μαθηματικών, φαίνεται ότι: (α) μόνο ένας “καλός” μαθητής της Ε' τάξης δεν αναγνώρισε την ανάγκη μαθηματικών σε καμία από τις τέσσερις δραστηριότητες, (β) οι περισσότερες συσχετίσεις έγιναν από τους μαθητές της ΣΤ' (γ) τις πιο πολλές συσχετίσεις τις συγκεντρώνει η δραστηριότητα της ραπτικής και (δ) μόνο ένας από τους οκτώ μαθητές διέκρινε μαθηματικά στο παιχνίδι του μπάσκετ.

Δραστηριότητα S	Εμφάνιση μαθηματικών πριν τη σαφή ερώτηση χρήσης μαθηματικών								Χρήση μαθηματικών που αναγνωρί-σθηκε μετά τη σαφή ερώτηση							
	Ε' τάξη				ΣΤ' τάξη				Ε' τάξη				ΣΤ' τάξη			
	καλοί		λιγ.κα λοί		καλο ι		λιγ.κα λοί		καλο ι		λιγ.κα λοί		καλο ι		λιγ.κα λοί	
	A i	K i	A i	K i	A i	K i	A i	K i	A i	K i	A i	K i	A i	K i	A i	K i
Κοπτική/ραπτική	-	1	1	1	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Ελαιοχρωματιστής	-	1	-	-	-	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Μπάσκετ	-	1	-	-	-	-	-	-	1	1	1	1	1	1	1	1
Γκρινιάρης	-	-	-	-	1	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Πίνακας 1. Συμμετέχοντες που αναγνώρισαν τη σύνδεση των μαθηματικών στις δραστηριότητες πριν και μετά τη σαφή ερώτηση.

Πάντως, η πιο συχνή μαθηματική γνώση ή δεξιότητα που αναφέρθηκε, όπως αναλυτικά δείχνει ο πίνακας 2, ήταν η «μέτρηση» και ο «υπολογισμός».

Δραστηριότητες	Μαθηματικές διαδικασίες που αναφέρθηκαν από κάθε μαθητή/τρια	Αριθμός συμμετεχόντων							
		Ε'				ΣΤ'			
		“κ” ⁱ		“λ.κ.” ⁱ		“κ”		“λ.κ.”	
		A	K	A	K	A	K	A	K
Κοπτική - ραπτική	Μέτρηση /διαστάσεις	8	1	1	1	1	1	1	1
	Πράξεις	2	1	1	-	-	-	-	-
	Σχέδιο	2	-	1	-	-	-	-	1
	Υπολογισμός χρημάτων /υλικού /τιμής	5	-	-	1	1	-	1	1
Ελαιοχρωματιστής	Μέτρηση /διαστάσεις	4	1	1	-	1	-	-	1
	Υπολογισμός υλικού /χρημάτων /ημερών	7	1	1	1	1	1	-	1
	Εμβαδόν (τ.μ.)	4	1	-	-	-	1	1	-
	Ανάμειξη υλικών (κλάσματα)	3	1	-	-	1	1	-	-
Μπάσκετ	Εμβαδόν (τ.μ.) /διαστάσεις	2	-	1	-	-	-	1	-
	Υπολογισμός απόστασης /χρημάτων /ύψους /βάρους	5	1	1	-	1	1	-	-
	Μέτρηση πόντων /βημάτων	5	-	1	1	1	-	-	1
Γκρινιάρης	Μέτρηση	8	1	1	1	1	1	1	1
	Αριθμούς	3	-	1	-	-	-	-	1
	Σχήματα	1	-	1	-	-	-	-	-
	Πράξεις	3	-	-	-	1	1	-	1

Πίνακας 2. Οι αναφερόμενες χρήσεις των μαθηματικών σε κάθε δραστηριότητα μετά τη σαφή ερώτηση.

Ειδικότερα, στη δραστηριότητα του μπάσκετ, η πορεία της μπάλας για το καλάθι, εμφανίζεται με διακεκομμένη γραμμή. Αυτή η απεικόνιση ενώ απαιτούσε να περιγραφεί με τη μαθηματική έννοια της «καμπύλης» και της «γωνίας» κανένας από τους συμμετέχοντες δεν αναφέρθηκε σ' αυτές. Γενικότερα, τις μαθηματικές έννοιες που ανέφεραν οι μαθητές/τριες και εμπίπτουν στη Γεωμετρία είναι: "σχήματα", "σχέδιο" και "εμβαδόν". Από τον πίνακα 2 διαπιστώνουμε πως τα κορίτσια σε σχέση με τα αγόρια υπερτερούν σημαντικά (οκτώ έναντι δυο) στην αναφορά γεωμετρικών μαθηματικών εννοιών.

Επίσης, αν δούμε συνολικά τις δηλώσεις των αγοριών – κοριτσιών ανά τάξη (Ε' - ΣΤ') και κατηγορία "καλοί" - "λιγότερο καλοί" (πίνακας 2) τα κορίτσια υπερέχουν στον εντοπισμό μαθηματικών εννοιών στις συγκεκριμένες δραστηριότητες. Τα δεδομένα του πίνακα 2 προέκυψαν μετά τη σαφή ερώτηση (εάν χρησιμοποιούνται μαθηματικά) που τέθηκε στα παιδιά και όλοι πρότειναν κάποια ή κάποιες συσχετίσεις των μαθηματικών με τις συγκεκριμένες δραστηριότητες.

Στον πίνακα 3 φαίνονται τα πρόσωπα που οι συμμετέχοντες ανέφεραν ότι εμπλέκονται στις τέσσερις δραστηριότητες. Στην Ραπτική, τον Ελαιοχρωματισμό και το Παιχνίδι του "γκρινιάρη" και οι οκτώ μαθητές (Ε' και ΣΤ') είχαν ομόφωνη απάντηση για το ποιος εμπλέκεται σε κάθε δραστηριότητα και μόνο για το Μπάσκετ υπάρχει διάσταση απόψεων, αφού οι μαθητές της Ε' δηλώνουν άνδρες και γυναίκες ενώ αυτοί της ΣΤ' δηλώνουν μόνο άνδρες. Όσο για τη μόρφωση που έχουν ή πρέπει να έχουν οι άνθρωποι των τριών δραστηριοτήτων, που αναφέραμε προηγουμένως, πάλι όλα τα παιδιά συμφωνούν ότι πρέπει να έχουν λίγη μόρφωση. Οι περισσότεροι επισημαίνουν, ως απαραίτητη γνώση τα μαθηματικά, ενώ δυο μαθητές αναφέρονταν και την ξένη γλώσσα (για την περίπτωση των παικτών του μπάσκετ).

Ακόμη, από τον πίνακα 2, φαίνεται ότι στο Παιχνίδι του Μπάσκετ, το σύνολο των μαθητών, διακρίνουν τις λιγότερες (12) μαθηματικές δεξιότητες/γνώσεις και αυτές μετά από σκέψη, δισταγμό και παρότρυνση. Συγκεκριμένα, ένα κορίτσι "καλή" της ΣΤ' και τα δυο αγόρια της Ε' τάξης μετά τη σαφή ερώτηση για τη χρήση των μαθηματικών απάντησαν: «όχι, δε χρειάζονται» ενώ ένα κορίτσι της Ε' "λιγότερο καλό" δήλωσε «δεν ξέρω».

Δραστηριότητες	Φύλο και μόρφωση ανθρώπων που σχετίζονται με κάθε δραστηριότητα, όπως αναφέρθηκαν από κάθε συμμετέχοντα					
			Ε'		ΣΤ'	
			Αγόρια	Κορίτσια	Αγόρια	Κορίτσια
Κοπτική – ραπτική	Περισσότερες γυναίκες	8	2	2	2	2
	Λίγη μόρφωση	8	2	2	2	2
Ελαιοχρωματιστής	Άνδρας	8	2	2	2	2
	Καθόλου μόρφωση	2	-	-	2	-
	Λίγη μόρφωση	6	2	2	-	2
Μπάσκετ	Άνδρες	4	-	1	2	1
	Λίγη μόρφωση	5	1	1	1	2
	Καθόλου μόρφωση /Δεν ξέρω	3	1	1	1	-
	Άνδρες /γυναίκες	4	2	1	-	1
Γκρινιάρης	Παιδιά	8	2	2	2	2
	Λίγη μόρφωση	7	2	1	2	2
	Καθόλου μόρφωση	1	-	1	-	-

Πίνακας 3. Τύποι ανθρώπων που συνδέονται με κάθε δραστηριότητα.

Αν και οι περισσότεροι συμμετέχοντες, αγόρια – κορίτσια, συμφωνούν για το φύλο, τη μόρφωση και τα μαθηματικά που ενέχονται σε κάθε δραστηριότητα θα ήταν παρακινδυνευμένο να κάνουμε γενικεύσεις λόγω του πολύ μικρού αριθμού των συμμετεχόντων στην έρευνα αυτή.

Τα μαθηματικά των δραστηριοτήτων, που αναφέρουν οι "λιγότερο καλοί" μαθητές της Ε' τάξης τα θεωρούν δύσκολα, ενώ οι "καλοί" μαθητές τα ονομάζουν απλά ή απλές γνώσεις. Εδώ φαίνεται να ισχύει αυτό που συμβαίνει στην πραγματικότητα. Δηλαδή αυτό που τυχαίνει να το γνωρίζουμε πολύ καλά να το θεωρούμε απλό, να μην το εκτιμούμε ή ακόμη να το βλέπουμε ως

“μη γνώση”. Αντίθετα, στην ΣΤ' τάξη οι “λιγότερο καλοί” μαθητές θεωρούν απλά τα μαθηματικά όλων των δραστηριοτήτων και οι “καλοί” χαρακτηρίζουν απλά τα μαθηματικά του γκρινιάρη και δύσκολα των άλλων τριών δραστηριοτήτων. Η αντίθεση αυτή για τους μαθητές της ΣΤ' δικαιολογείται αφού διατυπώνουν, στις πιο πολλές δραστηριότητες, πιο δύσκολα μαθηματικά (π.χ. εμβαδόν).

Όσον αφορά τη μόρφωση, οι περισσότεροι συμμετέχοντες τη δέχονται ή την επικαλούνται περισσότερο για να “δικαιολογήσουν” τη μαθηματική γνώση που αναφέρουν ως αναγκαία στις συγκεκριμένες δραστηριότητες. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ένας μαθητής της ΣΤ' τάξης ο οποίος αναφέρει: «*δε χρειάζεται τόσο πολύ, όσο για να γίνεις γιατρός*» (ραπτική), «*όχι τόσο πολύ, όσο δύναμη και ταχύτητα*» (μπάσκετ), «*λίγη μόρφωση, γιατί είναι για παιδιά*» (“γκρινιάρη”). Από τα λεγόμενα του μαθητή της ΣΤ' τάξης επιβεβαιώνεται ότι τόσο το εκπαιδευτικό σύστημα όσο και οι κοινωνίες είναι αυτές που δημιουργούν τις στάσεις – απόψεις των παιδιών για τα μαθηματικά. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρουν οι Abreu, Bishop & Pompeu (1997), η τέλεια γνώση κάποιων μαθηματικών που υπάρχει στη σύγχρονη κοινωνία αλλά και στα σχολικά μαθηματικά μπορεί να “τοποθετήσει” ένα πρόσωπο σε μια συγκεκριμένη θέση. Ορισμένοι μαθητές καθώς προσπαθούν να περιγράψουν τι πρέπει να ξέρουν οι άνθρωποι που αναπτύσσουν κάθε δραστηριότητα, αναφέρονται και σε χαρακτηρισμούς όπως να είναι δίκαιος ή έξυπνος (κυρίως για το “γκρινιάρη”).

Τέλος, από τους συμμετέχοντες, μόνο δυο παιδιά της Ε' τάξης και δύο της ΣΤ' δηλώνουν πως, αρχικά, δε γνώριζαν ή δεν είχαν σκεφτεί ότι χρειάζονται μαθηματικά στις συγκεκριμένες δραστηριότητες. Ωστόσο, στο τέλος της συνέντευξης αποφαίνονται κατηγορηματικά πως «χρειάζονται παντού τα μαθηματικά».

Διαπιστώσεις

Βασικός στόχος της έρευνας ήταν να διερευνηθεί εάν οι συγκεκριμένοι μαθητές μπορούσαν να συνδέσουν τα μαθηματικά που γνώριζαν με πρακτικές δραστηριότητες της καθημερινότητας. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι, πριν τη σαφή ερώτηση (αυθόρμητα), ορισμένοι μαθητές και των δυο τάξεων ήταν σε θέση να διακρίνουν μερικές μαθηματικές γνώσεις ή δεξιότητες αναγκαίες για τις τέσσερις συγκεκριμένες δραστηριότητες. Στη συνέχεια, όπου οι συμμετέχοντες ενημερώνονται με σαφήνεια ότι γίνεται χρήση των μαθηματικών στις ίδιες δραστηριότητες, αναμενόμενα ίσως “βλέπουν” και επισημαίνουν σε όλες τις δραστηριότητες μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες αναγκαίες για την εκτέλεσή τους. Επομένως, το σημαντικό για την έρευνά μας είναι ότι οι μαθητές, κυρίως της ΣΤ' τάξης, δείχνουν να αναγνωρίζουν τουλάχιστον μερικά μαθηματικά που ενυπάρχουν σε μια σειρά από καθημερινές δραστηριότητες. Ένα ακόμη σημαντικό εύρημα είναι πως οι περισσότεροι συμμετέχοντες (6/8, πίνακας 1, εξεύρεση μαθηματικών πριν την ενημέρωση) αναγνώρισαν τη χρήση των μαθηματικών στη δραστηριότητα της Κοπτικής – ραπτικής παρόλο που τη συνέδεσαν περισσότερο με γυναίκες (πίνακας 3).

Ακόμη, όλοι οι μαθητές έπρεπε να δηλώσουν τόσο τις διαδικασίες που περιλαμβάνονται σε κάθε δραστηριότητα όσο και τι πρέπει να ξέρουν οι άνθρωποι που αναπτύσσουν αυτή τη δραστηριότητα. Εδώ, οι περισσότεροι συμμετέχοντες φάνηκε να προσκολλώνται στις διαδικασίες της κάθε δραστηριότητας αφού και στην ερώτηση «τι πρέπει να ξέρεις κάποιος που αναπτύσσει τη δραστηριότητα» επαναλάμβαναν τις διαδικασίες χωρίς να μπορούν να εντοπίσουν μαθηματικές γνώσεις ή δεξιότητες. Αυτή η συμπεριφορά των παιδιών μπορεί να αιτιολογηθεί είτε από το γεγονός ότι τα μαθηματικά που συμπεριλαμβάνονταν στις δραστηριότητες ήταν δύσκολα για αυτά είτε οι διαδικασίες της κάθε δραστηριότητας φαινόταν στα παιδιά εύκολες ώστε να μη θεωρείται αναγκαία καμία μαθηματική γνώση ή δεξιότητα. Πάντως, από τη συζήτηση προέκυψε ότι τα περισσότερα παιδιά θεωρούσαν ότι τα μαθηματικά που απαιτούνται για το παιχνίδι του Μπάσκετ και πιο πολύ του “γκρινιάρη” είναι απλά. Συγκεκριμένα, τα 7 από τα 8 παιδιά καθώς διατύπωναν τη γνώμη τους για τις γνώσεις των παικτών του γκρινιάρη, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες τρεις δραστηριότητες, δεν αναφερόταν καθόλου σε μαθηματικά αλλά «λίγες γνώσεις γιατί είναι για παιδιά», «τουλάχιστον να μετράς», «λίγη μόρφωση», «κάποια πράγματα ναι». Αυτές οι απαντήσεις δείχνουν πως όλοι οι μαθητές είχαν μια συγκροτημένη γνώση και εκδήλωναν μια άποψη για το τι αποτελεί μαθηματικά και τι όχι.

Όπως αναφέρθηκε, διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές και οι μαθήτριες που συμμετείχαν στην έρευνα αναγνώρισαν μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες αναγκαίες για τις συγκεκριμένες πρακτικές δραστηριότητες της καθημερινότητας. Πέρα από τη διαπίστωση αυτή, όμως, δεν μπορούμε να εντοπίσουμε παράγοντες που επηρεάζουν αυτές τις οπτικές των παιδιών γιατί η απομόνωσή τους είναι δύσκολη.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Abreu, G., Bishop, A. & Pompeu, G. (1997) What children and teachers count as mathematics. Στο T., Nunes, P., Bryant (Eds), *Learning and teaching mathematics An international perspective*, Psychology Press, 233 – 264.
- Bishop, A. & Abreu, G. (1991) Children's use of outside-school knowledge to solve mathematics problems in school, *Proceedings of PME XV*, vol.1, Assisi, Italy, 128 – 135.
- Edwards, A. & Ruthven, K. (2003) Young people's perceptions of the mathematics involved in every activities, *Educational research*, vol. 45, No.3, 249 – 260.
- Kouba, L. & McDonald, C. (1987) Students' perceptions of mathematics as a domain. Στο Bergeron, C., et al, (Eds), *Psychology of mathematics education: Proceedings of the eleventh international conference*, vol.1, 106 – 112.
- Lerman, S., (1998) Mathematics has lost its anorak: school students' views of mathematics, Paper presented at the ESRC Seminar, The production of a public understanding of mathematics, University of Birmingham, On line: <http://www.joe.ac.uk:80/esrcmaths> (Ιαν. 2005)
- Vanayan, M., White, N., Yuen, P. & M., Teper, (1997) Beliefs and attitudes toward mathematics among third- and fifth – grade students: a descriptive study', *School science and mathematics*, 97, 7, 345 – 351.
- Walkerdine, V. (1988) *The mastery of reason*, London, Rout ledge.
- Π.Δ. 831/1977, Περί ωρολογίου προγράμματος του ημερησίου Γυμνασίου και αναλυτικού προγράμματος των Α' και Β' τάξεων αυτού, ΦΕΚ 270/τ. Α/20-9-1977.
- Π.Δ. 1034/1977, Περί των διδασκομένων μαθημάτων και του αναλυτικού και ωρολογίου προγράμματος του Δημοτικού σχολείου, ΦΕΚ 347/τ. Α/12-11-77
- ΥΠ.Ε.Π.Θ. (2001) Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών, ΦΕΚ 1366/τ. Β/18-10-2001, 227-248.

ΕΙΚΟΝΕΣ ΠΑΙΔΙΩΝ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διονύσης Κουρούκλης
Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Μαρία Πιττάκη
Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Δημήτρης Χασάπης
Π. Τ. Δ. Ε. Α.Π.Θ.

Εικόνες για τα μαθηματικά: Ένα θεωρητικό υπόβαθρο

Η έρευνα αυτή επιδιώκει να διερευνήσει τις εικόνες για τα μαθηματικά ως επιστήμη και ως σχολικό μάθημα, τις οποίες έχουν συγκροτήσει μαθητές του Δημοτικού σχολείου σε μια προσπάθεια εντοπισμού των παραγόντων που συμβάλλουν καθοριστικά στη συγκρότηση των εικόνων αυτών και κατά συνέπεια στις σχέσεις των παιδιών με τα μαθηματικά.

Οι εικόνες των παιδιών για τα μαθηματικά, αλλά και τους διδάσκοντες μαθηματικά έχουν τεθεί στο επίκεντρο πολλών ερευνών τα τελευταία χρόνια (Furinghetti, 1993; Howson and Kahane, 1990; Rock and Shaw, 2000) με αφετηρία την παραδοχή ότι η συμμετοχή των παιδιών στις δραστηριότητες μάθησης των μαθηματικών – σχολικές και εξω-σχολικές – επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις εικόνες των παιδιών για τα μαθηματικά.

Με τον όρο *εικόνες* των παιδιών για τα μαθηματικά ή *εικόνες* των μαθηματικών εννοούνται νοητικές αναπαραστάσεις και εικόνες των μαθηματικών, οπτικές ή γλωσσικές, προερχόμενες από παρελθούσες εμπειρίες της διδασκαλίας των μαθηματικών, όπως διαμεσολαβούνται από το σχολείο, τους γονείς και τον κοινωνικό περίγυρο, καθώς επίσης και από συναφείς πεποιθήσεις, στάσεις και αντιλήψεις για τα μαθηματικά. Μ' αυτή την έννοια, οι εικόνες των μαθηματικών συνδυάζουν νοητικά και συναισθηματικά στοιχεία. Νοητικά, αφού συναρτώνται με τις μαθηματικές γνώσεις και τις πεποιθήσεις των παιδιών και των ενηλίκων για τα μαθηματικά και συναισθηματικά, αφού επηρεάζονται από τις στάσεις, τα αισθήματα και τις συγκινησιακές τους αντιδράσεις (Lim & Ernest, 1999). Στην εννοιολογική αυτή οριοθέτηση του όρου *εικόνες* για τα μαθηματικά συμπίπτει ένα μεγάλο μέρος συναφών ερευνών (ενδεικτικά, Branco and Oliveira, 1996; Burton, 1989; Mura, 1995; Picker & Berry, 2000; Wilson 1992).

Η διαπίστωση, τώρα, ότι είναι ευρύτατα διαδεδομένες οι αρνητικές εικόνες για τα μαθηματικά, τόσο μεταξύ των παιδιών όσο και μεταξύ των ενηλίκων έχει πολλαπλά τεκμηριωθεί στη διεθνή βιβλιογραφία (ενδεικτικά, Ernest, 1996; Frank, 1990; Mtetwa & Garofalo, 1989; Sewell, 1981). Χαρακτηριστική είναι η διαπίστωση ότι, οι εικόνες πολλών ανθρώπων για τα μαθηματικά είναι αρνητικές και τα μαθηματικά θεωρούνται ως «δύσκολα, ψυχρά, αφηρημένα και σε πολλά πολιτιστικά περιβάλλοντα κυρίως ανδροπρεπή (Ernest, 1996, σελ. 802). Πολλοί άνθρωποι, επίσης, περιγράφουν τα μαθηματικά ως «αμετάβλητα, αναλλοίωτα, εκτός επιστητού, άκαμπτα και μη δημιουργικά» (Buxton, 1981, σελ. 115).

