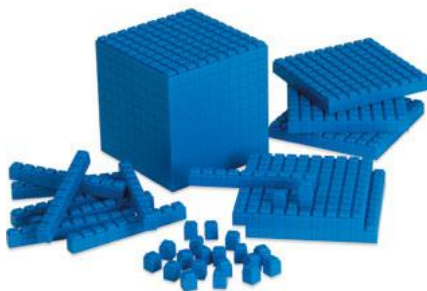


ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



**Πρακτικά 12^{ου} Διημέρου Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
25 & 26 Απριλίου 2014**

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΩΓΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ**

ΑΘΗΝΑ

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ (Επιμέλεια)

Έκδοση CD-ROM

Τμήμα Εκπαίδευσης & Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ναυαρίνου 13^α, 106 80 Αθήνα

ΑΘΗΝΑ 2014

ISBN 978-618-80640-2-7

© Δημήτρης Χασάπης για την παρούσα συλλογή

Οι συγγραφείς για τα κείμενα τους

Η εικόνα του εξωφύλλου: Τα στερεά αριθμητικής του Dienes

Στο ΔΙΗΜΕΡΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ παρουσιάζονται μόνον πρωτότυπες εργασίες, οι οποίες εντάσσονται στο σχετικό θέμα του συνεδρίου, δεν έχουν παρουσιαστεί σε άλλο συνέδριο, δεν έχουν δημοσιευτεί σε άλλο περιοδικό ή βιβλίο και ανταποκρίνονται στις διεθνώς καθιερωμένες απαιτήσεις της επιστημονικότητας.

Η Επιστημονική Επιτροπή διατηρεί το δικαίωμα επιλογής των υποβαλλόμενων εισηγήσεων με βάση εκτεταμένες περιλήψεις τους και φροντίζει για την αξιολόγηση των πλήρων κειμένων τους πριν την συμπερίληψή τους στα Πρακτικά του Δημέρου.

Για την αξιολόγηση τους, τα κείμενα των εισηγήσεων αποστέλλονται, ανώνυμα, σε δύο (2) κριτές από κατάλογο ειδικών για το εκάστοτε θέμα του Δημέρου επιστημόνων, στον οποίο συμπεριλαμβάνονται και τα μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής.

Η αναδημοσίευση εισηγήσεων, οι οποίες έχουν δημοσιευτεί στα Πρακτικά του Δημέρου απαιτεί άδεια του Επιμελητή της έκδοσης.

Επιστημονική Επιτροπή

Ελένη Γιαννακοπούλου, Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο

Κώστας Ζαχάρος, Πανεπιστήμιο Πάτρας

Φραγκίσκος Καλαβάσης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Σόνια Καφούση, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Χαρά Κορτέση-Δαφέρμου, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Κώστας Νικολαντωνάκης, Πανεπιστήμιο Δυτ. Μακεδονίας

Μαλβίνα Παπαδάκη, Μαθηματικός-Εκπαιδευτικός Δ.Ε.

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Μαρία Σφυρόερα, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Δημήτρης Χασάπης, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Άννα Χρονάκη, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

[λευκή σελίδα]

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Η μάθηση των μαθηματικών εννοιών στην προσχολική και στην πρώτη σχολική ηλικία καθώς και οι δραστηριότητες υποστήριξης της στην οικογένεια, στο νηπιαγωγείο και στο σχολείο αποτελούν ένα πεδίο έρευνας και εφαρμογής με ιδιαίτερη ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια. Ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1960 ο Πιαζέ εγκαινίασε μια ψυχολογική θεώρηση της ανάπτυξης των λογικο-μαθηματικών διεργασιών στα παιδιά, η οποία οδήγησε σε πλήθος ερευνών και αναλύσεων για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών.

Από την οπτική της μαθηματικής εκπαίδευσης, όμως, τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη σχολική ηλικία αποτέλεσαν αντικείμενο έρευνας και προβληματισμού είκοσι χρόνια αργότερα. Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980, ζητήματα μάθησης μαθηματικών εννοιών και ανάπτυξης μαθηματικών δεξιοτήτων και αντίστοιχα εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών για την υποστήριξη τους στο νηπιαγωγείο και στις πρώτες τάξεις του πρωτοβάθμιου σχολείου αρχίζουν να αποτελούν αντικείμενα μεγάλων ερευνητικών προγραμμάτων και εκτεταμένων θεωρητικών αναλύσεων. Τα αποτελέσματα αυτών των αναζητήσεων οδήγησαν σταδιακά στη συγκρότηση μιας πλούσιας βιβλιογραφίας.

Σήμερα, τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη σχολική ηλικία, αποτελούν ένα διεπιστημονικό πεδίο έρευνας και προβληματισμού, το οποίο περιλαμβάνει κάθε όψη της μάθησης τους και της διδακτικής υποστήριξης της, τόσο σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα όσο και σε περιβάλλοντα της καθημερινής ζωής των παιδιών ηλικίας 3 – 8 ετών.

Η ανάδειξη των σχετικών ερευνητικών δραστηριοτήτων και προβληματισμών καθώς και των συναφών πρωτοβουλιών ερευνητών και εκπαιδευτικών στη χώρα μας για τα ζητήματα αυτά αποτελεί τον κύριο στόχο του Διημέρου.

Ενδιαφέρουν ιδιαίτερα, ο ρόλος της γλώσσας, του παιχνιδιού, των εκπαιδευτικών υλικών και των δραστηριοτήτων στην κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών, στην ανάπτυξη μαθηματικών

δεξιοτήτων και στη διαμόρφωση μαθηματικής σκέψης, τα προβλήματα μετάβασης από το νηπιαγωγείο στο σχολείο, οι πρωτοβουλίες και οι δράσεις ευαισθητοποίησης και επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών για την υποστήριξη μαθηματικών δραστηριοτήτων. Παράλληλα ενδιαφέρει, η συμβολή θεωρητικών προσεγγίσεων και οπτικών στην κατανόηση των φαινομένων μάθησης και στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη προγραμμάτων, δραστηριοτήτων και υλικών υποστήριξης της μάθησης μαθηματικών στην προσχολική και στην πρώτη σχολική ηλικία.

Στην παρούσα έκδοση περιλαμβάνονται τα κείμενα των εισηγήσεων, οι οποίες παρουσιάστηκαν στο Διήμερο αυτό.

Δημήτρης Χασάπης

Καθηγητής Τ.Ε.Α.Π..Η του Ε.Κ.Π. Α.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

Τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη σχολική εκπαίδευση: Προσεγγίσεις & Προβληματισμοί

Σόνια Καφούση

*Διδάσκοντας μαθηματικά στις μικρές ηλικίες:
Αξίες και δραστηριότητες* 13

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή

*Ο ρόλος των εκπαιδευτικών υλικών στα μαθηματικά της
πρώτης σχολικής ηλικίας* 31

Μαρία Σφυρόερα

*Η προσέγγιση των μαθηματικών στην προσχολική εκπαίδευση.
Από τις σύγχρονες αντιλήψεις στις εκπαιδευτικές πρακτικές :
συγκλίσεις και αποκλίσεις* 57

Στέλιος Παπακωνσταντίνου

Οι πεποιθήσεις των νηπιαγωγών για τα μαθηματικά 61

Ελένη Γιαννακοπούλου

*Οι α-γωνίες του κύκλου μέσα από την τέχνη. Η επιμόρφωση στα
μαθηματικά από την οπτική της εκπαίδευσης ενηλίκων* 77

Δημήτρης Χασάπης

*Τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη σχολική
εκπαίδευση: Προβληματισμοί και πραγματικότητες* 101

ΕΝΟΤΗΤΑ II

Τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη σχολική εκπαίδευση: Διδακτικές Παρεμβάσεις & Ερευνητικά Εγχειρήματα

Βασιλική Παπαγεωργίου

*Δραστηριότητες για την ανάπτυξη λογικό- μαθηματικών σχέσεων
στην προσχολική ηλικία* 125

Παρασκευή Καρβελά & Παναγιώτα Κοσμοπούλου

Ο γύρος του κόσμου σε 5 μέρες με... αριθμούς 147

Άρης Μαυρομμάτης & Σοφία Σταθοπούλου

Κάνω Μαθηματικούς συλλογισμούς παίζοντας μ' ένα ρομπότ 159

Τρύφων Σπυρόπουλος

*Κατασκευή μαθηματικού υλικού από τη "μαθηματική"
κοινότητα της τάξης σε συμπεριληπτικές συνθήκες μάθησης* 171

Νικολέτα Στροφύλλα & Δήμητρα Τσιανάκα

*Η αυθόρμητη έννοια της ευθείας γραμμής στα παιδιά
της προσχολικής ηλικίας* 189

Σαββούλα Φωτοπούλου

*Ο προσανατολισμός των παιδιών στο χώρο:
Θεωρητικές προσεγγίσεις και δραστηριότητες ενίσχυσης του* 205

Ανδρονίκη Βασιλάκου & Κωσταντίνα Γαβριήλ <i>Τα στερεά σχήματα και η κατανόηση των διαφορών τους από παιδιά προσχολικής ηλικίας: η περίπτωση των σχημάτων εκ περιστροφής</i>	221
Αριέττα Κούλου, Μαρία Λεωνοδοπούλου & Χρυσούλα- Παρασκευή Πολίτη <i>Παιδί και χάρτες</i>	235
Σουλτάνα Μάνεση <i>Ο ρόλος της φωνολογικής επίγνωσης στην ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία: Μια βιβλιογραφική επισκόπηση</i>	275
Ελένη Σπανοπούλου <i>Η χρήση και η λειτουργία των λογικών συνδέσμων στον καθημερινό και μαθηματικό λόγο των μαθητών της Β' δημοτικού</i>	291
Διονυσία Αγγελοπούλου, Κώστας Ζαχάρος & Δημήτρης Πολίτης <i>Η συμβολή της Λογοτεχνίας για Παιδιά στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών στην Προσχολική Εκπαίδευση</i>	327
Μεταξία Κοντολέων <i>Οι απόψεις των νηπιαγωγών για τις μαθηματικές δραστηριότητες στο νηπιαγωγείο</i>	347

Άντα Μπούφη & Ιωάννης Λαζαρίδης

*Οι πρακτικές ασκήσεις των φοιτητών των Παιδαγωγικών
Τμημάτων στα σχολεία ως ένα στήριγμα μάθησης των δασκάλων* 357

Νικόλας Τσαφταρίδης, Χριστίνα Βάντζου, Όλγα Ράντου,
Ελένη Μποτίνου, Βάσω Μερεκούλια & Μαρία Κορδάτου

*Ο ρόλος της μουσικής στην ανάπτυξη των μαθηματικών
δεξιοτήτων σε παιδιά προσχολικής ηλικίας* 373

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

**Τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη
σχολική εκπαίδευση:
Προσεγγίσεις & Προβληματισμοί**

[λευκή σελίδα]

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΙΣ ΜΙΚΡΕΣ ΗΛΙΚΙΕΣ: ΑΞΙΕΣ ΚΑΙ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

Σόνια Καφούση

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τις τελευταίες δεκαετίες τονίζεται ότι ο σκοπός της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν είναι απλά η “απόκτηση” του μαθηματικού περιεχομένου, αλλά κυρίως η ανάπτυξη ικανοτήτων που βοηθούν το μαθητή να αξιολογεί το ρόλο των μαθηματικών στη σύγχρονη κοινωνία (βλ. ενδεικτικά NCTM, 2000; van de Walle, 2005; Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση, 2011). Ο προσδιορισμός συγκεκριμένων ικανοτήτων των μαθητών ως σημαντικές επηρεάζεται από αξίες και οδηγεί σε πρακτικές που διαμορφώνουν την ταυτότητα του μαθητή ως μελλοντικού πολίτη (Bishop, 2008). Η αναγνώριση και συνειδητοποίηση από τους εκπαιδευτικούς των αξιών που οι ίδιοι συνδέουν με τα μαθηματικά είναι σημαντική, καθώς επιτρέπει να προσδιοριστεί με σαφήνεια η προσφορά της μαθηματικής εκπαίδευσης στις πραγματικές συνθήκες της σχολικής τάξης. Στην εισήγηση γίνεται μια προσπάθεια σύνδεσης των αξιών στα μαθηματικά με το σχεδιασμό και τη διδακτική διαχείριση μαθηματικών δραστηριοτήτων στις μικρές ηλικίες.

Εισαγωγή

Το ερευνητικό ενδιαφέρον για τη μαθηματική εκπαίδευση των παιδιών στις μικρές ηλικίες έχει αυξηθεί σημαντικά τις τελευταίες δεκαετίες, καθώς αναγνωρίζεται ότι η οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών είναι μια μακρόχρονη διαδικασία και η προσέγγισή τους από μικρή ηλικία βοηθά στην καλύτερη κατανόησή τους (βλ. ενδεικτικά Clements, 2004; Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008; Τζεκάκη, 2007). Τα αποτελέσματα αυτής της προσπάθειας έχουν οδηγήσει στη διατύπωση νέων προτάσεων τόσο για τη δημιουργία κατάλληλων περιβαλλόντων μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών στη σχολική τάξη όσο και για το σχεδιασμό προγραμμάτων σπουδών στις μικρές αλλά και σε μεγαλύτερες ηλικίες.

Αν θέλαμε να συνοψίσουμε τις βασικές αρχές στις οποίες οι ερευνητές στηρίζουν σήμερα τις προτάσεις τους για τη μαθηματική εκπαίδευση, θα μπορούσαμε να επισημάνουμε ότι:

- Όλα τα παιδιά έχουν την ικανότητα να μάθουν μαθηματικά, ανεξάρτητα από τις προσωπικές τους ιδιαιτερότητες και το κοινωνικο-πολιτισμικό τους υπόβαθρο.
- Η μάθηση είναι μια διαδικασία κατασκευής γνώσεων, μέσω ενός μετασχηματισμού εμπειριών ο οποίος συντελείται κατά τη συμμετοχή των παιδιών στις πρακτικές λόγου που αναπτύσσονται στη σχολική τάξη.
- Οι πρακτικές λόγου που παρατηρούνται στο μικρο-πλαίσιο (micro-context) της σχολικής τάξης βρίσκονται σε διαλεκτική σχέση με αυτές που αναπτύσσονται στο ευρύτερο κοινωνικο-πολιτισμικό περιβάλλον (macro-context). Η συμπεριφορά ενός μαθητή σε μια μαθησιακή μαθηματική κατάσταση δεν μπορεί να ερμηνευθεί μόνο από μια διδακτική ή ατομική σκοπιά, καθώς αναδύεται σαν αποτέλεσμα των σχέσεων που έχουν διαμορφωθεί ανάμεσα στο μαθητή και τα συστήματα του περιβάλλοντός του.
- Ο σκοπός της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν είναι απλά η “απόκτηση” του μαθηματικού περιεχομένου, αλλά κυρίως η ανάπτυξη ικανοτήτων που βοηθούν το μαθητή να αξιολογεί το ρόλο των μαθηματικών στη σύγχρονη κοινωνία (π.χ. αποτελεσματική λήψη αποφάσεων και επίλυση προβλημάτων, επικοινωνία μέσω διατύπωσης συλλογισμών και επιχειρημάτων, συνεργασία σε

ομάδες) (βλ. ενδεικτικά NCTM, 2000; van de Walle, 2005; Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση, 2011).

Ωστόσο, η δημιουργία ενός αποτελεσματικού περιβάλλοντος μάθησης σε μία τάξη των μαθηματικών επηρεάζεται όχι μόνο από την κουλτούρα των εκπαιδευτικών και των μαθητών για τα μαθηματικά όπως αυτή εκφράζεται στην καθημερινή τους πρακτική, αλλά και από τις αξίες των θεσμών που συνδιαμορφώνουν τη μαθηματική εκπαίδευση. Για παράδειγμα, τα αναλυτικά προγράμματα σε κάθε χώρα διαμορφώνονται με τρόπους που δίνουν προτεραιότητα σε συγκεκριμένους τρόπους σκέψης, η παιδαγωγική πρακτική δομείται με τρόπους που οδηγούν πολλές φορές στη διάκριση διαφορετικών μαθητών, οι προσδοκίες οργανώνονται με βάση διαφορετικά οράματα για το μέλλον, οι συμπεριφορές βασίζονται στην εικόνα του ιδεατού μαθητή (Jorgensen, Gates & Roper, 2013). Σύμφωνα με την Perret-Clermont (2009):

«Οι κοινωνικές αλληλεπιδράσεις στην τάξη δεν συμβαίνουν σε ένα κοινωνικό κενό: τα σχολεία είναι θεσμοί με παραδόσεις και πολιτικές εντολές που δομούν το πεδίο των αλληλεπιδράσεων, οι μαθητές έρχονται στα σχολεία με εμπειρίες από τη ζωή τους που διαμορφώνονται σε ένα άλλο κυρίαρχο θεσμό, αυτόν της οικογένειας η οποία έχει τη δική της ενσωμάτωση στην ευρύτερη κοινωνία» (Perret-Clermont, 2009, σ. 1).

Ο Bishop (2008β) τονίζει ότι ο σχεδιασμός της μαθηματικής εκπαίδευσης σε κάθε χώρα επηρεάζεται από τις πολιτισμικές της αξίες, τις αξίες των κοινωνικών και εκπαιδευτικών θεσμών που τη διαμορφώνουν, τις αξίες των εκπαιδευτικών και των μαθητών στα μαθηματικά όπως αυτές εκφράζονται στην καθημερινή πρακτική της σχολικής τάξης, οι οποίες τελικά διαμορφώνουν την ταυτότητα του μαθητή ως μελλοντικού πολίτη. Επιπλέον, αναφέρει ότι η μάθηση των αξιών που συντελείται στις σχολικές τάξεις των μαθηματικών γίνεται συνήθως σιωπηρά, ενώ ταυτόχρονα οι αξίες δεν καταγράφονται με σαφήνεια στα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών (Bishop, 2009).

Στην παρούσα εισήγηση γίνεται μια προσπάθεια σύνδεσης των αξιών στα μαθηματικά με το σχεδιασμό και τη διδακτική διαχείριση μαθηματικών δραστηριοτήτων μέσα στη σχολική τάξη στις μικρές ηλικίες.

Αξίες στα μαθηματικά

Αν και υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις για την έννοια της αξίας (βλ. ενδεικτικά Seah & Bishop, 2000), μπορούμε να επισημάνουμε ότι οι αξίες είναι γενικά συνδεδεμένες με την περιοχή των συναισθημάτων (affective domain) και με ερωτήσεις που αφορούν αν «είναι σημαντικό κάτι (να γίνει)», καθώς σε αυτή την περίπτωση κάποιος πρέπει να κάνει επιλογές και να λάβει αποφάσεις (Bishop, 2008α; Seah & Bishop, 2000). Σύμφωνα με τους Seah και Bishop (2002) (βλ. Dede, 2006), αν οι πεποιθήσεις (beliefs) σχετίζονται με κάτι που είναι αληθινό και υπάρχει σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο, οι αξίες σχετίζονται με κάτι που είναι σημαντικό χωρίς αναφορά σε κάποιο πλαίσιο.

Οι αξίες μπορούν να θεωρηθούν ως «διαπροσωπικές και δημόσιες συμφωνίες σχετικά με το τι οφείλουν να κάνουν οι συμμετέχοντες σε μια κοινότητα πρακτικής προκειμένου να είναι λειτουργική μια κοινωνική ομάδα» (βλ. Atweh & Seah, 2008, σ. 3). Αυτή η θέση επιτρέπει να αναλογιστούμε ότι οι αξίες σε μια κοινότητα συνεχώς αμφισβητούνται και αναδιοργανώνονται. Επιπλέον, δείχνει ότι οι αξίες ενός ατόμου είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής του με τα μέλη μιας κοινότητας: «Οι αξίες είναι μέρος της κουλτούρας μιας κοινότητας και βοηθούν να καθοδηγούν τις ενέργειες των μελών της, την κοινότητα ως ένα όλο αλλά και τη σχέση της με τις άλλες κοινότητες που μπορεί να έχουν διαφορετικές αξίες» (Tan, 1997, στο Seah & Bishop, 2000, σ. 5). Επομένως, οι αξίες στα μαθηματικά αναπτύσσονται μέσα σε συγκεκριμένα κοινωνικο-πολιτισμικά πλαίσια και συνήθως δεν βρίσκονται σε δυσαρμονία με τη γενικότερη κουλτούρα των εκπαιδευτικών θεσμών και της ευρύτερης κοινωνίας.

Στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης έχουν πραγματοποιηθεί λίγες έρευνες σχετικές με τις αξίες στα μαθηματικά. Κάποιες από αυτές εστιάζουν στις αξίες που ρητά ή σιωπηρά διαμορφώνουν τα αναλυτικά

προγράμματα και τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και κάποιες εστιάζουν στις αξίες των εκπαιδευτικών και των μαθητών (Bishop, 2008γ; Dede, 2006, 2009; Doruk, 2012; Leu & Wu, 2004; Liman, Salleh & Abdullahi, 2013; Sam & Ernest, 1997).

Οι ερευνητές στη Διδακτική των Μαθηματικών έχουν προσπαθήσει να ομαδοποιήσουν τις αξίες στα μαθηματικά με διάφορους τρόπους. Σύμφωνα με τους Sam και Ernest (1997), οι αξίες στα μαθηματικά μπορούν να ομαδοποιηθούν σε τρεις κατηγορίες: α) επιστημολογικές αξίες, οι οποίες αφορούν στην απόκτηση, την αξιολόγηση και τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής γνώσης, όπως η ακρίβεια, η συστηματικότητα και ο ορθολογισμός, β) κοινωνικές και πολιτισμικές αξίες, που συνδέουν τη μαθηματική εκπαίδευση με την κοινωνία, όπως η συνεργασία, η δικαιοσύνη και η εκτίμηση στην ομορφιά των μαθηματικών και γ) ατομικές αξίες, που επηρεάζουν ένα άτομο ως μαθητή, όπως η υπομονή, η αυτοπεποίθηση και η δημιουργικότητα. Σύμφωνα με τον Lancaster (2006), οι αξίες μπορούν να αναλυθούν σε τρία πλαίσια: α) το πολιτισμικό και ιστορικό (cultural and historical context), β) το κοινωνικο-πολιτικό (socio-political context) και γ) το ατομικό (individual context). Το πρώτο πλαίσιο συνδέεται με αξίες που σχετίζονται με το σεβασμό στη διαφορετικότητα, το δεύτερο με την εντιμότητα και τη συνέπεια λόγων και πράξεων και το τρίτο με την υπευθυνότητα.

Το θεωρητικό πλαίσιο του Bishop και των συνεργατών του, το οποίο παρουσιάζεται στη συνέχεια αναλυτικά, εστιάζει, κατά τη γνώμη μου, με μεγαλύτερη σαφήνεια σε αξίες που συνδέονται με τα μαθηματικά. Ο Bishop (2008β) διακρίνει δυο είδη αξιών: τις αξίες στα μαθηματικά (mathematical values) οι οποίες σχετίζονται με τη μαθηματική σκέψη και τις παιδαγωγικές αξίες στα μαθηματικά (mathematical educational values) οι οποίες, ως αποτέλεσμα των αξιών στα μαθηματικά και των γενικότερων παιδαγωγικών αξιών, ενσωματώνονται στα αναλυτικά προγράμματα, τα σχολικά εγχειρίδια και τις πρακτικές στη σχολική τάξη. Η παρούσα εισήγηση εστιάζει στις αξίες στα μαθηματικά.

Σύμφωνα με τον Bishop (2008β, 2009) η ανάλυση των αξιών στα μαθηματικά μπορεί να προσεγγιστεί με βάση τρεις βασικές συνιστώσες: α) την ιδεολογική (ideological), β) τη συναισθηματική (sentimental) και γ) την κοινωνιολογική (sociological).

Αναλυτικότερα:

- α) Η ιδεολογική συνιστώσα αφορά στις αξίες του *ορθολογισμού* (rationalism) και του *αντικειμενισμού* (objectism).

Η αξία του ορθολογισμού συνδέεται με τη λογική ανάλυση, το συλλογισμό, το επιχείρημα και είναι ίσως η αξία που οι περισσότεροι άνθρωποι συνδέουν με τα μαθηματικά. Γίνεται εμφανής κατά τη διδακτική πρακτική στη σχολική τάξη των μαθηματικών όταν δίνεται έμφαση στην ανάπτυξη επιχειρηματολογίας, συζητήσεων με αντιπαράθεση απόψεων και στην κατασκευή αποδείξεων. Η συμπληρωματική αξία του ορθολογισμού είναι ο αντικειμενισμός, που εμπεριέχει τη συγκεκριμενοποίηση των μαθηματικών ιδεών και το συμβολισμό. Οι μαθηματικοί, σε όλη τη διάρκεια της ιστορίας τους, έχουν δημιουργήσει πολλαπλούς τύπους αναπαράστασης, οι οποίοι συνήθως χρησιμοποιούνται ως βάση για ένα επόμενο επίπεδο αφαίρεσης κατά την εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης. Εκφράζεται στη διδακτική πρακτική μέσω της ενθάρρυνσης των μαθητών να επινοούν τα δικά τους σύμβολα για να αναπαραστήσουν τη σκέψη τους ή να χρησιμοποιούν με ευελιξία διαφορετικά εργαλεία (π.χ. χειραπτικά, τεχνολογικά) συνδέοντας διαφορετικές περιοχές των μαθηματικών.

- β) Η συναισθηματική συνιστώσα περιλαμβάνει τις αξίες του *ελέγχου* (control) και της *προόδου* (progress).

Η αξία του ελέγχου συνδέεται με την εκτίμηση της ασφάλειας που τα μαθηματικά προσφέρουν μέσω των κανόνων και των διαδικασιών που έχουν αναπτύξει, καθώς μπορούν να προβλέπουν καταστάσεις και να εφαρμόζονται σε καθημερινές καταστάσεις. Η αξία αυτή εμφανίζεται στη σχολική τάξη όταν οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να δικαιολογούν γιατί μια απάντηση δεν είναι σωστή ή γιατί ένας αλγόριθμος ισχύει ή να επεξεργάζονται μαθηματικές λύσεις σε κοινωνικά ζητήματα. Η συμπληρωματική αξία του ελέγχου είναι η

πρόοδος, η οποία αναφέρεται στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης μέσω διαφορετικών θεωριών και μεθόδων. Γίνεται εμφανής όταν οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αναζητήσουν διαφορετικούς τρόπους επίλυσης ενός προβλήματος ή να κάνουν γενικεύσεις ξεκινώντας από ειδικά παραδείγματα.

- γ) Η κοινωνιολογική συνιστώσα εμπεριέχει την αξία της *ανοικτότητας* (openness) και του *μυστηρίου* (mystery).

Η ανοικτότητα συνδέεται με τη δημόσια υπεράσπιση των ιδεών, όταν όλες οι μαθηματικές ιδέες είναι ανοιχτές να εξεταστούν από όλους. Η ενθάρρυνση των μαθητών να παρουσιάζουν όλες τις ιδέες τους και να τις υπερασπίζονται στην τάξη αποκαλύπτει αυτή την αξία. Η συμπληρωματική αξία της ανοικτότητας είναι το μυστήριο, που συνδέεται με τη γοητεία των μαθηματικών ιδεών. Η ενασχόληση των μαθητών με ένα παζλ ή η μελέτη ιστορικών στοιχείων για την εμφάνιση μαθηματικών ιδεών (όπως για παράδειγμα το μηδέν ή το άπειρο) μπορεί να βοηθήσουν τους μαθητές να αναλογιστούν πόσο εκπληκτικά μπορεί να είναι τα μαθηματικά επιτεύγματα.

Ο επόμενος πίνακας (Πίνακας 1) παρουσιάζει συνοπτικά τις αξίες στα μαθηματικά σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση του Bishop (2008β).

Αξίες στα μαθηματικά	Πρακτικές στη σχολική τάξη
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>	
Ορθολογισμός	Έμφαση στην ανάπτυξη συλλογισμών και επιχειρημάτων, διατύπωση συμπερασμάτων, συζητήσεις με αντιπαράθεση απόψεων
Αντικειμενισμός	Ενθάρρυνση των μαθητών να επινοούν τα δικά τους σύμβολα για να αναπαραστήσουν τη σκέψη τους και να χρησιμοποιούν με ευελιξία διαφορετικά εργαλεία (π.χ. χειραπτικά, τεχνολογικά)
<i>Συναισθηματική Συνιστώσα</i>	
Έλεγχος	Ευκαιρίες για δικαιολόγηση της λανθασμένης απάντησης, ανάλυση των αλγορίθμων, εφαρμογή των μαθηματικών στην επίλυση προβλημάτων της καθημερινής ζωής
Πρόοδος	Αναζήτηση εναλλακτικών στρατηγικών, διατύπωση γενικεύσεων
<i>Κοινωνιολογική Συνιστώσα</i>	
Ανοικτότητα	Ενθάρρυνση για την υπεράσπιση μιας ιδέας στην τάξη, συζήτηση όλων των λύσεων των παιδιών
Μυστήριο	Ιστορία μαθηματικών, παιχνίδια

Πίνακας 1. Αξίες στα μαθηματικά

Αξίες και δραστηριότητες

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η εμφάνιση των παραπάνω αξιών μέσω των αντίστοιχων πρακτικών στη σχολική τάξη των μαθηματικών συνδέεται με πολλούς παράγοντες (αναλυτικά προγράμματα, σχολικά εγχειρίδια, αξίες των εκπαιδευτικών, αξίες των μαθητών και των οικογενειών τους κλπ.), καθώς η σχολική τάξη δεν είναι ένα κλειστό, αυτορρυθμιζόμενο σύστημα.

Κάποια αρχικά ερευνητικά αποτελέσματα προς αυτή την κατεύθυνση που εστιάζουν στις αξίες των εκπαιδευτικών δείχνουν ότι αυτές επηρεάζονται από τις προσδοκίες τους για τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών, οι οποίες συνδέονται με τα χαρακτηριστικά της κοινότητας των μαθητών τους (διαφορετικά κοινωνικο-οικονομικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά των σχολείων και της τάξης - και γενικότερα την κουλτούρα του σχολείου) όπου διδάσκουν (Bishop, 2008β; FitzSimons, Seah, Clarkson & Bishop, 2000).

Σε μια πρόσφατη έρευνα που πραγματοποιήθηκε στη χώρα μας σε εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης φαίνεται να επιβεβαιώνεται το παραπάνω εύρημα (Καφούση & Χαβιάρης, 2013). Οι εκπαιδευτικοί ενός σχολείου με υψηλό κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο έδιναν μεγαλύτερη έμφαση στην αξία του ορθολογισμού όσον αφορά στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης σε σχέση με τους εκπαιδευτικούς άλλων σχολείων και ταυτόχρονα παρουσίαζαν το μικρότερο ποσοστό αναφορών στην αξία της ανοικτότητας, ενώ οι εκπαιδευτικοί ενός σχολείου με χαμηλό κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο έδιναν ιδιαίτερη έμφαση στην αξία του ελέγχου.

Γενικά, τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι αποφάσεις των Ελλήνων εκπαιδευτικών καθοδηγούνται κυρίως από την αξία του ελέγχου, δηλαδή οι διδακτικές τους πρακτικές δίνουν έμφαση στην ασφάλεια που τα μαθηματικά προσφέρουν μέσω των κανόνων και των διαδικασιών που έχουν αναπτύξει, καθώς και στην εφαρμογή τους σε καθημερινές καταστάσεις. Επίσης, η αξία του αντικειμενισμού συνδέεται κυρίως με τις δικές τους πρακτικές και τα σχολικά εγχειρίδια και όχι με τις πρακτικές των μαθητών. Αυτό το εύρημα μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι αν και η χρήση διαφορετικών εργαλείων αποτελεί σημαντική πλευρά της πρακτικής του εκπαιδευτικού, ωστόσο τα εργαλεία αυτά θεωρείται ότι πρέπει να «παρέχονται» στους μαθητές από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς και τα σχολικά εγχειρίδια και δεν αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης και κατασκευής τους μέσα στη σχολική τάξη. Τέλος, η κοινωνιολογική συνιστώσα που εμπεριέχει την αξία της ανοικτότητας και του μυστηρίου δεν φαίνεται να αναγνωρίζεται από τους εκπαιδευτικούς. Αυτό σημαίνει ότι στοιχεία της ζωής της σχολικής τάξης των μαθηματικών όπως η δημοσιοποίηση και η συζήτηση όλων

των ιδεών των παιδιών και η σύνδεση της διδασκαλίας των μαθηματικών με την ιστορία τους δεν αξιολογούνται ακόμα ως σημαντικά.

Τα παραπάνω ευρήματα μπορεί να είναι θετικά στην πορεία εξέλιξης των αναπτυσσόμενων διδακτικών πρακτικών στη σχολική τάξη σε σχέση με το παρελθόν, ωστόσο αποκαλύπτουν ταυτόχρονα και τη δυνατότητα περαιτέρω βελτίωσης της επικοινωνίας εκπαιδευτικών-μαθητών στα μαθηματικά. Για παράδειγμα, η εμφάνιση των αξιών της προόδου και της ανοικτότητας, που σημαίνουν την ευκαιρία εύρεσης διαφορετικών τρόπων λύσης ενός προβλήματος και την υπεράσπιση από όλους τους μαθητές των δικών τους ιδεών χρειάζεται να γίνονται εμφανείς στις πρακτικές λόγου στη σχολική τάξη. Προς αυτή την κατεύθυνση, η σύνδεση των μαθηματικών αξιών με το σχεδιασμό της διδακτικής διαχείρισης των μαθηματικών δραστηριοτήτων που πρόκειται να πραγματοποιηθούν μέσα στη σχολική τάξη μπορεί να αποτελέσει ένα πρόσφορο πλαίσιο προβληματισμού για την αναζήτηση και συνειδητοποίηση των αξιών που αναδεικνύονται μέσα από τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών.

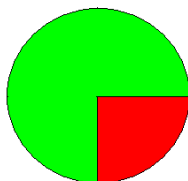
Αποτελεί στις μέρες μας κοινό τόπο ότι ο σχεδιασμός μαθηματικών δραστηριοτήτων περιλαμβάνει σαφήνεια μαθησιακών στόχων (ή προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων), αξιοποίηση πλαισίων με νόημα για τα παιδιά, αλλά και πρόβλεψη των ενεργειών των παιδιών και ευελιξία. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να επιλέγει/σχεδιάζει δραστηριότητες προβλέποντας πώς θα συμμετέχουν τα παιδιά σε αυτές και ποιες δράσεις των παιδιών βοηθούν στην επίτευξη των στόχων που έχει θέσει (*hypothetical learning trajectory*, Simon, 1995). Κατά τη γνώμη μου ο σχεδιασμός όχι μόνο του πλαισίου της δραστηριότητας αλλά και της διδακτικής της διαχείρισης είναι αυτός που αποκαλύπτει τις αξίες που συνδέουμε με τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Παράδειγμα 1

Στα νέα προγράμματα σπουδών έχει εισαχθεί από το νηπιαγωγείο η θεματική περιοχή των στοχαστικών Μαθηματικών (Στατιστική και Πιθανότητες), καθώς η ερμηνεία και η κριτική αξιολόγηση

πληροφοριών με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων, την πρόβλεψη και τη λήψη αποφάσεων κάτω από αβέβαιες συνθήκες αποτελεί βασική δεξιότητα του μαθητή-μελλοντικού πολίτη του 21ου αιώνα στη σύγχρονη κοινωνία. Μια προτεινόμενη δραστηριότητα στο νηπιαγωγείο είναι το ακόλουθο παιχνίδι, το οποίο παίζεται από δύο ομάδες παιδιών:

«Η μία ομάδα παίζει με τη χελώνα-πιόνι, η οποία αγωνίζεται στην πράσινη διαδρομή και η άλλη ομάδα με το σαλιγκάρι-πιόνι, το οποίο αγωνίζεται στην κόκκινη διαδρομή (κάθε διαδρομή περιλαμβάνει 10 βήματα). Η κίνηση κάθε ομάδας καθορίζεται από ένα τροχό ($\frac{3}{4}$ πράσινο και $\frac{1}{4}$ κόκκινο). Η ομάδα της χελώνας, προχωράει ένα βήμα μπροστά, όταν ο δείκτης σταματήσει στο πράσινο χρώμα και η ομάδα του σαλιγκαριού όταν ο δείκτης σταματήσει στο κόκκινο χρώμα. Νικήτρια είναι η ομάδα της οποίας το πιόνι θα φτάσει πρώτο στο τέρμα.



Είναι δίκαιο το παιχνίδι;»

Δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι αυτή θα είναι μια πρόσφορη μαθηματική δραστηριότητα αν δεν έχουμε προβλέψει πώς θα συμμετέχουν τα παιδιά σε αυτή, δηλαδή ποιες δράσεις τους μπορούν να τα βοηθήσουν στην επίτευξη του μαθησιακού στόχου που έχει τεθεί. Αξιοποιώντας τις μαθηματικές αξίες που έχουν αναφερθεί προηγουμένως, ένας σχεδιασμός διδακτικής διαχείρισης της συγκεκριμένης δραστηριότητας μπορεί να είναι ο ακόλουθος:

- Κάθε παιδί αρχικά εκφράζει την πρόβλεψή του για τον προβληματισμό που τέθηκε με δικαιολόγηση (αξία της ανοικτότητας).
- Οι διαφορετικές προβλέψεις των παιδιών μπορεί να καταγράφονται σε έναν πίνακα με ένα τρόπο που μπορεί να επινοήσουν τα ίδια τα νήπια (αξία του αντικειμενισμού).

- Κάθε φορά ένα παιδί της ομάδας γυρνάει τον τροχό και μετακινεί ή όχι το πιόνι.
- Στο τέλος τα νήπια συζητούν αν το παιχνίδι είναι δίκαιο ή όχι και πώς θα γίνει δίκαιο. Συγκρίνουν τις απαντήσεις τους με τις προβλέψεις τους και κατασκευάζουν ένα τροχό για ένα δίκαιο παιχνίδι (αξίες ορθολογισμού, αντικειμενισμού, ελέγχου, προόδου).

Πραγματοποιώντας αυτή τη δραστηριότητα σε ένα νηπιαγωγείο προέκυψαν ενδιαφέρουσες συζητήσεις με τα νήπια για το παιχνίδι και την κατασκευή τροχών (Tatsis et al., 2008):

N: Τώρα θέλω να μου πείτε παιδιά πώς καταφέρατε και τελειώσατε πρώτοι;

Π1: Γιατί ήταν μεγαλύτερο.

N: Τι ήταν μεγαλύτερο;

Π1: Το πράσινο!

Π2: Το πράσινο.

N: Και τι σημαίνει αυτό;

Π3: Τι σημαίνει;

Π4: Ότι κερδίσαμε.

N: Κερδίσατε. Γιατί ήταν μεγαλύτερο... Τι ήταν μεγαλύτερο στον τροχό;

6 παιδιά: Το πράσινο.

N: Αν θέλατε να παίξετε δίκαια το παιχνίδι; Αν θέλαμε η χελώνα και το σαλιγκάρι να μπορούν να περπατάνε το ίδιο, θα μπορούσε να είναι έτσι ο τροχός;

Όλα τα παιδιά: Όχι!

N: Γιάννη, για πες μας...

Γιάννης: Το πορτοκαλί ήταν λίγο. Το πράσινο ήταν περισσότερο ...

Π5: Το πράσινο να είναι σαν το πορτοκαλί.

Τα παιδιά στη συνέχεια κατασκεύασαν τους ακόλουθους τροχούς:



Παραδείγματα για τη διδακτική διαχείριση δραστηριοτήτων που αναδεικνύουν ή όχι τις παραπάνω αξίες στα μαθηματικά μπορεί κάποιος να αναφέρει σήμερα σε όλα τα μαθηματικά θέματα που αποτελούν αντικείμενο διδασκαλίας στις μικρές τάξεις (βλ. Καφούση & Χαβιάρης, 2013). Το παρακάτω παράδειγμα δείχνει πώς αποκλείονται οι παραπάνω αξίες μέσα από την αλληλεπίδραση δασκάλου-μαθητή.

Παράδειγμα 2 (Wood, 1998, σ. 170-171)

Ο δάσκαλος έχει ζητήσει από ένα μαθητή να υπολογίσει το άθροισμα $9+7$.

Μαθητής : 14.

Δάσκαλος: Εντάξει. 7 και 7 κάνει 14. Για το 8 και 7 πρέπει να προσθέσεις ένα περισσότερο στο 14, και μας κάνει;

Μαθητής : 15

Δάσκαλος : Και το 9 είναι ένα περισσότερο από το 8. Επομένως 15 και ένα ακόμα;

Μαθητής : 16.

Στην περίπτωση αυτή η ευθύνη της μάθησης βρίσκεται στο δάσκαλο και όχι στον μαθητή, καθώς θεωρεί τον εαυτό του υπεύθυνο για τη «νομιμοποίηση» των απαντήσεων των μαθητών. Αν και η πρόθεσή του, από τη σκοπιά του ερευνητή-παρατηρητή, φαίνεται ότι είναι να κατανοήσει ο μαθητής πως ένα άγνωστο άθροισμα μπορεί να βρεθεί χρησιμοποιώντας τη στρατηγική του «ένα περισσότερο» δύο φορές, ωστόσο αυτό δεν είναι σίγουρο ότι επιτυγχάνεται, καθώς ο μαθητής το μόνο που κάνει είναι να προσθέτει έναν αριθμό παραπάνω στο άθροισμα που του προτείνει ο εκπαιδευτικός. Επομένως, αξίες όπως

αυτές της ανοικτότητας, του ελέγχου, της προόδου ή του ορθολογισμού δεν προωθούνται στη σχολική τάξη, καθώς ο μαθητής δεν εξηγεί τον τρόπο σκέψης του, οι άλλοι συμμαθητές του δεν εκφράζουν την άποψή τους, εναλλακτικές στρατηγικές εύρεσης του αθροίσματος δεν εμφανίζονται και επιχειρήματα για την αποτελεσματικότητα μιας λύσης δεν αναφέρονται.

Αυτοί οι διαφορετικοί τρόποι διαχείρισης μιας διδακτικής δραστηριότητας, που διαμορφώνουν σχέσεις αλληλεπίδρασης δασκάλου-μαθητών-δραστηριότητας (με βάση την αλληλεπιδραστική θεώρηση) ή πρακτικές λόγου (με βάση τη θεώρηση των κοινωνικο-πολιτισμικών προσεγγίσεων) ή σχέσεις εξουσίας μεταξύ των μελών της τάξης (με βάση τη θεώρηση των κοινωνικο-πολιτικών προσεγγίσεων) οδηγούν τελικά στη διαμόρφωση των αξιών στα μαθηματικά στους μαθητές.

Συζήτηση

Η αναγνώριση και η ανάδειξη των αξιών στα μαθηματικά από τους εκπαιδευτικούς, τους σχεδιαστές αναλυτικών προγραμμάτων και σχολικών εγχειριδίων και τους θεσμικούς εκπαιδευτικούς φορείς είναι σημαντική, καθώς επιτρέπει να προσδιοριστεί με σαφήνεια η προσφορά της μαθηματικής εκπαίδευσης στη διαμόρφωση της ταυτότητας των μαθητών ως μελλοντικών πολιτών. Καθώς ο σχεδιασμός και η διδακτική διαχείριση μιας δραστηριότητας εμπεριέχει αξίες μπορεί να αποτελέσει ένα πρόσφορο πλαίσιο προβληματισμού για τις επιθυμητές αλλαγές στη μαθηματική εκπαίδευση στις πραγματικές συνθήκες της σχολικής τάξης. Διερευνώντας τις αξίες που αναδύονται κατά το σχεδιασμό μιας δραστηριότητας απαντάμε στο ερώτημα: Γιατί κάποιες πρακτικές αξίζει να επιλέγονται για τη διδασκαλία ενός μαθηματικού θέματος;

Η σχέση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή του μαθητή-μελλοντικού πολίτη είναι συνεχώς μεταβαλλόμενη στη σύγχρονη κοινωνία. Για παράδειγμα, η εξέλιξη της τεχνολογίας έχει επιφέρει σημαντικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο οι νέες γενιές αντιλαμβάνονται τη σχέση τους με τα μαθηματικά. Η διαμόρφωση της ταυτότητας ενός μαθητή στα μαθηματικά είναι μια πολύπλοκη

διαδικασία και μπορεί να ειπωθεί με αφηγηματικό τρόπο ως ιστορία, καθώς:

«Σκεφτόμαστε με τους όρους μιας ιστορίας, κατανοούμε τον κόσμο με τους όρους μιας ιστορίας που έχουμε ήδη καταλάβει, μαθαίνουμε ζώντας και δημιουργώντας νέες ιστορίες και ορίζουμε τους εαυτούς μας μέσω των ιστοριών που λέμε μόνοι μας» (Schank, 1990, 218-219, βλ. Lange & Meaney, 2011, σ. 40).

Ας μην ξεχνάμε όμως ότι η εκπαίδευση αποσκοπεί στη διαμόρφωση αξιών για το σχεδιασμό του μέλλοντος. Ιδιαίτερα για τα μαθηματικά, τα οποία θεωρήθηκαν για πολλά χρόνια «ουδέτερη» επιστήμη, είναι σημαντική η αναζήτηση των αξιών που μπορούν να αναδειχθούν μέσα από τον τρόπο μάθησης και διδασκαλίας τους.

Αναφορές

- Atweh, B., & Seah, W.T. (2008). Theorising values and their study in mathematics education. In P. L. Jeffery (Ed.), *AARE Conference 2007*. Fremantle, Western Australia.<http://www.aare.edu.au/data/publications/2007/atw07578.pdf>(15.09.13)
- Bishop, A. (2008α). Mathematics teaching and values education- an intersection in need of research. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 231-238). New York and London: Springer
- Bishop, A. (2008β). Teachers' mathematical values for developing mathematical thinking in classrooms: theory, research and policy. *The Mathematics Educator*, 11(1&2), 79-88.
- Bishop, A. (2008γ). Values in Mathematics and Science Education: similarities and differences. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5(1), 47-58.
- Bishop, A. (2009). Researching family mathematical practices: background research and future challenges. Στο Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Χ.

- Σκουμπουρδή & Γ. Φεσάκης (Επιμ.), *Πρακτικά του 3ου Συνεδρίου ΕΝΕΔΙΜ*, 43-53. Ρόδος.
- Clements, D. H. (2004). Major themes and recommendations. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education* (pp. 7-72). Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Dede, Y. (2006). Mathematics educational values of college students' towards function concept. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2(1), 82-102.
- Dede, Y. (2009). Turkish preservice mathematics teachers' mathematical values: Positivist and constructivist values. *Scientific Research and Essay*, 4(11), 1229-1235.
- Doruk, B. (2012). Mathematical modeling activities as a useful tool for values education. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(2), 1667-1672.
- FitzSimons, G. E., Seah, W.T., Clarkson, P.C. & Bishop, A. (2000). Conceptions of values and mathematics education held by Australian Primary Teachers: Preliminary Findings from VAMP. In W.- S. Horng & F.- L. Lin (Eds.), *Proceedings of HPM 2000, vol.II*, 163-171.Taipei, Taiwan.
- Jorgensen, R., Gates, P. & Roper, V. (2013). Structural exclusion through school mathematics: using Bourdieu to understand mathematics as a social practice. *Educational Studies in Mathematics*, (in press, published 7/2/13 on line).
- Καφούση, Σ. & Σκουμπουρδή, Χ. (2008). *Τα μαθηματικά των παιδιών 4-6 ετών. Αριθμοί και χώρος*. Εκδόσεις Πατάκη
- Καφούση, Σ. & Χαβιάρης, Π. (2013). *Σχολική τάξη, οικογένεια, κοινωνία και μαθηματική εκπαίδευση*. Εκδόσεις Πατάκη. Αθήνα.
- Καφούση, Σ. & Χαβιάρης, Π. (2013). Διερευνώντας τις αξίες των δασκάλων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα Μαθηματικά. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών (υπό δημοσίευση)*

- Lancaster, D. (2006). Values in mathematics. *Values Education for Australian Schooling*.
http://www.valueseducation.edu.au/verve/_resources/LeighLancaster_Values_maths.pdf (15.09.13)
- Lange, T. & Meaney, T. (2011). I actually started to scream: emotional and mathematical trauma from doing school mathematics homework. *Educational Studies in Mathematics*, 77, 35-51.
- Leu, Y-C. & Wu, C-J. (2004). The mathematics pedagogical values delivered by an elementary teacher in her mathematics instruction: attainment of higher education and achievement. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of 28th PME Conference*, 225-232. Bergen, Norway.
- Liman, M., Salleh, M. & Abdullahi, M. (2013). Sociological and Mathematics Educational Values: An Intersection of Need for Effective Mathematics Instructional Contents Delivery. *International Journal of Humanities and Social Science*. 3(2), 192-203.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση (2011). Υπουργείο Παιδείας:
<http://digitalschool.minedu.gov.gr/info/news.php>
- Perret-Clermont, A.N. (2009). Introduction. Στο M. Cesar & K. Kumpulainen (Eds.), *Social interactions in multicultural settings* (σ. 1-12). Rotterdam, SENSE.
- Sam, L.S. & Ernest, P. (1997). Values in mathematics education: what is planned and what is espoused? *Proceedings of the Day Conference*, BSRLM, University of Nottingham, 37-44.
<http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip17-12/BSRLM-IP-17-12-Full.pdf> (15.09.13)

- Schank, R. (1990). *Tell me a story: A new look at real and artificial memory*. NY: Macmillan.
- Seah, W.T. & Bishop, A. (2000). Values in mathematics textbooks: a view through two Australasian regions. *Paper presented at the 81st annual meeting of the American Educational Research Association*. New Orleans, LA. (ERIC Document reproduction Service No. ED 440870).
- Seah, W.T. & Bishop, A. (2002). Values, mathematics & society: making the connections. In C. Vale, J. Roumeliotis & J. Horwood (Eds.), *Valuing mathematics in society* (pp. 105-113). Brunswick, Australia: Mathematical Association of Victoria.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.
- Tan, S. K. (1997). Moral values and science teaching: A Malaysian school curriculum initiative. *Science and Education*, 6, 555-572.
- Tatsis, K., Kafoussi, S. & Skoumpourdi, C. (2008). Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: The creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education Journal*, 36 (3), 221-226.
- Τζεκάκη, Μ. (2007). *μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Εκδόσεις Gutenberg.
- van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια Εξελικτική Διδασκαλία*. (Επιμ. Τ.Α. Τριανταφυλλίδης). Τυπωθήτω-Γιώργος Δαρδάνος.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics Classes Funneling or Focusing? Στο H. Steinbring, M. Bartolini-Bussi, A. Sierpinska (Eds.), *Language and Communication in the mathematics classroom* (σ. 167-178). NCTM

kafoussi@aegean.gr

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΣΧΟΛΙΚΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο θεμελιώδης ρόλος των εκπαιδευτικών υλικών, στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών, αναδεικνύεται όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια. Οι σχετικές έρευνες, διεθνώς, μελετούν τις στάσεις, τις απόψεις και τον τρόπο χρήσης του εκπαιδευτικού υλικού από τους εκπαιδευτικούς και τους/ις μαθητές/ριες, τις επιδράσεις της χρήσης υλικού στη μαθηματική εκπαίδευση, αλλά και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά αυτών καθαυτών των εκπαιδευτικών υλικών, μέσω διερεύνησης της λειτουργίας τους, των ορίων και των δυνατοτήτων χρήσης τους. Στην ομιλία μου, μέσα από παραδείγματα, θα προσπαθήσω να αναδείξω πώς συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των εκπαιδευτικών υλικών μπορούν να διευκολύνουν ή να δυσκολέψουν τους/ις μαθητές/ριες να αντιληφθούν συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες και να ανταποκριθούν σε συγκεκριμένα μαθηματικά έργα.

Γενικά στοιχεία περί εκπαιδευτικού υλικού

Ο θεμελιώδης ρόλος των εκπαιδευτικών υλικών στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών αναδεικνύεται όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια, με επικρατούσα την άποψη ότι τα υλικά θεωρούνται από τα σημαντικά στοιχεία μιας ποιοτικής μαθηματικής εκπαίδευσης (Ahmed, Clark-Jeavons & Oldknow, 2004). Έρευνες διεθνώς μελετούν θέματα σχετικά με τον ρόλο των εκπαιδευτικών υλικών στη μαθηματική εκπαίδευση, τις στάσεις και τις απόψεις των εκπαιδευτικών για τα υλικά, τον τρόπο χρήσης τους από εκπαιδευτικούς και μαθητές, αλλά και αυτά καθαυτά τα χαρακτηριστικά των εκπαιδευτικών υλικών, μέσω διερεύνησης της λειτουργίας τους, των ορίων τους και των δυνατοτήτων χρήσης τους. Η σημασία του ρόλου των εκπαιδευτικών υλικών, στα αποτελέσματα των ερευνών, εστιάζεται στην υποστήριξη της επικοινωνίας (Mercer & Sams, 2006), στη διευκόλυνση της διδακτικής και μαθησιακής διαδικασίας (Meira, 1998), στην ανάπτυξη στρατηγικών, μαθηματικής σκέψης, υπολογιστικών δεξιοτήτων (Varol & Farram, 2006), κριτικής σκέψης και δημιουργικότητας, στην καλλιέργεια θετικής στάσης και αυτοπεποίθησης (Jacobs & Kusiak, 2006), στην παροχή κινήτρου για ενασχόληση με δραστηριότητες και για συνεργασία (Barone & Taylor, 1996), στην εξερεύνηση καινούριων ιδεών (Pimm, 1995), στη βελτίωση της επίδοσης όλων των παιδιών συμπεριλαμβανομένων και των παιδιών από διαφορετικά πολιτισμικά περιβάλλοντα (Σταθοπούλου, Σκουμπουρδή & Καφούση, 2008), αλλά και ειδικών ομάδων, όπως τα παιδιά με ειδικές μαθησιακές ανάγκες (Cass, Cates, Smith & Jackson, 2003· Σδρόλιας, 2005), καθώς και τα παιδιά με προβλήματα ακοής (Nunes, 2012) και όρασης (Κόζα & Σκουμπουρδή, 2012).

Ο πολυδιάστατος ρόλος των εκπαιδευτικών υλικών στη μαθηματική εκπαίδευση αναγνωρίζεται από μεγάλη μερίδα εκπαιδευτικών οι οποίοι, τουλάχιστον θεωρητικά, υποστηρίζουν τη σημασία τους. Η διδακτική πρακτική που υιοθετούν, οι εκπαιδευτικοί, καθορίζει και τον τρόπο χρήσης των υλικών (Moyer & Jones, 2004· Parada & Sacristán, 2010), ενώ η συχνότητα χρήσης των υλικών καθορίζεται συνήθως από την εκπαιδευτική βαθμίδα και την εμπειρία των εκπαιδευτικών (Manfreda Kolar & Hodnik Čadež, 2010). Στην προσχολική και πρώτη σχολική εκπαίδευση είναι δεδομένη η χρήση

υλικού, σχεδόν απαιτείται. Όσο ανεβαίνουν όμως οι εκπαιδευτικές βαθμίδες, η χρήση υλικού μειώνεται στα εντελώς απαραίτητα, όπως είναι τα σχολικά εγχειρίδια και το ενσωματωμένο εικονιστικό τους υλικό, τα γεωμετρικά όργανα κ.λ.π.. Άρα για τους μαθητές και τις μαθήτριες η χρήση εκπαιδευτικού υλικού εξαρτάται από το αν έχει επιλέξει ο/η εκπαιδευτικός να το εντάξει στη σχολική τάξη και με ποιο τρόπο.

Με δεδομένο τον μείζονα ρόλο του εκπαιδευτικού υλικού, οι σύγχρονες τάσεις της διδακτικής των μαθηματικών, προτείνουν, για μια κριτική και δημιουργική μαθηματική εκπαίδευση, τη σχεδιασμένη ένταξή του στη διδακτική πράξη. Η ένταξη αυτή προϋποθέτει γνώση της μαθηματικής έννοιας, των δυνατοτήτων των παιδιών της συγκεκριμένης ηλικίας, του πλαισίου διδασκαλίας/μάθησης της συγκεκριμένης τάξης, των τρόπων χρήσης, των δυνατοτήτων, καθώς και των ορίων των εκπαιδευτικών υλικών, αλλά και την πλαισίωσή τους από ενδιαφέρουσες καταστάσεις προβληματισμού (Σκουμπουρδή, 2012).

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, θα προσπαθήσω να αναδείξω πώς συγκεκριμένα χαρακτηριστικά εκπαιδευτικών υλικών μπορούν να διευκολύνουν ή να δυσκολέψουν τα παιδιά να αντιληφθούν μαθηματικές έννοιες και να ανταποκριθούν σε συγκεκριμένα μαθηματικά έργα. Η μαθηματική έννοια που θα χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα είναι των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, που η διδασκαλία τους αφενός συνδέεται με τη χρήση υλικού και αφετέρου δημιουργεί παρανοήσεις και στερεότυπα εφόσον είναι μία έννοια που δυσκολεύει εκπαιδευτικούς και μαθητές. Επίσης, θα επισημανθούν στοιχεία τα οποία χαρακτηρίζουν τη σχέση εκπαιδευτικού υλικού και μάθησης των μαθηματικών.

Εκπαιδευτικό υλικό για τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα

Η ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών, σύμφωνα με τη θεωρία του van Hiele (1986), επηρεάζεται περισσότερο από τη διδασκαλία και το χρησιμοποιούμενο εκπαιδευτικό υλικό παρά από την ηλικία ή τη βιολογική ωριμότητα. Σύμφωνα με τους Clements & Sarama (2007), τα μικρά παιδιά μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα

τα γεωμετρικά σχήματα αν το εκπαιδευτικό τους περιβάλλον περιλαμβάνει τέσσερα χαρακτηριστικά: 1) ποικίλα παραδείγματα και αντιπαραδείγματα του σχήματος, 2) συζήτηση σχετικά με το σχήμα και τα χαρακτηριστικά του, 3) παρουσίαση ποικιλίας από άλλα είδη σχημάτων και 4) ενασχόληση με θέματα που παρουσιάζουν ενδιαφέρον για τα μικρά παιδιά.

Για να θεωρήσουμε ότι τα μικρά παιδιά έχουν αντιληφθεί την έννοια του επίπεδου γεωμετρικού σχήματος είναι απαραίτητο να έχουν κατανοήσει ταυτόχρονα τη διπλή φύση του: την εννοιολογική και τη σχηματική. Κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί μέσα από δραστηριότητες αναγνώρισης, ονομασίας, ταξινόμησης, ανάλυσης, σύνθεσης και κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων με 'κατάλληλα' υλικά. Αντίστοιχοι είναι και οι στόχοι τόσο των Προγραμμάτων Σπουδών Νηπιαγωγείων, για τα γεωμετρικά επίπεδα σχήματα, διεθνώς, όσο και της Ελλάδας. Για παράδειγμα, στο Πρόγραμμα Σπουδών του Νηπιαγωγείου (Π.Σ.Ν.) (2011), που εφαρμόζεται πιλοτικά, οι στόχοι που αναφέρονται για τη διδασκαλία των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, είναι οι εξής:

- Αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων.
- Ανάλυση επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων σε στοιχεία και ιδιότητες.
- Κατασκευές επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων.
- Ανάλυση ή σύνθεση επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων σε άλλα σχήματα ή μέρη.

Ποιες είναι όμως οι δυνατότητες των παιδιών αυτής της ηλικίας; Αποτελέσματα ερευνών δείχνουν ότι τα περισσότερα παιδιά από την ηλικία των 5 ετών αναγνωρίζουν και ονομάζουν τα τέσσερα βασικά επίπεδα σχήματα: κύκλο, τετράγωνο, τρίγωνο, ορθογώνιο (Clements & Sarama, 2007) όταν αναπαρίστανται με την πρότυπη μορφή τους (τα τρίγωνα ως ισόπλευρα ή ισοσκελή με τη βάση τους σε οριζόντια θέση, τα τετράγωνα με τη μία από τις πλευρές τους ως βάση, σε οριζόντια θέση), όταν είναι συμμετρικά και όταν υπάρχει αναλογία μεταξύ μήκους και πλάτους (για τα ορθογώνια σε οριζόντια θέση, μακρόστενα με το μήκος τους να είναι σχεδόν διπλάσιο από το πλάτος τους). Η ικανότητα αναγνώρισης εξαρτάται από τον προσανατολισμό των πλευρών του σχήματος και από τις ποικίλες παραλλαγές του σχήματος

(π.χ. τρίγωνο) ενώ η ακρίβεια της αναγνώρισης μεγαλώνει όταν χρησιμοποιούν τις ιδιότητες του σχήματος στην περιγραφή τους (π.χ. ο αριθμός των πλευρών) (Yin, 2003).

Τα μικρά παιδιά αναπαριστούν με ευκολία σχήματα όπως ο κύκλος και το τετράγωνο, ενώ πιο δύσκολα αναπαριστούν το τρίγωνο και τον ρόμβο. Παιδιά Α' δημοτικού έχουν την ικανότητα να σχεδιάζουν, σε λευκό χαρτί και χαρτί με κουκίδες, ίδια και διαφορετικά τρίγωνα, με τα δοσμένα (Χρονάκη & Δημουλά, 2005). Παιδιά Β' δημοτικού κατασκευάζουν τετράπλευρα και τρίγωνα στο γεωπίνακα μετά από διδακτική παρέμβαση (Hasegawa, 1997). Οι έρευνες δείχνουν επίσης, ότι τα παιδιά από 3-6 ετών κατηγοριοποιούν τρίγωνα εντοπίζοντας χαρακτηριστικά τα οποία δεν αποτελούν ιδιότητες των σχημάτων, όπως το μέγεθος, τη φορά τοποθέτησης, την αναλογία των πλευρών και τη συμμετρία (Hannibal, 1999).

Υπάρχουν όμως και αρκετά θέματα που φαίνεται να μπερδεύουν τα παιδιά. Θεωρούν ότι ένα τετράγωνο όταν περιστραφεί αλλάζει σχήμα (Clements & Sarama, 2007) ή ότι ναι μεν τα χαρακτηριστικά του δεν αλλάζουν, αλλά δεν ονομάζεται πια τετράγωνο, αλλά διαμάντι ή ρόμβος. Το τετράγωνο δε θεωρείται ορθογώνιο και η έλλειψη θεωρείται κύκλος. Σχήματα που έχουν την κλασσική τοποθέτηση του τριγώνου, ανεξάρτητα αν οι πλευρές τους δεν είναι ευθείες ή δεν ενώνονται μεταξύ τους, θεωρούνται τρίγωνα. Το ορθογώνιο σκαληνό τρίγωνο χαρακτηρίζεται από τα παιδιά ως 'λάθος τρίγωνο'. Δεν αναγνωρίζονται ως τρίγωνα αυτά που είναι τοποθετημένα με τη μύτη προς τα κάτω. Πολλά από αυτά τα λάθη των παιδιών, που παγιώνονται στο μυαλό τους από νωρίς, έχει καταγραφεί ότι οφείλονται στις παρανοήσεις των εκπαιδευτικών και στην ακατάλληλη επιλογή, ή/και χρήση, εκπαιδευτικού υλικού.

Ποιο είναι άραγε το κατάλληλο εκπαιδευτικό υλικό για την προσέγγιση των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων; Η απάντηση στο ερώτημα δεν είναι εύκολη ούτε μοναδική. Παράγοντες που επηρεάζουν την καταλληλότητα ενός υλικού μπορεί να είναι η διαθεσιμότητα του και τα φυσικά του χαρακτηριστικά (Το βρίσκουμε εύκολα στην αγορά; Μπορούμε να το κατασκευάσουμε;), η εξοικείωση του/ης εκπαιδευτικού και των μαθητών/ριών με το υλικό (Γνωρίζουμε τη χρήση του; Τα παιδιά τη γνωρίζουν ή απαιτείται

εκπαίδευση/διδασκαλία;), καθώς και η σχέση του υλικού με τον διδακτικό/μαθησιακό στόχο που έχει τεθεί, δηλαδή η επιστημονική του πιστότητα, αλλά και η διαφάνειά του (Μπορούμε μέσω αυτού να ανταποκριθούμε στους στόχους του Π.Σ.Ν.; Θεωρούμε ότι θα αναδυθεί η διαφάνειά του κατά τη διδασκαλία; Η εικόνα του υλικού σέβεται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της μαθηματικής έννοιας, δηλαδή μπορούμε μέσω αυτού να παρουσιάσουμε την έννοια με το ‘σωστό’ μαθηματικά τρόπο; Μπορεί να γίνει διαχωρισμός των φυσικών χαρακτηριστικών του υλικού και των χαρακτηριστικών της μαθηματικής έννοιας;).

Τα εκπαιδευτικά υλικά που χρησιμοποιούνται συνήθως για την προσέγγιση των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων είναι τεχνουργήματα: ως ομοιώματα σχημάτων ‘με εσωτερικό γέμισμα’, ως ομοιώματα σχημάτων ‘χωρίς εσωτερικό γέμισμα’, για την κατασκευή των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και σχεδιασμένα με βάση τις σύγχρονες απόψεις της διδακτικής των μαθηματικών.

Τα ομοιώματα επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων ‘με εσωτερικό γέμισμα’, όπως τα ‘pattern blocks’ (εικόνα 1), τα ‘tangrams’ (εικόνα 2), τα ‘pentominoes’ (εικόνα 3), είναι υλικά που προτείνονται για τη διδασκαλία των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων. Είναι υλικά που μπορούν εύκολα να κατασκευαστούν από τους/ις εκπαιδευτικούς και τους/ις μαθητές/ριες (σχήματα από χαρτόνι, από συμπιεσμένο χαρτί, από πλαστελίνη κ.λ.π.) και η πλαισίωσή τους με στοχευμένες καταστάσεις προβληματισμού μπορεί να καλύψει αρκετούς στόχους του Π.Σ.Ν. Βέβαια κάποιες φορές χρειάζεται να εξηγηθεί η λειτουργικότητά τους (tangrams) ή ο τρόπος χρήσης τους (pentominoes).



Εικόνα 1: Pattern blocks



Εικόνα 2: Tangram

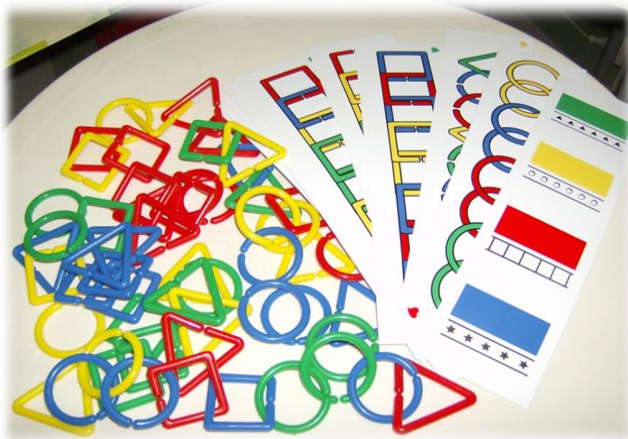


Εικόνα 3: Pentominoes

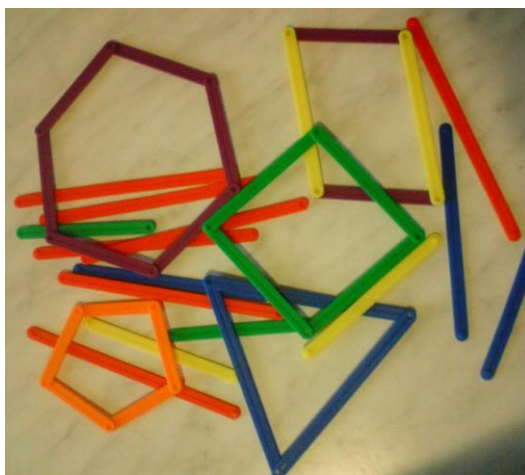
Πάραυτα, αναρωτιέται κανείς αν είναι τα κατάλληλα εκπαιδευτικά υλικά για τη διδασκαλία των επίπεδων σχημάτων. Για παράδειγμα, πώς θα παρουσιάσουμε, στα παιδιά, το τετράγωνο pattern block; Ως το τετράγωνο γεωμετρικό σχήμα; Αν το παρουσιάσουμε ως ‘το τετράγωνο’ και κάποιο παιδί τοποθετήσει πολλά τετράγωνα pattern block το ένα πάνω στο άλλο, τι σχήμα θα είναι αυτό που θα δημιουργηθεί; Σε αυτό το σημείο δημιουργείται το ερώτημα ποια στιγμή το τετράγωνο, σταματάει να είναι τετράγωνο και μετατρέπεται σε κάτι άλλο, ίσως σε κύβο ή σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Η τρισδιάστατη φύση αυτών των υλικών (το ότι πιάνονται), αποτελεί το κύριο εμπόδιο για τη διδασκαλία των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων και την κύρια πηγή δημιουργίας παρανοήσεων με δευτερεύον το ότι αποτελούνται από πολύ συγκεκριμένα σχήματα (tangrams) και μάλιστα στην πρότυπη μορφή τους (pattern blocks) ή από ‘άγνωστα’ σχήματα (pentominoes).

Τα ομοιώματα επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων ‘χωρίς εσωτερικό γέμισμα’, όπως τα ‘αλληλοσυνδεόμενα σχήματα’ (εικόνα 4), τα ‘anglegs’ ή ‘λωρίδες για σχήματα’ (εικόνα 5), τα ‘kugelli’ ή ‘άξονες και σύνδεσμοι’ (εικόνα 6), μπορούν, με κάποιο τρόπο, να κατασκευαστούν από τον/ην εκπαιδευτικό και τους/ις μαθητές/ριες (με καλαμάκια, σπέρτα, σύρμα, σχοινί, ραβδάκια κλπ) όπως και εκείνα με το ‘γέμισμα’

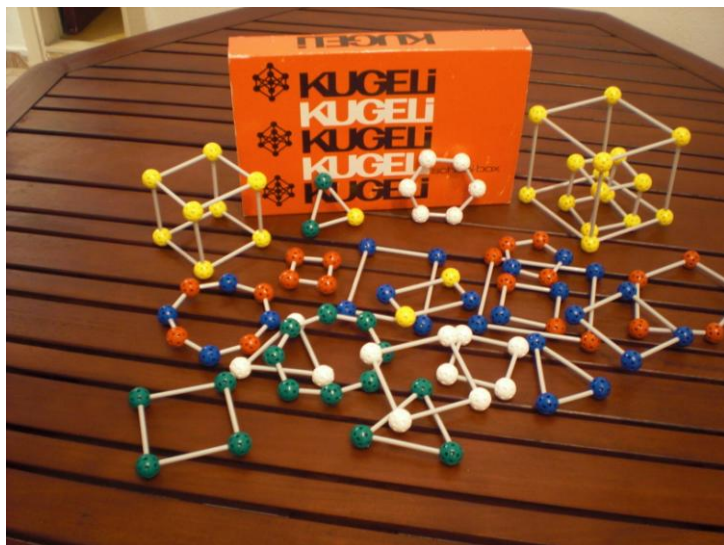
και συνήθως χρειάζεται να εξηγηθεί η λειτουργικότητά τους γιατί η εικόνα τους δεν παραπέμπει πάντα στο τι αναπαριστούν. Με τη χρήση τους, μέσα σε κατάλληλες καταστάσεις προβληματισμού, θεωρείται ότι μπορεί να επιτευχθεί ένα μέρος των στόχων του Π.Σ.Ν.



Εικόνα 4: Αλ/να σχήματα



Εικόνα 5: Anglegs



Εικόνα 6: Kugelli

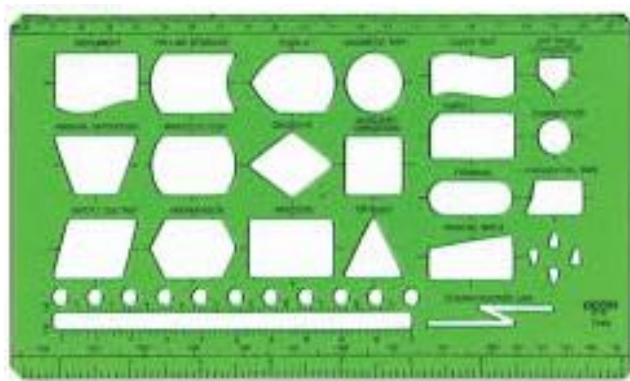
Άρα, είναι αυτά τα κατάλληλα υλικά για τη διδασκαλία των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων; Τα ομοιώματα αυτά αποδίδουν καλύτερα την εικόνα των επίπεδων σχημάτων σε σχέση με τα 'γεμάτα ομοιώματα. Δείχνοντας στα παιδιά ένα από αυτά μπορούμε να το παρουσιάσουμε ως το αντίστοιχο γεωμετρικό σχήμα; Μήπως, σε κάποιες περιπτώσεις η εικόνα τους παραπέμπει περισσότερο σε αντιπαράδειγμα του σχήματος; Ασαφείς γωνίες, ασυνέχειες και εγκοπές στο σχήμα (αλληλοσυνδεόμενα σχήματα), ασταθές σχήμα (anglegs), εξογκωμένες κορυφές (kugelli) κ.λ.π. Πότε ένα τέτοιο σχήμα το δεχόμαστε ως παράδειγμα και πότε ως αντιπαράδειγμα; Ποια είναι τα όρια μεταξύ τους; Φαίνεται ότι και σε αυτήν την περίπτωση, τα κύρια μειονεκτήματα της τρισδιάστατης φύσης τους και της περιορισμένης ποικιλίας τους εξακολουθούν να υφίστανται, μαζί με τη έλλειψη της ακρίβειας του σχήματος.

Τα τεχνουργήματα για την κατασκευή¹ επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, μπορεί να είναι στερεά σχήματα και άλλα αντικείμενα όπως κάποια από τα παραπάνω ομοιώματα, ‘σφραγίδες σχημάτων’ (εικόνα 7), ‘στένσιλ σχημάτων’ (εικόνα 8), ‘γεωπίνακας’ ή ‘γεωμετροπίνακας’ ή ‘βελονοπίνακας για σχήματα’ (εικόνα 9), διαφόρων ειδών χαρτιά (καθαρό χαρτί, χαρτί με κουκίδες κ.λ.π.), κ.α. Τα περισσότερα από αυτά τα τεχνουργήματα δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να φτιάχνουν και να χαλάνε σχήματα με ευκολία αναδεικνύοντας τη δισδιάστατη φύση των σχημάτων εφόσον οι κατασκευές, με αυτά, είναι είτε σχέδια και αποτυπώματα σε χαρτί είτε σχήματα κατασκευασμένα με λάστιχο. Επίσης, μπορούν να καλύψουν μέρος των στόχων του Π.Σ.Ν. αν ενσωματωθούν σε καταστάσεις προβληματισμού που έχουν νόημα για τα παιδιά.

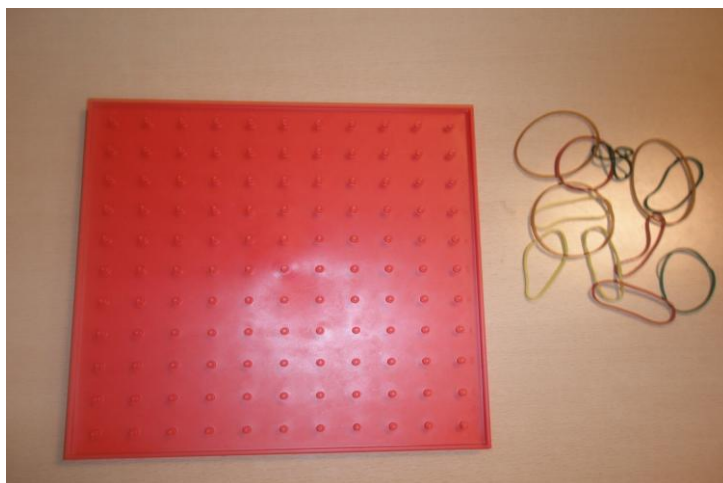


Εικόνα 7: Σφραγίδες

¹ Η κατασκευή ενός γεωμετρικού σχήματος απαιτεί κανόνα και διαβήτη. Όμως, για τα μικρά παιδιά η κατασκευή επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων περιλαμβάνει την ικανότητα σχεδιασμού/αποτύπωσης/δημιουργίας ενός συγκεκριμένου σχήματος με οποιοδήποτε μέσο. Η κατασκευή των γεωμετρικών σχημάτων, με χρήση κάποιου μέσου, εμπλέκει την τεχνική και την εννοιολογική γνώση. Η τεχνική γνώση σχετίζεται με τη γνώση του μέσου που θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή του και η εννοιολογική γνώση, σχετίζεται με τη γνώση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών και των ιδιοτήτων του κάθε σχήματος.



Εικόνα 8: Στένσιλ



Εικόνα 9: Γεωπίνακας

Όμως η αποτύπωση των πλευρών ή των εδρών ενός στερεού σχήματος, η αποτύπωση σφραγίδων και η σχεδίαση με στένσιλ, για τη δημιουργία σχημάτων, απαιτούν διαφορετικές ικανότητες και γνώσεις από το παιδί από τη χρήση λάστιχων στο γεωπίνακα ή τη σχεδίαση σε καθαρό χαρτί ή σε χαρτί με κουκίδες. Στην πρώτη περίπτωση δεν είναι απαραίτητη η γνώση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του σχήματος, ενώ στη δεύτερη είναι απαραίτητη, κάτι που αφορά στην εννοιολογική πλευρά της κατασκευής.

Επίσης, δεν ευνοούν όλα αυτά τα τεχνουργήματα τη δημιουργία ούτε ποικίλων σχημάτων, ούτε σχημάτων σε διαφορετικές θέσεις, μεγέθη και προσανατολισμούς. Για παράδειγμα, το ορθογώνιο, το τετράγωνο και το τρίγωνο παρουσιάζονται με την πρότυπη μορφή τους και ο κύκλος δεν μπορεί να δημιουργηθεί στον γεωπίνακα γιατί φαίνεται σαν πολύγωνο. Δεν είναι εύκολο να δημιουργηθούν, με αυτά, συνθέσεις σχημάτων. Επιπλέον, ο γεωπίνακας, περισσότερο από τα άλλα υλικά, καλεί τα παιδιά να φανταστούν τη χρήση του. Αυτό, βέβαια, παρόλο που είναι δύσκολο να γίνει από παιδιά που δεν έχουν εκπαιδευτεί ανάλογα, μπορεί να αποτελέσει τη διαχωριστική γραμμή μεταξύ των ικανοτήτων, της δημιουργικότητας και της κριτικής σκέψης των παιδιών.

Άλλα βοηθήματα που χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων είναι *εικονογραφημένα βιβλία* όπως 'Ένα κουμπί που το έλεγαν Όσκαρ', 'Το ταξίδι της Λίζας' (Σκουμπουρδή & Καφούση, 2009), 'ο Τριγωνοψαρούλης', 'η οικογένεια Τριγώνου' κ.α. *κάρτες σχημάτων* (εικόνα, 10), φύλλα εργασίας και *παιχνίδια* (π.χ. τόμπολα σχημάτων). Όμως, δεν είναι σπάνιο, και σε αυτές τις περιπτώσεις, τα σχήματα να παρουσιάζονται ή/και να ονομάζονται με λάθος τρόπο ή να παρουσιάζονται με πολύ συγκεκριμένο τρόπο ενισχύοντας το οπτικό πρότυπο του κάθε σχήματος. Η μονομερής και χωρίς ποικιλία εικονιστική αναπαράσταση των σχημάτων οδηγεί στη σύνδεση της αναπαράστασης με τη συγκεκριμένη έννοια (Hill, 1987). Έτσι, μέσω τέτοιου υλικού, περισσότερο περιορίζεται η αντίληψη των παιδιών για τα σχήματα ή/και δημιουργούνται παρανοήσεις, παρά καλλιεργείται η αντίληψη και η κατανόησή τους.

Τα *ειδικά σχεδιασμένα υλικά* προκύπτουν από την ανάγκη ύπαρξης ενός μέσου, για τη διδασκαλία των επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, το οποίο θα σέβεται τα χαρακτηριστικά των σχημάτων αυτών, αναδεικνύοντας τη δισδιάστατη φύση τους, θα λαμβάνει υπόψη του τις δυνατότητες, τις δυσκολίες, τις παρανοήσεις, και τα ενδιαφέροντα των παιδιών αυτής της ηλικίας, αλλά και τις σύγχρονες διδακτικές προτάσεις. Παραδείγματα αποτελούν τα σχεδιασμένα εικονογραφημένα σενάρια «Οι περιπέτειες του αστυνόμου Σαχίνη», «Μια βόλτα στο πάρκο», «Το κάστρο με τις παράξενες πύλες», καθώς

και τα επιτραπέζια παιχνίδια «Μάντεψε ποιο σχήμα» (εικόνα, 11), «Παιχνίδι μνήμης με σχήματα» (εικόνα, 12), «Αναζητώντας το σχήμα» (εικόνα, 13) κ.α..

«Οι περιπέτειες του αστυνόμου Σαχίνη» (Σκουμπουρδή, 2008), παρουσιάζουν την αναζήτηση των σχημάτων από τον αστυνόμο. Κάθε χαρακτήρας της ιστορίας έχει το όνομα και το σχήμα ενός στερεού. Έτσι, αναζητούνται, αναγνωρίζονται και ονομάζονται τα στερεά γεωμετρικά σχήματα κύβος, σφαίρα, πυραμίδα και κύλινδρος. Τα στερεά αυτά αναζητούνται από τον αστυνόμο και άλλοτε παρουσιάζονται ως γεωμετρικά σχήματα, άλλοτε ως πραγματικά αντικείμενα σε συνθέσεις, παραπέμποντας σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής, και άλλοτε εμφανίζονται τα αποτυπώματά τους, ως επίπεδα σχήματα. Η συγκεκριμένη ιστορία, με τις ποικίλες μορφές παρουσίασης των στερεών σχημάτων σε διαφορετικές καταστάσεις, μπορεί να βοηθήσει τα παιδιά να αντιληφθούν τα χαρακτηριστικά των στερεών γεωμετρικών σχημάτων, τη θέση και τον ρόλο τους στην καθημερινότητα, αλλά και τη σχέση τους με τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα.

«Μια βόλτα στο πάρκο» (Skoumpourdi & Μρακοπουλου, 2011), κάνει ο Γιώργος και βοηθάει τα παιδιά να συνδέσουν τα επίπεδα και τα στερεά σχήματα. Η ιστορία παρουσιάζει τα επίπεδα γεωμετρικά σχήματα ως αποτυπώματα αντικειμένων της καθημερινής ζωής καθώς και στερεών γεωμετρικών σχημάτων. Αναφέρεται στα αποτυπώματα που συνάντησε ο Γιώργος σε μια βόλτα του στο πάρκο. Η αναζήτηση της προέλευσης των αποτυπωμάτων ενεργοποιεί τη φαντασία και την περιέργεια των παιδιών.

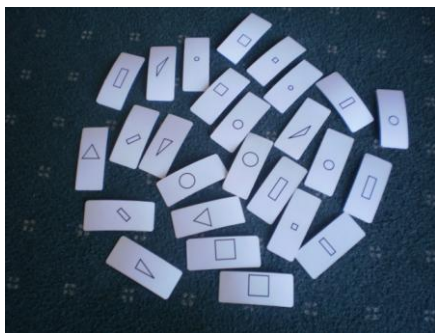
«Το κάστρο με τις παράξενες πύλες» (Σκουμπουρδή, 2012), προκαλεί ποικίλους προβληματισμούς για το πώς θα τοποθετηθούν τα σχήματα ώστε να περάσουν τις πύλες και να μπουν στο εσωτερικό του. Μέσω της ιστορίας, των εικόνων, αλλά και του χειρισμού των στερεών σχημάτων που δίνονται, τα οποία είναι σε απόλυτη αντιστοιχία με τα εικονιστικά, επιτυγχάνεται η αντίληψη του τετράγωνου και του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, του κύβου και του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, καθώς και των μεταξύ τους σχέσεων.

Το επιτραπέζιο παιχνίδι «Μάντεψε ποιο σχήμα» (Skoumpourdi, 2013), αποτελείται από ζευγάρια καρτών διαφορετικών σχημάτων, σε ποικίλες

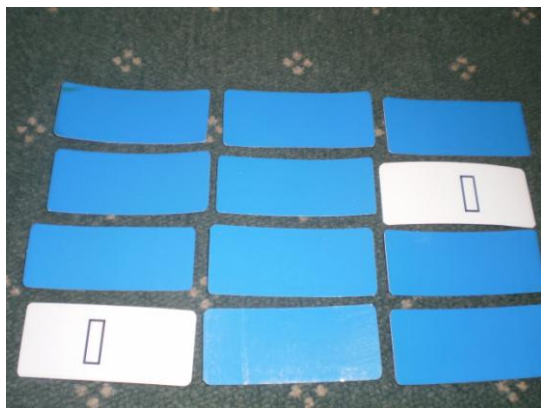
θέσεις, μεγέθη και προσανατολισμούς. Κάθε παίκτης επιλέγει ένα σχήμα, το τοποθετεί σε αντίστοιχη στο ταμπλό θέση και στη συνέχεια, έχοντας μπροστά του/ης τα υπόλοιπα σχήματα, θέτει ερωτήσεις προκειμένου να καταφέρει να 'μαντέψει' πρώτος/η ποιο σχήμα έχει επιλέξει ο/η άλλος/η παίκτης. Το παιχνίδι ενθαρρύνει την περιγραφή των χαρακτηριστικών και των ιδιοτήτων των σχημάτων, με οποιοδήποτε τρόπο (λεκτική, μη λεκτική) επιλέξει το παιδί. Επίσης, απαιτεί αντίστροφο συλλογισμό κάτι το οποίο καλλιεργεί τη σύνθετη σκέψη.

Το «Παιχνίδι μνήμης με σχήματα», αποτελείται από ζευγάρια καρτών διαφορετικών σχημάτων, σε ποικίλες θέσεις, μεγέθη και προσανατολισμούς, όπως και το προηγούμενο παιχνίδι (μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τις ίδιες κάρτες). Οι κάρτες, ανακατεμένες, τοποθετούνται στο τραπέζι από την ανάποδη πλευρά τους. Κάθε παίκτης, ανοίγοντας δύο κάρτες κάθε φορά, προσπαθεί να θυμηθεί και να εντοπίσει τις κάρτες με τα ίδια σχήματα. Νικητής/ρια είναι ο/η παίκτης που θα μαζέψει τις περισσότερες κάρτες στο τέλος του παιχνιδιού.

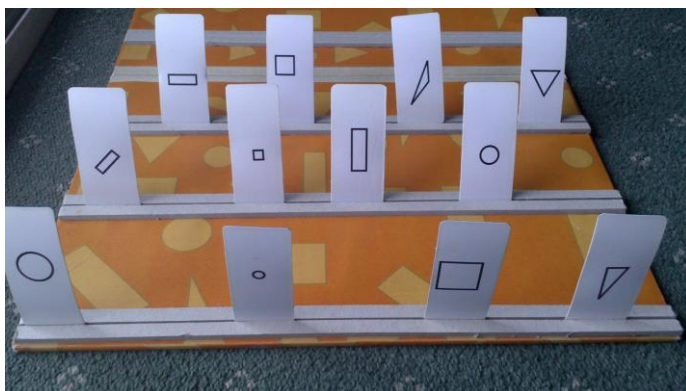
Το επιτραπέζιο παιχνίδι «Αναζητώντας το σχήμα» αποτελείται από ταμπλό με απλή διαδρομή-μονοπάτι, ρουλέτα, κλεψύδρα καθώς και κάρτες τριών ειδών με χείλη, οι οποίες απαιτούν τη λεκτική περιγραφή του σχήματος, με χέρι και μολύβι, οι οποίες απαιτούν τη δημιουργία του σχήματος με χαρτί και μολύβι και με συνδεδεμένα χέρια, οι οποίες απαιτούν την περιγραφή του σχήματος με χειρονομίες. Στόχος του παιχνιδιού είναι οι ομάδες των παικτών να καταλάβουν το σχήμα που περιγράφει ένας από τους συμπαίκτες τους και να το ονομάσουν.



Εικόνα 10: Κάρτες σχημάτων



Εικόνα 11: Παιχνίδι μνήμης



Εικόνα 12: Μάντεψε ποιο σχήμα



Εικόνα 13: 'Βρες το σχήμα'

Η αντίληψη μιας μαθηματικής έννοιας μέσω εκπαιδευτικών υλικών εξασφαλίζεται μόνο μέσα από την καλή γνώση των υλικών και τη δυνατότητα δημιουργικής και κριτικής αλληλεπίδρασης με αυτά αφενός για τη μετατροπή τους σε εργαλείο στα χέρια του/ης μαθητή/ριας και αφετέρου για τη σύνδεσή τους με πιο αφηρημένες ή/και συμβολικές αναπαραστάσεις. Θεωρείται ότι μέσα από τη διαχείριση διαφορετικών εκπαιδευτικών υλικών τα παιδιά δύναται να αντιληφθούν την κοινή εσωτερική δομή και τα κοινά χαρακτηριστικά των σχημάτων. Τέτοιου είδους υλικό, μπορεί να ενθαρρύνει το συλλογισμό και τις νοητικές συσχετίσεις των μικρών παιδιών, να δημιουργήσει ενδιαφέρουσες μαθηματικές συζητήσεις και προβληματισμούς.

Από το εκπαιδευτικό υλικό στο εργαλείο

Η χρήση των εκπαιδευτικών υλικών είναι γεμάτη προκλήσεις που σχετίζονται με το αν θα οδηγήσει στην κατασκευή του μαθηματικού νοήματος, για το αν θα δημιουργήσει παρανοήσεις και για το αν η μάθηση του τρόπου λειτουργίας, των ορίων και των δυνατοτήτων τους θα επιδράσει εις βάρος της μάθησης της μαθηματικής έννοιας. Ο χρήστης είναι αναγκαίο να κατανοήσει τις δυνατότητες του υλικού και να αναπτύξει σχέση με αυτό. Η δισδιάστατη οντότητα κάθε

(εκπαιδευτικού) υλικού περιλαμβάνει από τη μία το τεχνούργημα και από την άλλη τα γνωστικά εκείνα σχήματα που δύναται να το μετατρέψουν σε εργαλείο. Το τεχνούργημα από μόνο του δεν έχει εργαλειακή αξία, δεν ορίζει αυτόματα το ρόλο του χρήστη. Το τεχνούργημα γίνεται εργαλείο όταν το άτομο καταστεί ικανό να το προσαρμόσει στις δικές του ανάγκες και να το ενσωματώσει στη δραστηριότητά του μέσα από την κατασκευή προσωπικών ή την προσάρτηση προϋπαρχόντων κοινωνικών σχημάτων. Κατά τη διαδικασία μετατροπής ενός τεχνουργήματος σε εργαλείο, δηλαδή κατά την εργαλειακή γένεση (Zbiek, Heid, Blume & Dick, 2007:1179) το άτομο αλληλεπιδρά με το τεχνούργημα και αποκτά γνώση που μπορεί να το οδηγήσει αφενός σε μορφοποίηση του τεχνουργήματος για την εξυπηρέτηση των στόχων και αφετέρου σε διαμόρφωση της κατανόησής του μέσω του εργαλείου.

Παράδειγμα αποτελεί σχετική έρευνα (Σκουμπουρδή & Κωσσοπούλου 2011), η οποία έδειξε ότι ο γεωπίνακας δεν είναι οικείο μέσο για τα νήπια και αρχικά κανένα δεν μπόρεσε να τον χρησιμοποιήσει για να πραγματοποιήσει μια σταθερή κατασκευή. Τελικά όμως φάνηκε ότι μετά από προτροπή και παρουσίαση παραδειγμάτων ο γεωπίνακας, μετατράπηκε σε εργαλείο για την κατασκευή επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων, από τα νήπια. Ξεκινώντας από τη παρουσίασή του, κανένα παιδί δεν ήταν σε θέση να αποφανθεί τι είναι αυτό και πώς χρησιμοποιείται. Όταν τους ζητήθηκε να φτιάξουν σχήματα με τα λάστιχα δεν ήξεραν πώς να το κάνουν. Όσα νήπια προσπάθησαν να τον χρησιμοποιήσουν (3/15) απλά τοποθέτησαν το λάστιχο πάνω στο ταμπλό, οπότε το λάστιχο παρέμεινε στο φυσικό του σχήμα. Μέσα όμως από την εξέλιξη των ερωτήσεων και των δραστηριοτήτων χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για την επίτευξη του στόχου του νηπίου, δηλαδή την κατασκευή του τριγώνου, του ορθογωνίου και ποικίλων σχημάτων. Υπήρχαν παιδιά που κατασκεύαζαν τα σχήματα με πολύ λίγες και συγκεκριμένες κινήσεις, υπήρχαν παιδιά που ενώ έκαναν πολλές μετατροπές στο σχήμα τους τελικά κατόρθωναν να επιτύχουν τον αρχικό τους σκοπό, υπήρχαν και παιδιά που δυσκολεύονταν πολύ, κατά την όλη διαδικασία. Εμφανίστηκαν τρεις κύριες δράσεις: παιδιά που ξεκινούσαν την κατασκευή του σχήματος, από ένα καρφί, παιδιά που ξεκινούσαν από πολλά καρφιά και παιδιά που πρώτα έδιναν σχήμα στο λάστιχο, τεντώνοντάς το στα χέρια τους

και έπειτα το τοποθετούσαν στον γεωπίνακα. Η χρήση λάστιχου στο κατάλληλο μέγεθος—εφόσον τα πολύ μεγάλα και πολύ μικρά λάστιχα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία σχήματος—το τέντωμα και στερέωμα του λάστιχου στα καρφιά, ως προϋπόθεση για τη δημιουργία κάποιου σχήματος, η επικάλυψη των σχημάτων που δημιουργείται από τη χρήση ίδιων καρφιών για κατασκευή διαφορετικών σχημάτων, καθώς και η δυνατότητα για γρήγορη αλλαγή ή/και διόρθωση του σχήματος, δεν έγιναν αντιληπτά, σε όλες τις περιπτώσεις, από τα παιδιά. Φάνηκε, δηλαδή, ότι ενώ όλα τα παιδιά ενσωμάτωσαν στη δραστηριότητά τους τον γεωπίνακα ως εργαλείο και τον προσάρμοσαν στις ανάγκες τους δεν αντιλήφθηκαν, όλα, τα όρια και τις δυνατότητές του.

Σχέση εκπαιδευτικού υλικού και μάθησης των μαθηματικών

Η επιλογή και η ενσωμάτωση εκπαιδευτικού υλικού, ακόμα και του καταλληλότερου, στη διδακτική πράξη δεν οδηγεί αυτόματα στην κατανόηση και στη μάθηση (Pimm, 1995). Δε είναι δεδομένο ότι μπορεί να αναδείξει το μαθηματικό συλλογισμό των παιδιών ούτε ότι μπορεί να προκαλέσει τη γνωστική τους δραστηριότητα. Για παράδειγμα, αν ένα παιδί χρησιμοποιήσει τα pattern blocks για να πραγματοποιήσει μια κατασκευή, δεν είναι βέβαιο ότι οι ενέργειές του θα αποκτήσουν μαθηματικό νόημα, ότι οι δράσεις του θα οδηγήσουν στο επιδιωκόμενο μαθησιακό αποτέλεσμα και ότι θα αναδυθούν απλές ή σύνθετες στρατηγικές. Συχνά, η επιλογή και χρήση εκπαιδευτικών υλικών, για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών, γίνεται χωρίς σχεδιασμό κυρίως από συνήθεια και η διαχείρισή τους ακολουθεί μια ρουτίνα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, τα παιδιά μαθαίνουν να χειρίζονται τα υλικά με προκαθορισμένο τρόπο και δεν μπορούν να κατανοήσουν τη μαθηματική δομή που εμπλέκεται στη διαδικασία του χειρισμού τους. Άλλες φορές, οι δράσεις με το υλικό είναι τελείως ελεύθερες, χωρίς δομή και έτσι δεν μπορούν να αποτελέσουν μαθησιακή δραστηριότητα εφόσον δεν υπάρχουν κίνητρα για δράση και καθορισμένοι στόχοι. Στις περιπτώσεις αυτές το υλικό δε γίνεται εργαλείο στα χέρια των παιδιών, αλλά παραμένει ένα τεχνούργημα προς χρήση, με αποτέλεσμα να μην μπορούν τα παιδιά να συνδέσουν τη δράση τους με το υλικό με τη μαθηματική έννοια και άρα να

οδηγηθούν στην κατανόηση.

Η πλαισίωση του εκπαιδευτικού υλικού από δραστηριότητες οι οποίες θα προκύπτουν από καταστάσεις προβληματισμού που θα έχουν νόημα για τα παιδιά της συγκεκριμένης τάξης και η πραγματοποίηση των δραστηριοτήτων αυτών, με βάση τις αρχές της κριτικής και δημιουργικής μαθηματικής εκπαίδευσης, μπορεί να συμβάλλει στην ενίσχυση της θετικής σχέσης μεταξύ υλικού και μάθησης. Η κριτική μαθηματική εκπαίδευση σκοπό έχει να προετοιμάσει την κριτική συμμετοχή των μαθητών στην κοινωνία καλλιεργώντας την ικανότητά τους να διαπραγματεύονται ποικίλα ζητήματα (πολιτικά, οικονομικά, περιβαλλοντικά κλπ) τα οποία υποστηρίζονται από τα μαθηματικά. Η δημιουργική προοπτική συμβάλλει στην ανεξαρτησία και στην αυτονομία του ατόμου, καθώς και στην ικανότητα αντιμετώπισης καινούριων καταστάσεων (Craft, 2002).

Άλλοι παράγοντες που διαμορφώνουν τη θετική σχέση μεταξύ υλικού και μάθησης είναι: Α) η επίγνωση των μαθητών/ριών ότι υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ του υλικού και της μαθηματικής έννοιας που διδάσκεται και ότι σχετίζονται τα επιμέρους στοιχεία του υλικού με στοιχεία της έννοιας, καθώς και Β) η ικανότητα των μαθητών/ριών να μετασχηματίζουν τις δράσεις τους με το υλικό σε εικονιστικές και νοητικές διεργασίες κατασκευής της μαθηματικής έννοιας. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσα από την παρότρυνση των παιδιών, πέρα από το χειρισμό των υλικών, να συλλογίζονται στις ενέργειές τους, να τις σχηματοποιούν, να τις περιγράφουν (Moyer, 2001) και να τις επικοινωνούν ώστε να επιτύχουν βαθύτερη κατανόηση. Η περιγραφή θα εστιάζει στην παρουσίαση των δράσεων, στην εξήγηση των αναδυόμενων στρατηγικών και αποτελεσμάτων, καθώς και στην τεκμηριωμένη αιτιολόγηση της δράσης. Η επικοινωνία δε θα περιορίζεται στην προφορική και γραπτή έκφραση, αλλά και σε άλλες πολυτροπικές μορφές. Ως αποτέλεσμα της μεταφοράς της δράσης του μαθητή από τις εμπειρικές μαθηματικές οντότητες στις εικονιστικές και τις αφηρημένες μέσα από την οργάνωση των πληροφοριών, τις κατάλληλες συσχετίσεις, συνδέσεις και γενικεύσεις θα προκύψει και η μάθηση.

Συμπερασματικά

Τα εκπαιδευτικά υλικά μπορούν να γίνουν χρήσιμα εργαλεία για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών εννοιών αρκεί η ένταξή τους στη μαθηματική εκπαίδευση να γίνεται μέσω σχεδιασμού. Η σχεδιασμένη ένταξη του υλικού στη διδακτική/μαθησιακή διαδικασία και η ενορχήστρωση του τρόπου χρήσης του από τον/ην εκπαιδευτικό δημιουργεί τη βάση για την υποστήριξη από μέρους του/ης των μαθηματικών κατασκευών των παιδιών, καθώς και τη συν-κατασκευή και συν-επαλήθευση της γνώσης από τα παιδιά. Η καλή γνώση των ιδιομοτητήτων και των μαθηματικών ιδεών που αναδύονται από το κάθε υλικό, καθώς και των συνδέσεων που μπορούν να γίνουν μεταξύ των αναπαραστάσεων για τον εντοπισμό της μαθηματικής ιδέας, η δημιουργία γενικεύσεων και η σταδιακή μετακίνηση στην αφηρημένη σκέψη και στα μαθηματικά σύμβολα, είναι στοιχεία απαραίτητα για την ανάδειξη της δυναμικής του εκπαιδευτικού υλικού για τη μάθηση των μαθηματικών. Είναι λοιπόν απαραίτητο να επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί πολύ προσεκτικά ποιο υλικό, πώς, πότε και γιατί θα το χρησιμοποιήσουν, εξασφαλίζοντας τις συνθήκες για τη μετατροπή του από τεχνούργημα σε εργαλείο στα χέρια των παιδιών, μέσα από καταστάσεις προβληματισμού, με διδακτικούς/μαθησιακούς στόχους, οι οποίες να προωθούν δράσεις με υλικό, αλλά και χωρίς υλικό.

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- Ahmed, A., Clark-Jeavons, A. & Oldknow, A. (2004). How can teaching aids improve the quality of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 56 (2-3): 313-328.
- Barone, M. & Taylor, L. (1996). Peer tutoring with mathematics manipulatives: A practical guide. *Teaching Children Mathematics*, 3 (1): 8-15.
- Cass, M., Cates, D., Smith, M. & Jackson, C. (2003). Effects of manipulative instruction on solving area and perimeter problems by students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18 (2): 112-120.

- Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 461-555). Information Age Publishing, USA.
- Craft, A. (2002). *Creativity and early years education*. London: Continuum.
- Hannibal, M.-A.(1999). Young children's developing understanding of geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 5 (6): 353-357.
- Hasegawa, J. (1997). Concept formation of triangles and quadrilaterals in the second grade. *Educational Studies in Mathematics*, 32 (2): 157-179.
- Hill, J. (1987). *Geometry for grades K-6 readings from the Arithmetic Teacher*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
- Jacobs, R. V. & Kusiak, J. (2006). Got tools? Exploring children's use of mathematics tools during problem solving. *Teaching Children Mathematics*, 12 (9): 470-477.
- Κόζα, Μ. & Σκουμπουρδή, Χ. (2012). Διδακτικές και μεθοδολογικές προσεγγίσεις για τα μαθηματικά των τυφλών παιδιών. 29^ο Συνέδριο ΕΜΕ: Μαθηματικά: Θεωρία – Πράξη και Προεκτάσεις, 343-352, Καλαμάτα.
- Manfreda Kolar, V. & Hodnik Čadež, T. (2010). Didactic material as a mediator between physical manipulation and thought processes in learning mathematics. In B. Maj, E. Swoboda & K. Tatsis (eds.), *Motivation Via Natural Differentiation in Mathematics*, (pp. 342-353). Poland: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.
- Marsh, L. & Cooke, N. (1996). The effects of using manipulatives in teaching math problem solving to students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 11 (1): 58-65.

- Meira, L. (1998). Making sense of instructional devices: The emergence of transparency in mathematical activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2): 121-142.
- Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education*, 20 (6): 507-528.
- Moyer, P. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47 (2): 175-197.
- Nunes, T. (2012). *Η διδασκαλία των μαθηματικών σε κωφά παιδιά*. Εκδόσεις Επίκεντρο
- Π.Σ.Ν.: *Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου* (2011). Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Αθήνα
- Parada, S.-E., Sacristán, A.-I. (2010). Teacher's reflections on the use of instruments in their mathematics lessons: A case-study. In M. Pinto & T. Kawasaki (ed.), *PME 34* (Vol. 4, pp. 25-32). Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics* (pp. 76-88), (pp. 12-31 & 60-87). London and New York: Routledge.
- Σδρόλιας, Κ. (2005). «Θέλω να δείχνω και όχι να λέω»: Η συμβολή του χειραπτικού υλικού σε παιδιά με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στη σχολική τάξη των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου. Στο Χ. Κυνηγός (επιμ.), *1ο Συνέδριο ΕΝΕΔΙΜ: Η διδακτική μαθηματικών ως πεδίο έρευνας στην κοινωνία της γνώσης* (σελ. 352-361), Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2008). Σχεδιασμός εικονογραφημένου βιβλίου για την προσέγγιση των σχημάτων από νήπια. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.), *7ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών: Το βιβλίο στη διδασκαλία των μαθηματικών* (σελ. 321-332). Εκδόσεις Publish City, Θεσσαλονίκη.

- Σκουμπουρδή, Χ. (2012). Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών. Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα.
- Skoumpourdi, C. (2013). Guess which. Shapes descriptions by toddlers. *CIEAEM 65*. Torino. (CD-ROM)
- Σκουμπουρδή, Χ. & Καφούση, Σ. (2009). Ο Όσκαρ και η Λίζα συζητούν με νήπια για τα σχήματα. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 156: 125-135.
- Σκουμπουρδή, Χ. & Κωσσοπούλου, Α. (2011). Ο γεωπίνακας ως εργαλείο για την κατασκευή σχημάτων από νήπια. Στο Μ. Καλδρυμίδου & Ξ. Βαμβακούση (επιμ.), *4ο Συνέδριο ΕΝΕΔΙΜ: Η τάξη ως πεδίο ανάπτυξης της μαθηματικής δραστηριότητας* (σελ. 441-448), Ιωάννινα. (CD-ROM)
- Skoumpourdi, C. & Μπακοπούλου, Ι. (2011). 'The Prints': a picture book for pre-formal geometry. *Early Childhood Education Journal*, 39, 197-206.
- Σταθοπούλου, Χ., Σκουμπουρδή, Χ. & Καφούση, Σ. (2008). Η διδασκαλία των μαθηματικών σε πολυγλωσσικές τάξεις: ανατρέποντας τις κοινωνικές ανισότητες. Στο Χ. Γκόβαρης (επιμ.), *Διαπολιτισμικό σχολείο - Ζητήματα διδασκαλίας και μάθησης* (σελ. 132-147). Εκδόσεις Ατραπός, Αθήνα.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press Inc.
- Varol, F. & Farram, D. (2006). Early mathematical growth: how to support young children's mathematical development. *Early Childhood Education*, 33 (6): 381-387.
- Χρονάκη, Α. & Δημουλά, Μ. (2005). Ίδια και Διαφορετικά: Κατανόηση της έννοιας του τριγώνου από παιδιά πρώτης δημοτικού. Στο Χ. Κυνηγός (επιμ.), *1ο Συνέδριο ΕΝΕΔΙΜ: Η διδακτική μαθηματικών ως πεδίο έρευνας στην κοινωνία της γνώσης* (σελ. 259-268), Αθήνα.

- Yin, H.-S. (2003). Young children's concept of shape: van Hiele visualization level of geometric thinking. *The Mathematics Educator*, 7 (2): 71-85.
- Zbiek, R., Heid, M., Blume, G. & Dick, T. (2007). Research on technology in mathematics education. In F. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 1169-1207). USA: Information Age Publishing.

kara@aegean.gr

[λευκή σελίδα]

**Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ
ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ.
ΑΠΟ ΤΙΣ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ :
ΣΥΓΚΛΙΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ**

Μαρία Σφυρόερα

Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗ ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο πλαίσιο των σύγχρονων αντιλήψεων για τη μάθηση, η προσέγγιση των μαθηματικών στην προσχολική ηλικία εστιάζει κυρίως στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και στην κατανόηση της κοινωνικής διάστασης των μαθηματικών, ενώ η οικοδόμηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων προτείνεται να γίνεται με τρόπο έμμεσο, μέσα δηλαδή από δράσεις και παιχνίδια (αυθόρμητα και οργανωμένα) που ενεργοποιούν, επεκτείνουν και συστηματοποιούν τις πρώτες μαθηματικές εμπειρίες των παιδιών. Με βάση τα παραπάνω, η προσέγγιση των μαθηματικών στο Νηπιαγωγείο συναντά την προσέγγιση του γραπτού λόγου, εφόσον κι εκεί η εστίαση βρίσκεται στην κοινωνική διάσταση και στην ανάδυση και συστηματοποίηση γνώσεων και δεξιοτήτων που τα παιδιά «κουβαλούν στις αποσκευές τους» μέσα από την κοινωνική τους εμπειρία.

Μια σειρά από έρευνες που αφορούν την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών και τη συγκρότηση της επαγγελματικής τους ταυτότητας έχουν καταδείξει ότι οι εκπαιδευτικοί επηρεάζονται σε μεγάλο βαθμό ως προς τις πρακτικές που υιοθετούν από τη δική τους βιωμένη εμπειρία ως μαθητές (Hascher, Cocard & Moser, 2007). Αυτό συχνά έχει ως αποτέλεσμα την υιοθέτηση εκπαιδευτικών πρακτικών

που αποκλίνουν από τις σύγχρονες προσεγγίσεις για τη μάθηση, παρόλο που οι τελευταίες στο επίπεδο της διατύπωσης από την πλευρά των εκπαιδευτικών μοιάζουν αποδεκτές.

Σε σχέση με την προσέγγιση των μαθηματικών, από έρευνες προκύπτει ότι τα μαθηματικά αντιμετωπίζονται συχνά, ακόμη και στο επίπεδο της προσχολικής εκπαίδευσης, σαν ένα κλειστό σύστημα γνώσεων που αποκτώνται συσσωρευτικά μέσα από δομημένες ιεραρχικά διαδικασίες (Markovits, 2011). Η αρνητική στάση απέναντι στα μαθηματικά και η χαμηλή αυτοπεποίθηση των εκπαιδευτικών σε σχέση με τη δική τους ικανότητα διαπραγμάτευσης της μαθηματικής σκέψης («το άγχος των μαθηματικών») οδηγεί στην ανάγκη μιας προσέγγισης περισσότερο προσανατολισμένης στη «μαθηματική γνώση» (γνώση αριθμών, αριθμητικών συμβόλων, σχημάτων κλπ) και λιγότερο στην ίδια τη μαθηματική σκέψη ως διαδικασία επίλυσης προβλημάτων (Lee & Ginsburg, 2009). Βέβαια, με βάση έρευνες, στο πλαίσιο των παρανοήσεων που αφορούν τη μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία συμπεριλαμβάνεται –σε αντιδιαστολή με την παραπάνω- και η πεποίθηση ότι τα μαθηματικά στο Νηπιαγωγείο δεν αποτελούν ξεχωριστό γνωστικό αντικείμενο και ότι ένα πλούσιο μαθησιακά περιβάλλον και η αυτονομία των παιδιών να χειριστούν συγκεκριμένα αντικείμενα χωρίς τη διαμεσολάβηση του εκπαιδευτικού μπορούν να οδηγήσουν στην συγκρότηση μαθηματικής γνώσης (Lee & Ginsburg, 2009). Κατά συνέπεια, μέσα από την ερμηνεία ή /και παρερμηνεία των σύγχρονων διδακτικών προσεγγίσεων, μοιάζει να φτιάχνεται ένα δίπολο εκπαιδευτικών πρακτικών στη μια μεριά του οποίου βρίσκεται η απόλυτα συστηματοποιημένη γνώση που μεταβιβάζεται μέσω μιας συσσωρευτικής διαδικασίας και στην άλλη η πεποίθηση ότι η συγκρότηση της μαθηματικής γνώσης στην προσχολική ηλικία είναι αποτέλεσμα μιας αλληλεπιδραστικής διαδικασίας που αναπτύσσεται στο πλαίσιο του παιχνιδιού ανάμεσα σε συνομηλίκους και ενισχύεται από την ύπαρξη ενός περιβάλλοντος, τα υλικά του οποίου οδηγούν τα παιδιά αυθόρμητα σε μαθηματικές ενασχολήσεις.

Παράλληλα, από την πλευρά των εκπαιδευτικών, διατυπώνεται συχνά η πεποίθηση ότι η γλώσσα και η επαφή με τον γραπτό λόγο αποτελούν πιο κεντρικά αντικείμενα στο χώρο του νηπιαγωγείου, με

αποτέλεσμα να εστιάζουν συστηματικότερα σε αυτά και να τους αφιερώνουν σημαντικό διδακτικό χρόνο εις βάρος των μαθηματικών. Η πρακτική αυτή ενέχει και έναν τεχνητό διαχωρισμό ανάμεσα στη μαθηματική σκέψη και τη μαθηματική γλώσσα (Duncan et al. 2007), ενώ παράλληλα αντιτίθεται στην ολιστική αντίληψη περί γραμματισμού.

Στόχος της παρούσας έρευνας που διεξήχθη με μικρό δείγμα εκπαιδευτικών παιδιών προσχολικής ηλικίας είναι να συμβάλει στη συζήτηση σχετικά με τη αντιμετώπιση της μαθηματικής εκπαίδευσης στο Νηπιαγωγείο και να οδηγήσει σε προβληματισμούς σχετικά με τη δυνατότητα δημιουργίας «ρήξεων» και μετακινήσεων στις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών παιδιών προσχολικής ηλικίας για την μαθηματική εκπαίδευση και με την συγκρότηση ενδιάμεσων πρακτικών «διαμεσολαβημένης μάθησης».

Τα αποτελέσματα της έρευνας αναδεικνύουν αρχικά αρκετές αποκλίσεις ανάμεσα στις σύγχρονες προσεγγίσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης στο νηπιαγωγείο, όπως αυτές προτείνονται από την έρευνα και τη σχετική βιβλιογραφία, αλλά και εμφανίζονται στον λόγο των εκπαιδευτικών, και στις επιλογές και πρακτικές τις οποίες δηλώνουν ότι υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί του δείγματος, κάτι που δεν συμβαίνει με τον ίδιο τρόπο στο χώρο της γλώσσας και του γραμματισμού, στον οποίο θεωρία και δηλωθείσες πρακτικές μοιάζει να παρουσιάζουν περισσότερες συγκλίσεις. Μια πρώτη απόπειρα ερμηνείας αυτής της απόστασης μας οδηγεί όχι μόνο στη σχέση των ίδιων των εκπαιδευτικών με τη μαθηματική εκπαίδευση και στον τρόπο με τον οποίο την προσλαμβάνουν, αλλά και στη γενικότερη συζήτηση στο χώρο της διδακτικής όσον αφορά τις γνώσεις και τις δεξιότητες, τον τρόπο με τον οποίο αυτές ιεραρχούνται στο πλαίσιο των διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων αλλά και το κατά πόσο μοιάζει να επηρεάζουν ακόμη και σήμερα το κύρος του εκπαιδευτικού έργου.

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- Duncan G. J (et als). (2007) “School readiness and later achievement” in *Developmental Psychology*, 43 (6), 1428-1446.
- Hascher, T., Cocard, Y. & Moser, P. (2007) “Forget about theory-practice is all? Student teachers’ learning in practicum”, in *Teachers and Teaching: theory and practice*, 10(6), 623-637.
- Lee J. S & Ginsburg H., (2009) “Early Childhood teachers’ misconceptions about mathematics education for young children in the United States”, in *Australasian Journal of Early Childhood*, 34 (4), 37-45.
- Markovits Z. (2011), “Beliefs hold by pre-school prospective teachers toward mathematics and its teaching”, in *Procedia Social and Behavioral Sciences* 11, 117-121.
- Parks A. N (et als), 2012. “Overly Scripted: Exploring the Impact of a Scripted Literacy Curriculum on a Preschool Teacher's Instructional Practices in Mathematics”, in *Journal of Research in Childhood Education*, 26: 308-324, 2012.

msfyroera@ecd.uoa.gr

ΟΙ ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Στέλιος Παπακωνσταντίνου

Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα Μαθηματικά, ως επιστήμη, κοινωνική πρακτική και σχολικό μάθημα, βιώνονται από τα άτομα μέσω ερμηνευτικών σχημάτων. Τα σχήματα αυτά υποδέχονται την πραγματικότητα. Πρόκειται για μια ενεργή διαδικασία συναντίληψης : το άτομο μορφοποιεί την πραγματικότητα και αυτή με τη σειρά επιδρά στις πεποιθήσεις των κοινωνικών υποκειμένων. Οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών προσχολικής αγωγής για την, κατά Ernest, Εικόνα των Μαθηματικών εξετάζονται στα πλαίσια των, κατά Gilly, Αναπαραστάσεων του Πλαισίου. Ένα ερωτηματολόγιο για 100 νηπιαγωγούς και μια ημι-δομημένη συνέντευξη για 10 από αυτούς διερεύνησε τη σχέση (ή την απουσία σχέσης) των Μαθηματικών με τη μνήμη, τη λογική και τη διαίσθηση, τα παραγόμενα παιδικά ή ενήλικα συναισθήματα, τις ποιοτικά διαφοροποιημένες διδασκαλίες, τη θέση της παιδικής εμπειρίας, του ενήλικου ενθουσιασμού, των χειρισμών και των εναλλακτικών λύσεων. Οι συμμετέχοντες στην έρευνα εντάχθηκαν στους Τεχνοκράτες, Δημοκρατικούς ή Ριζοσπαστικούς Εκπαιδευτικούς με κομβικό σημείο την υπεροχή της χρηστικότητας των Μαθηματικών ή την υιοθέτηση ενός λόγου συνειδητά ενταγμένου στις συνιστώσες μιας κοινωνικής ποικιλομορφίας.

Εισαγωγή

Ολοένα και περισσότερο οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών αποτελούν πεδίο μελέτης κάθε γνωστικού αντικειμένου. Ορισμένες από τις πεποιθήσεις απαντώνται με μια ευδιάκριτη συχνότητα ενώ άλλες αναδεικνύονται ανάλογα με το εύρος που επιλέγει να μελετήσει κάθε έρευνα. Ωστόσο, η άκριτη αποδοχή αυτών των εκφρασμένων πεποιθήσεων αποτελεί ερευνητικό σφάλμα, καθώς οι εκπαιδευτικοί, όπως και κάθε διακριτή ομάδα, ενδιαφέρεται για την εξασφάλιση της ομοιομορφίας της.

Η ανάγκη αυτή για ομοιομορφία αποδίδεται σε κοινούς στόχους, επαγγελματικά συμφέροντα, αντίστοιχες ανασφάλειες και με όρους της κοινωνικής ψυχολογίας επιτρέπει τον σαφή καθορισμό του 'εαυτού' και των 'άλλων' ως κοινωνικά υποκείμενα.

Ακόμη όμως κι αυτή η ανάγκη δεν είναι απόλυτα συνειδητή. Κάθε νηπιαγωγός με την ιδιότητα του εκπαιδευτικού, του υπαλλήλου, του συνδικαλιστικά τοποθετημένου, του επιστήμονα-παιδαγωγού και ευρύτερα του πολίτη, μέσω ενός προσωπικού πλέγματος πεποιθήσεων αναπαριστά την κοινωνική πραγματικότητα. Πρόκειται για μια 'πραγματικότητα' εικόνων του κόσμου, εικόνων όμως που είναι πραγματικές αφού έτσι βιώνονται.

Οι αναπαραστάσεις αυτές είναι κοινωνικές- διαδραστικές. Η κοινωνία (στην ευρύτητά της) ή η κοινωνική, επαγγελματική, επιστημονική κ.ά. ομάδα ένταξης τροφοδοτεί τα μέλη της με ένα πλήθος κοινά αποδεκτών (και ως τέτοιων ιδιαίτερα ισχυρών) πεποιθήσεων, ενώ τα άτομα έχουν την ευχέρεια να τις τοποθετήσουν στο κέντρο ή στην περιφέρεια των ευρύτερων κοινωνικών τους αναπαραστάσεων. Αυτή η ευχέρεια αναγκάζει τον ερευνητή να επανεξετάζει κάθε προσωρινά εκφρασμένη πεποίθηση, καθώς δε λείπουν οι εκπλήξεις.

Η κοινωνία, λοιπόν, παράγει αναπαραστάσεις και επηρεάζεται από αυτές μέσω των διαδικασιών της αντικειμενοποίησης, της φυσικοποίησης και της επικέντρωσης. Με την αντικειμενοποίηση, η έννοια των Μαθηματικών γίνεται εικόνα των Μαθηματικών. Πρόκειται για μια μετάβαση από τη γνώση των ειδικών στην κοινή γνώμη. Με τη φυσικοποίηση, η εικόνα επιχειρεί να εξηγήσει τα φαινόμενα. Πρόκειται για τη μετάβαση από την έννοια στην επικοινωνία (λεκτική

ή μη). Όμως η έννοια (ή καλύτερα η εικόνα της) γίνεται χρήσιμη (εκμεταλλεύσιμη) μόνο όταν ενσωματώνεται σε ένα οικείο πλαίσιο προγενέστερων εννοιών μέσω της επικέντρωσης. Η τελευταία άρει κάθε επικοινωνιακό εμπόδιο² αν και συχνά οι προγενέστερες πληροφορίες είναι ισχυρότερες από τις υποδεχόμενες.

Οι νηπιαγωγοί, ως δομημένη ομάδα, έχουν κοινωνικές αναπαραστάσεις που συγκλίνουν. Αυτές, θέτουν τα όρια της κοινωνικής τους ομάδας. Κατά αναλογία, η επιστήμη των Μαθηματικών γίνεται επιστήμη των εκπαιδευτικών (ή της κοινής γνώμης) - που τα εκλαμβάνουν θέτοντάς τα αντιμέτωπα με τις δικές τους εμπειρίες – και επαναπροσδιορίζονται πλέον τα ίδια ως επιστήμη.

Η έρευνα και το θεωρητικό της πλαίσιο

Οι πεποιθήσεις των Νηπιαγωγών διακρίνονται σε όλο το φάσμα της μαθηματικής εκπαίδευσης : στη θεσμοθετημένη εκπαίδευση, στα υποκείμενά της, στη μάθηση που δομείται ή προσλαμβάνεται, στο Αναλυτικό Πρόγραμμα που επιβάλλεται και στο Αναλυτικό Πρόγραμμα που τελικά εφαρμόζεται, στο Πρόγραμμα Σπουδών των φοιτητών και αλλού.

Η παρούσα έρευνα λοιπόν, αρχικά έλεγξε τις μαθηματικές πεποιθήσεων των νηπιαγωγών (στατική προσέγγιση) και στη συνέχεια μελέτησε το ρόλο των προσωπικών πεποιθήσεων στην παραγωγή μιας συγκεκριμένης λειτουργίας της σχολικής τάξης (δυναμική προσέγγιση).

Τα Μαθηματικά του σχολείου, διαμορφωμένα με όρους ιστορικούς, επιτρέπουν την ερμηνεία ευρύτερων κοινωνικών σχέσεων ή εστιασμένων εκπαιδευτικών επιλογών και πρακτικών. Η μελέτη της θέσης και του ρόλου των νηπιαγωγών, του εργασιακού, ακαδημαϊκού ή ευρύτερα κοινωνικού περιβάλλοντός τους, των πεποιθήσεων για άλλα κοινωνικά υποκείμενα (γονείς, μαθητές, φορείς), της επαγγελματικής αξιολόγησης, μιας προσδοκίας για αναμενόμενη μαθητική συμπεριφορά και επίδοση σε σχέση με το φύλο, την κοινωνική τάξη,

² Παπαστάμου, Στ. & Μαντόγλου, Α. (1995) (eds.) “Σύγχρονες Έρευνες στην Κοινωνική Ψυχολογία”, Αθήνα, Οδυσσέας.

τη φυλή, την κουλτούρα, ή τον πολιτισμό, της υλικοτεχνικής υποδομής του σχολείου, των εναλλακτικών διδακτικών τους παρεμβάσεων και του τρόπου που αντιλαμβάνονται τα Μαθηματικά ως επιστήμη, σχολικό μάθημα και κοινωνική πρακτική είναι αναγκαία για την παραγωγή ενός αφηγήματος που θα περιγράφει και θα αξιολογεί όσα συμβαίνουν εντός της νηπιακής τάξης κατά τη διάρκεια προσέγγισης των πρώτων μαθηματικών εννοιών.

Ερευνητικά προτάθηκε μια σύζευξη μεταξύ δύο διακριτών ερευνητικών περιοχών : των θεωρητικών συλλήψεων του *Paul Ernest* για τις μαθηματικές πεποιθήσεις των δασκάλων στα πλαίσια της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών και της ψυχολογικής ερευνητικής παράδοσης των κοινωνικών αναπαραστάσεων στα πλαίσια της Κοινωνικής Ψυχολογίας με κύριο εκφραστή τον *Serge Moscovici*.

Ο *Ernest* αναγνώρισε στις ιδεολογίες μια ισχυρή επίδραση στη μαθηματική διδακτική πράξη και στόχευσε στην ανάδειξη τόσο των ρητά δηλωμένων ιδεολογιών (ατομικών ή συλλογικών) όσο και των σιωπηρών συστημάτων πεποίθησης των δασκάλων. Οι ιδεολογίες του απέδιδαν στα Μαθηματικά έναν 'ωφελιμισμό' (εφαρμοσίμα Μαθηματικά), ή μια 'καθαρότητα' (νοητικά Μαθηματικά), ή έναν ριζοσπαστισμό (κοινωνιο-πολιτισμικά Μαθηματικά).

Για το *Moscovici*, κάθε δυναμική κοινωνική αναπαράσταση παράγεται εντός της κοινωνικής δράσης και επηρεάζεται από την κοινωνική δράση. Αποτελούν προϊόν αλλά και διαδικασία ανασύνταξης της πραγματικότητας από το άτομο. Το υποκείμενο αντιδρά στην αναπαριστώμενη - ιδιοποιημένη, δομημένη και μετασχηματισμένη - πραγματικότητα. Συμπεριφέρεται ανάλογα με τις αναπαραστάσεις των καταστάσεων και όχι με τις αντικειμενικές καταστάσεις.

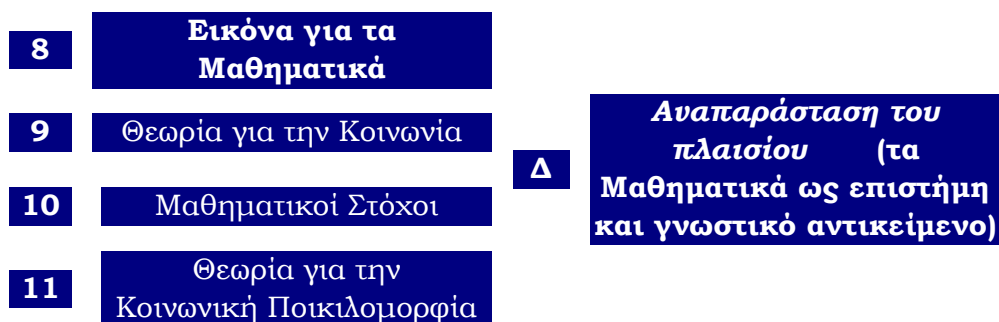
Στην παρούσα έρευνα, οι μαθηματικές αναπαραστάσεις εξαρτώνται από το γνωστικό αντικείμενο (Μαθηματικά), τον φορέα μετάδοσης της γνώσης (νηπιαγωγοί), τη μεταξύ τους σχέση και τη σκοπιμότητα της κατάστασης (διδασκαλία). Ερευνητικά ενδιαφέρει μόνο η αναπαράσταση που έχουν για το έργο αυτό.

Η ανάγκη παρατήρησης και σύγκρισης ατόμων (νηπιαγωγοί) που δρουν στα πλαίσια ομάδων, ιδεολογιών, κοινωνιο-πολιτισμικών αναφορών και νοοτροπιών, οδήγησε στην οργάνωση μιας έρευνας του

λόγου των υποκειμένων μέσω μιας αρχικής, ποσοτικής καταγραφής της κοινωνικής όψης των αναπαραστάσεων και μιας μετέπειτα ανάδειξης των πεποιθήσεων με ημι-δομημένες και ταυτόχρονα εστιασμένες συνεντεύξεις. Ως κοινωνιο-ψυχολογικός τύπος έρευνας, είναι κατάλληλος όταν το ενδιαφέρον εστιάζεται στις υποκειμενικές απαντήσεις των ερωτώμενων για μια βιωμένη κατάσταση.

**Σύζευξη δύο δομών
για τη μελέτη της κοινωνικής αναπαράστασης των
Μαθηματικών στους/στις νηπιαγωγούς**

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΙΔΕΟΛΟΓΙΕΣ ΚΑΤΑ ERNEST		ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΚΑΤΑ GILLY	
1	Ηθικές Αξίες	A	Αναπαράσταση του εαυτού (νηπιαγωγός)
2	Θεωρία για τη Μάθηση		
3	Θεωρία για τη Διδακτική	B	Αναπαράσταση της πράξης (διδασκαλία)
4	Θεωρία για τις Πηγές		
5	Θεωρία για την Αξιολόγηση		
6	Θεωρία για την Παιδικότητα	Γ	Αναπαράσταση του άλλου (νήπια, εκπαιδευτικοί, γονείς)
7	Θεωρία για την Ικανότητα		



Η μεθοδολογία απαιτούσε μια αξιόπιστη σύνδεση των *εκπαιδευτικών ιδεολογιών* του *Ernest* με τη *θεωρία των κοινωνικών αναπαραστάσεων* και αυτό να αποτυπώνεται στην έρευνα. Τα 24 ερωτήματα της συνέντευξης ταξινομήθηκαν στη βάση των 11 επιμέρους στοιχείων που κατά τον *Ernest* εμποτίζουν κάθε εκπαιδευτική ιδεολογία (πλην της 'Πολιτικής Ιδεολογίας') στη βάση των τεσσάρων 'συνθετών των αναπαραστάσεων' του *Gilly* (1980)³.

Ανάλυση ερωτηματολογίων

Στη συμπλήρωση ενός ερωτηματολογίου ανταποκρίθηκαν 100 νηπιαγωγοί, εκ των οποίων οι 96 είναι γυναίκες. Οι 7 στους/στις 10 υπερβαίνουν το 41^ο έτος της ηλικίας, δεν έχουν δεχτεί επιμόρφωση σχετική με τα Μαθηματικά, εργάζονται σε 2/θέσια ολόημερα Νηπιαγωγεία και διδάσκουν σε περισσότερους από 21 μαθητές, -τριες. Η διδακτική τους εμπειρία κατανέμεται ομοιόμορφα μεταξύ των 12 και των 30 νηπιαγωγών ανά κατηγορία. Τέλος, οι σπουδές τους περιλαμβάνουν την τεταρτοετή φοίτηση σε Τμήμα Νηπιαγωγών (56%), τη διετή φοίτηση σε Σχολή Νηπιαγωγών (46%), την παρακολούθηση Προγράμματος Εξομοίωσης Πτυχίου (29%), τη φοίτηση σε Διδασκαλείο (41%) και την παρακολούθηση Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών (11%).

³ Σύμφωνα με τον *Gilly*, κάθε συμπεριφορά (ατομική ή ομαδική), γνωστική διαδικασία και σχέση (μεταξύ ατόμων ή ομάδων) καθορίζεται από την αναπαράσταση του εαυτού, και των άλλων, της πράξης και του πλαισίου της.

Σε ένα αρχικό στάδιο του ερωτηματολογίου κλήθηκαν να χαρακτηρίσουν ως *αληθείς* ή *ψευδείς* 10 προτάσεις οι οποίες εμφανίζονται συχνά σε συναφείς έρευνες. Δεδομένου ότι οι συμμετέχοντες νηπιαγωγοί ήταν 100, το πλήθος κάθε επιλογής στον παρακάτω Πίνακα αποτελεί και ποσοστό επί τοις 100.

ΑΛΗΘΗΣ	Προτάσεις Ενότητας Β-1	ΨΕΥΔΗΣ
81	Μερικοί άνθρωποι έχουν μαθηματικό μυαλό.	19
55	Τα Μαθηματικά απαιτούν καλή μνήμη.	45
65	Πάντα υπάρχει ένας καλύτερος τρόπος για να λυθεί ένα μαθηματικό πρόβλημα.	35
27	Οι αγόρια είναι καλύτερα στα Μαθηματικά από τα κορίτσια.	73
56	Η λύση κάθε μαθηματικού προβλήματος είναι είτε «σωστή» είτε «λανθασμένη».	44
28	Οι μαθηματικοί λύνουν τα προβλήματα γρήγορα, με το νου.	72
8	Όσα παιδιά δυσκολεύονται στα Μαθηματικά, δεν έχουν μαθηματικό μυαλό.	92
77	Τα Μαθηματικά απαιτούν λογική και όχι διαίσθηση.	23
54	Τα Μαθηματικά είναι μια σειρά κανόνων που απομνημονεύονται και τηρούνται.	46

Συνοψίζοντας, θα λέγαμε ότι για μια επιτυχή ενασχόληση με τα Μαθηματικά απαιτείται ένα ‘μαθηματικό’ (81%) και ‘λογικό’ (77%) μυαλό. Ωστόσο, η όποια αδυναμία για γρήγορες λύσεις από τους επαγγελματίες μαθηματικούς (28%) ή η αντιμετώπιση δυσκολιών από τους μαθητές, -τριες (8%) αποδίδονται σιωπηρά σε άλλους παράγοντες πλην του φύλου (27%) και μάλλον της μνήμης (55%). Ίσως να οφείλεται στην πολλαπλότητα των μεθόδων λύσης (65%) ή στην έλλειψη σαφούς στάσης για την απολυτότητα των λύσεων (56%).

Κατά τη στατιστική ανάλυση των υπολοίπων τμημάτων του ερωτηματολογίου πραγματοποιήθηκε έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας για τη συσχέτιση συναφών πεποιθήσεων ως προς τη διδακτική, τη μάθηση, την καθημερινότητα και τα ίδια τα Μαθηματικά ως επιστήμη.

Η πλειονότητα των νηπιαγωγών ΔΙΑΦΩΝΕΙ ταυτόχρονα με την ύπαρξη ‘*υψηλότερης απόδοσης στα αγόρια*’, και το χαρακτηρισμό των Μαθηματικών ως ‘*δύσκολα*’ ή ‘*ασαφή*’. Ωστόσο, η υιοθέτηση μιας ‘*υψηλότερης απόδοσης από τα αγόρια*’ αντιστρέφει τα ποσοστά της ΑΛΗΘΟΥΣ και ΨΕΥΔΟΥΣ επιλογής για τη ‘*δυσκολία*’ των Μαθηματικών.

Είναι υψηλό το ποσοστό όσων πιστεύουν στην ‘*απολυτότητα των μαθηματικών λύσεων*’ και τη συνδέουν με τη ‘*λογική και όχι τη διαίσθηση*’ (91,1%). Η απόρριψη της ‘*απολυτότητας των μαθηματικών λύσεων*’ ισορροπεί τα ποσοστά της ΑΛΗΘΟΥΣ (59,1%) και ΨΕΥΔΟΥΣ (40,9%) επιλογής για την αναγκαία (ή μη αναγκαία) παρουσία της ‘*λογικής*’ κατά την ενασχόληση με μαθηματικές δραστηριότητες.

Όμοια, είναι υψηλό το ποσοστό των νηπιαγωγών που πιστεύει στην ‘*απολυτότητα των μαθηματικών λύσεων*’ και τη συνδέουν με την ‘*απομνημόνευση μαθηματικών κανόνων*’ (76,8%). Όμως, η απόρριψη της ‘*απολυτότητας των μαθηματικών λύσεων*’ αντιστρέφει τα ποσοστά της ΑΛΗΘΟΥΣ (25%) και ΨΕΥΔΟΥΣ (75%) επιλογής για την αναγκαία (ή μη αναγκαία) ‘*απομνημόνευση των μαθηματικών κανόνων*’.

Οι νηπιαγωγοί, αποδέχονται ταυτόχρονα την παρουσία της ‘*λογικής*’ και της ‘*μνήμης*’. Αντίστοιχα, η απόρριψη της σχέσης λογικής και

Μαθηματικών, οδηγεί σε απόρριψη και της αναγκαιότητας απομνημόνευσης μαθηματικών κανόνων.

Ένα σημαντικό ποσοστό συμμετεχόντων (~ 40%) αναγνωρίζει μια *‘υψηλότερη απόδοση των αγοριών’* και ταυτόχρονα βιώνει κάποια *‘νευρικότητα’* όταν εμπλέκεται σε μαθηματικές δραστηριότητες. Όταν δεν αναγνωρίζεται η παραπάνω ικανότητα, δε βιώνεται σε υψηλό ποσοστό (~ 70%) και η αντίστοιχη *‘νευρικότητα’*.

Αντίστοιχα, ένα σημαντικό ποσοστό συμμετεχόντων (~ 50%) αναγνωρίζει ταυτόχρονα μια *‘υψηλότερη απόδοση των αγοριών’* και ένα υψηλό βαθμό *‘δυσκολίας’* στα Μαθηματικά. Όταν δεν αναγνωρίζεται η παραπάνω ικανότητα, σε υψηλό ποσοστό (~ 70%) δεν αναγνωρίζεται και η αντίστοιχη *‘δυσκολία’*.

Τέλος, οι νηπιαγωγοί δεν πιστεύουν στη *‘μαθηματική ικανότητα’* όταν πρόκειται για τους μαθητές τους αλλά αποδέχονται τα Μαθηματικά ως *‘λογική’* διεργασία προσεγγίσιμη από όλους.

Ανάλυση συνεντεύξεων

Οι συμμετέχοντες κλήθηκαν να απαντήσουν στο ερώτημα *‘τι σημαίνουν τα Μαθηματικά, ως επιστήμη, για σένα’*. Οι τέσσερις (4/10) συμπεριέλαβαν στο λόγο τους την *ικανότητα* εκ των οποίων οι δύο (2/4) συμπεριέλαβαν ταυτόχρονα την *κοινωνία* και ο ένας (1/4) τη *μάθηση*. Επίσης, ένας συμπεριέλαβε την *κοινωνική ποικιλομορφία* και ένας τη *μάθηση*.

	... της Πράξης	... του άλλου	Αναπαράσταση του Πλαισίου		
πλήθος	Θεωρία για τη Μάθηση	Θεωρία για την Ικανότητα	Εικόνα για τα Μαθηματικά	Θεωρία για την Κοινωνία	Θεωρία για την Κοινωνική Ποικιλομορφία
4			✓		

2		✓	✓	✓	
1			✓		✓
1	✓	✓	✓		
1	✓		✓		
1		✓	✓		

Δεδομένου ότι στο θεωρητικό πλαίσιο αυτής της έρευνας, επικοινωνήσαν *Εκπαιδευτικές Ιδεολογίες* με *Κοινωνικές Αναπαραστάσεις*, η κατά Ernest ‘Θεωρία των Μαθηματικών’ συνδυάστηκε με την κατά Gilly ‘Αναπαράσταση του Πλαισίου’ (στην περίπτωση αυτή το πλαίσιο είναι η επιστήμη των Μαθηματικών) και οι πέντε συμμετέχοντες στις συνεντεύξεις συνδύασαν την ‘Αναπαράσταση του Πλαισίου’ με την ‘Αναπαράσταση της πράξης ή/και την ‘Αναπαράσταση του άλλου’ (5/10). Οι υπόλοιποι πέντε εκφράστηκαν αποκλειστικά εντός της ‘Αναπαράστασης του Πλαισίου’. Τέλος, δεν επιλέχτηκε από τους/τις συμμετέχοντες, -ουσες η ‘Αναπαράσταση του Εαυτού’.

πλήθος	Αναπαράσταση της Πράξης	Αναπαράσταση του Άλλου	Αναπαράσταση του Πλαισίου
5			✓
3		✓	✓
1	✓	✓	✓
1	✓		✓

Από τους συμμετέχοντες που απάντησαν αποκλειστικά για τα *Μαθηματικά*, οι δύο εντάχθηκαν στους Τεχνοκράτες Εκπαιδευτικούς (2/4) και οι υπόλοιποι σε μια κύρια ομάδα εκπαιδευτικών κατά Ernest (Δημοκρατικοί Εκπαιδευτικοί) και σε μία δεύτερη στην οποία έτειναν αλλά δεν ανήκαν (Παραδοσιακοί Εκπαιδευτικοί)⁴.

Όσοι συνδύασαν τα *μαθηματικά* με την *ικανότητα* και την *κοινωνία*, εντάχθηκαν στους Δημοκρατικούς Εκπαιδευτικούς (2/2).

Η συμμετέχουσα που συνδύασε τα *μαθηματικά* και τη *μάθηση* εντάχθηκε σε μια κύρια ομάδα εκπαιδευτικών κατά Ernest (Τεχνοκράτες Εκπαιδευτικοί) καθώς και σε μία δεύτερη στην οποία έτεινε αλλά δεν ανήκε (Δημοκρατικοί Εκπαιδευτικοί). Η συμμετέχουσα που συνδύασε ένα λόγο για τα *μαθηματικά* και την *ικανότητα* εντάχθηκε στους Τεχνοκράτες Εκπαιδευτικούς. Η συμμετέχουσα που συνδύασε ένα λόγο για τα *μαθηματικά*, τη *μάθηση* και την *ικανότητα* εντάχθηκε στους Δημοκρατικούς Εκπαιδευτικούς. Τέλος, η συμμετέχουσα που αναφέρθηκε στα *μαθηματικά* και στην *κοινωνική ποικιλομορφία* εντάχθηκε επίσης σε μια κύρια ομάδα εκπαιδευτικών κατά Ernest (Δημοκρατικοί Εκπαιδευτικοί) καθώς και σε μία δεύτερη στην οποία έτεινε αλλά δεν ανήκε (Ριζοσπαστικοί Εκπαιδευτικοί).

Αναλυτικά, οι ομάδες ένταξης (1η) και οι ομάδες τάσης (2η) ήταν οι εξής :

Πλήθος	Τεχνοκράτες Εκπαιδευτικοί	Δημοκρατικοί Εκπαιδευτικοί	Ριζοσπαστικοί Εκπαιδευτικοί
3	1η		
5		1η	
1	1η	2η	
1		1η	2η

⁴ Η ομάδα αυτή δεν εντάχθηκε στην ανάλυση της παρούσας έρευνας.

Οι **Τεχνοκράτες εκπαιδευτικοί** συνήθως δεν εκφέρουν ένα λόγο σχετικό με τη μαθηματική επιστήμη. Έτσι, αναφέρονται στη χρηστική πλευρά των καθημερινών συναλλαγών και τα σχολικά μαθηματικά. Πρόκειται για εφαρμόσιμα και αδιαμφισβήτητα μαθηματικά ενός κόσμου που κυριαρχείται από τους αριθμούς, τις πράξεις και τα εμπειρικά προβλήματα.

Όταν όμως μιλούν για τα Μαθηματικά ως επιστήμη, τα θεωρούν απόλυτα, αποτέλεσμα ανακάλυψης, ένα σώμα γνώσης κατάλληλο για τους ειδικούς : *‘... ως μάθημα είναι κάτι που το μαθαίνεις κι έχει μόνο έναν τρόπο’*.

Ταυτόχρονα τα Μαθηματικά ορίζουν την εξυπνάδα, την ικανότητα και την πρόοδο. Η πρόοδος και η δημιουργία νοούνται ως ατομικές επιτεύξεις βιολογικά προικισμένων, χωρίς όμως να ακυρώνεται η ανάγκη ύπαρξης ενός υποστηρικτικού περιβάλλοντος. Τα άτομα αυτά διαχέουν τη χρήσιμη μαθηματική γνώση η οποία όμως δεν προκαλεί διαδικασίες κοινωνικών μεταβολών. Το κοινωνικό περιβάλλον δε συμμετέχει στην παραγωγή της γνώσης.

Ο λόγος τους είναι αποσπασματικός, σύντομος και μη κατεργασμένος. Απουσιάζουν τα ρήματα, ενώ παραθέτονται ουσιαστικά όπως *‘μυαλό’*, *‘ευστροφία’* και *‘εξυπνάδα’*.

Οι πεποιθήσεις εκφράζονται με τροπικότητες βεβαιότητας και γενίκευσης και δεν επιδέχονται αμφισβήτησης, ενώ ο λόγος τους συνοδεύεται από γέλια αμηχανίας.

Για τους **Δημοκρατικούς εκπαιδευτικούς** τα Μαθηματικά αποτελούν ένα σώμα τέλειας, αρμονικής, και σταθερής γνώσης. Ως τέτοια θέτουν τον άνθρωπο στο επίκεντρο και ευνοούν την ατομική εμπλοκή, αν και αποτελούν επικοινωνιακή και χρηστική λειτουργία μεταξύ προσώπων. Η κοινωνία δε μετέχει της παραγωγής της γνώσης και τα μαθηματικά δεν αμφισβητούν κατ’ ανάγκη της δομής της. Η κοινωνία απλά ορίζει χωρικά τη χρησιμότητά τους που περιλαμβάνει βέβαια και τη μελέτη των κοινωνικών ζητημάτων.

Πρόκειται για ένα νοητικό παιχνίδι και γι’ αυτό απαιτούνται κατάλληλα, έξυπνα και έμφυτα μυαλά που θα τα εξελίσουν. Ταυτόχρονα, τα οφέλη τους δεν περιορίζονται στις οικονομικές συναλλαγές, αλλά διαχέονται σε κάθε τομέα.

Ο λόγος τους δομείται γύρω από φράσεις όπως *‘λογική σκέψη’* ή *‘ο κόσμος είναι φτιαγμένος με ακρίβεια’*. Ως τέτοιοι είναι και ασφαλής και προβλέψιμος. Τα μαθηματικά ως απόλυτα ακυρώνουν την ανάγκη ύπαρξης κάθε τι εναλλακτικού.

Ο λόγους τους είναι βιωματικός, συναισθηματικά φορτισμένος από την προσωπική τους εμπλοκή με τα Μαθηματικά στα χρόνια της παιδικότητας : *‘Δεν, δεν έχω καθόλου καλή σχέση με όλο αυτό το κεφάλαιο. [...] Παρόλο αυτά εγώ σαν άτομο ... πολύ κακές σχέσεις’*. Το αρχικό γέλιο αμηχανίας δεν αναστέλλει την έκφραση αυτής της μη-σχέσης.

Τελικά οι συμμετέχουσες εκφέρουν ένα λόγο χωρίς αμφιταλαντεύσεις, με τροπικότητες βεβαιότητας, ένα λόγο που δεν αφήνει περιθώρια αμφισβήτησης εκ μέρους του ερευνητή. Ταυτόχρονα είναι ενταγμένος στο πλαίσιο του κυρίαρχου επαγγελματικού λόγου. Ένα λόγο που προσπαθεί να αποκαταστήσει μια αρνητική σχέση με τα Μαθηματικά, όταν έχουν ήδη εντάξει τον εαυτό τους στις μαθηματικά μη-ικανές. Έτσι, παρεμβαίνουν στη μελλοντική ανάλυση του λόγου τους από τον ερευνητή.

Η μαθηματική γνώση είναι δύσκολα προσεγγίσιμη και απαιτεί μια έμφυτη ικανότητα. Η διδακτική δεν είναι αρκετή για να μυήσει το σύνολο των παιδιών και γι’ αυτό παρατηρούνται διαφορετικά επίπεδα ανταπόκρισης.