Στις βασικές αιτίες αυτής της αρνητικής εικόνας για τα μαθηματικά, την οποία έχουν παρά πολλοί άνθρωποι συμπεριλαμβάνονται πρωτίστως παράγοντες που συναρτώνται με τη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο (Ernest, 1996), όπως είναι οι στάσεις των δασκάλων, ο φορμαλισμός της διδασκαλίας των μαθηματικών, η έλλειψη άμεσης συνάφειας των μαθηματικών γνώσεων με τις δραστηριότητες της καθημερινότητας των περισσότερων ανθρώπων, ο φόβος για τα μαθηματικά, οι δυσκολίες κατανόησης μαθηματικών εννοιών, οι πιέσεις των γονιών στα παιδιά για τη σχολική επίδοση τους στα μαθηματικά (Sewell, 1981, σελ. 72).

Συμπερασματικά, οι δάσκαλοι των μαθηματικών, οι ατομικές εμπειρίες από τη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο και οι στάσεις των γονιών απέναντι στην επίδοση των παιδιών στα σχολικά μαθηματικά μπορεί να θεωρηθούν ως οι βασικοί παράγοντες δημιουργίας αρνητικών εικόνων για τα μαθηματικά. Η έλλειψη, όμως, συναφών ερευνών, εντοπισμένων σε σχετικά επιμέρους ζητήματα, δεν επιτρέπει παρά μόνο γενικές διαπιστώσεις, όπως η προηγούμενη, χωρίς δυνατότητα εντοπισμού, ούτε των επιμέρους και πιο ειδικών παραγόντων, ούτε των διαδικασιών μέσα από τις οποίες οι παράγοντες αυτοί συμβάλλουν στη δημιουργία αρνητικών εικόνων για τα μαθηματικά σε μεγάλες κατηγορίες μαθητικού πληθυσμού. Για παράδειγμα, η επίδραση των δασκάλων των μαθηματικών είναι αναμφισβήτητη και υπάρχει πληθώρα ερευνών για το ρόλο που παίζουν οι εικόνες που οι δάσκαλοι έχουν για τα μαθηματικά στις διδακτικές πρακτικές τους (για μια επισκόπηση δες Pajeres, 1992). Αντίθετα, είναι ελάχιστες οι έρευνες για την επίδραση των εικόνων για τα μαθηματικά που έχουν οι δάσκαλοι στις εικόνες για τα

μαθηματικά που διαμορφώνουν οι μαθητές τους (π.χ. Brown, 1992). Το αντίστοιχο συμβαίνει με την επίδραση των στάσεων των γονιών απέναντι στην επίδοση των παιδιών τους στα σχολικά μαθηματικά, η οποία τεκμηριώνεται από πολλές έρευνες (ενδεικτικά, Parsons et al., 1982), ενώ δεν έχει διερευνηθεί επαρκώς η συνάφεια των εικόνων που οι γονείς έχουν για τα μαθηματικά με τις εικόνες για τα μαθηματικά που συγκροτούν τα παιδιά. Όπως επίσης έχουν ελάχιστα ερευνηθεί και αναλυθεί τα χαρακτηριστικά των εικόνων για τα μαθηματικά και τους μαθηματικούς που έχουν συγκροτήσει τα παιδιά, με παραδειγματική εξαίρεση την έρευνα των Rock & Shaw (2000).

Στην Ελλάδα η κατάσταση είναι υποτυπώδης και οι σχετικές έρευνες σε όλους τους τομείς είναι ελάχιστες. Οι έρευνες αυτές υιοθετούν, κατά κανόνα, ποσοτικές μεθόδους με χρήση τυποποιημένων ερωτηματολογίων και διερευνούν πρωτίστως τις στάσεις των παιδιών μέσα σε ένα θεωρητικό πλαίσιο νοηματοδοτημένο από τις συναφείς προσεγγίσεις της γνωστικής ψυχολογίας. Σε κάθε περίπτωση δεν εισάγονται στις έρευνες αυτές στοιχεία του κοινωνικού και πολιτισμικού πλαισίου, τα οποία συμβάλλουν σε μια κοινωνική αναπαράσταση των μαθηματικών ως πεδίου δραστηριότητας - μαθησιακής και πρακτικής - ταλαντούχων και κληρονομικά προικισμένων ατόμων, «μαθηματικών μυαλών». Μια αναπαράσταση η οποία, εκτός άλλων, αποκλείει από τις μαθηματικές δραστηριότητες κοινωνικές ομάδες και κατηγορίες του πληθυσμού, όπως είναι οι γυναίκες.

Εικόνες για τα μαθηματικά: Μια εμπειρική διερεύνηση

Η μελέτη των φανταστικών παραστάσεων για τα στερεότυπα των παιδιών θεμελιώθηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1950, όταν η ανθρωπολόγος Μάργκαρετ Μήντ (Margaret Mead) και η ψυχολόγος Ρόντα Μετρώ (Rhoda Metraux) διεξήγαγαν στις ΗΠΑ μια μεγάλη έρευνα για τις εικόνες που είχαν συγκροτήσει για την επιστήμη και τους επιστήμονες μαθητές δευτεροβάθμιων σχολείων (Mead and Métraux, 1957). Τα μέσα συλλογής των εμπειρικών δεδομένων της έρευνας αυτής περιελάμβαναν εκτός από γραπτές απαντήσεις σε μια σειρά ερωτήσεων, τη ζωγραφική μιας εικόνας ενός επιστήμονα, όπως τον φαντάζονταν τα παιδιά. Η τεχνική αυτή καθιερώθηκε ως «Ζωγράφισε έναν Επιστήμονα» (DAST- Draw a Scientist Test) και σε διάφορες παραλλαγές εφαρμόστηκε έκτοτε σε πολλές έρευνες στερεοτύπων για τους επιστήμονες και τις δραστηριότητες τους (ενδεικτικά, Barman, 1999; Chambers, 1983; Finson, Beaver and Cramond, 1995), όπως επίσης και σε ελάχιστες και πολύ πρόσφατες έρευνες για τις εικόνες που έχουν συγκροτήσει παιδιά διαφόρων ηλικιών από διάφορες χώρες για τους μαθηματικούς ως επιστήμονες (Picker & Berry, 2000; Rock & Shaw, 2000).

Στην έρευνα που εκτίθεται εδώ, χρησιμοποιήθηκε για τη συλλογή των εμπειρικών δεδομένων μια παραλλαγή της μεθόδου «Ζωγράφισε έναν Επιστήμονα ή έναν Μαθηματικό» με πρώτο στόχο να διερευνηθούν οι στερεότυπες εικόνες τις οποίες έχουν συγκροτήσει μαθητές του Δημοτικού σχολείου για τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα και ενδεχόμενα ως επιστήμη και σε ένα επόμενο στάδιο της έρευνας να εντοπιστούν παράγοντες που συμβάλλουν καθοριστικά στη συγκρότηση των εικόνων αυτών και κατά συνέπεια στις σχέσεις των παιδιών με τα μαθηματικά.

Σε μια ώρα διδασκαλίας μαθηματικών, τρίτη διδακτική ώρα στο ωρολόγιο πρόγραμμα, ζητήθηκε από τα παιδιά της Δ' τάξης (14 παιδιά) και της Στ' τάξης (17 παιδιά) του Δημοτικού Σχολείου Επισκοπής Ημαθίας¹, στο οποίο διδάσκουν οι δύο από τους γράφοντες εκπαιδευτικοί, «να σκεφτούν και να λειτουργήσουν ως ζωγράφοι και όπως κάθε ζωγράφος την ώρα που ζωγραφίζει ένα πίνακα κάτι βλέπει, κάτι σκέφτεται, κάτι αισθάνεται, κάτι θέλει να πει και να δείξει και το έργο του είναι μοναδικό, το ίδιο θα θέλαμε να κάνουν και τα παιδιά. Να αφήσουν τα βιβλία και τα τετράδια στην άκρη του θρανίου τους, να κλείσουν τα μάτια τους,, να ακούσουν μια λέξη και να ζωγραφίσουν σε ένα λευκό χαρτί που τους δόθηκε, όποια εικόνα έρθει στο μυαλό τους με το άκουσμα της λέξης.... Μαθηματικά..... να αποτυπώσουν σε μια ζωγραφιά τις σκέψεις, τα συναισθήματα, τις εικόνες που γεννιούνται μέσα τους στο άκουσμα της λέξης Μαθηματικά».

Προκειμένου να προκληθεί το ανεπιτήδευτο από τυπικούς σχολικούς παράγοντες ενδιαφέρον των παιδιών και να εκδηλωθούν εικονογραφημένα οι πραγματικές σχέσεις τους με τα μαθηματικά, προηγήθηκαν διαβεβαιώσεις πως οι εικόνες τους δεν πρόκειται να βαθμολογηθούν, ούτε να επηρεάσουν την εκτίμηση που έχουν οι γράφοντες δάσκαλοι για καθένα και καθεμιά από τα παιδιά.. Μια τέτοια σύμβαση ελεύθερης έκφρασης δεν ήταν δύσκολο να επιτευχθεί εξαιτίας των σχέσεων που έχουν αναπτύξει οι γράφοντες εκπαιδευτικοί

με τα παιδιά, στο πλαίσιο των οποίων η όποια αξιολογική διαδικασία επιβάλλεται από τους σχολικούς κανονισμούς δεν έχει ως κύρια χαρακτηριστικά της τις εξετάσεις και τους βαθμούς. Την επόμενη διδακτική ώρα, τέταρτη στο ωρολόγιο πρόγραμμα, κάθε παιδί μας παρουσίαζε και εξηγούσε τη ζωγραφιά του.

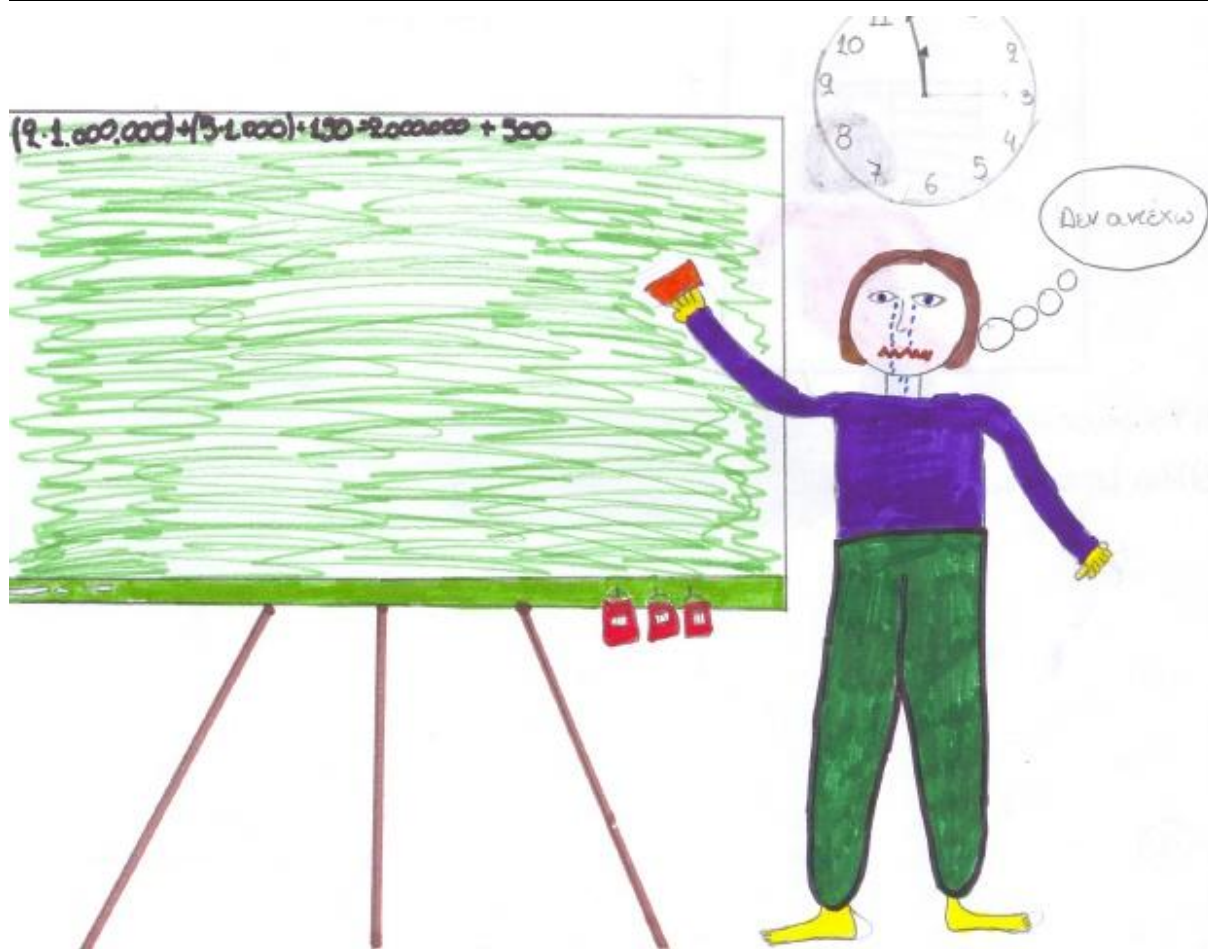
Η ανάλυση των εικόνων που ζωγράφισαν τα παιδιά ήταν πρωτίστως ποιοτική, επιχειρώντας να διακρίνει τα χαρακτηριστικά τους με βάση αφενός το περιεχόμενο και τους συμβολισμούς που ενέχει και αφετέρου τα εικονογραφικά στοιχεία της μορφής τους. Θεωρούμε δεδομένο, ότι η ερμηνεία κάθε εικόνας η οποία εκφράζει μια νοητική και συναισθηματική κατάσταση του δημιουργού της δεν μπορεί να είναι απόλυτη και συναρτάται σε μεγάλο βαθμό με την ερμηνευτική προσέγγιση του θεατή – αναγνώστη της. Η συνοπτική ανάλυση που ακολουθεί υπόκειται σ' αυτό τον περιορισμό.

(α) Το περιεχόμενο των ζωγραφιών και το μήνυμά του

– Θετικές και αρνητικές εικόνες για τα μαθηματικά

Αναλύοντας το περιεχόμενο των εικόνων, διαπιστώνουμε ότι στις ζωγραφιές των παιδιών υπερέχουν οι αρνητικές εικόνες για τα μαθηματικά. Στις θετικές εικόνες υπάρχουν ορισμένες που φαινομενικά μπορεί να θεωρηθούν θετικές, χωρίς όμως να είναι, μιας και οι δημιουργοί τους προσπάθησαν ν' αποτυπώσουν αυτό που θα ήθελαν τα παιδιά να είναι, ώστε ενδεχομένως να ικανοποιούν τις προσδοκίες των γονιών ή των δασκάλων. Ίσως θα μπορούσαμε να τις χαρακτηρίσουμε «ζωγραφιές επιθυμίας», γιατί δηλώνουν αναγνωρίσιμες αξίες, που όμως είναι από άλλα δεδομένα σαφές ότι δεν υιοθετούν τα παιδιά.

Στις αρνητικές εικόνες των παιδιών τα μαθηματικά αποτυπώνονται, κατά κανόνα, ως βίωμα απειλής, αγωνίας, άγχους, φόβου και καταπίεσης με διάφορες συμβολικές ή ρεαλιστικές παραστάσεις: καρδιές που χτυπούν, μάτια που κλαίνε, δάσκαλοι που φωνάζουν, παιδιά που επικαλούνται τη θεία έμπνευση ή τη θεά τύχη, παιδιά που χαίρονται για τον κεραυνό που τους σκοτώνει λυτρωτικά, φωνές διαμαρτυρίας «δεν αντέχω» και άλλα παρόμοια, σε περιβάλλοντα γκρίζα και καταπιεστικά ομοιόμορφα.



ΚΩΣΤΑΣ: Δεν αντέχω

Αντίθετα, στις θετικές εικόνες των παιδιών η ενασχόληση με τα μαθηματικά αποτυπώνεται κυρίως ως ευχάριστο ταξίδι, βίωμα χαράς και κατάσταση πανηγυριού σε περιβάλλοντα φωτεινά και πολύχρωμα.



ΑΝΤΩΝΗΣ: Η σκέψη μου για τα μαθηματικά είναι κάτι ευχάριστο ...

Οι όποιες ανησυχίες περιλαμβάνονται στα στοιχεία των εικόνων αυτών προκύπτουν όχι από τα μαθηματικά, αλλά από τα ερωτηματικά και τις ανησυχίες της επιτυχίας σε ένα ανταγωνιστικό πλαίσιο που ενδεχόμενα δημιουργείται από τις προσδοκίες του οικογενειακού ή και του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος.

– Ρεαλιστικές και φανταστικές εικόνες

Ο μεγαλύτερος αριθμός των ζωγραφιών των παιδιών αποτυπώνει εικόνες που αναπαριστούν γεγονότα του κόσμου της πραγματικότητας. Τα παιδιά αντιστοιχούν στο άκουσμα της λέξης «μαθηματικά» πρωτίστως μια σχολική πραγματικότητα που τα ίδια βιώνουν: αίθουσα διδασκαλίας, δάσκαλος ή δασκάλα και μαθητές ή μαθήτριες, πίνακας και θρανία, βιβλία, τετράδια, μολύβια και γόμες, αριθμητικές πράξεις και συμβολικές παραστάσεις. Αντίθετα, είναι ελάχιστες οι ζωγραφιές των παιδιών που αποτυπώνουν φανταστικές καταστάσεις ή σχέδια που δύσκολα θα μπορούσαν να διαβαστούν. Στις περιπτώσεις αυτές οι εξηγήσεις των δημιουργών τους ήταν αναγκαίες για να κατανοήσουμε το περιεχόμενο τους. Εκτός από μια, το σύνολο των ζωγραφιών αυτής της ομάδας αποτυπώνουν αρνητικές εικόνες για τα μαθηματικά.

– Τα συνοδευτικά κείμενα των εικόνων

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα μικρής έκτασης κείμενα, τα οποία ως επιγράμματα, υπότιτλοι ή επεξηγήσεις συνοδεύουν τις ζωγραφιές των παιδιών αποτελώντας, όμως, αναπόσπαστο στοιχείο της παράστασης που απεικονίζουν. Χαρακτηρίζουν σχεδόν αποκλειστικά τις ζωγραφιές των παιδιών της Στ' τάξης του Δημοτικού σχολείου και δηλώνουν κυρίως συναισθήματα, τόσο για το μάθημα των μαθηματικών όσο και για την πραγματικότητα της διδασκαλίας του μαθήματος στη σχολική τάξη.

Ειδικότερα, τα μικρής έκτασης κείμενα δηλώνουν συναισθηματικές φορτίσεις, επιθυμίες, τυποποιημένες ερωτήσεις και απαντήσεις με μαθηματικό περιεχόμενο, αριθμητικές πράξεις, εξωτερικευμένες σκέψεις και χιουμοριστικά σχόλια.

Χαρακτηριστικό είναι το ερμηνευτικό κείμενο - ποίημα μιας ζωγραφιάς η οποία εκφράζει μια θετική εικόνα για τα μαθηματικά :

*Φαντάστηκα ένα ροζούλικο καράβι
με καφέ πανιά
να το παίρνει ένα πελώριο
χρωματιστό κύμα,
να έχει τιμόνι έναν ήλιο
που το οδηγάει ένας πειρατής.
Και ξάφνου βλέπει μπροστά του
ένα θησαυρό
γεμάτο φαγητό.*

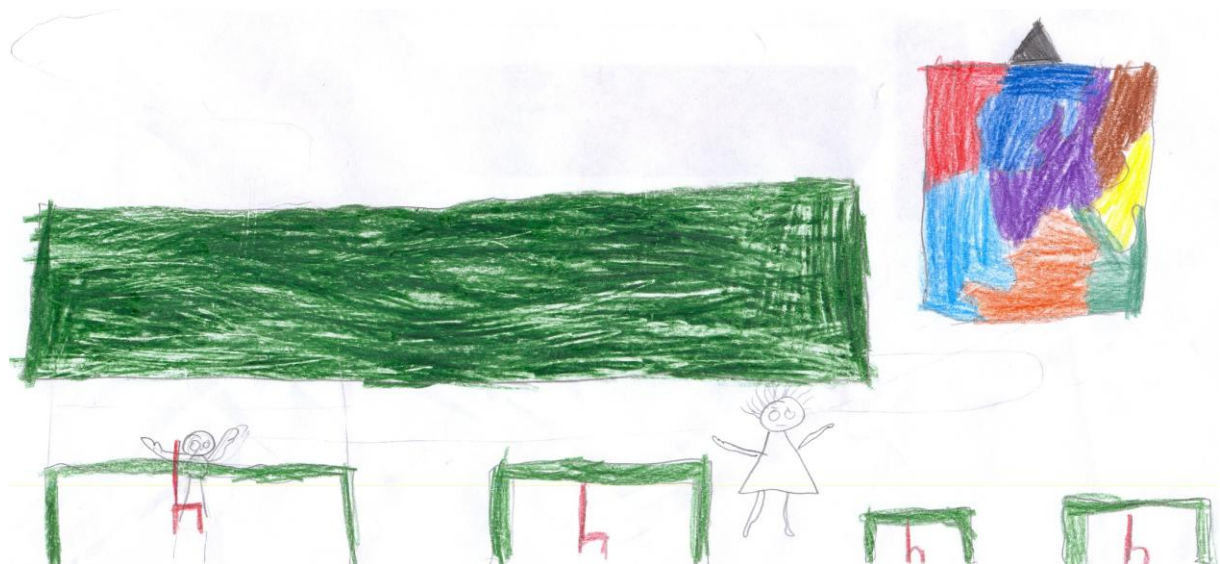
και μιας μικρής ιστορίας, συνοδευτικής μιας ζωγραφιάς η οποία εκφράζει μια αρνητική εικόνα για τα μαθηματικά :

«Μια φορά που είχα πολλά μαθηματικά να κάνω και δεν μπορούσα να τα λύσω, έχασα το κουράγιο μου. Τότε σκέφτηκα πως θα ήθελα να ήμουν ένα λιοντάρι και να ζω στη ζούγκλα. Να μην έχω να σκέφτομαι τα μαθηματικά και να μαθαίνω τόσα πολλά και δύσκολα πράγματα. Αμέσως μετά μου ήρθε στο μυαλό μια ταινία που είδα στην τηλεόραση: ένας ινδιάνος με το φαρμακερό του βέλος που σκοτώνει ένα λιοντάρι. Προτιμώ τα δύσκολα μαθηματικά σκέφτηκα. Πόσο ανόητος ήμουν που έκανα αυτή τη σύγκριση!»