Το μαθηματικό περιεχόμενο είναι κυρίαρχο και θα πρέπει να συνεκτιμηθεί με μια επίτευξη απόλυτα ατομική. Η πεποίθηση αυτή δοκιμάζει τη συνείδηση μιας συμμετέχουσας καθώς η διδακτική της στοχεύει στο σύνολο των μαθητών. Η ανθρωπιστική πλευρά των Μαθηματικών βρίσκεται παντού, ο μαθητής ως άλλος αντιμετωπίζεται ισότιμα : *‘Θα μπορούσε ενδεχομένως να είναι κάτι το οποίο απευθύνεται βέβαια με τον ίδιο τρόπο σε όλους και ενδεχομένως θα μπορούσε να γίνεται και αποδεκτό σε ένα βαθμό από όλους τους μαθητές. Έτσι, αυτό που ονομάζω ότι διδάσκω κάτι, προσπαθώ να περάσω κάτι που έχει μια μαθηματικά αρχή σε όλα τα παιδιά’*. Ωστόσο, οι μαθητές ευνοούνται ή απογοητεύονται καθώς δεν εκκινούν ισότιμα και προβλέπονται μελλοντικοί αποκλεισμοί.

Σε ένα ρώτημα για την έννοια των μαθηματικής επιστήμης, κανένας συμμετέχοντας δεν εντάχθηκε στους **Ριζοσπαστικούς εκπαιδευτικούς**.

Συμπεράσματα

Στην παρούσα διερεύνηση των Μαθηματικών οι νηπιαγωγοί συμμετέχουν με τις ιδιότητες των παιδαγωγών-επιστημόνων, των εκπαιδευτικών και των εργαζομένων και εκφέρουν ένα ανάλογο είδος λόγου. Επειδή για αρκετούς η απάντηση δεν κρίνεται κατεργασμένη και μάλλον αιφνιδιάζονται από την επιστημολογική της αφετηρία του ερωτήματος, εκφέρουν ένα λόγο εκπαιδευτικό ή επαγγελματικό και όχι επιστημονικό. Πάντα όμως διακρίνεται ένας λόγος παιδοκεντρικός και συνειδησιακός-ηθικός. Έτσι, υιοθετείται η χρησιμότητα των μαθηματικών και η ατομικά καθορισμένη επίτευξη κάποιων προικισμένων.

Η παρούσα έρευνα των πεποιθήσεων για τα 'Μαθηματικά' στα πλαίσια μιας 'αναπαράστασης για το πλαίσιο' αποτελεί τμήμα μιας ευρύτερης διερεύνησης των πεποιθήσεων και ως μια 'αναπαράσταση του εαυτού', μια 'αναπαράσταση της πράξης' και μια 'αναπαράσταση του άλλου'. Η ανάλυση του λόγου τους έδειξε ότι οι νηπιαγωγοί εντάσσονται σε μια ομάδα ή μετακινούνται προς μια δεύτερη που αποτελεί τάση και όχι σαφή ένταξη.

Έτσι ο ένας στους τέσσερις Τεχνοκράτες τείνει προς τους Δημοκρατικούς Εκπαιδευτικούς ενώ οι δύο στους έξι Δημοκρατικούς Εκπαιδευτικούς τείνουν προς τους Παραδοσιακούς Εκπαιδευτικούς και ο ένας στους έξι προς τους Ριζοσπαστικούς Εκπαιδευτικούς.

Γενικότερα, παρατηρείται ότι ο λόγος των Δημοκρατικών Εκπαιδευτικών εντάσσει συνήθως και άλλη κατά Ernest θεωρία (4/6), εκ των οποίων οι τρεις συμπεριλαμβάνουν άλλες δύο θεωρίες (3/4). Ωστόσο, όσοι εκκινούν από τους Τεχνοκράτες Εκπαιδευτικούς, εντάσσουν στο λόγο τους μία θεωρία (2/4) ή καμία θεωρία (2/4).

Ο μοναδικός νηπιαγωγός που μιλά για την *κοινωνική ποικιλομορφία*, τείνει προς τους Ριζοσπαστικούς Εκπαιδευτικούς. Χαρακτηριστικό επίσης είναι ότι η δεύτερη συχνότερη θεωρία που επιλέγεται είναι της

αξιολόγησης. Έτσι εξηγείται η συχνή νομιμοποίηση της πιστοποιημένης γνώσης από πολλούς νηπιαγωγούς, είτε εντάσσονται στους Τεχνοκράτες είτε εντάσσονται στους Δημοκρατικούς Εκπαιδευτικούς.

Οι ταξινομήσεις αυτές δείχνουν ότι όταν οι νηπιαγωγοί επιλέγουν έναν χρηστικό λόγο και ταυτόχρονα παιδοκεντρικό λόγο. Ως επιστήμη, τα μαθηματικά ανακαλύπτονται ώστε να εφαρμοστούν από τους έξυπνους, που εκμεταλλεύονται την έμφυτη ικανότητά τους, προς όφελος της κοινωνίας. Ως σχολικό μάθημα όμως αφορά όλους τους μαθητές γιατί, για λόγους ηθικούς, οι νηπιαγωγοί δεν μπορούν να απορρίψουν κάποιους.

Βιβλιογραφία

- Edley, N., “Unravelling Social Constructionism” Theory & Psychology, Sage Publications, vol. 11(3): 433-441 10959-3543(2001.06)
- Ernest, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education. Studies in Mathematics Education*, Bristol, Falmer Press
- Ernest, P. (1989a) “The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics”, in P. Ernest (ed.) *Mathematics Teaching: The Stage of the Art*, London, Falmer Press, 249-254
- Gomez-Chacon, I. M, “Affective influence in the knowledge of Mathematics” Educational Studies in Mathematics, 43: 149-168, 2000.
- Gorgorió, N. & Abreu. G. de (2009) “Social representations as mediators of practice in mathematics classrooms with immigrant students”, Educ Stud Math, 72: 61-76
- Handal, B. (2003) “Teachers’ Mathematical Beliefs: A Review”, *The Mathematics Educator*, Vol. 13, No. 2, 47-57
- Joon Sun Lee, “Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States”, Australasian Journal of Early Childhood – Volume 34, No 4, December 2009, pp. 37-45.

- Kress, G.,(2003) “Γλωσσικές Διαδικασίες σε Κοινωνιοπολιτισμική Πρακτική”, Αθήνα, Σαββάλας
- Phillips, L. & Jorgensen W. M. (2009), “Ανάλυση Λόγου – Θεωρία και Μέθοδος”, Αθήνα, Παπαζήσης
- Pepin, B., “Epistimologies, Beliefs and Conceptions of Mathematics Teaching and Learning: the Theory, and What is Manifested in Mathematics Teachers’ Work in England, France and Germany“, TNTEE Lisbon Conference, May 1999
- Zacharos, K., Koliopoulos, D., Dokimaki, M. & Kassoumi, H., “Views of Prospective early childhood education teachers, towards mathematics and its instruction”, *European Journal of Teacher Education*, Vol. 30, No. 3, August 2007, pp. 305-318.
- Wetherell, M. (2005) (eds.) “Ταυτότητες, Ομάδες και Κοινωνικά Ζητήματα” Αθήνα, Μεταίχμιο
- Δοξιάδης Κύρκος (2008), “Ανάλυση Λόγου - Κοινωνιο-φιλοσοφική θεμελίωση”, Αθήνα, Πλέθρον
- Κατερέλος, Δ. Γιάννης (2003) (ed.) “Δυναμική των Κοινωνικών Αναπαραστάσεων”, Αθήνα, Οδυσσέας
- Παπαστάμου, Στ. & Μαντόγλου, Α. (1995) (eds.) “Σύγχρονες Έρευνες στην Κοινωνική Ψυχολογία”, Αθήνα, Οδυσσέας

pstelcm@otenet.gr

ΟΙ Α-ΓΩΝΙΕΣ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΕΧΝΗ Η ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΟΠΤΙΚΗ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΕΝΗΛΙΚΩΝ

Ελένη Γιαννακοπούλου

Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση παρουσιάζονται στοιχεία και σχολιάζονται οι επικρατούσες πρακτικές επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών από την οπτική των αναλύσεων και των αρχών της εκπαίδευσης ενηλίκων. Με την παραδοχή, ότι η πλειονότητα των εκπαιδευτικών της προσχολικής και της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης έχει αρνητικές σχέσεις με τα μαθηματικά διατυπώνεται μια πρόταση, η οποία μπορεί να αποτελέσει αφετηρία για την αναθεώρηση των απόψεων των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά και εκτίθενται στοιχεία από μια πειραματική εφαρμογή της. Η πρόταση αυτή αξιοποιεί την αισθητική εμπειρία σε μια διεργασία μετασχηματισμού αντιλήψεων των ενηλίκων με στόχο τη μάθηση με βάση την θέση ότι η συστηματική παρατήρηση έργων τέχνης υποκινεί νοητικές διεργασίες, που με κατάλληλη καθοδήγηση μπορούν να οδηγήσουν στον κριτικό στοχασμό προκειμένου να διευκολύνουν την επίτευξη αντιστοιχών στόχων. Η τεχνική αυτή εκτίθεται στην εισήγηση αυτή χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα την έννοια του κύκλου η οποία παρά τα φαινόμενα αποτελεί μια από τις πιο σύνθετες αλλά και αρχικές έννοιες της γεωμετρίας.

Η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών: μερικές ερευνητικές διαπιστώσεις.

Σύμφωνα με θεωρητικές αναλύσεις και ερευνητικές διαπιστώσεις, οι επιμορφωτικές ανάγκες των εκπαιδευτικών εξελίσσονται και μετασχηματίζονται κατά την διάρκεια της επαγγελματικής τους σταδιοδρομίας, σε συνάρτηση με τα ατομικά τους χαρακτηριστικά, το εργασιακό τους περιβάλλον και τις εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις. Η εκπαιδευτική εμπειρία είναι από τους βασικούς παράγοντες που καθορίζουν την προσωπική, αλλά και την επαγγελματική, πορεία των εκπαιδευτικών. Παράλληλα, τόσο το θεσμικό πλαίσιο του εκπαιδευτικού συστήματος, όσο και το κοινωνικο-οικονομικό περιβάλλον διαμορφώνουν τις εργασιακές συνθήκες των εκπαιδευτικών μέσα σε ένα ζωντανό και σε διαρκή μεταβολή κόσμο.

Η επιμόρφωση, είτε ως πρόθεση, είτε ως προϋπόθεση, εμφανίζεται με ιδιαίτερη ένταση τα τελευταία χρόνια και κατά περίπτωση συνδέεται με τη «δια βίου μάθηση» και με την «αναβάθμιση» του εκπαιδευτικού μας συστήματος και συμψηφίζεται στο έργο του εκπαιδευτικού. Στις περισσότερες αναλύσεις η επιμόρφωση αντιμετωπίζεται έμμεσα και αναφέρεται ως επιμορφωτική ανάγκη των εκπαιδευτικών, χωρίς να ορίζεται με σαφήνεια η σχέση της με συναφείς έννοιες ή να προσδιορίζονται με ακρίβεια οι συνιστώσες της. Σπάνια δε αναφέρονται οι στόχοι που επιδιώκει να καλύψει ή το πότε ότι μια επιμορφωτική διαδικασία θεωρείται επιτυχώς ολοκληρωμένη.

Από τα ευρήματα μιας εμπειρικής έρευνας επισκόπησης, που συμμετείχα ως ερευνήτρια (ΟΕΠΕΚ, 2007), με στόχο να καταγράψει τις επιμορφωτικές ανάγκες των εκπαιδευτικών της προσχολικής και πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, προκύπτει ότι περίπου το 80% των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα είχαν παρακολουθήσει για παραπάνω από 100 ώρες, περισσότερα του ενός σεμινάρια, εκτός της εισαγωγικής, επιμόρφωσης. Η διαπίστωση αυτή σημαίνει καταδεικνύει, ότι η πλειονότητα των εκπαιδευτικών έχουν όχι μόνον πολύχρονη εκπαιδευτική εμπειρία, αλλά και σημαντική συμμετοχή σε μεγάλο εύρος επιμορφωτικών συναντήσεων (Γιαννακοπούλου &, Χατζηγιάννη, 2009). Μελετώντας τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών στα επιμέρους ερωτήματα της έρευνας αυτής και τα αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων της, συμπεραίνουμε ότι αν και

πρόκειται για προγράμματα εκπαίδευσης ενηλίκων, τόσο από το σχεδιασμό όσο και από την υλοποίηση τους απουσιάζουν οι πρακτικές εκπαίδευσης ενηλίκων.

Αν επεκτείνουμε την εξέταση στο σύνολο των διαθέσιμων στοιχείων για τα προγράμματα αυτά, στα οποία συμμετέχουν εν ενεργεία εκπαιδευτικοί, παρόλη τη μεγάλη ποικιλία τους σε μορφές, τύπους, διάρκεια κλπ, διαπιστώνουμε ότι τα διατρέχει ένα κοινό χαρακτηριστικό: δεν φαίνεται να λαμβάνουν υπόψη τους τον πληθυσμό στόχο που αποτελείται από ενήλικα άτομα με επιστημονική και επαγγελματική εμπειρία. Δηλαδή, αγνοούν την πιο σημαντική διάσταση κάθε εκπαιδευτικής δραστηριότητας ενηλίκων: τα βασικά χαρακτηριστικά των εκπαιδευομένων, τις ανάγκες, τις προσδοκίες και τις προθέσεις τους. Από την οπτική της εκπαίδευσης ενηλίκων, οι εκπαιδευόμενοι είναι άτομα με πολλαπλές οικογενειακές υποχρεώσεις, με επαγγελματικές εμπειρίες και επιστημονικές γνώσεις. Ως εκ τούτου, ο σχεδιασμός κάθε θεματικού ή ευρύτερου προγράμματος, ανεξαρτήτως περιεχομένου, επιδιώκει αξιοποιώντας τις ήδη υπάρχουσες «ιδιότητες» τους (ικανότητες ή αδυναμίες, γνώσεις ή απορίες και εμπειρίες ή ελλείψεις, πεποιθήσεις ή διαθέσεις) να τους εμπλουτίσει με νέες, ώστε να ανταποκριθούν στις προκλήσεις του εκπαιδευτικού και στις εξελίξεις του επιστημονικού τους χώρου. Στην έρευνα, στην οποία γίνεται αναφορά στην παρούσα εργασία, καταγράφεται με ιδιαίτερη έμφαση η αρνητική αποτίμηση των μεθόδων διδασκαλίας που ακολουθούν στη πλειονότητα τους τα επιμορφωτικά σεμινάρια. Δηλαδή, επικρατεί σε αυτά η αναπαραγωγή του παραδοσιακού τύπου εκπαίδευσης, τόσο στις τεχνικές και στα μέσα διδασκαλίας, όσο και στην επιλογή του περιεχομένου ή στις σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ επιμορφωτών και εκπαιδευτικών. Πρόκειται για σχολικού τύπου «συναντήσεις» με παραλλαγές ή απομιμήσεις του «δασκαλοκεντρικού μοντέλου», όπου σε αυτές απλά το ρόλο του «μαθητή» παίζουν οι εκπαιδευτικοί. Ουσιαστικά, οι εισηγητές-ομιλητές αναλαμβάνουν το ρόλο του «ειδικού» και διαμεσολαβούν τη μεταφορά γνώσεων σε ανθρώπους «χωρίς ιδιότητες», ενώ απουσιάζει η επικοινωνία, η ανταλλαγή απόψεων και επικυριαρχεί, αν και μεταλλαγμένο, το κλίμα της σχολικής τάξης. Επομένως, δεν προξενεί απορία το χαμηλό επίπεδο ικανοποίησης που καταγράφεται στις δηλώσεις των εκπαιδευτικών της έρευνας, όσον

άφορά στην συμβολή των επιμορφωτικών σεμιναρίων στην επαγγελματική τους βελτίωση και στην επιστημονική τους ανάπτυξη. Επιπλέον, είναι ερμηνεύσιμη, στο πλαίσιο αυτό, η δήλωση που διατυπώνεται ως απάντηση σε αντίστοιχη ερώτηση, ότι δηλαδή θεωρούν ως σημαντικότερο όφελος από τα σεμινάρια τη δυνατότητα επικοινωνίας και το διάλογο με τους συναδέλφους τους για όλα τα ζητήματα της εκπαιδευτικής καθημερινότητας, μια ευκαιρία που αξιοποιούν στο περιθώριο των επιμορφωτικών συναντήσεων τους αν και δεν προβλέπεται από το πρόγραμμα.

Το γεγονός αυτό, αποτελεί την πρώτη από τις διαστάσεις του προβληματισμού που αναπτύσσεται στο κείμενο αυτό. Ενώ, δηλαδή, γνωρίζουμε, ότι μεταξύ άλλων, παράγοντες όπως οι εμπειρίες, οι προσδοκίες, οι δεσμεύσεις και τα συναισθήματα των ενηλίκων εκπαιδευομένων συγκροτούν τον κοινό παρανομαστή σε όλες τις θεωρητικές προσεγγίσεις της εκπαίδευσης ενηλίκων, διαπιστώνουμε ότι οι παράγοντες αυτοί, αν δεν αγνοούνται, υποβαθμίζονται τόσο σε επίπεδο σχεδιασμού, όσο και σε επίπεδο υλοποίησης προγραμμάτων επιμόρφωσης εκπαιδευτικών. Οπότε, η αντιμετώπιση των συμμετεχόντων ως ενηλίκων σε κάθε μορφής εκπαιδευτικές δραστηριότητες στις οποίες συμμετέχουν, συνιστά μια πολύ σημαντική και κοινά αποδεκτή παράμετρο που δεν μπορεί να αγνοείται προκειμένου να διασφαλιστεί η ενεργητική συμμετοχή τους. Με άλλα λόγια, η ενσωμάτωση στο σχεδιασμό όλων των βασικών στοιχείων που αναλύουν οι αντίστοιχες θεωρίες μάθησης ενηλίκων αποτελούν κριτήριο επιτυχίας τους και διαμορφώνουν τους όρους για την αποτελεσματικότητά τους. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να διευκρινιστεί ότι η διατύπωση μιας συνολικότερης κριτικής για πολλά από τα επιμέρους στοιχεία αυτών των επιμορφωτικών δραστηριοτήτων, όπως η προετοιμασία, ο σχεδιασμός η συνθήκες υλοποίησης, η οργάνωση, το περιεχόμενο, η αποτελεσματικότητα, η επιλογή των εισηγητών κλπ, ξεπερνάει το στόχο της παρούσας εισήγησης.

Η σχέση των ενηλίκων με τα μαθηματικά και ο «φαύλος» κύκλος.

Από το σύνολο, επομένως, των θεμάτων, που σχετίζονται ή αναφέρονται στην επιμόρφωση των εκπαιδευτικών επιλέγουμε να θέσουμε ένα επιμέρους ζήτημα, το οποίο τίθεται με μεγάλη συχνότητα και επιμονή από τους εκπαιδευτικούς ως πολύ καθοριστικό και σημαντικό. Το θέμα στο οποίο εστιάζεται ο προβληματισμός μας είναι οι επιμορφωτικές δραστηριότητες που σχετίζονται με τα «μαθηματικά» στην προσχολική και πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Το θέμα των «μαθηματικών» αποτελεί εύλογα ένα από τα βασικά, αλλά και διαχρονικά θέματα συζητήσεων και προβληματισμού των εκπαιδευτικών για πολλούς και ποικίλους λόγους. Πρώτα από όλα, επειδή τα μαθηματικά ως μαθησιακό αντικείμενο διατρέχουν τα αναλυτικά προγράμματα από την προσχολική μέχρι το τέλος της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και σε πολλές περιπτώσεις της τριτοβάθμιας. Επιπλέον τα μαθηματικά παίζουν καθοριστικό ρόλο στη σχολική διαδρομή των μαθητών αφού έχουν πρωταγωνιστικό ρόλο στις εξεταστικές δοκιμασίες και αποτελούν κριτήριο των εκπαιδευτικών επιλογών τους.

Τέλος, ένας ακόμα λόγος που να ασχολούμαστε με την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών της προσχολικής και πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά, είναι γιατί η πιο συχνή ερώτηση των μαθητών στο σχολείο είναι «γιατί κάνουμε μαθηματικά;» Ερώτηση, που διατυπώνεται σε διάφορες παραλλαγές και απαντιέται δύσκολα, κυρίως στις περιπτώσεις που υποκρύπτει «κακή σχέση» και από την απάντηση της εξαρτώνται πολλά για τους μαθητές μας. Παράλληλα, μια άλλη συνήθης ερώτηση ακολουθεί συχνά την προηγούμενη: «Τι τα θέλουμε τα μαθηματικά;» Μια ερώτηση που ακόμα και στις περιπτώσεις που διατυπώνεται ως καλοπροαίρετη απορία, οφείλουμε ως εκπαιδευτικοί να απαντάμε έστω και χωρίς πληρότητα.

Τα μαθηματικά, είναι ένας τρόπος να βλέπουμε τον κόσμο, από τους πιο διαδεδομένους στην εποχή μας, επομένως, ανεξάρτητα από προσωπικές εκτιμήσεις και προτιμήσεις δεν μπορούμε να αποκλείσουμε τα παιδιά από αυτό το προνόμιο και να μην τα εφοδιάσουμε με αυτό το «εργαλείο». Φυσικά, δεν είναι ούτε ο μοναδικός τρόπος, ούτε αποκλειστικά ο καλύτερος. Όμως, το γεγονός ότι στις Δυτικές κοινωνίες είναι ένας από τους επικρατέστερος,

ερμηνεύει από μια οπτική την ανάδειξη τους σε ρυθμιστή πολλών ατομικών διαδρομών και κοινωνικών εξελίξεων. Λίγες φορές, οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης καλούνται να απαντήσουν σε αντίστοιχα ερωτήματα για άλλα μαθήματα του δημοτικού σχολείου. Πολλές, όμως, είναι οι φορές που βρίσκονται αντιμέτωποι με διαχωρισμούς των μαθητών τους σε καλούς και κακούς με βάση την σχέση τους με τα μαθηματικά η οποία σε κάποιες περιπτώσεις συνοδεύεται με στερεοτυπικές εξισώσεις του τύπου έξυπνος μαθητής=μαθηματικό μυαλό!

Παράλληλα, πρέπει να επισημανθεί ότι τα μαθηματικά αποτελούν το «εύθραυστο» σημείο για αρκετούς εκπαιδευτικούς της προσχολικής και πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, είτε γιατί είναι αδύνατη μια συνολική θεώρηση του αναλυτικού προγράμματος και μια αντίστοιχη διαχείριση του συνόλου των μαθηματικών εννοιών που περιλαμβάνει στον διαθέσιμο σχολικό χρόνο, είτε γιατί θεωρούνται γενικά δύσκολα, δυσνόητα και αποφεύγονται, είτε γιατί είναι ψυχολογικά φορτισμένα με συναισθήματα φόβου και άγχους και παρακάμπτονται, είτε γιατί συνδέθηκαν με απογοήτευση και αποτυχία και απορρίπτονται, είτε γιατί έχουν δημιουργήσει αρνητικές σχέσεις υπό την επίδραση των σχολικών τους εμπειριών (Χασάπης, 2012).

Είναι δυνατόν επομένως να αξιοποιηθεί ένα ενδιαφέρον συμπέρασμα που έχει προκύψει στο πλαίσιο μιας άλλης έρευνας μας για τη σχέση των ενηλίκων με τα μαθηματικά και να συνυπολογίσουμε τη διαπίστωση ότι τα συναισθήματα για τα μαθηματικά «διδάσκονται» στο σχολείο και «μαθαίνονται» μέσα από το περιεχόμενο και τις πρακτικές διδασκαλίας των σχολικών μαθηματικών και στη συνέχεια παγιώνονται ως συστατικά στοιχεία του μαθηματικού αυτό-προσδιορισμού των ενηλίκων. Σύμφωνα, λοιπόν, με αυτή και άλλες συναφείς έρευνες, τα στοιχεία αυτά με τη σειρά τους διαχέονται σε όλες της ανθρώπινες δραστηριότητες της ενήλικης ζωής και δημιουργούν μια αίσθηση μαθηματικής ανεπάρκειας, η οποία προέρχεται από και οδηγεί σε αρνητικά συναισθήματα και επαναλαμβάνεται με κάθε ευκαιρία διευρύνοντας αυτόν τον «φαύλο» κύκλο. Αρνητικά συναισθήματα-νοητική ανεπάρκεια-αρνητική σχέση με τα μαθηματικά (Γιαννακοπούλου, 2013).

Οι σχετικές ερευνητικές αναλύσεις καταδεικνύουν ότι οι στάσεις, οι αντιλήψεις, αλλά και οι μαθησιακές εμπειρίες των εκπαιδευτικών της προσχολικής και της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης από τα μαθηματικά, τροποποιούνται δύσκολα ενώ επιπρόσθετα επηρεάζουν σε σημαντικό βαθμό τις στάσεις και τις αντιλήψεις και τις μαθησιακές εμπειρίες των μαθητών τους. Επομένως, επειδή ακριβώς οι εκπαιδευτικοί ως ενήλικοι δυσκολεύονται ή ακόμα αδυνατούν να κατανοήσουν και να υιοθετήσουν πρακτικές της μαθηματικής κοινότητας -αν έχουν αναπτύξει και διατηρούν αρνητικές σχέσεις με τα μαθηματικά- οι επιμορφωτικές δραστηριότητες θα μπορούσαν να εκκινούν από αυτό το πρόβλημα, επιδιώκοντας με κάθε τρόπο το σπάσιμο αυτού του «φαύλου» κύκλου δηλαδή, να εμποδίζουν την αναπαραγωγή και να ενθαρρύνουν την αναθεώρηση αυτής της σχέσης.

Οι διαπιστώσεις αυτές αποτελούν τη δεύτερη από τις βασικές διαστάσεις του προβληματισμού που γίνεται προσπάθεια να αναπτυχθεί στο κείμενο αυτό. Με βάση λοιπόν, αφενός ότι οι εκπαιδευτικοί που συμμετέχουν σε προγράμματα επιμόρφωσης είναι ενήλικοι με δεδομένες εμπειρίες και πεποιθήσεις και αφετέρου ότι τα μαθηματικά είναι ένα σημαντικό για την σχολική κοινότητα ζήτημα γύρω από το οποίο συμπυκνώνονται άγχη και φοβίες, χρειάζεται η άμβλυνση τους να περιλαμβάνεται στους διατυπωμένους στόχους των προγραμμάτων επιμόρφωσης.

Το εύλογο ερώτημα που ακολουθεί αυτούς τους συλλογισμούς σχετίζεται με προτάσεις για την ανάδυση και τον επαναπροσανατολισμό των αρνητικών σχέσεων αλλά και την ανατροπή παγιωμένων αντιλήψεων ή την απόρριψη στερεοτυπικών απόψεων που αποτελούν συνήθως κατάλοιπα των παραδοσιακών μορφών διδασκαλίας και της εικόνας για τα ίδια τα μαθηματικά. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι προφανής και μας τη δίνουν με ποικίλους τρόπους, τόσο θεωρίες για τη διδασκαλία και τη μάθηση των ενηλίκων όσο και σύγχρονες προσεγγίσεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών. Με δεδομένες τις θεωρητικές αυτές αναλύσεις, προκρίνονται ως κατάλληλες και επιλέγονται ως έγκυρες, εκείνες οι διδακτικές προσεγγίσεις που ενισχύουν την ενεργητική συμμετοχή, την επικοινωνία και την αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικών και εκπαιδευομένων. Για το λόγο αυτό, στην σχετική βιβλιογραφία

μεθοδολογίας εκπαίδευσης ενηλίκων εξέχουσα θέση έχουν οι λεγόμενες συμμετοχικές και βιωματικές εκπαιδευτικές τεχνικές και έτσι ενισχύονται οι ομαδικές και συνεργατικές μορφές διδασκαλίας. Βασικά κριτήρια επιτυχίας της επιλογής, της προετοιμασίας και της υλοποίησης κάθε παρόμοιας τεχνικής, εκτός από τον εκπαιδευτικό σκοπό του προγράμματος, την υφή του μαθησιακού αντικειμένου, το διαθέσιμο χρόνο, καθώς και τα διαθέσιμα εκπαιδευτικά μέσα, αποτελούν τα χαρακτηριστικά των εκπαιδευόμενων και οι ικανότητες του εκπαιδευτή.

Όλες οι προσεγγίσεις στην εκπαίδευση ενηλίκων αποδέχονται, ότι η επεξεργασία των επιστημονικών και επαγγελματικών εμπειριών των εκπαιδευομένων αποτελεί σημείο αρχικής διαπραγμάτευσης και παράλληλα υπογραμμίζουν με ξεχωριστή έμφαση το ρόλο της προθέσεων και των διαθέσεων σε κάθε τυπική ή άτυπη μορφή μάθησης. Η αποκατάσταση μιας συμβατής σχέσης ανάμεσα στο «δεν θέλω να μάθω» και στο «δεν μπορώ να μάθω» αποτελεί επίδικο που κρίνει την έκβαση κάθε μαθησιακής απόπειρας. Στην εκπαίδευση ενηλίκων υπάρχει ένα πλούτος από ποικίλες δοκιμασμένες καλές πρακτικές, όπου κοινό μυστικό για την επιτυχημένη εφαρμογή τους είναι η απόκλιση τους από της «παραδοσιακές» εκπαιδευτικές τεχνικές. Όσο λιγότερο θυμίζει «παραδοσιακό δάσκαλο» ο εκπαιδευτής ενηλίκων και όσο περισσότερο απομακρυσμένος είναι από το τυπικό σχολικό μάθημα, τόσο αυξάνει τις πιθανότητες να πετύχει μια αποτελεσματική και εποικοδομητική επιμορφωτική παρέμβαση. Στο επίκεντρο μιας καλής πρακτικής στην εκπαίδευση ενηλίκων βρίσκονται η υποκίνηση κριτικής σκέψης, ο αναστοχασμός και ο δημιουργικός διάλογος, που μέσα από συνειδητές δεσμεύσεις και εκούσιες επιλογές οδηγεί σε θετική σχέση με νέες γνώσεις, ανοίγει τους ορίζοντες της σκέψης και διευρύνει τις δυνατότητες ερμηνείας και χειρισμού φαινομένων και καταστάσεων της πραγματικότητας.

Ο ενήλικος εκπαιδευόμενος δεν μαθαίνει γιατί «πρέπει», αλλά γιατί «χρειάζεται» να μάθει κάτι που έχει διαπιστώσει ήδη ότι είναι απαραίτητο στη βελτίωση της δουλειάς του ή σημαντικό στην προσωπική του ανάπτυξη. Εν τούτοις, με την έννοια αυτή, η «αξία» της απόφασης του να «μάθει» κάτι που αγνοεί ή η ανθεκτικότητα της πρόθεσης του να βελτιώσει κάτι στο οποίο έχει ελλείψεις και η

ολοκλήρωση της προσπάθειας του να κατανοήσει νέα φαινόμενα που παρουσιάζονται, είναι δυνατό να «μετρηθούν» και να αποτιμηθούν θετικά, μόνο με τη συμβολή τους στην επίλυση των προβλημάτων και την χρησιμότητά τους στην απάντηση των ερωτημάτων που τον απασχολούν.

Σύμφωνα δε, με τις κριτικές θεωρίες εκπαίδευσης ενηλίκων που αναπτύχθηκαν και αναπτύσσονται, στο επίκεντρο του ακαδημαϊκού διαλόγου βρίσκεται η κατανόηση του τρόπου που σχηματίζονται παραδοχές, συνήθειες και απόψεις και ο μετασχηματισμός της σχέσης εμπειρίας-νοήματος-δράσης με την ενεργοποίηση του συναισθήματος, της φαντασίας και της επικοινωνιακής αλληλεπίδρασης όλων των μελών της εκπαιδευόμενης ομάδας. Ιδιαίτερα, με την υιοθέτηση της οπτικής της μετασχηματίζουσας μάθησης για την εκπαίδευση ενηλίκων τοποθετείται στο προσκήνιο της επιμορφωτικής διαδικασίας η αλλαγή του πλαισίου αναφοράς (νοητικές συνήθειες και απόψεις), και συνδέεται με λειτουργίες επανεξέτασης συναισθημάτων, σκέψεων και δράσεων. (Mezirow, 2007, Λιτζέρης, 2009). Από τις προσπάθειες εφαρμογής των αναλύσεων αυτών στην εκπαίδευση ενηλίκων έχει αναπτυχθεί πληθώρα διδακτικών μεθόδων, εκπαιδευτικών πρακτικών και καινοτόμων δράσεων που στοχεύουν στην ενίσχυση του κριτικού στοχασμού και στην επανεξέταση και αναθεώρηση του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο βιώνονται οι εμπειρίες των εκπαιδευομένων (Mezirow, 2007). Ωστόσο, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η διδακτική τους αξιοποίηση σε συγκεκριμένα αντικείμενα ή πεδία γνώσης, όπως είναι για παράδειγμα τα μαθηματικά, δεν είναι εύκολη, αν και το γεγονός αυτό, τις καθιστά μια πρόκληση.

Μια παρέμβαση για τον αναστοχασμό των εννοιών του κύκλου μέσα από την αισθητική εμπειρία.

Τα τελευταία χρόνια στη διεθνή, αλλά και στην ελληνική βιβλιογραφία, εμφανίζονται θεωρητικές αναλύσεις και ερευνητικές εργασίες, οι οποίες εφαρμόζουν διδακτικές τεχνικές που βασίζονται στην θέση ότι η συστηματική παρατήρηση έργων τέχνης υποκινεί νοητικές διεργασίες, που με κατάλληλη καθοδήγηση μπορούν να οδηγήσουν στον κριτικό στοχασμό προκειμένου να διευκολύνουν την επίτευξη αντίστοιχων διδακτικών στόχων. Συνθέτοντας διάφορες

προσεγγίσεις για την αξιοποίηση της αισθητικής εμπειρίας σε μια διεργασία μετασχηματισμού αντιλήψεων των ενηλίκων με στόχο τη μάθηση, ο Κόκκος (2010, 2011) ανέπτυξε μια μέθοδο την οποία αποκαλεί «Μετασχηματίζουσα Μάθηση μέσα από την Αισθητική Εμπειρία», στοιχεία της οποίας αξιοποιήθηκαν και στην πρόταση που θα εκτεθεί συνοπτικά στη συνέχεια. Μια εκπαιδευτική δραστηριότητα που βασίζεται στη μέθοδο αυτή οργανώνεται, σχεδιάζεται και εξελίσσεται με διαδοχικά βήματα, ενώ ως πρωταρχικό στόχο της εκπαιδευτικής συνάντησης θέτει την ανάδειξη, την αναθεώρηση και τον μετασχηματισμό των αρνητικών σχέσεων, που θα αποτελέσουν πιθανά εμπόδια στην επιμόρφωση των ενηλίκων σε ένα θέμα ή ένα τομέα γνώσης όπως στη προκειμένη περίπτωση των εκπαιδευτικών προσχολικής και πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά.

Η επιλογή της μεθοδολογικής αυτής προσέγγισης σχετίζεται με την διαπίστωση που προαναφέρθηκε, ότι οι εκπαιδευτικοί της προσχολικής και της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης μεταφέρουν στις εκπαιδευτικές τους δραστηριότητες αντιλήψεις και πρακτικές, οι οποίες προέρχονται από τις σχολικές κυρίως εμπειρίες τους. Παράλληλα, η μεθοδολογική αυτή προσέγγιση εμπλουτίζεται από στοιχεία της θεωρίας του Vygotsky και των κοινωνικο-πολιτισμικών προσεγγίσεων για το κοινωνικό χαρακτήρα της μάθησης, τον μετασχηματισμό των αυθόρμητων σε επιστημονικές έννοιες και τις διαδικασίες της μάθησης, καθώς και για την διδασκαλία ως μύηση στις ιστορικά αναπτυγμένες και πολιτισμικά καθιερωμένες κοινωνικές πρακτικές, μια από τις οποίες είναι και τα μαθηματικά (Vygotsky, 1988, 1997).

Αξιοποιούμε, επομένως, στην πρόταση που διατυπώνουμε εδώ, έργα τέχνης, όπως πίνακες ζωγραφικής, για να υποκινήσουμε την ανάδειξη «αυθόρμητων» εννοιών, ενώ στη συνέχεια, με τη διαρκή αλληλεπίδραση απόψεων, την συγκριτική ανάλυση σκέψεων, την κατάθεση δηλώσεων και την ανταλλαγή συλλογισμών μεταξύ όλων των εκπαιδευτικών που συμμετέχουν στην επιμορφωτική συνάντηση, τίθενται οι βάσεις για συζήτηση, χωρίς παθητικούς ακροατές και αμφιλεγόμενες ερμηνείες, αλλά με αναζήτηση επιχειρημάτων, εντοπισμό αξιόπιστων πηγών, σφαιρική προσέγγιση και προσπάθεια γενίκευσης. Με τη διεργασία αυτή αρχίζουν να δημιουργούνται οι

διαδρομές προς τις «επιστημονικές» έννοιες που αποτελούν το αντικείμενο της μάθησης. Το κυριότερο όμως επίτευγμα, είναι ότι διαμορφώνονται θετικοί όροι για την οικειοποίηση τους και καλλιεργείται μια ευνοϊκή προδιάθεση στο χειρισμό των καταστάσεων που τις συνοδεύουν κατά τη διάρκεια μιας επιμορφωτικής δραστηριότητας.

Η μέθοδος: Οι α-γωνίες του κύκλου μέσα από την αισθητική εμπειρία.

Η μέθοδος ακολουθεί τα παρακάτω βήματα που εδώ παρουσιάζονται συνοπτικά αλλά αναλυτικά περιγράφονται στην αντίστοιχη βιβλιογραφία (Κόκκος, 2007, Μέγα, 2009):

- ✖ Σε ένα **πρώτο βήμα** επιλέγονται διάφορα έργα τέχνης, τα οποία χρησιμοποιούνται ως αφετηρία για την δημιουργία καταστάσεων μάθησης.
- ✖ Σε ένα **δεύτερο βήμα** (καταγραφής των αυθόρμητων και μη εννοιών) επιδιώκεται να εντοπιστούν και να αναδειχτούν οι αυθόρμητες έννοιες και οι αντιδράσεις για ένα μαθηματικό θέμα. Στη φάση αυτή υποκινείται μια διεργασία, μέσω της οποίας εκφράζονται απόψεις, γνώσεις και ιδέες.
- ✖ Σε ένα **τρίτο βήμα**, οι απαντήσεις γίνονται αντικείμενο επεξεργασίας και εντοπίζονται εκείνες οι δηλώσεις που συσκοτίζουν την έννοια και εκείνες που θα συμβάλλουν στο μετασχηματισμό μιας αυθόρμητης σε επιστημονική έννοια και οι οποίες θα κατευθύνουν τη συζήτηση στην οποία θα βασιστεί η κατανόηση και η διεύρυνση της μαθηματικής έννοιας.
- ✖ Σε ένα **τέταρτο βήμα** ενθαρρύνεται και ενισχύεται μια διεργασία δημιουργίας αποριών και υποκίνησης σκέψεων, οι οποίες θα οδηγήσουν στην επανεξέταση των αυθόρμητων εννοιών και των αρχικών σκέψεων για το θέμα και να εξελιχθούν σε επιστημονικές έννοιες.
- ✖ Στο **πέμπτο βήμα** οι τυπικές έννοιες γίνονται αντικείμενο συνειδητής και σκόπιμης οικειοποίηση τους.

Η παραπάνω μέθοδος εφαρμόστηκε σε δύο διαφορετικές επιμορφωτικές συναντήσεις εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης το 2013. Οι 85 (41% άνδρες και 59% γυναίκες) εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν είχαν πολύχρονη προϋπηρεσία σε δημόσια σχολεία.

Από μια αρχική συζήτηση προέκυψαν και αποκαλύφθηκαν μεταξύ άλλων, οι αντιλήψεις και οι αρνητικές σχέσεις αρκετών εκπαιδευτικών με τα μαθηματικά και ιδίως εκείνων που είχαν κακές επιδόσεις στα σχολικά τους χρόνια. Οι αντιλήψεις αυτές αποφασίστηκε από κοινού να συζητηθούν εκτενέστερα και εδώ εφαρμόστηκε η τεχνική του αναστοχασμού μέσα από την αισθητική εμπειρία με την διαδοχική παρατήρηση και την υποκίνηση διαλόγου μέσα από ερωτήματα που είχαν κατάλληλα προετοιμαστεί να αντιστοιχούν σε κάθε φάση της επιμορφωτικής διαδικασίας και να υποβοηθούν τον δημιουργικό διάλογο και χωρίς αποκλεισμούς ή κοινότυπες εκφράσεις.

Στην εφαρμογή αυτή επιλέχθηκε ένα θέμα από την γεωμετρία με την παραδοχή ότι δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε από τη γεωμετρία τα γεωμετρικά σχήματα. Άρα με αυτό δεδομένο, είναι σημαντικό να εξοικειωθούμε μαζί τους και να διαλύσουμε πιθανές συγχύσεις ή να απαλείψουμε παρανοήσεις που τα συνοδεύουν προκειμένου να τα κατανοήσουμε, πριν μιλήσουμε στους μαθητές μας για αυτά και τα καταστήσουμε αντικείμενο διδασκαλίας. Στη λογική αυτή, από το σύνολο των γεωμετρικών σχημάτων, επιλέχθηκε η έννοια του «κύκλου» να χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα αξιοποίησης της αισθητικής εμπειρίας στην ανάδειξη αυθόρμητων εννοιών και στο μετασχηματισμό αρνητικών σχέσεων με τα μαθηματικά. Ο «κύκλος» παρά τα φαινόμενα αποτελεί ένα από τις πιο σύνθετες, αλλά και αρχικές έννοιες της γεωμετρίας.

Να θυμηθούμε, ότι η Ευκλείδεια γεωμετρία οργανώνεται με αρχικές έννοιες την ευθεία γραμμή και τον κύκλο, άρα επιβάλλει την χρήση των αντίστοιχων οργάνων χάραξης, τον κανόνα (αδιαβάθμητος χάρακας) και τον διαβήτη. Για το λόγο αυτό και απαιτεί για τη λύση των προβλημάτων μόνο τον κανόνα και τον διαβήτη. Προβλήματα που δεν μπορούν να λυθούν με κανόνα και διαβήτη είναι τα περίφημα «άλυτα» προβλήματα της γεωμετρίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ο τετραγωνισμός του κύκλου.

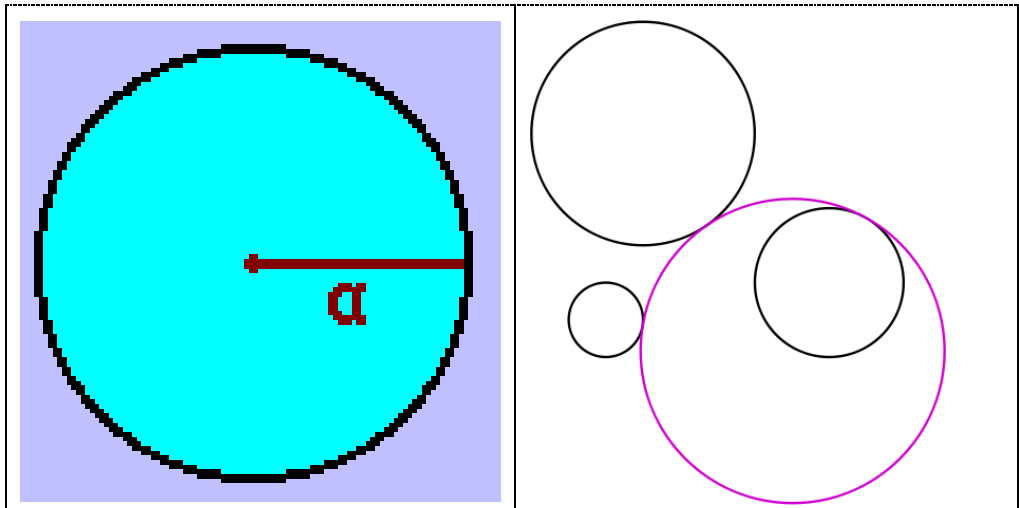
Στην Ευκλείδεια γεωμετρία

κύκλος ορίζεται το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο O . Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με ρ και λέγεται ακτίνα του κύκλου. Το σημείο O λέγεται κέντρο του κύκλου.

Παράλληλα, όμως έξω από το πλαίσιο της Ευκλείδειας γεωμετρίας,

Κύκλος είναι το επίπεδο σχήμα του οποίου η καμπυλότητα είναι σταθερή σε κάθε σημείο του,

Οπότε για την χάραξή του χρησιμοποιούνται άλλα όργανα, εκτός του κανόνα και του διαβήτη.



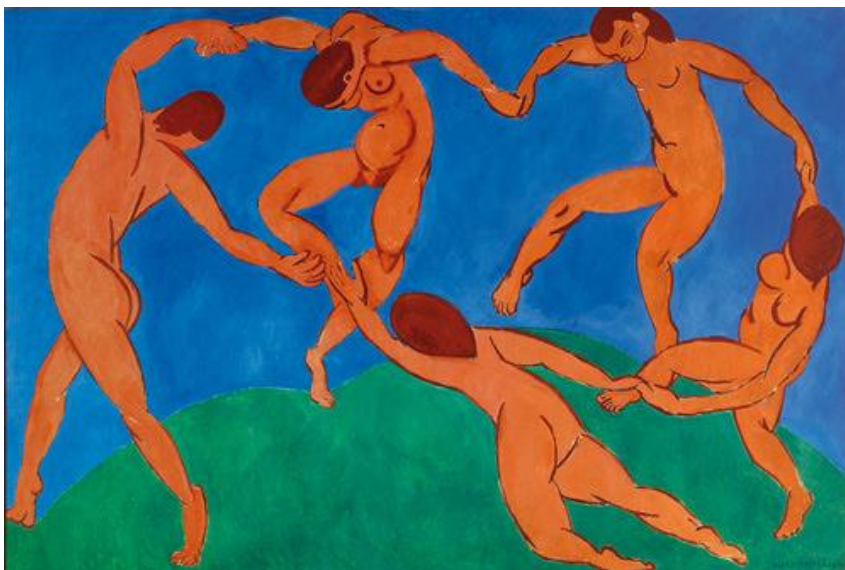
Σχήμα 1

Οι δυο διαφορετικοί ορισμοί του κύκλου αναδεικνύουν σε σημαντικά ή μη διαφορετικά στοιχεία της έννοιας του κύκλου και προβάλλουν ως αντικείμενο μελέτης διαφορετικές σχέσεις του κύκλου με την ευθεία γραμμή και τα άλλα γεωμετρικά σχήματα. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι στην πρώτη περίπτωση είναι σημαντικό το σημείο που αποκαλούμε κέντρο του κύκλου και αντίστοιχα εφαπτομένη ενός κύκλου σε ένα σημείο του είναι η ευθεία που είναι κάθετη σε μια ακτίνα του κύκλου σε αυτό το σημείο της (σχήμα 1).

Αντίστοιχα μπορούμε να προσδιορίσουμε την διάμετρο, τις επίκεντρες γωνίες κλπ., στοιχεία που έχουν διαφορετική σημασία στον δευτερο ορισμό του κύκλου.

Στο πλαίσιο της γεωμετρίας και ανάλογα με τις εφαρμογές της χρησιμοποιείται και προβάλεται στο δημοτικό και στο νηπιαγωγείο αντίστοιχα, κυρίως η μια από τις δύο έννοιες του κύκλου στο επίπεδο. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός, ότι η γνωριμία με τον κύκλο ξεκινάει όχι με την ευκλείδεια έννοια του κύκλου αλλά αρχικά, όπως ξέρουμε από τις αναλυση του Piaget από μια τοπολογική έννοια, όπου κύκλος είναι κάθε κλειστό σχήμα χωρίς γωνίες (Piaget and Inhelder ,1967).

Σε ένα πρώτο στάδιο για να διευκολυνθεί η ανάδειξη όλων των σκέψεων που σχετίζονται με την έννοια «κύκλος» και η έκφραση όλων των ορθολογικών και μη απόψεων ή των διαισθητικών αντιλήψεων, ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να παρατηρήσουν τον πίνακα 1 του Matisse: χορός, αφήνοντας το βλέμμα τους να περιπλανηθεί αρχικά και να μεταβληθεί σε προσεκτικότερη ματιά και διεισδυτική αναζήτηση και στη συνέχεια να διατυπώσουν τις σκέψεις τους όπως σχηματίζονται.



Πίνακας 1. Henri Matisse (1869-1954). The Dance, 1910.

Στην εφαρμογή που προαναφέρθηκε οι δηλώσεις που καταγράφηκαν ήταν γεμάτες από τις πλούσιες προσωπικές εμπειρίες των εκπαιδευτικών με τη διατύπωση λογικών σχέσεων και αφηγήσεις, οι οποίες απορρέουν από τα βιώματα τους και είναι στενά συνδεδεμένες με τις γνώσεις και το περιβάλλον τους. Η διεργασία ανταλλαγής αυθόρμητων ιδεών, απόψεων και παραδοχών διευκολύνθηκε από το γεγονός ότι η αισθητική εμπειρία λειτούργησε ως «πρόκληση για σκέψη», χωρίς ενδοιασμούς και αξιολογικές ιεραρχήσεις σωστών ή λανθασμένων απαντήσεων. Στην εφαρμογή της μεθόδου, όλες οι δηλώσεις, ως ισότιμα αποδεκτές καταγράφηκαν και ταξινομούνται. Στη συνέχεια επιλέγονται εκείνες οι δηλώσεις οι οποίες χρειάζονται για την επεξεργασία και τη διεύρυνση της έννοιας τους κύκλου και σε εκείνες που αν και είναι λογικά ορθές ή καθιερωμένες δεν σχετίζονται με την μαθηματική διάσταση της έννοιας του κύκλου. Επομένως, δηλώσεις οι οποίες αναφέρονται τόσο στο «φαύλο» κύκλο που μνημονεύσαμε πιο πάνω ή στο «κύκλο των γνωριμιών» ή στο «κύκλο των φίλων μας» ή στο «κύκλο του νερού», στο «κύκλο των χαμένων ποιητών», οι οποίες εκφράστηκαν από κάποιους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην εφαρμογή καθώς και πολλές άλλες συνειρμικές επικλήσεις της λέξης «κύκλος» αποκλείστηκαν από τη συζήτηση. Η διαδικασία διαχωρισμού και επιλογής των δηλώσεων που δεν συνεισφέρουν από αυτές που διαμεσολαβούν ή από αυτές που πράγματι βοηθούν στην κατανόηση του θέματος, είναι πολύ δύσκολη και η πιο απαιτητική φάση της όλης εφαρμογής.

Η νοητική διεργασία που άρχισε με τον προφορικό λόγο, σε αλληλεπίδραση με τις σκέψεις των άλλων, διανύοντας ιδιόμορφους και διαφορετικούς δρόμους παρατήρησης «αποκαλύπτει» τις υπάρχουσες αυθόρμητες έννοιες, οπότε επιτρέπει να αποδοθούν στο επιστημονικό πλαίσιο που ανήκουν. Έτσι, προχωράμε στη εφαρμογή της τεχνικής επιλέγοντας ποιες δηλώσεις απόψεων ή γνώσεων πρέπει να αποδομηθούν ή να ενισχυθούν.

Τα διαδοχικά βήματα της μεθόδου με ερωτήσεις που καθοδηγούν τη συζήτηση κατά τη διάρκεια της ελεύθερης μέχρι της βαθύτερης παρατήρησης έργων τέχνης δημιουργούν τους όρους για σκόπιμη και συνειδητή επεξεργασία της έννοιας του κύκλου και των βασικών στοιχείων του (κέντρο, ακτίνα, περιφέρεια, τόξο, καμπυλότητα,

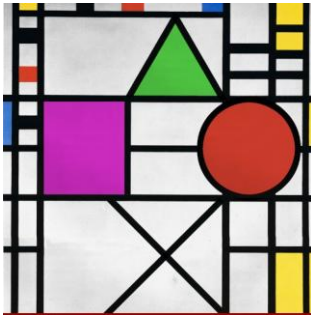
εμβαδόν). Η μετατροπή μιας αυθόρμητης έννοιας σε επιστημονική γίνεται μέσα από μια διαρκή αλληλεπίδραση μεταξύ τους, η οποία επιτρέπει τη σταδιακή «ωρίμανση» των αυθόρμητων εννοιών με την επεξεργασία των παραγόμενων συσχετίσεων. Αυτή η «κίνηση» μεταξύ αυθόρμητων και επιστημονικών εννοιών ακολουθεί ακολουθεί πολλές φορές αντιφατικούς δρόμους εξέλιξης και ανταγωνιστικές πορείες ανάπτυξης.

Επομένως, η παρέμβαση που βασίζεται στην αισθητική εμπειρία προσπαθεί αρχικά να αναδείξει και στη συνέχεια να μετασχηματίζει τις ήδη υπάρχουσες «αυθόρμητες» έννοιες σε επιστημονικές μέσα από μια οργανωμένη διεργασία κατανόησης και αναστοχασμού τους. Η διεργασία αυτή είναι ταυτόχρονα νοητική και συναισθηματική με τη προσοχή μας να στρέφεται άλλοτε στην «ανάγνωση» του έργου και άλλοτε σε σκέψεις που οδηγούν στην αυτο-κατανόηση όψεων της προσωπικότητας μας μέσα από την υιοθέτηση νέων ή την τροποποίηση παλιών οπτικών για το θέμα. Η διεργασία αυτή είναι ένας συνεχής διάλογος που αναπτύσσεται ως δημιουργική δραστηριότητα με στόχο να συμβάλλει στην αναθεώρηση της αρνητικής σχέσης που έχουν αρκετοί εκπαιδευτικοί με τα μαθηματικά ως αποτέλεσμα των σχολικών τους εμπειριών.

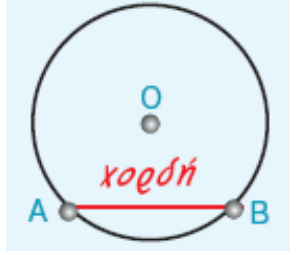
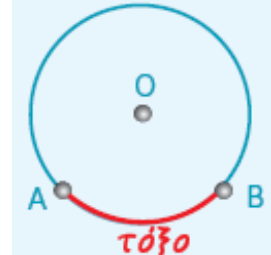
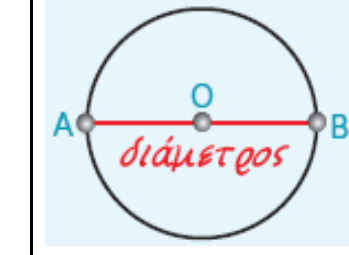
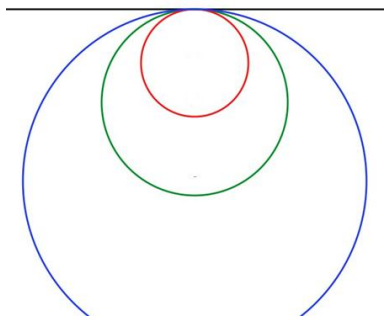
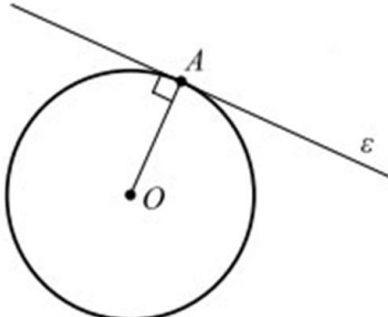
Παράλληλα, η ίδια διεργασία συμβάλλει στην ενίσχυση των δυνατοτήτων γενικευσιμότητας, στην δημιουργία ευκαιριών κατασκευής νοημάτων και στην κατανόηση των ασύμμετρων σχέσεων με τα μαθηματικά. Η σχέση των εννοιών, όπως είναι τα γεωμετρικά σχήματα, με αντικείμενα και καταστάσεις της πραγματικότητας, εκδηλώνεται με την εκούσια εφαρμογή τους μέσα από την οποία δημιουργείται και μια εννοιολογική σφαίρα γύρω από την οποία περιστρέφεται όλη η εξέλιξη της γνώσης για το θέμα.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου βασικό κριτήριο επιλογής των εικαστικών έργων αποτέλεσε η δυνατότητα συσχέτισης των μηνυμάτων που «εκπέμπουν» και η αισθητική εμπειρία που προκαλούν με την υποκίνηση μιας αναστοχαστικής διεργασίας, ώστε να επιτευχθεί η κατανόηση των διαφορετικών εννοιών του κύκλου και επομένως, σε άλλο επίπεδο αναστοχασμού, η αναθεώρηση της αρνητικής σχέσης με τα μαθηματικά.

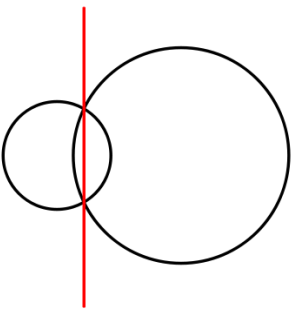
Για το συγκεκριμένο παράδειγμα με μαθησιακό αντικείμενο τις έννοιες του «κύκλου» και των χαρακτηριστικών του στοιχείων, αξιοποιήθηκαν τα ακόλουθα έργα τέχνης, (Πιν. 2), τα οποία υποβάλλουν διαφορετικές έννοιες του κύκλου και προβάλλουν διαφορετικά στοιχεία του:

	
<i>Κέντρο κύκλου</i> <i>Kandinsky,</i> <i>1896-1944</i>	<i>Καμπυλότητα</i> <i>Kandinsky,</i> <i>1896-1944</i>
	
<i>Τοπολογική έννοια του κύκλου</i> <i>Kandinsky,</i> <i>1896-1944</i>	<i>Ο κύκλος ως καμπυλότητα σε εμφανή μορφή</i> <i>Mondrian, 1872-1944</i>

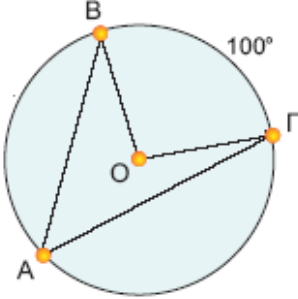
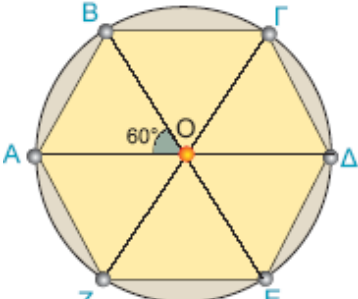
Πίνακας 2

		
		
Μικρότερη ακτίνα = μεγαλύτερη καμπυλότητα	Εφαπτόμενη ευθεία ενός κύκλου	

Πίνακας 3. Βασικά στοιχεία του κύκλου

	
Kandinsky, 1896-1944	

Πίνακας 4. Σχέσεις δύο κύκλων

Περιφέρεια κύκλου $L = 2 \pi a$	Εμβαδόν κύκλου $E = \pi a^2$
Εγγεγραμμένη /Επίκεντρη γωνία	Κατασκευή κανονικών πολυγώνων
	

Πίνακας 5. Από τι εξαρτάται το μέγεθος ενός κύκλου;

Η αποτίμηση της διαδικασίας αυτής ήταν εξαιρετικά θετική και έγινε αποδεκτή σε μεγάλο βαθμό με ενθουσιασμό αποδεκτή από τους συμμετέχοντες. Γιατί μεταξύ άλλων η διαδικασία αυτή προσφέρει ένα πλαίσιο, που επιτρέπει την επικοινωνία και την συμμετοχή όλων των εκπαιδευομένων σε ισότιμο διάλογο, προκαλεί εναύσματα κριτικής προσέγγισης, έκφρασης σκέψεων και ανάδυσης αυθεντικών συλλογισμών, που ίσως δεν μπορούν εύκολα να αναπτυχθούν με άλλες εκπαιδευτικές συμμετοχικές πρακτικές (Κόκκος, 2009).

Η πρόταση και τα επιλεγόμενα σχόλια

Η συμβολή της μεθόδου αυτής σε επιμορφωτικές διαδικασίες εκπαιδευτικών έγκειται στη υποκίνηση του ενδιαφέροντος και στην συνειδητή εμπλοκή νοημάτων συναισθημάτων και εμπειριών στη μαθησιακή διεργασία. Η σταδιακή ενεργοποίηση της στοχαστικής διάθεσης όλων των μελών μιας ομάδας εκπαιδευομένων μέσα από την αισθητική εμπειρία διευκολύνει την μετατροπή των προσωπικών βιωμάτων και εμπειριών τους σε «εργαλεία» κατανόησης, μάθησης και τα καθιστά αντικείμενα στοχασμού από τον κάθε ένα χωριστά αλλά και από όλα τα μέλη της ομάδας των εκπαιδευομένων.

Με την διαδοχική ανατροφοδότηση μέσα από την παρατήρηση – απορία – εξήγηση στη κατεύθυνση του στοχαστικού προσανατολισμού, όπου ζητούμενα είναι η κριτική ματιά, η πλουραλιστική σκέψη, η υιοθέτηση ευρύτερων αντιλήψεων για τα αντικείμενα μελέτης, καλλιεργείται περιέργεια ή επιθυμία για κατανόηση, ερμηνεία και αναζήτηση τεκμηρίωσης. Μέσα από την οργανωμένη παρατήρηση, τον σχολιασμό και την αλληλεπίδραση, καθώς και μέσα από τις διαφορετικές «αναγνώσεις» ενός αντικειμενικού γεγονότος-του έργου τέχνης, προβάλλονται σκέψεις και δημιουργούνται νοήματα τα οποία ξεπερνούν το ίδιο το έργο, ενώ οι συμμετέχοντες «μαθαίνουν» να εμπλέκουν τον εαυτό τους στη στοχαστική διεργασία. Η στροφή προς τον εαυτό και η αναστοχαστική επεξεργασία του θέματος που αποτελεί αντικείμενο μελέτης επιτρέπει στο καθένα χωριστά αλλά και υπό την επιρροή των άλλων να βρεθεί αντιμέτωπος με τις δικές του παραδοχές και λειτουργεί ως εφαλτήριο για την επανατοποθέτηση ή την απόρριψη ενδεχόμενων αρνητικών σχέσεων, την αναθεώρηση παρανοήσεων ή την επαναδιαπραγμάτευση στερεοτυπικών αντιλήψεων που έχουν αναπτυχθεί και σχετίζονται με ένα συγκεκριμένο πεδίο γνώσης, όπως είναι στη περίπτωση μας τα μαθηματικά.

Αν σταθούμε στο γεγονός, ότι βασικός στόχος της εκπαίδευσης ενηλίκων είναι η ανάπτυξη νέων δεξιοτήτων, η διαμόρφωση νέων στάσεων, η αλλαγή τροπών σκέψης, η ενίσχυση του εύρους των ικανοτήτων, η διεύρυνση των γνωστικών πεδίων και παράλληλα η απαλοιφή των εμποδίων για την επίτευξη των στόχων αυτών, μεταξύ των οποίων σημαντική θέση κατέχουν οι στερεοτυπικές αντιλήψεις και πεποιθήσεις για τις σχέσεις των ενηλίκων με τα μαθηματικά, τότε αξίζουν μια πιο προσεκτική μελέτη και αποκτούν μια ιδιαίτερη σημασία στο σχεδιασμό επιμορφωτικών παρεμβάσεων.

Το σημείο που η εκπαίδευση ενηλίκων, ως μια οργανωμένη προσπάθεια, αποδίδει ιδιαίτερη σημασία είναι η εφαρμογή καινοτόμων μεθόδων που βοηθούν την ανάπτυξη της διεργασίας του κριτικού στοχασμού και συνειδητής δράσης, την ενδυνάμωση της αυτονομίας του και των αυτοδύναμων επιλογών των εκπαιδευομένων (Mezirow, 2007).

Η πρόταση που συνοπτικά περιγράφεται στην παρούσα εισήγηση, διεκδικεί να υπερβεί τις απλουστευτικές συσχετίσεις μεταξύ μάθησης-εκπαίδευσης-επιμόρφωσης και με δυο λόγια προσπαθεί να τοποθετήσει την επιμόρφωση στο πεδίο της «εκπαίδευσης ενηλίκων». Οι θεωρητικές αναλύσεις, οι προβληματισμοί και οι πρακτικές που έχουν συγκροτήσει τον αντίστοιχο επιστημονικό λόγο και διάλογο που βρίσκεται σε διαρκή εξέλιξη και στην χώρα μας, μας δίνει επαρκείς και έγκυρες προτάσεις για αποτελεσματικές επιμορφωτικές παρεμβάσεις. Αποτελεί τέλος, μια συνθετική απόπειρα να καταδείξει τις ιδιαιρετικές του αντικειμένου των μαθηματικών και τη σημασία της συνδεσής τους με τα συναισθήματα, τα βιώματα, τις γνώσεις, τις εμπειρίες και φυσικά με τις καταστάσεις της πραγματικότητας. Όπως άλλωστε λέμε χαρακτηριστικά στην εκπαίδευση ενηλίκων εκπαιδευτές και εκπαιδευόμενοι έχουν περισσότερα κοινά παρά διαφορές, οπότε οι αγωνίες των εκπαιδευτών μοιάζουν πολύ με τις αγωνίες των εκπαιδευομένων τους και με λίγη τέχνη μετασχηματίζονται σε κύκλο, ένα σχήμα που δεν έχει (α)γωνίες.

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

- Γιαννακοπούλου, Ε. (2013), Τα μαθηματικά ως διαίρετης της κοινωνίας των ενηλίκων. Στο Δ. Χασάπης, (επιμ.), Γλώσσα, φυλή, φύλο και κοινωνική τάξη στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών, Πρακτικά 11^{ου} Δηήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, ΤΕΑΠΗ-ΕΚΠΑ, Αθήνα, 269-280.
- Γιαννακοπούλου Ε. & Χατζηγιάννη Α., (2009). Επιμορφωτικές ανάγκες εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης: διαπιστώσεις μιας εμπειρικής έρευνας. Στο Βασίλης Οικονομίδης (επιμ), «Εκπαίδευση και Επιμόρφωση του Εκπαιδευτικού» Εργαστήριο Παιδαγωγικών Ερευνών και Εφαρμογών του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης και το Διδασκαλείο Νηπιαγωγών του Πανεπιστημίου Κρήτης, έκδοση CD.

- Κόκκος, Α. & Μέγα, Γ. (2007). Κριτικός στοχασμός και τέχνη στην εκπαίδευση. *Εκπαίδευση Ενηλίκων*, 12, 16-21
- Κόκκος, Α. (2010). Μετασχηματίζουσα μάθηση μέσα από την αισθητική εμπειρία: Θεωρητικό πλαίσιο και μέθοδος εφαρμογής, *Εκπαίδευση Ενηλίκων*, 19, 9-13.
- Κόκκος, Α. και άλλοι (2011), Εκπαίδευση μέσα από τις τέχνες, Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- Λιντζέρης Π. (2010). Θεωρία της Μετασχηματίζουσας Μάθησης: δυνατότητα για μια κριτική και χειραφετική στροφή στην πρακτική της εκπαίδευσης ενηλίκων. Στο Δ. Βεργίδης, Α. Κόκκος (επιμ), *Εκπαίδευση Ενηλίκων, διεθνείς προσεγγίσεις και ελληνικές διαδρομές*, 94-123. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- Μέγα, Γ. (2010). Η ορατή σκέψη στην εκπαίδευση ενηλίκων: πρόταση μεθοδολογίας. Στο Δ. Βεργίδης, Α. Κόκκος (επιμ), *Εκπαίδευση Ενηλίκων, διεθνείς προσεγγίσεις και ελληνικές διαδρομές*, 164-191. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- Mezirow J. και συνεργάτες, (2007). Η Μετασχηματίζουσα Μάθηση. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.
- ΟΕΠΕΚ (2007), *Μελέτη: Ανίχνευση επιμορφωτικών αναγκών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση*, Αθήνα, ΟΕΠΕΚ.
- Vygotsky, L.(1997). *Νους στην κοινωνία. Η ανάπτυξη των ανώτερων Ψυχολογικών διαδικασιών*, μτφ. Α. Μπίμπου & Σ. Βοσνιάδου, Αθήνα: Gutenberg.
- Βιγκότσκι Λεβ, (1988/1934), Σκέψη και Γλώσσα, μτφ. Αντζελίνα Ρόδη, Αθήνα: Γνώση.
- Χασάπης Δ. (2012), Οι κατευθύνσεις του λυκείου και οι αρνητικές τους συνέπειες στη σχέση των παιδιών με τα μαθηματικά, *Πρακτικά 29ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, Καλαμάτα, 956-967.

Εξνόγλωση

- Dirkx, J.M. (2006), Engaging Emotions in Adult Learning: A Jungian Perspective on Emotion and Transformative Learning. Στο E. Taylor (ed.), *Fostering Transformative Learning in the Classroom: Challenges and Innovations*. New Directions in Adult and Continuing Education, no. 109. San Francisco: Jossey-Bass.
- Evans, J. (2000), Adults Mathematical Thinking and Emotions: a Study of Numerate Practices, London: Routledge Falmer.
- Giannakopoulou, E. & Chassapis, D. (2012), Divided minds: Adults' anxiety towards mathematics, CIEAEM64 *Proceedings "Mathematics Education and Democracy: Learning and Teaching Practices"* Rhodes, Greece.
- Piaget and Inhelder (1967/1948), The Child's Conception of Space, Trans.). F. J. Langdon & J. L. Lunzer, New York: Norton.

egian@tutors.eap.gr

[λευκή σελίδα]

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ

Δημήτρης Χασάπης

Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση σκιαγραφείται μια ιστορική εξέλιξη της ένταξης μαθηματικών υλικών και της ανάπτυξης των αντίστοιχων δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση υπό την επίδραση των κυρίαρχων σε κάθε εποχή παιδαγωγικών θεωριών και των αποδεκτών αρχών οργάνωσης του μαθησιακού περιβάλλοντος στα νηπιαγωγεία και στα συναφή ιδρύματα προσχολικής εκπαίδευσης. Από την ιστορική αυτή αναδρομή αναδεικνύεται μια συνεχής αντιπαράθεση ανάμεσα σε δύο απόψεις και αντίστοιχα δύο πρακτικές εισαγωγής μαθηματικών δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση. Στη μια εκδοχή, εισάγονται μαθηματικές δραστηριότητες με στόχο τη μάθηση βασικών μαθηματικών εννοιών μέσα από πρακτικές διδασκαλίας και άσκησης με την αξιοποίηση κατάλληλα σχεδιασμένων εκπαιδευτικών υλικών, πρακτικές, όμως, οι οποίες έχουν αναπόφευκτα πολλά από τα χαρακτηριστικά μιας τυπικής διδασκαλίας. Στην άλλη εκδοχή, επιδιώκεται η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών μέσα από ελεύθερες δραστηριότητες διαφόρων τύπων, οι οποίες έχουν κυρίως χαρακτηριστικά παιχνιδιών και οι οποίες ενέχουν στη δομή ή στο περιεχόμενο τους μαθηματικές έννοιες και πράξεις. Στη βάση αυτή διατυπώνονται τα βασικά στοιχεία μιας πρότασης για τις μαθηματικές δραστηριότητες στην προσχολική εκπαίδευση, η οποία επιδιώκει να συζεύξει επιλεγμένες πρακτικές των δύο προαναφερθέντων εκδοχών με στόχο την υποστήριξη της μαθηματικής ανάπτυξης των παιδιών στο νηπιαγωγείο και στις πρώτες τάξεις του πρωτοβάθμιου σχολείου

Εισαγωγή

Είναι πλέον και ερευνητικά τεκμηριωμένο, ότι η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης αρχίζει από τη νηπιακή ηλικία των ανθρώπων. Τα μικρά παιδιά όλων των κοινωνικο-οικονομικών στρωμάτων και όλων των πολιτισμικών κατηγοριών από τη στιγμή που αντιλαμβάνονται τον κόσμο που τα περιβάλλει εισάγονται και στον κόσμο των μαθηματικών, στον κόσμο των μεγεθών, των σχέσεων και των μορφών, όπως ο κόσμος αυτός διαμορφώνεται και αξιοποιείται στα διάφορα κοινωνικά, οικονομικά και πολιτισμικά περιβάλλοντα.

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980 μέχρι σήμερα, οι δυνατότητες απόκτησης μαθηματικών γνώσεων και ανάπτυξης μαθηματικών δεξιοτήτων από τα παιδιά της προσχολικής και της πρώτης σχολικής ηλικίας, το πλαίσιο ανάπτυξης και εκδήλωσης των δυνατοτήτων αυτών, καθώς και τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών εννοιών που μπορούν να οικειοποιηθούν τα παιδιά αποτελούν αντικείμενα ερευνών και αναλύσεων, μερικές από τις οποίες έχουν τη μορφή και την έκταση ολοκληρωμένων ερευνητικών προγραμμάτων (ενδεικτικά, Bobis 1996, Clarke et al. 2002, Steffe et al. 1983, Steffe 1982, Young-Loveridge 2008).

Από τις έρευνες αυτές τεκμηριώνονται οι δυνατότητες των παιδιών να οικειοποιούνται ένα εντυπωσιακό εύρος μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων, από το χειρισμό αριθμών και την επίλυση απλών προβλημάτων μέχρι τις μετρήσεις οικείων μεγεθών και την κατανόηση γεωμετρικών εννοιών (ενδεικτικά, Diezmann & Yelland, 2000, Ginsburg & Golbeck, 2004, Hughes, 1996, Kilpatrick et al, 2001, Mulligan et al 2006, Peters, 1992, Perry & Dockett, 2002, Sophian 2004, Zur & Gelman, 2004).

Στην πράξη, όμως, οι αναζητήσεις και οι προβληματισμοί για τις μορφές υποστήριξης της μαθηματικής ανάπτυξης των παιδιών στο νηπιαγωγείο και στις πρώτες τάξεις του πρωτοβάθμιου σχολείου δεν έχουν οδηγήσει σε σαφή συμπεράσματα. Με αποτέλεσμα, ενώ ξέρουμε τις δυνατότητες των παιδιών να αγνοούμε μέσα από ποια περιεχόμενα, με ποιους τρόπους και μέσα από ποιες εκπαιδευτικές δραστηριότητες μπορούμε να υποστηρίξουμε την ανάπτυξη των δυνατοτήτων αυτών, ή όπως επιγραμματικά σημειώνει ο Gifford (2004, σ. 100) σε μια επισκόπηση της παιδαγωγικής των μαθηματικών στην προσχολική

ηλικία «δεν ξέρουμε πολλά, ώστε να υποστηρίξουμε με συστηματικό τρόπο τα παιδιά να μάθουν» μαθηματικά.

Παράλληλα, ενώ αναγνωρίζεται ο καθοριστικός ρόλος της αποτελεσματικής διδασκαλίας των μαθηματικών σχολείο, στις εκπαιδευτικές διαδρομές και στον πολλαπλασιασμό των ευκαιριών που παρέχονται στα παιδιά, η αναγνώριση αυτή δεν έχει αντίστοιχες επιπτώσεις στο περιεχόμενο και στις πρακτικές μάθησης των μαθηματικών του νηπιαγωγείου.

Τα μαθηματικά στην προσχολική εκπαίδευση: Μια ιστορική επισκόπηση

Η ένταξη μαθηματικών υλικών και η ανάπτυξη αντίστοιχων δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση αποτελεί στοιχείο του νηπιαγωγείου από την πρώτη περίοδο της ίδρυσης και λειτουργίας του, ως ίδρυμα προσχολικής εκπαίδευσης και έκτοτε, με διάφορους μετασχηματισμούς στους στόχους, στα περιεχόμενα και στις πρακτικές των μαθηματικών δραστηριοτήτων, συνοδεύει την εξέλιξη της προσχολικής εκπαίδευσης σε όλες τις φάσεις ανάπτυξης της. Σε κάθε ιστορική περίοδο, τα δομικά χαρακτηριστικά των μαθηματικών δραστηριοτήτων στο νηπιαγωγείο διαμορφώνονται από δύο κατηγορίες παραγόντων. Αφενός, από τις κυριάρχες σε κάθε εποχή παιδαγωγικές θεωρίες και τις αρχές οργάνωσης του μαθησιακού περιβάλλοντος στα νηπιαγωγεία, τις οποίες οι θεωρίες αυτές υπαγορεύουν και αφετέρου από τα προτάγματα της μαθηματικής εκπαίδευσης, όπως διαμορφώνονται από τις έρευνες και τις συναφείς αναλύσεις για τις δυνατότητες απόκτησης μαθηματικών γνώσεων και ανάπτυξης μαθηματικών δεξιοτήτων των παιδιών της προσχολικής και της πρώτης σχολικής ηλικίας. Τα βασικά στοιχεία των κυριάρχων απόψεων και της πραγματικότητας που διαμόρφωσαν με την ένταξη μαθηματικών υλικών και την ανάπτυξη αντίστοιχων δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση σκιαγραφούνται στα επόμενα, μέσα από μια διάκριση ιστορικών περιόδων βασισμένη στα χαρακτηριστικά αυτά, την οποία υιοθετούμε από μια συναφή ανάλυση των Newton & Alexander (2013).

Το νηπιαγωγείο του Φρέμπελ ή τα μαθηματικά υλικά ως μέσο ανάπτυξης της σκέψης (1900–1920)

Στο τέλος του 20^{ου} και στις αρχές του 21^{ου} αιώνα είχε ολοκληρωθεί ο βιομηχανικός μετασχηματισμός της Ευρώπης και της Βόρειας Αμερικής και, ως απόρροια του, διαμορφώθηκαν νέες κοινωνικές συνθήκες και πρότυπα ζωής στο πλαίσιο των οποίων προέκυψε το ζήτημα της σωματικής και νοητικής ανάπτυξης των παιδιών. Ιδρύθηκαν με διάφορες μορφές και λειτούργησαν διάφορων τύπων ιδρύματα προσχολικής αγωγής, στα οποία εφαρμόστηκαν παιδαγωγικές πρακτικές βασισμένες ουσιαστικά στα πρότυπα οργάνωσης και λειτουργίας των «νηπιακών κήπων» (kindergarten) και των παιδαγωγικών αρχών του Φρέμπελ (Froebel), παρά τις όποιες παραλλαγές τους σε διάφορες περιόδους και χώρες. Με βάση την παραδοχή ότι τα έξι πρώτα χρόνια της ζωής είναι τα θεμέλια πάνω στα οποία στηρίζεται η σωματική και πνευματική ανάπτυξη κάθε παιδιού, ο Φρέμπελ ανέπτυξε ένα σύστημα αγωγής βασισμένο στις ανάγκες των παιδιών, όπως ο ίδιος εντόπιζε και ανέλυε, στο οποίο το παιχνίδι και η χειροτεχνική δραστηριότητα κατείχαν κυρίαρχες θέσεις.

Στο παιδαγωγικό σύστημα του Φρέμπελ, τα μαθηματικά θεωρήθηκαν ως ένα αποτελεσματικό μέσο ανάπτυξης της σκέψης και ταυτόχρονα ως ένα προνομιακό πεδίο άσκησης των λογικών διεργασιών και για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε μια σειρά εκπαιδευτικών υλικών, τα οποία «ενσωμάτωναν» μαθηματικές αρχές και έννοιες, κυρίως γεωμετρίας. Τα υλικά αυτά, τα οποία ο ίδιος ονόμασε «δώρα» και προδιέγραψε αναλυτικά τη χρήση τους, αποτελούσαν τα μέσα για την ανάπτυξη ποικίλων εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με στόχο την αξιοποίηση της εποπτείας και της αυτενέργειας, για την ανάπτυξη πρωτίστως της λογικής σκέψης και ως παράγωγη συνέπεια τη μάθηση κάποιων μαθηματικών εννοιών. Ιδωμένα από μια παιδαγωγική οπτική, τα μαθηματικά υλικά του Φρέμπελ διαμόρφωναν απολύτως δομημένες μαθησιακές δραστηριότητες, οι οποίες είχαν πολλά χαρακτηριστικά τυπικής διδασκαλίας, παρά τον φαινομενικά παιγνιώδη χαρακτήρα τους και παρά την παραδοχή του ίδιου για την ανεκτίμητη συμβολή του παιχνιδιού στη μάθηση.

Ο Φρέμπελ, όμως, όπως και η Μοντεσσόρι (Montessori), η οποία ενσωμάτωσε πολλά στοιχεία της παιδαγωγικής του στη δικιά της δουλειά, προσλάμβαναν με έναν ιδιαίτερο τρόπο το ρόλο του παιχνιδιού και των δραστηριοτήτων στην ανάπτυξη της σκέψης και της συμπεριφοράς των παιδιών και σε αυτή την οπτική τους τα μαθηματικά ενταγμένα σε ένα παιχνίδι ή σε μια δραστηριότητα δεν ήταν ο «σκοπός», αλλά το «μέσο» για την ανάπτυξη της σκέψης. Ταυτίζοντας, βέβαια, τη σκέψη αποκλειστικά με την υποθετικο-παραγωγική σκέψη.

Το νηπιαγωγείο του Ντιούι ή η μάθηση των μαθηματικών μέσα από τις εμπειρίες (1920-1940)

Στην αμέσως επόμενη χρονικά περίοδο, επικρατούν πιο παιδοκεντρικές απόψεις, οι οποίες υποστηρίζουν τις λιγότερο δομημένες και περισσότερο ελεύθερες δραστηριότητες μάθησης στην προσχολική εκπαίδευση (Balfanz 1999). Στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων αυτών, τα παιδιά αξιοποιούν μαθηματικά δομημένα υλικά με τα οποία αναπτύσσουν δραστηριότητες εξερεύνησης μαθηματικών εννοιών, χωρίς όμως οι έννοιες αυτές να αποτελούν καθαυτές αντικείμενα μάθησης. Οι μαθηματικές εμπειρίες που προσφέρουν τα εκπαιδευτικά υλικά είναι άτυπες και ενσωματωμένες στις διερευνητικές δραστηριότητες των παιδιών, οι οποίες και καθοδηγούν τη μάθηση. Όπως έχει επιγραμματικά διατυπωθεί, η μάθηση των μαθηματικών είναι συμπτωματική και όχι εμπρόθετη, είναι μάθηση *μέσα* από τις εμπειρίες και όχι μάθηση *από* τις εμπειρίες (Saracho and Spodek 2009). Παρόλα αυτά, η αποδοχή ότι η μάθηση των μαθηματικών αποτελεί έναν από τους στόχους της προσχολικής αγωγής αντικαθιστά τη θεώρηση τους ως μέσου ανάπτυξης της σκέψης των παιδιών και εντάσσεται σε μια λογική «προετοιμασίας» των παιδιών για τα επόμενα σχολικά τους χρόνια. Παράλληλα, όμως, αυτό που αποκαλείται «μαθηματικά» στην προσχολική και στην πρώτη σχολική εκπαίδευση της εποχής περιορίζεται σε πολύ βασικές έννοιες της αρίθμησης και στα βασικά γεωμετρικά σχήματα. Υπό την επήρεια των κυρίαρχων θεωρητικών απόψεων της εποχής, με κύριο υποστηρικτή τον Θορνταϊκ (Thorndike, 1913), έναν από τους θεμελιωτές της ψυχολογίας της συμπεριφοράς, οι οποίες υποστήριζαν ότι οι

δυνατότητες των μικρών παιδιών να κατανοήσουν μαθηματικές έννοιες, πέρα από τις βασικές έννοιες των αριθμών και των απλών γεωμετρικών σχημάτων, ήταν περιορισμένες και ότι κάθε απόπειρα διδασκαλίας τους θα είχε μάλλον αρνητικές επιπτώσεις στην ανάπτυξη της σκέψης των παιδιών (Balfanz 1999).

Το νηπιαγωγείο του Πιαζέ ή τα μαθηματικά ως θεμέλιο της λογικής σκέψης (1940–1960)

Η εικοσαετία 1940-1960 σηματοδοτήθηκε από τον 2^ο Παγκόσμιο Πόλεμο και τις δραματικές και ταυτόχρονα δραστικές επιπτώσεις του, όχι μόνο στη ζωή αλλά και στη σκέψη των ανθρώπων. Στην εκπαίδευση κυριάρχησε η θεωρία του «ανθρώπινου κεφαλαίου», σύμφωνα με την οποία η απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων αυξάνει την παραγωγικότητα των ατόμων και αποτελεί πηγή πλούτου, συμβάλλει στην οικονομική ανάπτυξη των κοινωνιών και υποκινεί την επινόηση και διάχυση νέων τεχνολογιών. Στη βάση αυτή, τα μαθηματικά αποτελούν μια παραγωγική γνώση, την οποία τα σχολεία όλων των βαθμίδων και τύπων οφείλουν να παρέχουν με τους πιο αποτελεσματικούς διδακτικά τρόπους σε όλα τα παιδιά και τους νέους.

Στην προσχολική εκπαίδευση, η θέση και ο ρόλος των μαθηματικών καθορίζεται αποφασιστικά από τις έρευνες και τις θεωρίες του Πιαζέ για τη γνωστική ανάπτυξη των ατόμων (ενδεικτικά, Piaget, 1952, 1955). Για τον Πιαζέ η νόηση συνίσταται από λογικά οργανωμένες δομές, που παρέχουν αναπαραστάσεις των στοιχείων της πραγματικότητας στα οποία οι δομές αυτές αναφέρονται. Μέσα από τις δομές αυτές και με βάση τις λειτουργίες τους ο άνθρωπος, ως δρών υποκείμενο, κατανοεί, χειρίζεται και μετασχηματίζει την πραγματικότητα. Με αυτή την έννοια, οι νοητικές δομές, οι οποίες έχουν εννοιολογικό, αλλά και ταυτόχρονα γνωστικό περιεχόμενο, προσδιορίζουν τη νοητική συμπεριφορά του ατόμου και όταν ενεργοποιούνται για την επίλυση ενός προβλήματος, εκδηλώνονται ως ένα σύνολο νοητικών ικανοτήτων.

Στην πρώτη περίοδο της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου, την οποία ο Πιαζέ αποκαλεί «περίοδο της αισθησιο-κινητικής νοημοσύνης», η νοητική λειτουργία βασίζεται αποκλειστικά στα άμεσα δεδομένα των

αισθήσεων και στις κινητικές αντιδράσεις. Έχει, επομένως, πραξιακό-εμπειρικό χαρακτήρα χωρίς να εμφανίζει κανένα στοιχείο λογικής συγκρότησης.

Στην αμέσως επόμενη περίοδο της ανάπτυξης του ατόμου, κατά τον Πιαζέ περίοδο της προ-συλλογιστικής σκέψης η οποία στις σύγχρονες κοινωνίες συμπίπτει με την προσχολική περίοδο, διαμορφώνεται και αναπτύσσεται η συμβολική νοητική λειτουργία του ατόμου. Η συμβολική λειτουργία χαρακτηρίζεται από τη δημιουργία συμβολικών αναπαραστάσεων (νοητικών εικόνων, λέξεων και αριθμητικών παραστάσεων) οι οποίες αναπαριστούν στοιχεία της πραγματικότητας - δεδομένα ή μη στις αισθήσεις - και παράλληλα από τη διαφοροποίηση των συμβολικών αυτών αναπαραστάσεων από τα συγκεκριμένα στοιχεία της πραγματικότητας που αναπαριστούν. Η συμβολική λειτουργία εκδηλώνεται στη χρήση της γλώσσας, στην επίλυση προβλημάτων και στο παιχνίδι (Piaget 1955).

Ακολουθεί στη νοητική ανάπτυξη του ατόμου, η περίοδος των συγκεκριμένων λογικών ενεργειών, που στις σύγχρονες κοινωνίες συμπίπτει με την πρώτη σχολική περίοδο, ενεργειών οι οποίες χαρακτηρίζονται από την ιδιότητα της αντιστρεψιμότητας και την οργάνωση τους σε δομημένα σύνολα. Οι αντιστρέψιμες λογικές ενέργειες καθιστούν δυνατή τη συστηματική σκέψη με όρους εννοιών και σχέσεων μεταξύ των εννοιών. Οι λογικοί συλλογισμοί κατά την περίοδο αυτή, βασίζονται σε ομαδοποιήσεις και διακρίσεις εννοιών, καθώς και σε ταξινομήσεις και διατάξεις των διαφορών τους. Έπεται η περίοδος των τυπικών λογικών ενεργειών, στη οποία ολοκληρώνεται η ανάπτυξη της νοητικής συγκρότησης κάθε ατόμου.

Ο Πιαζέ υποστήριξε ότι η λογική σκέψη αναπτύσσεται μέσα από τις δραστηριότητες των παιδιών (Beatty 2009) και στη βάση αυτή θεωρήθηκε ότι ο χειρισμός υλικών αντικειμένων συμβάλλει τελικά στην συγκρότηση άτυπων μαθηματικών εννοιών, οι οποίες σε ένα επόμενο στάδιο εκπαίδευσης θα μπορούσαν μέσα από τη διδασκαλία να μετασχηματιστούν σε τυπικές μαθηματικές έννοιες (Lambdin & Walcott 2007). Τα υλικά αντικείμενα των δραστηριοτήτων, όμως, για να αποτελέσουν κίνητρα μαθηματικής γνώσης δεν απαιτείται να έχουν εγγενείς μαθηματικές ιδιότητες ή να προβάλλουν μέσα από τα χαρακτηριστικά τους μαθηματικές σχέσεις, όπως τα εκπαιδευτικά

υλικά του Φρέμπελ. Αντίθετα, στην Πιαζετιανή οπτική το περιεχόμενο και η οργάνωση των δραστηριοτήτων είναι οι υποβολείς των μαθηματικών εννοιών και σχέσεων και τα υλικά αντικείμενα απλώς υποστηρικτικά μέσα για την ανάπτυξη των δραστηριοτήτων. Οπότε οι δραστηριότητες για την υποστήριξη της μαθηματικής γνώσης μπορεί να είναι και απλά αντικείμενα της καθημερινότητας, όπως κουτιά ή μπουκάλια. Παρόλα αυτά, στα γραπτά του Πιαζέ σκιαγραφείτε η άποψη, ότι τα μικρά παιδιά δεν είναι σε θέση να συγκροτήσουν παρά μόνο άτυπες έννοιες του αριθμού, όμως, κατανοούν, δείχνουν ενδιαφέρον και μπορούν να διερευνούν ποικίλες κανονικότητες (Piaget, 1965).

Ενώ, λοιπόν, ο Πιαζέ απέδωσε στα μαθηματικά μια κυρίαρχη θέση στην προσχολική και στην πρώτη σχολική εκπαίδευση καθιστώντας τα επίκεντρο και κριτήριο της ανάπτυξης της λογικής σκέψης, οι θεωρίες του και τα πειραματικά δεδομένα που αυτές περιείχαν ερμηνεύτηκαν και «αξιοποιήθηκαν» διδακτικά με πολλούς τρόπους, κάποιοι από τους οποίους είχαν αρνητικές επιπτώσεις στη μάθηση των μαθηματικών. Το γεγονός, για παράδειγμα, ότι ο Πιαζέ περιέγραψε και θεωρητικοποίησε στις «περιόδους νοητικής ανάπτυξης του ατόμου» τις αναμενόμενες νοητικές συμπεριφορές μιας συγκεκριμένης κοινωνικά και πολιτισμικά πλειονότητας παιδιών, οδήγησε σε μια γενίκευση, η οποία αγνοούσε κάθε ατομική ιδιαιτερότητα στους τρόπους μάθησης των μαθηματικών, στους τύπους σκέψης των παιδιών ή στους ρυθμούς ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης κάθε παιδιού. Τα παιδιά εντάσσονταν με κύριο κριτήριο την ηλικία τους διαζευκτικά στην περίοδο της προ-συλλογιστικής σκέψης ή των συγκεκριμένων ή των τυπικών λογικών ενεργειών, χωρίς ενδιάμεσες καταστάσεις. Αντίστοιχα, στις μαθηματικές δραστηριότητες των νηπιαγωγείων και των σχολείων εντάσσονταν ή αποκλείονταν δραστηριότητες με κριτήριο τις ηλικίες των παιδιών και τις προδιαγραφές των νοητικών δυνατοτήτων ή των αδυναμιών τους, όπως περιγράφονταν σε κάθε στάδιο ανάπτυξης από τη θεωρία του Πιαζέ (White and Alexander, 1986).

Το νηπιαγωγείο των χρήσιμων μαθηματικών γνώσεων και της κοινωνιολογικής οπτικής (1960-1980)

Με αφετηρία τις θεωρίες του Πιαζέ και την αμφισβήτηση πολλών παραδοχών και συμπερασμάτων τους, αναπτύχθηκε κατά τη δεκαετία του 1960 ένας πλούσιος προβληματισμός κριτικών προσεγγίσεων στις καθολικές θεωρίες, οι οποίες περιέγραφαν τη νοητική ανάπτυξη και τη λογική συγκρότηση των ατόμων. Σε ένα τέτοιο πλαίσιο, τέθηκε στο επίκεντρο του προβληματισμού η προτεραιότητα στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και σχέσεων που συνεπάγονταν η αποδοχή των πορισμάτων του Πιαζέ ή η ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων εκτέλεσης πράξεων και επίλυσης προβλημάτων, τις οποίες απαιτούσε η χρήση των μαθηματικών στην καθημερινότητα των ανθρώπων, όπως απαιτούσε ένα ρεύμα θεωρητικών και ερευνητών της μαθηματικής εκπαίδευσης (Baroody 2000).

Στην εμπνευσμένη από τις Πιαζετιανές θεωρίες κίνηση των «νέων μαθηματικών» αντιπαρατέθηκε η τάση «πίσω στα βασικά» των μαθηματικών, η οποία προέβαλε την ανάγκη εκμάθησης «χρήσιμων» γνώσεων αρίθμησης και ανάπτυξης βασικών δεξιοτήτων εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων και υπολογισμών, επιβάλλοντας στις μαθηματικές δραστηριότητες του νηπιαγωγείου την ανάγκη να ενσωματώσουν κάποια από τα τυπικά χαρακτηριστικά της διδασκαλίας των μαθηματικών στο σχολείο, σε αντίθεση με το παιχνίδι και την ελεύθερη διερεύνηση.

Την ίδια περίοδο, όμως, αναπτύχθηκε ένα έντονο ενδιαφέρον για τις κοινωνικές ανισότητες και τις επιπτώσεις τους στη σχολική πορεία και στη ζωή των παιδιών και κατά συνέπεια στη μάθηση των γνώσεων, όπως οργανώνονταν από τα νηπιαγωγεία και τα σχολεία. Το ενδιαφέρον αυτό εκδηλώθηκε με πλήθος ερευνών και θεωρητικών αναλύσεων, αλλά παράλληλα και με πλήθος αντισταθμιστικών προγραμμάτων για τα παιδιά που βίωναν συνθήκες φτώχειας και κοινωνικής υποβάθμισης. Ως αποτέλεσμα πολλαπλασιάστηκαν τα νηπιαγωγεία και τα σχολεία πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και αναπτύχθηκαν διαφοροποιημένα προγράμματα εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων, πολλά από τα οποία ενσωμάτωναν ενδιαφέροντα στοιχεία εισαγωγής των παιδιών στα μαθηματικά, πάντα βέβαια στη λογική της προετοιμασίας των παιδιών για μια μελλοντική ομαλή σχολική εξέλιξη.

Το νηπιαγωγείο των αντιθέσεων (1980–2000)

Παρά το γεγονός, ότι σε κάθε εποχή η μάθηση των μαθηματικών αντιπαράσσονταν στη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο, η αντιπαράθεση αυτή πήρε νέες διαστάσεις κατά τη δεκαετία του 1980. Μια σειρά νέων και ριζικά διαφορετικών μεταξύ τους θεωριών για την ανθρώπινη μάθηση, οι οποίες διατυπώθηκαν και δημοσιοποιήθηκαν την εποχή αυτή (από τις γνωσιακές θεωρίες μέχρι τις θεωρίες επικοινωνιακής της γνώσης), συνέβαλαν στη διαμόρφωση και στη διάδοση ενός πλήθους προσεγγίσεων στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών. Όμως, η μάθηση και η διδασκαλία των μαθηματικών στο νηπιαγωγείο και στο σχολείο οργανώνονταν, από τους θεσμικά υπεύθυνους για αυτό φορείς, παραβλέποντας όλα αυτά τα θεωρητικά και ερευνητικά δεδομένα. Για παράδειγμα, στην κοινότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης σχηματοποιήθηκαν την εποχή αυτή δύο απολύτως αντιθετικές προσεγγίσεις στη μάθηση των μαθηματικών με αντίστοιχες συνεπαγωγές στη διδασκαλία τους. Η προσέγγιση για την οποία προτεραιότητα είχε η ατομικότητα της μάθησης (επικοινωνιακές οπτικές) και η προσέγγιση, η οποία αναδεικνύει τον πρωταγωνιστικό ρόλο του κοινωνικο-πολιτισμικού πλαισίου στη μάθηση (κοινωνικο-δομιστικές οπτικές) ή όπως εύστοχα έχουν χαρακτηριστεί από τη Sfard (1998) η προσέγγιση της μάθησης ως απόκτησης γνώσεων έναντι της προσέγγισης της μάθησης ως συμμετοχής στις πολιτισμικά και ιστορικά αναπτυγμένες γνώσεις μιας κοινωνίας. Τα αναλυτικά προγράμματα και οι πρακτικές οργάνωσης της διδασκαλίας των μαθηματικών, όμως, προσπερνούν την αντιπαράθεση αυτή και υλοποιούν επιλογές, οι οποίες προκύπτουν μερικώς από τη μια, μερικώς από την άλλη και μερικώς από καμία θεωρητική προσέγγιση. Έτσι βλέπουμε σε ορισμένες χώρες να επικρατεί μια απολύτως διδακτική οπτική στη μάθηση των μαθηματικών στο νηπιαγωγείο και στο πρωτοβάθμιο σχολείο και σε άλλες μια οπτική βασισμένη στο παιχνίδι και στη διερεύνηση, γεγονός το οποίο ωθεί μερικούς ερευνητές να υποστηρίξουν την άποψη ότι και η διδασκαλία είναι μια πολιτισμική δραστηριότητα, η οποία δεν επιδέχεται έναν καθολικό ορισμό (Stigler and Hiebert 1999).

Μια δεύτερη διάσταση της αντιπαράθεσης μεταξύ μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών στο σχολείο αναδείχθηκε την ίδια εποχή από ένα πλήθος ερευνών, οι οποίες κατέδειξαν τον καθοριστικό ρόλο των εκτός του σχολείου δραστηριοτήτων στην άτυπη μάθηση των μαθηματικών και στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Οι μελέτες των λεγόμενων εθνομαθηματικών, των μαθηματικών δηλαδή γνώσεων που αναπτύσσονται και εφαρμόζονται σε συγκεκριμένες πολιτισμικές πρακτικές, όπως το πλέξιμο καλαθιών ή σε συγκεκριμένες μη σχολικές δραστηριότητες, όπως η πώληση προϊόντων σε λαϊκές αγορές, απέδειξαν ότι η μαθηματική γνώση και σκέψη είναι πλαισιωμένη σε κοινωνικές και πολιτισμικές πρακτικές (Sophian 1999), ένα δεδομένο που δεν μπορεί να αγνοεί το τυπικό σχολείο.

Μια άλλη σειρά ερευνών και αναλύσεων ανέδειξε το ρόλο των οικογενειακών δραστηριοτήτων και των κοινωνικών και εθνοτικών διαφοροποιήσεων τους στην μαθηματική ανάπτυξη των παιδιών (ενδεικτικά, Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996).

Το νηπιαγωγείο του σήμερα (2000-σήμερα)

Είναι αυτονόητη η δυσκολία να συνοψιστούν τα κύρια χαρακτηριστικά των δραστηριοτήτων, οι οποίες επιδιώκουν τη μαθηματική ανάπτυξη των παιδιών στο νηπιαγωγείο και στο πρωτοβάθμιο σχολείο σήμερα και για το λόγο αυτό μόνο κάποιες ενδείξεις μπορεί να εκτεθούν και αυτές εντελώς σχηματικά.

Το δίλλημα της νοητικής ετοιμότητας ή μη των μικρών παιδιών να οικειοποιηθούν μαθηματικές έννοιες και σχέσεις δεν τίθεται πια και ένα πλήθος ερευνών διαπιστώνει ότι τα παιδιά από μικρές ηλικίες προσελκύονται από δραστηριότητες με μαθηματικό περιεχόμενο μέσα από τις οποίες συγκροτούν άτυπες μαθηματικές γνώσεις για τους αριθμούς, τις αριθμητικές σχέσεις και πολλές γεωμετρικές έννοιες, οι οποίες σε ένα επόμενο ηλικιακό και εκπαιδευτικό στάδιο συμβάλλουν καθοριστικά στην ιδιοποίηση των αντίστοιχων τυπικών μαθηματικών εννοιών (Duncan et al. 2007).

Οι επικρατούσες σήμερα θεωρητικές οπτικές για τη μάθηση των μαθηματικών και οι αντίστοιχες εφαρμογές τους στις εκπαιδευτικές δραστηριότητες φαίνεται να διαμορφώνονται από ένα μείγμα θεωρητικών προσεγγίσεων, οι οποίες διατυπώθηκαν στο πρόσφατο παρελθόν και οι οποίες κατά περίπτωση προτάσσουν ψυχολογικές, κοινωνικές, πολιτισμικές και πρόσφατα νευροψυχικές όψεις της ανθρώπινης νοητικής λειτουργίας. Ο δυϊσμός νόησης/σώματος, ο οποίος χαρακτήρισε για αιώνες την παιδαγωγική σκέψη, φαίνεται να αμφισβητείται πλέον σε μια οπτική η οποία δέχεται ότι η ανθρώπινη νόηση δεν μπορεί να διακριθεί από το σώμα και τις λειτουργίες του και παράλληλα ότι η ανθρώπινη σκέψη σε ατομικό επίπεδο αποτελεί μέρος μιας συλλογικής, κοινωνικο-πολιτισμικά διαμορφωμένης, σκέψης.

Το ζητούμενο, επομένως, είναι η διαμόρφωση ενός εκπαιδευτικού περιβάλλοντος και η ανάπτυξη μαθησιακών δραστηριοτήτων, οι οποίες θα υποστηρίζουν την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης και σκέψης των παιδιών από την οπτική που προαναφέρθηκε. Στη βάση αυτή, τα όρια ελεύθερων, διερευνητικών και παιγνιωδών δραστηριοτήτων και δραστηριοτήτων οργανωμένων με μια διδακτική λογική είναι και σήμερα ρευστά και υπό διαρκή διαπραγμάτευση μεταξύ αντιθετικών οπτικών.

Μια διαρκής αντιπαράθεση και μια προτεινόμενη λύση

Από τη σκιαγράφηση της θέσης και του ρόλου των μαθηματικών υλικών και δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση, που προηγήθηκε, καθίσταται σαφής μια αντίθεση - άλλοτε διακηρυγμένη και άλλοτε υπονοούμενη - ανάμεσα σε οπτικές οι οποίες επικεντρώνονται στις μαθηματικές γνώσεις και προβάλλουν τη μάθηση τους με μεθόδους που υιοθετούν πολλά χαρακτηριστικά της τυπικής διδασκαλίας και σε προσεγγίσεις οι οποίες επικεντρώνονται στις ιδιαιτερότητες της παιδικής ηλικίας και υποστηρίζουν την οικειοποίηση των μαθηματικών γνώσεων μέσα από δραστηριότητες, οι οποίες έχουν κυρίως χαρακτηριστικά παιχνιδιού και ελεύθερης διερεύνησης. Αυτή η αντίθεση διατρέχει, άλλωστε, και πολλές άλλες όψεις της εκπαίδευσης των παιδιών διακρίνοντας ήδη από τις αρχές του προηγούμενου αιώνα τις εκπαιδευτικές πρακτικές σε γνωσιο-κεντρικές και παιδο-κεντρικές. Ο Ντίουι (Dewey) σχολιάζοντας την

αντίθεση αυτή, υποστήριξε ότι και η μια οπτική και η άλλη έχουν θετικά στοιχεία και καμία από τις δύο δεν επαρκεί από μόνη της για τη διαμόρφωση μιας ολοκληρωμένης προσέγγισης στην εκπαίδευση των παιδιών.

Αντίθετα απαιτούνται συνθέσεις των πιο παραγωγικών διαστάσεων και της μιας και της άλλης οπτικής για την υποστήριξη της μάθησης και της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών (Dewey, 1966, 1980, Egan, 1988) και σε μια τέτοια λογική διατυπώνεται η πρόταση που σκιαγραφείται στα επόμενα, η οποία βασίζεται σε θεμελιώδεις παραδοχές και προτάσεις της ιστορικο-κοινωνικής θεωρίας του Βυγκότσκι για τη νοητική αναπτύξει και τη γνωστική συγκρότηση του ατόμου (Vygotsky, 1993, 1997).

Σε μια τέτοια θεωρητική βάση, μια συνθετική διέξοδος από την αντιπαράθεση των γνωσιο-κεντρικών και παιδο-κεντρικών απόψεων και πρακτικών των μαθηματικών δραστηριοτήτων στο νηπιαγωγείο και στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου:

- (α) στοχεύει στην ανάδειξη και στην ανάπτυξη των γνώσεων και ικανοτήτων που ήδη κατέχουν τα παιδιά και στη διεύρυνση των γνώσεων και ικανοτήτων αυτών μέσα από την επέκταση των γνωστικών τους δυνατοτήτων. Η ζώνη της εγγύτερης ανάπτυξης αποτελεί το θεωρητικό πλαίσιο επίτευξης ενός τέτοιου στόχου.
- (β) αποδίδει ιδιαίτερη σημασία και οργανώνει τις μαθησιακές πρακτικές με αφετηρία τις κυρίαρχες δραστηριότητες κάθε περιόδου της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου. Σύμφωνα με τον Βυγκότσκι, μια κυρίαρχη δραστηριότητα είναι ένας ιδιαίτερος τύπος αλληλεπίδρασης του παιδιού με το φυσικό και κοινωνικό περιβάλλον του, η οποία παρέχει το πλαίσιο και ευνοεί τη γνωστική του ανάπτυξη. Η κυρίαρχη δραστηριότητα των παιδιών από την ηλικία των 3 μέχρι την ηλικία των 7 ετών περίπου είναι το παιχνίδι, στο πλαίσιο του οποίου συγκροτούνται και αναπτύσσονται οι συμβολικές λειτουργίες και η δημιουργική φαντασία του, παράλληλα με τις ικανότητες κατανόησης των κοινωνικών σχέσεων. Αντίστοιχα, η κυρίαρχη δραστηριότητα των παιδιών από την ηλικία των 7 μέχρι την ηλικία των 11 ετών περίπου είναι η μάθηση στο πλαίσιο της οποίας συγκροτούνται στοιχειώδεις θεωρητικές απόψεις για τα στοιχεία της

περιβάλλουσας πραγματικότητας και παράλληλα δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για την ανάπτυξη της αφηρημένης θεωρητικής σκέψης των παιδιών (σκοπίμες νοητικές πράξεις, νοητικά σχήματα επίλυσης προβλημάτων και δυνατότητες στοχασμού). Είναι προφανές, ότι για τη μετάβαση από τη μια δραστηριότητα και περίοδο ανάπτυξης στην άλλη πρέπει να δημιουργούνται στα παιδιά κίνητρα μάθησης μέσα από το παιχνίδι (Vygotsky, 1974).

- (γ) οργανώνει κοινωνικές και πολιτιστικές δραστηριότητες οι οποίες έχουν νόημα για τα παιδιά και προκαλούν το ενδιαφέρον τους.

Τα μαθηματικά, τώρα, είναι ένας τρόπος να βλέπουμε τον κόσμο, ένας τρόπος να οργανώνουμε τις δραστηριότητες μας μέσα στον κόσμο και ένας τρόπος να μιλάμε για τον κόσμο και τις δραστηριότητες μας μέσα από μια τέτοια θέαση, χρησιμοποιώντας τη γλώσσα, τα σύμβολα, τα σχήματα και γενικότερα τις γλωσσικές, συμβολικές και γραφικές παραστάσεις των μαθηματικών. Παράλληλα, βέβαια, είναι και μια γνώση οργανωμένη με συγκεκριμένες αρχές και διατυπωμένη καθιερωμένους τρόπους. Στην προσχολική και στην πρώτη σχολική εκπαίδευση, όμως, δεν (θα πρέπει να) μας ενδιαφέρουν τα μαθηματικά ως μια οργανωμένη γνώση, αλλά πρωτίστως ως μια οπτική του κόσμου και ως ένας τρόπος αναπαράστασης του κόσμου.

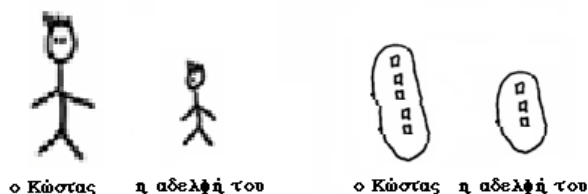
Αυτό που αποκαλούμε «μαθηματική σκέψη», επομένως, δεν είναι παρά ένας τρόπος θέασης του κόσμου, ο οποίος περιλαμβάνει ως συστατικό του στοιχείο τη χρήση γλωσσικών, συμβολικών και γραφικών παραστάσεων μέσα από τις οποίες κατασκευάζεται και αποδίδεται ένα νόημα στα στοιχεία του κόσμου και των δραστηριοτήτων μας. Απαιτεί, επομένως, πρώτα από όλα μια ευχέρεια συσχέτισης νοημάτων και γλωσσικών, συμβολικών και γραφικών παραστάσεων ή με μια λέξη σημείων. Από μια τέτοια οπτική, η μαθηματική σκέψη μπορεί να θεωρηθεί και ως μια μορφή σημειωτικής δραστηριότητας και μια πρώιμη σημειωτική δραστηριότητα μπορούμε να εντοπίσουμε στα ικνογραφήματα, στα σχεδιάσματα και γενικότερα στις σχηματικές απεικονίσεις που κατασκευάζουν τα μικρά παιδιά όταν «ζωγραφίζουν».

Ως σημειωτική δραστηριότητα εννοείται κάθε νοητική δραστηριότητα η οποία στοχεύει στην κατασκευή ή στη διασκευή συμβολικών αναπαραστάσεων επιλεγμένων στοιχείων της φυσικής και κοινωνικο-πολιτιστικής μας πραγματικότητας (Van Oers, 1994) και η δραστηριότητα αυτή περιλαμβάνει τη δημιουργία εικόνων, σχεδίων, διαγραμμάτων, γραφημάτων, μοντέλων, ιστοριών και άλλων απλών μορφών λεκτικών ή συμβολικών απεικονίσεων.

Η συμβολή κάθε σημειωτικής δραστηριότητας στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης έχει τεκμηριωθεί σε μια σειρά αναλύσεων και ερευνών (ενδεικτικά Dijk et al. 2004, Worthington & Carruthers, 2003), όπως έχει τεκμηριωθεί και η συμβολή δραστηριοτήτων εικονογραφικής και σχηματικής αναπαράστασης μαθηματικών καταστάσεων και προβλημάτων (Dijk et. al., 2004). Οι δραστηριότητες αυτές οικοδομούν νοητικές γέφυρες ανάμεσα στο συγκεκριμένο και στη συμβολική (ανα)παράσταση του και κατά μακροπρόθεσμα ανάμεσα στη συγκεκριμένη, πρακτική σκέψη και στη συμβολική, μαθηματική σκέψη των παιδιών.

Ενδεικτικά μιας τέτοιας (ανα)παράστασης ενός απλού μαθηματικού προβλήματος είναι τα ακόλουθα σχέδια παιδιών προσχολικής ηλικίας, τα οποία αποτελούν ένα πρώτο βήμα προς την τυπική μαθηματική του έκφραση ($5-2=3$).

Ο Κώστας είναι 5 χρονών και η αδελφή του είναι 2 χρόνια μικρότερη του.
Πόσων χρόνων είναι η αδελφή του Κώστα;



ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΧΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Προτείνεται, λοιπόν, η ανάπτυξη δραστηριοτήτων εικονογραφικής και σχηματικής αναπαράστασης μαθηματικών καταστάσεων και προβλημάτων ως πυρήνας της εισαγωγής των παιδιών της προσχολικής και της πρώτης σχολικής ηλικίας στα μαθηματικά.

Σε ποιο πλαίσιο, όμως, ώστε να συνδυάζονται τα θετικά χαρακτηριστικά της τυπικής διδασκαλίας με τις νοητικές προκλήσεις που προσφέρουν στο παιδί οι δραστηριότητες του παιχνιδιού και της ελεύθερης διερεύνησης;

Εντελώς συνοπτικά και αναπόφευκτα αποσπασματικά, σε ένα πλαίσιο το οποίο διαμορφώνεται από το παιχνίδι ή την αφήγηση ιστοριών και κατά προτίμηση από το συνδυασμό τους. Τόσο τα παιχνίδια, όμως, όσο και οι ιστορίες θα πρέπει να περιλαμβάνουν στην δομή και στην εξέλιξη τους «μαθηματικά γεγονότα», δηλαδή μαθηματικές έννοιες, σχέσεις και προβλήματα

Για το ρόλο του παιχνιδιού στη νοητική και ψυχολογική ανάπτυξη του παιδιού έχουν γραφεί πολλά και στο ζήτημα αυτό οι αναλύσεις τόσο του Πιαζέ (Piaget, 1962) όσο και του Βυγκότσκυ (Vygotsky, 1997) είναι διαφωτιστικές. Όπως έχει αναλύσει ο Βυγκότσκυ, τα παιδιά αποδίδουν νοήματα σε όψεις και καταστάσεις της πραγματικότητας μέσα από την αναπαράστασή τους κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, οπότε το παιχνίδι *διαμεσολαβεί* τη μαθησιακή δραστηριότητα των παιδιών. Τα παιδιά παίζοντας μιμούνται τις συμπεριφορές και αναπαράγουν τις σκέψεις των ενηλίκων, όχι αντιγράφοντας ακριβώς, αλλά ανακατασκευάζοντας με το δικό τους τρόπο και παράγοντας τις δικιές τους εκδοχές αυτών των συμπεριφορών και των σκέψεων (Van Oers, 1999). Μέσα από αυτές τις δραστηριότητες τα παιδιά διαμορφώνουν μια «ζώνη εγγύτερης ανάπτυξης» στο πλαίσιο της οποίας αναπτύσσουν τη μαθησιακή τους δραστηριότητα. Σε αυτή τη βάση, μπορούν να αναπτυχθούν διάφορες καταστάσεις παιχνιδιού, οι οποίες θα παρέχουν ευκαιρίες εισαγωγής των παιδιών στα μαθηματικά, χωρίς φυσικά να καταστρέφεται το παιχνίδι μέσα από τις ένθετες διδακτικές δραστηριότητες.

Μέσα από το παιχνίδι, τα παιδιά μπορούν να εισαχθούν σε ένα πλήθος μαθηματικών εννοιών και σχέσεων, από τη σύγκριση και την ταξινόμηση, την απαρίθμηση και τη μέτρηση μέχρι την κατανόηση εννοιών του χώρου και τη μάθηση γεωμετρικών σχημάτων.

Όπως, όμως, σχολιάζει ο Clements (2001, σ. 272) «από το παιχνίδι και τα ενδιαφέροντα των παιδιών προέρχονται οι πρώτες μαθηματικές τους εμπειρίες. Εμπειρίες οι οποίες, όμως, γίνονται μαθηματικές στο βαθμό που τα παιδιά τις αναπαριστούν και τις συλλογίζονται»

Το παιχνίδι, το οποίο στοχεύει στη δημιουργία καταστάσεων εισαγωγής των παιδιών στα μαθηματικά, προσφέροντας ευκαιρίες δραστηριοτήτων εικονογραφικής και σχηματικής αναπαράστασης, θα πρέπει οργανώνεται με αφετηρία και στην εξέλιξη μιας αφήγησης, η οποία περιλαμβάνει «μαθηματικά γεγονότα», δηλαδή μαθηματικές έννοιες, σχέσεις και προβλήματα.

Παράλληλα, ένα πλήθος θεωρητικών αναλύσεων και ερευνητικών διαπιστώσεων υποστηρίζει την άποψη ότι η αφήγηση ιστοριών προσφέρει στα παιδιά αυθεντικές ευκαιρίες εισαγωγής στα μαθηματικά και προτείνουν διάφορους τρόπους αξιοποίησης τους στη μάθηση μαθηματικών εννοιών και στην υποστήριξη της ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης των παιδιών (ενδεικτικά, Χασάπης 2010, Schiro 1997, Whitin and Whitin 2004), αφού τα μαθηματικά, όπως προαναφέρθηκε, είναι και ένας τρόπος να μιλάμε για τον κόσμο και τις δραστηριότητες μας, χρησιμοποιώντας τις γλωσσικές, συμβολικές και γραφικές παραστάσεις των μαθηματικών.

Με την παρατήρηση, όμως, που υπογραμμίζει η Moyer (2000, σ. 249), ότι μια ιστορία που αφηγούμαστε ή διαβάζουμε στα παιδιά «είναι πιο πειστική όταν τα μαθηματικά εμφανίζονται με φυσικό τρόπο ως μέρος της υπόθεσης της, σε αντίθεση με τις περιπτώσεις στις οποίες τα μαθηματικά προέχουν της υπόθεσης μιας ιστορίας»

Συνοψίζοντας, προτείνεται μια συνθετική διέξοδος στην αντιπαράθεση των γνωσιο-κεντρικών και παιδο-κεντρικών απόψεων και πρακτικών για την εισαγωγή των παιδιών της προσχολικής και της πρώτης σχολικής ηλικίας στα μαθηματικά μέσα από την ανάπτυξη δραστηριοτήτων, οι οποίες θα έχουν ως πυρήνα τους την υποκίνηση των παιδιών να δημιουργούν εικονογραφικές και σχηματικές αναπαραστάσεις «μαθηματικών γεγονότων», δηλαδή μαθηματικών εννοιών, σχέσεων και προβλημάτων.

Δραστηριότητες, όμως, οι οποίες δεν θα αναπτύσσονται με τη μορφή των καθιερωμένων στο σχολείο δραστηριοτήτων ζωγραφικής ή σχεδίασης, αλλά θα αξιοποιούν κάθε φορά ένα πλαίσιο που θα διαμορφώνεται από ένα παιχνίδι ή την αφήγηση μιας ιστορίας και κατά προτίμηση από το συνδυασμό τους.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Balfanz, R. (1999). Why do we teach children so little mathematics? Some historical considerations. Στο J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (σελ. 3–10), Reston: National Council of Teachers of Mathematics,
- Baroody, A. (2000). Does mathematics instruction for 3–5 year olds make sense? *Young Children*, 55(4), 61–67.
- Beatty, B. (2009). Transitory connections: the reception and rejection of Jean Piaget's psychology in the nursery school movement in the 1902s and 1930s. *History of Education Quarterly*, 49(4), 442–464.
- Blevins-Knabe, B., & Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting*, 5, 35–45.
- Bobis, J. (1996). Visualisation and the development of number sense with kindergarten children. Στο Mulligan, J. & Mitchelmore, M. (Eds.) *Children's Number Learning : A Research Monograph of MERGA/AAMT* (σελ. 17–34), Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Clarke, D., Cheeseman, J., Clarke, B., Gervasoni, A., Gronn, D., Horne, M., McDonough, A., Montgomery, P., Roche, A., Rowley, G., & Sullivan, P. (2002). *Early numeracy research project, final report*. Melbourne: Australian Catholic University, Monash University.

- Clements, D. (2001), Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics* 7 (4): 270-275.
- Dewey, J. (1966/1916) *Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education* New York: The Free Press.
- Dewey, J. (1980/1938) Εμπειρία και εκπαίδευση: δοκίμιο μτφ. Λ. Πολενάκης Αθήνα: Γλάρος.
- Diezmann, C. & Yelland, N. (2000) Developing Mathematical Literacy in the Early Childhood Years. Στο N. Yelland (Ed.) *Promoting Meaningful Learning: innovations in educating early childhood professionals*, (σελ. 47-58). Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.
- Dijk E.F., van Oers B. & Terwel J. (2004) Schematising in early childhood mathematics education: Why, when and how?, *European Early Childhood Education Research Journal*, 12:1, 71-83
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Lebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446.
- Egan, K. (1988) *Primary Understanding*, New York: Routledge.
- Gifford, S. (2004). A new mathematics pedagogy for the early years: In search of principles for practice, *International Journal of Early Years Education*, 12 (2), 99-115.
- Ginsburg, H. & Golbeck, S. (2004) Thoughts on the Future of Research on Mathematics and Science Learning and Education, *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 190-200.
- Hughes, M. (1996) *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών: Δυσκολίες στην Εκμάθηση των Μαθηματικών*. Gutenberg: Αθήνα
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Eds) (2001) *Adding It Up: helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

- Lambdin, D. V., & Walcott, C. (2007) Connections between psychological learning theories and the elementary school curriculum. In G. Martin & M. Strutchens (Eds.), *The sixty-ninth annual yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Moyer, P. (2000), Communicating mathematically: Children's literature as a natural connection, *The Reading Teacher*, 54 (3), 246 -55.
- Mulligan, J., Mitchelmore, M. & Prescott, A. (2006), Integrating Concepts and Processes in Early Mathematics: the Australian Pattern and Structure Mathematics Awareness Project (PASMAPP). Στο J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds) *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, (σελ. 209-216), Prague: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Newton K. J. and Alexander P. A. (2013), Early Mathematics Learning in Perspective: Eras and Forces of Change. Στο L.D. English, J.T. Mulligan (eds.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning*, Advances in Mathematics Education, Dordrecht: Springer.
- Peters, S. (1992). Spatial ability: An investigation into the spatial ability and play preferences of four year old children. Στο B. Bell, A. Begg, F. Biddulph, M. Carr, J. McChesney, & J. Young-Loveridge (Eds.), *SAMEpapers 1992* (σελ. 117-129). Auckland: Longman Paul.
- Perry, B. & Dockett, S. (2002) Young Children's Access to Powerful Mathematical Ideas, in L. English (Ed.) *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 81-111. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence in children*. trans. M. Cook New York: Norton.

- Piaget, J. (1955). *The language and thought of the child*. trans.M. Gabain New York: Noonday Press.
- Piaget J. (1965), *The Child's Conception of Number*, Routledge and London: Kegan Paul.
- Piaget J. (1962), *Play, Dreams and Imitation in Childhood*, New York: Norton.
- Saracho, O. N., & Spodek, B. (2009). Educating the young mathematician: the twentieth century and beyond. *Early Childhood Education Journal*, 36, 305–3 12.
- Schiro, Michael. 1997. *Integrating children's literature and mathematics in the classroom: children as meaning makers, problem solvers, and literary critics* New York: Teacher College.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27(2), 4–13.
- Sophian, C. (1999). Children's ways of knowing: lessons from cognitive development research. Στο J. V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (σελ. 11–20). Reston: NCTM.
- Sophian, C. (2004) Mathematics for the Future: developing a Head Start curriculum to support mathematics learning, *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 59-81
- Steffe, L. P. (1982). Learning stages in the construction of the number sequence. In J. Bideau, C. Meljac, & J. Fischer (Eds.), *Pathways to number* (σελ. 83–98). Hillsdale: Erlbaum.
- Steffe, L. P., von Glasersfeld, E., Richards, J., & Cobb, P. (1983). *Children's counting types: philosophy, theory and applications*. New York: Praeger.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. New York: Free Press.
- Thorndike, E. L. (1913). *Educational psychology*. New York: The Mason-Henry Press.

- Van Oers, B. (1994), Semiotic activity of young children in play: The construction and use of schematic representations, *European Early Childhood Education Research Journal*, 2 (1), 19-33.
- Van Oers, B. (1999), Education for the improvement of cultural participation. Στο Brougre, G., & Rayna, S. (Eds.) *Culture, Childhood and Preschool Education* (σελ. 217-238, Paris: Unesco.
- Vygotsky, L.(1974), The problem of age-periodization of child development, *Human Development*, 17, 24-40
- Vygotsky, L.(1997). *Νους στην κοινωνία. Η ανάπτυξη των ανώτερων Ψυχολογικών διαδικασιών*, μτφ. Α. Μπίμπου & Σ. Βοσνιάδου, Αθήνα: Gutenberg.
- Βιγκότσκι Λεβ, (1988/1934), Σκέψη και Γλώσσα, μτφ. Αντζελίνα Ρόδη, Αθήνα: Γνώση.
- White, C. S., & Alexander, P. A. (1986). Effects of training on four-year-olds' ability to solve geometric analogy problems. *Cognition and Instruction*, 3, 261-268.
- Whitin, P. and Whitin, D. (2002), Promoting communication the mathematics classroom, *Teaching Children Mathematics* 9 (4), 205-211.
- Worthington M. & Carruthers,E.(2003), *Children's Mathematics: Making Marks, Making Meaning*, London: Paul Chapman Publishing.
- Young-Loveridge, J. (2008). Development of children's mathematics thinking in early school years. In O. N. Saracho & B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (σελ. 133-156). Charlotte: Information Age Publishing.
- Zur, O. & Gelman, R. (2004) Young Children Can Add and Subtract by Predicting and Checking, *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 121-137.
- Χασάπης Δ. (2010), Εισάγοντας τα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο ως αφήγηση, *Νέα Παιδεία*, 36, 75-84.

ΕΝΟΤΗΤΑ II

**Τα μαθηματικά στην προσχολική και στην πρώτη
σχολική εκπαίδευση:**

**Διδακτικές Παρεμβάσεις & Ερευνητικά
Εγχειρήματα**

[λευκή σελίδα]

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΛΟΓΙΚΟ- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ

Βασιλική Παπαγεωργίου

Εκπαιδευτικός Προσχολική Αγωγής

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα μαθηματικά στην προσχολική ηλικία αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της εκπαίδευσης των παιδιών αλλά και παράγοντας ουσιαστικής συμβολής στη νοητική τους ανάπτυξη. Στην παρούσα εισήγηση παρουσιάζονται νέες δραστηριότητες για τα παιδιά του νηπιαγωγείου με βάση τον εποχιακό κύκλο και στόχο τόσο τη βαθύτερη κατανόηση βασικών λογικό- μαθηματικών εννοιών (ισοδυναμία, διάταξη, αντιστοίχιση) στην ηλικία αυτή όσο και την πρόκληση έντονου ενδιαφέροντος των παιδιών κατά την ενασχόληση τους με αυτές. Για τη δημιουργία των δραστηριοτήτων αυτών – μερικές από τις οποίες παρουσιάζονται ενδεικτικά στην εισήγηση αυτή - επιχειρήθηκε αρχικά η ουσιαστική αποσαφήνιση των επιθυμητών εννοιών και η κατανόηση των σταδίων που ακολουθούν τα παιδιά για την συγκρότησή τους. Επιπλέον, μετά από προσεκτική μελέτη υπάρχουσών - παλιών πρακτικών και δραστηριοτήτων που στόχευαν μονόπλευρα στην απόκτηση μαθηματικών γνώσεων, έγινε προσπάθεια κατά το σχεδιασμό των δικών μας δραστηριοτήτων να αξιοποιηθούν νέα δεδομένα και τεχνικές, τα οποία θέτουν στο επίκεντρο της εκπαίδευσης το παιδί. Η εφαρμογή, η αποτελεσματικότητα και η σύγκριση των νέων αυτών πρακτικών και δραστηριοτήτων αναμένεται να αξιολογηθεί.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην εισήγηση αυτή, παρουσιάζεται μια σειρά δραστηριοτήτων με στόχο την εισαγωγή, την κατανόηση και την εξέλιξη των λογικομαθηματικών σχέσεων της ισοδυναμίας της διάταξης και της αντιστοίχισης. Οι δραστηριότητες αυτές περιλαμβάνουν χαρακτηριστικά των τεσσάρων εποχών του χρόνου αλλά και κάποιες σημαντικές παγκόσμιες και διεθνείς μέρες και απευθύνονται σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Επίσης, είναι προσαρμοσμένες- σχεδιασμένες με βάση τις σημερινές ανάγκες και πρακτικές και έχουν στο επίκεντρο τους την επίλυση προβλημάτων σε θέματα που ενδιαφέρουν τα παιδιά αλλά και ένα πολύ καλά οργανωμένο πλαίσιο με στόχο την ουσιαστική εμπλοκή τους με τις έννοιες- στόχους. Στην προσπάθεια ανάπτυξης τους δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στο θεωρητικό υπόβαθρο και τις ιδιότητες της κάθε λογικο- μαθηματικής σχέσης, στα αναπτυξιακά στάδια και τη συγκρότηση τους από τα παιδιά. Ταυτόχρονα, συνέβαλαν ουσιαστικά και κάποια κριτήρια που «προδίδουν» άμα τα παιδιά έχουν κατανοήσει ή όχι τις έννοιες αλλά και η προσεκτική μελέτη παλιότερων τακτικών με τα αποτελέσματά τους σε σύγκριση με τα σημερινά δεδομένα και αντιλήψεις. Τέλος, στόχος είναι η παρουσίαση και πρόταση των δραστηριοτήτων αυτών για την ενίσχυση της μαθηματικής εκπαίδευσης και κατανόησης στο κεφάλαιο των λογικο- μαθηματικών σχέσεων αλλά και η εισαγωγή νέων καινοτόμων πρακτικών για τη διαπίστωση της αποτελεσματικότητάς τους.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

2.1 ΟΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΤΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ-ΣΤΟΧΩΝ

Προκειμένου να γίνουν πιο κατανοητές οι έννοιες της ισοδυναμίας, της διάταξης και της αντιστοίχισης σκόπιμο είναι στο κεφάλαιο αυτό να οριστούν και να παρουσιαστούν κάποιες ιδιότητες που τις διέπουν.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ

Μια σχέση είναι σχέση ισοδυναμίας σε ένα σύνολο υλικών ή νοητών αντικειμένων , όταν ορίζει ένα κριτήριο με βάση το οποίο δύο οποιαδήποτε στοιχεία μπορεί να θεωρηθούν ίδια για έναν συγκεκριμένο σκοπό ή μια συγκεκριμένη οπτική. (Χασάπης, 2000).

Για παράδειγμα: Κριτήρια όπως «ίδιο χρώμα με», «ίδιο σχήμα με», «ίδιο μέγεθος με» σε μια συλλογή αντικειμένων, ορίζει μια σχέση ισοδυναμίας ανάμεσα στα αντικείμενα , καθώς πρέπει να σκεφτούμε και να αποφασίσουμε άμα δύο οποιαδήποτε αντικείμενα μπορεί ή όχι να θεωρηθούν ίδια μεταξύ τους και κατά συνέπεια άμα μπορούν να καταταχτούν στην ίδια ή σε διαφορετικές ομάδες αντικειμένων. *«Κάθε σχέση ισοδυναμίας, ομαδοποιεί υλικά ή νοητά αντικείμενα θεωρώντας τα ισοδύναμα με βάση ένα καθορισμένο κριτήριο και ταυτόχρονα με βάση το ίδιο κριτήριο τα διακρίνει από όλα τα υπόλοιπα. Κάθε σχέση ισοδυναμίας δηλαδή, είναι μια σχέση ταύτισης και διάκρισης υλικών ή νοητών αντικειμένων.»* (Χασάπης, 2000. σ.53) Επίσης, μια σχέση ισοδυναμίας συμπεριλαμβάνει τις έννοιες της ομαδοποίησης (=σχηματισμός μιας συλλογής αντικειμένων με μια κοινή ιδιότητα) και της ταξινόμησης (= χωρισμός μιας συλλογής αντικειμένων σε μικρότερες συλλογές , καθεμία από τις οποίες έχει μια επιπλέον ιδιότητα).

ΔΙΑΤΑΞΗ

Μια διμελής σχέση ορισμένη σε ένα σύνολο υλικών ή νοητών αντικειμένων λέγεται «σχέση διάταξης , όταν καθορίζει ένα κριτήριο με βάση το οποίο μπορεί κάθε ζεύγος στοιχείων του συνόλου να διαπιστωθεί ποιο από τα δύο στοιχεία είναι επόμενο του άλλου.» (Χασάπης ,2000, σ. 57) Για παράδειγμα : Η σχέση « γρηγορότερος» στο σύνολο αθλητών μιας ομάδας στίβου είναι σχέση διάταξης , αφού επιτρέπει να αποφανθούμε ποιος από κάθε δυο αθλητές της ομάδας είναι γρηγορότερος του άλλου και με βάση αυτό το χαρακτηριστικό να τους κατατάξουμε σε μια συγκεκριμένη σειρά. Ως συνώνυμη έννοια της διάταξης θα μπορούσε να είναι η σειροθέτηση, η οποία μπορεί να οριστεί ως η τοποθέτηση αντικειμένων σε μια λογική σειρά που αναπαριστά σχέσεις ανισότητας μεταξύ των αντικειμένων. Το στοιχείο που επιτρέπει να κατανοήσουμε τη διαδοχή αντικειμένων , γεγονότων ή φαινομένων και κατά συνέπεια να αντιληφθούμε τις μεταξύ τους σχέσεις , είναι ο κανόνας διαδοχής , δηλαδή το κριτήριο με το οποίο καθορίζεται η τοποθέτηση σε μια σειρά των αντικειμένων ή των γεγονότων. Ο κανόνας αυτός, που μπορούμε να ονομάσουμε κριτήριο διάταξης, μπορεί να είναι ποσοτικός ή ποιοτικός. (Τζεκάκη, 1998)

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ

«Μια σχέση είναι σχέση αντιστοίχισης από ένα σύνολο X σε ένα σύνολο Y , όταν καθορίζει έναν κανόνα με βάση τον οποίο μερικά ή και όλα τα στοιχεία του συνόλου X συνδέονται με στοιχεία του συνόλου Y ». (Χασάπης, 2000, σ.57) Για παράδειγμα: Η σχέση « η επίδοση του αθλητή στα 800μέτρα είναι» ανάμεσα σε σύνολο αθλητών μιας ομάδας X και σε έναν πίνακα Y που περιλαμβάνει επιδόσεις από 2λεπτά έως 2λεπτα και 20 δευτερόλεπτα , είναι μια σχέση αντιστοίχισης , αφού καθορίζει έναν κανόνα που συνδέει μερικούς ή και όλους τους αθλητές της συγκεκριμένης ομάδας με μια επίδοση του συγκεκριμένου πίνακα. Μια υποκατηγορία-είδος αντιστοίχισης είναι η αντιστοίχιση λεγομένη ως αντιστοίχιση ένα- προς- ένα η οποία ορίζεται όταν κάθε στοιχείο του ενός συνόλου, αντιστοιχεί με ένα και μόνο στοιχείο του άλλου συνόλου και αντίστροφα. Τα σύνολα ανάμεσα στα στοιχεία των οποίων μπορεί να οριστεί μια αντιστοίχιση ή μία συνάρτηση ένα-προς-ένα λέγονται ισοδύναμα σύνολα.

2.2 Η ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΘΕΜΕΛΙΩΔΩΝ ΛΟΓΙΚΟ- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΣΕΩΝ

Σύμφωνα με τη θεωρία για τη νοητική συγκρότηση και λειτουργία του ατόμου, που διατυπώθηκε από τον Piaget, οι λογικο- μαθηματικές σχέσεις αποτελούν τον πυρήνα της λογικής συγκρότησης και κατά συνέπεια της γνωστικής λειτουργίας του ανθρώπου. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή , αφετηρία της συγκρότησης των θεμελιωδών λογικο- μαθηματικών σχέσεων , δηλαδή των σχέσεων ισοδυναμίας , διάταξης και αντιστοίχισης , αποτελούν αρχικά οι νοητικές πράξεις της διάκρισης αντικειμένων και σε επόμενο στάδιο οι νοητικές πράξεις της σύγκρισης αντικειμένων. (Χασάπης, 2000) Αυτό προκύπτει από το ότι για τις σχέσεις ισοδυναμίας (διάκριση- ταύτιση) το παιδί βασίζεται πρωταρχικά σε άμεσα αντιληπτά ποιοτικά χαρακτηριστικά ή ιδιότητες των αντικειμένων. Αντίθετα, η διαδικασία σύγκρισης βασίζεται κατά κύριο λόγο σε ποσοτικοποιημένα ή ποσοτικά χαρακτηριστικά των αντικειμένων και απαιτεί νοητική επεξεργασία που είναι πολύ πιο σύνθετη για τα παιδιά της ηλικίας αυτής.

ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ

Με βάση ερευνητικά δεδομένα, έχει διαπιστωθεί ότι κατά την πορεία της νοητικής τους εξέλιξης, οι άνθρωποι διακρίνουν και ταυτίζουν αντικείμενα και αντίστοιχα συγκροτούν σχέσεις ισοδυναμίας μεταξύ των αντικειμένων σταδιακά με βάση: 1) φυσικά χαρακτηριστικά ή ιδιότητες άμεσα αντιληπτές, 2) λειτουργικά χαρακτηριστικά, ιδιότητες ή καταστάσεις της βιωμένης εμπειρίας, 3) σχέσεις σε ένα γενικότερο σύστημα σχέσεων.

Σύμφωνα με αναλύσεις του Piaget για τη νοητική λειτουργία και εξέλιξη του ατόμου, σε ένα αρχικό στάδιο κατά την περίοδο της προλογικής σκέψης, τα παιδιά ομαδοποιούν αντικείμενα, με βάση σχέσεις ισοδυναμίας που εισάγουν διαισθητικά και χωρίς λογική συνοχή και συνέπεια, ενώ παρατηρούνται ελλείψεις στις επιλογές ταξινόμησης και ομαδοποίησης αντικειμένων. Αντίθετα, σε ένα επόμενο στάδιο, πιο συγκεκριμένα κατά την περίοδο των συγκεκριμένων νοητικών πράξεων, τα παιδιά είναι σε θέση απομονώνοντας ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά των αντικειμένων, να διατυπώνουν σχέσεις ισοδυναμίας και να ομαδοποιούν αντικείμενα με λογική συνοχή και συνέπεια, σχηματίζοντας σαφώς ορισμένες τάξεις αντικειμένων.

ΔΙΑΤΑΞΗ

Κατά τον Piaget, οι σχέσεις διάταξης, συγκροτούνται και αναπτύσσονται αντίστοιχα με τις σχέσεις ισοδυναμίας που αναφέρθηκαν παραπάνω. Έτσι, σε ένα πρώτο στάδιο, η νοητική αναπαράσταση μιας πράξης σειροθέτησης αντικειμένων, πριν από την εκτέλεση της είναι ασαφής και αποσπασματική εξαρτώμενη αποκλειστικά από την οπτική αντίληψη των αντικειμένων. Έχει επομένως, καθαρά εμπειρικό χαρακτήρα και γι' αυτό τα παιδιά στο στάδιο αυτό σειροθετούν αντικείμενα μόνο μέσα από το χειρισμό τους με αλληπάλληλες δοκιμές και επαληθεύσεις. Σε ένα δεύτερο στάδιο αναπτύσσεται πλήρως η ευχέρεια νοητικής αναπαράστασης μιας πράξης σειροθέτησης αντικειμένων, πριν από την εκτέλεση της, με την κατανόηση της διπλής σχέσης κάθε στοιχείου, της σειράς με το προηγούμενο και το επόμενο του και παράλληλα με την κατανόηση της μεταβατικής ιδιότητας μιας σχέσης διάταξης. Η ευχέρεια αυτή

όμως, περιορίζεται στο στάδιο αυτό σε απλές κατά κανόνα σειροθετήσεις. Αναπτύσσεται πλήρως σε μια επόμενη περίοδο νοητικής ανάπτυξης. Έτσι, στη διάρκεια της επόμενης αυτής περιόδου, αναπτύσσεται πλήρως η νοητική ευχέρεια χειρισμού περισσότερων του ενός χαρακτηριστικών ταυτόχρονα και αντίστοιχα, η νοητική ευχέρεια χειρισμού σχέσεων που συνδυάζουν περισσότερα από δύο στοιχεία . Επομένως, αναπτύσσεται πλήρως και η ευχέρεια πολλαπλών σειροθετήσεων. (Χασάπης, 2000)

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ

Η νοητική ευχέρεια κατανόησης και χειρισμού των σχέσεων αντιστοιχίσης συγκροτείται και αναπτύσσεται σύμφωνα με τον Piaget σε δυο στάδια. Κατά το πρώτο στάδιο , το οποίο εντάσσεται στην περίοδο των ανάπτυξης των συγκεκριμένων νοητικών πράξεων , οι σχέσεις αντιστοιχίσης, συγκροτούνται στη βάση των οπτικών αντιλήψεων και έχουν επομένως εμπειρικό χαρακτήρα. Σύμφωνα με τα σχετικά εμπειρικά δεδομένα, τα παιδιά στο στάδιο αυτό είναι σε θέση να συγκροτήσουν και κατανοούν σχέσεις αντιστοιχίσης ανάμεσα σε δύο σύνολα αντικειμένων μόνο όταν τα αντικείμενα τοποθετούνται σε αντιστοιχία ένα-προς-ένα με ανάλογη διάταξη στο χώρο. Η οποιαδήποτε τροποποίηση της θέσης τους ή η οποιαδήποτε αναδιάταξη τους στο χώρο έχει ως αποτέλεσμα και την απάλειψη της σχέσης αντιστοιχίσης τους. (Χασάπης, 2000)

Κατά το δεύτερο στάδιο, το οποίο εντάσσεται στην περίοδο ανάπτυξης των τυπικών νοητικών πράξεων, είναι δυνατή η συγκρότηση σχέσεων αντιστοιχίσης σε λογική αποκλειστικώς βάση . Οπότε, και οι σχέσεις αυτές αποκτούν λειτουργικό χαρακτήρα ως ολοκληρωμένα συστήματα αντιστρέψιμων νοητικών πράξεων.

2.3 ΠΟΤΕ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΕΧΟΥΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΕΙ ΤΙΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑΣ , ΔΙΑΤΑΞΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ: Για να κατανοήσει ο εκπαιδευτικός αν τα παιδιά μπορούν να διαχωρίζουν τα αντικείμενα σε συλλογές στη βάση ενός ή περισσότερων κριτηρίων πρέπει να παρατηρήσει αν τα παιδιά είναι σε θέση :1) να περιγράφουν ομοιότητες και διαφορές , 2) να διατυπώνουν τη σκέψη τους σχετικά με το πώς αποφάσισαν να ταξινομήσουν έτσι ή αλλιώς μια συλλογή αντικειμένων ή υλικών , 3) να προσδιορίζουν τα

κριτήρια που χρησιμοποίησαν , 4) να χρησιμοποιούν λέξεις που συνδέονται με την ομαδοποίηση και την ταξινόμηση. Επίσης, χαρακτηριστικό είναι ότι το παιδί που κατανοεί τη φύση της ταξινόμησης και της ομαδοποίησης τοποθετεί μαζί όμοια αντικείμενα με έναν : συνεπή τρόπο .

ΔΙΑΤΑΞΗ: Βασικές νοητικές προϋποθέσεις για την κατανόηση των σχέσεων διάταξης είναι, σύμφωνα με τον Piaget , η ευχέρεια νοητικής αναπαράστασης μιας πράξης σειροθέτησης αντικειμένων πριν από την εκτέλεση της και ταυτόχρονα η κατανόηση του γεγονότος, ότι κάθε στοιχείο μιας συλλογής αντικειμένων στην οποία έχει εισαχθεί μια σχέση διάταξης είναι «επόμενο» ενός στοιχείου και ταυτόχρονα «προηγούμενο» ενός άλλου στοιχείου της σειράς.

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ: Ο εκπαιδευτικός προκειμένου να διερευνήσει άμα τα παιδιά έχουν κατανοήσει την έννοια της αντιστοίχισης «πρέπει να παρατηρήσει και να καταγράψει άμα τα παιδιά επιτυγχάνουν να αντιστοιχίσουν τα αντικείμενα δυο συλλογών και να διαπιστώσουν αν είναι ίσα, αν κάποια είναι περισσότερα και αν ναι κατά πόσα περισσότερα.» (Δαφέρμου, 2009) Επίσης, τα παιδιά που έχουν κατανοήσει την έννοια πρέπει να καταφέρνουν να περιγράψουν τη διαδικασία που ακολούθησαν , για να καταλήξουν σε διαπιστώσεις χρησιμοποιώντας λέξεις που συνδέονται με τη μαθηματική γλώσσα.

3. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

Συνολικά σχεδιάστηκαν 36 δραστηριότητες οι οποίες αναφέρονται στις λογικομαθηματικές έννοιες και το περιεχόμενο τους βασίζεται στα χαρακτηριστικά των τεσσάρων εποχών του χρόνου, ενώ ταυτόχρονα συμπεριλαμβάνονται και κάποιες σημαντικές παγκόσμιες και διεθνείς ημέρες.

3.1 ΔΟΜΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

Η κάθε δραστηριότητα έχει έναν τίτλο που προσδιορίζει το περιεχόμενο της. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα υλικά (καθημερινά υλικά που είναι εύκολο να βρεθούν) τα οποία χρειάζονται για την υλοποίηση της κάθε δραστηριότητας. Τέλος, ακολουθεί η περιγραφή της κάθε δραστηριότητας, η οποία μπορεί να τροποποιηθεί ανάλογα

με το πλαίσιο της κάθε τάξης. Επίσης, οι δραστηριότητες που αναπτύσσονται είναι είτε ομαδικές είτε ατομικές , καθώς είναι σημαντικό τα παιδιά να μάθουν να εργάζονται και συνεργατικά αλλά και ατομικά. Ακόμα, έχουν διάφορες μορφές , δηλαδή υπάρχουν δραστηριότητες- παιχνίδια, δραστηριότητες πλαισιωμένες με κάποια ιστορία, δραστηριότητες με μαγειρική, δραστηριότητες σε συνδυασμό με κάποιου είδους γραφής (όπως ζωγραφική) , αισθητηριακού τύπου δραστηριότητες κ.α, με σκοπό να υπάρχει ποικιλία , να αποφευχθεί η μονοτονία και να είναι έντονο το στοιχείο του ενδιαφέροντος. Τέλος, υπάρχει σεβασμός της προέλευσης και της ταυτότητας του κάθε μαθητή καθώς έχει συνυπολογιστεί το γεγονός της πολυπολιτισμικότητας των σημερινών κοινωνιών.

3.2 ΣΤΟΧΟΙ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

Οι πιο σημαντικοί από τους στόχους των δραστηριοτήτων είναι:

- Η εισαγωγή των λογικομαθηματικών εννοιών
- Η ανάδειξη των ήδη υπάρχουσών γνώσεων των παιδιών πάνω στις έννοιες αυτές και η περεταίρω εξοικείωσή τους
- Η εξέλιξη των γνώσεων τους και η ουσιαστική επαφή και κατανόηση.
- Η επαφή των παιδιών με χαρακτηριστικά των εποχών και κάποιων Παγκόσμιων και Διεθνών ημερών.