(β) Η μορφή των ζωγραφιών και τα στοιχεία της

– Χρώμα και φως

Τα παιδιά και των δυο τάξεων δημιούργησαν χρωματιστές ζωγραφιές. Δεν υπήρξε καμία ασπρόμαυρη. Οι ζωγραφιές που εκφράζουν θετικές εικόνες για τα μαθηματικά είναι κατά κανόνα χαρούμενες, ελκυστικές με έντονα χρώματα, φωτεινότητα και, κυρίως, πολυχρωμία.



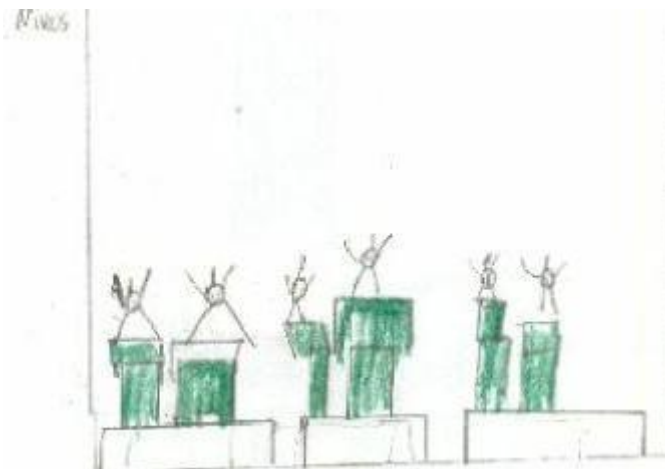
ΓΙΑΝΝΗΣ: Τα μαθηματικά είναι ένα από τα καλύτερα μαθήματα μου

Αντίθετα, στις ζωγραφιές που εκφράζουν αρνητικές εικόνες για τα μαθηματικά επικρατεί η μονοχρωμία ή η δικρωμία, και σε ελάχιστες περιπτώσεις η τριχρωμία, σκοτεινών, κυρίως, χρωμάτων.



ΓΙΩΤΑ: Τα μαθηματικά δεν μου αρέσουν ...

Ενδιαφέρον παρουσιάζει μια ζωγραφιά ενός παιδιού της Δ' τάξης. Επικρατεί μονοχρωμία (πράσινα, όμοια ορθογώνια θρανία), ίδια έκφραση στα πρόσωπα των παιδιών ζωγραφισμένα με μολύβι, μαλλιά που αποτελούνται από ευθείες γραμμές στα ίδια, περίπου, σημεία όλων των κεφαλιών. Η εξήγηση της εικόνας απ' τη μεριά του μαθητή μας εξέπληξε. Δήλωσε πως στο μάθημα της αριθμητικής όλα είναι ίδια. Συγκεκριμένες πράξεις, ίδιες λύσεις ασκήσεων και προβλημάτων απ' όλα τα παιδιά, μια και μόνο αποδεκτή λύση. Ενώ στα υπόλοιπα μαθήματα υπάρχει διάλογος, διαφορετικές σκέψεις και απόψεις και σπάνια στο λεξιλόγιο του δασκάλου υπάρχουν οι λέξεις «σωστό ή λάθος».



ΝΙΚΟΣ: Τα μαθηματικά δεν μου αρέσουν ... είναι πολύ βαρετά

– Επεξηγήσεις και σύμβολα

Στις ζωγραφιές των παιδιών της Στ' τάξης παρατηρούνται εκτενείς λεκτικά διατυπωμένες επεξηγήσεις και σύμβολα ενσωματωμένα στην εικόνα ως συστατικό της στοιχείο. Τα παιδιά προσπαθούν να αποδώσουν εικονογραφικά τη λέξη «μαθηματικά» απεικονίζοντας τη σχολική αίθουσα με τα δρώντα πρόσωπα μέσα από μεγάλους διάλογους ή κείμενα που εκφράζουν τις σκέψεις και τα συναισθήματά τους, όπως επίσης και την ατμόσφαιρα ή τα βιώματα της σχολικής τάξης. Παρατηρούνται, διάχυτες σε όλη την έκταση της ζωγραφιάς, αριθμητικές πράξεις και σύμβολα, ακόμη και γραφικά στοιχεία (τελείες, γραμμές, τόξα) με στόχο να δώσουν έμφαση ή να εστιάσουν την προσοχή του θεατή-αναγνώστη στο μήνυμα της ζωγραφιάς. Αντίθετα, στις ζωγραφιές των παιδιών της Δ' τάξης υπάρχουν ελάχιστες λεκτικά διατυπωμένες επεξηγήσεις, παρατηρούνται όμως αριθμητικά σύμβολα και πράξεις τοποθετημένα πάνω στον σχολικό πίνακα που αποτυπώνεται στη ζωγραφιά.



ΜΑΡΙΑ: Βοήθησε με Θεέ μου !!!

Παρατηρήθηκε, τέλος, σε ελάχιστες ζωγραφιές των παιδιών της Στ' τάξης μια ιδιότυπη χρήση αφηρημένων συμβολικών στοιχείων για την έκφραση της σχέσης των παιδιών με τα σχολικά μαθηματικά. Δύο είναι τα συμβολικά αυτά στοιχεία που παρουσιάζουν ενδιαφέρον: ένα τυποποιημένο πρόσωπο που η έκφρασή και η στάση του αποτύπωναν φόβο, αγωνία, αμηχανία, σκέψη, προβληματισμό και ένα σχήμα καρδιάς πάνω στην μπλούζα ενός παιδιού ή σε κάποιο σημείο του χαρτιού χωρίς να αποδίδεται σε ένα πρόσωπο, για να δηλωθούν «οι χτύποι της καρδιάς την ώρα του μαθήματος των μαθηματικών».

– Γεωμετρικά σχήματα

Στις ζωγραφιές των παιδιών, ανεξάρτητα από την έκφραση θετικών ή αρνητικών εικόνων για τα μαθηματικά, παρατηρείται η έντονη χρήση γεωμετρικών σχημάτων για την παράσταση των στοιχείων της εικόνας. Με βάση την αναπαράσταση της σχολικής αίθουσας κυριαρχεί το ορθογώνιο (θρανία - πίνακες), ακολουθεί ο κύκλος (πρόσωπα παιδιών και δασκάλων), ενώ υπάρχει και ένα τρίγωνο ως άσκηση γεωμετρίας πάνω στον σχολικό πίνακα που αποτυπώνεται

στη ζωγραφιά. Φαίνεται ότι, οι εικόνες των παιδιών για τα μαθηματικά οδηγούν σε μια «γεωμετροποίηση» των παραστάσεων τους, δεδομένο το οποίο χρήζει μιας παραπέρα διερεύνησης.

Εικόνες για τα μαθηματικά: Μια διαπίστωση

Είναι σαφές, ότι οι ζωγραφιές των παιδιών περιέχουν σημαντικά στοιχεία για τις σχέσεις τους με τα μαθηματικά και για την επίδραση των σχολικών εμπειριών τους στη διαμόρφωση των σχέσεων αυτών. Μια διαπίστωση που συνάγεται από τα στοιχεία αυτά είναι ότι η πλειονότητα των παιδιών με αρνητικές εικόνες για τα μαθηματικά απεικονίζει τη διδασκαλία των μαθηματικών ως καταναγκασμό ή ως απειλή, ενώ παράλληλα συμπεριλαμβάνει με διάφορες απεικονίσεις στοιχεία κριτικής στους εκπαιδευτικούς για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Η συνέπεια μιας τέτοιας εικόνας για τα μαθηματικά διατυπώνεται χαρακτηριστικά από την Ένριον (Henrion, 1977, σελ. 257), “όταν τα μαθηματικά από-ανθρωποποιούνται και από-πλαισιώνονται το πιθανότερο είναι να αντιμετωπιστούν από τα παιδιά ως άσχετα με τη ζωή τους, γεγονός το οποίο τα αποθαρρύνει από την ενασχόληση τους μ’ αυτά”. Αν, επομένως, στόχος της διδασκαλίας των μαθηματικών είναι η ενεργή συμμετοχή όλων των παιδιών, τότε η απάλειψη των αρνητικών εικόνων για τα μαθηματικά και των στερεοτύπων που εκφράζουν οφείλει να είναι μια διαρκής επιδίωξη.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Barman, C.R.(1999), Pupils' views about scientists and school science: Engaging K-8 teachers in a national study, *Journal of Science Teacher Education* 10(1), 43–54.
- Branco, I., & Oliveira, I. (1996). Teachers' and students' images about learning mathematics. In L. Puig and A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Valencia, Spain, July 8-12, 1996*, 1-159.
- Brown, L. (1992). The influence of teachers on children's image of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 12(2), 29-33.
- Burton, L. (1989). Images of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: the state of the art* (pp.180-187). New York: The Falmer Press.
- Buxton, L. (1981). *Do you panic about maths? Coping with maths anxiety*. London: Heinemann Educational Books.
- Chambers, D.W.(1983), Stereotypic images of the scientist: the draw-a-scientist test, *Science Education* 67(2), 255–265.
- Ernest, P. (1995). Values, gender and images of mathematics: a philosophical perspective. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 26, 3, 449-462.
- Ernest, P. (1996). Popularization: myths, mass media and modernism. In A. J. Bishop (Ed.), *The International Handbook of Mathematics Education* (pp.785-817). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Frank, M. L. (1990). What myths about mathematics are held and conveyed by teachers? *Arithmetic Teacher*, 37(5), 10-12.
- Finson, K.D., Beaver, J.B. and Cramond, B.L.(1995), Development and field test of a checklist for the draw-a-scientist test, *School Science and Mathematics* 95(4), 195–205.
- Furinghetti, F.: 1993, 'Images of mathematics outside the community of mathematicians: evidence and explanations,' *For the Learning of Mathematics* 13(2), 33–38.
- Henrion, C. (1997), *Women in Mathematics: The Addition of Difference*, Indiana University Press, Bloomington and Indianapolis.
- Howson, A. G., & Kahane, J. P. (Eds.). (1990). *The Popularization of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jaworski, B.: 1994, 'Being mathematical within a mathematical community,' in M. Sedlinger (ed.), *Teaching Mathematics*, Routledge/Open University, London, 218–231.

-
- Kloz, G. (1996). *An introduction to Public understanding of mathematics*. On line: <http://mathforum.org/social/math.perception.html> (Iav 2005)
- Lim, C. S. & Ernest, Π. (1999), Public images of mathematics, *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 11. On line: <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome11/art6.htm>
- Mead, M. and Métraux, R.(1957), Image of the scientist among high-school pupils, *Science* 126 (3269), 384–390.
- Mtetwa, D., & Garofalo, J. (1989). Beliefs about mathematics: An overlooked aspect of student difficulties. *Academic Therapy*, 24(5), 611-618
- Mura, R. (1995). Images of mathematics held by university teachers of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 28(4), 385-399.
- Sewell, B. (1981). *Use of mathematics by adults in daily life*. Leicester, UK: Advisory Council for Adult and Continuing Education (ACACE).
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Parsons, J. E., Alder, T. F., & Kaczala, C. M. (1982). Socialization of achievement attitudes and beliefs: Parental influences. *Child Development*, 53, 310-321.
- Picker, S. H. & Berry, J. (2000). Investigating pupils' images of mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 43(1), 65-94.
- Rock, D. and Shaw, J.M.: 2000, 'Exploring children's thinking about mathematicians and their work,' *Teaching Children Mathematics* 6(9), 550–555.
- Wilson, M. R. (1992, August). *Prospective secondary teachers' images of mathematics, mathematics teaching and mathematical functions*. Paper presented at the 7th International Congress on Mathematical Education, Working Group 21: Public Images of mathematics, Quebec, Canada.

**ΟΙ ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΣΧΟΛΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ
ΣΧΟΛΕΙΟΥ**

Δημήτρης Χασάπης & Άρης Κατσάρκας

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Α.Π.Θ.

Οι αναφορές των μαθηματικών εννοιών σε καταστάσεις της πραγματικότητας

Οι μαθηματικές έννοιες, όπως και πολλές άλλες νοητικές κατασκευές χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση ποσοτικών σχέσεων και μετασχηματισμών αντικειμένων, όντων ή καταστάσεων της πραγματικότητας, καθώς και για την αναπαράσταση ενεργειών επί ποσοτικών χαρακτηριστικών και σχέσεων, που πραγματοποιούνται μέσα από την ανθρώπινη δραστηριότητα σε αντικείμενα, όντα και καταστάσεις της πραγματικότητας. Από την οπτική αυτή οι μαθηματικές έννοιες αποτελούν ένα είδος μαθηματικών (μικρο)θεωριών, οι οποίες περιγράφουν στοιχεία της πραγματικότητας.

Τα αξιώματα και τα θεωρήματα μιας μαθηματικής θεωρίας ορίζουν μια μαθηματική έννοια και της αποδίδουν ένα νόημα, το οποίο είναι περιορισμένο στο πλαίσιο της αντίστοιχης μαθηματικής θεωρίας στην οποία ορίζεται η έννοια. Οι μαθηματικές έννοιες στον κόσμο της αφαίρεσης προσλαμβάνουν, έτσι, μια σχετική «αντικειμενικότητα» και «απολυτότητα». (κανένας δεν αρνείται τη σχέση «1 ίσον 1», αλλά πόσο αυτή διαφέρει από την «ισότητα» σε κοινωνικές σχέσεις!). Μια «αντικειμενικότητα» και «απολυτότητα», οι οποίες όμως έχουν δεχτεί ισχυρές κριτικές τόσο από φιλοσοφική όσο και από κοινωνιολογική οπτική (ενδεικτικά, Davis και Hersh, 1983, Ernest, 1991, Lakatos, 1976). Άλλωστε, κάθε αντιστοίχιση των μαθηματικών εννοιών με την πραγματικότητα αποκαλύπτει την σχετική υπόσταση των μαθηματικών. Περιγράφοντας το γεγονός αυτό ο Einstein σημείωσε: *«Όταν οι νόμοι των μαθηματικών αναφέρονται στην πραγματικότητα, δεν είναι απόλυτοι· και όταν είναι απόλυτοι, δεν αναφέρονται στην πραγματικότητα».*

Τέτοιες αντιστοιχίσεις των μαθηματικών εννοιών με καταστάσεις της πραγματικότητας οδηγούν σε μια μαθηματική θεωρία περιγραφής της πραγματικότητας, η οποία όμως διαμεσολαβείται αναγκαστικά από ένα σύνολο μη μαθηματικών εννοιών και από μια σειρά γλωσσικών ή και συμβολικών διατυπώσεων. Αν δεχθούμε, μάλιστα, τη θεωρία του Vergnaud (1983) για τις μαθηματικές έννοιες, όπου κάθε ορισμός μιας μαθηματικής έννοιας περιλαμβάνει πάντα ένα *σύνολο καταστάσεων* που δίνουν νόημα στην έννοια, ένα *σύνολο σταθερών* που εδραιώνονται από τις ουσιαστικές σχέσεις της έννοιας με άλλες συναφείς έννοιες και από ένα *σύνολο συμβόλων* που χρησιμοποιούνται στην αναπαράσταση της έννοιας, αντιλαμβανόμαστε ότι αυτές οι διατυπώσεις αποδίδουν στις έννοιες αυτές ένα πρόσθετο μη μαθηματικό νόημα που αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη κατάσταση της πραγματικότητας και παράλληλα καθορίζουν ένα πλαίσιο αναφοράς των μαθηματικών εννοιών στην πραγματικότητα.

Επομένως, κάθε μαθηματική έννοια έχει ένα γενικό μαθηματικό νόημα, αλλά αντιστοιχούμενη με μια κατάσταση της πραγματικότητας αποκτά ένα ειδικό νόημα στα πλαίσια της αντιστοίχησης αυτής. Κατά συνέπεια μια μαθηματική έννοια αποκτά διαφορετικά νοήματα με την απόδοση διαφορετικών πλαισίων αναφοράς σε διαφορετικές αντιστοιχίσεις με διαφορετικές καταστάσεις της πραγματικότητας.

Η διδασκαλία των μαθηματικών και τα πλαίσια αναφοράς τους

Τα παραδείγματα και τα προβλήματα των σχολικών βιβλίων που παρέχουν τα πλαίσια αναφοράς και τις καταστάσεις πραγματικότητας όπου εφαρμόζονται οι διδασκόμενες μαθηματικές έννοιες έχουν σαφή και συγκεκριμένο ιδεολογικό προσανατολισμό. Από προηγούμενες αναλύσεις (Χασάπης, 1996) του περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων των

Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, προκύπτουν αντιστοιχίες με δύο κυρίως κατηγορίες καταστάσεων:

- (α) Καταστάσεις τεχνητές και κοινωνικά απροσδιόριστες, που αναφέρονται σε μια υποτιθέμενη παιδική και φαινομενικά ουδέτερη πραγματικότητα. Η πραγματικότητα που προβάλλεται ως πρωταρχικό αντικείμενο νοητικής επεξεργασίας των μαθηματικών συγκροτείται από αντικείμενα, ζώα, φυτά και πρόσωπα που υποδηλώνονται με τη γενική μορφή απροσδιόριστων ή ασαφώς προσδιορισμένων οντοτήτων, για παράδειγμα με στερεότυπα ονόματα, με σχέσεις συγγένειας ή με αναφορά του φύλου και λοιπά ανάλογα. Αυτό το είδος αντικαθίσταται με την πάροδο του χρόνου.
- (β) Καταστάσεις συναλλαγών της εμπορευματικής αγοράς και καταστάσεις παραγωγής προϊόντων και προσφοράς υπηρεσιών με συστηματική συγκάλυψη των αντίστοιχων κοινωνικών σχέσεων. Η εμπορευματική αγορά προβάλλεται προνομιακά ως το πρωταρχικό αντικείμενο νοητικής επεξεργασίας των μαθηματικών και, κατά συνέπεια, έμμεσα ως η κυρίαρχη όψη της κοινωνικής πραγματικότητας. Χρηματικές συναλλαγές αγοραπωλησίας προϊόντων και υπηρεσιών και/ή αντίστοιχα ποσοτικά δεδομένα μιας αφηρημένης παραγωγής προϊόντων και προσφοράς υπηρεσιών.

Τα σχολικά μαθηματικά, λοιπόν, όπως και όλα τα άλλα μαθήματα του σχολείου, δεν προσφέρουν ένα κοινωνικά ουδέτερο σύνολο γνώσεων από μια ιδεολογικά ουδέτερη επιστημονική οπτική, αλλά ένα σύνολο γνώσεων που συγκροτείται από επιλεγμένα περιεχόμενα της επιστημονικής πρακτικής των μαθηματικών, συνδυασμένα με ιδεολογικά προσανατολισμένα πλαίσια αναφοράς, που προκύπτουν από επιλεγμένες αντιστοιχίες τους σε επιλεγμένες καταστάσεις της πραγματικότητας (Χασάπης, 1996).

Η φαινομενική ουδετερότητα τους εντείνεται και από το γεγονός ότι τα μαθηματικά διδάσκονται σχεδόν αποκλειστικά με γραπτά κείμενα, πράγμα που αφαιρεί κάθε έννοια υποθετικής παραδοχής, παρουσιάζοντάς τα ως αέναες και αμετάκλητες γνώσεις που δεν είναι δυνατόν να επερωτηθούν. Η προ-κωδευμένη στο κείμενο διατύπωση των μαθηματικών εννοιών και σχέσεων δημιουργεί την πεποίθηση ότι οι μαθηματικές γνώσεις είναι μη διαπραγματεύσιμες. Έτσι, έννοιες σαφώς ιδεολογικά προσανατολισμένες επενδύονται με απολυτότητα και αντικειμενικότητα. Επιπλέον, κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο, η εισαγωγή των μαθηματικών εννοιών περνάει βιαστικά το στάδιο της νοηματικής επεξεργασίας για να επικεντρωθεί στους υπολογισμούς, όπως έχουν τεκμηριώσει σχετικές έρευνες (ενδεικτικά, Cramer, Post & delMas, 2002). Οι μαθηματικές έννοιες, έτσι διαμεσολαβημένες από υπολογιστικές τεχνικές, δεν επερωτώνται και απλώς εφαρμόζονται ακολουθώντας ένα προδιαγεγραμμένο ιδεολογικό σχήμα.. Με αυτή την έννοια τα σχολικά μαθηματικά συμβάλλουν στην αποτύπωση και ενίσχυση κοινωνικά προσδιορισμένων αξιών και προτύπων που, όπως έχει αναλυθεί (Χασάπης, 1996), έχουν ως βάση την αρχή της εμπορευματικής αγοράς.

Οι διδασκαλία των κλασματικών αριθμών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση.

Μέσα στο παραπάνω πλαίσιο εξετάστηκε η διδασκαλία των κλασματικών αριθμών, όπως αυτή προτείνεται από τα σχολικά βιβλία μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Αν και οι κλασματικοί αριθμοί εισάγονται ήδη από τη Β' τάξη, η συστηματική τους εξέταση γίνεται από την Ε' τάξη του Δημοτικού σχολείου και εξής. Για το λόγο αυτό η έρευνα επικεντρώθηκε στα βιβλία μαθηματικών της τάξης αυτής.

Πριν δούμε τα αποτελέσματα που προέκυψαν, είναι καλό να αναφέρουμε περιληπτικά στο σημείο αυτό τις διάφορες έννοιες των ρητών αριθμών, υποσύνολο των οποίων αποτελούν οι κλασματικοί αριθμοί, οι οποίες φαίνεται ότι είναι από τις πιο πολύπλοκες, αλλά και τις πιο σημαντικές που αντιμετωπίζουν τα παιδιά κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο.

Σύμφωνα με σχετικές αναλύσεις, οι ρητοί αριθμοί μπορούν να νοηθούν με έξι τουλάχιστον έννοιες ή νοητικές κατασκευές: ως σχέση μέρους – όλου, ως δεκαδικός, κλάσμα, ως πηλίκο δύο ακεραίων, ως συντελεστής και ως αποτέλεσμα μέτρησης μιας συνεχούς ή διακριτής ποσότητας. Η Kieren (1981) προτείνει την ομαδοποίηση τους σε τέσσερις εννοιολογικούς τύπους, ομαδοποίηση με την οποία συμφωνούν και ο Freudenthal και ο Vergnaud:

Η σχέση μέρους – όλου και το αποτέλεσμα μιας μέτρησης: προκύπτει από, και αναφέρεται στο μερισμό μιας συνεχούς ποσότητας ή ενός συνόλου διακριτών αντικειμένων σε ισομεγέθη μέρη ή υποσύνολα. Αυτή η έννοια του ρητού αριθμού είναι θεμελιώδης για όλες τις

μετέπειτα ερμηνείες και θεωρείται από την Kieren ως μια σημαντική κατασκευή γλωσσικής παραγωγής (language-generating construct).