Αλλά και κάποιους επιμέρους στόχους οι οποίοι προκύπτουν από το γεγονός ότι το κέντρο ανάπτυξης των δραστηριοτήτων είναι τα ίδια τα παιδιά .Έτσι έχει γίνει εστίαση:

- Στην επίλυση προβλημάτων σε θέματα που ενδιαφέρουν τα παιδιά
- Στο πλαίσιο της δραστηριότητας. Οι δραστηριότητες , δεν έχουν σκοπό τη στείρα εκμάθηση των εννοιών, αλλά την πραγματική τους εμπλοκή με αυτές. Γι αυτό το λόγο, ένα μέσο που χρησιμοποιείται αρκετά, είναι η πλαισίωση της δραστηριότητας μέσω κάποιας ιστορίας / αφήγησης ή με εισαγωγή συζήτησης με σκοπό τα παιδιά να μπουν στο κλίμα και να ενσωματώσουν την «προβληματική κατάσταση» που τους δίνεται και να δράσουν. Έτσι, η οικοδόμηση της γνώσης θα γίνει με τρόπο φυσικό και ευχάριστο χωρίς πολλές φορές τα παιδιά να το αντιληφθούν , καθώς πλέον θα προσπαθούν

να επιλύσουν ένα πρόβλημα που το νιώθουν δικό τους και δε θα πιεστούν να δώσουν απλά και μόνο μια σωστή απάντηση.

3.3 ΠΗΓΕΣ

Για το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων, έγινε μελέτη πολλών βιβλίων με δραστηριότητες για το νηπιαγωγείο του εμπορίου, εκπαιδευτικών περιοδικών καθώς και διαδικτυακών σελίδων που περιέχουν ιδέες και δραστηριότητες που έχουν πραγματοποιηθεί σε νηπιαγωγεία (από ενεργές συνήθως νηπιαγωγούς). Από αυτή τη μελέτη, επέλεξα ένα μικρό μέρος δραστηριοτήτων που θεώρησα αξιόλογο και το ενσωμάτωσα, ενώ χρησιμοποίησα κάποια σημεία που θεώρησα ενδιαφέροντα, δημιουργώντας νέες δραστηριότητες με βάση τα σημεία που ήθελα να εστιάσω κάθε φορά.

Ωστόσο, αν και οι παραπάνω πηγές μου έδωσαν αρκετές ιδέες και ερεθίσματα τα οποία αξιοποίησα με κάθε τρόπο, η πλειοψηφία των δραστηριοτήτων που παρουσιάζονται είναι αυτοσχέδιες κυρίως με βάση την τετραετή μου εμπειρία από τη φοίτηση στο τμήμα εκπαίδευσης και αγωγής στην προσχολική ηλικία. Μέσα από αυτές δηλαδή, αποτυπώνονται θεωρητικές μου γνώσεις, εμπειρίες από πρακτικές ασκήσεις , πρότυπα και ιδέες.

4. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

4.1.1 ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΣΗ: ΓΝΩΡΙΜΙΑ ΜΕ ΤΟΝ ΚΟΣΜΟ ΤΗΣ ΘΑΛΑΣΣΑΣ

ΥΛΙΚΑ:

2-3 κάρτες από κάθε θαλάσσιο ζώο ή αντικείμενο, όπως: ιππόκαμπος, χταπόδι, αστερίας, αστακός, δελφίνι, σουπιά, καρχαρίας, ψαράκια, γαρίδα, θαλάσσια χελώνα γοργόνα, αχινός, βότσαλα, φύκια, αχιβάδα, σφουγγάρι.



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:

Τα παιδιά είναι χωρισμένα σε 4 ομάδες . Όλες οι κάρτες που διαθέτουμε είναι απλωμένες στο πάτωμα ή το χαλί ανακατεμένες . Η νηπιαγωγός κάθε φορά λέει χαρακτηριστικά κάποιας κατηγορίας και τα παιδιά της ομάδας που είναι η σειρά τους να παίξουν καλούνται να μαζέψουν την ομάδα καρτών που ανταποκρίνονται στα χαρακτηριστικά που ακούστηκαν. Η ομάδα για να πάρει έναν πόντο πρέπει να επιλέξει όλες τις σωστές κάρτες και κατόπιν ελέγχου απ' όλα τα παιδιά της τάξης να της τοποθετήσει πάλι πίσω ανακατεμένες. Η ομάδα που θα έχει συλλέξει τους περισσότερους πόντους, είναι η νικήτρια.

Κάποια ενδεικτικά χαρακτηριστικά ομάδων:

- Στρογγυλός σαν μπαλίτσα με μαύρα αγκάθια (ακινός)
- Είναι μαλάκιο, ζει στη θάλασσα και το ονομάσαμε έτσι επειδή έχει οκτώ πόδια. (χταπόδι)
- Μυθικό πλάσμα της θάλασσας που έχει μορφή γυναίκας από τη μέση και πάνω και μορφή ψαριού από την μέση και κάτω. (γοργόνα)
- Φυτρώνουν στο βυθό της θάλασσας , έχουν πράσινο χρώμα και είναι φυτά που μοιάζουν με κορδέλες (φύκια)
- Είναι σκληρό, δεν είναι ψάρι και κάποιοι το χαρακτηρίζουν ως πετρούλα της θάλασσα (βότσαλο)
- Είναι θαλάσσιο θηλαστικό, έχει μεγάλο μέγεθος και είναι φιλικό προς τους ανθρώπους. (δελφίνι)
- Το λένε και αλογάκι της θάλασσας. Το κεφάλι του μοιάζει με αλόγου. (ιππόκαμπος)
- Τον φοβούνται, επειδή έχει μεγάλα δόντια και είναι μεγαλύτερο απ' όλα τα ψάρια. (καρχαρίας)

Μπορούν να δημιουργηθούν και άλλες κατηγορίες οι οποίες απαιτούν τη συλλογή παραπάνω του ενός είδους και απαιτούν πιο σύνθετη σκέψη , όπως : έχουν πράσινο χρώμα (συλλογή εικόνων-καρτών 3^{ης} σειράς), έχουν πορτοκαλί χρώμα, έχουν γκρι χρώμα, είναι μαλάκια, είναι όλα ζωντανοί οργανισμοί, είναι φυτά που ζουν στη θάλασσα, είναι τα μεγαλύτερα ζώα της θάλασσας (δελφίνι, καρχαρίας) κ.α

4.1.2 ΛΟΥΛΟΥΔΙΑ ΤΟΥ ΚΗΠΟΥ ΚΑΙ ΑΓΡΙΟΛΟΥΛΟΥΔΑ

ΥΛΙΚΑ:

Διάφορες εικόνες από λουλούδια κήπου και από αγριολούλουδα από βιβλία, περιοδικά

Χαρτόνι, μαρκαδόροι, κόλλα, ψαλίδια, φύλλα χαρτιού

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:

Πηγαίνουμε περίπατο με τα παιδιά σε κάποιο πάρκο και παρατηρούμε τα λουλούδια τα οποία είναι ανθισμένα. Την ίδια μέρα ασχολούμαστε με τα λουλούδια. Αρχικά, δείχνουμε στα παιδιά διάφορες εικόνες λουλουδιών και τους λέμε άμα γνωρίζουν πως τα λένε ή άμα είδαν κάποια από αυτά στον περίπατο. Στη συνέχεια , τους λέμε να ομαδοποιήσουν τα λουλούδια με κριτήριο το χρώμα τους. Αφού τα ομαδοποιήσουν, τους λέμε πως τα λουλούδια αυτά δεν τα συναντάμε όλα στο ίδιο μέρος, αλλά μερικά από αυτά ζουν/ θα τα συναντήσουμε σε κήπο ενώ κάποια άλλα στον αγρό. Έτσι, λέμε να δημιουργήσουν δυο ομάδες με βάση το είδος των λουλουδιών. Στη μια ομάδα θα είναι μαζί όλα τα λουλούδια του κήπου και στην άλλη όλα τα αγριολούλουδα. Τέλος , προτείνουμε στα παιδιά να φτιάξουμε το δικό μας κολάζ με τα λουλούδια κήπου και τα αγριολούλουδα για να στολίσουμε την τάξη. Τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις εικόνες που τους δείξαμε, να κόψουν εικόνες από περιοδικά ή να ζωγραφίσουν μόνα τους τα λουλούδια να τα κόψουν και να τα κολλήσουν στην κατάλληλη στήλη.

4.2 ΔΙΑΤΑΞΗ

4.2.1 ΩΡΑ ΓΙΑ ΕΝΑ ΔΡΟΣΙΣΤΙΚΟ ΚΑΛΟΚΑΙΡΙΝΟ ΓΛΥΚΟ !

ΥΛΙΚΑ:

1 πακέτο μπισκότα

1 κρέμα στιγμής

1,5 ποτήρι γάλα , για την κρέμα

Γάλα για τα μπισκότα

1 μπανάνα κομμένη σε κομμάτια

Μπολ, αναδευτήρι, σκεύη για τα διάφορα στάδια ,κουταλάκια

Συνταγή που διαβάζουμε στα παιδιά για Παρασκευή γλυκού ΜΠΙΣΚΟΤΟ-ΚΡΕΜΑ-ΜΠΑΝΑΝΑ:

Βουτάμε ένα- ένα τα μπισκότα και τα τοποθετούμε στο ταψί για να φτιάξουμε την πρώτη στρώση- βάση του γλυκού. Έπειτα, φτιάχνουμε την κρέμα. Ρίχνουμε όλη τη σκόνη στο μπολ και προσθέτουμε ένα και μισό ποτήρι γάλα. Ανακατεύουμε μέχρι να πήξει. Μετά ρίχνουμε όλη την κρέμα πάνω από τα μπισκότα. Βουτάμε ένα- ένα τα μπισκότα στο γάλα και τα βάζουμε πάνω στην κρέμα. Στη συνέχεια, κόβουμε την μπανάνα σε κομμάτια και την τοποθετούμε πάνω στα μπισκότα. Τέλος, τοποθετούμε το γλυκό στο ψυγείο για μισή ώρα.

Φύλλα χαρτιού, μαρκαδόροι, ξυλομπογιές

(Ματράκα, Μιχοπούλου, Παπαγεωργίου, Ταραμπέκου, Φωτοπούλου, 2012)

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να διεξαχθεί σε ομάδες των 4-5 παιδιών και στην κάθε ομάδα να υπάρχει και ένας συντονιστής (πιθανόν κάποιος από τους γονείς που θα διαβάζει τη συνταγή) ή και ομαδικά με τη συνεισφορά όλων.

Αρχικά, διαβάζουμε τη συνταγή βήμα- βήμα και τα παιδιά πραγματοποιούν τις διαδικασίες που απαιτούνται για την παρασκευή του γλυκού. Όταν το γλυκό ετοιμαστεί και αφού το βάλουμε στο ψυγείο και γίνει, το δοκιμάζουμε . Στη συνέχεια, προτείνουμε στα παιδιά να γράψει ο καθένας τη συνταγή του γλυκού για να το θυμούνται και να το κάνουν και στο σπίτι τους. Τους τονίζουμε ότι πρέπει να θυμηθούν τη διαδικασία και τα στάδια που ακολούθησαν με τη σειρά προκειμένου να τη γράψουν όσο καλύτερα γίνεται, ξεκινώντας από τα αρχικά στάδια και τελειώνοντας με το τελευταίο . Όταν γράψουν όλα τα παιδιά τη συνταγή με το δικό του τρόπο ο καθένας, τους λέμε να την παρουσιάσουν στην ολομέλεια και να πουν τα στάδια που ακολούθησαν με τη σειρά.

Συμπληρωματικό στάδιο δραστηριότητα:

Μπορούμε επίσης, πριν από τη γραφή της συνταγής να τους βάλουμε να απεικονίσουν με τη σωστή χρονική σειρά τα υλικά που χρησιμοποίησαν για την παρασκευή του γλυκού. Αυτό ίσως τους βοηθήσει να οργανώσουν καλύτερα τη σκέψη τους και να θυμηθούν

παραπάνω στάδια ή τη σωστή χρονική σειρά των διαδικασιών που ακολούθησαν για την παρασκευή του γλυκού.

4.2.2 ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΜΕ ΤΗΝ ΤΡΑΠΟΥΛΑ ΤΗΣ ΑΝΟΙΞΗΣ

ΥΛΙΚΑ:

Παίρνοντας ιδέα από τη γνωστή μας τράπουλα, κατασκευάζουμε τραπο υλόχαρτα τέσσερις σειρές από το 1 μέχρι το 10. Η πρώτη σειρά με κόκκινα τριαντάφυλλα, η δεύτερη σειρά με κόκκινες παπαρούνες , η τρίτη σειρά με κίτρινα γαρύφαλλα και η τέταρτη σειρά με κίτρινες μαργαρίτες.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:

Το παιχνίδι παίζεται από πέντε παιδιά. Αρχικά, τα παιδιά ανακατεύουν τα φύλλα της τράπουλας και τα μοιράζουν. Στη συνέχεια, ρίχνουν το ζάρι, προκειμένου να δουν με ποια σειρά θα παίξουν. Εκείνος που θα φέρει το μεγαλύτερο αριθμό, ξεκινά και ρίχνει ένα φύλλο με κάποιον αριθμό (στο τραπέζι ή στο χαλί που παίζουν). Το επόμενο παιδί- παίκτης θα πρέπει να ελέγξει τα φύλλα που έχει στα χέρια του και να ρίξει κάποιο από τα δικά του, αλλά με την προϋπόθεση να έχει φύλλο με τον προηγούμενο ή τον επόμενο αριθμό από εκείνο που έριξε το προηγούμενο παιδί. Άμα δεν έχει, τότε παίζει ο επόμενος. Κερδίζει όποιος ρίξει τα χαρτιά με τους αριθμούς πρώτος.

Σημείωση: Για να αποφασίσουν τα παιδιά άμα θα πρέπει να ρίξουν κάποιο από τα χαρτιά της τράπουλας, πρέπει να κάνουν μια νοητική διάταξη των αριθμών και κατόπιν σκέψης να ρίξουν ή όχι.

4.3 ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ

4.3.1 ΝΤΟΜΙΝΟ ΜΕ ΑΝΟΙΞΙΑΤΙΚΕΣ ΕΙΚΟΝΕΣ

ΥΛΙΚΑ:

Κάρτες ντόμινο με ανοιξιάτικες απεικονίσεις :





ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:

Στην αρχή του παιχνιδιού, οι παίκτες μοιράζονται από 3-4 ντόμινο (ανάλογα με το πόσα παιδιά παίζουν και πόσες κάρτες διαθέτουμε) . Ο παίκτης που έχει το ντόμινο που γράφει «Αρχή» και έχει την πρώτη εικόνα παίζει πρώτος και τοποθετεί το ντόμινο στο τραπέζι ή στο δάπεδο. Στη συνέχεια, παίζει δεύτερος ο παίκτης που έχει το ντόμινο που ταιριάζει με τη δεύτερη εικόνα του πρώτου ντόμινο , τρίτος ο παίκτης που έχει το ντόμινο με την εικόνα που αντιστοιχεί με το μισό του προηγούμενου κ.ο.κ Το παιχνίδι τελειώνει όταν τοποθετηθούν όλα τα ντόμινο στο τραπέζι ή το δάπεδο με την τοποθέτηση του τελευταίου ντόμινο το οποίο είναι αυτό που έχει τη λέξη «ΤΕΛΟΣ»

Σημείωση: Ανάλογα με τον αριθμό των παιδιών που θέλουμε να παίξουμε φτιάχνουμε και ενδιάμεσες κάρτες- ντόμινο με περιεχόμενο ανοιξιάτικο (όπως άλλα λουλούδια, πουλιά, έντομα) .

4.3.2 ΤΑ ΓΕΝΕΘΛΙΑ ΤΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣΚΟΥΦΙΤΣΑΣ

ΥΛΙΚΑ:

Λευκά φύλλα ίσου αριθμού με τα παιδιά της τάξης με τους επτά νάνους τοποθετημένους σε κάθετη διάταξη των έναν κάτω από τον άλλον με ζωγραφισμένους τους σκούφους τους (ή έγχρωμη φωτοτυπία)

1-2 φύλλα έγχρωμα για το κάθε τραπεζάκι δραστηριοτήτων με τις επτά γεύσεις παγωτών

Μαρκαδόροι, ξυλομπογιές

Επιπλέον υλικά προέκτασης :

1-2 φύλλα έγχρωμα για το κάθε τραπέζι δραστηριοτήτων με τα επτά δώρα

Ξημέρωσε η μέρα των γενεθλίων της κοκκινοσκουφίτσας και οι 7 νάνοι που ήταν πολύ καλοί της φίλοι, αποφάσισα να της πάρουν από ένα δώρο ο καθένας το οποίο θα είχε κάποιο χαρακτηριστικό τους για να τους θυμάται. Αυτό δε ήταν άλλο από το χρώμα του σκούφου που είχε ο καθένας. Έτσι, τα δώρα που της πήραν ήταν: ένα κίτρινο ψάθινο καπέλο, κόκκινα γυαλιά ηλίου για να την προστατεύουν από τον ήλιο, ένα πορτοκαλί χαριτωμένο πορτοφόλι, ένα μοβ φανταχτερό δαχτυλίδι, ένα πράσινο βιβλίο πρωτότυπων καλοκαιρινών συνταγών , ένα άσπρο μενταγιόν για να την προστατεύει και μια καφέ ζώνη. Στη συνέχεια πήγαν στο σπίτι της γιαγιάς της όπου βρισκόταν, της ευχήθηκαν όλοι και της έδωσε ο νάνος με τον καφέ σκούφο όλα τα δώρα. Εκείνη θα τα άνοιγε αφού πρώτα τους κερνούσε κάτι. Η γιαγιά της την προηγούμενη μέρα είχε φτιάξει παγωτό σε διάφορες γεύσεις (μπανάνα, φράουλα, βανίλια, βατόμουρο, ακτινίδιο, πορτοκάλι και κάστανο) και αφού τους μοίρασε από ένα μπολάκι καλέστηκε να βάλει στον καθένα της αγαπημένη του γεύση , όμως δε θυμόταν ποια ήταν. Εκείνη τη στιγμή, σκέφτηκε πως ο κάθε νάνος έχει το δικό του χαρακτηριστικό χρώμα γι αυτό άλλωστε έχουν όλοι διαφορετικό χρώμα σκούφου. Πάλι όμως είχε δυσκολία.

Σε αυτό το σημείο διακόπτουμε την ιστορία και λέμε στα παιδιά να βοηθήσουν την κοκκινοσκουφίτσα να βάλει σε κάθε μπολάκι από μια μπάλα παγωτού , διαφορετικής γεύσης στον καθένα, λαμβάνοντας υπόψη τις προτιμήσεις τους.

Τα παιδιά πάνε στα τραπεζάκια δραστηριοτήτων και τους μοιράζουμε από ένα φύλλο στον καθένα με τους επτά νάνους (τοποθετημένους τον έναν κάτω από τον άλλο και με τους χρωματιστούς σκούφους τους) , ενώ αφήνουμε και 1-2 φύλλα στο κάθε τραπέζι με τις επτά γεύσεις των παγωτών για να τις θυμούνται. Έτσι, ζητάμε να ζωγραφίσουν δίπλα σε κάθε νάνο τη γεύση που του ταιριάζει (ανάλογα με την προτίμηση-σκούφο του καθενός)

Αφού, τελειώσουν όλα τα παιδιά συνεχίζεται η ιστορία.

Έτσι, η κοκκινοσκουφίτσα έβαλε στον κάθε νάνο τη γεύση παγωτού που του άρεσε, δηλαδή στο νάνο με τον κίτρινο σκούφο , γεύση μπανάνα, σ' αυτόν με τον κόκκινο σκούφο γεύση φράουλα, με τον πράσινο σκούφο γεύση ακτινίδιο, με τον πορτοκαλί σκούφο γεύση πορτοκάλι, με τον μοβ σκούφο γεύση βατόμουρο, με τον άσπρο σκούφο γεύση βανίλια και με τον καφέ σκούφο γεύση κάστανο. Όλοι οι νάνοι έφαγαν το δροσιστικό παγωτό και ευχαρίστησαν την κοκκινοσκουφίτσα. Στη συνέχεια , βγήκαν όλοι στην αυλή και άρχισαν να παίζουν ασταμάτητα , μέχρι να νυχτώσει.

Πιθανή επέκταση ιστορίας και δραστηριότητας:

Όταν έφυγαν οι νάνοι η κοκκινοσκουφίτσα άνοιξε τα δώρα ένα- ένα, αλλά δεν ήξερε ποιο δώρο ήταν από τον κάθε νάνο. Έτσι, χρειάζεται τη βοήθεια των παιδιών της τάξης για να βρει ποιο δώρο της έκανε κάθε νάνος , καθώς εκείνοι από τη βιασύνη τους ξέχασαν να βάλουν καρτελάκι στα δώρα με το όνομα τους.

Σε αυτό το στάδιο, μοιράζουμε στο κάθε τραπέζακι δραστηριοτήτων 1-2 έγχρωμες φωτοτυπίες με τα επτά δώρα για να τα θυμούνται τα παιδιά. Στη συνέχεια, τους λέμε να ζωγραφίσουν σε ένα φύλλο χαρτί το νάνο με το αντίστοιχο δώρο. Άμα θέλουμε να εξάψουμε παραπάνω τη φαντασία των παιδιών , τους λέμε να μπουν στη θέση του κάθε νάνου και να ζωγραφίσουν ή να πουν προφορικά τι δώρο θα έκαναν στην κοκκινοσκουφίτσα, λαμβάνοντας υπόψη το χρώμα κάθε νάνου και τηρώντας τη σχέση αντιστοίχισης νάνων –χρώμα σκούφων με δώρα – χρώμα δώρων.

5. ΕΠΙΛΟΓΟΣ

5.1 ΠΑΛΙΕΣ ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ- ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ

Σύμφωνα με την αντίληψη για τη μάθηση που επικρατούσε παλιότερα, τα παιδιά , όταν έρχονταν στο νηπιαγωγείο , αντιμετωπιζονταν ως άγραφοι χάρτες (tabula rasa) , επάνω στους οποίους η «ακαδημαϊκή» γνώση έπρεπε να αποτυπωθεί με οργανωμένη σειρά, ξεκινώντας από το απλούστερο και ευκολότερο και πηγαίνοντας προς το πιο σύνθετο και δυσκολότερο. (Δαφέρμου, 2009) Συχνά μάλιστα ,οι εκπαιδευτικοί, πραγματοποιούσαν και πραγματοποιούν ακόμα και σήμερα δραστηριότητες, χρησιμοποιώντας φύλλα εργασίας, τα οποία αναφέρονται στις περιοχές μαθηματικών που στοχεύουν μεν, αλλά με τον τρόπο που δίνονται δεν έχουν κάποιο νόημα για τα παιδιά με αποτέλεσμα να μην τα βοηθούν στην ουσιαστική κατανόηση και τριβή με την έννοια- σχέση στόχο. Συνήθως, είναι φύλλα εργασίας , τα οποία είναι προκατασκευασμένα- τυποποιημένα, πιθανό να μην ανταποκρίνονται στις εμπειρίες τους, ή να μην τους δίνουν δυνατότητα βαθύτερης σκέψης και προβληματισμού. Ωστόσο, δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στο αποτέλεσμα, το οποίο είναι όλοι οι μαθητές να μπορούν να ανταποκριθούν σε συγκεκριμένες δραστηριότητες, με στόχο την κάλυψη κάποιας πιθανής ύλης , ανεξάρτητα από το αναπτυξιακό στάδιο που βρίσκεται ο καθένας. Έτσι, πολλές φορές, οι εκπαιδευτικοί μένουν «ευχαριστημένοι» , όταν τα παιδιά καταφέρνουν να αντιμετωπίσουν την κατάσταση που τους προτείνουν και δίνουν «σωστές» απαντήσεις ή λύσεις. Μια τέτοια όμως εξέλιξη, μπορεί να σημαίνει ότι τα παιδιά γνωρίζουν ήδη το θέμα που διαπραγματεύονται και στην ουσία δεν οδηγούνται στην ανάπτυξη μιας νέας ιδέας ή ενός νέου τρόπου σκέψης. Έτσι , τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα τη μη ουσιαστική επαφή/ κατανόηση εννοιών- σχέσεων αλλά και τρόπων σκέψης που είναι πολύτιμα για την μετέπειτα πορεία και εξέλιξη των μαθητών της προσχολικής ηλικίας.

5.2 ΣΗΜΕΡΙΝΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ- ΠΡΑΚΤΙΚΩΝ

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι προτεινόμενες διδακτικές προσεγγίσεις μετατοπίστηκαν από την επιδίωξη της απλής κατάκτησης συγκεκριμένων σχέσεων- εννοιών και δεξιοτήτων από τους μαθητές , στην εστίαση για την επίλυση προβλημάτων. Έτσι, «*τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών των μαθηματικών επικεντρώνονται στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και συλλογισμού , στην καλλιέργεια ικανοτήτων και δεξιοτήτων επίλυσης προβλήματος και στην απόκτηση εμπιστοσύνης στον εαυτό τους γι αυτές τις ικανότητες από τους μαθητές*» (Σακονίδης , 2004) Ταυτόχρονα, θεωρείται μεγάλης σημασίας ο σχεδιασμός κατάλληλων δραστηριοτήτων (σε σχέση πάντα με το πλαίσιο) που θα διεγείρουν την περιέργεια των παιδιών και θα τους προσελκύσουν το ενδιαφέρον για διερευνήσεις και ανακαλύψεις. Με αυτό τον τρόπο, επιδιώκεται η καθολική συμμετοχή τους , μέσα από την οποία εν τέλει θα οδηγηθούν στην ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης , θα έρθουν σε ουσιαστική επαφή με τις έννοιες- στόχους και το καθένα από αυτά θα εξελιχθεί και θα αποκτήσει τα απαραίτητα θεμέλια γνώσης για την μετέπειτα πορεία του.

Σήμερα οι καταλληλότεροι μέθοδοι εισαγωγής μαθηματικών εννοιών θεωρούνται η αφήγηση κειμένων με κατάλληλα διαμορφωμένα σενάρια και το παιχνίδι, το οποίο είναι ίσως και το πιο διαδεδομένο μέσο. Η αφήγηση μπορεί να βοηθήσει στο χτίσιμο των θεμελίων της διαδικασίας ανάπτυξης των μαθηματικών εννοιών. Οι κατάλληλα διαμορφωμένες για το παιδί αυτής της ηλικίας καταστάσεις , μέσα από το σενάριο, το προτρέπουν να δράσει να εμπλακεί, να κινητοποιήσει τις γνώσεις και τις δεξιότητες του. Το παιδί , για να αναπτύξει μια γνώση πρέπει να εμπλακεί με μια κατάσταση κατάλληλα διαμορφωμένη, ώστε να το προτρέπει να δράσει, να κατασκευάσει, να επιλέξει, να δραστηριοποιηθεί δηλαδή ολόπλευρα. Ωστόσο, για να επιτευχθούν τα παραπάνω πρέπει 1) να εξασφαλιστεί ισορροπία ανάμεσα στην εξέλιξη της ιστορίας και τους διδακτικούς στόχους, 2) να δίνεται δυνατότητα σε όλα τα παιδιά να συμμετέχουν, 3) η ιστορία να είναι μεν προκατασκευασμένη αλλά και αρκετά ευέλικτη ώστε να επιτρέπει τροποποιήσεις ανάλογα με την ανταπόκριση των παιδιών. (Χασάπης, 2010) Επίσης, μέσα από δραστηριότητες παιχνιδιού, τα παιδιά μεταφέρονται σε έναν άλλο κόσμο, εμπλέκονται και

ενεργοποιείται η σκέψη τους με αποτέλεσμα να αναζητούν τρόπους επίλυσης και να μαθαίνουν μέσα από την προσπάθεια τους αυτή έννοιες- σχέσεις στόχους , κάτι το οποίο πιθανό να μην αντιλαμβάνονται οι ίδιοι τη στιγμή εκείνη. (Χασάπης, 2012) Ταυτόχρονα, μέσα από το παιχνίδι, δίνεται η δυνατότητα επιλογών, η μη κυριολεκτική προσέγγιση , η πολλαπλότητα των δυνατών αποτελεσμάτων και η ανταμοιβή της ικανότητας των παιχτών τα οποία είναι πολύ σημαντικά στοιχεία. Ωστόσο, πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στο να έχουν έναν σαφή και προσεκτικά μελετημένο εκπαιδευτικό σκοπό και να μην στοχεύουν μόνο στη διασκέδαση. Τέλος, σημαντικό είναι οι δραστηριότητες να δίνουν τη δυνατότητα ανάδειξης γνώσεων εκτός σχολικού πλαισίου, ενώ τα παιδιά καλούνται να τις συνδέσουν με εκείνες που αποκτούν εντός σχολικού πλαισίου. Ακόμα, είναι σκόπιμο να επισημανθεί ότι καμία έννοια και ειδικά οι μαθηματικές δεν μπορεί να δημιουργηθεί από μια ή δύο δραστηριότητες. Αντίθετα, παίρνει το νόημα της, από ένα σύνολο καταστάσεων και προβλημάτων , μέσα στις οποίες λειτουργεί και από τις οποίες μπορεί να γενικευτεί. (Τζεκάκη, 2007)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Δαφέρμου, Χ., Κουλούρη, Π., Μπασαγιάννη, Ε. (2009). *Οδηγός Νηπιαγωγού*.
- Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί. Δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Σακονίδης, Χ., (2004), *Μαθαίνοντας και διδάσκοντας μαθηματικά , Εκπαίδευση Μουσουλμανοπαίδων 2002-2004* (ΥΠΕΠΘ, ΕΠΕΑΕΚ II, Μέτρο 1.1), Σειρά: Κλειδιά και Αντικλειδιά, Επιστημονική Υπεύθυνη: Αλεξάνδρα Ανδρούσου. Ανακτήθηκε από: www.kleidiakaiantikleidia.net
- Τζεκάκη, Μ. (1998). *Μαθηματικές δραστηριότητες για την προσχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg
- Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Προσχολική και Πρώτη σχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg

- Χασάπης, Δ. (2000). *Διδακτική βασικών μαθηματικών εννοιών. Αριθμοί και αριθμητικές πράξεις*, Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Χασάπης, Δ. (2010), Εισάγοντας τα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο ως αφήγηση, *Νέα Παιδεία*, 36, 75-84.
- Χασάπης, Δ. (2012), Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών. Στο Δ. Χασάπης, (επιμ.), Το παιχνίδι στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών, Πρακτικά 10^{ου} Διήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, ΤΕΑΠΗ-ΕΚΠΑ, Αθήνα, 67-88.

vily_pap@hotmail.com

Ο ΓΥΡΟΣ ΤΟΥ ΚΟΣΜΟΥ ΣΕ 5 ΜΕΡΕΣ ΜΕ... ΑΡΙΘΜΟΥΣ

Παρασκευή Καρβελά & Παναγιώτα Κοσμοπούλου

Νηπιαγωγός

Νηπιαγωγός

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση παρουσιάζεται μια εκπαιδευτική παρέμβαση η οποία βασίστηκε στην ιστορία του Ιούλιου Βερν, «Ο γύρος του κόσμου σε 80 ημέρες» και εφαρμόστηκε σε ένα νηπιαγωγείο κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας. Προηγήθηκε της παρέμβασης μια εβδομάδα παρακολούθησης του πλαισίου μιας συγκεκριμένης τάξης του νηπιαγωγείου και ακολούθησε μια εβδομάδα συλλογής δεδομένων και αξιολόγησης της παρέμβασης μας. Η παρέμβαση μας βασίστηκε στην ιστορία του Ιούλιου Βερν, «Ο γύρος του κόσμου σε 80 ημέρες». Η συγκεκριμένη ιστορία επιλέχθηκε επειδή μας έδινε το έναυσμα να δημιουργήσουμε ένα περιβάλλον διερευνητικής μάθησης με άξονα την ίδια όπου τα παιδιά μπορεί να είναι οι πρωταγωνιστές μιας ιστορίας, η οποία κατασκευάζεται και εξελίσσεται με τη συμμετοχή τους και δομείται στην επίλυση προβλημάτων για τη συνέχεια της. Οι δραστηριότητες των πέντε ημερών είχαν βασικό άξονα τη μαθηματική έννοια των αριθμών. Αναλυτικότερα, ο στόχος μας ήταν τα παιδιά να έρθουν σε επαφή με τις ακόλουθες μαθηματικές ιδέες: αντιστοίχιση, αρίθμηση/ απαρίθμηση, αριθμός και πρόσθεση.

Στην παρούσα εισήγηση παρουσιάζεται η πορεία σχεδιασμού μιας σειράς μαθηματικών δραστηριοτήτων στα πλαίσια μια πενθήμερης παρέμβασης σε τάξη νηπιαγωγείου. Η παρέμβαση σχετιζόταν με το μάθημα πρακτικής άσκησης « Υλικά και Δραστηριότητες II» με καθηγητή τον κύριο Δημήτρη Χασάπη. Οι δραστηριότητες σχεδιάστηκαν έχοντας ως βάση μια ιστορία και ως στόχο την εισαγωγή ενός συγκεκριμένου μαθηματικού θέματος και στη συνέχεια υλοποιήθηκαν στο νηπιαγωγείο.

Συγκεκριμένα, η παρέμβαση βασίστηκε στην ιστορία του Ιουλίου Βερν, «Ο γύρος του κόσμου σε 80 ημέρες» και επεδίωκε να εισάγει τα παιδιά στην έννοια των αριθμών. Η συγκεκριμένη ιστορία επιλέχθηκε επειδή μας έδινε το έναυσμα να δημιουργήσουμε ένα περιβάλλον διερευνητικής μάθησης με άξονα την ίδια όπου τα παιδιά μπορεί να είναι η πρωταγωνιστές μιας ιστορίας, η οποία κατασκευάζεται και εξελίσσεται με τη συμμετοχή τους και η οποία δομείται στην επίλυση προβλημάτων για τη συνέχεια της. Αξίζει να σημειωθεί ότι επιλέχθηκε ένα βιβλίο που αποτελεί εκδοχή του γνωστού αυτού κλασσικού λογοτεχνικού έργου ειδικά προσαρμοσμένη για μικρά παιδιά.

Πότε μια δραστηριότητα είναι μαθηματική;

Στο πρώτο ερώτημα που έπρεπε να απαντήσουμε πριν σχεδιάσουμε τις δραστηριότητες της παρέμβασής μας ήταν πότε μια δραστηριότητα είναι μαθηματική. Αν και το ερώτημα αυτό φαίνεται να έχει μια προφανή απάντηση, μία δραστηριότητα είναι μαθηματική όταν συνδέεται με μια μαθηματική έννοια, έχει αποδειχθεί ότι δυσκολεύει πολλούς εκπαιδευτικούς στην πράξη.

Οι δυσκολίες στο σχεδιασμό μαθηματικών δραστηριοτήτων οφείλονται στο ότι οι έννοιες αναπτύσσονται μέσα από σύνολα καταστάσεων που εμπλέκουν περισσότερες ιδέες και η δράση των μαθητών σε αυτές μπορεί να ξεφύγει από τον επιδιωκόμενο στόχο ή να μην οδηγήσει στην ανάπτυξη νέων ιδεών. Ακόμα μία αιτία μπορεί να βρίσκεται στον τρόπο που διαχειρίζεται ένας εκπαιδευτικός μία δραστηριότητα, ο οποίος μπορεί να οδηγήσει σε μειωμένη αναζήτηση από τη μεριά των παιδιών.

Για παράδειγμα, μια δραστηριότητα όπου ο νηπιαγωγός ζητά από τα παιδιά να τοποθετήσουν αντικείμενα «πάνω ή κάτω» από το τραπέζι, χωρίς οι έννοιες αυτές να εντάσσονται και να γενικεύονται σε ένα ευρύτερο πλαίσιο, δεν είναι μαθηματική δραστηριότητα. Τα παιδιά αντιμετωπίζουν την κατάσταση με καθημερινές έννοιες οι οποίες δεν γενικεύονται και δεν εντάσσονται σε ένα μαθηματικό άξονα ανάπτυξης.

Χαρακτηριστικά μιας μαθηματικής δραστηριότητας

Δράση

Μια μαθηματική δραστηριότητα είναι αρχικά δραστηριότητα. Δραστηριότητα είναι μια κατάσταση κατά την οποία το άτομο καλείται να δράσει, να αποφασίσει να επιλέξει, να κατασκευάσει, κλπ. Για τη δράση αυτή κινητοποιεί την προηγούμενη γνώση, η οποία αν δεν είναι επαρκής, το άτομο την επανεξετάζει, την επανοργανώνει ή την διευρύνει.

Μια δραστηριότητα που είναι προσανατολισμένη προς την κατεύθυνση της ανάπτυξης μιας νέας γνώσης είναι απαραίτητο να οδηγεί το παιδί σε μία κατάσταση προβληματισμού. Το στοιχείο αυτό θα πρέπει να εξασφαλίζεται τόσο με το θέμα που βάζει προς διαπραγμάτευση, όσο και με το πλαίσιο στο οποίο είναι οργανωμένη η δραστηριότητα (θέμα, σενάριο και υλικό), ώστε να ενθαρρύνεται η εμπλοκή του. Για να εξασφαλιστεί η δημιουργία εσωτερικών κινήτρων στα παιδιά θα πρέπει η κατάσταση που προτείνεται για διαπραγμάτευση να είναι σχετική με τα ενδιαφέροντά τους, το επίπεδό τους, ενώ θα πρέπει ο εκπαιδευτικός να οργανώνει τη δραστηριότητα, με τρόπο ώστε να ενθαρρύνεται η εμπλοκή των παιδιών και να τα ενθαρρύνει να συμμετέχουν σε αυτή.

Διατύπωση

Ένα χαρακτηριστικό των μαθηματικών δραστηριοτήτων είναι η λεκτική παρουσίαση της δράσης από την πλευρά του μαθητή, αλλά και οι ανταλλαγές μεταξύ των μαθητών.

Οι λέξεις ή τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται για να αποδώσουν μία σημασία είναι φορείς των εννοιών και επιδρούν στην επεξεργασία τους από τα παιδιά. Άλλωστε, όπως έχει επισημάνει ο Vergnaud, *«το σύνολο των λεκτικών, παραστατικών ή συμβολικών μέσων που σχετίζονται με μία*

έννοια, αποτελούν μία από τις τρεις συνιστώσες της». Η δημιουργία μιας έννοιας δεν ολοκληρώνεται χωρίς τη διατύπωσή της με λόγια. Η διατύπωση επιτρέπει στο παιδί να αποκτήσει συνείδηση της δράσης αυτής. Όταν το παιδί δίνει μία εξήγηση ή εκφράζει λεκτικά μία ιδέα, μία λύση ή κατασκευή *«αναπαράγει νοερά τη δράση του και οργανώνει τη σκέψη του με αποτέλεσμα να την αντιλαμβάνεται σε ένα πιο ουσιαστικό επίπεδο»*. Ακόμα, η λεκτική έκφραση και η ανταλλαγή διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στο να επιτευχθεί η σύγκλιση της ατομικής και συλλογικής κατασκευής, που αποτελεί ζητούμενο στην εκπαιδευτική διαδικασία. Συνεπώς, στο πλαίσιο μιας δραστηριότητας το παιδί πρέπει να έχει την ευκαιρία να διατυπώσει με λόγια τη δράση του, την απόφαση ή την κατασκευή του.

Αξιίζει ακόμα να σημειωθεί ότι μέσα από τις συζητήσεις των παιδιών ο εκπαιδευτικός έχει την ευκαιρία να διαπιστώσει κατά πόσο αυτές παραμένουν στο πλαίσιο παλαιών ή οικείων γνώσεων ή είναι προσανατολισμένες προς νέες ιδέες ή γενικεύσεις.

Διαδικασίες ελέγχου

Στο πλαίσιο μιας μαθηματικής δραστηριότητας που έχει ως στόχο να διευρύνει τη μαθηματική εμπειρία των παιδιών ολοκληρώνεται όταν τα παιδιά είναι σε θέση να ελέγξουν την ορθότητα της δράσης τους. Η ύπαρξη διαδικασιών ελέγχου σε μια προτεινόμενη δραστηριότητα είναι ένα ζήτημα μεγάλης σημασίας και για αυτό η πρόβλεψη τους είναι απαραίτητο συστατικό μιας σωστής δραστηριότητας.

Μέσα από μία διαδικασία ελέγχου ο μαθητής έχει την ευκαιρία να αξιολογήσει την ορθότητα της απάντησης ή της λύσης που έδωσε σε μία κατάσταση ή ένα πρόβλημα και κατανοεί το αποτέλεσμα αυτής της αξιολόγησης. Έτσι, το παιδί είναι σε θέση να διαπιστώσει τα σωστά ή τα λάθη του και να περάσει σε τροποποίηση των ιδεών που το οδήγησαν σε αυτά. Η αναγνώριση αυτή θεωρείται ότι αποτελεί το πρώτο κίνητρο για την ανάπτυξη νέων γνώσεων.

Συχνά τα παιδιά δεν ελέγχουν και δεν αναγνωρίζουν το σωστό ή το λάθος μιας δράσης τους. Σε μια διαδικασία ελέγχου το υποκείμενο εξετάζει την ορθότητα μιας δράσης του ή μιας επιλογής του και είναι σε θέση να ερμηνεύσει τις αιτίες που το οδήγησαν στο αποτέλεσμα.

Αυτό που θα το οδηγήσει στο «να επανεξετάσει, επανοργανώσει ή να διευρύνει όσα μπορεί να κάνει» είναι η ανάγκη του να διορθώσει το αποτέλεσμα. Αυτή η επανοργάνωση ή διεύρυνση είναι ουσιαστικά η ανάπτυξη μίας νέας ιδέας και δε θα πραγματοποιηθεί αν το παιδί δεν ενδιαφέρεται ή δεν αντιλαμβάνεται την ανεπάρκεια την ανεπάρκεια των γνώσεών του.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι εκτός από την ετοιμότητα του παιδιού να εξετάζει την ορθότητα ενός αποτελέσματος, ένα κατάλληλα διαμορφωμένο περιβάλλον ή μια κοινότητα μάθησης επιστρέφει στο υποκείμενο πληροφορίες σχετικές με το αποτέλεσμα της δράσης τους. Αυτές οι πληροφορίες μπορούν να θεωρηθούν ως εξωτερικές ενδείξεις ελέγχου. Ως εξωτερικές μπορούν, ακόμα, να θεωρηθούν οι πληροφορίες που δίνονται από στοιχεία της δραστηριότητας ή από τις απόψεις των άλλων παιδιών. Όλες αυτές οι εξωτερικές ενδείξεις ελέγχου μπορούν να χρησιμοποιηθούν και να αξιοποιηθούν από τα παιδιά ως κριτήρια ελέγχου. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι ο εκπαιδευτικός δεν πρέπει να παρεμβαίνει στον έλεγχο ή τη διόρθωση, αλλά να ενθαρρύνει τα παιδιά στη διαδικασία αυτή.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι μια μαθηματική δραστηριότητα είναι κατάλληλη όταν:

- Γεννά μια ιδέα στα παιδιά.
- Η ιδέα αυτή συνδέεται με τα μαθηματικά.
- Είναι πρόβλημα, δηλαδή μια κατάσταση της οποίας τα παιδιά δεν γνωρίζουν την αντιμετώπιση.
- Είναι με τέτοιο τρόπο οργανωμένη, ώστε τα παιδιά να εμπλακούν στη «λύση» της.
- Είναι με τέτοιο τρόπο οργανωμένη ώστε τα παιδιά να μπορούν να τη διαχειρισθούν χωρίς την παρέμβαση του εκπαιδευτικού.
- Έχουν προβλεφθεί τρόποι ώστε τα παιδιά να διαπιστώσουν τα σωστά ή τα λάθη τους.
- Και τέλος, συνδυάζεται με άλλες δραστηριότητες ώστε να οδηγεί σε κάποιο γενικότερο συμπέρασμα.

Για το σκοπό αυτό ο εκπαιδευτικός είναι απαραίτητο να γνωρίζει τις μαθηματικές έννοιες με τις οποίες ασχολείται, να μπορεί να εντοπίσει κατάλληλες δραστηριότητες που αναδεικνύουν αυτές τις έννοιες όπως και να επιτυγχάνει να τις πλαισιώσει με κατάλληλο παιδαγωγικό υλικό (σενάρια, υλικά, μορφές αναπαράστασης) ώστε να κινεί το ενδιαφέρον και να οδηγεί στη δραστηριοποίηση των παιδιών. Μετά την προετοιμασία του κατάλληλου για μάθηση περιβάλλοντος ο εκπαιδευτικός έχει ως μόνο ρόλο την ενθάρρυνση της δραστηριοποίησης των μαθητών και την επανατοποθέτηση του προβλήματος, αν είναι αναγκαίο, χωρίς να βοηθά ή να δίνει τις λύσεις.

Η έννοια του αριθμού

Όπως αναφέρεται παραπάνω, οι δραστηριότητες είχαν ως στόχο να έρθουν σε επαφή τα παιδιά του νηπιαγωγείου με τη μαθηματική έννοια του αριθμού. Η έννοια του «αριθμού» είναι μία από τις πρωταρχικές και πιο βασικές έννοιες των μαθηματικών. Σύμφωνα με τη θεωρία του Piaget ανήκει στη λογικομαθηματική γνώση. Ο ορισμός της έννοιας αυτής έχει αποτελέσει και αποτελεί αντικείμενο διαφορετικών προσεγγίσεων, τόσο με μαθηματικούς, όσο και με φιλοσοφικούς όρους.

Η κατανόηση των αριθμών περιλαμβάνει δύο τύπους γνώσης, αυτή της κατανόησης της πληθυκότητας και αυτή της κατανόησης της διατακτικότητας. Η πληθυκότητα αναφέρεται στο απόλυτο αριθμητικό μέγεθος και η διατακτικότητα στις σχετικιστικές ιδιότητες των αριθμών.

Η πληθική και η διατακτική έννοια του φυσικού αριθμού είναι έννοιες που εμπεριέχονται αλληλένδετα στη διατύπωση κάθε πεπερασμένου (φυσικού) αριθμού, δηλαδή κάθε αριθμού που αναφέρεται σε ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχείων. Η πληθική έννοια του (φυσικού) αριθμού προκύπτει πρωταρχικά στο πλαίσιο μιας διαδικασίας αντιστοίχισης ένα προς ένα των στοιχείων ενός καθορισμένου πλήθους σε μια καθιερωμένη ακολουθία συμβολικών- αριθμητικών εκφράσεων. Η διατακτική έννοια του αριθμού, αντίστοιχα, προκύπτει πρωταρχικά στο πλαίσιο μιας διαδικασίας διευθέτησης των στοιχείων ενός

καθορισμένου πλήθους σε μία σειρά, δηλαδή στο πλαίσιο μιας διαδικασίας διάταξης.

Στο πλαίσιο της καθημερινότητας «αριθμοί» αποκαλούνται οι μονοσήμαντες γλωσσικές και συμβολικές διατυπώσεις, στις οποίες αντιστοιχίζεται και εκφράζεται το κάθε συγκεκριμένο πλήθος στοιχείων ή κάθε σχετική θέση ενός συγκεκριμένου στοιχείου σε μία καθορισμένη σειρά. Οι φυσικοί αριθμοί αποτελούν το πρώτο ιεραρχικά αριθμητικό σύνολο και τους συμπληρώνουν τα επόμενα αριθμητικά συστήματα, οι ακέραιοι, οι ρητοί και οι πραγματικοί αριθμοί. Το σύνολο των αριθμών δομεί ένα σύστημα αρίθμησης που στηρίζεται στη δεκάδα. Αυτό το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, όπου η μονάδα κάθε επόμενης τάξης είναι δεκαπλάσια της προηγούμενης μονάδας. Αν και κάθε αριθμός συνδέεται με μία διαφορετική αριθμητική λέξη, η συμβολική του γραφή ακολουθεί το σχήμα της θεσιακής αξίας των ψηφίων.

Η αναγνώριση αριθμητικών συμβόλων, η προφορική αρίθμηση (απαγγελία τις διαδοχής των αριθμητικών ονομάτων), η αναγνώριση ποσοτήτων με μία ματιά (χωρίς καταμέτρηση), η καταμέτρηση (σύνδεση της απαγγελίας με την αντιστοίχιση αντικειμένων) και η μέτρηση (σύγκριση μονάδας και μεγέθους) αποτελούν τις περιπτώσεις στις οποίες συνοψίζονται αυτές οι δραστηριότητες. Επομένως, διδακτικά, η δράση του παιδιού πάνω στα πραγματικά αντικείμενα και στον πραγματικό κόσμο μπορεί να το βοηθήσει να συνδυάσει όλα τα στοιχεία και να συγκροτήσει μια ολοκληρωμένη, αλλά και αφηρημένη μαθηματική έννοια. Σε ό, τι αφορά συγκεκριμένα τους αριθμούς, το πέρασμα της δράσης από τα πραγματικά αντικείμενα στους αριθμούς και την αφηρημένη δομή τους απαιτεί μία εννοιολογική συγκρότηση χωρίς την οποία το αριθμητικό σύμβολο μένει χωρίς περιεχόμενο.

Δραστηριότητες παρέμβασης

Όσον αφορά τις μαθηματικές δραστηριότητες που σχεδιάσαμε και υλοποιήσαμε αυτές είναι οι εξής ανά ημέρα:

Η πρώτη ημέρα περιελάμβανε ένα *παιχνίδι ντόμινο* με από τη μια πλευρά του ντόμινο αριθμούς και από την άλλη κουκίδες. Στόχος ήταν να έρθουν τα παιδιά σε επαφή με την έννοια των αριθμών, τη

συμβατική μορφή και τη συμβολική με τις κουκίδες και με την έννοια της αντιστοίχισης. Η δεύτερη μέρα περιελάμβανε *δύο πάζλ* με αριθμούς στο πίσω μέρος και ένα *επιτραπέζιο παιχνίδι- φιδάκι*. Με τα πάζλ επιδιώκαμε να εξοικειωθούν τα παιδιά με την ακολουθία των φυσικών αριθμών από το ένα έως το δώδεκα. Ακολουθώντας, με το φιδάκι με την έννοια της αντιστοίχισης αριθμού κουκίδων που δείχνει το ζάρι τους με τον αριθμό των θέσεων που θα πρέπει να μετατοπίσουν το πιόνι τους. Η δραστηριότητα της τρίτης ημέρας αφορούσε *παιχνίδι τόμπολας με αριθμούς*. Σκοπός ήταν να εξοικειωθούν τα παιδιά με τους αριθμούς και να αναγνωρίσουν τη συμβατική μορφή τους. Στην τέταρτη ημέρα της άσκησης διεξήχθη το *παιχνίδι 'Ένα- Δύο'* με σκοπό τα παιδιά να μπουν σε διαδικασία πρόσθεσης όσων βουλών είχαν συγκεντρώσει και σύγκρισης με των υπολοίπων παικτών ώστε να αναδειχθεί νικητής το παιδί που είχε συγκεντρώσει τις περισσότερες. Τέλος, η πέμπτη μέρα της παρέμβασης συμπεριλάμβανε ένα *επιτραπέζιο παιχνίδι διαδρομής*. Στη δραστηριότητα αυτή σκοπός ήταν τα παιδιά να έρθουν σε επαφή με την μαθηματική έννοια της αρίθμησης/ απαρίθμησης και της αντιστοίχισης.

Σας παραθέτουμε ενδεικτικά την εξέλιξη της δεύτερης μέρας.

Ιστορία: Τη δεύτερη ημέρα μια φοιτήτρια εμφάνισε στην παρεούλα το βιβλίο «Ο γύρος του κόσμου σε 80ημέρες». Ρώτησε τα παιδιά εάν έφτασαν όλοι στην Ιταλία με το χθεσινό παιχνίδι κι αν θυμούνται τι συνέβη στη συνέχεια του ταξιδιού του Φιλέα Φογκ. Βλέποντας ότι τα παιδιά ανταποκρίνονταν και ανέφεραν , μάλιστα, λεπτομέρειες για την πορεία του Φιλέα Φογκ, η φοιτήτρια έκρινε σωστό να μην κάνει αφήγηση του κομματιού πάνω στο οποίο βασιζόνταν οι δραστηριότητες που θα ακολουθούσαν. Άνοιξε το βιβλίο στις σελίδες του συγκεκριμένου κομματιού και κάλεσε τα παιδιά να αφηγηθούν την ιστορία δείχνοντας παράλληλα τις εικόνες του βιβλίου που αντιστοιχούσαν σε αυτό. Η άλλη φοιτήτρια ανέφερε ότι ο Φιλέας Φογκ καλούσε τα παιδιά να 'ταξιδέψουν' μαζί του από την Ιταλία που βρίσκονταν μέχρι τη Νέα Υόρκη. Η διαδρομή, ωστόσο, ήταν μακρινή και οι ταξιδιώτες χρειαζόνταν ένα πλοίο και ένα τρένο για να μετακινηθούν, ενώ στη συνέχεια, έπρεπε να σώσουν τον Πασπαρτού από τους Ινδιάνους για να συνεχίσουν το ταξίδι.

Δραστηριότητα πρώτη: Παζλ με αριθμούς

Βασικές μαθηματικές ιδέες: Ομαδοποίηση, αριθμητική ακολουθία των φυσικών αριθμών, αριθμός

Μαθησιακές επιδιώξεις: να τηρούν τους κανόνες του παιχνιδιού και να συνεργαστούν με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας τους, να εξοικειωθούν με τη σειρά της ακολουθίας και με τα σύμβολα των φυσικών αριθμών

Υλικό: Δύο εικόνες κολλημένες σε χαρτόνι, κάθε εικόνα είναι χωρισμένη σε δώδεκα επιμέρους κομμάτια στο πίσω μέρος των οποίων αναγράφονται οι αριθμοί από το ένα μέχρι το δώδεκα, υπάρχει μία βούλα ανάλογα με το χρώμα της ομάδας (μπλε, πράσινη, πορτοκαλί, κίτρινη) στα κομμάτια της μίας εικόνας και καμία στα κομμάτια της άλλης

Περιγραφή Δραστηριότητας: Τα παιδιά χωρισμένα στις ίδιες ομάδες με την προηγούμενη μέρα κάθισαν σε τέσσερα τραπέζια, κάθε ομάδα σε ένα. Οι φοιτήτριες έδωσαν σε κάθε ομάδα από ένα σακουλάκι που περιείχε ανακατεμένα τα κομμάτια των δύο παζλ. Οι φοιτήτριες είπαν στα παιδιά ότι πρέπει να ανοίξουν τα σακουλάκια να γυρίσουν τα κομμάτια από την πλευρά των αριθμών και να ξεχωρίσουν όσα είχαν τις βούλες από αυτά που δεν είχαν. Όταν θα τα είχαν ξεχωρίσει θα έφτιαχναν την αριθμογραμμή από το ένα έως το δώδεκα με τα κομμάτια του κάθε παζλ. Αφού έδειχναν τις αριθμογραμμές στις φοιτήτριες θα γύριζαν τα κομμάτια από την πλευρά της εικόνας και στη συνέχεια θα σχημάτιζαν με τα κομμάτια των παζλ αντίστοιχα ένα πλοίο και ένα τρένο. Νικήτρια θα ήταν η ομάδα που θα τελείωνε πρώτη. Με το πέρας του παιχνιδιού, μοιράστηκαν από τις φοιτήτριες οι καρτέλες καταγραφής των πόντων και αυτοκόλλητα στα παιδιά της νικήτριας ομάδας και στη συνέχεια τα κάλεσαν να κολλήσουν από ένα αυτοκόλλητο στη δεύτερη μέρα.

Δραστηριότητα δεύτερη: Φιδάκι

Το τρένο δέχτηκε επίθεση από τους ινδιάνους Σιου.! Απήγαγαν τον Πασπαρτού! Πάιξε το παιχνίδι και βοήθησε τον Φιλέα Φόγκ να βρει τον Πασπαρτού.

Υ.Γ Προσοχή στους ινδιάνους!!!

Βασικές μαθηματικές ιδέες: αντιστοίχιση, αριθμός, αρίθμηση/απαρίθμηση

Μαθησιακές επιδιώξεις: να τηρούν τη σειρά διαδοχής στο παιχνίδι και τους κανόνες του, να αντιστοιχούν την ποσότητα που αναφέρεται στο ζάρι με τις θέσεις στις οποίες μετατοπίζουν το πιόνι τους

Υλικό: τέσσερα χαρτόνια, πορτοκαλί, κίτρινου, πράσινου και μπλε χρώματος, με μία διαδρομή (καμπύλη) σχεδιασμένη πάνω στα χαρτόνια την οποία προσπαθούν να διασχίσουν οι παίκτες και στο τέρμα της οποίας αναγράφεται το όνομα ΠΑΣΠΑΡΤΟΥ χωρισμένη σε τριάντα τετράγωνα, στη διαδρομή υπάρχουν δύο σκάλες η αρχή των οποίων βρίσκεται σε ένα τετράγωνο, τρεις Ινδιάνοι αυτοκόλλητα είναι τοποθετημένα σε τρία κουτάκια του *φιδιού*, κομμάτια αφρώδες χαρτιού που λειτουργούν ως πιόνια και αναγράφουν το όνομα του κάθε παιδιού, τέσσερα ζάρια κατασκευασμένα από χαρτόνι οι τρεις πλευρές με κουκίδες έως το τρία και οι άλλες τρεις αριθμούς έως το τρία

Περιγραφή Δραστηριότητας: Σε κάθε ομάδα μοιράστηκαν τα χαρτόνια με τη βάση του παιχνιδιού, τα πιόνια των μελών της κι ένα ζάρι. Οι φοιτήτριες εξήγησαν στα παιδιά ότι στις ομάδες θα παίζουν με τη σειρά (σύμφωνα με τη φορά του ρολογιού), μάλιστα, μια φοιτήτρια ανά δύο ομάδες λειτούργησε ως συντονίστρια και έδειξε τη σειρά. Το παιδί που έχει σειρά για να παίξει θα ρίχνει το ζάρι και θα μετακινεί το πιόνι του την αντίστοιχη ποσότητα βημάτων στη σχεδιασμένη διαδρομή. Όταν βρεθούν σε κουτάκι όπου είναι σχεδιασμένη η αρχή της σκάλας πρέπει να μετακινούν το πιόνι τους στο κουτάκι που αποτελεί το τέλος της, ενώ όταν βρεθούν σε κουτάκι με Ινδιάνο θα πρέπει να μετακινήσουν το πιόνι τους στο κουτάκι που βρίσκεται το τέλος της γραμμής που τους υποδεικνύει. Το παιχνίδι τελειώνει όταν όλα τα παιδιά φτάσουν στο τέλος της διαδρομής που αναγραφόταν το όνομα του 'Πασπαρτού'. Όταν τελείωσε το παιχνίδι οι φοιτήτριες μοίρασαν τους υπόλοιπους φακέλους με τις καρτέλες των παιδιών και τα αυτοκόλλητα και λειτουργώντας ως συντονίστριες κάλεσαν τα παιδιά να κολλήσουν στις καρτέλες τους όσα αυτοκόλλητα αντιστοιχούσαν ανάλογα με τη σειρά που έφτασαν στον 'Πασπαρτού' όπως την προηγούμενη μέρα του ντόμινο.

Βιβλιογραφία

- ΤΖΕΚΑΚΗ Μ., «Η Μαθηματική Εκπαίδευση στην Προσχολική και Πρώτη Σχολική Ηλικία» στο *Γλώσσα και Μαθηματικά στην Προσχολική Ηλικία*, Πρακτικά Επιστημονικού Συνεδρίου, Ρέθυμνο: Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2002, σ. 37-49
- ΤΖΕΚΑΚΗ Μ., *Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*, Gutenberg, Αθήνα, 2007
- ΧΑΣΑΠΗΣ Δ., *Διδακτική βασικών μαθηματικών εννοιών: Αριθμοί και αριθμητικές πράξεις*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2000

pennyrhkcp@hotmail.com '

[λευκή σελίδα]

ΚΑΝΩ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΠΑΙΖΟΝΤΑΣ Μ' ΕΝΑ ΡΟΜΠΟΤ

Αρης Μαυρομαμάτης

&

Σοφία Σταθοπούλου

*Μαθηματικός, επισημονικός
υπεύθυνος του εκπαιδευτικού
προγράμματος «Τέχνη και
Μαθηματικά» στο μουσείο
Ηρακλειδών*

*Δασκάλα – Μαθηματικός -
Συντονίστρια Μαθηματικών
Αρσακείων Σχολείων*

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η νοητική ζωή των παιδιών και ιδιαίτερα εκείνης της νηπιακής ηλικίας, είναι στενά συνδεδεμένη με την αισθητηριακή τους εμπειρία. Στο νεαρό μυαλό τους τα πράγματα είναι όπως φαίνονται, ακούγονται, κινούνται ή μυρίζουν. Αν ο παιδικός νους περιέχει κάποιες έννοιες πέρα από την αισθητηριακή αντίληψη, αυτές είναι πολύ λίγες, και η επίδρασή τους στην ανάπτυξη συλλογισμών, αλλά και στην πρώιμη συμβολική αναπαράστασή τους είναι αμελητέα. Ο σκοπός αυτής της εισήγησης είναι να παρουσιάσει μια διδακτική πρόταση, σύμφωνα τα παιδιά αυτής της ηλικίας, μπορούν να αναπτύξουν στοιχειώδεις μαθηματικούς συλλογισμούς, μέσα από τις προκλήσεις που δημιουργεί η αλληλεπίδραση τους, με το ρομπότ “bee-bot” της εταιρείας LEGO υπό μορφή παιχνιδιού. Δραστηριότητες αυτού του είδους αναπτύσσονται στο πλαίσιο του προγράμματος «Τέχνη και Μαθηματικά» του Μουσείου Ηρακλειδών και ειδικότερα στη συγκεκριμένη ενότητα: « Τέχνη και Τεχνολογία, Άνθρωπος και Ρομπότ»

Εισαγωγή

Η νοητική ζωή των παιδιών και ιδιαίτερα εκείνης της νηπιακής ηλικίας, είναι στενά συνδεδεμένη με την αισθητηριακή τους εμπειρία. Στο νεαρό μυαλό τους τα πράγματα είναι όπως φαίνονται, ακούγονται, κινούνται ή μυρίζουν. Αν ο παιδικός νους περιέχει οποιεσδήποτε μη αντιληπτικές ιδέες, αυτές πρέπει να είναι πολύ λίγες, και η επίδρασή τους στην ανάπτυξη συλλογισμών, αλλά και στην πρώιμη συμβολική αναπαράστασή τους αμελητέα.

Διεθνείς έρευνες υποστηρίζουν τη συνεισφορά των παιχνιδιών στη μάθηση των μαθηματικών, ως προς το κίνητρο που προσφέρουν και ως προς τη μαθησιακή πρόοδο που λαμβάνει χώρα (Tapson, 1997- Szendrei, 1996- Αυγητίδου, 2001- Wood&Bennett, 2001- Ρεκαλίδου, 2004). Το παιχνίδι θεωρείται ως η βάση των προγραμμάτων στα πρώτα χρόνια της εκπαίδευσης του παιδιού. Ερευνητικές επισκοπήσεις υποδηλώνουν ότι το παιχνίδι πράγματι συμβάλλει από κάθε άποψη στην παιδική μάθηση και ανάπτυξη, αλλά αυτό εξαρτάται από το εκπαιδευτικό πλαίσιο μέσα στο οποίο λαμβάνει χώρα (Wood&Bennett, 2001).

Η ιδέα μας να αξιοποιήσουμε το ρομπότ “bee-bot” ως εκπαιδευτικό εργαλείο για την ανάπτυξη στοιχειωδών μαθηματικών συλλογισμών από παιδιά των ηλικιών που αναφέραμε, στηρίχθηκε:

(α) σε μεγάλο βαθμό στην επιστημολογία του κονστρουκτιβισμού που αναπτύχθηκε από τον Piaget (1974), όπως επίσης και στην αναπλαισιωμένη φιλοσοφία του κονστραξιονισμού που αναπτύχθηκε από τον Papert (1980). Σύμφωνα με αυτές τις θεωρήσεις η σύνθεση “νέας” γνώσης είναι περισσότερο αποτελεσματική αναπτυξιακά και νοηματοδοτείται, όταν τα παιδιά εμπλέκονται και διαχειρίζονται αντικείμενα που έχουν προσωπική σημασία για τα ίδια και αναπαριστούν λειτουργίες από τη φυσική τους ζωή. Η πρωτογενής έρευνα και το έργο του Papert στην ανάπτυξη μιας γλώσσας προγραμματισμού που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί αυτόνομα και από παιδιά μικρής ηλικίας, μέσα από την οποία θα μπορούσαν να διατυπώσουν και συμβολικά να αναπαραστήσουν, αποτέλεσαν το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύχθηκαν σημαντικές συνεργασίες μεταξύ εταιρειών, αλλά και άλλων εκπαιδευτικών ή και πολιτιστικών φορέων όπως για παράδειγμα: μουσείων (Χρονάκη, Κούριας, 2011).

(β)στην εμπειρία και τις γνώσεις στον τομέα της ρομποτικής οι οποίες έχουν δημιουργήσει μια δυναμική με όλο και περισσότερο θετικό κλίμα εφαρμογής της στο χώρο της εκπαίδευσης. Όπως έχει διαπιστωθεί από διάφορες έρευνες η ρομποτική ενισχύει την εκπαιδευτική διαδικασία στον προγραμματισμό (Καρατράντου κ. α., 2005; Hussain, etal, 2006; Φασουλός & Γρηγοριάδου, 2009). Εφαρμογές της εκπαιδευτικής ρομποτικής σε μαθητές και εκπαιδευτικούς έδειξαν θετικά αποτελέσματα στην ανάπτυξη του τεχνολογικού εγγραμματισμού και της επίλυσης προβλημάτων (Αναγνωστάκης & Μιχαηλίδης, 2006, 2007; Τσοβόλας & Κόμης, 2010).

(γ) στη γνώση μας, ότι τα μαθηματικά αποτελούνται από αφηρημένες έννοιες στη γενικότητά τους και ότι οι έννοιες αυτές, δεν αναφέρονται με άμεσο τρόπο αλλά, μέσω αναστοχασμού, σε χαρακτηριστικά ή ιδιότητες της αισθητής πραγματικότητας με την οποία έρχονται σε επαφή τα παιδιά. Επίσης οι αναπαραστάσεις των μαθηματικών εννοιών αναφέρονται σε χαρακτηριστικά ή ιδιότητες και κυρίως σε σχέσεις μεταξύ χαρακτηριστικών ή ιδιοτήτων, που δημιουργούνται ως νοητικές κατασκευές και εισάγονται από τον άνθρωπο με στόχο τη νοητική του οργάνωση (Χασάπης, 2000). Κατόπιν τούτων η ανάπτυξη ενός συλλογισμού ως νοητικού ενεργήματος έχει την ανάγκη όχι μόνο σε μικρές ηλικίες αλλά και σε μεγαλύτερες της αναπαραστασιμότητάς του, τόσο ως προς την συγκρότησή του, όσο και ως προς την έκφρασή του.

Το παιχνίδι

Το παιχνίδι αποτελείται: (α) από ένα προγραμματιζόμενο ρομπότ δαπέδου «bee-bot» το οποίο είναι ειδικά κατασκευασμένο για να χρησιμοποιείται από τους μαθητές της προσχολικής και των πρώτων τάξεων δημοτικής εκπαίδευσης. Ο προγραμματισμός του γίνεται με πλήκτρα που βρίσκονται επάνω του (Onboard). Μπορεί να προγραμματιστεί για να κινείται με ακρίβεια στο χώρο όπως ακριβώς κάνει η «χελώνα» της LOGO στον H/Y με βήμα 15 εκ.. Η λειτουργία του είναι βασισμένη στη γλώσσα προγραμματισμού LOGO.

(β) από μια λεία επίπεδη επιφάνεια της οποίας το υλικό είναι: χαρτί ή μουσαμάς με ορθογώνια χάραξη, επάνω στην οποία αναπτύσσεται συνήθως μια φανταστική ιστορία, επί της οποίας έχουν προσχεδιαστεί διαδρομές που πρέπει να ακολουθηθούν ή ο σχεδιασμός τους επαφίεται στην φαντασία της ομάδας των παιδιών και του εκπαιδευτικού που συμμετέχουν στην δραστηριότητα.

Περιγραφή του robot “beebot”

Το ρομπότ έχει 7 κουμπιά ελέγχου.

Βήμα μπροστά

Βήμα πίσω

Στροφή αριστερά

Στροφή δεξιά

Παύση

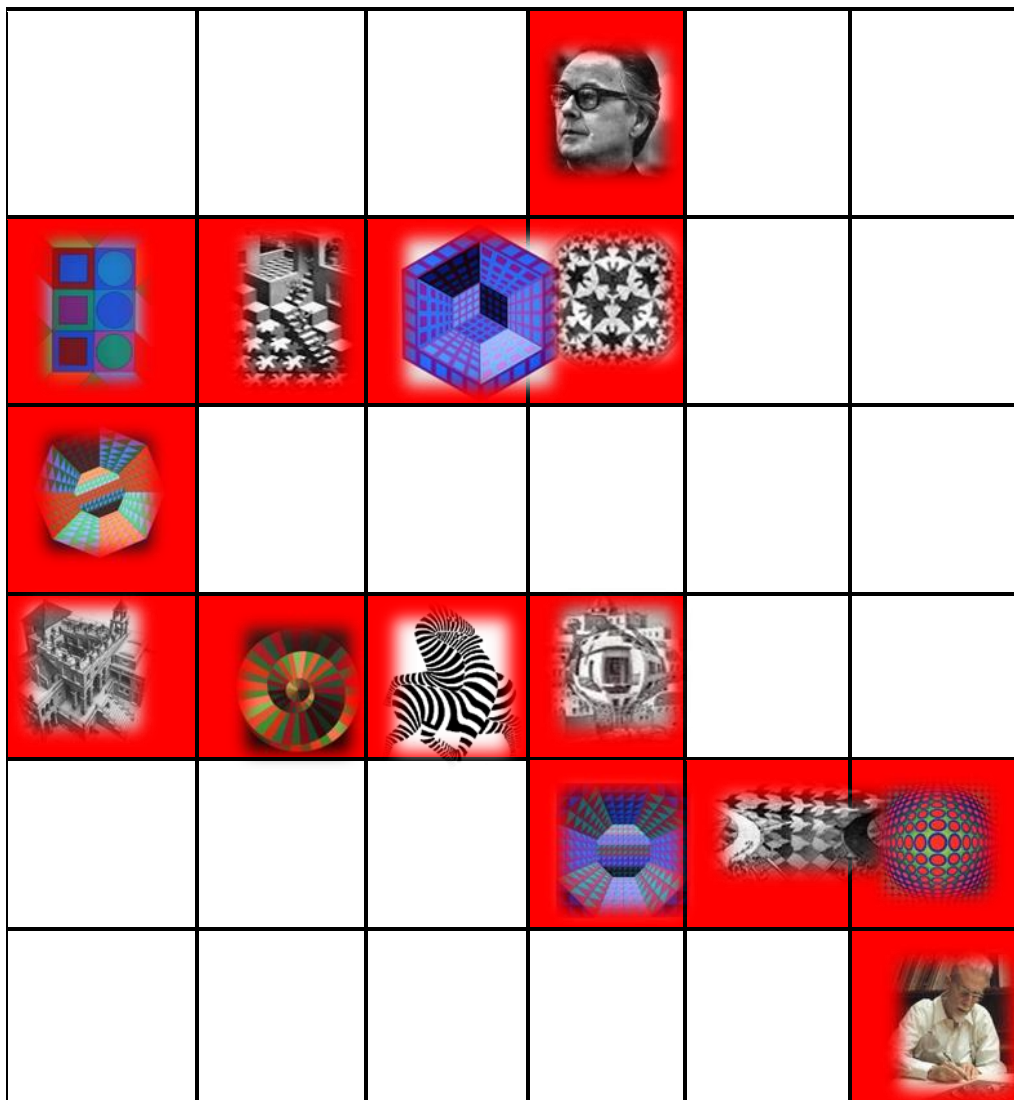
Εκκίνηση

Άδειασμα μνήμης

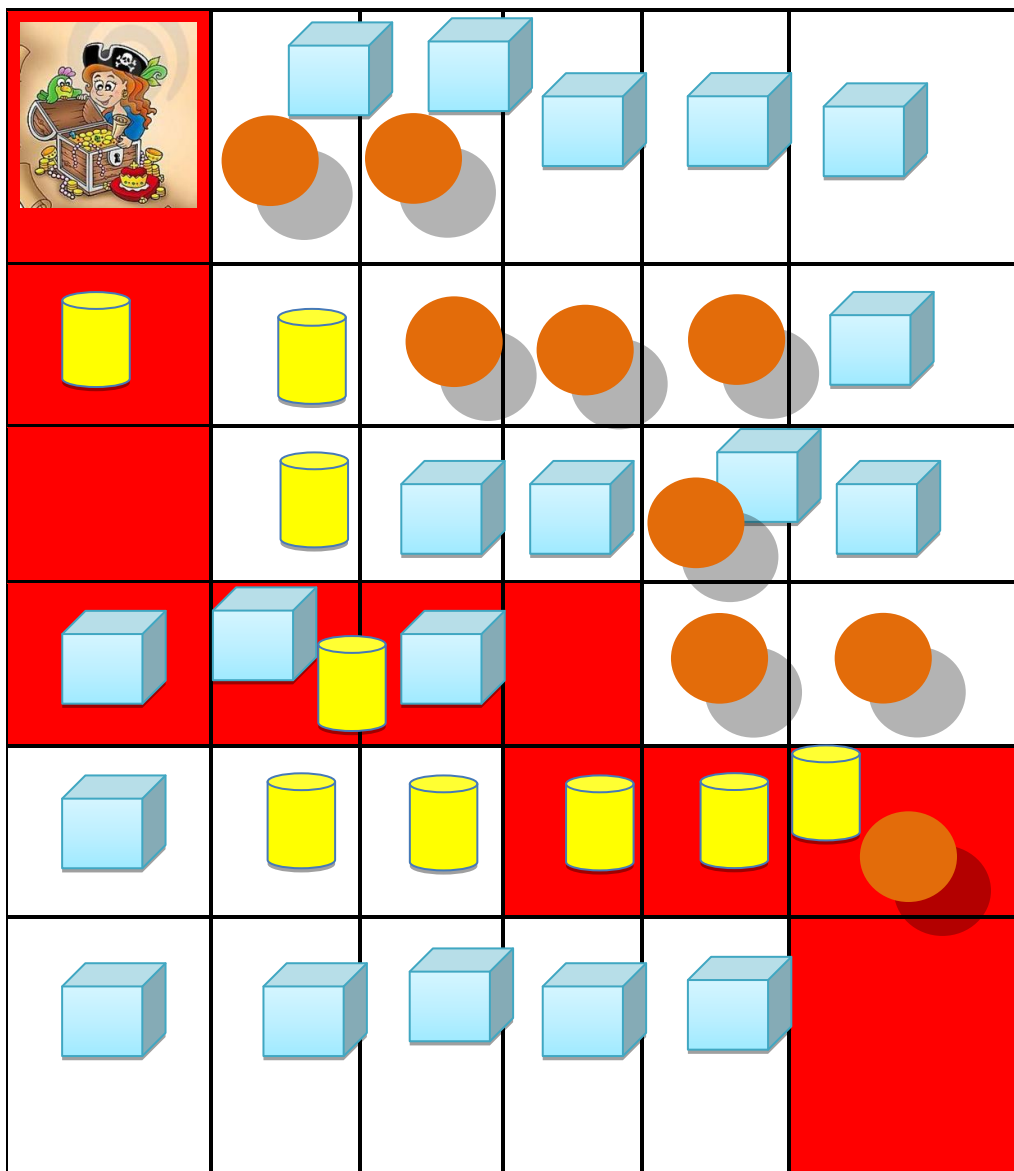


Επίπεδες επιφάνειες ανάπτυξης δραστηριοτήτων
(παραδείγματα)

1^η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ (ΑΠΟ ΤΟΝ ESCHER
ΣΤΟΝ VASARELY- ΑΚΟΛΟΥΘΩΝΤΑΣ ΤΟ ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΤΩΝ
ΠΙΝΑΚΩΝ)



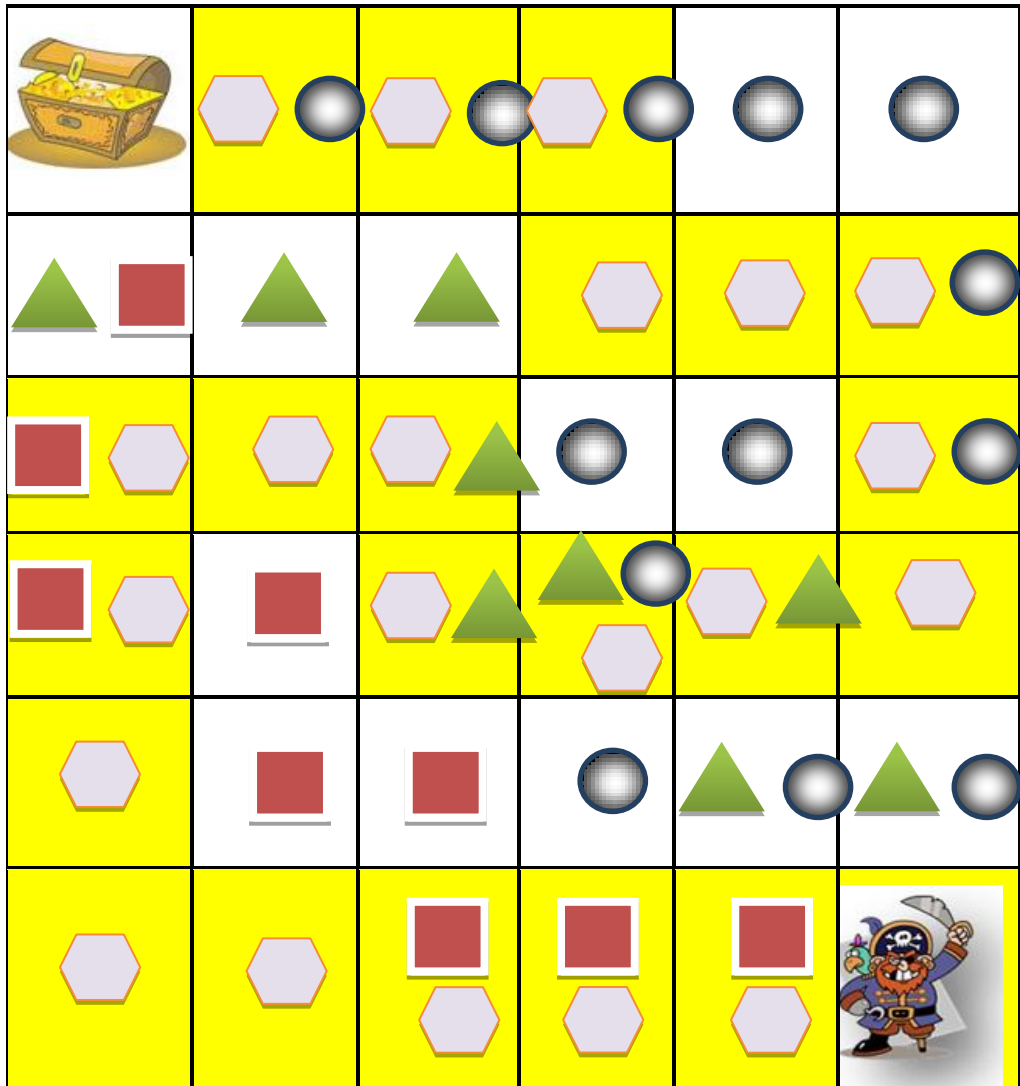
2^η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ (Ο ΔΡΟΜΟΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ)



3^η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΣΤΗΝ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ (Ο ΔΡΟΜΟΣ ΤΩΝ ΧΡΩΜΑΤΩΝ)

4η ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΣΤΗ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ (Ο ΔΡΟΜΟΣ ΤΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ)



Το παιδί ή (η ομάδα των παιδιών που συμμετέχουν) , μέσα από τη δραστηριότητα αυτή, προτρέπει στον προγραμματισμό της «μελισσούλας- robot» προκειμένου να μεταβεί από μια συγκεκριμένη θέση του επιπέδου σε μια άλλη πράγμα που απαιτεί την ανάπτυξη ενός λογικού συλλογισμού.

Προβληματισμοί:

- Πώς συγκροτείται ένας τέτοιος συλλογισμός;
- Ποια γλώσσα είναι κατάλληλη ώστε να διατυπωθεί;
- Πώς η σειρά επιλογής των πλήκτρων προγραμματισμού του robot, διατυπώνεται στη φυσική μας γλώσσα και πώς αυτή σε μια άλλη συμβολική γλώσσα;
- Γιατί οι αναγκαίες κινήσεις της μελισσούλας-robot στο επίπεδο συμπίπτουν με τις αντίστοιχες κινήσεις του ανθρώπου που είναι η μεταφορά και η στροφή;
- Μπορούμε να προγραμματίσουμε τη μελισσούλα-robot ώστε να σχεδιάσει ένα συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα;
- Πώς προσδιορίζεται αριθμητικά η θέση της μελισσούλα-robot πάνω στην επίπεδη επιφάνεια ανάπτυξης δραστηριοτήτων;

Μεθοδολογία

Η ανάπτυξη της δραστηριότητας είναι σχετικά πολύ απλή, αφού άλλωστε απευθύνεται σε μικρές ηλικίες. Η διαδικασία ανάπτυξης της στηρίζεται στα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1^ο επιλέγουμε μια από τις προηγούμενες επίπεδες επιφάνειες ανάπτυξης δραστηριότητας.

Βήμα 2^ο ορίζουμε την αρχή εκκίνησης και το τέλος του προορισμού πάνω στην επιφάνεια δραστηριότητας.

Βήμα 3^ο τοποθετούμε το ρομπότ “bee-bot” στην επιλεγμένη αρχή και το προγραμματίζουμε, ώστε ν’ ακολουθήσει την διαδρομή που έχουμε προεπιλέξει.

Βήμα 4^ο διατυπώνουμε ερωτήσεις όπως οι ακόλουθες, οι οποίες μας οδηγούν στις αντίστοιχες έννοιες οι οποίες είναι σημειωμένες μέσα στις παρενθέσεις με έντονα γράμματα.

1^η παρατηρήστε την εικόνα και ανακαλύψτε τις διαφορετικές διαδρομές που μπορεί να ακολουθήσει κάποιος ώστε να μεταβεί από τη αφετηρία στο τέρμα. (*ανακάλυψη των διαφορετικών διαδρομών με βάση ενός οπτικού κριτηρίου. Διαδικασία **ταξινόμησης***).

2^η δώστε ένα όνομα σε κάθε μια από τις διαδρομές αυτές (***χαρακτηρισμός** κάθε κλάσης με βάση το οπτικό αντικείμενο*).

3^η ποια από τις διαδρομές αυτές είναι η μικρότερη; (***απαρίθμηση** αντικειμένων και **σύγκριση** πληθαιθμών*).

4^η επιλέξτε μια διαδρομή που εσείς επιθυμείτε και προγραμματίστε τη «μελισσούλα», ώστε να ακολουθήσει τη διαδρομή αυτή. (*εισαγωγή στην έννοια του **προγραμματισμού***)

5^η επιλέξτε και προγραμματίστε τη μικρότερη διαδρομή (*εισαγωγή στην έννοια της **βελτιστοποίησης***)

6^η επιλέξτε και προγραμματίστε την μεγαλύτερη διαδρομή (*εισαγωγή στην έννοια της **βελτιστοποίησης***)

7^η γράψτε στη φυσική σας γλώσσα κάθε έναν από τους παραπάνω προγραμματισμούς (*προγραμματισμός με **λέξεις και προτάσεις της φυσικής μας γλώσσας***)

8^η επιλέγοντας τα δικά σας σύμβολα, γράψτε με γλώσσα συμβολική (*εισαγωγή του **συμβόλου***)

9^η Ποιοι είναι οι Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί που ακολουθεί η «μελισσούλα» κατά την κίνησή της πάνω στο *pad*; (***Στροφή και μεταφορά***).

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Αυγητίδου, Σ. (επιμ.) (2001). *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις*. ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος
- Ρεκαλίδου, Γ. (2004). Παιχνίδι και Μέθοδος Project στην Προσχολική Εκπαίδευση. Η συνδρομή του παιχνιδιού στην υλοποίηση των στόχων του Α.Π. μέσα από τη Μέθοδο Project *Ανοιχτό Σχολείο* Τ. 90
- Χασάπης, Δ. (2000). *Διδακτική Βασικών Μαθηματικών Εννοιών*. Αθήνα Μεταίχμιο.
- Anagnostakis, S., & Michaelides, P. G., (2006). Laboratory of educational robotics. An undergraduate course for primary education teacher-students. HSci-2006 3rd International Conference on Hands-on Science (pp. 329-335). Braga, Portugal
- Piaget, J. (1974). *To understand is to invent*. N.Y.: Basic Books.
- Szendrei, J. (1996). *Concrete Materials in the Classroom* in Bishop, A.J. et al. (eds) *International Handbook of Mathematics Education* Kluwer Academic Publishers
- Tapson, F. (1997). *Mathematical Games Mathematics in school* Vol. 26 No 4
- Wood, E. & Bennett, N. (2001). Οι θεωρίες των εκπαιδευτικών για το παιχνίδι. Κονστρουκτιβισμός ή κοινωνικός κονστρουκτιβισμός; Στο Αυγητίδου, Σ. (επιμ.). *Το παιχνίδι. Σύγχρονες ερευνητικές και διδακτικές προσεγγίσεις*. ΤΥΠΩΘΗΤΩ Γιώργος Δάρδανος
- Hussain, S., Lindh, J., & Shukur, G. (2006). The effect of LEGO training on pupils' school performance in mathematics, problem solving ability and attitude: Swedish data. *Educational Technology & Society* 9(3), 182-194.
- Anagnostakis, S., & Michaelides, P. G., (2007). Results from an undergraduate test teaching course on

robotics to primary education teacher-students. HSci- 2007 4th International Conference on Hands-on

Science (pp. 3-9). Universidade dos Azores, Ponta Delgada, Portugal.

Καρατράντου, (2005). Εισαγωγή σε βασικές αρχές και δομές προγραμματισμού με ρομποτικές κατασκευές LEGOMindstorms. Στο Α. Τζιμογιάννης (επιμ.) . πρακτικά εργασιών 3ου Πανελλήνιου Συνεδρίου « Διδακτικής της Πληροφορικής» σ. 443 – 448. Κόρινθος Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου.

Τσοβόλας Σ, & Κόμης Β, (2010). Ρομποτικές κατασκευές μαθητών δημοτικού: μια ανάλυση με βάση τη θεωρία της δραστηριότητας. Στο Μ. Γρηγοριάδου, Α. Γόγουλου& Ε. Γούλη (επιμ.). Πρακτικά 5ου Πανελλήνιου Συνεδρίου « Διδακτικής της Πληροφορικής». Αθήνα ΕΚΠΑ.

Χρονάκη Α, Κούριας Σ, (2011). Παιδιά Ρομπότ και LOGOMindstorms: Καταγράφοντας το ξεκίνημα μιας αλληλεπιδραστικής σχέσης. 2ο Πανελλήνιο Συνέδριο Πληροφορικής. Πάτρα.

Μαυρομμάτης Α, Παπανικολάου Α, (2013). Τέχνη και Τεχνολογία, Άνθρωπος και Robot. Μουσείο Ηρακλειδών. Αθήνα.

amavromatis@rhodes.aegean.gr

sosta@rhodes.aegean.gr

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΑΠΟ ΤΗ "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ" ΚΟΙΝΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΣΕ ΣΥΜΠΕΡΙΛΗΠΤΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

Τρύφων Σπυρόπουλος

Εκπαιδευτικός Α/θμιας

Μει/κός φοιτητής Ειδ. Αγωγής, Παν. Λευκωσίας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εισήγηση εντάσσεται στην ευρύτερη προσπάθεια τα Μαθηματικά να απαλλαγούν από μια φορμαλιστική διδακτική μεθοδολογία στον εκπαιδευτικό χώρο της Πρωτοβάθμιας και να αποκτήσουν μια δυναμική προοπτική που εμπλέκει όψεις της καθημερινής και της πραγματικής ζωής των παιδιών. Ο σχετικός προβληματισμός διαθλάται σε επιμέρους προβληματισμούς σχετικά με τη δημιουργία ενός συμπεριληπτικού περιβάλλοντος μάθησης, που επιτρέπει την εφαρμογή διδακτικών καινοτομιών, ώστε όλοι οι μαθητές να έχουν το ισότιμο δικαίωμα στην επιτυχία. Επομένως, ο προσανατολισμός της παρούσας εργασίας είναι η αναφορά συγκεκριμένων μαθηματικών δραστηριοτήτων, εντός ενός ισότιμου πλαισίου συνεκπαίδευσης των μαθητών, οι οποίες είναι συντεταγμένες με τους προβληματισμούς της Διδακτικής των Μαθηματικών. Οι προτεινόμενες μαθηματικές δραστηριότητες ομαδοποιούνται στις διαδικασίες δημιουργίας "μαθηματικού" υλικού από τους ίδιους τους μαθητές, οι οποίοι λειτουργούν ομαδικά σε μια κοινότητα πρακτικής και συνεργασίας.

Εισαγωγή

Το νέο Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά της Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης, το οποίο αποτέλεσε πιλοτικό πρόγραμμα στο πλαίσιο "Νέο Σχολείο", προβλέπει τις *τροχιές διδασκαλίες και μάθησης*, οι οποίες προσφέρουν την αυτονομία στον εκπαιδευτικό να οργανώσει ευέλικτα το μαθησιακό περιεχόμενο των Μαθηματικών σε μη αυστηρά διδακτικά πλάνα και προκαθορισμένους στόχους. Ο εκπαιδευτικός διαμορφώνει ένα ανοικτό πλαίσιο που περιλαμβάνει υλικό, στόχους και διαδικασίες από ένα γενικό σύνολο ενδεικτικών προτάσεων, το οποίο, όμως, είναι συγχρονισμένο με τις μαθησιακές, ψυχολογικές και κοινωνικές ανάγκες των μαθητών (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2011).

Το επίσημο πρόγραμμα σπουδών αναφέρει ως ειδικούς σκοπούς, μεταξύ των άλλων, την πρακτική χρήση Μαθηματικών και την καλλιέργεια της θετικής στάσης. Μια υποστήριξη των δύο παραπάνω στόχων, εντός διαθεματικού πλαισίου, αποτελούν και οι *ενδεικτικές δραστηριότητες* όπως οι δραματοποιήσεις, τα παιχνίδια ρόλων, τα παιχνίδια με ευρώ, το παζλ, το τάγκραμ, η αξιοποίηση της Αισθητικής Αγωγής και της Φυσικής Αγωγής για σχηματισμούς της ανάδειξης της αντιμεταθετικής ιδιότητας, οι επισκέψεις στην καντίνα του σχολείου, η χρήση καθρέφτη για τον έλεγχο της συμμετρίας και του υπολογιστή τσέπης για τον έλεγχο νοερών υπολογιστών, η αξιοποίηση της προφορικής πολιτισμικής παράδοσης και των θεμάτων από την ιστορία των Μαθηματικών, η εκτέλεση απλών ερευνών σε πραγματικές συνθήκες και η διαγραμματική τους παρουσίαση (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003). Ωστόσο, οι δραστηριότητες αυτές αποτελούν περισσότερο μια προέκταση, ή τυπική αναπλαισίωση, των βασικών δραστηριοτήτων του σχολικού βιβλίου, παρά ο πυρήνας του εκπαιδευτικού σχεδιασμού.

Ωστόσο, οι προσπάθειες για ανανέωση των Μαθηματικών στον εκπαιδευτικό χώρο δεν αποτυπώνονται στη διεθνή αξιολόγηση της PISA 2012 σύμφωνα με την οποία η Ελλάδα βρίσκεται στην ομάδα των χωρών του ΟΟΣΑ με βαθμολογία κάτω από το μέσο επίπεδο. Ορισμένες επισημάνσεις της αξιολόγησης, με χρησιμότητα για την παρούσα εργασία, είναι ότι η ύπαρξη ενός *υγιούς συναισθηματικού πλαισίου* για τα Μαθηματικά καθώς και η ύπαρξη ενός *ευέλικτου*

Αναλυτικού Προγράμματος, που προσφέρει ελευθερία, αποτελούν κριτήρια επιτυχίας (Σοφianoπούλου, 2013: σελ. 7-8).

Δεδομένων των ανωτέρων, διατυπώνεται ο προβληματισμός, οποίος διατρέχει το σύνολο της εισήγησης, οι ίδιοι εκπαιδευτικοί να δημιουργήσουν ένα σχέδιο δράσης ερευνώντας αναστοχαστικά τη σχολική πραγματικότητα (Elliott, 2009· Cohen, Manion & Morrison, 2008), και εν προκειμένω, να προτείνουν βελτιώσεις, σε διάδραση με τις συναισθηματικές, νοητικές και εκπαιδευτικές ανάγκες των μαθητών, ώστε τα Μαθητικά να αποτελούν υπόθεση όλων χωρίς αποκλεισμούς. Φιλοσοφικός πυρήνας της συγκεκριμένης εκπαιδευτική πράξης είναι η *αναστοχαστικότητα*, όμως, νοούμενη ως κριτικός στοχασμός επάνω στις προσωπικές θεωρίες των εκπαιδευτικών, «*άτυπες θεωρίες των εκπαιδευτικών*» (Φρυδάκη, 2009, σελ. 290-292), καθώς και στα συγκεκριμένα φαινόμενα που αναδύονται από τη βίωση της σχολικής πραγματικότητας (Evans, 2007).

Αρχές της Διδακτικής των Μαθηματικών συνδυασμένες με την παιδαγωγική της συμπερίληψης

Η δημιουργία ενός συμπεριληπτικού περιβάλλοντος μάθησης, δηλαδή χωρίς να αφήνει περιθώρια αποκλεισμού, αποτελεί βασική συνθήκη ώστε και τα Μαθηματικά να αποκτήσουν νόημα για όλους τους μαθητές (Van De Walle, 2007). Η Συμπεριληπτική προσέγγιση, ή Συνεκπαίδευση, αποτελεί μια παιδαγωγική πρόταση η οποία αποδέχεται τη διαφορετικότητα ως πηγή δημιουργίας ισότιμων μαθησιακών ευκαιριών αναδιοργανώνοντας τις εκπαιδευτικές δομές και αντιλήψεις (Πολυχρονοπούλου, 2012· Σούλης, 2008· Στασινός, 2013). Η Συμπεριληπτική εκπαίδευση δημιουργεί πραγματικές ενταξιακές συνθήκες για μαθητές ειδικής αγωγής (Ευρωπαϊκός Φορέας για την Ανάπτυξη στην Ειδική Αγωγή, 2009) και για μαθητές από διαφορετικά πολιτισμικά πεδία, στο πλαίσιο της διαπολιτισμικής εκπαίδευσής, με σχετικούς προβληματισμούς στα επίπεδα της εκπαιδευτικής πολιτικής και της σχολικής πρακτικής (Αγγελίδης, Χατζηαγγελή & Χατζησωτηρίου, 2011). Η φιλοσοφία της συμπερίληψης, η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και για την περίπτωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών με ευκαιρίες επιτυχίας για όλους

τους μαθητές, αποτελεί μια πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι αποτελούν και το βασικό παράγοντα της επιτυχής εφαρμογής της (Howes, Davies & Fox, 2009), αφού επιφορτίζονται με υποχρεώσεις και δράσεις που δεν εντάσσονται στα αμιγώς διδακτικά τους καθήκοντα. Η αξιακή δέσμευση και η επιστημονική θεώρηση από μέρους του εκπαιδευτικού για ένα ισότιμο πλαίσιο συνεκπαίδευσης δεν εξασφαλίζουν αυτόματα την καθολική επιτυχία, ωστόσο, εδραιώνονται όλο και *πιο* συμμετοχικές διαδικασίες μάθησης.

Οι συμπεριληπτικές προσεγγίσεις, ειδικά για την περίπτωση των Μαθηματικών, είναι αναγκαίο να συνδυαστούν και με τις αρχές της σύγχρονης Διδακτικής των Μαθηματικών για έχουν πρόσφορο αποτέλεσμα. Σημαντικό πλαίσιο για τη συμπεριληπτική λογική αποτελούν και τα άτυπα περιβάλλοντα μάθησης (Αγγελίδης, 2009), όπου η γνώση ξεφεύγει από τα τυπικά, και περιοριστικά, πλαίσια παραγωγής και επαλήθευσής της. Η Κολέζα (2009) επισημάνει τον όρο *α-διδακτικές* καταστάσεις, ως τρόπο οργάνωσης των μαθηματικών δραστηριοτήτων, σύμφωνα με τον οποίο οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται ότι οι ενέργειες και οι προθέσεις των εκπαιδευτικών αποσκοπούν στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ωστόσο, τα σχολικά βιβλία του δημοτικού που εμπεριέχουν τις *δραστηριότητες ανακάλυψης*, δηλαδή δραστηριότητες όπου η γνώση ανακαλύπτεται και μοντελοποιείται μέσα από μια προβληματική κατάσταση της πραγματικής ζωής, δε φαίνεται να υποστηρίζουν πάντα τις *α-διδακτικές* καταστάσεις, αφού απαιτούν μια νοητική εμπλοκή από μέρους των μαθητών για την κατανόηση και την αναπαράσταση των λεκτικών και εικονικών δεδομένων της προβληματικής κατάστασης. Το επιζητούμενο είναι να υπάρξει *μαθηματική δράση* (Τζεκάκη, 2007) στις ίδιες τις πραγματικές καταστάσεις (Kamii & Clark, 1985/2003) που εμπεριέχουν μαθηματικά. Η μαθηματική δράση μπορεί να αποτελέσει την ταυτότητα μιας Κοινότητας Πρακτικής, κατά τους Lave και Wenger (2005), όπου η γνώση και πράξη, μέσα από την κοινωνική διάδραση, είναι αδιαφοροποίητη. Μια εκδοχή της μαθηματικής δράσης, που έχει καθολικό ενδιαφέρον για τα παιδιά, είναι και το *παιχνίδι*, που σύμφωνα με τον Bishop αποτελεί μια τις από έξι παγκόσμιες μαθηματικές δραστηριότητες (Σταθοπούλου, 2005) και ενεργοποιεί διανοητικά, αλλά με φυσικό τρόπο, τους μαθητές καθώς ανακαλύπτουν τα μαθηματικά νοήματα. Οι συμπεριληπτικές

συνθήκες για τα Μαθηματικά είναι απαραίτητο να ενισχυθούν με τη *διαφοροποίηση* του χειραπτικού υλικού (Γκούμας, Σδρόλιας & Τριανταφυλλίδης, 2013), το οποίο χρησιμοποιείται ειδικά για την κατανόηση των μαθηματικών και συνεπώς το μαθηματικό χειραπτικό υλικό πρέπει να υπάρχει σε ποικιλία, να εξατομικεύεται στις μαθησιακές ανάγκες και να συμβαδίζει με το ρεπερτόριο των διδακτικών μεθοδεύσεων του εκπαιδευτικού. Επίσης, η συμπεριληπτική λογική ενισχύεται και με τα *Εθνομαθηματικά*, αξιοποιώντας την πολιτισμική παράδοση των μαθητών, ανοίγοντας τον ορίζοντα της πολιτισμικής σύνδεσης και των διαπολιτισμικών συνδέσεων, ώστε να δοθεί ένα προσωπικό νόημα, με τις ψυχολογικές διαστάσεις της αυτοαντίληψης-αυτοεκτίμησης, στο μαθηματικό περιεχόμενο καθώς και να ξεπεραστούν οι σχετικές δυσκολίες με τις γλωσσικές διαφορές (Van De Walle, 2007). Η τελευταία επισήμανση της γλωσσικής διάστασης είναι σημαντική αφού αναδεικνύεται, μέσα από την εκπαιδευτική πρακτική, η αναγκαιότητα να αναδομηθεί η αντίληψη ότι η μαθηματική γλώσσα έχει μια παγκοσμιότητα και ότι δεν επιτελεί προκαθορισμένες κοινωνικές επιδιώξεις.

Κατασκευή "μαθηματικού" υλικού από τους ίδιους τους μαθητές

Η χρήση χειραπτικού υλικού, ως εργαλείο μάθησης σε σχολικές τάξεις, που θυμίζουν περισσότερο Κοινότητα Πρακτικής, αποτελεί ζητούμενο και για τη «μαθηματική κοινότητα» της τάξης. Η Σκουμπουρδή (2012) σε ανασκόπηση διεθνών ερευνών για τη χρήση υλικών στα μαθηματικά επισημαίνει ότι οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν τα υλικά συμπληρωματικά, ως επίδειξη ή εμπλουτισμό, στην τυπική διδασκαλία των μαθηματικών χωρίς να κατανοούν τον ενεργό ρόλο που διαδραματίζουν στην ίδια την οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης. Χαρακτηριστική αναφορά αποτελεί και η ένταξη των χειραπτικών υλικών στα «*διασκεδαστικά μαθηματικά*», δηλαδή η ενασχόληση με τα μαθηματικά, στο περιθώριο του σχολικού προγράμματος, ως μια υποβαθμισμένη μορφή παιχνιδιού (Σκουμπουρδή, 2012: 68).

Το επιζητούμενο είναι το χειραπτικό υλικό να αποκτήσει κεντρικό ρόλο στις βασικές διαδικασίες της μαθηματικής γνώσης, όχι μόνο ως προς τη χρήση του, αλλά και ως προς την *κατασκευή του από τους*

ιδίους τους μαθητές. Συνεπώς η στοχοθετημένη κατασκευή μαθηματικού υλικού, από τους ίδιους του μαθητές, αναδεικνύει, πιθανόν, πιο άμεσα την ενεργητική διάσταση της κονστрукτιβιστικής αντίληψης. Η συγκεκριμένη πρόταση, δημιουργεί σταδιακά μια "επιστημονική" κοινότητα εντός τάξης, αφού τα παιδιά οικειοποιούνται τα μαθηματικά καθώς αποδομούν τα υψηλά επίπεδα αφαίρεσης τους, ανασκευάζοντας τη μαθηματική γνώση με τα απλά υλικά της καθημερινότητας (Nunes & Bryant, 2007). Παράλληλα, ο χώρος αποκτά μια προοπτική, την *ανθρώπινη*, αφού οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις των παιδιών αποτελούν την πηγή νοηματοδότησης της ύπαρξης και της δράσης τους (Γερμανός, 2002), και μια *μαθησιακή* προοπτική, καθώς κατασκευάζουν πολυτροπικά περιβάλλοντα μάθησης, όπως είναι, εν προκειμένω, οι γωνιές των Μαθηματικών (εικόνα 1, παράρτημα).

Μια πρόταση χρήσης υλικών στα Μαθηματικά αποτελεί και η *κατασκευή ραβδογραμμάτων* για την απεικόνιση των αποτελεσμάτων ψηφοφοριών (Σπυρόπουλος, 2014). Στο πλαίσιο της διαθεματικής προσέγγισης, όπου σημειώνεται ότι καταργείται η αυτονομία των διακριτών γνωστικών αντικειμένων και αναδεικνύεται η μελέτη θεμάτων που καλύπτουν τις γνωστικές, κοινωνικές και ψυχολογικές προϋποθέσεις των μαθητών (Ματσαγγούρας, 2003), η σχολική τάξη, ως δημοκρατική κοινότητα, λαμβάνει αποφάσεις για θέματα της σχολικής καθημερινότητας, όπως απονομή βραβείων, επιλογή δραστηριοτήτων, με ψηφοφορίες. Παράλληλα, δομείται η ηθική και πολιτική ανάπτυξη των μελών της μέσα από ένα βιωματικό πλαίσιο. Τα αποτελέσματα των διαδικασιών μπορούν να οπτικοποιηθούν σε τρισδιάστατα ραβδογράμματα από υλικά όπως τα ρολά από χαρτί κουζίνας, οι μπογιές και τα χαρτόνια από χαρτόκουτα (εικόνα 2, παράρτημα). Η συγκεκριμένη δραστηριότητα καλύπτει ταυτόχρονα, με απλό τρόπο, πολλούς γνωστικούς άξονες των Μαθηματικών όπως οι αναλογίες, οι μετρήσεις, η στατιστική, ενώ το κυριότερο είναι ότι συμμετέχουν οι ίδιοι οι μαθητές στην κατασκευή των μαθηματικών σχέσεων και νοημάτων. Η περίπτωση αυτή, η οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί στην Ευέλικτη Ζώνη, αναδεικνύει τη μαθηματοποίηση προβληματικών καταστάσεων μέσα από ρεαλιστικές καταστάσεις (Κολέζα, 2000) δίνοντας την ευκαιρία στους μαθητές να κατανοήσουν τις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες σταδιακά

(Λεμονίδης, 2003) ώστε στη συνέχεια να τις αξιοποιήσουν και κατακόρυφα, εκτός διαθεματικού πλαισίου, στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών.

Η κατανόηση της θεσιακής αξίας των ψηφίων των δεκαδικών αριθμών καθώς και οι μεταβάσεις στις τάξεις μεγέθους, δηλαδή ομαδοποιήσεις μονάδων ανάμεσα στα δέκατα, εκατοστά, χιλιοστά, μπορεί να επιτευχθεί με *οπτικοποίηση του άβακα* η οποία αποτελεί βοηθητικό εργαλείο και για παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες (Αγαλιώτης, 2011). Τα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών περιλαμβάνουν άβακες σε μορφή πινάκων (εικόνα 3, παράρτημα), ωστόσο, οι μεταβάσεις ανάμεσα στις τάξεις μεγέθους δεν είναι εύκολες για τους μαθητές, αφού δεν κατανοούν τις αλλαγές τις μετατροπές μεταξύ των διαφορετικών τάξεων μεγεθών. Μια βοηθητική αναπροσαρμογή του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών είναι η *κατασκευή άβακα* από τους ίδιους τους μαθητές ώστε να κατανοήσουν, κατά τη διαδικασία της κατασκευής του, τη θέση των ψηφίων των δεκαδικών των αριθμών και τις σχέσεις των μεγεθών. Με απλά υλικά όπως τα κουτιά συσκευασίας, τα κομμάτια χαρτιά που είναι πλαστικοποιημένα και επιτρέπουν τη γραφή με μαρκαδοράκι και σβήσιμο με σφουγγαράκι, μπορεί να δημιουργηθεί ένας άβακα στην υλική του διάσταση (εικόνες 4, 5 παράρτημα). Επιπλέον, ο συγκεκριμένος άβακας έχει στο πίσω μέρος ενσωματωμένους υποδοχείς, πλαστικά ποτήρια, ώστε να ανταλλάζουν απευθείας 10 μονάδες μια τάξης μεγέθους (φακές, φασόλια, γίγαντες αντίστοιχα για τα χιλιοστά, εκατοστά, δέκατα) με 1 μονάδα μεγαλύτερης τάξης μεγέθους. Η ύπαρξη ενός "μαθηματικού" εργαστηρίου, όπου ο εκπαιδευτικός ερευνά αναστοχαστικά τις προϋποθέσεις της δημιουργίας και της εξέλιξής του, συνδυασμένη με την ομαδοσυνεργατική μάθηση, η οποία εξασφαλίζει και ουσιαστικοποιεί τη συμμετοχή όλων των μαθητών (Ματσαγγούρας, 2008), αποτελούν ένα αυθεντικό συμπεριληπτικό πλαίσιο όπου η γνώση αποτελεί προϊόν των κοινωνικών συναλλαγών όλων των μαθητών.

Μια πρόταση για την κατασκευή των ιδιοτήτων των γεωμετρικών στερεών είναι και η δημιουργία αναπτυγμάτων σύμφωνα με τα σχολικά βιβλία και τις μεθοδολογικές υποδείξεις των βιβλίων του δασκάλου. Παράλληλα, υπάρχουν στην αγορά έτοιμα εποπτικά υλικά

που ευνοούν τη διερεύνηση της γνώσης, όπως η στερεογνωστική σακούλα από το υλικό Montessori. Παρενθετικά, η επιστημολογία των Φυσικών Επιστημών επισημαίνει όλο και περισσότερο τη χρήση καθημερινών υλικών ως μέσα πειραματισμού και κατασκευής της γνώσης (Χαλκιά, 2012). Αντίστοιχα, οι γεωμετρικές διερευνήσεις των γεωμετρικών στερεών μπορούν να πραγματοποιηθούν και στα "καθημερινά" υλικά του ευρύτερου σχολικού περιβάλλοντος, όπως οι κούτες από το κυλικείο, για την *κατασκευή εποπτικού υλικού* από τους ίδιους τους μαθητές (εικόνα 6, παράρτημα). Η συγκεκριμένη διάκριση ανάμεσα στο τυποποιημένο εποπτικό υλικό και το κατασκευασμένο βοηθά στην οικειοποίηση του υλικού, ως εργαλείο μάθησης, και παράλληλα ευαισθητοποιεί τους μαθητές στις διαδικασίες ανακάλυψης της γνώσης.

Μια επιπλέον δράση στην Κοινότητα της Πρακτικής της σχολικής τάξης μπορεί να αποτελέσει και ο καταμερισμός των εργασιών στην κατασκευή του εποπτικού υλικού μέσα από *το παιχνίδι ρόλων*. Σε αυτή την κατεύθυνση είναι και οι δραστηριότητες των σχολικών εγχειριδίων για τα τη διδακτική ενότητα των κλασμάτων, όπου οι ρόλοι είναι ο «*λογοτέχνης*», ο «*μαθηματικός*» και ο «*ζωγράφος*». Ωστόσο, οι δραστηριότητες χάνουν το βιωματικό τους περιεχόμενο και την ευκαιρία το κάθε παιδί να αξιοποιήσει το σημειωτικό πόρο που στηρίζει το μαθησιακό του προφίλ, καταλήγοντας να είναι εργασίες, όντως ενδιαφέρουσες, αλλά σταθερά επάνω στον ασφυκτικό "μικρόκοσμο" του σχολικού εγχειριδίου (εικόνα 7, παράρτημα). Αντιπροτείνεται ο διδακτικός σχεδιασμός να περιλαμβάνει δράσεις για την κατασκευή εποπτικού υλικού για τα κλάσματα (εικόνα 8, παράρτημα), όπου η *δράση* αποκτά νοηματοδότηση από τη φιλοσοφία και τις οργανωτικές συνθήκες της παιδαγωγικής θεώρησης της Κοινότητας Πρακτικής καθώς και από την ενσωμάτωση του παιχνιδιού ρόλων ως συμπληρωματική, βιωματική, τεχνική.

Σε μια Κοινότητα Πρακτικής, όπου η κουλτούρα είναι δομημένη και οι ρόλοι είναι σαφείς και εναλλάσσονται, η δράση μπορεί να προεκτείνεται και στην κατασκευή *εργαλείων* από εικαστικές αποτυπώσεις των μαθηματικών νοημάτων της Μαθηματικής Λογοτεχνίας (Σπυρόπουλος & Σφήκας, 2013). Μια συγκεκριμένη πρόταση, με την τέχνη να αποτελεί αυτοτελές συμπλήρωμα και των

Μαθηματικών, προέρχεται από τις εικαστικές παρεμβάσεις του εικονογράφου Παπατσαρούχα στο έργο η "Αλίκη στη Χώρα των Θαυμάτων", όπου μια αποτύπωση του ποδιού της Αλίκης επάνω σε μια αριθμημένη γραμμή (εικόνα 9, παράρτημα) μπορεί να αποτελέσει, προκαλώντας το φαντασιακό των παιδιών, άτυπη μονάδα μέτρησης για τις μικρές τάξεις του δημοτικού, όπως, επίσης, προβλέπει και το επίσημο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών.

Επίλογος

Η παρούσα εισήγηση αναδεικνύει πρακτικές εφαρμογές της κατασκευής μαθηματικού εποπτικού υλικού μέσα από ένα συμπεριληπτικό περιβάλλον μάθησης. Τα συγκεκριμένα παραδείγματα που αναφέρθηκαν, καθώς και ο προβληματισμός για το πλαίσιο υλοποίησης τους, Συμπερίληψη-Διδακτική Μαθηματικών-Κοινότητα Πρακτικής, δεν αποτελούν *καθολικό παράδειγμα* για την ανατροπή της παραδοσιακής αντίληψης της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Αντίθετα, μπορούν, σε πρωταρχικό στάδιο, να συνυπάρξουν παράλληλα με τις καθιερωμένες πρακτικές και σταδιακά να αποκτήσουν μια καθολικότητα καθώς ο εκπαιδευτικός, ως αναστοχαζόμενος παιδαγωγός, διερευνά και βελτιώνει τη σχολική πραγματικότητα. Συνεπώς, αποτελεί περισσότερο μια πρόταση για έναν παιδαγωγικό πειραματισμό, χωρίς προκαθορισμένο αποτέλεσμα, που πηγάζει από τη δράση του εκπαιδευτικού και των παιδιών, παρά ένα παρωθητικό-ανατρεπτικό επιχείρημα.

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

Αγαλιώτης, Ι. (2011). *Διδασκαλία μαθηματικών στην ειδική αγωγή και εκπαίδευση*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.

Αγγελίδης Π. (επιμ.). (2009). *Συμπεριληπτική εκπαίδευση και βελτίωση των σχολείων*. Αθήνα: Περιβολάκι και Ατραπός.

- Αγγελίδης, Π., Χατζηαγγελή, Μ. & Χατζησωτηρίου, Χ. (2011). Η συμπεριληπτικότητα της διαπολιτισμικότητας: πρακτικές απάμβλυνσης της περιθωριοποίησης των αλλοδαπών και παλιννοστούντων παιδιών. Στο Π. Αγγελίδης (επιμ.), *Παιδαγωγικές της Συμπερίληψης* (σελ. 383-407). Ζεφύρι: Διάδραση.
- Γερμανός, Δ. (2002). *Οι τοίχοι της γνώσης: σχολικός χώρος και εκπαίδευση*. Αθήνα: Gutenberg - Γιώργος & Κώστας Δαρδανός.
- Γκούμας, Ε., Σδρόλιας, Κ. & Τριανταφυλλίδης Τ. Α. (2013). Απαντώντας στην απαίτηση «μαθηματικά για όλους»: μια πρόταση διαφοροποιημένης διδασκαλίας με τη χρήση χειραπτικών υλικών στο δημοτικό σχολείο. Στο Σ. Παντελιάδου & Δ. Φιλιππάτου (επιμ.), *Διαφοροποιημένη διδασκαλία. Θεωρητικές προσεγγίσεις & εκπαιδευτικές πρακτικές* (σελ. 357-391). Αθήνα: Πεδίο.
- Ευρωπαϊκός Φορέας για την Ανάπτυξη στην Ειδική Αγωγή, (2009). *Βασικές Αρχές για την Προαγωγή της Ποιότητας στη Συνεκπαίδευση-Προτάσεις για τους Διαμορφωτές Πολιτικής*. Odense, Δανία: Ευρωπαϊκός Φορέας για την Ανάπτυξη στην Ειδική Αγωγή.
- Van De Walle, J. A. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά: για δημοτικό και γυμνάσιο. Μια αναπτυξιακή διαδικασία* (Β. Αράπογλου, Μτφρ.). Αθήνα: Επίκεντρο.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας* (Σ. Κυρανάκης, Μ. Μαυράκη, Χ. Μητσοπούλου, Π. Μπιθαρά & Μ. Φιλοπούλου, Μτφρ.). Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Kamii, K. C. & Clark, G. (2003). *Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την αριθμητική. Προεκτάσεις και εφαρμογές της θεωρίας του Piaget* (Φ. Καλαβάσης, Επιμ.). Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκης. (Το πρωτότυπο έργο δημοσιεύτηκε το 1985).
- Κολέζα, Ε. (2000). *Ρεαλιστικά μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση*. Αθήνα: Leader Books.

- Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.
- Λεμονίδης, Χ. (2003). *Μια νέα πρόταση της διδασκαλίας των μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του δημοτικού*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκης.
- Ματσαγγούρας, Η. (2003). *Η διαθεματικότητα στη σχολική γνώση. Εννοιοκεντρική αναπλαισίωση και σχέδια εργασίας*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρης.
- Ματσαγγούρας, Η. (2008). *Ομαδοσυνεργατική διδασκαλία και μάθηση. Για το καθημερινό μάθημα και τα προγράμματα του ολοήμερου σχολείου, τα περιβαλλοντικά, τα πολιτιστικά και τα ευρωπαϊκής συνεργασίας*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρης.
- Nunes, T. & Bryant, P. (2007). *Τα παιδιά κάνουν μαθηματικά* (Σ. Λειβαδοπούλου & Γ. Σαρηγιαννίδου, Μτφρ.). Αθήνα: Gutenberg- Γιώργος & Κώστας Δαρδανός.
- Πολυχρονοπούλου, Σ. (2012). *Παιδιά και Έφηβοι με Ειδικές Ανάγκες και Δυνατότητες*. Αθήνα: Αυτοέκδοση.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2011). *Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό). Οδηγός για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων»*. Αθήνα.
- Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών*. Φ.Ε.Κ. 303/13-03-2003, τόμ. Β'. Αθήνα.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκης.
- Σούλης, Γ. (2008). *Ένα Σχολείο για Όλους. Από την έρευνα στην πράξη- Παιδαγωγική της Ένταξης* (Τομ.Β). Αθήνα: Gutenberg.
- Σοφianoπούλου, Χ. (2013). *ΟΟΣΑ PISA 2012 Αποτέλεσμα Έρευνας*. Αθήνα: Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής. Ανακτήθηκε 10 Ιανουαρίου 2014, <http://www.iep.edu.gr/site/index.php/el/>

- Σπυρόπουλος, Τ. (2014). Ψηφοφορία και ραβδογράμματα. *Ο Μικρός Ευκλείδης*, 39, 22-23.
- Σπυρόπουλος, Κ. Τ. & Σφήκας, Δ. Ι. (2013). Η Μαθηματική Λογοτεχνία ως αυτόνομο είδος της Παιδικής Λογοτεχνίας και ως εργαλείο Εγγραμματισμού στις εκπαιδευτικές πρακτικές. Στα Πρακτικά 30ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας "*Τα Μαθηματικά στην Εκπαίδευση, στην Τεχνολογία και στην Κοινωνία*" (σελ. 858-870), Καρδίτσα.
- Σταθοπούλου, Χ. (2005). *Εθνομαθηματικά. Διευρύνοντας την πολιτισμική διάσταση των μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης*. Αθήνα: Περιβολάκι και Ατραπός.
- Στασινός, Δ. (2013). *Για μια συμπεριληπτική ή ολική εκπαίδευση στο νέο ψηφιακό σχολείο με ψηφιακούς πρωταθλητές*. Αθήνα: Παπαζήση.
- Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Προσχολική και πρώτη σχολική ζωή*. Αθήνα: Gutenberg - Γιώργος & Κώστας Δαρδανός.
- Lave, J. & Wenger, E. 2005. *Κοινωνικές όψεις της μάθησης. Νόμιμη περιφερειακή συμμετοχή* (Ε. Γεωργιάδη, Μτφρ.). Αθήνα: Σαββάλας.
- Φρυδάκη, Ε. (2009). *Η διδασκαλία στην τομή της νεωτερικής και της μετανεωτερικής σκέψης*. Αθήνα: Εκδόσεις Κριτική.
- Χαλκιά, Κ. (2012). *Διδάσκοντας φυσικές επιστήμες. Θεωρητικά ζητήματα, προβληματισμοί, προτάσεις*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκης.

Ξενόγλωσση

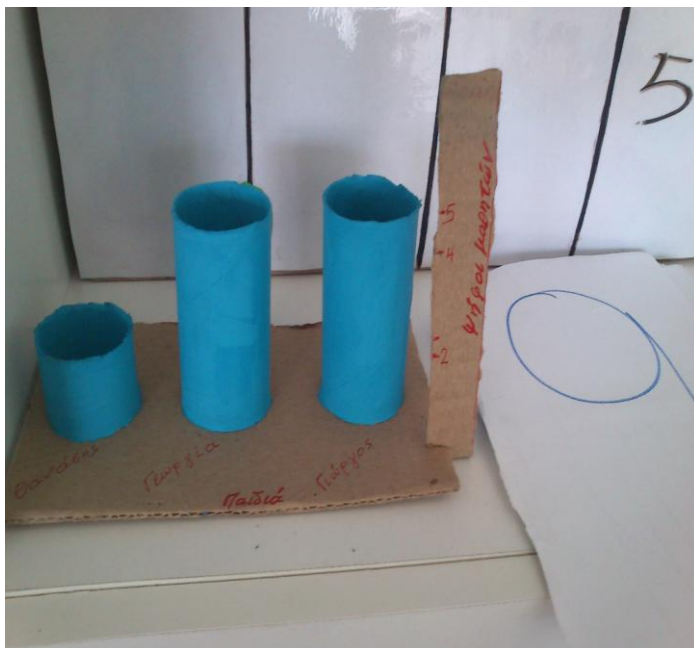
- Elliott, J., (2009). Building Educational Theory Through Action Research. In: S. Noffke and B. Somekh (eds.), *The Sage Handbook of Educational Action Research* (pp. 28-38). London: Sage Publications.
- Evans, R. (2007). Existing Practice is not the template. *Educational Researcher*, 36 (9), 553-559.

Howes, A., Davies S. M. B. & Fox, S. (2009). *Improving the context for inclusion personalising teacher development through collaborative action research*. London. Routledge.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



εικόνα 1, Γωνιά Μαθηματικής "Τεχνολογίας"



εικόνα 2, ραβδογράμματα

1000 μ.	100 μ.	10 μ.	1 μ.	$\frac{1}{10}$ μ.	$\frac{1}{100}$ μ.	$\frac{1}{1000}$ μ.	
2	9	1	7				2.917 μ.
2	9	1	7	0			29.170 δεκ. ή 2.917,0 μ.
2	9	1	7	0	0		291.700 εκ. ή 2.917,00 μ.
2	9	1	7	0	0	0	2.917.000 χιλ. ή 2.917,000 μ.

εικόνα 3, οπτικοποίηση άβακα στα σχολικά εγχειρίδια



εικόνα 4, "Μηχάνημα" Δεκαδικών



εικόνα 5, οι υποδοχείς για τις μεταβάσεις



εικόνα 6, γεωμετρικές διερευνήσεις-ανάμεσα στις τάξεις μεγέθους
δημιουργία εποπτικού υλικού
(αποθηκευτικός χώρος)

Λογοτέχνες

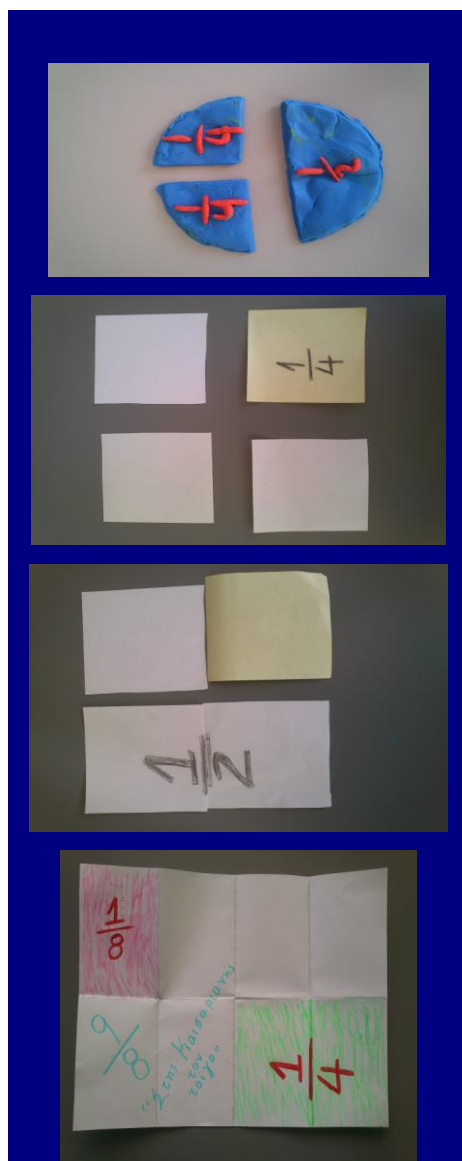
Κόβω μια
ντομάτα σε
τέσσερα ίσα
κομμάτια και
παίρνω το
ένα.

Ζωγράφοι

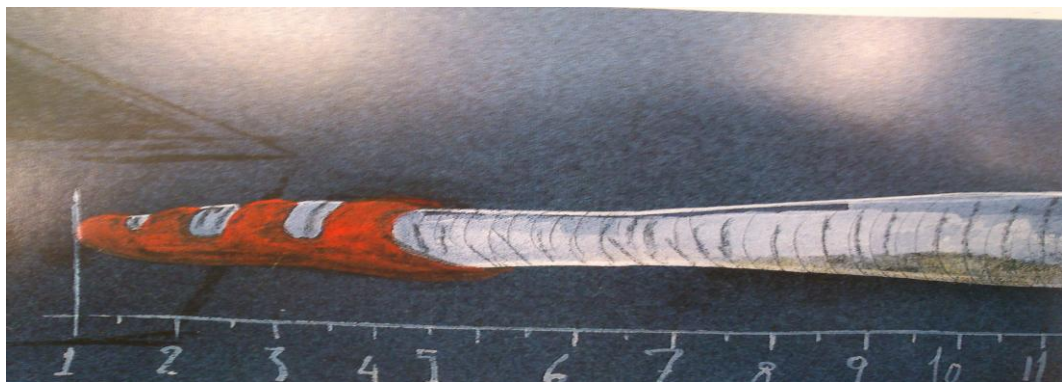




Εικόνα 7, δραστηριότητες- ασκήσεις του σχολικού εγχειριδίου για τα κλάσματα



Εικόνα 8, κατασκευή εποπτικού υλικού από τους μαθητές (χωρίς να αποτυπώνονται το πλαίσιο παραγωγής καθώς και οι αλληλεπιδράσεις των παιδιών)



εικόνα 9, πρόταση για κλίμακα μέτρησης ή για άτυπη μονάδα μέτρησης
(από τις εκδόσεις *Polaris*, *Η Αλίκη στη χώρα των Θαυμάτων*)

apohxosdas@yahoo.gr

Η ΑΥΘΟΡΜΗΤΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΣΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ

Νικολέτα Στροφύλλα & Δήμητρα Τσιανάκα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση παρουσιάζεται μια έρευνα για την αυθόρμητη έννοια της ευθείας γραμμής την οποία έχουν συγκροτήσει παιδιά προσχολικής ηλικίας. Συγκεκριμένα, εξετάστηκε η ικανότητα των παιδιών αυτών να απεικονίζουν μια ευθεία γραμμή σε χαρτί με εργαλεία όπως το μολύβι και ο χάρακας και διερευνήθηκε το επίπεδο κατανόησης της έννοιας της ευθείας γραμμής. Δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν δώδεκα (12) νήπια σε ένα νηπιαγωγείο στο κέντρο της Αθήνας στα οποία δόθηκαν αρχικά σχέδια ευθείας γραμμής και στη συνέχεια ζητήθηκε από τα παιδιά να σχεδιάσουν την δική τους ευθεία γραμμή με τη χρήση εργαλείων όπως το μολύβι, το χαρτί και ο χάρακας. Η συλλογή των δομένων έγινε με συνεντεύξεις με δύο παιδιά κάθε φορά (το ένα παιδί σχεδίαζε την ευθεία γραμμή με την χρήση των παραπάνω εργαλείων ενώ το άλλο παρατηρούσε). Σύμφωνα με τη θεωρία του Piaget σχετικά με την οικοδόμηση της ευθείας γραμμής από τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας και με όσα παρατηρήσαμε στην έρευνα μας καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι: ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των παιδιών της προσχολικής ηλικίας έχουν την ικανότητα να αναγνωρίζουν την ευθεία γραμμή και να την αποτυπώνουν στο χαρτί με τη χρήση εργαλείων. Συγχρόνως, σύμφωνα με τα επίπεδα συγκρότησης και ανάπτυξης της Γεωμετρικής σκέψης που έχει παραθέσει ο Van Hiele στη θεωρία του και με όσα έγιναν αντιληπτά από εμάς στην έρευνα, καταλήγουμε ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, βρίσκονται στο 1^ο επίπεδο συγκρότησης και ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης, δηλαδή στο επίπεδο της οπτικής θεώρησης και ανάλυσης των γεωμετρικών στοιχείων.

1. Εισαγωγή

Η γεωμετρική σκέψη των μαθητών αναπτύσσεται μέσα και έξω από το σχολείο με τη συμβολή των στοιχείων της εκπαίδευσης και με την ατομική τους εμπλοκή με τα στοιχεία της καθημερινότητας. Οι διδακτικές ενέργειες στη διδασκαλία της Γεωμετρίας και τα σχολικά εγχειρίδια προσανατολίζονται στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα και αφηρημένες έννοιες. Η αποτελεσματικότητα αυτών των ενεργειών φαίνεται από το επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης το οποίο έχει κατακτήσει ο μαθητής σύμφωνα με τη θεωρία επιπέδων των Van Hiele. Κάποιες φορές επιτυγχάνεται μετάβαση του μαθητή σε ανώτερο επίπεδο και κάποιες όχι.

Η σπουδαιότερη γεωμετρική ιδιότητα που εμφανίζεται στην παιδική κίνηση και έκφραση είναι η «ευθειότητα» μιας γραμμής, η σταθερότητα μιας διεύθυνσης. Στη ζωή οι πρώτες κινήσεις είναι «κυκλικές», καθώς το νεογέννητο «περιστρέφεται» στο χώρο γύρω από τον εαυτό του και τη μητέρα. Για να κινηθεί ένα παιδί, μπουσουλώντας ή περπατώντας, προς μία σταθερή κατεύθυνση, πρέπει να υπάρχει ένα ισχυρό κίνητρο ή περιέργεια. Οι καθαυτό ευθείες γραμμές εμφανίζονται κάπως πιο αργά στο παιδικό σχέδιο από άλλες καμπύλες. (Πατρώνης, 2001, σ.67)

Ωστόσο, για να σχεδιάσουν τα παιδιά ευθεία γραμμή θα πρέπει να χρησιμοποιούν το εργαλείο, τον κανόνα. Όμως, για να είναι ευθεία η γραμμή που γράφουν με τον κανόνα, πρέπει ο κανόνας να έχει «ίσια ακμή» δηλαδή τα σημεία της ακμής του να είναι σε ευθεία γραμμή. (Καρακώστας, 1985, σ. 48–56). Με τη βοήθεια λοιπόν, των εργαλείων όπως ένα μολύβι και ένας χάρακας, τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα να υπολογίσουν τον τρόπο με τον οποίο θα τα χρησιμοποιήσουν για τη χάραξη της ευθείας γραμμής με το χέρι τους .

Τα τεχνικά και συμβολικά εργαλεία, λοιπόν, παίζουν διαμεσολαβητικό ρόλο στον ανθρώπινο νου που ενεργεί και εστιάζει την προσοχή του σε θεωρητικές συζητήσεις και ερευνητικές μελέτες. Σύμφωνα με την προοπτική του σχηματισμού της ανθρώπινης πνευματικής δραστηριότητας απαιτείται η χρήση τεχνικών και συμβολικών εργαλείων ως διαμεσολαβητές δράσης και σκέψης. Αυτά τα εργαλεία έχουν καταστεί αναπόσπαστο μέρος της ανθρώπινης δραστηριότητας. (Chassapis, 1999)

2. Θεωρητικό πλαίσιο

2.1. Η ευθεία γραμμή

Σύμφωνα με την Ευκλείδεια Γεωμετρία η ευθεία γραμμή ορίζεται ως «η γραμμή ελαχίστου μήκους που συνδέει δύο σημεία του επιπέδου.» Ένας, ακόμη, ορισμός που δίνει ο Ευκλείδης για την ευθεία γραμμή είναι ότι «Ευθεία γραμμή είναι αυτή που κείται εξίσου ως προς τα σημεία της.» (Ευθεία γραμμήν εστίν, ητις εξ ίσου τοις εφ αυτής σημείοις κείται.) (Χασάπης, 2000, σ.27)

Η ευκλείδεια γεωμετρία δεν δίνει ορισμό της ευθείας, αλλά τη θεωρεί αρχική έννοια, όπως και το σημείο και το επίπεδο. Την εικόνα ενός μέρους μιας ευθείας παρέχει ένα τεντωμένο λεπτό νήμα. Σύμφωνα με τη γεωμετρία αυτή, από δύο οποιαδήποτε σημεία του χώρου διέρχεται μία και μόνο μία ευθεία, η οποία αποτελεί και τη συντομότερη οδό μεταξύ των δύο αυτών σημείων. Η ευθεία μπορεί να περιγραφεί επίσης ως η τομή δύο επιπέδων του ευκλείδειου χώρου. Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου είναι ή παράλληλες ή τέμνονται σε ένα σημείο.

Η ευθεία γραμμή έχει τις ακόλουθες ιδιότητες στην ευκλείδεια γεωμετρία :

- α) Δύο σημεία ορίζουν την θέση μόνο μίας ευθείας γραμμής,
- β) Μία ευθεία αν επεκταθεί και από τα δύο μέρη παραμένει ευθεία γραμμή,
- γ) Πάνω στην ευθεία γραμμή μπορούμε να σημαδέψουμε άπειρα σημεία,
- δ) Σαν σχήμα είναι απέραντο, δηλαδή δεν έχει αρχή ούτε τέλος,
- ε) Από ένα σημείο του επιπέδου περνάνε άπειρες ευθείες.

2.2. Οι θέσεις του Piaget για την οικοδόμηση της Ευθείας γραμμής

Οι πρώτες απόπειρες συγκρότησης και οικοδόμησης της ευθείας γραμμής και των συναφών προβολικών εννοιών σχετίζονται κατά τον Πιαζέ με τις προσπάθειες του παιδιού να συσχετίσουν αντικείμενα του

χώρου με μια προβολική θεώρηση. Οι απόπειρες αυτές χωρίζονται σε τρία στάδια ανάλογα με τις ικανότητες του παιδιού.

Έτσι, λοιπόν, στο 1^ο στάδιο τα παιδιά μπορούν να αναγνωρίσουν την ευθεία γραμμή μεταξύ άλλων γραμμών ωστόσο αδυνατούν να χαράξουν μία ευθεία ακόμα και όταν έχουν ως οδηγό την πλευρά του τραπεζιού τους. Επίσης, παρατηρείται η τοπολογική προσέγγιση της ευθείας, αυτή που σχετίζεται με τις ακανόνιστες γραμμές. Στη συνέχεια, στο 2^ο στάδιο τα παιδιά μπορούν να χαράξουν ευθείες γραμμές ακόμα και μεταξύ άλλων γραμμών. Δεν μπορούν όμως να αναπαραστήσουν χωρίς άμεση οπτική βοήθεια μία ευθεία. Προχωρώντας, στο 3^ο στάδιο τα παιδιά μπορούν να χαράξουν ευθείες γραμμές χωρίς καμιά αναφορά σε αντιληπτικά δεδομένα. Τέλος είναι ικανά να κατανοήσουν τόσο τη νοητική όσο και την προβολική αναπαράσταση της ευθείας γραμμής.

2.3 Η θεωρία των Van Hiele για την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης

Οι Van Hiele εντόπισαν και περιγράφουν στη θεωρία τους πέντε επίπεδα ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης (Hoffer, 1981, σ. 11 – 18), των οποίων τα δύο πρώτα σχετίζονται άμεσα με τα παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας.

Σύμφωνα, λοιπόν, με τους Van Hiele σε ένα πρώτο επίπεδο (αναγνώριση/recognition), τα παιδιά είναι σε θέση να αναγνωρίζουν ,να σχεδιάζουν, να ταξινομούν και να περιγράφουν με δικά τους λόγια με βάση τα χαρακτηριστικά. Αντιλαμβάνονται το χώρο που υπάρχει γύρω τους οπτικά, μπορούν να διακρίνουν, να αναπαράγουν και να ονομάσουν διάφορα σχήματα αλλά δεν μπορούν να διακρίνουν τις ιδιότητες τους. Για την περιγραφή χρησιμοποιούν οπτικά πρότυπα, για παράδειγμα, μια ευθεία είναι η άκρη του τραπεζιού. Έχουν α)οπτικές, β)λεκτικές, γ)λογικές, δ) ικανότητες σχεδίασης και εφαρμογής.

Σε ένα δεύτερο επίπεδο (ανάλυση/analysis), τα παιδιά είναι σε θέση να αναγνωρίζουν, να ταξινομούν και να περιγράφουν τα γεωμετρικά σχήματα με πιο τυπικό λεξιλόγιο. Επίσης διακρίνουν και ελέγχουν τις σχέσεις μεταξύ των στοιχείων ενός σχήματος, περιγράφουν ιδιότητες και μεταφράζουν διάφορες προφορικές πληροφορίες σε εικόνες. Τέλος συγκρίνουν δύο σχήματα με βάση τις σχέσεις των στοιχείων που

ακολουθούν και τα κατατάσσουν σε διάφορες κατηγορίες με βάση ορισμένες ιδιότητες.

Στο τρίτο επίπεδο (διάταξη/order), τα παιδιά μπορούν να διατάξουν λογικά τα σχήματα και τις ιδιότητές τους και αρχίζουν να αντιλαμβάνονται το ρόλο του ορισμού, αλλά δε λειτουργούν μέσα σε ένα μαθηματικό σύστημα (μπορεί να ακολουθηθεί απλός παραγωγικός συλλογισμός, αλλά η απόδειξη δε γίνεται κατανοητή).

Στο τέταρτο επίπεδο (παραγωγικός συλλογισμός/deduction), τα παιδιά κατανοούν τη σημασία του παραγωγικού συλλογισμού και τους ρόλους των αξιωμάτων, των θεωρημάτων και της απόδειξης (οι αποδείξεις μπορούν να γραφούν με κατανόηση).

Στο πέμπτο επίπεδο (αυστηρότητα/rigor), τα παιδιά κατανοούν την αναγκαιότητα για αυστηρότητα και είναι σε θέση να πραγματοποιήσουν αφηρημένους παραγωγικούς συλλογισμούς.

Οι Clements & Battista διατύπωσαν την υπόθεση ότι πριν το επίπεδο της αναγνώρισης υπάρχει ένα προ-αναγνωριστικό» επίπεδο (prerecognitive level). Επίσης, προτείνουν την ύπαρξη του επιπέδου 0, που αυτοί καλούν «επίπεδο προ-αναγνώριση.» Οι μαθητές παρατηρούν σε αυτό το επίπεδο μόνο ένα υποσύνολο των οπτικών χαρακτηριστικών μιας μορφής, με συνέπεια μια ανικανότητα να διακρίνουν μεταξύ των σχημάτων. (Clements & Battista, 1992)

2.4. Αυθόρμητες και επιστημονικές έννοιες

Οι έννοιες, σύμφωνα με τον Vygotsky, διακρίνονται σε αυθόρμητες – καθημερινές έννοιες και σε επιστημονικές – μη αυθόρμητες. Τα δύο είδη εννοιών διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις διαφορετικές σχέσεις των εμπειριών του παιδιού.

Συγκεκριμένα για την ανάπτυξη των αυθόρμητων εννοιών το παιδί χρειάζεται να έρθει σε άμεση επαφή με το περιβάλλον και την πρακτική άσκηση, εν αντιθέσει η κατανόηση των επιστημονικών εννοιών γίνεται με την εκπαιδευτική διαδικασία και γνώσεις που αποκτά σε συνεργασία με τον εκπαιδευτικό.

Επιπροσθέτως, τα είδη των εννοιών διαφέρουν εξαιτίας των διαφορετικών διαδικασιών συγκρότησης και διαμόρφωσης στις οποίες υπόκεινται. Οι αυθόρμητες έννοιες διαμορφώνονται μέσα από την αυθόρμητη εφαρμογή τους κατά την οποία το παιδί έχει λάβει μέσα από την εμπειρία του. Στη συνέχεια είναι σε θέση να προχωρήσει στην κατανόηση της έννοιας και στην εφαρμογή της. Από την άλλη πλευρά, οι επιστημονικές έννοιες διαμορφώνονται μέσα από τη σκέψη του παιδιού. Το παιδί μπορεί να στραφεί στο αντικείμενο που αναπαριστά την έννοια αλλά όχι στο σύνολο των ενεργειών που συνετέλεσαν για τη διαμόρφωση του όρου έννοια.

Συμπερασματικά, θα λέγαμε ότι η εξέλιξη των επιστημονικών εννοιών εμφανίζεται μόνο όταν το παιδί έχει ακολουθήσει συγκεκριμένα βήματα που το οδηγούν στη συνειδητοποίηση της έννοιας και έπειτα στην εκούσια εφαρμογή της. Αυτές τις δύο ιδιότητες των αυθόρμητων εννοιών (εκουσιότητα – επίγνωση των εννοιών) που δεν έχουν αναπτυχθεί επαρκώς, το παιδί θα πρέπει να κατακτήσει σε συνεργασία με τη σκέψη του ενήλικα. Με αυτόν τον τρόπο, καθώς εμπλουτίζονται οι γνώσεις του παιδιού όχι μόνο αυξάνεται η επιστημονική σκέψη αλλά και εξελίσσεται η αυθόρμητη σκέψη στην εκπαίδευση του. Διαπιστώνεται, λοιπόν, ότι οι επιστημονικές και οι αυθόρμητες έννοιες αλληλεπιδρούν και αλληλοεπηρεάζονται κατά την ανάπτυξη τους.

Αξίζει να σημειωθεί πως το παιδί προκειμένου να συγκροτήσει τις έννοιες κρίνεται αναγκαίο να χρησιμοποιήσει τη γλώσσα καθώς οι έννοιες εκφράζονται με λέξεις. Σύμφωνα, με τον Vygotsky, η γλώσσα αποτελεί το καθοριστικό στοιχείο για τη συστηματοποίηση της αντίληψης του ατόμου. Ανάλογα με το στάδιο της ατομικής εξέλιξης του παιδιού, οι λέξεις μίας γλώσσας αποκτούν διαφορετικές σημασίες. Στην προσπάθεια, λοιπόν, του παιδιού να αντιληφθεί πλήρως τη σημασία μίας λέξης, χρειάζεται να αναπτυχθούν διάφορες λειτουργίες όπως η μνήμη, η προσοχή, η σύγκριση. Το παιδί χρησιμοποιεί τις λέξεις όπου το θεωρεί αναγκαίο χωρίς όμως να έχει καταλάβει τη λέξη. Όταν όμως το παιδί καταλάβει μία νέα σημασία τότε αρχίζει ο σχηματισμός των αυθόρμητων και επιστημονικών εννοιών. Αυτός είναι ο νόμος της εξέλιξης των σημασιών των λέξεων. (Vygotsky, 1993).

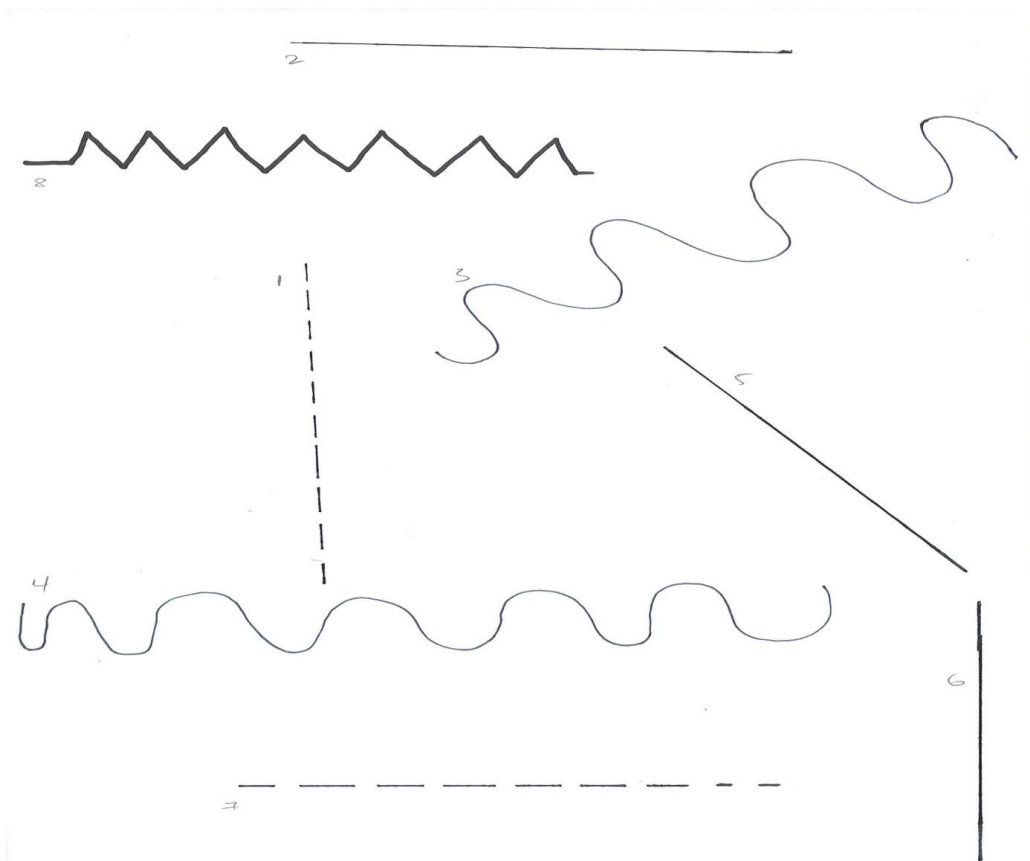
Συμπερασματικά, στις αυθόρμητες έννοιες, το παιδί έχει συνειδητοποιήσει το ίδιο το αντικείμενο που απεικονίζει η έννοια αλλά αργεί να συνειδητοποιήσει την ίδια την έννοια. Σε αντίθεση με τις αυθόρμητες έννοιες, στις επιστημονικές έννοιες το παιδί έχει κατανοήσει πολύ καλύτερα την ίδια την έννοια παρά το αντικείμενο που αναπαριστά.

3. Μια έρευνα των αυθόρμητων εννοιών της ευθείας γραμμής που συγκροτούν τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας

Σκοπός της έρευνας που παρουσιάζεται είναι η διερεύνηση της αυθόρμητης έννοιας της ευθείας γραμμής που έχουν συγκροτήσει παιδιά προσχολικής ηλικίας, προκειμένου να απεικονίσουν την ευθεία γραμμή σε χαρτί με τη βοήθεια εργαλείων, όπως το μολύβι και ο χάρακας – κανόνας.

Η έρευνα μας πραγματοποιήθηκε στο 109^ο Ολοήμερο Νηπιαγωγείο Κυψέλης στα πλαίσια της πρακτικής μας άσκησης στο χώρο του νηπιαγωγείου, στα μέσα Μαρτίου του 2009 και τον πληθυσμό της έρευνας αποτέλεσαν δώδεκα (12) νήπια – 6 αγόρια, 6 κορίτσια. Τα δεδομένα της έρευνας συλλέχθηκαν με τη μέθοδο των συνεντεύξεων, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν την ώρα των ελευθέρων δραστηριοτήτων των νηπίων στην αίθουσα της δημιουργικής απασχόλησης.