Ο ρητός αριθμός ως λόγος: είναι η σχέση που περιέχει την έννοια του σχετικού μεγέθους.

Ο ρητός αριθμός ως διαίρεση και ως στοιχείο ενός πεδίου πηλίκων δύο αριθμών: αναφέρονται σε μια πράξη διαίρεσης ή στο το αποτέλεσμα μιας πράξης διαίρεσης.

Ο ρητός αριθμός ως συντελεστής: επιβάλλει στον ρητό αριθμό p/q μια αλγεβρική ερμηνεία· το p/q γίνεται αντιληπτό ως μια συνάρτηση που μεταμορφώνει γεωμετρικά σχήματα σε όμοια γεωμετρικά σχήματα p/q φορές μεγαλύτερα, ή ως μια συνάρτηση που μεταμορφώνει ένα σύνολο σε ένα άλλο με p/q φορές στοιχεία. Είναι ένας τελεστής αύξησης – συρρίκνωσης.

Στα σχολικά βιβλία μαθηματικών δίνεται μεγάλη έμφαση στη σχέση «μέρος – όλο» και στην άμεση εισαγωγή σε διαδικασίες συμβολικών παραστάσεων και υπολογισμών της σχέσης αυτής με κλασματικούς αριθμούς. Από την έρευνά μας προέκυψε ότι από τα 181 προβλήματα και ασκήσεις, τα οποία περιέχονται στο βιβλίο των μαθηματικών της Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου (είτε λυμένα ως παραδείγματα για την εισαγωγή εννοιών και σχέσεων, είτε ως ασκήσεις προς επίλυση από τους μαθητές) 104 αναφέρονται σε κλάσματα και κλασματικούς αριθμούς με την έννοια «μέρος – όλο», ενώ 85 εννοούν τον κλασματικό αριθμό ως πηλίκο δύο αριθμών («καθαρό» αριθμό)¹. Οι άλλες έννοιες των ρητών αριθμών δεν εμφανίζονται στις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου των μαθηματικών. Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι, ότι η έννοια αυτή των ρητών αριθμών, όπου εμφανίζεται στο βιβλίο των μαθηματικών παρέχει ως δεδομένη τη μονάδα και επικεντρώνει την προσοχή των μαθητών στο συγκεκριμένο μέρος της μονάδας, το οποίο θεωρείται σημαντικό, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες έννοιες των ρητών αριθμών όπου η μονάδα είναι σχετική ή αλλάζει. Η παρουσίαση της δεδομένης μονάδας γίνεται πάντοτε με τον ίδιο τύπο σχήματος (έναν ολόκληρο κύκλο, ή ένα ορθογώνιο), και το σημαντικό μέρος δίνεται χρωματισμένο. Τα παιδιά μαθαίνουν με αυτό τον τρόπο να δέχονται ένα συγκεκριμένο τύπο παράστασης, χωρίς να επερωτάται η μονάδα, ή το «σημαντικό» μέρος.

Από τις ίδιες ασκήσεις του βιβλίου των μαθηματικών της Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου το 24 % (43 ασκήσεις) έχουν ως αντικείμενό τους ιδιότητες των κλασμάτων και των ρητών αριθμών, ενώ το 77,9% (141 ασκήσεις) είναι ασκήσεις υπολογισμών². Χαρακτηριστικό της επικέντρωσης του βιβλίου, και κατά συνέπεια της διδασκαλίας σε υπολογιστικές ασκήσεις αποτελεί και το γεγονός ότι στο πρώτο μάθημα των κλασματικών αριθμών, που διαπραγματεύεται τις κλασματικές μονάδες, οι μισές από τις λυμένες, εισαγωγικές ασκήσεις ασχολούνται με υπολογισμούς. Αν προσέξουμε, μάλιστα, την κατανομή των σελίδων ανά κεφάλαιο στο βιβλίο των μαθηματικών της Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου (βλ. Παράρτημα) θα βρούμε ότι τα κεφάλαια που αναφέρονται στις έννοιες και στις ιδιότητες των κλασμάτων και των κλασματικών αριθμών καταλαμβάνουν 21 σελίδες, ενώ εκείνα που μιλάνε για τις πράξεις μεταξύ κλασματικών αριθμών καταλαμβάνουν 57 σελίδες (σχεδόν τριπλάσιες).

Ο έλεγχος των 181 προβλημάτων που περιέχονται στο βιβλίο των μαθηματικών της Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου και αναφέρονται στους κλασματικούς αριθμούς, ως προς το περιεχόμενό τους και τις κοινωνικές καταστάσεις στις οποίες αναφέρονται, έδειξε ότι τα προβλήματα που παρουσιάζουν τεχνητές και κοινωνικά απροσδιόριστες καταστάσεις μιας «ουδέτερης» παιδικής πραγματικότητας ανέρχονται σε 40 (22,1%), ενώ τα προβλήματα με στοιχεία της εμπορευματικής αγοράς σε 28 (15,5%). Αν, μάλιστα, λάβουμε υπόψη μας μόνο τα λεκτικά διατυπωμένα προβλήματα εξαιρώντας τις ασκήσεις που ζητούν απλώς την εκτέλεση υπολογισμών, τα οποία είναι 104 συνολικά, τότε τα ποσοστά είναι αντίστοιχα 38,5% και 27% και στο σύνολο αποτελούν το 65,5% των προβλημάτων που αναφέρονται στους κλασματικούς αριθμούς.

Ο νοητικός χειρισμός αυτών των προβλημάτων φαίνεται από το εξής αδρό παράδειγμα: Στη σελίδα 24 του β' μέρους του βιβλίου του μαθητή της Ε' τάξης, στο κεφάλαιο «Ασκήσεις και προβλήματα για επανάληψη», το πρόβλημα 2 αναφέρει: «Τρεις εκοκαφείς χρησιμοποιήθηκαν στην εκτέλεση ενός αρδευτικού έργου. Ο πρώτος έκαμε τα $2/8$, ο δεύτερος τα $6/18$ και ο τρίτος τα $4/20$ του έργου. Ποιος ήταν ο πιο αποδοτικός;»

Παρατηρούμε κατ' αρχήν ότι παρουσιάζεται η έννοια «μέρος – όλο» όπου η «μονάδα» δίνεται από τη φράση «αρδευτικό έργο». Με βάση το παραπάνω, το μέτρο για την αποδοτικότητα είναι το μέρος του αρδευτικού έργου που εκτελέστηκε. Γνωρίζουμε ότι η αποδοτικότητα κατά μεγάλο μέρος δεν αναφέρεται στα μηχανήματα που χρησιμοποιήθηκαν, αλλά στους εργάτες που τα χειρίστηκαν. Δίνεται έτσι ένα μοντέλο αποδοτικότητας που δεν αναφέρεται στις εργασιακές σχέσεις που την καθορίζουν (μερική απασχόληση, κυλιόμενα ωράρια, δυσκολίες κατά την εκτέλεση του έργου κτλ) ούτε στον τεχνικό εξοπλισμό, αλλά σε μια πολιτικά προσανατολισμένη

και απρόσωπα τεχνοκρατική θεώρηση. Η κατάσταση της πραγματικότητας δεν επερωτάται, στο συγκεκριμένο αλλά και όλα τα παρόμοια προβλήματα, και με δεδομένη την αποδοχή της οι κλασματικοί αριθμοί χρησιμοποιούνται μόνο για να την επιβεβαιώσουν. Οι μαθητές, αντίστοιχα, προχωρούν στη λύση του προβλήματος αποπλαισιώνοντας τους κλασματικούς αριθμούς και χρησιμοποιώντας τους ως «καθαρούς» και μη αναφερόμενους σε καμία πραγματικότητα αριθμούς, των οποίων πρέπει να υπολογίσουν τους ισοδύναμους τους ομώνυμους και να ελέγξουν τη διάταξή τους. Κατά την απάντηση του προβλήματος, όμως, τους πλαισιώνουν πάλι με τη σημασία που τους είχε δοθεί από το πρόβλημα, δίνοντας στην απάντησή τους και το κύρος των αντικειμενικών μαθηματικών που χρησιμοποίησαν κατά τη λύση του. Η έννοια του κλασματικού αριθμού, δηλαδή, έχει ντυθεί με την έννοια του μέτρου της αποδοτικότητας, σύμφωνα με μια συγκεκριμένη κοινωνικο-πολιτική θεώρηση.

Ένα διδακτικό πείραμα

Επιχειρώντας να ελέγξουμε το βαθμό επίδρασης μιας τέτοιας θεώρησης των κλασματικών αριθμών στη σκέψη των μαθητών θέσαμε το ακόλουθο πρόβλημα σε 62 παιδιά της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου: «Κατασκευάστε ένα πρόβλημα που να περιέχει το $6/7$ ». Από την ανάλυση των προβλημάτων που κατασκεύασαν τα παιδιά προκύπτουν οι ακόλουθες διαπιστώσεις:

- (α) Τα προβλήματα που κατασκεύασαν τα παιδιά παρουσιάζουν ως προς το περιεχόμενο τους χαρακτηριστικά παρόμοια με αυτά του σχολικού βιβλίου.
- (β) Τα προβλήματα με περιεχόμενο το οποίο αναφέρονταν σε τεχνητές και κοινωνικά απροσδιόριστες καταστάσεις μιας «ουδέτερης» πραγματικότητας αποτέλεσαν το 23% των προβλημάτων που κατασκεύασαν τα παιδιά, ενώ το 59% των προβλημάτων αποτύπωναν καταστάσεις δοσοληψιών της εμπορευματικής αγοράς.
- (γ) Το ποσοστό των προβλημάτων που κατασκεύασαν τα παιδιά, τα οποία αναφέρονται σε τεχνητές και «ουδέτερες» καταστάσεις της πραγματικότητας (23%) είναι σημαντικά χαμηλότερο του αντίστοιχου ποσοστού των προβλημάτων κλασματικών αριθμών που περιέχονται στο βιβλίο των μαθηματικών της Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου (38,5%). Αντίθετα, η κατηγορία των προβλημάτων τα οποία αναφέρονται σε καταστάσεις της εμπορευματικής αγοράς εμφανίζεται σε πολύ υψηλότερο ποσοστό (59%) από το ποσοστό των προβλημάτων της ίδιας κατηγορίας του σχολικού βιβλίου (27%). Από την κατηγορία αυτή το 81% των προβλημάτων αναφέρεται σε δραστηριότητες εμπόρων και το 17% σε εμπορικές ή επιχειρηματικές δραστηριότητες κτηματιών. Τα υψηλά ποσοστά εμφάνισης των προβλημάτων αυτής της κατηγορίας μπορεί να ερμηνευτούν αν συνδυάσει κανείς την εικόνα που παρουσιάζεται στα σχολικά βιβλία των μαθηματικών, αλλά και στα υπόλοιπα βιβλία μαθηματικών ασκήσεων που κυκλοφορούν στο εμπόριο, από τα οποία αντλούν οι εκπαιδευτικοί τις ασκήσεις που δίνονται ως επιπλέον εργασίες στο σχολείο.

Συμπέρασμα

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο παρουσιάζει μια επιστημονική σχέση με το αντικείμενό της, αλλά ταυτόχρονα εμπεριέχει και μια ιδεολογική σχέση με το αντικείμενο αυτό, ως φορέας μιας πρακτικής γνώσης. Μια ιδεολογική σχέση, η οποία βασίζεται σε μια ορισμένη θεώρηση της θέσης της μαθηματικής επιστήμης στην υπάρχουσα κοινωνική πραγματικότητα, η οποία προσδίδει μια ιδιαίτερη κοινωνική διάσταση στα μαθηματικά και τα αποτελέσματά τους και η οποία χαρακτηρίζεται από «μια ορισμένη θεώρηση του κοινωνικού καταμερισμού της πνευματικής και χειρωνακτικής εργασίας, που είναι η θεώρηση της κυρίαρχης αστικής ιδεολογίας» (Χασάπης, 1996). Η συγκεκριμένη θεώρηση των κλασματικών αριθμών, η οποία ως μελέτη περίπτωσης παρουσιάστηκε στην παρούσα εισήγηση είναι ένα ακόμα δεδομένο που τεκμηριώνει τη διαπίστωση αυτή.

Βιβλιογραφία

- BEHR, M., et. al. (1983) Rational Number Concepts στο LESH, R. & LANDAU M. (Eds) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, London, Academic Press (σελ. 91-126)
- BEHR, M. et. al. (1992) Rational Number, Ratio and Proportion στο GROUWS, D. (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York, MacMillan Publishing Company (σελ. 296-333)
- BRANNINGAN, A. (1981) The Social Basis of Scientific Discoveries, Cambridge, Cambridge University Press στο BURTON, L. (1995) Moving Towards a Feminist Epistemology of Mathematics, ROGERS P. & KAISER G. (Eds.), (1995). *Equity in Mathematics Education, Influences of Feminism and Culture*, London, The Falmer Press, (σελ. 209-225)
- BURTON, L. (1995) Moving Towards a Feminist Epistemology of Mathematics, ROGERS P. & KAISER G. (Eds.), (1995). *Equity in Mathematics Education, Influences of Feminism and Culture*, London, The Falmer Press, (σελ. 209-225)
- CRAMER K., POST, T. & DELMAS, R. (2002) Initial Fraction Learning by Fourth- and Fifth-Grade Students: A Comparison of the Effects of Using Commercial Curricula With the Effects of Using the Rational Number Project Curriculum στο *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 33, No. 2, March 2002, (σελ. 111-144)
- DAVIS, P. & HERSH, R. (1983) *The Mathematical Experience*, Harmondsworth, Penguin.
- ERNEST, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education*, Basingstoke, Falmer Press.
- KIEREN, T. & NELSON, D. (1981) Partitioning and unit recognition in performances on rational number tasks στο POST, T. & ROBERTS M. (Eds) *The proceedings of the third annual meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education – North American Chapter* (σελ. 91-102)
- LAKATOS, I. (1976) *Proofs and Refutations*, Cambridge, Cambridge University Press.
- VERGNAUD, G. (1983) Multiplicative Structures στο LESH, R. & LANDAU M. (Eds) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, London, Academic Press (σελ. 127-175)
- ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ (1987) Τα Μαθηματικά μου Ε' τάξη δημοτικού, πρώτο και δεύτερο μέρος, Αθήνα, Ο.Ε.Δ.Β.
- ΧΑΣΑΠΗΣ Δ. (1996), Τα πλαίσια αναφοράς των μαθηματικών εννοιών κατά τη διδασκαλία τους στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση και οι ιδεολογικοί τους προσανατολισμοί, *Πρακτικά 1ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, ΠΤΔΕ Πανεπιστημίου Αθηνών & Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ., Αθήνα, 113 - 123.

Παράρτημα: Κατανομή σελίδων ανά κεφάλαιο στο βιβλίο των μαθηματικών της Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου

Τίτλος μαθήματος	Αρ. Σελίδων
Οι κλασματικές μονάδες	4
Οι κλασματικοί αριθμοί (κλάσματα)	3
Σύγκριση κλασμάτων με την ακέραιη μονάδα	3
Τα δεκαδικά κλάσματα ως δεκαδικοί αριθμοί	5
Σύγκριση, διάταξη και στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών	3
Ασκήσεις και προβλήματα για επανάληψη	2
Πρόβλημα 7 σελ. 90	
Πρόβλημα 4 σελ. 106	
Θεωρία σελ. 135	1
Σύνολο	21
Ισοδύναμα κλάσματα - Απλοποίηση κλασμάτων	4
Σύγκριση κλασματικών αριθμών	4
Μετατροπή ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα	4
Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων	4
Πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων	3
Ασκήσεις και προβλήματα για επανάληψη	5
Πολλαπλασιασμός ακέραιου με κλάσμα	3
Πολλαπλασιασμός κλάσματος με κλάσμα	3
Διαίρεση ακεραίου με κλάσμα	2
Διαίρεση κλάσματος με κλάσμα	2
Σύνθετα κλάσματα	3
Ασκήσεις και προβλήματα για περισσότερη άσκηση	3
Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών με τη βοήθεια δεκαδικών κλασμάτων	4
Διαίρεση δεκαδικού ή ακεραίου με δεκαδικό με τη βοήθεια δεκαδικών κλασμάτων	4
Πολλαπλασιασμός και διαίρεση δεκαδικών. Ασκήσεις και προβλήματα	3
Ασκήσεις και προβλήματα για επανάληψη	3
Πρόβλημα 7 σελ. 80	
Κατασκευή πολυγώνων υπό κλίμακα	3
Σύνολο	57

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ ΑΝΤΙΛΗΨΕΩΝ

Χρίστος Μηλιώνης
Ενιαίο Πειραματικό Λύκειο
Βαρβακείου Σχολής

Χαρούλα Σταθοπούλου
Πειραματικό Γυμνάσιο Αναβρύτων
Διδάσκουσα ΤΕΠΑΕΣ Πανεπ. Αιγαίου

1. Εισαγωγή

Η αξιοποίηση των σύγχρονων γνωστικών και επικοινωνιακών θεωριών αποτελεί έναν από τους βασικούς άξονες πάνω στους οποίους στηρίζεται η ανάπτυξη της διδακτικής των μαθηματικών. Η επικοινωνιακή διάσταση της διδασκαλίας επισημαίνεται στις περισσότερες διδακτικές θεωρίες, τα χαρακτηριστικά της όμως διαφοροποιούνται και εξαρτώνται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του πλαισίου μέσα στο οποίο εντάσσεται η κάθε διδακτική θεωρία. Καθοριστικός είναι επίσης ο ρόλος του κοινωνικού και πολιτισμικού πλαισίου μέσα στο οποίο διεξάγεται η επικοινωνιακή διεργασία και πραγματοποιείται η διδακτική πράξη.

Η εργασία αυτή έχει ως στόχους

- να περιγράψει την κοινωνική και πολιτισμική διάσταση των μαθηματικών και της επικοινωνίας,
- να παρουσιάσει την προσέγγιση της επικοινωνίας μέσα από το πρίσμα της Κυβερνητικής της Ψυχολογίας της Σημειωτικής και του Κονστрукτιβισμού και
- να παρουσιάσει τις κυριότερες επικοινωνιακές αντιλήψεις, όπως αυτές εμφανίζονται κατά τη διεξαγωγή της επικοινωνιακής διεργασίας και την επίδραση των αντιλήψεων αυτών στη διαμόρφωση και εφαρμογή αντίστοιχων διδακτικών αντιλήψεων και πρακτικών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών.

2. Η κοινωνική και πολιτισμική διάσταση των μαθηματικών

*Η επιστήμη είναι ένα ανθρώπινο δημιούργημα, ένα πολιτισμικό φαινόμενο όπως όλα τα άλλα, και βρίσκεται σε αλληλεπίδραση με όλους τους τομείς της κοινωνικής ζωής.**

Μόλις και μετά βίας θα βρεθεί κάποιος πολιτισμός, όσο πρωτόγονος και αν είναι, που να μην υποδεικνύει κάποιο στοιχειώδες είδος μαθηματικών. Τα μαθηματικά δημιουργήθηκαν από τον άνθρωπο και αποτελούν ένα από τα κύρια στοιχεία του ανθρώπινου πολιτισμού. Γεννήθηκαν όταν οι ανάγκες της ζωής απαιτήσαν την ύπαρξή τους και στην πορεία της εξέλιξής τους ανέπτυξαν σχέσεις αλληλεξάρτησης με την κοινωνία και αλληλεπίδρασης με την κοινωνική και πολιτισμική εξέλιξη. Οι ανάγκες του πολιτισμού, ιδιαίτερα όταν συνοδεύονται από όλο και μεγαλύτερες δυνατότητες για την ανάπτυξη των μαθηματικών, έχουν ως αποτέλεσμα την εμφάνιση νέων εννοιολογικών κατασκευών, ενώ απεναντίας το στατικό πολιτισμικό περιβάλλον εμποδίζει την ανάπτυξη νέων μαθηματικών εννοιών.

Παρά τον πλατωνικό κόσμο των ιδεών, η μόνη πραγματικότητα των μαθηματικών εννοιών είναι ότι αποτελούν πολιτισμικά στοιχεία ή στοιχεία που έχουν δημιουργηθεί από τον ίδιο τον άνθρωπο. Όπως σημειώνει ο R. Wilder (1986) η θεώρηση αυτή επιτρέπει να μελετηθεί ο τρόπος με τον οποίο εξελίχθηκαν οι μαθηματικές έννοιες και ερμηνεύει το πώς και το γιατί δημιουργούνται έννοιες από το σύμπλεγμα που παράγουν οι πολιτισμικές δυνάμεις στο μυαλό των ανθρώπων. Πηγάζοντας από την εξέλιξη του παρελθόντος, από τις κοινωνικές επιδράσεις και από τις προσπάθειες των ανθρώπων, τα μαθηματικά συνέβαλαν αποφασιστικά στη διαμόρφωση του σύγχρονου πολιτισμού. Έτσι, τα μαθηματικά δεν είναι ξεκομμένα από τα κοινωνικά και υλικά προβλήματα των ανθρώπων, αλλά αναπτύσσονται παράλληλα με την κοινωνική πρόοδο των λαών και αποτελούν σημαντικό παράγοντα στην εξέλιξη του σύγχρονου πολιτισμού και της κοινωνίας (Φίλη, 1987). Για να κατανοήσουμε τα μαθηματικά μιας προηγούμενης περιόδου χρειάζεται να διειδικάσουμε στην ατομική και συλλογική συνείδηση της εποχής τους (P.J.Davis-R.Hersh, 1981).

Η παράλληλη ανάπτυξη και οι παράλληλες αναζητήσεις των μαθηματικών με την τέχνη έχουν ως αποτέλεσμα αρκετοί να θεωρούν τα μαθηματικά ως μια μορφή τέχνης. Σίγουρα η

δημιουργική ασχολία με τα μαθηματικά έχει πολλά κοινά χαρακτηριστικά με καλλιτεχνικές δραστηριότητες, όπως για παράδειγμα η μουσική και η ζωγραφική. Η ιστορική εξέλιξη τέχνης και επιστήμης και ιδιαίτερα των μαθηματικών εμφανίζεται παράλληλη.