Στην αρχή κάθε συνέντευξης δείξαμε σε όλα τα παιδιά ένα σχέδιο στο οποίο είχαν αποτυπωθεί ευθείες, καμπύλες και τεθλασμένες γραμμές, συνεχείς και διακεκομμένες, σε διάφορες θέσεις, πλάγιες ή παράλληλες στις πλευρές του χαρτιού (εικόνα 1). Υποβάλλαμε απλές και απόλυτα κατανοητές στα παιδιά ερωτήσεις όπως «τι είναι αυτό», «γιατί είναι έτσι», «πώς το λέμε», «γιατί το λέμε» και καταγράφαμε χωρίς σχόλια τις απαντήσεις των παιδιών.



εικόνα 1

Στη συνέχεια ζητήσαμε από τα παιδιά να σχεδιάσουν ευθείες γραμμές σε ένα λευκό χαρτί πάνω στο οποίο είχαν προ-σημειωθεί δύο ή περισσότερα σημεία με τελίτσες ή παύλες ως οδηγοί χάραξης μιας ευθείας γραμμής. Τα μισά παιδιά είχαν στη διάθεση τους μόνο ένα μολύβι και τα άλλα μισά εκτός από το μολύβι και ένα χάρακα. Η επιλογή των παιδιών για την ένταξη στη μια ή στην άλλη ομάδα γινόταν τυχαία.

Τα βασικά ευρήματα της έρευνας συνοψίζονται στη συνέχεια.

Τα περισσότερα παιδιά, ονόμασαν το σχέδιο 1 (διακεκομμένη γραμμή) «γραμμή», «γραμμούλα», «δρόμος» ενώ ένα από αυτά το ονόμασε «κομμένες γραμμές». Το σχέδιο 2 (ευθεία γραμμή) ήταν πολύ οικείο σε αυτά, όλα σχεδόν το έλεγαν γραμμή, δρόμος. Υπήρχαν βέβαια και οι πρωτότυπες απαντήσεις όπως ότι είναι ξύλο.

Στο σχέδιο 3(καμπύλη) όλες οι απαντήσεις σχεδόν έμοιαζαν, τα παιδιά νόμιζαν ότι είναι βουνό, θάλασσα και πύργος. Υπήρχαν όμως και οι απαντήσεις που μας εξέπλητταν όπως ότι είναι χέρι ή σαλιγκάρι. Ίδιες ήταν οι απαντήσεις και για το επόμενο σχέδιο 4(οριζόντια καμπύλη). Κανένα από τα παιδιά, λοιπόν, δεν αναγνώρισε ότι είναι ένα είδος γραμμής, αντιθέτως, θεωρούσαν ότι πρόκειται για ένα σχέδιο. Η εξήγηση που μπορούμε να δώσουμε εμείς σε αυτό το σημείο, είναι ότι η μορφή, που έχει αυτή η γραμμή, είναι κυματοειδής, οπότε, το παιδί μπορεί πιο εύκολα να το αντιληφθεί ως θάλασσα ή ως βουνό παρά με είδος γραμμής. Ωστόσο, ήταν πολλές οι περιπτώσεις που τα παιδιά έλεγαν ότι το σχέδιο 3 και το σχέδιο 4 μοιάζουν ή είναι ίδια σχέδια(καμπύλες).

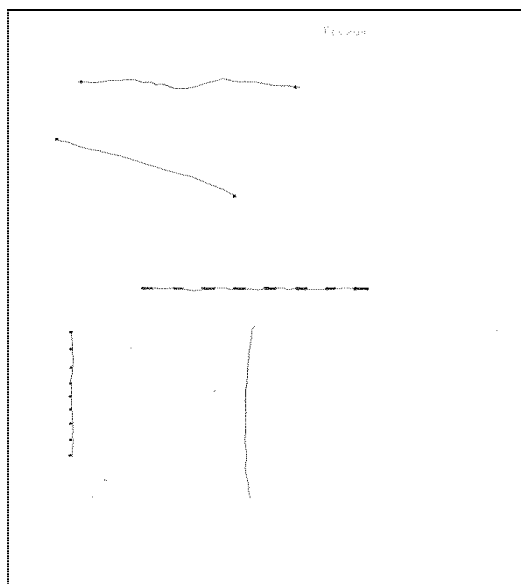
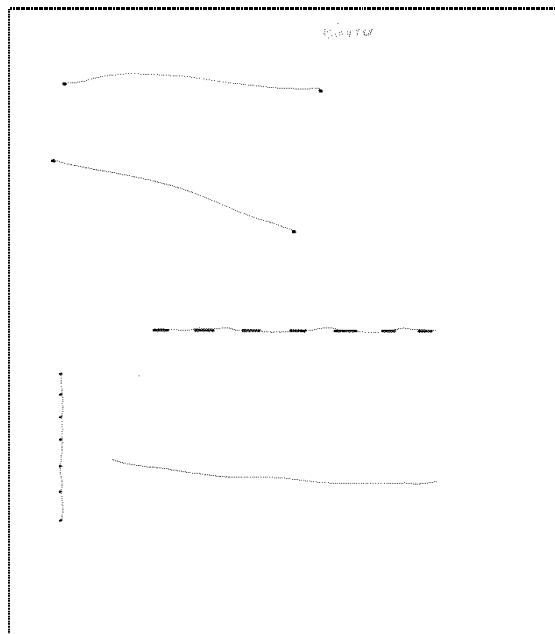
Για το σχέδιο 5(διαγώνια γραμμή) τα περισσότερα παιδιά έλεγαν ότι είναι γραμμή κυρίως ή ξύλο αλλά στην ερώτηση αν είναι ίδιο με το σχέδιο 2 ή με το σχέδιο 6(κάθετη γραμμή) οι απαντήσεις ποίκιλαν. Συγκεκριμένα, άλλα παιδιά έλεγαν ότι μοιάζουν λίγο αλλά δεν είναι ίδια, άλλα ότι είναι ίδια και άλλα ότι θα έμοιαζαν μόνο αν τους αλλάζαμε θέση, για παράδειγμα (αν ισιώναμε το σχέδιο 5 και το κάναμε σαν το σχέδιο 2) όπως μας είπε πολύ χαρακτηριστικά ένας μαθητής. Μπορούμε να διαπιστώσουμε πως τα παιδιά δεν ήταν όλα σε θέση να συνειδητοποιήσουν ότι τα σχέδια 2, 5 και 6 είναι τα ίδια μόνο που αλλάζει η θέση τους. Δηλαδή, ότι πρόκειται για γραμμές σε διάφορες μορφές (κάθετη – οριζόντια – πλάγια). Ωστόσο, υπήρχαν δύο παιδιά που με τις απαντήσεις τους μας ξάφνιασαν όπως ότι το σχέδιο 5 μοιάζει σαν το γράμμα Χ μόνο που στη συγκεκριμένη περίπτωση υπάρχει η μία γραμμή. Ενώ μια άλλη μαθήτρια ανέφερε πως είναι η πλάγια γραμμή για να φτιάξεις ένα τρίγωνο. Παρατηρούμε ότι τα παιδιά επεξεργάζονται αυτό που βλέπουν και με τη δική τους φαντασία δημιουργούν ένα υποθετικό σχέδιο.

Για το σχέδιο 6 τα παιδιά μας έλεγαν τις παρόμοιες απαντήσεις με τις παραπάνω δηλαδή ότι είναι γραμμή ή ξύλο και κάποια έλεγαν πως είναι ίδια ενώ άλλα όχι.

Τα παιδιά στο σχέδιο 7(οριζόντια διακεκομμένη γραμμή) μας ανέφεραν πως είναι κυρίως δρόμος με γραμμούλες. Κάποιο από τα παιδιά τις γραμμούλες τις ονόμασε βελάκια. Στην ερώτηση αν μοιάζει το σχέδιο με κάποιο από τα άλλα οι απαντήσεις τους μας εξέπληξαν. Συγκεκριμένα, κάποια παιδιά μας είπαν πως θα ήταν ίδιο με το σχ.2 αν ενώναμε τις γραμμούλες ενώ κάποια άλλα ανέφεραν πως δεν είναι ίδια γιατί το ένα είναι πάνω και το άλλο κάτω (σχεδιασμένο στο χαρτί). Για το σχέδιο 8(τεθλασμένη γραμμή) υπήρξε μια απάντηση ότι το σχέδιο είναι κύκλος, κάποιος άλλος μαθητής είπε πως είναι γράμματα Α, Β ενώ κάποιος άλλος είπε πως είναι σεισμός. Κανένα από τα παιδιά δεν κατάφερε να καταλάβει ότι πρόκειται για γραμμή. Παρατηρήσαμε, λοιπόν, διαφορετικές και πρωτότυπες απαντήσεις των παιδιών σε αυτό το σχέδιο. Θεωρήσαμε πως τα παιδιά απάντησαν έτσι εξαιτίας της φοράς της γραμμής που πηγαίνει πάνω – κάτω. Τα παραπάνω δεδομένα μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι η έννοια της γραμμής ήταν πολύ οικεία στα παιδιά που συμμετείχαν στην έρευνα μας. Υπήρχαν περιπτώσεις που τα παιδιά δεν έβρισκαν ομοιότητες στις ευθείες γραμμές ωστόσο εστίαζαν την προσοχή τους στη σύγκριση του μεγέθους των γραμμών και όχι αν μοιάζουν στο είδος.

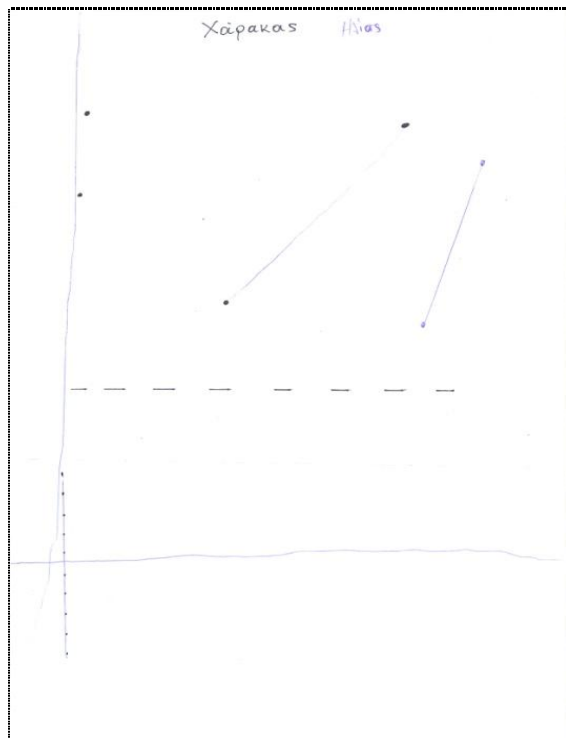
Στο σχεδιασμό, τώρα, της ευθείας γραμμής τα παιδιά που δεν χρησιμοποίησαν τον χάρακα ως βοηθητικό εργαλείο, δυσκολεύονταν να χαράξουν ευθείες γραμμές ανάμεσα στις δύο τελίτσες (εικόνα 2 & 3)

.

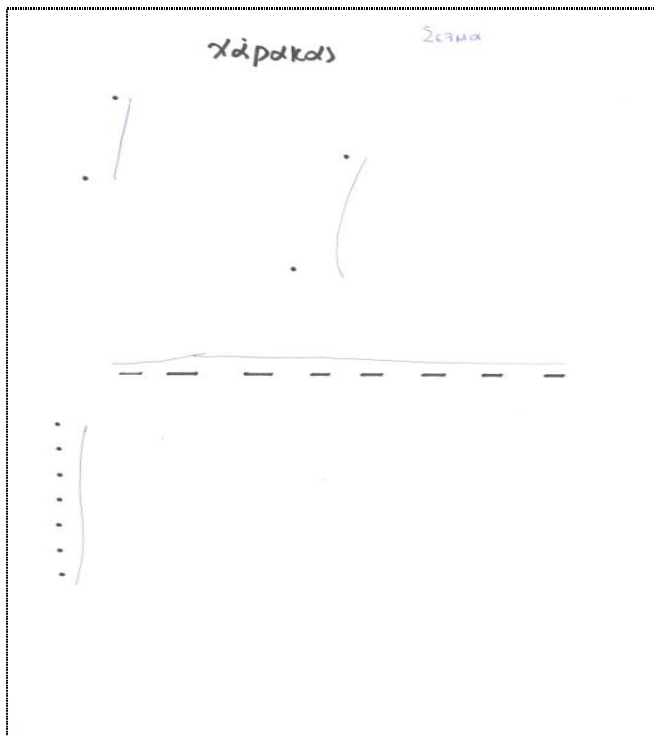


εικόνα 2 & 3

Από την άλλη μεριά, κάποια από τα παιδιά που χρησιμοποίησαν το χάρακα, δεν ήξεραν ούτε τι ακριβώς είναι, ούτε πως και γιατί το χρησιμοποιούν. Ωστόσο υπήρχαν και παιδιά που ήξεραν το όνομα δηλαδή ότι λέγεται χάρακας και μας ανέφεραν ότι τον χρησιμοποιούμε για να μετράμε. Παρόλα αυτά αλλά δεν κατάφεραν να τον χρησιμοποιήσουν σωστά για να χαράξουν ευθείες γραμμές. (εικόνα 4 & 5).



εικόνα 4



εικόνα 5

Επίσης, εντύπωση προκάλεσε και στις δύο περιπτώσεις (με ή χωρίς χάρακα) το γεγονός ότι τα παιδιά όταν επρόκειτο να ενώσουν τις τελείες για να σχηματίσουν ευθεία γραμμή, τις ένωναν με μία γραμμή, ενώ τις υπάρχουσες παύλες ουσιαστικά τις προέκτειναν.

Τέλος, όταν ζητήσαμε από τα παιδιά να σχηματίσουν μόνα τους μία ευθεία γραμμή, τα περισσότερα έφτιαξαν μία οριζόντια γραμμή. Σπάνια βλέπαμε τον σχεδιασμό της κάθετης ευθείας γραμμής.

4. Επίλογος

Τα παιδιά σε αυτή τη φάση της σχολικής τους ζωής, όπως μας εξηγεί και ο Piaget, βρίσκονται στο 1^ο στάδιο της αναγνώρισης της ευθείας γραμμής μεταξύ άλλων γραμμών, ένα σημείο το οποίο μπορέσαμε να διακρίνουμε στα παιδιά. Τα περισσότερα αναγνώρισαν ποια είναι η

ευθεία γραμμή. Επίσης, παρατηρήσαμε ότι τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα να χαράσσουν την ευθεία γραμμή σε σχέση με τις άλλες γραμμές, αλλά παρόλα αυτά οι ευθείες τους γραμμές είναι ακανόνιστες είτε με τη βοήθεια ενός χάρακα είτε με το χέρι τους. Ωστόσο, ενώ αναφέρεται ότι τα παιδιά χρησιμοποιούν περισσότερο τις κάθετες παρά τις οριζόντιες ευθείες γραμμές, στη συγκεκριμένη περίπτωση τα περισσότερα παιδιά σχεδίασαν οριζόντιες παρά κάθετες γραμμές.

Συγχρόνως, σύμφωνα με τα επίπεδα συγκρότησης και ανάπτυξης της Γεωμετρικής σκέψης που έχει παραθέσει ο Van Hiele στη θεωρία του και με όσα έγιναν αντιληπτά από εμάς στην έρευνα, καταλήξαμε στα παρακάτω συμπεράσματα: Τα παιδιά, με τα οποία ασχοληθήκαμε, βρίσκονται στο 1^ο επίπεδο συγκρότησης και ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης, δηλαδή στην οπτική θεώρηση/ανάλυση. Αναλυτικότερα, μπορούμε να πούμε πως τα παιδιά σε αυτό το στάδιο είναι ικανά να αναγνωρίσουν διάφορα σχήματα και συγκεκριμένα, τα περισσότερα κατάφεραν να διακρίνουν την ευθεία γραμμή. Βέβαια, ήταν δύσκολο για αυτά να ξεχωρίσουν τις υπόλοιπες γραμμές και να τις ονομάσουν. Για παράδειγμα, ονόμασαν τη καμπύλη ως βουνό, θάλασσα και την τεθλασμένη ως γράμματα, σεισμός.

Επιπροσθέτως, τα περισσότερα παιδιά παρουσίασαν δυσκολία στο να διακρίνουν τις ιδιότητες της ευθείας γραμμής. Ορισμένα από αυτά ήταν σε θέση να αναφέρουν ότι οι ευθείες γραμμές πάνε από το ένα σημείο στο άλλο. Ωστόσο, τα παιδιά είχαν την ικανότητα, σύμφωνα και με τη θεωρία του Van Hiele, στο 1^ο επίπεδο να σχεδιάζουν σε χαρτί με τη βοήθεια του χάρακα ή με το χέρι τους την ευθεία γραμμή.

Αξίζει να σημειωθεί πως τα παιδιά δεν είχαν ανεπτυγμένο το μαθηματικό τους λεξιλόγιο, κάτι που αναφέρεται στο 2^ο επίπεδο της θεωρίας του Van Hiele (περιγραφική θεώρηση/ανάλυση). Ενώ αναφέρεται πως τα παιδιά πρέπει να περιγράφουν με πιο τυπικό λεξιλόγιο, τα συγκεκριμένα παιδιά χρησιμοποίησαν απλό λεξιλόγιο για να περιγράψουν τη μορφή που έχει η ευθεία γραμμή (κάθετη – οριζόντια).

Βιβλιογραφία

- Chassapis D. (1999) *The mediation of tools in the development of formal mathematical concepts: the compass and the circle as an example.. Educational Studies in Mathematics*, 37 (3), 275 – 293.
- Clements D. & Battista M. (1992)"Geometry and Spatial Reasoning." In D. Grouws, ed. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan Publishing Co.
- Hoffer A. (1981)Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74.
- Van Hiele, P. M. (1986) *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press.
- Vygotsky L.(1993) *Σκέψη και γλώσσα*, μτφρ. Ρόδη Α., Γνώση, Αθήνα .
- Καρακώστας Γ. (1985) Χάραξη ευθείας γραμμής, *Ευκλείδης Γ.*, 6, 48-56.
- Πατρώνης Τ. (2001) *Θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες και παιδική σκέψη*, Δίπτυχο, Αθήνα .
- Χασάπης Δ. (2008) Σημειώσεις από τις διαλέξεις του μαθήματος «Χωρικές σχέσεις και γεωμετρικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση», ΤΕΑΠΗ, Αθήνα.
- Χασάπης Δ. (2000) *Διδακτική βασικών μαθηματικών εννοιών. Αριθμοί και αριθμητικές πράξεις*, Μεταίχμιο, Αθήνα.

strofylla@hotmail.com

[λευκή σελίδα]

Ο ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΙΔΙΩΝ ΣΤΟ ΧΩΡΟ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΙΣΧΥΣΗΣ ΤΟΥ

Σαββούλα Φωτοπούλου

Νηπιαγωγός

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση αυτή παρουσιάζονται μαθηματικές δραστηριότητες που μπορούν να υλοποιηθούν στο χώρο του νηπιαγωγείου με στόχο την κατανόηση βασικών χωρικών εννοιών και την ανάπτυξη της ευχέρειας των παιδιών να προσανατολίζονται στο χώρο. Αξιοποιώντας ένα θεωρητικό πλαίσιο για την ανάπτυξη της χωρικής σκέψης στα παιδιά και παίρνοντας υπόψη τα βασικά χαρακτηριστικά των χωρικών εννοιών, αλλά και συναφείς έρευνες, σχεδιάστηκε μια σειρά δραστηριοτήτων, οι οποίες υπαγορεύονται από μια ιστορία σε μορφή αλληλογραφίας, όπου τα παιδιά εμπλέκονται και δραστηριοποιούνται με απώτερο σκοπό την κατανόηση των συγκεκριμένων εννοιών. Αναμένεται η εφαρμογή των δραστηριοτήτων αυτών σε παιδιά νηπιαγωγείου για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Εισαγωγή

Σκοπός της εργασίας που παρουσιάζεται εδώ είναι ο εμπλουτισμός της Ελληνικής βιβλιογραφίας σχετικά με προτεινόμενες μαθηματικές δραστηριότητες που μπορούν να υλοποιηθούν στο χώρο του νηπιαγωγείου με στόχο την κατανόηση βασικών χωρικών εννοιών και την ανάπτυξη της ευχέρειας των παιδιών να προσανατολίζονται στο χώρο. Αξιοποιώντας ένα θεωρητικό πλαίσιο για την ανάπτυξη της χωρικής σκέψης στα παιδιά και παίρνοντας υπόψη τα βασικά χαρακτηριστικά των χωρικών εννοιών, αλλά και συναφείς έρευνες, σχεδιάστηκε μια σειρά δραστηριοτήτων. Με τη μορφή αλληλογραφίας εξελίσσεται μια ιστορία, όπου τα παιδιά εμπλέκονται και δραστηριοποιούνται με απώτερο σκοπό την κατανόηση των συγκεκριμένων εννοιών. Αναμένεται η εφαρμογή των δραστηριοτήτων αυτών σε παιδιά νηπιαγωγείου για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Θεωρητικό πλαίσιο

Για να ορισθεί ως έννοια ο προσανατολισμός, ο οποίος είναι ο κεντρικός άξονας αυτής της εργασίας, χρειάζεται αρχικά να αναφερθούν τα στάδια μέσα από τα οποία τα νήπια εισέρχονται και σταδιακά αντιλαμβάνονται το χώρο. Ο αρχικός χώρος που κατασκευάζει κάθε παιδί σχετίζεται με τα ψυχολογικά χαρακτηριστικά της ανάπτυξής του (Ζαχάρος, 2007). Υπάρχει δηλαδή μια σταδιακή εξέλιξη: αρχικά οριοθετεί και προσανατολίζει τον εαυτό του στον περιβάλλοντα χώρο και τα αντικείμενα, που βρίσκονται μέσα σε αυτόν, στη συνέχεια οριοθετεί και συσχετίζει τα αντικείμενα μεταξύ τους και τελικά αναπτύσσει μια αντικειμενική αντίληψη του χώρου, συμπεριλαμβάνοντας και τον εαυτό του μέσα σ' αυτόν. Για την αναπαράσταση του χώρου έχει ασχοληθεί ο Piaget, σύμφωνα με τον οποίο υπάρχουν τρία στάδια για την εξέλιξη του αναπαραστατικού χώρου, τα οποία είναι σημαντικό να αναφερθούν:

1. Το στάδιο της συνθετικής ανικανότητας: Σε αυτό το στάδιο αγνοούνται τα ευκλείδεια και προβολικά χαρακτηριστικά του χώρου. Το παιδί δεν τηρεί τις αναλογίες μεταξύ των μεγεθών, τα ίδια μεγέθη δεν διατηρούνται σταθερά και δεν εμφανίζονται στοιχεία προοπτικής. Σε αυτό το στάδιο αρχίζουν να οικοδομούνται τα τοπολογικά χαρακτηριστικά στην απεικόνιση του χώρου. Η χρονική διάρκεια αυτού του σταδίου είναι μέχρι το τρίτο ή τέταρτο έτος.
2. Το στάδιο του διανοητικού ρεαλισμού: Είναι το στάδιο όπου τηρούνται τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του χώρου και αρχίζουν να οικοδομούνται οι προβολικές σχέσεις. Το στάδιο αυτό καλύπτει χρονικά από το τέταρτο έτος έως το δέκατο.
3. Το στάδιο του οπτικού ρεαλισμού: Στο στάδιο αυτό γίνεται προσπάθεια από το παιδί να τηρεί τις αναλογίες μεταξύ των μεγεθών στις απεικονίσεις του και παράλληλα να διατηρεί τα τοπολογικά και προβολικά χαρακτηριστικά του χώρου. (Ζαχάρος, 2007. Χασάπης, εισηγήσεις μαθήματος, 2011)

Όσον αφορά τον προσανατολισμό, ο οποίος εντάσσεται στις τοπολογικές σχέσεις, κρίνεται απαραίτητο να δοθεί ο ορισμός του, αλλά και οι περαιτέρω έννοιες που τον αφορούν, καθώς είναι το κύριο θέμα της εργασίας. Οι έννοιες που εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία είναι μπρος-πίσω, δεξιά-αριστερά, πάνω-κάτω, μέσα-έξω.

Προσανατολισμός είναι η ικανότητα του ατόμου να διακρίνει στο χώρο τη θέση ενός αντικειμένου αναφορικά με άλλα αντικείμενα και τις σχέσεις που χαρακτηρίζουν τις τοποθετήσεις αυτές, όπως και να αντιλαμβάνεται τις ρυθμίσεις που αλλάζουν τη θέση ή την κατεύθυνσή του. Για παράδειγμα, να διακρίνει ότι ένα αντικείμενο μετακινείται από τη θέση άλφα στη θέση βήτα ή βρίσκεται δίπλα από κάποιο άλλο κλπ. Όπως και να διατηρεί στη μνήμη του ότι ένα αντικείμενο ήταν σε κάποια συγκεκριμένη θέση και τις ενέργειες που έγιναν για τις αλλαγές της θέσης αυτής (Τζεκάκη, 2007).

Οι σχέσεις που αφορούν τις θέσεις των αντικειμένων προσδιορίζονται κάθε φορά με βάση κάποιο σύστημα αναφοράς. Το ανθρώπινο σώμα αποτελεί το πρώτο σύστημα αναφοράς για τον προσανατολισμό στο χώρο. Η θέση των αντικειμένων προσδιορίζεται σε σχέση με το ανθρώπινο σώμα, μπροστά-πίσω, δεξιά-αριστερά, πάνω-κάτω. Από μαθηματική σκοπιά το σύστημα αυτό εκφράζει το τρισδιάστατο σύστημα αξόνων που ορίζεται από την τομή τριών, κάθετων μεταξύ τους, επιπέδων (Χασάπης, εισηγήσεις μαθήματος, 2011).

Η διδακτική προσπάθεια κατευθύνεται στην αποκέντρωση του παιδιού από το σώμα του ως σημείο αναφοράς. Αυτό θα επιτευχθεί, εάν το παιδί καταφέρει να ορίζει τις σχετικές θέσεις των αντικειμένων του περιβάλλοντα χώρου με βάση συστήματα αναφοράς εκτός του σώματός του. Σε αυτό το σημείο, θα χρειαστεί να κατακτήσει δυο ακόμα μαθηματικές έννοιες:

1. Τη συμμετρικότητα των σχέσεων των αντικειμένων: για παράδειγμα δύο άτομα που ο ένας κοιτάει τον άλλο.
2. Την αντισυμμετρικότητα των σχέσεων: για παράδειγμα δύο άτομα στη σειρά που ο δεύτερος κοιτάει την πίσω μεριά του πρώτου.

Σημαντικό είναι να αναφερθεί πως κάποιες κατηγορίες χωρικών εννοιών είναι ευκολότερες στην κατανόηση τους από τις άλλες. Για παράδειγμα, το πάνω-κάτω είναι σχετικά εύκολο, καθώς υπάρχει ένας φυσικός προσανατολισμός που έχει πάντα σταθερά σημεία αναφοράς, όπως τον ουρανό και τη γη. Έτσι, το παιδί μπορεί εύκολα να ορίσει το πάνω-κάτω ενός άλλου, καθώς είναι το ίδιο με το δικό του. Επίσης, το μπροστά-πίσω ορίζεται από τα φυσικά χαρακτηριστικά ενός αντικειμένου και γι' αυτό μπορεί να προσδιοριστεί με μια σχετική ευκολία. Όμως οι έννοιες δεξιά-αριστερά δεν αποτελούν κάποια χαρακτηριστική ιδιότητα του σώματος, σχετίζονται με την πλευρική κυριαρχία στο ανθρώπινο σώμα και η ονομασία δεξιά, αριστερά είναι κάποιες λεκτικές ανθρώπινες συμβάσεις (Ζαχάρος, 2007).

Από έρευνες που έχουν διεξαχθεί, έχει διατυπωθεί η άποψη πως η ικανότητα προσανατολισμού και τοποθέτησης στο χώρο δεν εξελίσσεται από μόνη της και δεν ακολουθεί απλά την ηλικία, αλλά χρειάζονται αντίστοιχες δραστηριότητες που να επιτρέπουν στο παιδί να επεξεργαστεί στοιχεία και να κινητοποιηθεί μέσα από κάποιες διαδικασίες. Η έλλειψη εμπειριών δε δίνει στο παιδί το κίνητρο να αναπτύξει τη χωρική του σκέψη και να οικειοποιηθεί καταστάσεις, τις οποίες θα χρησιμοποιήσει για να δημιουργήσει μοντέλα και έννοιες προς αυτή την κατεύθυνση. Αποτελέσματα ερευνών με δείγμα παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν δείξει πως τα μικρά παιδιά δε μπαίνουν στη διαδικασία μέσα από την εμπειρία τους να «βγάλουν» τα προσδιοριστικά χαρακτηριστικά από το σώμα τους και να τα αποδώσουν σε ένα τρίτο αντικείμενο. Για το λόγο αυτό συναντούν δυσκολίες όταν χρειάζεται να προσδιορίσουν μια θέση με ένα σύστημα αναφοράς που είναι διαφορετικό από το σώμα τους (Germanos, Οικονομου & Tzekaki, 1994). Τα περισσότερα παιδιά μπορούν να περιγράψουν ή να εντοπίσουν τη θέση ενός αντικειμένου πιο εύκολα, όταν το τρίτο σύστημα αναφοράς έχει τον ίδιο προσανατολισμό με το σώμα τους («μπρος – πίσω» ή «αριστερά – δεξιά» κοινό), παρά όταν το σύστημα αναφοράς είναι αντίθετο από το δικό τους. «Ένας σημαντικός αριθμός παιδιών (περίπου το 1/3) αδυνατούν να το εντοπίσουν όταν το δικό τους «μπρος» είναι «πίσω» για το άλλο σύστημα αναφοράς, βρίσκεται δηλαδή σε μια περιοχή που θα χαρακτηρίζαμε «ζώνη διαφοροποίησης», ενώ για έναν επίσης σημαντικό αριθμό (περίπου το 1/3) ο προσδιορισμός αυτός δεν είναι αυτόματος και απαιτεί αναζήτηση» (Τζεκάκη, 2007, σελ. 162).

Όσον αφορά τις τακτικές που ακολουθούνται από τους εκπαιδευτικούς, μια μέθοδος για να διδαχτεί το παιδί τις μαθηματικές έννοιες, είναι τα λεγόμενα «φύλλα εργασίας». Παλιότερα πιο συχνά, αλλά και σήμερα σε μικρότερη συχνότητα, οι μαθηματικές δραστηριότητες είχαν να κάνουν με φωτοτυπημένα προβλήματα, όπου το κάθε παιδί έπρεπε να βρει μια και μόνο λύση, συχνά καθοδηγούμενο από τον εκπαιδευτικό. Περιορίζαν δηλαδή, τον προβληματισμό και τη βαθύτερη σκέψη του μαθητή πάνω στο θέμα που προβάλλεται. Τα περισσότερα από αυτά φύλλα στοχεύουν στην προετοιμασία των παιδιών για τη σχολική τους πορεία και στην συγκεκριμένη «ύλη», που πρέπει να διδάξουν οι εκπαιδευτικοί μέσα

στη σχολική χρονιά. Οι συγκεκριμένες εργασίες δεν έχουν ενδιαφέρον για τα παιδιά, καθώς δε συμβαδίζουν με τις εμπειρίες και τα βιώματά τους. Ακόμη, οι ανάγκες κάθε μαθητή είναι διαφορετικές και δεν λαμβάνονται υπόψη, καθώς τα φύλλα εργασίας έχουν συγκεκριμένο επίπεδο δυσκολίας, με αποτέλεσμα να μην τα βοηθούν στην ουσιαστική κατανόηση και τριβή με την έννοια, που έχουν ως στόχο. Το παιχνίδι αντίθετα, είναι πολύ σημαντικό μέσο, καθώς μέσω αυτού δίνεται η δυνατότητα επιλογών, η μη κυριολεκτική προσέγγιση, η πολλαπλότητα των δυνατών αποτελεσμάτων και η ανταμοιβή της ικανότητας των παιχτών. Ωστόσο, πρέπει σε αυτό το σημείο να επισημανθεί ότι τα παιχνίδια που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια μαθηματικών δραστηριοτήτων πρέπει να έχουν έναν σαφή και προσεκτικά μελετημένο εκπαιδευτικό σκοπό και δεν προορίζονται να παιχτούν κυρίως για διασκέδαση, χωρίς βέβαια αυτό να σημαίνει ότι δεν είναι ή δεν πρέπει να είναι διασκεδαστικά. Ένα άλλο σημαντικό σημείο που πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη σημασία είναι το γεγονός ότι οι δραστηριότητες που αναπτύσσονται στην τάξη του νηπιαγωγείου πρέπει να είναι σχεδιασμένες έτσι ώστε να δίνουν στα παιδιά την ευκαιρία να αναδείξουν όσα έχουν μάθει εκτός σχολικού πλαισίου. Έτσι, τα παιδιά καλούνται να συνδέσουν τη γνώση που προσφέρεται στο σχολικό πλαίσιο με όσα ήδη γνωρίζουν (Δαφέρμου, κ.α., 2009). Όταν μάλιστα αυτό επιτυγχάνεται, η επικοινωνία, μεταξύ εκπαιδευτικού και παιδιών ενισχύεται και έτσι διευκολύνεται η μάθηση (Δαφέρμου, κ.α., 2009).

Μεθοδολογία

Πρόκειται για μια αυτοσχέδια ιστορία που περιλαμβάνει 19 δραστηριότητες με πρωταγωνιστές φανταστικούς ήρωες και πιο συγκεκριμένα γίγαντες. Οι γίγαντες λοιπόν, αλληλογραφούν με τα παιδιά του νηπιαγωγείου, τους ζητούν βοήθεια και έτσι τους ανακοινώνουν τις αποστολές τους.

Η ιστορία δημιουργήθηκε, με σκοπό να ενταχθούν δραστηριότητες, που έχουν σχέση με τον προσανατολισμό και την τοποθέτηση του παιδιού στο χώρο. Πρόκειται για μια μορφή αλληλογραφίας, που μέσα από τις δοκιμασίες και τα μπλεξίματα των γιγάντων το σενάριο έχει

ανατροπή, ώστε τα παιδιά να δείχνουν ενδιαφέρον και ανυπομονησία για το επόμενο γράμμα από τη γιγαντοχώρα.

Πιο συγκεκριμένα, η δομή είναι η εξής: τα παιδιά λαμβάνουν γράμμα από τον πρωταγωνιστή της ιστορίας, που είναι γίγαντας και τους αναθέτει μια δοκιμασία και τους υπογράφει, λέγοντας πως περιμένει την απάντησή τους για την αποστολή που τους έβαλε. Στη συνέχεια, υπάρχει αναλυτική εξήγηση για την κάθε δραστηριότητα και οι στόχοι της καθεμιάς. Κάθε δραστηριότητα μπορεί να τροποποιηθεί από τον εκπαιδευτικό, ανάλογα με το πλαίσιο του νηπιαγωγείου αλλά και το κτίριο, όπου βρίσκεται το νηπιαγωγείο. Υπάρχουν ατομικές αλλά και ομαδικές δραστηριότητες και όλες έχουν μορφή παιχνιδιού.

Βασικοί στόχοι της ιστορίας αυτής είναι, να γνωρίσουν τα παιδιά έννοιες, που αφορούν το χώρο και τον προσανατολισμό. Ανάλογα με το κάθε παιχνίδι και τις γνώσεις του κάθε παιδιού, εισάγονται τέτοιες έννοιες και εξελίσσονται. Τα παιδιά εξοικειώνονται και ενεργοποιούνται, ώστε να κατανοήσουν μέσα από ουσιαστική επαφή τον προσανατολισμό. Μέσα από κάθε δραστηριότητα προάγονται οι έννοιες πάνω – κάτω, αριστερά – δεξιά, μπροστά – πίσω, και μέσα – έξω.

Εκτός από τις μαθηματικές έννοιες, που είναι βασικός σκοπός της ιστορίας, μπορούν να εξελιχθούν και άλλες δεξιότητες, αλλά και να αναφερθούν διαφορετικά θέματα, ανάλογα με τον τρόπο που θα χειριστεί ο εκπαιδευτικός το συγκεκριμένο παιχνίδι. Για παράδειγμα, στοιχεία αλληλογραφίας, για το πώς γράφεται ένα γράμμα, να γράψουν τα παιδιά την απάντηση στο γίγαντα, να επεκταθούν σε θέματα του περιβάλλοντος μέσα από την κηπουρική, αλλά και στη διατροφή, καθώς καλούνται να φυτέψουν φακές και φασόλια. Μέσα από τους χάρτες, που χρειάζεται να διαβάσουν αλλά και να ζωγραφίσουν, μπορεί να γίνει αναφορά σε πραγματικούς χάρτες. Όλα αυτά είναι πρόσθετοι στόχοι και κάθε εκπαιδευτικός μπορεί να τους αναπτύξει διαφορετικά, σύμφωνα με τις ανάγκες των μαθητών και το ενδιαφέρον τους.

Ενδεικτικές δραστηριότητες

2^η ημέρα

Αγαπημένοι μου φίλοι,

Πήρα το πρώτο σας γράμμα, δεν περίμενα να μου απαντήσετε τόσο σύντομα. Είμαι πολύ χαρούμενος που θα με βοηθήσετε σε αυτή τη δύσκολη αποστολή.

Για να σας γνωρίσω καλύτερα και να μάθετε και εσείς περισσότερα πράγματα για μένα, σας στέλνω ένα χάρτη της Γιγαντοχώρας, να δείτε πως περίπου είναι.

Κάθε πρωί που ξυπνάω, βλέπω πάνω από το κεφάλι μου τον κατακίτρινο ήλιο να λάμπει. Πάνω, ψηλά στον ουρανό πετούν τεράστια πουλιά και κελαηδούν. Όμως, και κάτω στη γη, εκεί που πατούν τα πόδια μου, είναι τόσο όμορφα με πολλές μαργαρίτες και πολύ πράσινο. Στο δρόμο, πηγαίνοντας στο σχολείο, κοιτώ κάτω το δρόμο και περπατούν πλάι μου τα σκυλάκια της γειτονιάς μου. όταν φτάνω στο σχολείο, ο ήλιος κρύβεται και πάνω από το κεφάλι μου τώρα βρίσκεται ένα τεράστιο πανί, με κρεμασμένα στολίδια που έχουμε φτιάξει με τους συμμαθητές μου. Όμως το γρασίδι και τα όμορφα λουλούδια βρίσκονται ακόμα κάτω στα πόδια μου. Μαντέψτε, το σχολείο μου βρίσκεται μέσα στην εξοχή, σε μια γωνιά της Γιγαντοχώρας, αφού ο Κακίσκος μας έδιωξε από το υπέροχο Γιγαντοσχολείο μας.

Για να δείτε την πρώτη σας αποστολή ανοίξτε το φάκελο με τις οδηγίες.



Καλοκαρδούμπας

1^η αποστολή

Για να μάθω και εγώ λίγα πράγματα για εσάς, θα ήθελα στην απάντηση που θα μου στείλετε, να κάνει ο καθένας από σας μια ζωγραφιά, με θέμα:

- ➔ τι βλέπετε πάνω από το κεφάλι σας και τι κάτω στα πόδια όταν είστε μέσα στο σχολείο;
- ➔ Τι βλέπετε πάνω από το κεφάλι σας και τι κάτω στα πόδια σας όταν είστε έξω στην αυλή;

Είμαι περίεργος να μάθω πράγματα για τη δικιά σας Τοσοδούπολη.

Έννοιες: πάνω – κάτω, μέσα – έξω

Δραστηριότητα

Δίνουμε στο κάθε παιδί ένα φύλλο Α4, το οποίο είναι χωρισμένο στη μέση. Αρχικά τους ζητάμε να ζωγραφίσουν στη μια πλευρά του καρτιού.

- Στο ένα μισό της σελίδας χρειάζεται να ζωγραφίσουν τι βλέπουν πάνω από το κεφάλι τους και στο άλλο μισό, τι βλέπουν κάτω στα πόδια τους όταν είναι μέσα στην τάξη.
- Όταν τα παιδιά βγαίνουν έξω στην αυλή, γυρίζουν το χαρτί τους από την άλλη μεριά και ζωγραφίζουν με τον ίδιο τρόπο τι βλέπουν πάνω από το κεφάλι τους και τι κάτω στα πόδια τους.

Έτσι, τελειώνοντας η πρώτη δραστηριότητα, το κάθε παιδί έχει ένα φύλλο με τέσσερις διαφορετικές εικόνες πάνω σε αυτό.

Στόχος:

Με τη συγκεκριμένη δραστηριότητα τα παιδιά έρχονται σε επαφή με την έννοια του πάνω – κάτω και του μέσα – έξω. Είναι μια εισαγωγή για να καταλάβει και ο εκπαιδευτικός σε τι στάδιο βρίσκονται τα παιδιά και πώς χειρίζονται τις έννοιες αυτές.

3^η ημέρα

Μικροί μου φίλοι,

Έλαβα τις απαντήσεις σας. Ζωγραφίζετε υπέροχα κι απ' ότι παρατήρησα δεν έχουμε και πολλές διαφορές. Λέτε άραγε να είναι ο ίδιος ήλιος αυτός που βλέπετε εσείς, με αυτόν που βλέπω εγώ; Μου αρέσει πολύ να συνομιλώ μαζί σας.

Το δεύτερο πράγμα που σας ζητώ πριν περιπλανηθούμε στη Γιγαντοχώρα είναι να μάθετε να κάνετε πολύ καλά κάποιες διαδρομές. Εδώ είναι πολύ περίπλοκοι οι δρόμοι και για αυτό το λόγο, και εσείς αλλά και εμείς, οι γίγαντες χρειάζεται να εξασκηθούμε καλά για να φτάσουμε όσο πιο γρήγορα στο κάστρο. Χωρίς τους Μπαλοκαρπούς είμαστε πολύ αδύναμοι και εσείς είστε οι μόνοι που μας βοηθάτε.

Στο φάκελο είναι η επόμενη αποστολή σας.

Σας φιλώ

Καλοκαρδούμπας

2^η αποστολή

Όπως βλέπετε υπάρχουν δυο καρτέλες, τις οποίες φτιάξαμε με τους συμμαθητές μου και τη βοήθεια της δασκάλας μας. Μέσα σε αυτές υπάρχουν πιόνια για να μπορείτε να παίξετε και η καθεμιά έχει το δικό της ζάρι.

- ➔ Η πρώτη είναι ένα παιχνίδι με μια διαδρομή. Παίζοντας θα μάθετε να κάνετε τα σωστά βήματα μπροστά και πίσω. Είναι σημαντικό να εξασκηθείτε, διότι ο Κακίσκος έχει βάλει πολλές παγίδες στους δρόμους και χρειάζεται να είμαστε προσεκτικοί και γρήγοροι για να μην πέσουμε σε καμία από αυτές.



→ Η δεύτερη δείχνει το σχολείο μου, τα δάση, το κάστρο και τη θάλασσα. Η κυρία Παντογνωσία, που ξέρει καλά να προσανατολίζεται είπε πως το σχολείο βρίσκεται στα αριστερά, τα δάση δεξιά, το κάστρο επάνω και η θάλασσα κάτω. Ρίχνοντας το ζάρι που έχω μαζί με αυτή την καρτέλα, πρέπει να μετακινείτε το πιόνι σας μια θέση προς την κατεύθυνση που γράφει το ζάρι.

→



Έννοιες: μπροστά – πίσω, αριστερά – δεξιά, πάνω – κάτω, μέσα

Δραστηριότητα

- 1) Η πρώτη καρτέλα έχει μια απλή διαδρομή, που αποτελείται από 20 τετράγωνα. Σε κάποια από αυτά υπάρχουν οι οδηγίες: πήγαινε δύο βήματα μπροστά, πήγαινε τρία βήματα πίσω, πήγαινε τέσσερα μπροστά, πήγαινε ένα βήμα πίσω. Στο ζάρι αναγράφονται οι αριθμοί από ένα έως το τρία, από δύο φορές. Σκοπός του παιχνιδιού είναι, ποιο πιόνι θα φτάσει πρώτο στο τέρμα της διαδρομής.
- 2) Η δεύτερη καρτέλα, όπως βλέπετε και στην εικόνα, στις τέσσερις γωνίες της έχει το σχολείο των γιγάντων, το κάστρο, τη θάλασσα και τα δάση. Σε κάθε μεριά υπάρχουν και οι αντίστοιχες έννοιες αριστερά – δεξιά, πάνω – κάτω. Το ζάρι έχει γραμμένο πάνω του αυτές τις λέξεις και δύο πλευρές, οι οποίες είναι κενές. Τα πιόνια είναι τοποθετημένα στο κέντρο του ταμπλό. Ο κάθε παίκτης ανάλογα με τη λέξη που έχει το ζάρι του μετακινείται μια θέση προς τα εκεί. Εάν το ζάρι τύχει στην κενή πλευρά ο παίκτης χάνει τη σειρά του για το συγκεκριμένο γύρο. Νικητής του παιχνιδιού είναι αυτός που θα μπει μέσα σε κάποια περιοχή (Δαφέρμου Χ, κ.α., 2009).

Χωρίζουμε τα παιδιά σε δύο ομάδες. Η μια ομάδα παίζει στη μια καρτέλα και η άλλη στην άλλη. Ανάλογα με τα άτομα της ομάδας, το κάθε πιόνι χρησιμοποιείται από ένα άτομο ή από ομάδα ατόμων.

Στόχος:

Τα παιδιά παίζοντας τα δύο παιχνίδια εισάγονται στις έννοιες μπροστά – πίσω, αριστερά – δεξιά. Ερχόμενα σε επαφή ξανά με τις έννοιες πάνω – κάτω, και μέσα, εξοικειώνονται με αυτές. Με το τέλος αυτής της δραστηριότητας, τα παιδιά έχουν γνωρίσει τις έννοιες, που έχουν σχέση με τον προσανατολισμό.

Επίλογος

Συμπερασματικά, όσον αφορά την οικοδόμηση του χώρου στο παιδί είναι μια σημαντική διαδικασία που περνά από διάφορα στάδια. Μέσα από αυτή γνωρίζει και κατακτά νέες έννοιες για να φτάσει εν τέλει να αντιλαμβάνεται και να αναπαριστά το χώρο με τα σωστά χαρακτηριστικά όπως οι σωστές αναλογίες και τα κατάλληλα μεγέθη. Ακόμη η διαμεσολάβηση της γλώσσας στην ανάπτυξη του προσανατολισμού και της κατανόησης των σχετικών θέσεων είναι μεγάλης σημασίας καθώς τα παιδιά μέσω της γλώσσας αρχίζουν να τις κατανοούν ουσιαστικότερα. Σημαντικό εργαλείο για έναν εκπαιδευτικό είναι οι εμπειρίες και τα βιώματα των παιδιών καθώς μέσω αυτών τα παιδιά φτάνουν στην κατάκτηση των εννοιών και στην επίλυση προβλημάτων. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα είναι «η μετάθεση του κέντρου του ενδιαφέροντος για τα μαθηματικά από την αλγοριθμική όψη, η οποία τονίζει την εκτέλεση πράξεων, στην αναλυτική τους όψη, η οποία προσανατολίζει στην επίλυση προβλημάτων, τα οποία προέρχονται από, ή αναφέρονται σε καταστάσεις της πραγματικότητας.» (Χασάπης, 2010)

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Germanos, D., Ikonou, A., Tzekaki, M., (1994). Protomathematical concepts and learning process at nursery school: a spatio-pedagogical approach. *European Early Childhood Education Journal*, (EECEJ)
- Δαφέρμου, Χ., Κουλούρη, Π., Μπασαγιάννη, Ε. (2009). *Οδηγός Νηπιαγωγού. Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί. Δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης*. Αθήνα: Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.
- Ζαχάρος, Κ., (2007), *Οι μαθηματικές έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η διδασκαλία τους*, Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Προσχολική και Πρώτη σχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg

Χασάπης, Δ. (2010), *Εισάγοντας τα μαθηματικά στο νηπιαγωγείο ως αφήγηση*, Νέα Παιδεία.

Χασάπης, Δ., (2011), Εισήγηση στα πλαίσια του μαθήματος “Χωρικές σχέσεις και Γεωμετρικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση”, ΤΕΑΠΗ, ΕΚΠΑ.

savvoulaf@hotmail.gr

ΤΑ ΣΤΕΡΕΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΚΑΙ Η ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΟΥΣ ΑΠΟ ΠΑΙΔΙΑ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΕΚ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

Ανδρονίκη Βασιλάκου & Κωσταντίνα Γαβριήλ

Νηπιαγωγοί ΠΕ 60

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εισήγηση παρουσιάζεται η περίπτωση των σχημάτων εκ περιστροφής (κώνος , κύλινδρος , σφαίρα) και πώς αυτά κατανοούνται (ομοιότητες- διαφορές) από παιδιά προσχολικής ηλικίας. Στόχος της εισήγησης αποτελεί η παρουσίαση της έρευνας που αφορά το συγκεκριμένο θέμα, αλλά και η ανάλυση και συζήτηση των ευρημάτων με βάση τη θεωρία που ανέπτυξαν στα τέλη της δεκαετίας του 50, οι Ολλανδοί εκπαιδευτικοί Pierre van Hiele και η σύζυγός του, Dina van Hiele-Geldof. Ο Pierre van Hiele, σταθμός στη μελέτη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών, κατέληξε στη διατύπωση των πέντε επιπέδων γεωμετρικής σκέψης που αποτελούν και μια πρόταση για την οργάνωση της διδασκαλίας της Γεωμετρίας. Τα ευρήματα της παρούσας έρευνας ερμηνεύτηκαν στηριζόμενα στα δύο πρώτα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης: οπτικοποίηση (visualization) ή αναγνώριση (recognition) και ανάλυση (analysis) ή περιγραφή (description) και σε ποιο βαθμό έχουν κατακτηθεί από τα παιδιά. Από τα δεδομένα που συνελέγησαν διαπιστώθηκε ότι τα παιδιά έχουν κατακτήσει τα δύο επίπεδα κατά Van Hiele. Επιπλέον, παρατηρήθηκε πως σε όλες τις έρευνες τα παιδιά αντιμετώπισαν δυσκολία στην περιγραφή των χαρακτηριστικών των σχημάτων.

Είμαστε ιδιαίτερα χαρούμενες που βρισκόμαστε σήμερα στο παρών συνέδριο και θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον καθηγητή κύριο Δημήτρη Χασάπη για την ευκαιρία που μας έδωσε να δημοσιεύσουμε την πτυχιακή εργασία που θα σας παρουσιάσουμε στα πλαίσια αυτού του συνεδρίου.

Στην παρούσα πτυχιακή ερευνητική εργασία αναφερθήκαμε στα στερεά σχήματα και στην κατανόηση των διαφορών τους από παιδιά προσχολικής ηλικίας. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιήκαμε την περίπτωση των σχημάτων εκ περιστροφής (σφαίρα, κώνος, κύλινδρος).

Η εργασία είχε την κάτωθι δομή:

Στο πρώτο μέρος, κάναμε μια μικρή εισαγωγή στον όρο της γεωμετρίας καθώς και στο αντικείμενο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Στη συνέχεια, αναφερθήκαμε στους όρους σχήμα και γεωμετρικό σχήμα. Ύστερα, ορίσαμε τα γεωμετρικά στερεά σώματα και επισημάναμε τη διάκριση των στερεών σχημάτων σε πολύεδρα και σε στερεά εκ περιστροφής. Κατόπιν μιλήσαμε για καθένα από τα στερεά εκ περιστροφής (σφαίρα, κώνο, κύλινδρο). Για τον κύλινδρο και τον κώνο ορίσαμε τι είναι, ασχοληθήκαμε με τα στοιχεία τους, την μαθηματική περιγραφή, τη μέτρηση, το ανάπτυγμα, το εμβαδόν επιφάνειας καθώς και τον όγκο τους. Για τη σφαίρα μιλήσαμε για τα παραπάνω με τη διαφορά ότι δεν αναφερθήκαμε στη μέτρηση και στο ανάπτυγμα.

Στο δεύτερο μέρος, αναζητήσαμε δύο έρευνες σχετικές με το θέμα μας. Αργότερα, παρουσιάσαμε τη Θεωρία των van Hiele, η οποία μας έδωσε το θεωρητικό υπόβαθρο για να αναλύσουμε το θέμα της εργασίας μας αυτής. Πιο συγκεκριμένα, αναφέραμε μια εισαγωγή για τη θεωρία που ειπώθηκε, τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης και τα χαρακτηριστικά τους, τις φάσεις της μάθησης καθώς και τη μετάβαση μεταξύ των επιπέδων αυτών.

Στο τρίτο μέρος, το οποίο είναι και αυτό με το οποίο και θα ασχοληθούμε στην παρούσα εισήγηση αφορά στην ανάλυση και συζήτηση των ευρημάτων της έρευνάς που πραγματοποιήσαμε.

Σκοπός της έρευνας ήταν η διερεύνηση των στερεών σχημάτων εκ περιστροφής (σφαίρα, κώνος, κύλινδρος) και η κατανόηση των διαφορών τους από παιδιά προσχολικής ηλικίας με βάση τα δύο πρώτα επίπεδα γνώσης της θεωρίας των van Hiele (Οπτικοποίηση ή αναγνώριση και ανάλυση ή περιγραφή σχημάτων) .

Σύμφωνα με το πρώτο επίπεδο (οπτικοποίηση ή αναγνώριση), οι μαθητές/ τριες αναγνωρίζουν και κατονομάζουν τα σχήματα βασίζόμενοι στη συνολική μορφή τους, τα βλέπουν σαν μια ολότητα. Μπορούν να τα κατονομάσουν π.χ. ως τρίγωνα, τετράγωνα ή κύβους αλλά δεν μπορούν να διατυπώσουν τις ιδιότητές τους. Οι ιδιότητες και τα σχήματα δεν αναγνωρίζονται, ούτε οι σχέσεις μεταξύ των συστατικών του σχήματος και μεταξύ σχημάτων γίνονται αντιληπτές. Επιπλέον, θεωρείται ότι τα σχήματα έχουν διαφορετικές ιδιότητες, όταν περιστρέφονται ή αλλάζουν οι διαστάσεις τους. Η μορφή υπερισχύει των ιδιοτήτων του σχήματος, π.χ. ένα τετράγωνο που έχει περιστραφεί κατά 45° από τη θέση, που έχουμε συνηθίσει να το βλέπουμε, είναι πλέον «διαμάντι» και όχι τετράγωνο. Για την περιγραφή των σχημάτων χρησιμοποιούν οπτικά πρότυπα π.χ. ένα σχήμα είναι ορθογώνιο όταν μοιάζει με πόρτα κ.λ.π.

Σύμφωνα με το δεύτερο επίπεδο (ανάλυση ή περιγραφή), οι μαθητές/ τριες ταξινομούν τα σχήματα με βάση τη μορφή τους «όλα είναι μυτερά», «όλα είναι στρόγγυλα» κ.τ.λ. Είναι σε θέση να δουν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στα σχήματα που παρατηρούν. Μπορούν να δημιουργήσουν και να αρχίσουν να κατανοούν τις ταξινομήσεις των σχημάτων.

Οι μαθητές/ τριες μπορούν να εξετάσουν όλα τα σχήματα σε μια ομάδα παρά το κάθε σχήμα μόνο του. Βλέπουν το σχήμα που παρατηρούν ως αντιπρόσωπο της κατηγορίας που ανήκει π.χ. ορθογώνια. Αν ένα σχήμα ανήκει σε μια κατηγορία, τότε έχει τις ιδιότητες αυτής της κατηγορίας. Οι ιδιότητες του σχήματος εδραιώνονται πειραματικά, με μετρήσεις, σχεδιάσεις, τοποθετήσεις σχημάτων πάνω σε άλλα ή διπλώσεις εικόνων. Οι μαθητές/ τριες μπορούν να αναγνωρίσουν ένα σχήμα από τις ιδιότητές του π.χ. ένα σχήμα είναι ορθογώνιο γιατί έχει τέσσερις ορθές γωνίες. Χαρακτηριστικά που δεν έχουν σχέση, όπως το μέγεθος και ο

προσανατολισμός αποκτούν δευτερεύουσα σημασία. Μπορούν επίσης να αναφέρουν άλλες ιδιότητες των σχημάτων π.χ. «τα ορθογώνια έχουν ίσες διαγώνιες» ή «ένας ρόμβος έχει τις διαγώνιες κάθετες» αλλά δεν μπορούν να τα ορίσουν τυπικά ή να αποδείξουν τις ιδιότητες. Είναι σε θέση να καταγράψουν τις ιδιότητες των τετραγώνων, των ορθογωνίων και των παραλληλογράμμων, αλλά αδυνατούν να αντιληφθούν ότι πρόκειται για υποκατηγορίες ή μια της άλλης (όλα τα τετράγωνα είναι ορθογώνια και όλα τα ορθογώνια είναι παραλληλόγραμμα).

Η παρούσα έρευνα θεωρείται πως είναι χρήσιμη, καθώς θα δοθεί η δυνατότητα να μελετηθούν τα στερεά εκ περιστροφής με βάση τις απαντήσεις παιδιών προσχολικής ηλικίας σε ερωτήσεις -σχετικές με το θέμα- που τους τέθηκαν, δεδομένου ότι είναι ελάχιστος ο αριθμός ερευνών που αφορούν την ηλικία αυτή. Η μεγάλη πλειοψηφία των ερευνών που έχουν διεξαχθεί στην Ελλάδα και το εξωτερικό με θέμα τα στερεά σχήματα εκ περιστροφής και την κατανόηση των διαφορών τους με βάση τα δύο πρώτα επίπεδα γνώσης της θεωρίας των van Hiele, αφορούν κυρίως τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση και όσον αφορά την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση μόνο το Δημοτικό, όπως άλλωστε και η πρωτότυπη έρευνα των Pierre van Hiele και Dina van Hiele-Geldof (1957).

Τα ερευνητικό ερώτημα που τέθηκε προς διερεύνηση με την παρούσα εργασία ήταν

τα στερεά σχήματα εκ περιστροφής και η κατανόηση των διαφορών τους από παιδιά προσχολικής ηλικίας με βάση τα δύο πρώτα επίπεδα γνώσης της θεωρίας των van Hiele.

Η παρούσα έρευνα διεξήχθη στη σχολική τάξη του 2^{ου} Ολοήμερου Νηπιαγωγείου Ελευσίνας. Το νηπιαγωγείο βρίσκεται σε μη προνομιούχο περιοχή και συστεγάζεται με το 2^ο Νηπιαγωγείο Ελευσίνας (κλασσικό τμήμα), το 7^ο Νηπιαγωγείο Ελευσίνας και το 3^ο Δημοτικό Σχολείο Ελευσίνας.

Η τάξη αποτελείται από 25 παιδιά (11 κορίτσια-14 αγόρια). Υπάρχουν 3 προνήπια και 8 αλλοδαπά από Αλβανία.

Ο πληθυσμός της έρευνας αποτελείται από τους/τις μαθητές/ τριες του 2^{ου} Ολοήμερου Νηπιαγωγείου Ελευσίνας .Στην έρευνα συμμετείχαν έξι παιδιά (3 αγόρια και 3 κορίτσια).

Για τη συγκεκριμένη ερευνητική εργασία, επιλέξαμε τη μέθοδο της συνέντευξης.

Η συνέντευξη πρόκειται για μια ανταλλαγή απόψεων μεταξύ δύο ή περισσότερων ατόμων για ένα θέμα κοινού ενδιαφέροντος με στόχο την παραγωγή γνώσης. Οι συνεντεύξεις δίνουν τη δυνατότητα στα υποκείμενα- είτε αυτά είναι συνεντευκτές είτε συνεντευξιζόμενοι- να συζητούν τις ερμηνείες τους για τον κόσμο στον οποίο ζουν και να εκφράσουν τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζουν διάφορες καταστάσεις μέσα από το προσωπικό τους πρίσμα. Με αυτήν την έννοια, ο σκοπός της συνέντευξης δεν είναι απλά και μόνο η συλλογή δεδομένων για θέματα που σχετίζονται με τη ζωή: η συνέντευξη είναι μέρος της ίδιας της ζωής και ο εμποτισμός της από το ανθρώπινο στοιχείο είναι αναπόδραστος (Cohen, Manion & Morrison, 2007).

Η ερευνητική συνέντευξη εξυπηρετεί τρεις σκοπούς : Πρώτον, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως βασικό μέσο συλλογής πληροφοριών που έχουν άμεση σχέση με τους στόχους της έρευνας. Δεύτερον, η συνέντευξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελέγξουμε υποθέσεις ή για να διατυπώσουμε νέες, ή ως ένας επεξηγηματικός μηχανισμός για να αναγνωριστούν οι μεταβλητές και οι σχέσεις τους. Τρίτον, η συνέντευξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους κατά τη διεξαγωγή μιας έρευνας. Ακόμα, έχει οριστεί ως «συζήτηση δύο ατόμων, που αρχίζει από το συνεντευκτή με ειδικό σκοπό την απόκτηση σχετικών με την έρευνα πληροφοριών, και επικεντρώνεται από αυτόν σε περιεχόμενο καθορισμένο από τους στόχους της έρευνας με συστηματική περιγραφή, πρόβλεψη ή ερμηνεία» (Cannell και Kahn, 1968 : 527).

Πιο συγκεκριμένα, πρόκειται για το είδος της τυποποιημένης ανοικτού τύπου συνέντευξης, σύμφωνα με την οποία η ακριβής διατύπωση και σειρά των ερωτήσεων καθορίζεται εκ των προτέρων και όλα τα άτομα που συμμετέχουν στις συνεντεύξεις απαντούν στις ίδιες βασικές

ερωτήσεις με την ίδια ακριβώς σειρά (Cohen, Manion & Morrison, 2007).

Για την συλλογή των δεδομένων, η κάθε μία από τις δύο φοιτήτριες, επέλεξε τρία παιδιά και καλούσε κάθε φορά ένα - ένα παιδί με σκοπό να γίνει η συνέντευξη. Η φοιτήτρια έκανε στο κάθε παιδί τις ίδιες ερωτήσεις για τα σχήματα, τις οποίες είχε προσχεδιασμένες και τα νήπια απαντούσαν στις ερωτήσεις αυτές. Η συνέντευξη κρατούσε περίπου 10 λεπτά για το κάθε παιδί. Στο κάθε ένα παιδί ζητήθηκαν τα εξής:

- Η φοιτήτρια ζητά από το παιδί να της ονομάσει τα σχήματα.
- Η φοιτήτρια ζητάει από το παιδί να της περιγράψει τα σχήματα.
- Η φοιτήτρια ζητάει από το παιδί να της πει τις ομοιότητες και τις διαφορές στα παρακάτω ζευγάρια σχημάτων (σφαίρα- κύλινδρος, σφαίρα- κώνος, κύλινδρος- κώνος).
- Η φοιτήτρια ρωτάει το παιδί αν τα σχήματα αυτά του θυμίζουν αντικείμενα από την καθημερινή του ζωή και ποια.

Παρατίθενται πίνακες που αφορούν στις απαντήσεις των παιδιών ανά ερώτηση

ΟΝΟΜΑΤΑ ΠΑΙΔΙΩΝ	ΣΦΑΙΡΑ	ΚΩΝΟΣ	ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ
Ζαχαρούλα	κύκλος	τρίγωνο	ορθογώνιο
Βασίλης	κύκλος	τρίγωνο	κύκλος
Φιλοθέη	κύκλος	τρίγωνο	ορθογώνιο
Αλκέο	κύκλος	καπέλο πάρτι	ορθογώνιο
Μαρία	κύκλος	τρίγωνο	-
Αλέξανδρος	κύκλος	κύκλος	κύκλος

Πίνακας 1- Ονομασία σχημάτων

Αρχικά, ζητήσαμε από όλα τα παιδιά να πάρουν στα χέρια τους και να ονομάσουν τα σχήματα, με όποια σειρά θέλει το καθένα. Όλα τα παιδιά ονόμασαν τη σφαίρα, κύκλο. Άλλα απάντησαν απ' ευθείας και με σιγουριά μόλις είδαν τη σφαίρα και άλλα το σκέφτηκαν πρώτα και μετά απάντησαν. Κάποια χαρακτήρισαν τη σφαίρα «στρογγυλό». Στην περίπτωση του κώνου, τέσσερα από τα παιδιά απάντησαν ότι λέγεται τρίγωνο, ένα παιδί είπε ότι λέγεται καπέλο πάρτι και άλλο ένα παιδί είπε ότι λέγεται και αυτό κύκλος επειδή από την κάτω πλευρά έχει κύκλο. Στην περίπτωση του κυλίνδρου, τρία παιδιά τον ονόμασαν ορθογώνιο, δύο παιδιά κύκλο και ένα παιδί δεν έδωσε καμία ονομασία (Πίνακας 1).

ΟΝΟΜΑΤΑ ΠΑΙΔΙΩΝ	ΣΦΑΙΡΑ	ΚΩΝΟΣ	ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ
Ζαχαρούλα	στρογγυλό κυλάει	3γωνίες 3 πλευρές	4 πλευρές (2 ίσιες - 2 στρογγυλές)
Βασίλης	τσουλάει	σκεπή	κυλάει προχωράει
Φιλοθέη	δεν έχει γωνίες ούτε πλευρές	3γωνίες 3 πλευρές σκεπή	4 γωνίες 4πλευρές
Αλκέο	στρογγυλό προχωράει πηδάει πάνω κάτω	5πλευρές	2 στρογγυλά
Μαρία	προχωράει	σκεπή	2 κύκλους
Αλέξανδρος	κυλάει	προχωράει	προχωράει δεξιά- αριστερά

Πίνακας 2- Περιγραφή σχημάτων

Αργότερα, ζητήσαμε από τα παιδιά να μας περιγράψουν το κάθε σχήμα. Για τη σφαίρα, κάποια παιδιά είπαν ότι κυλάει, τσουλάει, προχωράει, πηδάει πάνω κάτω, άλλα ανέφεραν ότι είναι στρογγυλό και ότι δεν έχει γωνίες ούτε πλευρές. Για τον κώνο, ανέφεραν 3 παιδιά ότι είναι σκεπή, 2 είπαν ότι έχει 3 γωνίες - 3 πλευρές, 1 ότι έχει 5 πλευρές και 1 ότι προχωράει. Για τον κύλινδρο, 2 παιδιά ανέφεραν ότι προχωράει (δεξιά- αριστερά) και κυλάει, 2 παιδιά ότι έχει 2 κύκλους-

στρογγυλά, 2 ότι έχει 4 πλευρές, το 1 ανέφερε ότι έχει και 4 γωνίες, ενώ το άλλο ότι από τις 4 πλευρές 2 είναι ίσιες και 2 στρογγυλές (Πίνακας 2).

ΟΝΟΜΑΤΑ ΠΑΙΔΙΩΝ	ΣΦΑΙΡΑ-ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ		ΣΦΑΙΡΑ-ΚΩΝΟΣ		ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ-ΚΩΝΟΣ	
	Μοιάζουν	Διαφέρουν	Μοιάζουν	Διαφέρουν	Μοιάζουν	Διαφέρουν
Ζαχαρούλα		✓		✓		✓
Βασίλης	✓			✓		✓
Φιλοθέη		✓		✓		✓
Αλκέο	✓			✓	✓	
Μαρία		✓	✓		✓	
Αλέξανδρος	✓		✓		✓	

Πίνακας 3- Ομοιότητα ή διαφορά μεταξύ σχημάτων

Εν συνεχεία, ρωτήσαμε τα παιδιά για τις ομοιότητες και διαφορές που διακρίνουν στα σχήματα χρησιμοποιώντας τα ανά ζεύγη (σφαίρα- κύλινδρος, σφαίρα- κώνος, κύλινδρος - κώνος). Αναφορικά με το πρώτο ζεύγος σχημάτων (σφαίρα- κύλινδρος), τα 3 από τα 6 παιδιά απάντησαν πως μοιάζουν, ενώ τα άλλα 3 απάντησαν πως δεν μοιάζουν. Σε σχέση με το δεύτερο ζεύγος σχημάτων (σφαίρα- κώνος), τα 2 από τα 6 παιδιά απάντησαν πως μοιάζουν, ενώ τα άλλα 4 απάντησαν πως δεν μοιάζουν. Σε σχέση με το τρίτο ζεύγος σχημάτων (κύλινδρος – κώνος), τα 3 από τα 6 παιδιά απάντησαν πως μοιάζουν, ενώ τα άλλα 3 πως δεν μοιάζουν (Πίνακας 3).

ΟΝΟΜΑΤΑ ΠΑΙΔΙΩΝ	ΣΦΑΙΡΑ	ΚΩΝΟΣ	ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ
Ζαχαρούλα	ρολόι	Χριστουγεννιάτικο δέντρο	συρτάρια στρώματα
Βασίλης	φύλλο δέντρου	καπέλο γενεθλίων	κορμός δέντρου
Φιλοθέη	ρολόι στο κουκλοθέατρο	γωνία τραπεζιού	τραπέζι
Αλκéo	μπάλες Χριστουγεννιάτικου δέντρου μύτη Άγιου Βασίλη κύκλοι (άβακας)	καπέλο γενεθλίων	τουβλάκι
Μαρία	μπάλα	σκεπή	-
Αλέξανδρος	μπάλα	καράβι	σχοινί καραβιού

Πίνακας 4- Αντικείμενα καθημερινότητας που θυμίζουν τα σχήματα.

Στο τέλος, τα ρωτήσαμε ποια από τα αντικείμενα της καθημερινότητάς τους, τους θυμίζουν τα σχήματα αυτά. Για τη σφαίρα 2 από τα παιδιά είπαν πως τους θυμίζει ρολόι και 2 ότι τους θυμίζει μπάλα, 1 ότι του θυμίζει φύλλο δέντρου, 1 ότι του θυμίζει μπάλα Χριστουγεννιάτικου δέντρου, μύτη Άγιου Βασίλη, κύκλους άβακα. Για τον κώνο, 2 ανέφεραν καπέλο γενεθλίων, 1 καράβι, 1 σκεπή, 1 Χριστουγεννιάτικο δέντρο, 1 γωνία τραπεζιού. Για τον κύλινδρο, 1 ανέφερε συρτάρια, στρώματα, 1 κορμός δέντρου, 1 τραπέζι (εννοούσε το σχετικά κυκλικό μέρος του τραπεζιού), 1 τουβλάκι, 1 σχοινί карабиού, 1 δεν ανέφερε κάτι (Πίνακας 4).

Ο Pierre van Hiele (1959/1984) αποτέλεσε σταθμό στη μελέτη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών και κατέληξε στη διατύπωση των πέντε επιπέδων γεωμετρικής σκέψης που αποτελούν και μια πρόταση για την οργάνωση της διδασκαλίας της Γεωμετρίας.

Συγκεκριμένα, στην παρούσα ερευνητική εργασία μελετήθηκε η κατανόηση των διαφορών των σχημάτων εκ περιστροφής από παιδιά προσχολικής ηλικίας. Στη συζήτηση που προηγήθηκε, αναλύθηκαν τα ευρήματα που αφορούσαν τα σχήματα εκ περιστροφής και συζητήθηκε ο βαθμός κατάκτησης της γεωμετρικής σκέψης.

Σύμφωνα, λοιπόν, με το βαθμό κατάκτησης της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών, ηλικίας 5 έως 6 ετών με βάση τη θεωρία των Van Hiele, προέκυψαν δεδομένα που αφορούν τα δύο πρώτα επίπεδα κατάκτησης της γνώσης και κατανόησης των διαφορών των σχημάτων εκ περιστροφής.

Όσον αφορά το πρώτο επίπεδο κατάκτησης της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών (οπτικοποίηση ή αναγνώριση), διαπιστώθηκε ότι τα παιδιά δεν γνώριζαν τις ονομασίες των σχημάτων, αλλά τα ονομάτισαν με βάση ήδη γνωστές σε αυτά έννοιες (κύκλος, τρίγωνο, ορθογώνιο). Αυτό συμβαίνει γιατί δεν γνωρίζουν την ορολογία των γεωμετρικών εννοιών. Σε ένα αρχικό στάδιο θα πρέπει τα παιδιά να ενθαρρύνονται να εκφράζουν την κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών με τους δικούς τους όρους (Ζαχάρος, 2006). Αναγνωρίζουν και κατονομάζουν τα σχήματα βασιζόμενοι στη συνολική μορφή τους, τα βλέπουν σαν μια ολότητα. Δεν μπορούν να τα κατονομάσουν π.χ. ως σφαίρα, κύλινδρο

ή κώνο. Αναφορικά με τα αντικείμενα καθημερινότητας που θυμίζουν τα σχήματα εκ περιστροφής, διαπιστώθηκε ότι τα παιδιά κατάφεραν να τα παρομοιάσουν (βλ. Πίνακα 4).

Κατά το δεύτερο επίπεδο σύμφωνα με το Van Hiele (ανάλυση ή περιγραφή), τα παιδιά συσχέτισαν τις ιδιότητες των σχημάτων εκ περιστροφής με βάση τις ονομασίες των προαναφερθέντων σχημάτων. Διαφαίνεται ότι κάποια αναγνώρισαν τις ιδιότητές τους, αλλά δεν μπόρεσαν να ερμηνεύσουν και να αιτιολογήσουν τις ιδιότητες των σχημάτων. Οι μαθητές/ τριες μπορούν να αναγνωρίσουν ένα σχήμα από τις ιδιότητές του π.χ. ένα σχήμα είναι ορθογώνιο γιατί έχει τέσσερις ορθές γωνίες.

Από τα δεδομένα που συνελέγησαν διαπιστώθηκε ότι τα παιδιά έχουν κατακτήσει τα δύο επίπεδα κατά Van Hiele.