“Τι είναι, λοιπόν τα μαθηματικά;” διερωτάται ο W.T. Tutte (1996) και δίνει την απάντηση: “Τα μαθηματικά είναι η ανθρωπιστική επιστήμη που υμνεί την αιώνια λογική. Είναι η φυσική επιστήμη που μελετά το φαινόμενο το οποίο ονομάζεται λογική. Είναι η τέχνη που πλάθει δομές αιθέριας ομορφιάς από την πρώτη ύλη που ονομάζεται λογική. Είναι όλα αυτά και άλλα. Πάνω απ’ όλα όμως είναι ευχαρίστηση”. Εν τω μεταξύ όμως, τα μαθηματικά εξελίσσονται και αλλάζουν, όχι μόνον όσον αφορά τις εφαρμογές τους, αλλά και στη βασική δομή τους. Η ανάπτυξή τους είναι μια ασυνεχής διαδικασία, μια ακολουθία περισσότερο ή λιγότερο βίαιων ανατροπών (Κυήν, 1987). Καινούργιες ιδέες κάνουν την εμφάνισή τους και πολλές φορές λύνουν ή ρίχνουν φως σε παλιά προβλήματα ή ανοίγουν καινούργια πεδία έρευνας.

Η κοινωνική και πολιτισμική διάσταση των μαθηματικών όμως δεν είναι παρούσα στα σχολικά βιβλία και απουσιάζει από όλα σχεδόν τα επίσημα προγράμματα μαθηματικής εκπαίδευσης. Τα μαθηματικά εμφανίζονται σαν μια σειρά τεχνικών χωρίς νόημα, και συνήθως αποσιωπάται η σχέση και η αλληλεπίδρασή τους με την κοινωνία και τον πολιτισμό. Η ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών, οι αιτίες της δημιουργίας τους, οι δημιουργοί τους, οι δυσκολίες και τα εμπόδια που συνάντησαν στην επιβίωση και ανάπτυξή τους, οι σχέσεις τους με τις άλλες επιστήμες και οι εφαρμογές τους δεν αναφέρονται πουθενά. Όπως σημειώνει ο Ντενί Γκετζ στο μυθιστόρημα *Το θεώρημα του παπαγάλου*, παρουσιάζονται *σαν να μην τα είχε ποτέ κανείς δημιουργήσει, σαν να ήταν εκεί πάντα, όπως τα βουνά και τα ποτάμια. Δε μιλάμε ποτέ για το πότε, το πού ή το γιατί συνέβη κάτι. Οι μαθηματικοί τύποι απλώς προσγειώνονται στον πίνακα.*

2. Η κοινωνική και πολιτισμική διάσταση της επικοινωνίας

*Η κοινωνία πραγματώνεται μόνο χάρις στην επι-κοινωνία. Έτσι το επικοινωνιακό ενέργημα είναι θεμελιακό όσο το ψωμί.**

Ορισμός – Χαρακτηριστικά της επικοινωνίας

Η επικοινωνία είναι μια πολύπλοκη διεργασία που αποτελείται από διαπλεκόμενα μεταξύ τους στοιχεία. Θεωρείται πρωταρχική κοινωνική λειτουργία με την οποία γεφυρώνονται διαφορετικοί χώροι, χρόνοι και μορφές και επιτυγχάνεται ο συντονισμός της συμβίωσης, μέσα σε ένα περιβάλλον αυτόνομων γνωστικά υπάρξεων. Είναι μια διεργασία που συμμετέχει ενεργά στη διαμόρφωση και την εξέλιξη της κοινωνίας. Σύμφωνα με τον J. Habermas (1981), η κοινωνία στηρίζεται στις επικοινωνιακές πράξεις που συνδέουν τα πολιτικά στοιχεία μεταξύ τους και οι οποίες κατευθύνονται προς τη συνεννόηση ή την επιτυχία.

Μέσα στο πλαίσιο αυτό η επικοινωνία ερμηνεύεται ως κοινωνική αλληλεπίδραση, η οποία λαμβάνει χώρα, είτε μέσα από τη μετάδοση μηνυμάτων, είτε μέσα από την παραγωγή και ανταλλαγή νοημάτων (Fiske, 1992). Η ανθρώπινη επικοινωνία επιτυγχάνεται με εκφραστικές πράξεις που λειτουργούν ως σήματα, σημεία και σύμβολα (Leach, 1993). Κατά την επικοινωνιακή διαδικασία, ένας οργανισμός κωδικοποιεί πληροφορίες σε σήματα, τα οποία στέλνει σε έναν άλλο οργανισμό, ο οποίος αποκωδικοποιεί τα σήματα και έχει τη δυνατότητα να ανταποκριθεί κατάλληλα. Όπως σημειώνει ο Watzlawick (1996), *η επικοινωνία είναι αναπόφευκτη*, όμως, σε κάθε περίπτωση, η σύμπτωση των διεργασιών κωδικοποίησης της πηγής με τις διεργασίες αποκωδικοποίησης του δέκτη αποτελεί βασική προϋπόθεση για τη δημιουργία κοινών νοημάτων.

Η κοινωνική επικοινωνία έχει ως αντικείμενο να σημαίνει τις σχέσεις ανάμεσα στους ανθρώπους, έτσι, για τον P. Bourdieu, οι γλωσσικές ανταλλαγές δεν είναι μόνο σχέσεις επικοινωνίας, αλλά και σχέσεις εξουσίας. Η γλωσσική επικοινωνία εντάσσεται στο πλαίσιο συγκεκριμένων σχέσεων εξουσίας που συνδέουν τον παραγωγό και το δέκτη του μηνύματος. Βεβαίως, η ιδεολογική λειτουργία της επικοινωνίας συνδέεται όχι με τη γλώσσα αυτή καθαυτή, αλλά με τις επιμέρους χρήσεις της γλώσσας, εντούτοις ο R. Barthes υποστηρίζει πως η εξουσία «εγγράφεται» στη γλώσσα, της οποίας ο κώδικας είναι πάνω απ’ όλα καταπιεστικός και αλλοτριωτικός (Σακαλάκη, 1994).

Η ιστορική προσέγγιση της επικοινωνίας

Μέσα από την ιστορική προσέγγιση της επικοινωνίας διαπιστώνεται ότι η κοινωνική και πολιτισμική διάστασή της είναι διαχρονική. Η αντίληψη όμως για την επικοινωνία δεν ήταν

πάντα η ίδια. Σημαντικό σταθμό απετέλεσε η καθιέρωση της γραφής, η οποία δημιούργησε μια κάποια αναταραχή στις «φυσικές» πρακτικές της ζωής και οδήγησε σε μια αρχική αντίληψη γι' αυτό που σήμερα εννοούμε επικοινωνία. Η συνείδηση της επικοινωνίας αποτελεί μια πρόσφατη πολιτισμική εφεύρεση και ήταν ελάχιστα αναπτυγμένη στους διάφορους πολιτισμούς. Θα αναφέρουμε ορισμένες ιστορικές αντιλήψεις περί επικοινωνίας. Σύμφωνα με την Π. Ζέρη, μια αντίληψη περί επικοινωνίας, μπορεί να εμφανίζεται:

- Μέσα από μνημεία και επιγραφές που αναφέρονται σε ηγεμόνες, κατακτήσεις, νόμους ή θρησκευτικές υποδείξεις και είναι εκδηλώσεις μιας ιστορίας και ενός μέλλοντος. Μπορεί να χαρακτηριστεί ως «η δημιουργία μνημείων», τα οποία εγγυώνται τη διάρκεια των κοινωνικών σχέσεων και είναι ενδείκτες σχέσεων εξουσίας και νόμιμης κυριαρχίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα μνημεία της αρχαιότητας (π.χ. Αίγυπτος, Ελλάδα, Ρώμη κλπ.).
- Μέσα από την έννοια της «επικοινωνίας ως συμβόλου», η οποία περιέχει την ιδέα του κοινού στοιχείου, της κοινής ιστορίας και της κοινής γνώσης.
- Μέσα από την έννοια της «επικοινωνίας ως μεταφοράς μηνύματος μέσω αγγελιοφόρου». Το μήνυμα θα μπορούσε να είναι μια πληροφορία, (π.χ. το «νενικήκαμεν» του μαραθονοδρόμου της αρχαιότητας) ή μια θεϊκή εντολή (π.χ. Ερμής, Μωυσής, Μωάμεθ κ.α.).
- Ως «ικανότητα για τη χρησιμοποίηση επιχειρημάτων» που δημιουργήθηκε και αναπτύχθηκε μέσα από τη ρητορική.

3. Προσεγγίσεις της επικοινωνίας

Προσεγγίζοντας την επικοινωνία μέσα από το πρίσμα της *Κυβερνητικής της Ψυχολογίας* της *Σημειωτικής* και του *Κουιντροκτιβισμού*, διαπιστώνουμε αρκετά διαφορετικές σε κάθε περίπτωση αντιλήψεις.

Κυβερνητική και Επικοινωνία

Η Κυβερνητική στηρίζεται στην επιστήμη ελέγχου και επικοινωνίας μεταξύ ανθρώπου και μηχανών και αντιλαμβάνεται την επικοινωνία περιορισμένα, ως μία διαδικασία διαχείρισης και μετάδοσης πληροφοριών και στηρίζεται στην έννοια του *συστήματος* και της *πληροφορίας*. Θεωρώντας ότι το νόημα εμπεριέχεται στο μήνυμα, επιδιώκει τη βελτίωση της κωδικοποίησης, η οποία θα οδηγήσει στην αύξηση της σημασιακής ακρίβειας του μηνύματος. Κυρίαρχος στόχος της επικοινωνιακής διαδικασίας γίνεται η μετάδοση του μηνύματος, το περιεχόμενο του οποίου καθορίζεται κύρια από την πρόθεση του πομπού (Fiske, 1992).

Η εκπαιδευτική κυβερνητική αρχικά ασχολήθηκε με τη μελέτη των σχέσεων μεταξύ της διαδικασίας διδασκαλίας και των αποτελεσμάτων της στον τομέα της εκμάθησης (Bertrand, 1994).

Στο πλαίσιο της Σημειωτικής, η εκπαιδευτική διαδικασία γίνεται αντιληπτή ως μια γνήσια τεχνολογία της αυτοματοποίησης των διαδικασιών της διδασκαλίας με τη βοήθεια αλγορίθμων και προσανατολίζεται στη διδακτική αξιοποίηση της Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας και των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών.

Ψυχολογία και Επικοινωνία

Η Ψυχολογία προσεγγίζει την επικοινωνία ως εξής (Ντάβου, 2000):

1. Η επικοινωνία ταυτίζεται με τη συμπεριφορά και ενδιαφέρεται για τα πραγματιστικά αποτελέσματά της και τη σημασία των αλληλεπιδράσεων στη διαπροσωπική επικοινωνία.
2. Το ενδιαφέρον εστιάζεται στη μελέτη των συγκινησιακών παραμέτρων και των κωδίκων μέσω των οποίων επιτυγχάνεται η συμπαραγωγή του νοήματος.
3. Μέσα από μια ψυχοκοινωνιολογική προσέγγιση, η οποία τονίζει τη δράση του συνειδησιακού πεδίου των συμμετεχόντων στην επικοινωνία και τη σημασία των υποκειμενικών διαδοχικών φίλτρων αλλοίωσης της πληροφορίας, τα οποία παρεμβάλλονται κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας της.

Για τη Γνωστική Ψυχολογία, η οποία μελετά τις νοητικές λειτουργίες του ανθρώπου,

- επικοινωνία είναι μία συμβολική συμπεριφορά που ενώνει δυναμικά δύο ή περισσότερους συμμετέχοντες και
- μάθηση είναι μία μεταβολή της συμπεριφοράς, προσαρμοστική, ελέγξιμη και συνάρτηση της επικοινωνίας και της αλληλεπίδρασης μεταξύ διδασκομένου και διδάσκοντος.

Σημειωτική και Επικοινωνία

Η Σημειωτική μελετά το σύνολο της νοηματοδοτικής δραστηριότητας του ανθρώπου και έχει ως αντικείμενο τους τρόπους παραγωγής, λειτουργίας και πρόσληψης των διαφόρων σημειακών συστημάτων, που επιτρέπουν την επικοινωνία ανάμεσα σε άτομα και σε ομάδες. Ο F. de Saussure (1979) την ορίζει ως *"μία επιστήμη που μελετά τη ζωή των σημείων μέσα στους κόλπους της κοινωνικής ζωής"*.

Για τη Σημειωτική, *επικοινωνία είναι η παραγωγή νοήματος δια μέσου μηνυμάτων*. Το μήνυμα είναι μια κατασκευή από σημεία που απευθύνεται στον παραλήπτη, και τον παρακινεί να κατασκευάσει το δικό του νόημα γι' αυτό, το οποίο «οφείλει» να σχετίζεται με το νόημα του αποστολέα. Το νόημα όμως δεν είναι μια έννοια απόλυτη και στατική, συσκευασμένη μέσα στο μήνυμα, αλλά *"το αποτέλεσμα της δυναμικής αλληλεπίδρασης ανάμεσα στο σημείο, τον ερμηνευτή και το αντικείμενο"* (Fiske, 1992).

Το ενδιαφέρον της Σημειωτικής εστιάζεται στη φύση του ίδιου του σημείου και όχι στον τρόπο με τον οποίο αυτό μεταδίδεται. Επειδή όμως κάθε επικοινωνιακή πράξη προϋποθέτει ένα υποκείμενο σύστημα σημασιών, δέκτες με διαφορετικές κοινωνικές εμπειρίες ή από διαφορετικές κουλτούρες, βρίσκουν διαφορετικά νοήματα στο ίδιο μήνυμα. Όσο περισσότερα χρησιμοποιούνται κοινά κώδικες και κοινά συστήματα σημείων τόσο περισσότερα θα προσεγγίζουν μεταξύ τους τα νοήματα. Στην περίπτωση που τα νοήματα του πομπού διαφέρουν από τα νοήματα του δέκτη, δεν θεωρούμε ότι απέτυχε η επικοινωνία, αλλά ως ενδεικτικό των κοινωνικών και πολιτισμικών διαφορών μεταξύ τους. Καθώς οι καθοριστικοί παράγοντες της επικοινωνίας βρίσκονται στην κοινωνία και τον κόσμο γύρω μας και όχι στην ίδια τη διαδικασία, η Σημειωτική αποκτά μια ιδιαίτερη κοινωνική και πολιτισμική διάσταση.

Πλαίσιο αναφοράς: *Για τη Σημειωτική, οι πράξεις αποκτούν νόημα με την τοποθέτησή τους σε ένα ευρύτερο πλαίσιο αναφοράς (Leach, 1993). Ένα σημείο είναι πάντα μέλος ενός συνόλου αντιπαρατιθέμενων σημείων που λειτουργούν μέσα σε ένα συγκεκριμένο πολιτισμικό πλαίσιο και γίνεται φορέας πληροφίας μόνο όταν συνδυάζεται με άλλα σημεία ή σύμβολα που ανήκουν στο ίδιο πλαίσιο αναφοράς.*

Παράδειγμα: Η σχέση $x + y = 10$, προϋποθέτει ένα μαθηματικό πλαίσιο αναφοράς. Έξω από αυτό το πλαίσιο, τα σημεία '+' και '=' δεν παρέχουν πληροφορία. Τα σημεία δηλαδή βρίσκονται πάντα σε συνάφεια με άλλα σημεία -μέλη του ίδιου συνόλου. Παρατηρούμε ότι πλαίσιο αναφοράς για το '+' αποτελεί το σύνολο των πράξεων και οι ιδιότητές τους, ενώ για τα '**x**' και '**y**' είναι αναγκαίο να καθορισθεί αν ως πλαίσιο αναφοράς θα είναι το σύνολο των φυσικών, των ακεραίων, των ρητών ή των πραγματικών αριθμών.

Σημειωτική και εκπαιδευτική διαδικασία: Η Σημειωτική προσεγγίζει την εκπαιδευτική διαδικασία ως μια σύνθετη σημειωτική δραστηριότητα, η οποία οδηγεί στο ριζικό επανακαθορισμό των μορφών, των στόχων και των τρόπων διδασκαλίας και μάθησης. Δεν ασχολείται με τη μετάδοση μηνυμάτων, αλλά με τη δημιουργία και ανταλλαγή νοημάτων. Η έμφαση δεν δίνεται στα στάδια της διαδικασίας, αλλά στο κείμενο και στην αλληλόδρασή του με την κουλτούρα που το παράγει και το ενσωματώνει. Το ενδιαφέρον εστιάζεται στη φύση του ίδιου του σημείου και όχι στον τρόπο που αυτό μεταδίδεται.

Παράδειγμα: Στην προηγούμενη σχέση $x + y = 10$, μας ενδιαφέρει περισσότερο η κατανόηση της έννοιας και των ιδιοτήτων των πράξεων, των ισοτήτων και των αριθμών και των δυσκολιών που εμφανίζονται και λιγότερο η υπόδειξη μιας διαδικασίας επίλυσης.

Κονστρουκτιβισμός και Επικοινωνία

Για τον Κονστρουκτιβισμό *η επικοινωνία είναι μία κοινωνική κατασκευή*, η οποία αναπτύσσεται ως ένα γνωσιοθεωρητικό πλαίσιο και δε μπορεί να γίνει κατανοητή χωρίς τη γνωστική εμπλοκή όλων των μετεχόντων σε αυτή. Καθορίζεται από την αμοιβαία κατασκευή πραγματικότητας από τους επικοινωνιακούς εταίρους, τον αμφίπλευρο καθορισμό ενός πλαισίου επικοινωνίας, την κατασκευή πληροφοριών που αντανakλούν την αλλαγή του επιπέδου γνώσης των εταίρων και τις επικοινωνιακές πράξεις που προκύπτουν από αυτές τις διαδικασίες.

Η προσέγγιση της επικοινωνίας μέσα από το πρίσμα του Κονστρουκτιβισμού σκιαγραφείται με τη μορφή των εξής θέσεων:

- Δεν υπάρχει ένα μοναδικό γενικό επικοινωνιακό φαινόμενο.
- Βλέπουμε μόνο την πραγματικότητα την οποία εμείς αντιλαμβανόμαστε και κατανοούμε και η οποία δίνει ουσία στη δική μας αντίληψη.
- Οι βιώσιμες κατασκευές της πραγματικότητας είναι λειτουργικά κλειστές και δε μπορούν να υπάρχουν έξω από ένα περιβάλλον.

- Η επικοινωνία απαιτεί την κατασκευή άλλων εταίρων της επικοινωνίας συμπληρωματικά προς την κατασκευή του δικού μας «εγώ».
- Η χρήση της γλώσσας δημιουργεί κοινωνικές πραγματικότητες.
- Οι επικοινωνιακές σχέσεις θέτουν σε κίνηση μια τριαδική σχέση μεταξύ της διαδικασίας απόκτησης γνώσεων (δηλαδή της συνολικής διαδικασίας κατασκευής συνεκτικών πραγματικοτήτων τις οποίες κατανοούμε), των αλληλεπιδράσεων (οι οποίες προσθέτουν στην παραπάνω διαδικασία την κατασκευή άλλων πραγματικοτήτων, συμπεριλαμβανομένης της γλώσσας και της τεχνολογίας που χρησιμοποιούνται ως μέσα αλληλοκατανόησης) και των θεσμών (δηλαδή κατασκευών υπερατομικών δικτύων από διαδικασίες).

Η κονστρουκτιβιστική προσέγγιση της διδασκαλίας: Οι κονστρουκτιβιστικές διδακτικές θεωρίες κινούνται μέσα στο πλαίσιο των ψυχογνωστικών θεωριών δόμησης της γνώσης. Ανατρέπουν το μοντέλο της παραδοσιακής διδασκαλίας και φέρνουν στο προσκήνιο τις αρχές της ενεργητικής μάθησης. Επιδιώκουν την αντικατάσταση κάθε κλειστής και στατικής μάθησης, από μια ανοικτή και δυναμική γνώση (Bachelard, 1977). Ο ρόλος της επικοινωνίας και της κοινωνικής αλληλεπίδρασης θεωρείται καθοριστικής σημασίας για τη μάθηση. Οι μαθητές παίζουν πρωταγωνιστικό ρόλο στην εκπαιδευτική διαδικασία, ενώ ο εκπαιδευτικός καλείται να παρουσιάσει τη νέα γνώση μέσα από την επίλυση προβλημάτων. Η κατανόηση δεν εδραιώνεται μέσα από την επαναλαμβανόμενη εξάσκηση, αλλά μέσα από την παραπέρα επεξεργασία και κριτική των ιδεών που εκφράζουν οι μαθητές.

4. Επικοινωνιακές και διδακτικές αντιλήψεις και πρακτικές

Η διαμόρφωση επικοινωνιακών αντιλήψεων

Η τριαδική σχέση μεταξύ διαδικασίας απόκτησης γνώσεων, αλληλεπιδράσεων και θεσμών υποδηλώνει τρεις θέσεις, τις οποίες καταλαμβάνουν τα άτομα κατά την κατασκευή των δικών τους πραγματικοτήτων. Με τις θέσεις αυτές συνδέονται οι αντίστοιχοι τρεις ρόλοι, οι οποίοι χαρακτηρίζονται ως:

- *Ρόλος αυτού που υποτάσσεται σε εξωτερικές συνθήκες:* Αντιστοιχεί σε άτομα που βλέπουν τον εαυτό τους ως καθορισμένο τμήμα ενός μεγαλύτερου όλου ή ως τμήμα μιας κυρίαρχης εξουσίας ανεξάρτητης από αυτούς, απέναντι στην οποία προσπαθούν να συμπεριφερθούν σύμφωνα με τους κανόνες της και να προσαρμοστούν στη δομή της.
- *Ρόλος του παρατηρητή:* Αντιστοιχεί σε άτομα που κατασκευάζουν και βλέπουν την πραγματικότητα σαν να βρίσκεται έξω από τον εαυτό τους.
- *Ρόλος αυτού που βρίσκεται εν τω γίνεσθαι:* Αντιστοιχεί σε άτομα που ασχολούνται μόνο με την ανάπτυξη της γνωστικής τους αυτονομίας, την κατασκευή, αποδόμηση και επανακατασκευή της πραγματικότητας τους.

Οι κύριες επικοινωνιακές αντιλήψεις

Αυτές οι τρεις θέσεις-ρόλοι οδηγούν σε τρεις ριζικά διαφορετικές προσεγγίσεις της επικοινωνίας. Με βάση τις προσεγγίσεις αυτές, διαμορφώνονται και λειτουργούν τρεις επικοινωνιακές αντιλήψεις, οι οποίες, κατά την προσέγγιση της εκπαιδευτικής διαδικασίας, καθορίζουν τη στάση του υποκειμένου (μαθητή ή καθηγητή) που τις έχει υιοθετήσει και οδηγούν σε αντίστοιχες διδακτικές αντιλήψεις και πρακτικές, οι οποίες με τη σειρά τους καθορίζουν (ως ένα βαθμό) τη μορφή της διδασκαλίας.

Αντίληψη 1^η: Η αντίληψη της επικοινωνιακής αυθεντίας

Όταν το υποκείμενο υποτάσσεται στις εξωτερικές καταστάσεις (παθητική στάση) οπότε η επικοινωνιακή αντίληψη μετατρέπεται σε αντίληψη της επικοινωνιακής αυθεντίας, η οποία προσπαθεί να παραστήσει τις συνθήκες κάτω από τις οποίες, τα άτομα εγκαταλείπουν τη γνωστική τους αυτονομία, αντικειμενικοποιούν την πραγματικότητα που κατασκευάζουν και στη συνέχεια επιτρέπουν σε αυτή να τα επηρεάζει και να κυριαρχεί πάνω τους.

Κατά την εκπαιδευτική διαδικασία,

η αντίληψη της επικοινωνιακής αυθεντίας εκφράζεται μέσα από την απολυτότητα του «διδασκικού» λόγου και εστιάζει το ενδιαφέρον της στη πιστή μετάδοση και πρόσληψη του μηνύματος. Η επικοινωνιακή διεργασία δεν εμφανίζεται αυτόνομη, αλλά προσδιορίζεται σε

μεγάλο βαθμό, τόσο από τις επικοινωνιακές καταστάσεις και αντιλήψεις που έχουν επικρατήσει μεταξύ των μετεχόντων στην εκπαιδευτική διαδικασία, όσο και από το βαθμό στον οποίο οι μετέχοντες κατέχουν και ελέγχουν τους κανόνες της κοινωνικής αλληλεπίδρασης. Στην περίπτωση αυτή ο διδακτικός λόγος γίνεται «απόλυτος» και «αιώνιος». Ο ρόλος της επικοινωνιακής διεργασίας υποβαθμίζεται σε ρόλο απλού εργαλείου -μέσου στα χέρια του εκπαιδευτικού.

Η αντίληψη της επικοινωνιακής αυθεντίας,

- υπηρετεί την παραδοσιακή διδασκαλία, κατά την οποία ο καθηγητής προσπαθεί να «μεταδώσει» συγκεκριμένες γνώσεις του στους μαθητές, οι οποίοι οφείλουν να τις «κατανοήσουν»,
- ενισχύει την ιεραρχική σχέση που κατέχει ο εκπαιδευτικός και οδηγεί στην υποταγή της σκέψης του μαθητή στη σκέψη του δασκάλου,
- δε συμβάλλει στην κατεύθυνση μιας ανοιχτής επικοινωνίας και ενός ισότιμου διαλόγου και καταλήγει σε κλειστή και στατική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Διδακτική πρακτική που αντιπροσωπεύει την αντίληψη της επικοινωνιακής αυθεντίας αποτελεί η παραδοσιακή μορφή διδασκαλίας, με τον «καθηγητή αυθεντία» να επιβάλλει τους κανόνες της και με το περιεχόμενο της να περιορίζεται στο τι μαθαίνουμε και όχι στο πώς και το γιατί. Οι μαθητές υποχρεώνονται να ακούν, να αντιγράφουν και να αφομοιώνουν την παρεχόμενη γνώση, χωρίς αμφιβολίες ή αμφισβητήσεις.

Παράδειγμα: Η επίλυση μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης δεν απαιτεί σκέψη, αν θυμόμαστε τον τύπο που δίνει τις λύσεις.

Αντίληψη 2^η: Η διαδικαστική αντίληψη μετάδοσης πληροφοριών

Εδώ το υποκείμενο λειτουργεί ως παρατηρητής (ουδέτερη στάση), οπότε η επικοινωνιακή αντίληψη μετατρέπεται σε *διαδικαστική αντίληψη* μετάδοσης και μετάφρασης πληροφοριών και προτύπων, δηλαδή σε μία αντίληψη, στην οποία κυριαρχούν οι τεχνικές και τα μέσα επικοινωνίας. Πρόκειται για μια αντίληψη που εξηγεί πώς τα άτομα συντονίζουν τη συμβίωσή τους, ανταλλάσσουν απόψεις και πώς πρότυπα ενεργειών μεταδίδονται και μεταφράζονται από το ένα μέρος στο άλλο.

Κατά την εκπαιδευτική διαδικασία,

η διαδικαστική αντίληψη της επικοινωνίας εκφράζεται μέσα από την ουδετερότητα της στάσης των μετεχόντων και εστιάζει το ενδιαφέρον της στη διαδικασία μεταφοράς και τη μορφή του «διδακτικού» λόγου, θέτοντας σε δεύτερη μοίρα την ουσιαστική ενασχόληση με το περιεχόμενό του. Η επικοινωνιακή διεργασία στο πλαίσιο της εκπαιδευτικής διαδικασίας δεν υποστηρίζει, αλλά υποκαθιστά την κοινωνική εκπαιδευτική διαδικασία. Επιπλέον, η ιδιαιτερότητα των μέσων που χρησιμοποιούνται επηρεάζει τη διαμόρφωση της αντίληψης και της σκέψης των μετεχόντων, ενώ συντελείται μια γενικότερη μετατόπιση της Διδακτικής προς μια Διδακτική των δεξιοτήτων.

Οι διδακτικές πρακτικές που εφαρμόζονται στην περίπτωση αυτή, ρίχνουν το βάρος τους στην πρόσβαση σε μεγάλο πλήθος ασκήσεων και την εκμάθηση τεχνικών επίλυσης, οι οποίες αντικαθιστούν την ουσία του μαθηματικού λόγου και δεν οδηγούν στην ουσιαστική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Αντίληψη 3^η: Η αντίληψη της επικοινωνιακής ικανότητας

Το υποκείμενο κατασκευάζει τη γνώση (ενεργητική στάση), οπότε η επικοινωνιακή αντίληψη μετατρέπεται σε *αντίληψη της επικοινωνιακής ικανότητας*, δηλαδή σε μία αντίληψη, που εξηγεί πώς τα άτομα διατηρούν τη γνωστική τους αυτονομία ή στη βάση ποιών ικανοτήτων τα άτομα εφευρίσκουν τις δικές τους γνωστικές κατασκευές. Δηλαδή πώς μπορούν να βιώνουν τις συνεχείς διαδικασίες αποδόμησης και επαναδόμησης ή την αλληλοεπηρεαζόμενη ανάπτυξη αυτών των κατασκευών. *Κατά την εκπαιδευτική διαδικασία,* καταλύεται η παραδοσιακή διάκριση ανάμεσα στο υποκείμενο και το αντικείμενο της γνώσης και οδηγούμεθα σε μία συστημική προσέγγιση της διδασκαλίας, στο πλαίσιο της οποίας καθηγητής και μαθητής γίνονται συνδημιουργοί της γνώσης, που την καθορίζουν και την παράγουν, τόσο γενικά, ως υποκείμενα της κοινωνικής εμπειρίας, όσο και ειδικότερα, ως υποκείμενα κάποιου συγκεκριμένου εκπαιδευτικού θεσμού, ικανά να μιλούν και να πράττουν. Η επικοινωνία στη

σχολική τάξη δεν εξυπηρετεί τη "μεταφορά" γνώσεων από το δάσκαλο στο μαθητή, αλλά επιτρέπει τη γνωστική επεξεργασία και κατασκευή των εννοιών.

Σημαντική επισήμανση

Η πολυπλοκότητα της εκπαιδευτικής διαδικασίας και των διδακτικών καταστάσεων που διαμορφώνονται στη σχολική τάξη, δεν επιτρέπει την εμφάνιση αμιγών επικοινωνιακών αντιλήψεων και διδακτικών πρακτικών. Συνήθως όμως κάποια από αυτές εμφανίζεται κυρίαρχη απέναντι στις άλλες.

5. Συμπεράσματα

Τόσο οι βασικοί άξονες, όσο και τα επιμέρους στοιχεία που συνθέτουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο διαμορφώνονται και αναπτύσσονται οι βασικές επικοινωνιακές διεργασίες της διδασκαλίας, συνδέονται μεταξύ τους και λειτουργούν ως ένα δυναμικό σύστημα με αλληλεξαρτώμενες εσωτερικές σχέσεις. Ταυτόχρονα αποτελούν μέρος του κοινωνικού και πολιτισμικού περιβάλλοντος, με το οποίο βρίσκονται σε μια διαρκή σχέση αλληλεπίδρασης.

Μια σημαντική πηγή ευκαιριών μάθησης αποτελεί /προσφέρει η κοινωνική αλληλεπίδραση, ενώ σημαντικός είναι και ο ρόλος του κοινωνικού και πολιτισμικού πλαισίου μέσα στο οποίο οι προϋπάρχουσες γνώσεις ανασκευάζονται και ανακατασκευάζονται μέσα από τη γνωστική σύγκρουση, το στοχασμό και τη γνωστική αναδιοργάνωση. Η επίδραση των επικοινωνιακών αντιλήψεων στη διαμόρφωση και εφαρμογή αντίστοιχων διδακτικών αντιλήψεων και πρακτικών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών στοχεύει στην υιοθέτηση και εφαρμογή ενός επικοινωνιακού λόγου, μέσω του οποίου μπορεί να αποφευχθεί η απολυτότητα του καθαρού «διδασκτικού» λόγου και να εξυπηρετηθεί η πορεία του μαθητή προς τη χειραφέτηση. Όταν κυριαρχεί η αντίληψη της επικοινωνιακής ικανότητας και συνδυάζεται με τη διαδικαστική αντίληψη της επικοινωνίας, η επικοινωνιακή διεργασία που συντελείται κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών γίνεται ουσιαστική και υπηρετεί τους ευρύτερους διδακτικούς και παιδαγωγικούς στόχους της εκπαίδευσης, σύμφωνα με τους οποίους, ο καθηγητής συμμετέχει μαζί με τους μαθητές σε μια επικοινωνιακή πράξη, η οποία οδηγεί στην κατασκευή, τη διαπραγμάτευση και τη βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

6. Βιβλιογραφία

- Bachelard, G. (1977), «Για την επιστημολογία», περ. *Ο πολίτης*, τ. 12, Αυγустος-Σεπτέμβριος 1977, Αθήνα.
- Bertrand, Y. (1994), *Σύγχρονες Εκπαιδευτικές Θεωρίες*, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.
- de Broglie, L. (1970), «Η Κυβερνητική», περ. *Δευκαλίων*, τ. 2, Αθήνα.
- Γκετζ, Ντ. (1999), *Το Θεώρημα του παπαγάλου*, εκδ. Πόλις, Αθήνα.
- Cube v., F. (1999), "Die kybernetisch-informationstheoretische Didaktik", in Gudjons H, Winkel R. (Hg.), *Didaktische Theorien*, Bergmann+Helbig Verlag, Hamburg.
- Davis, P.J. – Hersh, R. (1981), *Η μαθηματική εμπειρία*, Τροχαλία, Αθήνα.
- Eco, U. (1994), *Θεωρία Σημειωτικής*, εκδ. Γνώση, Αθήνα.
- Ζέρη, Π. *Σημειώσεις πανεπιστημιακών παραδόσεων*, Αθήνα.
- Fiske, J. (1992), *Εισαγωγή στην επικοινωνία*, εκδ. επικοινωνία και κουλτούρα, Αθήνα.
- Habermas, J. (1990), «Ο Επικοινωνιακός Λόγος: Μια άλλη δυνατότητα διεξόδου από τη φιλοσοφία του υποκειμένου», στο Βέλτσος Γ., (επιμ.), *Η διαμάχη. Κείμενα για τη νεωτερικότητα*, εκδ. Πλέθρο, Αθήνα, σ.74-82.
- Habermas, J. (1981), *Theorie des kommunikativen Handelns*, Suhrkamp, Ffm.
- Healy, J. (1996), *Μυαλά που κινδυνεύουν Γιατί τα παιδιά μας δεν σκέφτονται*, εκδ. Λύχνος, Αθήνα.
- Κάιλα, Μ. Καλαβάσης, Φ. Πολεμικός, Ν. (επιμ.) (2002), *Μύθοι, Μαθηματικά, Πολιτισμοί: Αποσιωπημένες σχέσεις στην εκπαίδευση*, εκδ. Ατραπός, Αθήνα.
- Kline, M. (1993), *Τα Μαθηματικά στο Δυτικό Πολιτισμό, τ. Α,Β*, εκδ. Κώδικας, Αθήνα.
- Kuhn, T.S. (1987), *Η δομή των Επιστημονικών Επαναστάσεων*, εκδ. Σύγχρονα Θέματα, Θεσσαλονίκη.
- Lakatos, I., (1996), *Αποδείξεις και Ανασκευές*, εκδ. Τροχαλία, Αθήνα.
- Leach, E.R. (1993), *Πολιτισμός και επικοινωνία: η λογική της διαπλοκής των συμβόλων*, εκδ. Καστανιώτη, Αθήνα.

-
- Μηλιώνης, Χ. (2000), *Επικοινωνία και Διδακτική των Μαθηματικών*, (διπλωματική εργασία στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών), Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Μαθηματικών, Αθήνα.
- Ντάβου, Μ. (2000), *Οι διεργασίες της σκέψης στην εποχή της πληροφορίας Θέματα Γνωστικής Ψυχολογίας και επικοινωνίας*, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα.
- Σακαλάκη, Μ. (1994), *Ψυχολογία της επικοινωνίας*, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα.
- Saussure de, F. (1979), *Μαθήματα Γενικής Γλωσσολογίας*, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα.
- Tutte, W.T. (1996), «Τι είναι τα μαθηματικά;» (μεταφρ. Τ. Σπύρου), *περ. Quantum*, τομ.3, τ.2, Μάρτιος/ Απρίλιος 1996, Αθήνα.
- Watzlawick, P. Beavin, J. Jackson, D. (1996), *Menschliche Kommunikation, Formen, Storungen, Paradoxien*, Verlag Hans Huber, Bern, Göttingen, Toronto, Seattle.
- Wilder R. (1986), *Εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών*, εκδ. Κουτσουμπός, Αθήνα.
- Φίλη, Χ. (1987), *Αμφίδρομα*, Σμίλη, Αθήνα.
- Χασάπης, Δ. (2004), «Σημειωτικές προσεγγίσεις της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών: μια σκιαγράφηση του πεδίου», στο *Χασάπης Δ. (επιμ), Εικόνα, Σχήμα και Λόγος στη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Α.Π.Θ., Π.Τ.Δ.Ε., Δ.Δ.Ε. «Δημήτρης Γληνός», Θεσσαλονίκη*.

ΕΝΟΤΗΤΑ ΙΙΙ**Υλικό Αναφοράς**

**ΜΑΘΑΙΝΟΝΤΑΣ ΤΟΝ ΚΟΣΜΟ ΜΕ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ:
ΣΚΟΠΟΙ ΕΝΟΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΚΡΙΤΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

Marilyn Frankenstein
University of Massachusetts, USA

Όταν οι μαθητές και οι μαθήτριες μου εξετάζουν δεδομένα και ερωτήσεις όπως αυτά που βρίσκονται στο παρακάτω πλαίσιο εισάγονται στους τέσσερις σκοπούς ενός αναλυτικού προγράμματος κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης.

1. Κατανόηση των μαθηματικών.
2. Κατανόηση των μαθηματικών της πολιτικής γνώσης.
3. Κατανόηση της πολιτικής της μαθηματικής γνώσης.
4. Κατανόησης της πολιτικής της γνώσης.

Είναι φανερό, ότι ο υπολογισμός των ποικίλων ποσοστών για τους δείκτες ανεργίας υλοποιεί τον πρώτο σκοπό, την κατανόηση των μαθηματικών. Η κριτική μαθηματική εκπαίδευση προχωρά πιο πέρα από αυτό για να συμπεριλάβει τους άλλους τρεις σκοπούς που διατυπώθηκαν παραπάνω. Τα μαθηματικά της πολιτικής γνώσης παρουσιάζονται εδώ θεωρώντας ότι τα δεδομένα της ανεργίας εμβαθύνουν την κατανόησή μας για την κατάσταση των εργαζομένων στις Η.Π.Α. Η πολιτική της μαθηματικής γνώσης περιλαμβάνει την επιλογή του ποιος υπολογίζεται ως άνεργος.

Στη σχολική τάξη τονίζω, ότι από τη στιγμή που αποφασίζουμε ποιες κατηγορίες αποτελούν τον αριθμητή (αριθμός ανέργων) και ποιες κατηγορίες αποτελούν τον παρονομαστή (εργατικό δυναμικό), η έκφραση αυτού του κλάσματος ως δεκαδικού αριθμού και μετά ως ποσοστού δεν αποτελεί πολιτικό αγώνα, αλλά κατανόηση των μαθηματικών τεχνικών.

Η απόφαση όμως για το ποιος υπολογίζεται ως άνεργος αποτελεί πολιτικό αγώνα, έτσι ώστε ο δείκτης ανεργίας δεν είναι μια ουδέτερη περιγραφή της κατάστασης των εργαζομένων στις Η.Π.Α. Και αυτή η συζήτηση γενικεύεται σε μια θεώρηση της πολιτικής όλης της γνώσης.

Σ' αυτό το κείμενο, αναπτύσσω το νόημα καθενός από τους προαναφερθέντες στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης, εστιάζοντας την προσοχή μου στην πολυπλοκότητα των μεταξύ τους αμοιβαίων σχέσεων.. Στη βάση όλων αυτών των ιδεών μου βρίσκεται η άποψη, ότι η ανάπτυξη της αυτοπεποίθησης του ατόμου είναι προαπαιτούμενη για κάθε μάθηση και ότι η αυτοπεποίθηση αναπτύσσεται μέσα από την ενασχόληση με πολύπλοκα δεδομένα και μέσα από την κατανόηση της πολιτικής της γνώσης.

Παράδειγμα: Δείκτης Ανεργίας

Στις Ηνωμένες Πολιτείες ο δείκτης ανεργίας ορίζεται ως ο αριθμός των ανέργων διαιρούμενος με τον αριθμό του εργατικού δυναμικού. Εδώ βλέπετε μερικά δεδομένα από τον Δεκέμβριο του 1994. (Όλοι οι αριθμοί σε χιλιάδες, στρογγυλοποιημένοι σε εκατοντάδες χιλιάδες).

- Κατά τη γνώμη σας, ποια από αυτές τις ομάδες θα έπρεπε να θεωρείται ως άνεργη; Γιατί;
- Ποια θα έπρεπε να θεωρείται ως μέρος του εργατικού δυναμικού; Γιατί;
- Παίρνοντας υπόψη τις επιλογές σας, υπολογίστε τον δείκτη ανεργίας του 1994.
 1. 101.400: Εργαζόμενοι πλήρους απασχόλησης
 2. 19.000: Εργαζόμενοι μερικής απασχόλησης, που επιθυμούν εργασία μερικής απασχόλησης
 3. 4.000: Εργαζόμενοι μερικής απασχόλησης, που επιθυμούν εργασία πλήρους απασχόλησης.
 4. 5.600: Άνεργοι, έψαξαν για δουλειά τον τελευταίο μήνα, όχι σε προσωρινή απόλυση
 5. 1.100: Άνεργοι, σε προσωρινή απόλυση

6. 400: Άνεργοι, θέλουν εργασία τώρα, κοίταξαν για δουλειά τον προηγούμενο χρόνο, σταμάτησαν να ψάχνουν επειδή απογοητεύτηκαν από την προοπτική να βρουν μια δουλειά.
7. 1.400: Άνεργοι, θέλουν δουλειά τώρα, κοίταξαν για δουλειά τον προηγούμενο χρόνο, σταμάτησαν να ψάχνουν για άλλους λόγους
8. 60.700: Άνεργοι, δεν θέλουν δουλειά τώρα (ενήλικες)

Για συζήτηση: Ο επίσημος ορισμός των ανέργων στις Η.Π.Α. θεωρεί τις ομάδες 4 και 5 ως μέρος των ανέργων και τις ομάδες 1-5 ως μέρος του εργατικού δυναμικού, δίνοντας έναν δείκτη ανεργίας 5,1%. Αν θεωρήσουμε τις ομάδες 4-8 συν το μισό της ομάδας 3 ως μέρος των ανέργων, ο δείκτης ανεργίας θα είναι 9,3%. Επιπλέον, το 1994 το Γραφείο Στατιστικής του Εργατικού Δυναμικού σταμάτησε να χρησιμοποιεί τον δείκτη U-7, μία μέτρηση που συμπεριλάμβανε τις κατηγορίες 2 και 3 και 6-8, και έτσι οι ερευνητές δεν μπορούν να ορίσουν εναλλακτικούς δείκτες ανεργίας (Saunders, 1994).

Στόχος 1: Κατανόηση των Μαθηματικών

Σχεδόν όλοι οι μαθητές και οι μαθήτριες μου ξέρουν να εκτελούν τις βασικές πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, αν και πολλοί ή πολλές θα δυσκολεύονταν να πολλαπλασιάσουν δεκαδικά κλάσματα, να προσθέσουν κλάσματα ή να εκτελέσουν διαιρέσεις μεγάλων αριθμών. Όλοι και όλες μπορούν να προφέρουν τις σχετικές λέξεις, αλλά πολλοί ή πολλές έχουν πρόβλημα να εκφράσουν περιληπτικά την κεντρική ιδέα ενός κειμένου που διάβασαν. Σχεδόν όλοι και όλες δυσκολεύονται στην επίλυση λεκτικά διατυπωμένων βασικών μαθηματικών προβλημάτων. Οι περισσότεροι και οι περισσότερες έχουν συγκροτήσει αρνητικές αυτό-εικόνες για τη γνώση και την ικανότητά τους στα μαθηματικά. Στα πρώτα μου μαθήματα βάζω τους μαθητές και τις μαθήτριες μου να διαβάζουν αποσπάσματα κειμένων στα οποία η κεντρική ιδέα υποστηρίζεται από αριθμητικά δεδομένα και στα οποία η πολιτική της μαθηματικής γνώσης είναι προφανής. Στη συνέχεια, το αναλυτικό πρόγραμμα περιλαμβάνει την ανάπτυξη του Ινδο-Αραβικού δεκαδικού συστήματος αρίθμησης, την έννοια των αριθμών και των αριθμητικών πράξεων.

Ξεκινώ τα μαθήματα με ένα γράφημα, ένα διάγραμμα ή ένα μικρό κείμενο που απαιτεί γνώση εκείνων των μαθηματικών που η διδασκαλία τους έχει προγραμματιστεί γι' αυτή την ημέρα. Όταν η συζήτηση καταλήγει σε μια ερώτηση που αναφέρεται σε μαθηματική γνώση, σταματώ και διδάσκω αυτή τη γνώση. Αυτός είναι ένας μη-γραμμικός τρόπος για τη μάθηση βασικών γνώσεων αριθμητικής επειδή συχνά προκύπτουν ερωτήσεις που αφορούν θέματα που πρόκειται να διδαχθούν στο μέλλον. Αυτό το αντιμετωπίζω κάνοντας μια *προ-επισκόπηση*. Το θέμα που έχει προγραμματιστεί είναι αυτό που διδάσκεται *τυπικά*. Άλλα θέματα επίσης συζητούνται, ώστε οι ερωτήσεις των μαθητών και μαθητριών να απαντιούνται και έτσι όταν έρθει τυπικά ο χρόνος για τη διδασκαλία αυτών των θεμάτων σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα, οι μαθητές και οι μαθήτριες να έχουν ήδη κάποια εξοικείωση με αυτά. Για παράδειγμα, όταν μελετούμε την έννοια των κλασμάτων και βρίσκουμε ότι το 1985 τα 2/100 των βουλευτών ήταν γυναίκες, συνήθως κάνουμε μια *προ-επισκόπηση* του πώς να μετατρέψουμε αυτό το κλάσμα σε ποσοστό. Επίσης, συζητούμε πώς καμία μάθηση δεν είναι γραμμική και πώς όλοι και όλες μας συνεχώς *ανασκοπούμε, αναδημιουργούμε* αλλά και *προ-επισκοπούμε* κατά τη διάρκεια της διαδικασίας συγκρότησης νοημάτων.

Επιπλέον, υπάρχουν άλλες όψεις της μάθησης που πραγματικά βελτιώνουν την κατανόηση των μαθηματικών από τους μαθητές και τις μαθήτριες, όπως:

- (α) η κατάργηση της διαχωριστικής γραμμής ανάμεσα στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών·
- (β) η εξέταση των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στον πολιτισμό και στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης·
- (γ) η μελέτη ακόμη και απλών μαθηματικών θεμάτων μέσα από πολύπλοκες ερωτήσεις·

Αυτά εξηγούνται με περισσότερες λεπτομέρειες στα επόμενα.

(α) Η κατάργηση της διαχωριστικής γραμμής ανάμεσα στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών

Όταν οι μαθητές και οι μαθήτριες διδάσκουν παρά απαντούν σε ερωτήσεις, μαθαίνουν περισσότερα μαθηματικά και επίσης μαθαίνουν πλευρές της διδασκαλίας των μαθηματικών. Τότε ενισχύονται να συνεχίσουν τη μάθηση περισσότερων μαθηματικών. Ως ανθρωπιστές και πολιτικοποιημένοι εκπαιδευτικοί, μιλάμε συχνά για το τι μαθαίνουμε από τους μαθητές και τις μαθήτριες μας όταν διδάσκουμε. Η Peggy McIntosh (1990) προχωρά ακόμη πιο μακριά για να ορίσει τη διδασκαλία ως “την ανάπτυξη του ατόμου μέσα από την ανάπτυξη των άλλων”. Είναι βέβαιο ότι όταν διδάσκουμε μαθαίνουμε για την μάθηση. Εγώ επίσης, παρουσιάζω έρευνες σχετικές με τη διδακτική των μαθηματικών, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες μου να αναλύσουν γιατί είχαν στο παρελθόν τους προβλήματα με τα μαθηματικά. Υποστηρίζω ότι η μάθηση αναπτύσσεται μέσω της διδασκαλίας και μέσω του αναστοχασμού πάνω στην διδασκαλία και τη μάθηση. Έτσι η κατανόηση των μαθηματικών από τους μαθητές και τις μαθήτριες διευρύνεται, όταν μαθαίνουν για τη διδασκαλία των μαθηματικών καθώς μαθαίνουν μαθηματικά. Την άποψη αυτή ενισχύει η ιδέα του Paulo Freire, ότι η διδασκαλία και η μάθηση είναι κομμάτια της ίδιας διαδικασίας και διαφορετικές στιγμές στον κύκλο απόκτησης της υπάρχουσας γνώσης, αναδημιουργώντας αυτή τη γνώση και παράγοντας καινούρια γνώση (Freire, 1982).

Οι μαθητές και οι μαθήτριες αποκτούν μεγαλύτερο έλεγχο της διαδικασίας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, όταν εκτός από την αξιολόγηση της δικής τους δουλειάς, μπορούν να δημιουργήσουν και δικά τους προβλήματα. Όταν οι μαθητές και οι μαθήτριες κατανοούν ποιες ερωτήσεις έχει νόημα να κάνουν για μια δεδομένη σειρά αριθμητικών δεδομένων και μπορούν να διακρίνουν τις αποφάσεις που καταλήγουν στη δημιουργία προβλημάτων διαφορετικών κατηγοριών, τότε μπορούν πιο εύκολα να επιλύσουν προβλήματα που άλλοι κατασκευάζουν. Επιπλέον, η κριτική μαθηματική γλώσσα αναφέρεται τόσο στην ερμηνεία όσο και στην κριτική ανάλυση των αριθμητικών δεδομένων που εμπεριέχονται στα επιχειρήματα άλλων ανθρώπων. Για να γίνει το τελευταίο χρειάζεται εξάσκηση στον προσδιορισμό των ερωτήσεων που μπορούν να τεθούν και να απαντηθούν με βάση τις δεδομένες αριθμητικές πληροφορίες, όπως επίσης και στον προσδιορισμό των καταστάσεων που μπορούν να περιγραφούν μέσα από τις πληροφορίες αυτές. Η ιδέα του Freire για εκπαίδευση στη διατύπωση προβλημάτων τονίζει ότι, τα σαφή και ξεκάθαρα διατυπωμένα προβλήματα, όπως και οι ξεκάθαρες μονοσήμαντες λύσεις τους προβάλλουν μια εσφαλμένη εικόνα για τον τρόπο που τα μαθηματικά μας βοηθούν να “μάθουμε τον κόσμο”. Η αληθινή ζωή είναι μπλερδεμένη, με πολλά προβλήματα να τέμνονται και να αλληλοκαθορίζονται. Η αληθινή ζωή θέτει προβλήματα που η λύση τους απαιτεί διάλογο και κοινή δράση. Τα παραδοσιακά αναλυτικά προγράμματα απομονώνουν και απλοποιούν συγκεκριμένες πτυχές της πραγματικότητας για να δώσουν στους μαθητές και στις μαθήτριες τη δυνατότητα να εξασκηθούν στις τεχνικές. Η εκπαίδευση στη διατύπωση προβλημάτων του Freire σκοπεύει να αποκαλύψει τις αλληλοσυνδέσεις και πολυπλοκότητες των πραγματικών καταστάσεων, όπου “συχνά τα προβλήματα δεν έχουν λύση και μόνο μια καλύτερη κατανόηση τους μπορεί να είναι δυνατή” (Connolly, 1981). Μια εφαρμογή αυτής της ιδέας στην τάξη είναι να ζητάς από τους μαθητές και τις μαθήτριες να δημιουργούν δικές τους παρουσιάσεις ενός θέματος και δικά τους τεστ αξιολόγησης. Μ’ αυτό τον τρόπο μαθαίνουν να καταπιάνονται με θέματα της παιδαγωγικής των μαθηματικών, όπως: ποιες είναι οι βασικές έννοιες και τα θέματα που πρέπει να συμπεριληφθούν στην παρουσίαση ενός συγκεκριμένου μαθηματικού θέματος, όπως ορίζεται στο αναλυτικό πρόγραμμα; Ποιες είναι οι ερωτήσεις που πρέπει να τεθούν για την αξιολόγηση της κατανόησης αυτών των εννοιών και των θεμάτων;

(β) Η εξέταση των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στον πολιτισμό και στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης

Αυτή η πλευρά περιγράφεται καλύτερα με το ακόλουθο παράδειγμα.

Παράδειγμα: Όταν μαθαίνουμε τεχνικές σύγκρισης μεγεθών ρωτώ τους μαθητές και τις μαθήτριες μου να σκεφτούν πώς ο πολιτισμός αλληλεπιδρά με την μαθηματική γνώση στην ακόλουθη κατάσταση:

Ο Steve Lerman (1993) δούλευε με δύο πεντάχρονα παιδιά σε μια τάξη του Λονδίνου. Αφηγείται πως αυτά “ήταν ευχαριστημένα με το να συγκρίνουν δύο αντικείμενα τοποθετημένα μπροστά τους και να εξηγούν γιατί επέλεξαν αυτό που επέλεξαν [ως μεγαλύτερο]. Ωστόσο, όταν τους μοίρασα κύβους (στο κορίτσι 8 και στο αγόρι 5) για να φτιάξουν έναν πύργο ... και τους ρώτησα ποιος είχε τον ψηλότερο πύργο, το κορίτσι απάντησε σωστά αλλά το αγόρι επέμενε ότι αυτό είχε τον ψηλότερο πύργο. Μέχρι εκείνη τη στιγμή το αγόρι έβαζε τα αντικείμενα μαζί και τα συνέκρινε. Δεν έκανε όμως το ίδιο και σ’ αυτή την περίπτωση και όταν το ρώτησα πώς θα μπορούσαμε να βρούμε ποιος πύργος είναι ψηλότερος θύμωσε πολύ. Τον ρώτησα για ποιο λόγο πίστευε ότι ο δικός του πύργος ήταν ψηλότερος και μου απάντησε ‘επειδή ΕΙΝΑΙ!’. Δεν προχωρούσε πιο πέρα από αυτό και φαινόταν έτοιμος να βάλει τα κλάματα”.

Στην αρχή οι μαθητές και οι μαθήτριες μου προσπαθούν να εξηγήσουν την απάντηση του αγοριού υποθέτοντας ότι οι κύβοι του κοριτσιού ήταν μικρότεροι από αυτούς του αγοριού ή ότι το κορίτσι κατασκεύασε έναν πύργο πλατύτερο και κοντύτερο. Όμως μετά την ανάγνωση των πληροφοριών, καταλαβαίνουν ότι δεν μπορεί να συμβαίνει κάτι τέτοιο, από την στιγμή που η απάντηση του κοριτσιού ήταν σωστή. Υποθέτουμε πώς τα στερεότυπα του φύλου – το γεγονός ότι τα αγόρια πάντα τα καταφέρνουν καλύτερα ή έχουν περισσότερα από τα κορίτσια – εμπόδιζε στη συγκεκριμένη περίπτωση την εφαρμογή της γνώσης για τη σύγκριση των μεγεθών που το αγόρι ολοκάθαρα εφάρμοζε σε διαφορετικές περιστάσεις.

(γ) Η μελέτη απλών μαθηματικών θεμάτων μέσα από πολύπλοκες ερωτήσεις

Τα περισσότερα εκπαιδευτικά υλικά και περιβάλλοντα μάθησης στις Ηνωμένες Πολιτείες, ειδικά αυτά που επιγράφονται ως “αναπτυξιακά” ή “αντισταθμιστικά”, περιλαμβάνουν πολύ επιφανειακές και εύκολες δραστηριότητες. Αφορούν απομνημονευμένες ή τυποποιημένες εμπειρίες επίλυσης προβλημάτων. Οι μαθητές και οι μαθήτριες ασκούνται να θεωρούν ως επιτυχή εκείνη τη μάθηση που οδηγεί στην απόκτηση καλών βαθμών στο σχολείο ή υψηλών επιδόσεων στα σταθμισμένα τεστ. Πιστεύω ότι αυτός είναι ο κυριότερος λόγος, που ό,τι μαθαίνεται δεν διατηρείται και δεν χρησιμοποιείται. Αντίθετα, ένα σύνθετο αναλυτικό πρόγραμμα, στα πλαίσια του οποίου κάθε πρόβλημα περιλαμβάνει μια ποικιλία μαθησιακών εμπειριών, εισάγει στη μη-γραμμική, ολιστική μέθοδο με την οποία αναπτύσσεται η γνώση μέσα σε καθορισμένα πλαίσια. Αυτή η εκπαίδευση οδηγεί σε μια πιο σαφή γνώση του αντίστοιχου αντικειμένου.

Παράδειγμα: Στο κείμενο που ακολουθεί, οι Sklar και Sleicher αποδεικνύουν πώς οι αριθμοί που παρουσιάζονται έξω από το πλαίσιο αναφοράς τους λειτουργούν παραπλανητικά. Ρωτώ τους μαθητές και τις μαθήτριες μου να διαβάσουν το κείμενο και να συζητήσουν τους υπολογισμούς που οι Sklar και Sleicher έκαναν για να βρουν το δικό τους αποτέλεσμα για τα ποσά που δαπάνησαν οι Η.Π.Α. στις εκλογές του 1990 στη Νικαράγουα. (17,5 εκατομμύρια δολάρια / πληθυσμός Νικαράγουας = 5 δολάρια για κάθε άτομο). Αυτό οδηγεί τους μαθητές και τις μαθήτριες μου σε μια ανασκόπηση της σημασίας των πράξεων. Τότε ρωτώ τους μαθητές και τις μαθήτριες μου να αναλογιστούν τις δυσχέρειες κατανόησης του μεγέθους των 17,5 εκατομμυρίων δολαρίων. Αυτό εμβαθύνει την κατανόηση του γεγονότος, ότι διαφορετικές αριθμητικές περιγραφές αποκαλύπτουν ή συγκαλύπτουν το πλαίσιο της πολιτικής των Η.Π.Α. στην Νικαράγουα και ότι στην πραγματική ζωή η απλή σύγκριση του μεγέθους των αριθμών έξω από το πλαίσιο αναφοράς τους, δυσχεραίνει την κατανόηση τους.

Στην βάση του σχετικού πληθυσμού ο Holly Sklar υπολόγισε ότι τα 17,5 εκατομμύρια δολάρια των εξόδων των Η.Π.Α. στις εκλογές της Νικαράγουα είναι 5 δολάρια κατ’ άτομο και ισοδυναμεί με έξοδα 1,2 δισεκατομμυρίου δολαρίων στις Η.Π.Α. Αυτή η σύγκριση είναι καλή, αλλά μπορεί να είναι πιο σχετικό να βασίσουμε την σύγκριση στην επίδραση των εξόδων στην οικονομία ή στις εκλογές, π.χ. να μετρήσουμε την διαφορά στο κατά κεφαλήν εισόδημα, το οποίο είναι τουλάχιστον 30 προς 1 ή τα ανάλογα έξοδα εκλογών στις Η.Π.Α. που φτάνουν το καταπληκτικό ποσό των 30 δισεκατομμυρίων δολαρίων. Υπάρχει καμιά αμφιβολία ότι τέτοιου είδους έξοδα θα επιδρούσαν καθοριστικά τις εκλογές των Η.Π.Α.; (Sleicher, 1990).

Στόχος 2: Κατανοώντας τα Μαθηματικά της Πολιτικής Γνώσης

Υποστηρίζω, όπως και ο Freire (1970) και οι Freire & Macedo (1987), ότι το βασικό πλαίσιο μιας κριτικής εκπαίδευσης ενηλίκων και μιας κριτικής μαθηματικής γλώσσας, είναι “η μάθηση του κόσμου της πραγματικότητας”. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, οι μαθητές και οι μαθήτριες μαθαίνουν πώς οι μαθηματικές ικανότητες και οι έννοιες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να καταλάβουμε τις δομές οργάνωσης της κοινωνίας μας. Αυτό συμβαίνει:

- α. με την κατανόηση των διαφορετικών ειδών αριθμητικών περιγραφών του κόσμου (όπως τα κλάσματα, τα ποσοστά, τα γραφήματα) και της σημασίας του μεγέθους των αριθμών και
- β. με τη χρήση υπολογισμών για την παρακολούθηση και την αξιολόγηση της λογικής ενός επιχειρήματος, για την επαναδιατύπωση πληροφοριών και για την κατανόηση της διαδικασίας συλλογής πρωτογενών δεδομένων και μετατροπής τους σε αριθμητικές περιγραφές του κόσμου. Ο στόχος της υπογράμμισης των υπολογισμών είναι η καλύτερη κατανόηση των πληροφοριών και των επιχειρημάτων και η συγκρότηση των προϋποθέσεων για την αμφισβήτηση των αποφάσεων που τεκμηριώνονται σε επιλεγμένους αριθμούς και αριθμητικές πράξεις.

Παράδειγμα: Ζητώ από τους μαθητές και τις μαθήτριες να διατυπώσουν και να λύσουν κάποια μαθηματικά προβλήματα χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες του άρθρου που ακολουθεί (*In These Times*, 29 Απριλίου – 5 Μαΐου 1992). Η εκτέλεση των πράξεων της διαίρεσης που εμπεριέχονται σ’ αυτό το άρθρο εμβαθύνει την κατανόηση των οικονομικών δεδομένων και δείχνει πώς τα αριθμητικά δεδομένα αποκαλύπτουν τη δομή της κοινωνικής οργάνωσης μας.

Πνιγμένος στους αριθμούς

Μπορεί να υπάρχει μοναξιά στην κορυφή, αλλά δεν μπορεί να υπάρχει πλήξη – τουλάχιστον όχι με όλα αυτά τα χρήματα. Την προηγούμενη εβδομάδα η ομοσπονδιακή κυβέρνηση έδωσε στη δημοσιότητα πίνακες που δείχνουν ότι το πλουσιότερο 1% των αμερικάνικων νοικοκυριών συγκεντρώνει πλούτο μεγαλύτερο από τον πλούτο του 90% των αμερικάνικων νοικοκυριών αθροιστικά. Και ενώ αυτοί οι αριθμοί αναφέρονταν γενικά, τους βρήκαμε τόσο συγκλονιστικούς που πιστέψαμε ότι άξιζε τον κόπο να τους επαναλάβουμε. Έτσι λοιπόν έχουμε: Το 1989 το 1% των Αμερικανών που βρίσκεται στην κορυφή (περίπου 934.000 νοικοκυριά) ως σύνολο συγκεντρώνουν πλούτο συνολικής αξίας 5,7 τρισεκατομμυρίων δολαρίων και το κατώτερο 90% (περίπου 84 εκατομμύρια νοικοκυριά) θα μπορούσαν μαζί να συγκεντρώσουν πλούτο που φτάνει τα 4,8 τρισεκατομμύρια δολάρια.

Παράδειγμα: Οι μαθητές και οι μαθήτριες κάνουν πρακτική μελετώντας ένα πολύπλοκο γράφημα και λύνοντας προβλήματα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης ώστε να καταλάβουν πώς συγκεκριμένες δομές αμοιβών μεταφέρουν χρήματα από τους φτωχούς στους πλούσιους.(2) Το *The Rate Watcher’s Guide* (Morgan, 1980) παρουσιάζει με λεπτομέρειες γιατί κάτω από δομές σταθερής μείωσης των τιμών πολίτες χαμηλού εισοδήματος που χρησιμοποιούν ηλεκτρισμό μόνο για βασικές τους ανάγκες πληρώνουν τις υψηλότερες τιμές και μεγάλοι καταναλωτές με πολυτέλειες, όπως σκουπιδοφάγους, θερμαινόμενες πισίνες ή κεντρικό κλιματισμό, πληρώνουν τις χαμηλότερες τιμές. Σε μια έρευνα που πραγματοποιήθηκε το 1972 στο Michigan, για παράδειγμα, βρέθηκε ότι οι κάτοικοι μιας φτωχικής συνοικίας στο Detroit πλήρωναν 66% ακριβότερη κάθε μονάδα ηλεκτρισμού από όσο οι ευκατάστατοι κάτοικοι των κοντινών Bloomfield Hills. Οι ερευνητές συμπέραναν ότι “περίπου 10.000.000 δολάρια κάθε χρόνο σπαταλούνται από την πόλη του Detroit για την οικονομική υποστήριξη των ποσοτικών εκπτώσεων που απολάμβαναν οι κάτοικοι των προαστίων.

Παράδειγμα: Ζητείται από τους μαθητές και τις μαθήτριες να συζητήσουν πώς οι αριθμοί υποστηρίζουν το κύριο συμπέρασμα της Helen Keller και να εκφράσουν τις απόψεις τους σχετικά με το γιατί μερικές φορές χρησιμοποιεί κλάσματα και άλλες φορές χρησιμοποιεί αριθμούς για να υποστηρίξει τα επιχειρήματά της. Οι πληροφορίες για την πολιτική της γνώσης εμπεριέχονται ως πλαίσιο μέσα στο οποίο εκτίθενται οι απόψεις της.

Αν και η *Helen Keller* ήταν τυφλή και κωφή, πάλεψε με το πνεύμα της και την πένα της. Όταν έγινε ενεργή σοσιαλίστρια μια εφημερίδα έγραψε ότι “τα λάθη της πηγάζουν από τα ... όρια της ανάπτυξης της”. Αυτή η εφημερίδα την είχε προβάλει ως ηρωίδα πριν εμφανιστεί ανοικτά ως σοσιαλίστρια. Το 1911 η *Helen Keller* έγραψε σε μια φεμινίστρια στην Αγγλία: “Ζητάς ψήφους για τις γυναίκες. Τι καλό μπορούν να κάνουν οι ψήφοι όταν τα δέκα ενδέκατα της γης της Μεγάλης Βρετανίας ανήκουν σε 200.000 ανθρώπους και μόνο το ένα ενδέκατο της γης ανήκει στα άλλα 40.000.000 ανθρώπων; Οι άντρες σου με τα εκατομμύρια των ψήφων έχουν απελευθερωθεί από την αδικία;” (Zinn, 1980).

Παράδειγμα: Ζητείται από τους μαθητές και τις μαθήτριες να συζητήσουν ποια αριθμητική κατανόηση απαιτείται για την αποκωδικοποίηση του παρακάτω πίνακα. Καταλαβαίνουν ότι η αναγνώριση του ελάχιστου μεγέθους που εκφράζουν αυτοί οι δεκαδικοί αριθμοί, τόσο μικρού που τα ρολόγια δεν μπορούν να μετρήσουν, διασαφηνίζει την μοχθηρότητα των ερευνών χρόνου-κίνησης στις καπιταλιστικές στρατηγικές διαχείρισης της εργασίας.

Δείγματα από έρευνες χρόνου – και – κίνησης, πραγματοποιημένα από την *General Electric*. Δημοσιεύθηκαν σε ένα έντυπο το 1961 για να εφοδιάσουν τους διευθυντές με επίπεδα σύμφωνα με τα οποία το εργατικό δυναμικό των υπαλλήλων γραφείου θα έπρεπε να οργανώσει την εργασία του (Braverman, 1974).

Ανοιγμα και κλείσιμο	Λεπτά
Ανοιγμα πλαϊνού συρταριού ενός κανονικού γραφείου	0,014
Ανοιγμα κεντρικού συρταριού	0,026
Κλείσιμο πλαϊνού συρταριού	0,015
Κλείσιμο κεντρικού συρταριού	0,027
Ενέργειες καρέκλας	
Σήκωμα από την καρέκλα	0,039
Κάθισμα στην καρέκλα	0,033
Περιστροφή σε περιστρεφόμενη καρέκλα	0,009

Στόχος 3: Κατανόηση της Πολιτικής της Μαθηματικής Γνώσης

Ίσως το πιο δραματικό παράδειγμα της πολιτικής που εμπεριέχεται στις φαινομενικά ουδέτερες μαθηματικές περιγραφές του κόσμου μας είναι η επιλογή ενός χάρτη για να σχηματίσουμε μια καθαρή εικόνα αυτού του κόσμου. Οποιοσδήποτε χάρτης δύο διαστάσεων της τρισδιάστατης γης μας θα περιέχει, φυσικά, μαθηματικές παραμορφώσεις. Η πολιτική μάχη και η πολιτική επιλογή επικεντρώνεται στο ποιες από αυτές τις παραμορφώσεις είναι αποδεκτές από εμάς και ποιες άλλες δικές μας κατανοήσεις παραμορφώνονται από αυτές τις ψεύτικες εικόνες. Για παράδειγμα, ο χάρτης με τον οποίο οι περισσότεροι άνθρωποι είναι εξοικειωμένοι, ο χάρτης Mercator, μεγεθύνει πολύ το μέγεθος της Ευρώπης(3) και μειώνει το μέγεθος της Αφρικής. Οι περισσότεροι άνθρωποι δεν συνειδητοποιούν ότι η περιοχή που ευρέως αναφέρεται ως “Ευρώπη” είναι μικρότερη από το 20% της περιοχής της Αφρικής. Ο χάρτης Mercator, δημιουργημένος το 1569, παραμορφώνει αρκετά τις περιοχές της γης, αλλά διατηρεί την κατεύθυνση της πυξίδας, οπότε ήταν πολύ χρήσιμος για τους ναυτικούς που ταξίδευαν από την Ευρώπη τον δέκατο έκτο αιώνα.

Όταν χρησιμοποιείται σε βιβλία και άλλα μέσα ενημέρωσης, σε συνδυασμό με τη γενική (λανθασμένη) αντίληψη ότι το μέγεθος συνδέεται με διάφορες μετρήσεις της ονομαζόμενης “σημαντικότητας”, ο χάρτης Mercator διαμορφώνει δημοφιλείς αντιλήψεις για τη σχετική σημασία διαφόρων περιοχών του κόσμου. Για παράδειγμα, όταν ένας καθηγητής πανεπιστημίου των Η.Π.Α. ζήτησε από τους φοιτητές του να κατηγοριοποιήσουν με βάση το μέγεθος συγκεκριμένες χώρες, αυτοί “θεώρησαν τη Σοβιετική Ένωση ως μεγαλύτερη από την ήπειρο της Αφρικής, αν και στην πραγματικότητα είναι πολύ μικρότερη” (Kaiser, 1991) συνδέοντας τη “δύναμη” με το μέγεθος.

Οι πολιτικές μάχες για υιοθέτηση, σύμφωνα με το σχεδιασμό του Peter, ενός πιο ακριβή χάρτη των περιοχών της γης ήταν επιτυχείς με το Πρόγραμμα Ανάπτυξης των Ηνωμένων Εθνών, της Παγκόσμιας Οργάνωσης Εκκλησιών και κάποιων εκπαιδευτικών οργανισμών (Kaiser, 1991). Ωστόσο, άτυπα στοιχεία από πολλές διαλέξεις που έδωσα παγκοσμίως δείχνουν ότι ο χάρτης Mercator ακόμη εκλαμβάνεται ευρέως και σήμερα ως η αληθινή εικόνα του κόσμου.

Όπως ο Wood (1992) τονίζει:

Ο χάρτης δεν είναι ένας αθώος μάρτυρας ... που σιωπηρά καταγράφει ότι διαφορετικά θα συνέβαινε χωρίς αυτόν, αλλά ένας δεσμευμένος συμμετέχων που τις περισσότερες φορές οδηγεί τις κινήσεις της αναγνώρισης και ονομασίας, της οριοθέτησης και της απογραφής, ισχυρίζεται όχι περισσότερο απ' ότι παρατηρεί.

Σε διάφορες καταστάσεις, οι στατιστικές περιγραφές δεν καταγράφουν απλά ή με ουδετερότητα ότι ακριβώς υπάρχει εκεί. Στις περιγραφές αυτές ενυπάρχουν πολιτικές επιλογές: ποια δεδομένα συλλέγονται· ποιοι αριθμοί αντιπροσωπεύουν τα πιο ακριβή δεδομένα· ποιοι ορισμοί καθοδηγούν την καταμέτρηση των δεδομένων· με ποιους τρόπους ταξινομούνται τα δεδομένα· και ποιοι είναι οι ποιοι έγκυροι τρόποι να δημοσιοποιηθούν τα δεδομένα.

Παράδειγμα: Πολιτική επιλογή για τους ορισμούς που θα καθοδηγήσουν την καταμέτρηση των δεδομένων

Το 1988, η Υπηρεσία Απογραφής των Η.Π.Α. εισήγαγε ένα “εναλλακτικό όριο φτώχειας”, αλλάζοντας το ποσό των βασικών καταναλωτικών αναγκών για την επιβίωση μιας οικογένειας τριών ατόμων από 9.453 σε 8.580 δολάρια, αποκλείοντας έτσι 3,6 εκατομμύρια ανθρώπους, των οποίων το οικογενειακό εισόδημα ήταν ανάμεσα στα δύο αυτά ποσά, να παίρνουν κουπόνια διατροφής, δωρεάν γεύματα στο σχολείο και άλλες παροχές της κοινωνικής πρόνοιας. Την ίδια στιγμή, η Κοινή Οικονομική Επιτροπή του Κογκρέσου υποστήριζε ότι “η αναπροσαρμογή στα πρόσφατα δεδομένα της μέτρησης των καταναλωτικών αναγκών του νοικοκυριού ... σχεδόν θα διπλασίαζε το δείκτη φτώχειας ανεβάζοντας τον στο 24 τοις εκατό του πληθυσμού” (Cockburn, 1989). Να σημειωθεί ότι το όριο φτώχειας στις Η.Π.Α. είναι εξαιρετικά χαμηλό. Διάφορες μετρήσεις υπολόγιζαν το ελάχιστο ποσό που χρειάζεται μια τετραμελής οικογένεια για να αγοράσει είδη βασικής ανάγκης το 1991 στο 155% του επίσημου ορίου φτώχειας. “Από τη στιγμή που το γραφείο [απογραφής] ορίζει τους [εργαζόμενους φτωχούς] ως μη φτωχούς, η επικρατούσα εικόνα των φτωχών περιλαμβάνει μόνο τους ανθρώπους που είναι άνεργοι ή γραμμένοι στον κατάλογο της κοινωνικής πρόνοιας. Το πραγματικό όριο φτώχειας αποκαλύπτει το αντίθετο: η πλειοψηφία των φτωχών ανάμεσα στους αρτιμελείς, μη ηλικιωμένους επικεφαλές των νοικοκυριών συνήθως δουλεύει σε εργασίες πλήρους απασχόλησης. Ο συνολικός αριθμός των ενηλίκων που παραμένουν φτωχοί αν και δουλεύουν σε εργασία πλήρους απασχόλησης είναι περίπου 10 εκατομμύρια, αριθμός υπερδιπλάσιος του αριθμού των ενηλίκων που γραμμένοι στον κατάλογο της κοινωνικής πρόνοιας. Τα δύο τρίτα από αυτούς έχουν δευτεροβάθμια ή τριτοβάθμια εκπαίδευση και οι μισοί είναι πάνω από 33 χρόνων. Η φτώχεια στις Η.Π.Α. είναι περισσότερο πρόβλημα χαμηλόμισθης εργασίας παρά εξάρτησης από την πρόνοια, τη μη εκπαίδευση ή την επαγγελματική εμπειρία. Ο ορισμός των οικογενειών, που το συνολικό τους εισόδημα είναι μικρότερο του 155% του επίσημου ορίου φτώχειας, ως φτωχών θα κατέληγε στο γεγονός ότι ο ένας στους τέσσερις πολίτες των Η.Π.Α. είναι φτωχός” (Schwartz and Volgy, 1993).

Παράδειγμα: Πολιτική επιλογή για τους τρόπους ταξινόμησης των δεδομένων

Η κυβέρνηση των Η.Π.Α. σπάνια ταξινομεί τα δεδομένα για την υγεία κατά κοινωνική κατηγορία. Όταν το έκανε αυτό, το 1986, για ασθένειες της καρδιάς και εγκεφαλο-αγγειακές ασθένειες, αποκαλύφθηκαν τεράστιες διαφορές:

“Το ποσοστό θανάτου από ασθένειες της καρδιάς, για παράδειγμα, ήταν 2,3 φορές υψηλότερο για τους ανειδίκευτους εργάτες απ' ότι για τα στελέχη επιχειρήσεων και τους ελεύθερους επαγγελματίες. Το ποσοστό θνησιμότητας από ασθένειες της καρδιάς το 1986 ήταν 1,3 φορές υψηλότερο για τους μαύρους απ' ότι για τους λευκούς ... ο τρόπος με τον οποίο ταξινομούνται τα στατιστικά δεδομένα δεν βοηθά τους λευκούς και τους μαύρους εργαζόμενους να αντιληφθούν τα κοινά στοιχεία της δύσκολης θέσης τους” (Navarro, 1991).

Στόχος #4: Κατανοώντας την πολιτική της γνώσης

Υπάρχουν πολλές πτυχές της πολιτικής της γνώσης που εμπεριέχονται σε ένα αναλυτικό πρόγραμμα κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Μερικές αφορούν μια νέα θεώρηση της μαθηματικής γνώσης και μια νέα παρουσίαση μιας ακριβούς εικόνας της συνεισφοράς των ανθρώπων όλου του κόσμου στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης. Άλλες αφορούν το πώς η μαθηματική γνώση μαθαίνεται στο σχολείο. Ο Winter (1991), για παράδειγμα, τεκμηριώνει θεωρητικά τον ισχυρισμό, ότι τα προβλήματα που τόσο πολλά παιδιά αντιμετωπίζουν στην κατανόηση των μαθηματικών δεν οφείλονται στις “δύσκολες αφηρημένες έννοιες” της επιστήμης αυτής, αλλά στην πολιτισμική *μορφή* με την οποία τα μαθηματικά παρουσιάζονται. Ο Sklar (1993), για ένα διαφορετικό ζήτημα, αναφέρει μια έρευνα των Η.Π.Α. που κατέγραψε την διαφορετική αντιμετώπιση μαύρων και λευκών μαθητών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Ζητήθηκε από εξήντα έξι φοιτητές του παιδαγωγικού τμήματος να διδάξουν μία μαθηματική έννοια σε τέσσερις μαθητές – δύο άσπρους και δύο μαύρους. Όλοι οι μαθητές ήταν μέσης νοημοσύνης. Στους φοιτητές-δασκάλους ειπώθηκε ότι σε κάθε τετράδα, ένας άσπρος και ένας μαύρος μαθητής ήταν πνευματικά προικισμένος και οι υπόλοιποι είχαν χαρακτηριστεί ως μέσης νοημοσύνης. Ο φοιτητές-δάσκαλοι παρατηρήθηκαν μέσω ενός καθρέπτη μιας όψης για να καταγραφεί ο τρόπος που ενίσχυαν τις προσπάθειες των μαθητών τους. Οι “ανώτεροι” άσπροι μαθητές έλαβαν δύο θετικές ενισχύσεις έναντι μιας αρνητικής. Οι “μέσοι” λευκοί μαθητές έλαβαν μία θετική ενίσχυση έναντι μιας αρνητικής. Ο μέσος μαύρος μαθητής έλαβαν 1,5 αρνητική ενίσχυση, ενώ οι “ανώτεροι” μαύροι μαθητές έλαβαν μία θετική ενίσχυση έναντι 3,5 αρνητικών.

Η συζήτηση της παραπάνω έρευνας στην τάξη θέτει το μαθηματικό θέμα των αναλογιών και την κατασκευή πινάκων διπλής εισόδου για τη συγκρότηση μιας πιο καθαρής εικόνας. Επίσης εμπλέκει φοιτητές που οι ίδιοι μαθαίνουν μαθηματικά στην κατανόηση θεμάτων της διδακτικής των μαθηματικών. Αυτό είναι άλλο ένα παράδειγμα κατάργησης της διαχωριστικής γραμμής ανάμεσα στην μάθηση και στη διδασκαλία, ένα ζήτημα που αναφέρθηκε προηγούμενα στην ενότητα της *Κατανόησης των Μαθηματικών*.

Και, φυσικά, ο Freire (1970) αναλύει την πολιτική της “εκπαίδευσης ως τράπεζας”, όπου οι δάσκαλοι καταθέτουν γνώση στα άδεια μυαλά των μαθητών και μαθητριών τους.

Στη βάση όλων αυτών των ζητημάτων βρίσκονται γενικότερα ερωτηματικά που πιστεύω ότι θα έπρεπε να αποτελούν το θεμέλιο για όλη τη μάθηση, ερωτηματικά σχετικά με το θεωρείται γνώση και γιατί. Νομίζω ότι μια από τις πιο σημαντικές συνεισφορές του Paulo Freire (1982) στην ανάπτυξη μιας κριτικής εκπαίδευσης είναι η ιδέα ότι:

Δουλειά μας δεν είναι να διδάξουμε τους μαθητές να σκέφτονται – μπορούν ήδη να σκέφτονται, αλλά να ανταλλάξουμε τους δικούς μας τρόπους σκέψης με τον καθένα και να ψάξουμε μαζί για καλύτερους τρόπους προσέγγισης της αποκωδικοποίησης ενός αντικειμένου.

Αυτή η ιδέα είναι σημαντική επειδή συνεπάγεται ένα καθολικά διαφορετικό σύνολο υποθέσεων για τους ανθρώπους, την παιδαγωγική και την γνώση-δημιουργία. Επειδή κάποιοι άνθρωποι στις Η.Π.Α. για παράδειγμα, πρέπει να μάθουν να γράφουν χρησιμοποιώντας “τυπικά” αγγλικά, *δεν συνεπάγεται* ότι δεν μπορούν να διατυπώσουν πολύ πολύπλοκες αναλύσεις κοινωνικών, πολιτικών, οικονομικών, ηθικών και άλλων θεμάτων. Και πολλοί άνθρωποι με πολλές ικανότητες στην ανάγνωση, τη γραφή και τα μαθηματικά είναι ανάγκη να μάθουν για τον κόσμο, τη φιλοσοφία, την ψυχολογία, τη δικαιοσύνη και πολλούς άλλους τομείς για να εμβαθύνουν την κατανόησή τους.

Με έναν μη τετριμμένο τρόπο μπορούμε να μάθουμε αρκετά από την πνευματική ποικιλία. Μερικές από τις πιο σημαντικές κοινωνικές, πολιτικές, οικονομικές και ηθικές ερωτήσεις των καιρών μας παραμένουν αναπάντητες. Στις Η.Π.Α. ζούμε σε μια κοινωνία με τεράστιο πλούτο και παράλληλα έχουμε ένα σημαντικό αριθμό ανθρώπων που πεινούν και είναι άστεγοι. Αν και έχουμε εμπλακεί σε ιατρικές και άλλες επιστημονικές έρευνες για δεδομένα διαφόρων χρόνων, δεν έχουμε ούτε καν πλησιάσει στη βελτίωση της πρόγνωσης των περισσότερων μορφών καρκίνου. Φυσικά μπορούμε να μάθουμε από τις απόψεις και τις φιλοσοφίες ανθρώπων, που η γνώση τους έχει αναπτυχθεί σε μια ποικιλία πνευματικών και εμπειρικών

συνθηκών. Σήμερα “η πνευματική κινητικότητα αυτών που δεν έχουν δύναμη χαρακτηρίζεται σαν μη-πνευματική” (Freire and Macedo, 1987). Όταν δούμε το ζήτημα αυτό ως μια πολιτική κατάσταση, ως μέρος του δικού μας “καθεστώτος αλήθειας”, μπορούμε να συνειδητοποιήσουμε ότι όλοι οι άνθρωποι έχουν γνώση, όλοι οι άνθρωποι συνεχώς δημιουργούν γνώση και αναπτύσσουν πνευματική εργασία, και όλοι μας έχουμε πολλά να μάθουμε.

Σημειώσεις

- (1) Ευχαριστώ τον φίλο μου Chris Tilly, οικονομολόγο του Umass/Lowell, γι’ αυτό το πρόβλημα.
- (2) Αυτή η κατάσταση έχει αλλάξει στην Μασαχουσέτη, η οποία τώρα έχει μια δομή επιπέδου δείκτη, και η αναφορά μου δεν περιλαμβάνει πραγματικά δεδομένα από το Michigan. Έτσι, αν και τα δεδομένα του κειμένου είναι αληθινά, οι αριθμοί που χρησιμοποιήθηκαν για την κατανόηση της έννοιας της σταθερής μείωσης μισθών είναι αληθοφανείς αλλά όχι αληθινοί.
- (3) Ο Grossman (1994) υποστηρίζει ότι “η Ευρώπη πάντοτε ήταν ένας πολιτικός και πολιτισμικός ορισμός. Από γεωγραφικής άποψης, η Ευρώπη δεν υπάρχει από τη στιγμή που είναι μόνο μία χερσόνησος της μεγαλύτερης Ευρασιατικής ηπείρου”. Συνεχίζει και συζητά την ιστορία και τις διαφορές συνεισφορές των προσπαθειών του γεωγράφου στο να “σχεδιάσει τα ανατολικά όρια του ‘δυτικού πολιτισμού’ και της λευκής φυλής” (σελ. 39).

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Braverman, H. (1974) *Labour and monopoly capital*, New York, Monthly Review Press.
- Connolly, R. (1981) Freire, praxis, and education, in Mackie, R. (Ed.) *Literacy and revolution: The pedagogy of Paulo Freire*, New York, Continuum Press.
- Cockburn, A. (1989) December 11, Calculating an end to poverty, *The Nation*.
- Frankenstein, M. (1983) Critical mathematics education: An application of Paulo Freire’s Epistemology, *Journal of Education*, 165.4:315-340.
- Frankenstein, M. (1989) *Relearning mathematics: A different third r radical maths*, London, Free Association Books.
- Frankenstein, M. (1990) Incorporating race, class, and gender issues into a critical mathematical literacy curriculum, *Journal of Negro Education*, 59.3:336-347.
- Frankenstein, M. (1994) Spring, Understanding the politics of mathematical knowledge as an integral part of becoming critically numerate, *Radical Statistics*, 56:22-40.
- Frankenstein, M. (1995) Equity in mathematics education: Class in the world outside the class, in Secada, W. G., Fennema, E. and Adajian, L. B. (Eds.) *New directions for equity in mathematics education*, pp165-190, Cambridge, UK, Cambridge University Press.
- Frankenstein, M. (1997) Breaking down the dichotomy between teaching and learning mathematics, in Freire, P. J., Fraser, D., Macedo, et al (Eds.) *Mentoring the mentor: a critical dialogue with Paulo Freire*, pp59-88, New York, Peter Lang.
- Frankenstein, M. (1997) In addition to the mathematics: Including equity issues in the curriculum, in Trentacosta, J. (Ed.) *Multicultural and gender equity in the mathematics classroom: The gift of diversity*, pp10-22, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.
- Frankenstein, M. and Powell, A. B. (1989) Empowering non-traditional college students: On social ideology and mathematics education, *Science and Nature*, 9.10:100-112.
- Frankenstein, M. and Powell, A. B. (1994) Towards liberatory mathematics: Paulo Freire’s epistemology and ethnomathematics, in McLaren, P. and Lankshear, C. (Eds.) *Politics of liberation: Paths from Freire*, pp74-99, London, Routledge.
- Freire, P. (1970) *Pedagogy of the oppressed*, New York, Seabury.
- Freire, P. (1982) *Education for critical consciousness*. Unpublished Boston College course notes taken from Frankenstein, M. July 5-15.
- Freire, P. and Macedo, D. (1987) *Literacy: Reading the word and the world*, South Hadley, MA, Bergen and Garvey.
- Grossman, Z. (1994) Erecting the new wall: Geopolitics and the restructuring of Europe, *Z magazine*, 39-45.

-
- Kaiser, W. L. (1991) May/June, New global map presents accurate views of the world, *Rethinking Schools*, 12-13.
- Lerman, S. (1993) Personal communication with the author. March 26.
- McIntosh, P. (1990) November 14. Interaction phases of personal and pedagogical change. Talk at Rutgers University/Newark, NJ.
- Morgan, R. E. (1980) *The rate watcher's guide*, Washington, DC, Environmental Action Foundation.
- Navarro, V. (1991) April 8. The class gap, *The Nation*, 436-437.
- Orenstein, R. E. (1972) *The psychology of consciousness*, San Francisco, W. H. Freeman.
- Powell, A. B. and Frankenstein, M. (1997) *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in mathematics education*, Albany, NY, SUNY Press.
- Saunders, B. (1994) September 26. Number game, *The Nation*, 259.9:295-296.
- Schwarz, J. E. and Volgy, T. J. (1993) February 15. One-fourth of nation: Above the poverty line - but poor, *The Nation*, 191-192.
- Sklar, H. (1993) July/August. Young and guilty by stereotype, *Z Magazine*, 52-61.
- Sleicher, C. (1990) February. Letter to the editor, *Z Magazine*, 6.
- Stiffarm, L. A. and Lane, P. Jr. (1992) Demography of Native North America: A question of American Indian survival, in Jaimes, M. A. (Ed.) *The State of Native America*, pp23-53, Boston, South End Press.
- Winter, R. (1991) Mathophobia, Pythagoras and roller-skating, in *Science as culture*, Vol.10, London, Free Association Books.
- Wood, D. (1992) *The power of maps*, New York, The Guilford Press.
- Zinn, H. (1995) *A people's history of the United States*, New York, Harper and Row.