Από την έρευνα που διεξήχθη διαπιστώθηκε ο βαθμός κατανόησης των διαφορών των σχημάτων εκ περιστροφής από παιδιά προσχολικής ηλικίας. Για τα ζεύγη (σφαίρα- κύλινδρος) και (κύλινδρος- κώνος) τα μισά παιδιά ανέφεραν πως διαφέρουν. Για το ζεύγος (σφαίρα- κώνος), τα περισσότερα παιδιά είπαν ότι διαφέρουν.

Αναφορικά με τα ερωτήματα, στα οποία κλήθηκαν να απαντήσουν οι μαθητές/ τριες, περισσότερο δυσκολεύτηκαν να αντεπεξέρθουν στην ονομασία των σχημάτων, διότι δεν γνώριζαν τους γεωμετρικούς όρους και αρκετά δεν ήθελαν να τα ονομάσουν, αλλά μετά από ενθάρρυνση, προσπάθησαν να τα ονομάσουν. Στις ιδιότητες των σχημάτων δεν αντιμετώπισαν δυσκολία στη χρήση γεωμετρικών όρων (πλευρές, γωνίες, στρόγγυλο, κ.τ.λ.), βάσει ονοματολογίας που είχαν εκείνα δώσει.

Με βεβαιότητα απάντησαν για τις ομοιότητες και τις διαφορές των σχημάτων και μπόρεσαν να τα παρομοιάσουν με αντικείμενα του καθημερινού τους περιβάλλοντος.

Από τα συμπεράσματα των ερευνών που παρατέθηκαν στην επισκόπηση της βιβλιογραφίας, καθώς και από τα ευρήματα της δικής μας έρευνας, διαπιστώθηκαν τα εξής:

Τα παιδιά ονόμασαν τον κύκλο (εννοούσαν τη σφαίρα), στρογγυλό και παρατηρήθηκε ότι δεν γνώριζαν τις ονομασίες των σχημάτων εκ περιστροφής. Ακόμα, έκαναν χρήση τυπικών ονομασιών για τα σχήματα εκ περιστροφής π.χ. στρογγυλό για τη σφαίρα, τρίγωνο για τον κώνο και ορθογώνιο για τον κύλινδρο. Επιπλέον, παρατηρήθηκε πως σε όλες τις έρευνες τα παιδιά αντιμετώπισαν δυσκολία στην περιγραφή των χαρακτηριστικών τους.

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

Ζαχάρος, Κ. (2006). *Οι μαθηματικές έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η διδασκαλία τους*. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο

ΥΠ.Ε.Π.Θ. (2006). Οδηγός Νηπιαγωγού, Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί – Δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης. Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.

Ξενόγλωσση

Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.

Van Hiele, P. M. (1984). Summary of Pierre van Hiele's dissertation entitled: The Problem of Insight in Connection with School Children's Insight into the Subject- Matter of Geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (Eds.), *English Translation of Selected Writing of Dina van Hiele-Geldof and P. M. van Hiele* (pp. 242-246). Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education. (Original work published 1957).

Van Hiele, P. M. (1984). A Child's Thought and Geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & *van Hiele Geldof and P. M.* (pp. 247-256). Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education. (Original work published 1959).

nikoula_@windowslive.com

kon_gavriil@yahoo.com

[λευκή σελίδα]

ΠΑΙΔΙ ΚΑΙ ΧΑΡΤΕΣ

**Αριέττα Κούλου, Μαρία Λεωνιδοπούλου
& Χρυσούλα- Παρασκευή Πολίτη**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εισήγηση αυτή βασίζεται σε μια έρευνα, στόχο της οποίας αποτέλεσε η συλλογή πληροφοριών και στοιχείων, αναφορικά με τον τρόπο που τα παιδιά προσχολικής ηλικίας χρησιμοποιούν, ερμηνεύουν και κατασκευάζουν ένα χάρτη, στα πλαίσια ενός μαθησιακού περιβάλλοντος. Πιο συγκεκριμένα, θέλαμε να διερευνήσουμε τον τρόπο που αξιοποιούν τα ίδια προηγούμενες εμπειρίες τους σχετικές με τη χωρική αντίληψη, αλλά και με έννοιες προσανατολισμού, συμβολισμού και αναπαράστασης οντοτήτων χώρου. Οι παρεμβάσεις μας έλαβαν χώρα στη σχολή Χίλλ και εφαρμόστηκαν σε παιδιά νηπιακής ηλικίας, κατά το μήνα Φεβρουάριο 2013. Ειδικότερα, σχεδιάστηκαν και εφαρμόστηκαν οργανωμένες δραστηριότητες, οι οποίες διακρίνονταν σε 3 στάδια, κάθε ένα εκ των οποίων διαφοροποιούνταν ως προς το περιεχόμενο και τον παιδαγωγικό στόχο. Προκειμένου να εξασφαλίσουμε στο μέγιστο δυνατό βαθμό την ακριβέστερη μεταφορά των λεγομένων των παιδιών και τη μετέπειτα ορθή επεξεργασία τους, χρησιμοποιήσαμε μαγνητόφωνο, ενώ υπήρξαμε συμμετέχοντες παρατηρητές καθ' όλη την διάρκεια των παρεμβάσεων. Οι προϋπάρχουσες εμπειρίες των παιδιών, φάνηκε να αποτελούν σημαντικό παράγοντα στην κατανόηση του χάρτη και στον προσανατολισμό τους με βάση αυτόν, καθώς κάθε παιδί έδινε διαφορετικές απαντήσεις σε ερωτήματα σχετικά με τα χαρακτηριστικά του χάρτη και τη χρησιμότητά του στην καθημερινότητα. Ως επί το πλείστον, τα νήπια ανταποκρίθηκαν σε συγκεκριμένες μόνο γλωσσικές εκφράσεις που περιελάμβαναν χωρικές έννοιες, βασιζόμενα στη θέση που είχαν στο χώρο, ενώ εστίασαν σε συγκεκριμένες ιδιότητες των αντικειμένων, όπως τα χρώματα και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους. Πόσο σημαντικά είναι τελικά τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος και οι προσλαμβάνουσες, στο ρυθμό και το επίπεδο εξέλιξης της χωρικής αντίληψης και της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών;

1. Εισαγωγικά

Στην παρούσα εργασία παραθέτουμε τα στοιχεία, καθώς και τα αποτελέσματα που προέκυψαν στα πλαίσια μιας έρευνας που πραγματοποιήθηκε στη Σχολή Χίλλ και αφορούσε στους χάρτες και τη σχέση που τα νήπια αναπτύσσουν με αυτούς. Πιο συγκεκριμένα, στα πλαίσια αυτής της εργασίας κληθήκαμε να εκπονήσουμε, να σκεφθούμε, να επινοήσουμε, να επεξεργαστούμε και κατ' επέκταση να οδηγηθούμε στην εφαρμογή και εκτέλεση δραστηριοτήτων, βασιζόμενων στην έννοια χάρτης και πώς αυτός αναγιγνώσκεται και επεξεργάζεται από παιδιά νηπιακής ηλικίας. Στόχο αυτής της προσπάθειας, αποτέλεσε η συλλογή πληροφοριών και στοιχείων, αναφορικά με τον τρόπο που τα παιδιά χρησιμοποιούν, ερμηνεύουν και κατασκευάζουν έναν χάρτη, στα πλαίσια ενός μαθησιακού περιβάλλοντος. Παράλληλα, θελήσαμε να διερευνήσουμε τον τρόπο που τα ίδια τα παιδιά αξιοποιούν προηγούμενες εμπειρίες τους, σχετικές με την χωρική αντίληψη, αλλά και με έννοιες όπως εκείνες του *προσανατολισμού, συμβολισμού και της αναπαράστασης* οντοτήτων χώρου. Προκειμένου να γίνουν κατανοητές οι δυσκολίες που τα παιδιά φαίνεται να αντιμετωπίζουν στα πλαίσια ανάγνωσης και κατασκευής χαρτών, προσπαθήσαμε να εμβαθύνουμε και να αναλύσουμε τις έννοιες που προαναφέρθηκαν και οι οποίες εμπεριέχονται σε ένα χάρτη.

2. Ο όρος «χάρτης» και οι έννοιες που εμπεριέχονται σε αυτόν

Ο χάρτης αποτελεί το μοντέλο του πραγματικού κόσμου, βασισμένο σε συμβολικές αναπαραστάσεις και δεν σχετίζεται με τις έννοιες του καθρέφτη ή της μινιατούρας (Hayne W. R., 1989). Με τον όρο «χάρτης» αναφερόμαστε σε σύνθετες, πολύπλοκες αναπαραστάσεις που εμπεριέχουν σύμβολα και βασίζονται στην «απεικόνιση» (Ιωαννίδου Μ., Δημητρακοπούλου Α., 2002). Οι χάρτες, δηλαδή, αποτελούν πολύ σημαντικά είδη εξωτερικών αναπαραστάσεων και χρίζουν μελέτης διότι αφενός προσφέρουν πληροφορίες καθοδήγησης/ πλοήγησης σε καθημερινής χρήσης χώρους και αφετέρου συμβάλλουν στην ανάπτυξη νοητικών διεργασιών και δεξιοτήτων. Επομένως, θα μπορούσαμε να ερμηνεύσουμε τους χάρτες ως «εργαλεία σκέψης» στον τομέα της χωρικής αντίληψης και γνώσης (Liben & Downs, 1993 στο Spencer C. & Blades M., 2005). Το άτομο, ειδικότερα,

αντιλαμβάνεται και συνειδητοποιεί τις κύριες κατηγορίες εννοιών που εμπλέκονται στη δημιουργία και χρήση των χαρτών, οι οποίες είναι οι *αναπαραστάσεις*, ο *συμβολισμός*, ο *προσανατολισμός* και η *κλίμακα*. Η κατανόηση των χαρτών είναι καλό να γίνεται μέσω μιας εξελικτικής προσέγγισης, η οποία διακρίνεται σε δύο επίπεδα, το *ολιστικό*, κατά το οποίο επιτυγχάνεται η σύνδεση του χάρτη με το χώρο της πραγματικότητας που αναπαριστά και *των συνιστωσών*, όπου το παιδί αρχίζει να κατανοεί τη σχέση συμβόλου και αντικειμένου που αναπαριστάται.

Στο πέρας των χρόνων έχουν καταγραφεί και επισημανθεί παραδείγματα λαών, όπου η χρήση του χάρτη για κάθε έναν από αυτούς αποτελούσε διαφορετικής ερμηνείας βοηθητικό εργαλείο, που σχετιζονταν με την ανακάλυψη νερού, τροφίμων, την απεικόνιση δρομολογίων προς μακρινές φυλές και τον εντοπισμό των θέσεων των εχθρών. Οι πρόοδοι των χαρτών ήρθαν με την εμφάνιση και χρήση νέων συστημάτων μέτρησης που σχετιζονταν με αστρονομικές και γεωδαιτικές αρχές (Αδάμ Δ., 13/09/2011).

3. Η ανάγνωση του χάρτη μέσα από την αποκρυπτογράφηση των συμβόλων

Σε ένα χάρτη εμπεριέχονται *σύμβολα* που ποικίλλουν ανάλογα με το είδος του χάρτη και από τις γνώσεις που ο χρήστης φαίνεται να φέρει. Η μορφή και το είδος των συμβόλων, είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με τη σημειωτική ικανότητα του παιδιού, τη γνωστική, δηλαδή, δραστηριότητα με βάση την οποία το άτομο αποκαθιστά μια σχέση ανάμεσα σε ένα σήμα και τη σημασία του, καθώς και την αλλαγή της σημασίας και του σήματος (Βικιπαιδεία, 3-09-2012). Το σύμβολο-σημαίνον- ειδικότερα, απαιτείται να αποκρυπτογραφηθεί, προκειμένου να μεταδώσει και να μεταφέρει το καλυμμένο εσωτερικό του μήνυμα-σημαινόμενο-, το οποίο γίνεται κατανοητό ανάλογα με τον αποδέκτη και τις ικανότητες αυτού (Κοζάκου – Τσιάρα., 1991).

Στις ηλικίες που μας απασχολούν, η επαφή και η εξοικείωση με τα σύμβολα και τους κανόνες λειτουργίας τους, συγκεντρώνουν το ενδιαφέρον, στον βαθμό που προσεγγίζονται μέσα από τη δημιουργική αξιοποίησή τους, όπως μέσω παιγνιδιών δραστηριοτήτων.

Σύμφωνα με τον Piaget, στο στάδιο του *Διανοητικού ρεαλισμού*, όπου ανήκουν τα νήπια και αφορά στον τρόπο εξέλιξης της αναπαράστασης, οι προβολικές κι ευκλείδειες σχέσεις αρχίζουν μόλις να διαμορφώνονται, ενώ οι τοπολογικές πλέον τηρούνται (Ζαχάρος Κ., 2006). Οι δυσκολίες που παρουσιάζει το παιδί ως προς την χρήση, κατανόηση, ερμηνεία και αναγνώριση των συμβόλων, σχετίζονται με τους περιορισμούς της προπραξιακής σκέψης, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά ο Piaget, καθώς και στην αδυναμία κατανόησης του διπλού και αυθαίρετου χαρακτήρα των συμβόλων. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζεται αδυναμία των παιδιών να διαχωρίσουν τα γραφικά χαρακτηριστικά του συμβόλου, από τα φυσικά χαρακτηριστικά του αναπαριστώμενου και το αντίθετο. Η τάση να ερμηνεύονται τα σύμβολα εικονικά, οδηγεί συνήθως σε μη σωστές ερμηνείες, επαυξάνοντας τη δυσκολία των μικρών παιδιών ως προς την κατανόησή τους. Εκείνο που δρα καταλυτικά στην κατανόηση των συμβόλων από τα παιδιά και παρεμποδίζει την σύγχυση ως προς την ερμηνεία τους, αποτελεί η συχνή επαφή και εξοικείωση που κατέχουν τα παιδιά με διάφορα είδη χάρτη, καθώς και με διάφορους χώρους (Hayne W. R., 1989).

4. Χωρικές έννοιες που πλαισιώνουν την κατανόηση του χώρου και της αναπαράστασης αυτού

Χωρική αίσθηση θεωρείται μια διαισθητική χωρική αντίληψη, σχετικά με τον περιβάλλοντα χώρο και τα αντικείμενα που βρίσκονται μέσα σ' αυτόν (Τζεκάκη Μ., 2007). Η ανάπτυξή της στηρίζεται σε εμπειρίες, σχετικές με τη διεύθυνση, την τοποθέτηση, τον προσανατολισμό και τους μετασχηματισμούς, δηλαδή σχέσεις που δείχνουν θέσεις δύο ή τριών αντικειμένων. Ωστόσο, *γεωμετρική σκέψη* είναι η νοητική δραστηριότητα, που επεξεργάζεται τα στοιχεία του χώρου μέσα στον οποίο το παιδί δρα, τα οργανώνει και στοχεύει στο να τα μετασχηματίσει σε γεωμετρικά αντικείμενα και να γίνουν από το παιδί αντιληπτές οι σχέσεις αυτών (Τζεκάκη Μ., 2007). Η μελέτη του χώρου, η εξοικείωση με αυτόν και η ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης, σχετίζονται άμεσα με μια διαδικασία «σκέψης μέσω οπτικών εικόνων», η οποία θα μπορούσε να θεωρηθεί μια διαδικασία ανάγνωσης, ερμηνείας ή και μετασχηματισμού μιας «εικονοποιημένης»

κατάστασης-«οπτικοποιημένη σκέψη» (Τζεκάκη Μ., 2007). Της δυνατότητας δηλαδή, του παιδιού και της διαδικασίας να δημιουργεί την αναπαράσταση μιας κατάστασης, η οποία είτε δε βρίσκεται στο οπτικό του πεδίο, είτε βρίσκεται και στόχος του είναι να τη μετασχηματίσει νοερά (Τζεκάκη Μ., 2007).

Η κατανόηση του χώρου είναι αναγκαία γιατί το άτομο βρίσκεται από τη γέννησή του σε άμεση σχέση με αυτόν και αποτελεί συνθήκη, αιτία και μέσο ανάπτυξης τόσο για καθημερινές όσο και για πολλές επιστημονικές έννοιες (Τζεκάκη Μ., 2007). Το παιδί, μέσα από την επαφή του με το χώρο και την επεξεργασία του, αρχίζει να δομεί, να οργανώνει και να μορφοποιεί άτυπες κι αργότερα τυπικές έννοιες, που οδηγούν τη δράση του πάνω στα αντικείμενα και στη συνέχεια στο σχηματισμό μοντέλων, όπως οι αναπαραστάσεις. Η χωρική αυτή αίσθηση μπορεί να αναπτυχθεί στα παιδιά τα οποία, παρατηρώντας κι επεξεργαζόμενα αρχικά το χώρο και στη συνέχεια «εικονοποιώντας» τον, βελτιώνουν τους κιναισθητικούς χωρικούς χειρισμούς στα αντικείμενα ή τις αναπαραστάσεις τους. Οι γνωστικές διαδικασίες που αναπτύσσονται μέσα από αυτή τη δράση, μπορούν να αναλυθούν σύμφωνα με τους ερευνητές σε συνιστώσες, όπως ο *προσανατολισμός*, η ικανότητα δηλαδή του παιδιού να διακρίνει τη θέση που κατέχει το ίδιο, τη θέση ενός αντικειμένου σε σχέση με άλλα αντικείμενα, η γνώση του πώς θα κινηθεί μέσα στο χώρο, λαμβάνοντας υπόψη και χρησιμοποιώντας τη λειτουργία μεταξύ των διαφορετικών θέσεων (Καφούση Σ. & Σκουμπουρδή Χ., 2008) και η *αντίληψη μετασχηματισμών*, η οποία έχει να κάνει με την ικανότητα του παιδιού να κατανοήσει αλλαγές στη θέση, τη διεύθυνση, την οπτική γωνία.

5. Ανάπτυξη διευθύνσεων και προσανατολισμού – Τροχοπέδη στην ερμηνεία χαρτών

Μέσα στο βιώσιμο χώρο που το παιδί ενεργεί, καλείται να αντιληφθεί το ίδιο του το σώμα και τη σχέση του με τα διάφορα άλλα σώματα στο χώρο. Επεξηγηματικά, αφότου αντιληφθεί τη διαφορά σε δύναμη και χρήση των δύο πλευρών του σώματός του και ονομάσει την κυρίαρχη πλευρά δεξιά και την άλλη αριστερά, ξεκινά να προσδιορίζει τη θέση των αντικειμένων σε σχέση με το σώμα του, έπειτα τη θέση των αντικειμένων μεταξύ τους, με το σώμα του έξω από αυτά και τέλος, τη

θέση του εαυτού του αναφορικά με τα αντικείμενα (Τζεκάκη Μ., 1996).

Μέσα από την επαφή, τις δραστηριότητες και τις εμπειρίες στο χώρο, το παιδί εξοικειώνεται ως προς το να βλέπει τον εαυτό του και τα πράγματα του εξωτερικού -περιβάλλοντα χώρου σε αλληλεξάρτηση, να αυτοδιευθύνεται, να αυτοκατευθύνεται μέσα στο χώρο, να αξιολογεί τις κινήσεις του από χωρική άποψη, να μπορεί να τοποθετείται αλλά και να ενεργεί μέσα στην τάξη (Κοντοδήμας Δ., 1986). Αυτή η διαδικασία λοιπόν, θα ωθήσει το παιδί να σχηματίσει μια εικόνα για το σώμα του και τη θέση του στο χώρο, δηλαδή το λεγόμενο σωματικό σχήμα. Το *σωματικό σχήμα*, είναι η συνείδηση του σώματος, το σφαιρικό σύνολο, η δυναμική του συνόλου των αισθήσεών μας, που μας επιτρέπουν να αντιληφθούμε τη θέση των μελών του σώματος και τις ψυχοσωματικές μας στάσεις. Σύμφωνα με μελέτες των Piaget και Wallon, ταυτόχρονα με το σωματικό σχήμα οικοδομείται το χωρικό σχήμα κι ανάμεσα σε αυτά τα 2 σχήματα, υπάρχει μια λειτουργική αλληλεξάρτηση (Κοντοδήμας Δ., 1986).

Ωστόσο, η έννοια του χώρου δεν αποκτιέται μόνο με την αισθητηριακή αντίληψη, αλλά και μέσω της κίνησης μέσα σε αυτόν. Πρόκειται, δηλαδή, για μια έννοια λειτουργική που αποτελεί πηγή επεξεργασίας και σύμφωνα με τον Poincare, αφορά σε μια εμπειρική «ομάδα» μετατοπίσεων ή ένα συστηματικό συντονισμό κινήσεων που το παιδί κάνει από βρέφος για να βεβαιώσει τη σταθερότητα των αντικειμένων (Herman et al, 1985). Η σταθερότητα της αντίληψης για τη μορφή και το μέγεθος των αντικειμένων του περιβάλλοντος, είναι σημαντική για τον προσανατολισμό του παιδιού. Το παιδί που δεν έχει επαρκή σταθερότητα στην αντίληψή του, θα δυσκολευτεί στην αναγνώριση συμβόλων, αλλά και στους διάφορους μετασχηματισμούς μέσα στο χώρο. Σημαντικό ρόλο στην εδραίωση της αντιληπτικής σταθερότητας, παίζουν οι εμπειρίες με τρισδιάστατα αντικείμενα μέσω της όρασης, της αφής και της κίνησης. Αξιοσημείωτο αποτελεί το γεγονός, ότι η καθυστερημένη πρόοδος του παιδιού, όσον αφορά την δόμηση του χώρου, οφείλεται στην αντίληψη του παιδιού, η οποία είναι υποταγμένη σε συνθήκες γειτονίας (Κοντοδήμας, 1986).

Αναφορικά με τη διαδικασία κατανόησης του προσανατολισμού στο χώρο, καθίσταται μακρόχρονη και η αρχή της τοποθετείται κατά τη βρεφική ηλικία. Ως προς την αντίληψη των διευθύνσεων και του προσανατολισμού, αρχικά, προσεγγίζονται οι έννοιες «πάνω- κάτω», ως πιο απλές, καθότι είναι σχεδόν κοινές για όλα τα συστήματα αναφοράς. Έπειτα, προσεγγίζονται οι έννοιες «μπρός- πίσω», οι οποίες ορίζονται από φυσικά χαρακτηριστικά των αντικειμένων (το μπροστινό μέρος του) και μπορούν να γίνουν εύκολα αντιληπτές σ' ένα τρίτο αντικείμενο (Τζεκάκη Μ., 1996). Σύμφωνα με τον Piaget, το παιδί στη διάρκεια της ανάπτυξής του, διακρίνει εν πρώτης τις ποιοτικές σχέσεις, όπως τις ανοικτές και κλειστές γραμμές, το διαχωρισμό και τον εγκλεισμό, τα σύνορα, τη συνέχεια, τη διαδοχή, τη γειτνίαση και τις τοπολογικές σχέσεις. Έπειτα, αρχίζουν να διακρίνονται σχέσεις ευθυγράμμισης, συγγραμμικότητας και πλευρικότητας, οι γνωστές ως προβολικές σχέσεις και τέλος, προσεγγίζονται οι ευκλείδειες και μετρικές σχέσεις. Η δυσκολία των παιδιών ως προς τον προσανατολισμό, απορρέει κατά κύριο λόγο από τον «σωματικό συντονισμό», όπως ονομάζει ο Rapert, δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο ερμηνεύουν την θέση και την κίνηση ως προς τις σωματικές κινήσεις κάποιου, την ακολουθία και την διαδοχή τους.

Το παιδί ειδικότερα, δυσκολεύεται ως προς την διάκριση της θέσης των αντικειμένων με αποτέλεσμα στην ηλικία των 4, να χρησιμοποιεί ως μοναδικό σύστημα αναφοράς το σώμα του και να αδυνατεί να μεταφερθεί εκτός του δικού του σώματος. Τα συστήματα απόλυτης θέσης και διεύθυνσης είναι πολύ αφαιρετικά και τα παιδιά δυσκολεύονται ως προς την απόδοση. Η διαδικασία του προσανατολισμού στο χώρο χρησιμοποιώντας χάρτες είναι δύσκολη, και μόνον παιδιά ηλικίας 10-11 ετών μπορούν να την επιτύχουν αποτελεσματικά (Hayne W. R., 1994).

6. Χάρτες - Ανάπτυξη σχεσιακού τρόπου σκέψης (Σύνδεση πραγματικού- αναπαριστώμενου χώρου)

Τα παιδιά μπαίνοντας στη διαδικασία να μετασχηματίσουν τον πραγματικό τρισδιάστατο χώρο σε ένα δισδιάστατο σχέδιο - χάρτη, υποβάλλονται άμεσα σε μια συνθήκη σκέψης τέτοια, η οποία χρήζει σύνδεσης του περιβάλλοντα χώρου με τον αναπαριστώμενο. Πρόκειται, θα μπορούσαμε ίσως να πούμε, και για μια προσπάθεια σμίκρυνσης

του αληθινού κόσμου, γι' αυτό και εδώ τίθεται το ζήτημα της κλίμακας. Η κλίμακα στον χάρτη ορίζει την αναλογία μεταξύ των διαστάσεων του χάρτη και εκείνων της πραγματικότητας. Σύμφωνα με τον Piaget, για την αντίληψη και αποκωδικοποίηση της έννοιας κλίμακας, απαιτείται πρώτα να γίνει κατανοητή η έννοια της αναλογικότητας. Ωστόσο, έρευνες που πραγματοποιήθηκαν το 2000 υποστηρίζουν πως στους χάρτες, η κλίμακα αναγράφεται τόσο με αριθμητική αναγραφή όσο και με γραφικές αναπαραστάσεις οι οποίες αναφέρονται στα παιδιά (Φιλιππακοπούλου Β., Νάκος Β., Απρίλιος 2011).

Σύμφωνα με τον Brousseau, ο βιωμένος χώρος παίζει σημαντικό ρόλο στο αντιληπτικό και αναπαραστατικό επίπεδο του παιδιού και διακρίνεται σε μικροχώρο, μεσοχώρο και μακροχώρο. Ως μεσοχώρος, ο οποίος μας ενδιαφέρει και στην παρούσα εργασία, ορίζεται εκείνος με διαστάσεις $\frac{1}{2}$ έως και 50 φορές το ανάστημα του παιδιού, δίνοντας την δυνατότητα στο παιδί να επεξεργαστεί τον χώρο κινούμενος μέσα σε αυτόν, αλλάζοντας θέσεις και θωρώντας τα στοιχεία που τον διαμορφώνουν από διαφορετικές γωνίες. Στο μεσοχώρο ορίζεται ως σημείο αναφοράς το σώμα του παιδιού, σε αντίθεση με τον μικροχώρο. Γενικότερα, είναι αποδεκτό από την εποχή του Piaget (1972), ότι η κατανόηση του χώρου δεν είναι μια «ανάγνωσή» του, αλλά μια δυναμική κατασκευή από τις λειτουργίες μέσα σε αυτόν (Τζεκάκη Μ., 2007).

Ερευνητικές πειραματικές μελέτες που έγιναν το 1987 και το 1996, δείχνουν ότι τα παιδιά από την ηλικία των 4 ετών μπορούν να κατανοήσουν ότι οι χάρτες αναπαριστούν χωρικές πληροφορίες, φαίνεται όμως να μην έχουν πλήρη κατανόηση της απεικόνισης της συσχέτισης μεταξύ χάρτη και αναπαράστασης του χώρου. Πιο συγκεκριμένα, τα νήπια δείχνουν να μπορούν να αντιληφθούν και να διαχωρίσουν ως 2 διαφορετικές οντότητες τον αναπαριστώμενο χώρο με τον πραγματικό. Ωστόσο, η δυσκολία που παρουσιάζουν σε μεγαλύτερο βαθμό, έγκειται στην κατανόηση πως *ο αναπαριστώμενος χώρος απεικονίζει τον πραγματικό και πώς οι δύο αυτοί χώροι αποτελούν το ίδιο και το αυτό*. Όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, μια από τις ουσιαστικές αρχές της έννοιας του χάρτη, είναι η διπλή του υπόσταση δηλαδή ένας χαρτογραφικός χάρτης είναι κάτι και συμβολίζει/

αναπαριστά κάτι. Ο David Uttal υπήρξε ένας ηγέτης στην εξερεύνηση μεθόδων για την βελτίωση των δεξιοτήτων απεικόνισης των αντικειμένων και στην συνέχεια μετασχηματισμού τους από τα παιδιά. Κάνοντας πειράματα που στόχευαν στην ανάγνωση ενός χάρτη από παιδιά, προκειμένου να ανακαλύψουν ένα κρυμμένο αντικείμενο στον χώρο, κατέληξε σε συμπεράσματα που δικαιώνουν την χρήση χαρτών στο νηπιαγωγείο, καθώς συντελούν στην περιήγησή τους σε ασυνήθιστους χώρους και στην ανάπτυξη του σχεσιακού τρόπου σκέψης τους (Smith M., 2010).

7. Αλλαγή προοπτικής – Κατανόηση αναπαράστασης του χώρου

Μια νοητική αναπαράσταση είναι υποκειμενική και μπορεί να είναι αναλογική, δηλαδή να έχει φυσική ομοιότητα με το αναπαριστώμενο αντικείμενο ή συμβολική και να είναι δηλαδή, αποτέλεσμα αυθαίρετης επιλογής. Η νοητική αναπαράσταση είναι περιστασιακή δομή που δημιουργείται σε μια συγκεκριμένη κατάσταση και για να εξυπηρετήσει την επίτευξη συγκεκριμένων στόχων (Φλοράνς Ντε Μερεντιέ, 1981). Σύμφωνα με τον Φλοράνς ντε Μερεντιέ, δεν υπάρχει ο χώρος καθαυτός, αντίθετα παρουσιάζεται μια πολλαπλότητα δυνατών χώρων, γεγονός που καθιστά ανώφελη την επιβολή στο παιδί μιας συμβατικής λύσης, όσον αφορά την αποτύπωση του επεξεργαζόμενου χώρου (Φλοράνς Ντε Μερεντιέ, 1981). Παρ' όλο που κάποτε η αντίληψη αντιμετωπιζόταν σαν καθαρά ενέργημα πρόσληψης, τώρα αντιμετωπίζεται ως διεργασία του υποκειμένου που συμμετέχει ενεργά στην κατασκευή του αντικειμένου.

Στο ερώτημα «γιατί το παιδί αργεί να απεικονίσει το χώρο λαμβάνοντας υπόψη την προοπτική, παρ' όλο που την καταλαβαίνει σχετικά νωρίς στο επίπεδο της αντίληψης», ο Piaget απαντά πως για να γίνει αναπαράσταση της προοπτικής, απαιτείται να έχουμε συνείδηση και των μετασχηματισμών που επιβάλλει η οπτική γωνία. Το παιδί λοιπόν για να αναπαραστήσει το χώρο σε χάρτη, θα πρέπει να έχει στο μυαλό του την οπτική του (π.χ. από πάνω, από μπροστά, με σημείο αναφοράς τη θέση του στο χώρο) και να προχωρήσει στους κατάλληλους μετασχηματισμούς (Φλοράνς Ντε Μερεντιέ, 1981). Ο αναπαραστατικός χώρος, που γεννά τον απεικονιστικό, είναι πάντα καθυστερημένος σε σχέση με τον αντιληπτικό και για το λόγο αυτό, θα

ήταν λάθος λοιπόν να πιστεύουμε ότι το σχέδιο είναι μια απλή μεταφορά του αντιληπτικού χώρου, χωρίς κάποια ερμηνεία (Φλοράνς Ντε Μερεντιέ, 1981). Η υιοθέτηση λοιπόν της προοπτικής των άλλων πέρα από την δική του (παιδί), προκειμένου να καταστεί ικανή η υιοθέτηση της τυπικής προοπτικής του χάρτη που είναι αυτή που απεικονίζεται ως η ματιά εκ των άνω κοιτάζοντας προς τα κάτω, μπορεί να συμβάλλει στην κατανόηση της αναπαραστατικής λειτουργίας αποβάλλοντας τον εγωκεντρισμό. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται δυσκολία εκ μέρους των παιδιών ως προς την κατανόηση στην αλλαγή της προοπτικής, γεγονός που δηλώνει πώς στα πλαίσια της προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας το παιδί, δεν μπορεί να αντιληφθεί άλλη οπτική πέρα από τη δική του, «να πάρει το ρόλο» ή «να μπει στη θέση του άλλου» ή ακόμη και να συντονίσει διαφορετικές προοπτικές. Η ακριβής πρόβλεψη της οπτικής του Άλλου, όσον αφορά ένα τοπίο, αναπτύσσεται γύρω στην ηλικία των 9 με 10 χρόνων (Piaget and Inhelder 1956 στο Hayne W. R., 1994).

8. Ρόλος αυθόρμητων γνώσεων στη κατανόηση χωρικών και γεωμετρικών εννοιών- ΖΕΑ

Το σημαντικότερο στάδιο της διαδικασίας μάθησης χωρικών και γεωμετρικών εννοιών στα παιδιά, αποτελεί η μετάβαση από τις αυθόρμητες γνώσεις στις τυποποιημένες μαθηματικές γνώσεις. Γι αυτό τον λόγο λοιπόν, οι μαθητές χρειάζεται να μπαίνουν στη διαδικασία της μάθησης όχι τυχαία, αλλά σχεδιασμένα με τη χρήση μεθόδων που οδηγούν στην εξερεύνηση και στην έρευνα, μέσω δραστηριοτήτων σχετικών με αναπαραστάσεις χώρου (Τζεκάκη Μ., 1996). Οι δραστηριότητες είναι αναγκαίο να πλαισιώνονται από το κατάλληλο υλικό, το οποίο είτε θα είναι λειτουργικό και θα επικεντρώνεται στη ανάδειξη χωρικών και γεωμετρικών εννοιών, είτε θα είναι συνοδευτικό, στοχεύοντας στην δημιουργία κατάλληλων κινήτρων ενεργούς εμπλοκής. Σύμφωνα με το Piaget, οι δραστηριότητες απαιτείται να δίνουν στα παιδιά το ελεύθερο, προκειμένου να ξεδιπλώσουν γνώσεις που ήδη κατέχουν, αφήνοντας περιθώρια εμπλουτισμού και εξέλιξης των γνωστικών δεξιοτήτων. Ακόμη, όσον αφορά στη μάθηση γλωσσικών εννοιών, προκειμένου τα παιδιά να κατανοήσουν μαθηματικές-χωρικές έννοιες, χρειάζεται να έχουν προηγουμένως ιδιοποιηθεί έναν

συμβολικό κώδικα, προκειμένου να τις κατανοήσουν αλλά και να μπορούν να τις αξιοποιήσουν όποτε αυτό κρίνεται απαραίτητο. Κάθε σύμβολο αντιστοιχίζεται με μια γλωσσική έκφραση, γεγονός που αποτελεί μια νοητική διαδικασία, από την οποία είναι πιθανό να προκύψουν προβλήματα κατανόησης και επικοινωνίας (Τρέσσου Ε., 2007). Σε λίγο μεγαλύτερη ηλικία (5,6), είναι δυνατός ο συντονισμός των εικόνων και η μετακίνηση από το ένα συμβολικό σύστημα στο άλλο, είναι δυνατή δηλαδή η μετατροπή των νοερών εικόνων σε λέξεις και αντίστροφα.

Ειδικότερα, τα παιδιά στηρίζονται πάνω στις γνώσεις που αποκτήθηκαν στα πλαίσια προηγούμενων εμπειριών, προκειμένου να οδηγηθούν στην επίλυση ενός προβλήματος, γεγονός που υποδηλώνει πως οι προσλαμβάνουσες του παιδιού στα πλαίσια του οικογενειακού και πολιτισμικού περιβάλλοντος του, αποτελούν εκέγγυο και συνεισφέρουν στην περαιτέρω διανοητική ανάπτυξη του παιδιού. Σύμφωνα με τον Piaget, το άτομο παρουσιάζεται ως ένας ενεργητικός αναζητητής ερεθισμάτων, καθώς ερμηνεύει τον κόσμο και κατασκευάζει γνωστικές λύσεις ως προς την αντιμετώπιση των προβλημάτων που παρουσιάζονται (Τζεκάκη Μ., 1996). Οι γνώσεις δηλαδή που υφίστανται εκ των προτέρων στο παιδί, αποτελούν τον κύριο παράγοντα για την εξέλιξη, ανάπτυξη της σταθερότητας και οργάνωσης του ατόμου αυτού, επηρεάζοντας την μάθηση. Σε περίπτωση που το παιδί δεν διαθέτει αρκετές γνώσεις, ως προς την αντιμετώπιση του «προβλήματος» (της κατάλληλα διαμορφωμένης κατάστασης δηλαδή), τότε θα τις μετασχηματίσει, θα τις επανοργανώσει και θα τις επαναπροσδιορίσει. Το παιδί δηλαδή, κατασκευάζει γνωστικά σχήματα που το βοηθούν να ανταπεξέρχεται σε τυχόν προβλήματα που καλείται να επιλύσει, συνδυάζοντας τα σχήματα αυτά με παραστάσεις που έχει βιώσει στο παρελθόν.

Πιο αναλυτικά, συμπεράσματα από ψυχολογικές έρευνες, ενισχύουν τις απόψεις που υποστηρίζουν πως η άμεση εμπειρία κι επαφή των παιδιών με το χώρο αναπτύσσει πιο επεξεργασμένες μορφές αναπαράστασης (Τζεκάκη Μ., 2007). Τα παιδιά δηλαδή, δείχνουν να ανταποκρίνονται πιο θερμά και άμεσα στο κάλεσμα αναπαράστασης ενός οικείου ως προς εκείνα χώρου. Αυτό συμβαίνει καθώς οι προϋπάρχουσες αυτές εμπειρίες δημιουργούν ένα «χωρικό απόθεμα»

για τον προσανατολισμό και τους μετασχηματισμούς, παράλληλα με την προσέγγιση ιδιοτήτων του χώρου και των αντικειμένων στο εσωτερικό του, οδηγώντας στην ανάπτυξη στρατηγικών, σε μεγάλο βαθμό ασυνειδήτων. Παράλληλα, η σύνθεση σχεδίου, η αναπαράσταση δηλαδή ενός πραγματικού χώρου, βασίζεται σε προϋπάρχοντες χώρους, ζωτικούς για την ανάπτυξη του παιδιού, στον αντιληπτικό χώρο που έχει κατακτήσει το παιδί, αλλά και σε συναισθηματικά και βιωματικά στοιχεία. Έτσι, από συγκριτική ανάλυση, σχετική με τη χρήση χαρτών κι εύρεση κατευθύνσεων σε ένα σχέδιο, προέκυψε ότι μικροί μαθητές μπορούν να κατανοήσουν και να αναπαραστήσουν οικείες καταστάσεις από τις εμπειρίες τους στο βιωμένο χώρο - (σχέση πραγματικότητας και αναπαράστασης) (Τζεκάκη Μ., 2007). Οι χάρτες εννοιών λοιπόν, έχουν τη βάση τους στη θεωρία οικοδόμησης της γνώσης, σύμφωνα με την οποία η μάθηση είναι πιο ουσιαστική, όταν η γνώση οικοδομείται πάνω σε έννοιες τις οποίες το άτομο ήδη γνωρίζει (Stanley D. Ivie, 06/12/2012).

Ωστόσο, τα ερεθίσματα που το παιδί λαμβάνει, ποικίλλουν και είναι εξαρτώμενα τόσο του περιβάλλοντος όσο και των δραστηριοτήτων στις οποίες το παιδί λαμβάνει μέρος. Ανεξαρτήτως των εξωτερικών ερεθισμάτων, ο ενήλικας αλλά και ο συνομήλικος, αποτελούν το κλειδί ως προς την ανάπτυξη των νοητικών και γνωσιακών δεξιοτήτων του παιδιού, καθώς μέσω της αλληλεπίδρασης, το παιδί οδηγείται ένα βήμα πέραν των δυνατοτήτων του. Την μάθηση αυτή λοιπόν, η οποία λαμβάνει χώρα στα πλαίσια της διάδρασης, ο Vygotsky την αποκαλεί «Ζώνη Εγγύτερης Ανάπτυξης». Στα πλαίσια συνεργασίας παιδιού, ενήλικα ο τελευταίος απαιτείται να παρέμβει βρισκόμενος ένα βήμα πιο πέρα από το εξελικτικό επίπεδο του παιδιού, προκειμένου να καταφέρει να αφυπνίσει και να παρακινήσει λειτουργίες οι οποίες βρίσκονται σε διαδικασία ωρίμανσης (Πατρώνης Τ., 2001). Καθώς το παιδί αναλαμβάνει όλο και περισσότερο τον έλεγχο της «άσκησης», η γνωστική σκαλωσιά σταδιακά απομακρύνεται, επιτρέποντας στον μαθητή ολοκληρωτικό έλεγχο και υπευθυνότητα. Τα παιδιά επιπλέον, μέσα από διαδικασίες συνεργασίας και αλληλεπίδρασης, ακούν διάφορες απόψεις, εκφράζουν και ξεκαθαρίζουν τις ιδέες τους, γεγονός που δεν αναιρεί τις ατομικές διαφορές τους, αλλά αποτελεί μέσο αναγνώρισης τους. Μία τέτοια μάθηση ονομάζεται «συνεργατική». Σύμφωνα με τον ορισμό που δίνεται από τον Dillenbourg (1999), η

συνεργατική μάθηση ορίζεται ως «η κατάσταση κατά την οποία δύο ή περισσότερα άτομα μαθαίνουν ή προσπαθούν να μάθουν κάτι μαζί».

Στα πλαίσια λοιπόν της έρευνας που κληθήκαμε να πραγματοποιήσουμε στον χώρο ενός νηπιαγωγείου, χρειάστηκε να λάβουμε υπόψη τις δυσκολίες που τα παιδιά δείχνουν να αντιμετωπίζουν στην προσπάθεια κατανόησης και συνδυασμού των εννοιών που χρησιμοποιούνται για την ανάγνωση ενός χάρτη, προκειμένου οι δραστηριότητες που θα λάβουν χώρα να αποτελέσουν ερέθισμα για περαιτέρω γνωσιακή και νοητική ανάπτυξή τους .

Ερευνητικός σχεδιασμός 3ών σταδίων δραστηριοτήτων

Για την διεξαγωγή της έρευνας επιλέχθηκε η Σχολή Χίλλ, η οποία αποτελεί το παλαιότερο σχολείο το οποίο εξακολουθεί να λειτουργεί χωρίς διακοπή από το 1831 μέχρι σήμερα. Στο συγκεκριμένο κτιριακό συγκρότημα, συστεγάζονται το νηπιαγωγείο με το δημοτικό και μοιράζονται τον προαύλιο χώρο κατά την διάρκεια του διαλείμματος. Το κτίριο του νηπιαγωγείου έχει τέσσερις αίθουσες διδασκαλίας. Κάθε τάξη περιλαμβάνει γύρω στα 15 παιδιά, ενώ διαφορετική νηπιαγωγός αντιστοιχεί σε κάθε μία από αυτές. Οι αίθουσες ονομάζονται με χρώματα (κόκκινη, μωβ, πορτοκαλί, μπλε), ενώ τα παιδιά ανήκουν σε ομάδες οι οποίες διακρίνονται στα αρκουδάκια, στα λεοπαρδαλάκια κλπ. Σε κάθε αίθουσα υπάρχει διαφορετικό παιδαγωγικό υλικό με το οποίο έρχονται σε επαφή τα παιδιά. Το νηπιαγωγείο είναι ολόημερο και λειτουργεί από τις 8.00 (με δυνατή ώρα προσέλευσης έως τις 9:30) μέχρι τις 16.00 με εναλλασσόμενες νηπιαγωγούς.

Τα παιδιά στα οποία εφαρμόσαμε τις δραστηριότητες και με τα οποία συνεργαστήκαμε ήταν (16), εκ των οποίων (9) ήταν αγόρια και (7) κορίτσια, όλα νήπια. Τα συγκεκριμένα παιδιά ανήκαν στην ομάδα η οποία είχε το όνομα των αρκουδιών.

Βασικές επιδιώξεις δραστηριοτήτων

Λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες που χρειάζεται να ικανοποιούνται στην προσπάθεια εισαγωγής μιας δραστηριότητας, στα πλαίσια ενός μαθησιακού περιβάλλοντος, όπως αναφέρθηκαν ανωτέρω, διαμορφώσαμε τους παρακάτω σχεδιασμούς, με στόχο την προβολή, αξιοποίηση και ανάδειξη των κατάλληλων δεξιοτήτων εκ μέρους των παιδιών και την ενεργοποίηση των ανώτερων γνωστικών λειτουργιών

τους. Παράλληλα, επιδίωξη μας στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων που πραγματοποιήσαμε, αποτέλεσε η ανάπτυξη εννοιών και διαδικασιών, μέσω των οποίων θα αντικειμενοποιούνταν η εμπειρία των παιδιών και θα τους δινόταν η ευκαιρία να γνωρίσουν, να αντιμετωπίσουν, να ερμηνεύσουν, να κατανοήσουν και να ελέγξουν τον κόσμο που τα περιβάλλει (Δαφέρμου Χ. και συνεργάτες, 2009). Στα πλαίσια αλληλεπίδρασης με τα παιδιά, χρειάστηκε να ενεργήσουμε αρχικά, διεγείροντας γνωστικά στοιχεία των παιδιών και ικανότητές τους, καθώς και ανακαλύπτοντας νέες γνωστικές λειτουργίες που θα τα οδηγούσαν επεξεργασία και κατανόηση ενός χάρτη, όπως επίσης και στη μετέπειτα αναπαράσταση και περαιτέρω αντίληψη και ερμηνεία του επεξεργαζόμενου χώρου.

Πιο αναλυτικά, για τη συλλογή των δεδομένων, ως προς την σημασία που αποδίδουν τα παιδιά στο χάρτη, διαμορφώθηκαν 3 σχεδιασμοί καθένας εκ των οποίων περιελάμβανε εκτενώς τις βασικές επιδιώξεις και την αιτιολόγηση επιλογής κάθε δραστηριότητας, αναλυτική περιγραφή αυτής, τρόπο εισαγωγής και ενθάρρυνσης για την καλύτερη κατανόηση από τα παιδιά και ενεργή συμμετοχή τους, καθώς και τα αποτελέσματα που προέκυψαν μετά την ανάλυση των δεδομένων. Ωστόσο σε αυτή την προσπάθεια επαναδιαμόρφωσης της εργασίας θα αναφερθούν τα σημαντικά σημεία.

Περιγραφή 1^{ης} ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Βασικό σκοπό της πρώτης δραστηριότητας, αποτέλεσε ο έλεγχος των αυθόρμητων εννοιών, που τα παιδιά έφεραν μέχρι εκείνη την στιγμή, προκειμένου να καταφέρναμε να καταγράψουμε τις απόψεις τους, σχετικά με το τι είναι ένας χάρτης, τι απεικονίζεται επάνω σε αυτόν, ποια η σκοπιμότητά χρήσης του και ποια διαφορά παρατηρούσαν σε σχέση με μια απλή ζωγραφιά ή και μια φωτογραφία. Επεξηγηματικά, στα πλαίσια της ολομέλειας (παρεούλα) κάθε μια από τις τρεις φοιτήτριες κρατούσε στα χέρια της από ένα χαρτόνι Α4. Τα χαρτόνια ήταν τρία στο σύνολο τους και επάνω σε αυτά είχαν επικολληθεί τρεις επιλεγμένες εικόνες. Το απεικονιζόμενο περιεχόμενο και των τριών εικόνων ήταν κοινό, δηλαδή, μια συγκεκριμένη περιοχή. Η διαφορά τους θα επικεντρωνόταν στον τρόπο απεικόνισης. Επεξηγηματικά, η πρώτη από αυτές ήταν μια φωτογραφία της «μωβ» αίθουσας (όπως

αποκαλούνταν στα πλαίσια του μαθησιακού περιβάλλοντος, τόσο από τα παιδιά όσο και από τις νηπιαγωγούς) (βλ.εικόνα 1), η δεύτερη θα απεικόνιζε το χάρτη αυτής (βλ.εικόνα 3) και η τρίτη αποτελούσε μια ζωγραφιά του ίδιου χώρου (βλ.εικόνα 2). Όλες οι φοιτήτριες στόχευσαν στην παρατήρηση και καταγραφή των όσων διαδραματίστηκαν και των αντιδράσεων των παιδιών.

Πιο συγκεκριμένα, στόχο της συγκεκριμένης παρέμβασης, αποτέλεσε η ενεργή εμπλοκή και ισότιμη συμμετοχή των παιδιών για την ανάπτυξη διαλόγου μεταξύ τους και την ανταλλαγή των εμπειριών τους, καθώς και για την προώθηση των δυνατοτήτων τους. Παράλληλα, θελήσαμε να καταγράψουμε τις διαφορές που τα ίδια τα παιδιά παρατηρούσαν μεταξύ των 3 επιλεγμένων εικόνων (ζωγραφιά, φωτογραφία, χάρτης) και τα χαρακτηριστικά που προσέδιδαν σε κάθε μία από αυτές, καθώς και την προσπάθεια να αντιληφθούν την αναπαριστώμενη περιοχή και να οδηγηθούν στη σύνδεση αυτής με την πραγματικότητα. Τέλος, βασική επιδίωξη ήταν τα ίδια τα παιδιά να θέσουν τον εαυτό τους σε μια φανταστική συνθήκη στην οποία θα έφερναν το σώμα τους νοητά πάνω από την αίθουσα, μεταφέροντας το σημείο αναφοράς εκτός του εαυτού τους.

Οι εγκαταστάσεις του σχολείου, ήταν αυτές που έπαιξαν καθοριστικό ρόλο ως προς τις απεικονίσεις των χαρτών- φωτογραφίας- ζωγραφιάς, καθώς επιδιώξαμε να τοποθετήσουμε τη δραστηριότητα στον ιδανικότερο χώρο, αναφορικά με την όσο το δυνατόν αποτελεσματικότερη διεξαγωγή της δεύτερης δραστηριότητάς μας- κρυμμένος θησαυρός- καθώς και τη δυνατότητα κίνησης των παιδιών στο χώρο αυτόν. Μετά το πέρας της συζήτησης που διεξήχθη στην ολομέλεια και ύστερα από την άντληση όσων περισσότερων πληροφοριών από τα παιδιά ήταν εφικτό από μέρους μας, η δραστηριότητα έλαβε τέλος με το άμεσο πέραςμα στην επόμενη δραστηριότητα, καθώς τα παιδιά ήταν εξ αρχής προετοιμασμένα για το κυνήγι του θησαυρού.

ΔΥΝΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

- ✓ Η συζήτηση που διεξήχθη στην ολομέλεια κινητοποίησε όλα τα παιδιά, να συμμετάσχουν και να αλληλεπιδράσουν μεταξύ τους. Από το ξεκίνημα της δραστηριότητας ακόμη έδειξαν ιδιαίτερη εμπλοκή και ενθουσιασμό, προκειμένου να ανακαλύψουμε τι

δείχνουν αυτές οι τρεις εικόνες και να οδηγηθούμε στο χώρο του κρυμμένου θησαυρού.

- ✓ Στα πλαίσια επεξεργασίας του χάρτη, τα παιδιά έδωσαν διαφορετικές απαντήσεις αναφορικά με την χρησιμότητα και τα χαρακτηριστικά κάθε μιας εκ των τριών απεικονίσεων (φωτογραφία, ζωγραφιά, χάρτης). Σημαντικό παράγοντα φάνηκε να αποτελέσαν οι προηγούμενες εμπειρίες τους, καθώς και η καθημερινή τους επαφή με χάρτες στα πλαίσια του νηπιαγωγείου (υδρόγειος, παγκόσμιος χάρτης).
- ✓ Τα παιδιά εν πρώτης προβληματίστηκαν, αναφορικά με τον χώρο που απεικονιζόταν στον χάρτη. Ωστόσο, αλληλεπιδρώντας και αναπτύσσοντας διάλογο μεταξύ τους, κατάφεραν να οδηγηθούν στην αναγνώριση του αναπαριστώμενου χώρου, καθώς και των αντικειμένων που απεικονίζονταν σε αυτόν. Εκείνο που αποτέλεσε καθοριστικό παράγοντα, για την επιτυχή αναγνώριση από τα παιδιά του χώρου που απεικονιζόταν στο χάρτη, ήταν το μωβ χρώμα, καθώς ήταν στοιχείο που επισήμαναν τα ίδια τα παιδιά στην διαδικασία αναγνώρισης και σύγκρισης των επιλεγμένων εικόνων (βλ εικόνα 1,3).
- ✓ Σε ερώτηση που τέθηκε από εμάς, αναφορικά με την ακριβή τοποθέτησή μας στο χώρο, από το σημείο όπου λήφθηκε δηλαδή η φωτογραφία και από ποια οπτική γωνία βλέπουμε τη ζωγραφιά και τη φωτογραφία, εκείνα μας υπέδειξαν το σωστό σημείο επάνω στον χάρτη, δηλαδή το σωστό και ακριβές σημείο λήψης της φωτογραφίας. Παράλληλα, σε επόμενη ερώτηση μας που είχε την εξής μορφή: «Αν έχουν πέσει τα κλειδιά μου πίσω από το τραπέζι, θα με βοηθήσει η φωτογραφία, η ζωγραφιά ή ο χάρτης να τα βρω;», τα παιδιά τελικά υπέδειξαν ως κατάλληλο βοηθητικό εργαλείο για την ανεύρεση των κλειδιών, το χάρτη, παρόλο που αρχικά υπέδειξαν την φωτογραφία. Τα παιδιά φάνηκε να αντιλαμβάνονται πως ο χάρτης αποτελεί το μέσο, προκειμένου να δούμε τις λεπτομέρειες που μας ενδιαφέρουν.
- ✓ Στα πλαίσια εφαρμογής της πρώτης δραστηριότητας χρησιμοποιήσαμε το χάρτη κυρίως ως χρηστικό αντικείμενο και βοηθητικό εργαλείο για την ανεύρεση κάποιου αντικειμένου. Το γεγονός αυτό, έδρασε θετικά ως προς την καταγραφή των αυθόρμητων εννοιών που τα παιδιά φέρουν.

ΑΔΥΝΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

- ✓ Τα παιδιά αρχικά, προβληματίστηκαν αναφορικά με την περιοχή που απεικονιζόταν στον χάρτη. Η διαγώνια μορφή του χάρτη, ίσως να αποτέλεσε καθοριστικό παράγοντα σε αυτό και να δυσκόλεψε περαιτέρω την τελική αναγνώριση του αναπαριστώμενου χώρου από τα παιδιά. Ωστόσο, οι εναλλακτικές γωνίες λήψης που επιχειρήσαμε, δυσκόλευαν την αποτύπωση του χώρου, καθώς επίσης τα αντικείμενα που φαινόταν, δεν καθιστούσαν δυνατή την εύρεση πληθώρας σημείων για να κρυφτούν οι «θησαυροί» (βλ.εικόνα 3).
- ✓ Παράλληλα, η υπόδειξη του χάρτη του κρυμμένου «θησαυρού» από εμάς, προηγήθηκε χρονικά των ερωτήσεων που θέσαμε στα παιδιά, αναφορικά με την χρησιμότητα του χάρτη. Το συγκεκριμένο γεγονός είχε σαν αποτέλεσμα τα παιδιά να σκέφτονται μόνο τους «φανταστικούς» χάρτες που σχετίζονται με τέτοιου είδους παιχνίδια και να αδυνατούν να φέρουν στο μυαλό τους εικόνες αληθινών χαρτών, παρά μόνο έπειτα από δική μας επιμονή.
- ✓ Τα παιδιά ξεκίνησαν να επεξεργάζονται τα αντικείμενα του χάρτη, ωστόσο θα μπορούσαμε να θέσουμε επιπλέον ερωτήσεις, που θα τα βοηθούσαν να προσανατολιστούν σε ένα καλύτερο επίπεδο, σε σχέση με το χάρτη και τα αντικείμενα που απεικονίζονταν επάνω σε αυτόν. Μέσα από την περιγραφή της θέσης των αντικειμένων, όπως αυτή θα γινόταν από τα ίδια τα παιδιά, θα γινόταν πιο εύκολη η διεκπεραίωση της δεύτερης δραστηριότητας, αποτρέποντας κάποια κωλύματα που υπήρξαν.

ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ ΣΕ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΗ ΕΠΟΜΕΝΗ ΦΟΡΑ

Οι στόχοι που τέθηκαν κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι επιτεύχθηκαν κατά την παρέμβαση, ωστόσο σε επόμενη φορά θα αναδιαμορφώναμε τον σχεδιασμό κατά τρόπο που θα προβλέπαμε τον προβληματισμό και τη δυσκολία που θα επέφερε η διαγώνια μορφή του χάρτη και θα οδηγούμασταν στην επιλογή μιας εναλλακτικής γωνίας λήψης της φωτογραφίας.

- ✓ Επίσης, Θα φροντίζαμε η ερώτηση αναφορικά με τους χάρτες και τη χρησιμότητά τους, να προηγηθεί χρονικά της υπόδειξης των εικόνων, προκειμένου να δοθούν περισσότερο αυθόρμητες και αποπλαισιωμένες απαντήσεις από τα παιδιά.
- ✓ Τέλος, Θα οργανώναμε και θα εφαρμόζαμε το σχεδιασμό κατά τέτοιο τρόπο, που να συμπεριλάμβανε μια περαιτέρω επεξεργασία του χάρτη και των αναπαριστώμενων αντικειμένων για την διευκόλυνση της διεκπεραίωσης της επόμενης δραστηριότητας, αλλά και για την καταγραφή περισσότερων αυθόρμητων εννοιών που έφεραν τα παιδιά. Πιο αναλυτικά, θα οδηγούσαμε τα παιδιά στην μωβ αίθουσα, μετά το τέλος της συζήτησης, προκειμένου να παρατηρήσουμε τη δυνατότητα τους, ως προς την ταύτιση του αναπαριστώμενου χώρου με τον πραγματικό, καθώς και των αντικειμένων που απεικονίζονταν επάνω σε αυτόν.

Περιγραφή 2^{ης} ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Βασικό σκοπό του δεύτερου σταδίου των δραστηριοτήτων, αποτέλεσε η παρατήρηση και η καταγραφή, της συμπεριφοράς και των αντιδράσεων των παιδιών κατά την ανάγνωση από μέρους τους ενός χάρτη, προκειμένου να ανιχνεύσουμε τους ενδόμυχους συλλογισμούς τους για την ανακάλυψη του αντικειμένου που θα είναι κρυμμένο. Πιο συγκεκριμένα, στη δεύτερη δραστηριότητα η οποία έλαβε χώρα αμέσως μετά την ολοκλήρωση της πρώτης, χωρίσαμε τα παιδιά σε τρεις ομάδες των πέντε παιδιών, για την κάθε μια από τις οποίες ήταν υπεύθυνη η κάθε μια από εμάς. Οι ομάδες χωρίστηκαν ανομοιογενώς και τυχαία. Τα παιδιά κλήθηκαν να παίξουν ένα παιχνίδι "κρυμμένου θησαυρού», όπου θησαυρός για τα παιδιά ήταν τα αυτοκόλλητα. Επεξηγηματικά, σε κάθε πενταμελή ομάδα δόθηκε ένα χάρτη τον οποίο είχαμε σχεδιάσει εμείς και αφορούσε στο εσωτερικό του χώρου και συγκεκριμένα την μωβ αίθουσα του νηπιαγωγείου. Μετά το πέρας της 1^{ης} δραστηριότητας, κάθε ομάδα περνούσε στην μωβ αίθουσα προκειμένου να ανακαλύψει τον θησαυρό. Πριν, όμως, ξεκινήσει η διαδικασία αυτή προηγήθηκε συζήτηση με τα παιδιά, προκειμένου να μας υποδείξουν το ακριβές σημείο τοποθέτησης μας στον χώρο, λαμβάνοντας υπόψη τον χάρτη. Στην συνέχεια, ζητήσαμε από τα παιδιά να συνεργαστούν, προκειμένου να ανακαλύψουν το αντικείμενο που είχαμε κρύψει σε κάποια γωνιά της μωβ αίθουσας βασιζόμενα

στις πληροφορίες που λάμβαναν μέσω του χάρτη. Τα αυτοκόλλητα είχαν τοποθετηθεί σε διαφορετικό σημείο της αίθουσας από την κάθε μια από εμάς για να καταγράψουμε τις διαφορετικές αντιδράσεις των παιδιών, καθώς και τον τρόπο που προσανατολίζονται σε διαφορετική μεριά της αίθουσας.

Στόχο της συγκεκριμένης δραστηριότητας, αποτέλεσε η ενεργή συμμετοχή και εμπλοκή των παιδιών στο παιχνίδι καθώς και η προσπάθεια κατανόησης χωρικών σχέσεων στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό στα πλαίσια ενός παιχνιδιού μέσα από την υποστήριξη ενηλίκων. Παράλληλα, μέσω μιας τέτοιας διαδικασίας θελήσαμε να επιτύχουμε τα παιδιά να ενδιαφερθούν για τη δραστηριότητα, σε όλα τα στάδιά της και να δημιουργηθεί μία κατάσταση η οποία να επιτρέπει και να ευνοεί την καθολική συμμετοχή, χωρίς να υπάρχουν παιδιά που θα μείνουν απλοί «θεατές». Τέλος, στα πλαίσια αυτής της δράσης τα παιδιά θα εξοικειώνονταν με το χάρτη σαν υλικό, με τα σχήματα των αντικειμένων έτσι όπως απεικονίζονται σε αυτόν, ενώ θα έρχονταν σε επαφή με τους όρους της νίκης και ήττας.

Αφού ολοκληρώθηκε η διαδικασία ανακάλυψης των αυτοκόλλητων, τα μοιράσαμε στα παιδιά και στην συνέχεια επιστρέψαμε στην αίθουσα, καθώς ακολούθησε συζήτηση για τις εντυπώσεις τους από το παιχνίδι.

ΔΥΝΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

- ✓ Οι κανόνες που είχαμε θέσει εξ αρχής και αφορούσαν στην ανάγνωση του χάρτη ως βασική προϋπόθεση για την ανακάλυψη του κρυμμένου θησαυρού, τηρήθηκαν από τα παιδιά, τα οποία συνδιαλέγονταν μεταξύ τους, διαφωνώντας κατά διαστήματα για την ακριβή τοποθεσία του κρυμμένου αντικειμένου. Το έπαθλο και η ανάγκη να βρουν τα αυτοκόλλητα, ωθούσε τα παιδιά σε περαιτέρω συνεργασία στην προσπάθειά τους να αγγίξουν τον κοινό στόχο. Η ανομοιογένεια των 3 ομάδων λειτούργησε θετικά, καθώς τα παιδιά αλληλεπιδράσαν μεταξύ τους, συνεργάστηκαν και οδηγήθηκαν στην ανταλλαγή πληροφοριών μέσω της ανάπτυξης διαλόγου.
- ✓ Η συζήτηση που έγινε στα πλαίσια της πρώτης δραστηριότητας έπαιξε σημαντικό ρόλο στην ομαλή μετάβαση στην επόμενη δραστηριότητα, καθώς είχαμε επεξεργαστεί σε ένα βαθμό το χάρτη και κατ' επέκταση ορισμένα από τα αντικείμενα που απεικονίζονταν σε αυτόν.

- ✓ Τα παιδιά έδειξαν να αναγνωρίζουν τα αντικείμενα με βάση το σχήμα και όχι την θέση που κατείχαν στον χώρο. Πιο αναλυτικά, τα παιδιά οδηγούνταν άμεσα στην αναγνώριση των αντικειμένων, των οποίων η τρισδιάστατη μορφή, συμφωνούσε με την αναπαράσταση στο δισδιάστατο χαρτί, ως προς την μεγάλη επιφάνεια και το σχήμα (π.χ. τραπεζάκια, καρέκλες, κάδος, χαρτόνια). Αντίθετα, τα αντικείμενα των οποίων η αναπαράσταση σε κάτοψη λάμβανε μικρή επιφάνεια στο χάρτη, γίνονταν δυσκολότερα αντιληπτά από τα παιδιά (καλοριφέρ, πόρτα).
- ✓ Και στις 3 ομάδες, η έκβαση της δραστηριότητας ήταν η ίδια, καθώς όλα τα παιδιά κατάφεραν να αποκωδικοποιήσουν τον χάρτη και να ανακαλύψουν την ακριβή τοποθεσία των αυτοκόλλητων, όπως εμείς τα είχαμε κρύψει.
- ✓ Επιπλέον, όλα τα παιδιά μας υπέδειξαν το ακριβές σημείο τοποθέτησής μας στον χώρο με βάση τον χάρτη, ενώ ανακάλυψαν και τα κρυμμένα αντικείμενα.
- ✓ Τα παιδιά ανταποκρίθηκαν ως επί τω πλείστον στις έννοιες «μπροστά - πίσω» και «πάνω - κάτω» σε αντίθεση με τις έννοιες «δεξιά και αριστερά» για τις οποίες τα παιδιά έθεταν εκ νέου ερωτήσεις που είχαν την εξής μορφή: «δηλαδή από 'δώ;». Τα παιδιά έδειξαν να ακολουθούν τις οδηγίες των φοιτητριών σε περίπτωση αποπροσανατολισμού τους κατά την ερμηνεία του χάρτη. Για το λόγο αυτό, χρειάστηκε να χρησιμοποιηθούν από τις φοιτήτριες έννοιες που αναφέρονταν στις σχεσιακές θέσεις των αντικειμένων, αλλά και να οριστεί η θέση τους, με σημείο αναφοράς κάποιο άλλο αντικείμενο και όχι το σώμα των παιδιών. (πχ. Αντί να ερωτηθεί: «Τι βρίσκεται αριστερά σου;», ρωτήθηκε: «Τι βρίσκεται ανάμεσα στο καλοριφέρ και τη ντουλάπα;», αντί της ερώτησης: «Τι είναι δεξιά σου;», ρωτήθηκε: «Τι είναι απέναντι από τη ντουλάπα;»).
- ✓ Τα παιδιά λειτούργησαν με κάποια εξοικείωση στα πλαίσια ανάγνωσης του χάρτη και αναγνώρισης των σχημάτων των αναπαριστώμενων αντικειμένων. Παράλληλα, αντιλήφθηκαν σε ένα βαθμό τις θέσεις των αντικειμένων καθώς και την θέση του εαυτούς τους.

ΑΔΥΝΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

- ✓ Στις δύο εκ των τριών ομάδων τα παιδιά ανακάλυψαν τα αυτοκόλλητα ετεροχρονισμένα. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα τα παιδιά που είχαν βρει σχετικά γρήγορα την ακριβή θέση του κρυμμένου αντικειμένου, να μην βρίσκουν νόημα στην διαδικασία και να αρχίζουν να κουράζονται στα πλαίσια της προσμονής των υπολοίπων παιδιών για την ολοκλήρωση του παιχνιδιού, μην επιτρέποντας και στα υπόλοιπα να ψάξουν. Η συγκεκριμένη αντίδραση των παιδιών μας δημιούργησε απορία, ως προς τον τρόπο αντιμετώπισης της εκείνη την στιγμή .
- ✓ Κάποια παιδιά, στα πλαίσια της ανυπομονησίας προκειμένου να ολοκληρωθεί η διαδικασία και να «ακουμπήσουν» τον κρυμμένο «θησαυρό», μιλούσαν περισσότερο, με αποτέλεσμα να καλύπτουν τα λεγόμενα των συμμαθητών τους, που βρίσκονταν σε σκέψη και προβληματισμό, αναφορικά με την ανάγνωση του χάρτη και την αναζήτηση του θησαυρού.
- ✓ Παρόλο που οι κανόνες τηρήθηκαν από τα παιδιά, ίσως θα έπρεπε να είχαμε ορίσει με μεγαλύτερη σαφήνεια τους δικούς μας επικοινωνιακούς στόχους και να προβληματιζόμασταν σχετικά με αυτούς σε μεγαλύτερο βάθος. Αυτό θα συνέβαλε στην περαιτέρω εκμείευση πληροφοριών από τα παιδιά.

ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ ΣΕ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΗ ΕΠΟΜΕΝΗ ΦΟΡΑ

Όσον αφορά τους στόχους που τέθηκαν στον σχεδιασμό, φάνηκε να επιτυγχάνονται μετά το πέρας της δραστηριότητας. Ωστόσο:

- ✓ Σε μια επόμενη παρέμβαση και κατ' επέκταση διαφοροποίηση του σχεδιασμού, θα λαμβάναμε υπόψη την ετεροχρονισμένη ανακάλυψη του κρυμμένου αντικειμένου από τα παιδιά, προτείνοντας τρόπους ενασχόλησης τους και επιτρέποντας με αυτό τον τρόπο την εναπόθεση των προσωπικών ρυθμών του καθενός.
- ✓ Παράλληλα, θα αναδιαμορφώναμε τον σχεδιασμό ορίζοντας εκ νέου κανόνες στο παιχνίδι για να γίνει πιο αποτελεσματική η συζήτηση στα παιδιά τα οποία είχαν βρει ετεροχρονισμένα το θησαυρό και λόγω ανυπομονησίας είχαν σηκωθεί από τις θέσεις τους, μη αφήνοντας χώρο στα άλλα τα παιδιά.

Περιγραφή 3^{ης} ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Βασικό σκοπό του τελευταίου σταδίου του σχεδιασμού μας, αποτέλεσε η παρατήρηση κι η καταγραφή της ευχέρειας των παιδιών στην ανάγνωση, κατανόηση και κατασκευή των χαρτών. Πιο αναλυτικά, επιδιώξαμε την επαφή των παιδιών με τις χωρικές έννοιες, μέσα από την προοπτική προώθησης της σκέψης τους, αναφορικά με την αναπαράσταση ενός τρισδιάστατου χώρου στις δύο διαστάσεις του χαρτιού. Επιπρόσθετα, θέλαμε να παρατηρήσουμε το επίπεδο αντίληψης των παιδιών, όσον αφορά τη θέση των αντικειμένων και του εαυτού τους στο χώρο της τάξης, επομένως και το βαθμό στον οποίο μπορούν να προσανατολιστούν. Την προσοχή μας εστίασαμε ταυτόχρονα, στο κατά πόσο τα παιδιά αναγνώριζαν τα σχήματα των αντικειμένων και τις σχετικές αποστάσεις και θέσεις αυτών στο χώρο. Τέλος, επιδιώξαμε να έρθουν σε επαφή με το χάρτη και να μπουν στη διαδικασία ανάγνωσης, αλλά και κατασκευής του.

Πιο συγκεκριμένα, σε αυτή τη φάση του σχεδιασμού μας, τα παιδιά έπαιξαν μια λίγο παραλλαγμένη μορφή του "κρυμμένου θησαυρού". Κλήθηκαν να κατασκευάσουν τα ίδια από ένα χάρτη της «κόκκινης» τάξης (βλ. εικόνα4,5) , τονίζοντας το σημείο στο οποίο θα έκρυβαν το θησαυρό τους, σημειώνοντας ένα «X». Σκοπός ήταν να προσανατολίσουν τους συμμαθητές τους, για το πώς θα έβρισκαν τα αντικείμενα που τα ίδια θα είχαν κρύψει. Έτσι, από κάθε πενταμελή ομάδα, δύο παιδιά έλαβαν το ρόλο των χαρτογράφων, μετακινήθηκαν για την κατασκευή του χάρτη στην «κόκκινη» αίθουσα, ενώ τα υπόλοιπα τρία μέλη των ομάδων, παρέμειναν στη μωβ, έως ότου θα ολοκληρώνονταν οι κατασκευές και τα παιδιά θα είχαν κρύψει τους θησαυρούς. Αν και αρχικά είχε επιλεγεί η μωβ αίθουσα ως κατάλληλη προκειμένου τα παιδιά να αναπαραστήσουν σε δισδιάστατη μορφή, εν τέλει επιλέξαμε να χαρτογραφήσουν την κόκκινη αίθουσα. Για την αλλαγή αυτή καθοριστικό παράγοντα αποτέλεσε η αποφυγή μίμησης από τα παιδιά, των δικών μας χαρτών και η παραγωγή δικών τους πρωτότυπων δημιουργημάτων.

Μετά το πέρας της δραστηριότητας, συγκεντρωθήκαμε στην παρεούλα έτσι ώστε να συζητήσουμε με τα παιδιά για το αν ήταν όμορφοι οι θησαυροί που διαλέξαμε για εκείνα, με την ελπίδα οι δραστηριότητες που εφαρμόσαμε να ήταν διασκεδαστικές και καθόλα ενδιαφέρουσες

για εκείνα. Έτσι ολοκληρώθηκε και το τελευταίο στάδιο του σχεδιασμού μας, ευχαριστώντας και αποχαιρετώντας τα παιδιά.

ΔΥΝΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

- ✓ Τα παιδιά έδειξαν σχεδόν σε όλη τη διάρκεια της δραστηριότητας ιδιαίτερη εμπλοκή, υψηλά επίπεδα συνεργασίας και αμείωτο ενδιαφέρον, καθώς η σειρά των σταδίων της δραστηριότητας που έπρεπε να τηρηθεί, πρώτα η κατασκευή των χαρτών και έπειτα η αναζήτηση των δύο κρυμμένων θησαυρών για κάθε ομάδα, σύμφωνα με τον προδιαγεγραμμένο σχεδιασμό μας, που τους είχαμε εξηγήσει, τα έκανε να ανυπομονούν.
- ✓ Τα παιδιά (χαρτογράφοι) έφτιαξαν τους χάρτες τους, ανακαλώντας στην μνήμη τους ό,τι είχε ειπωθεί στην ολομέλεια σχετικά με αυτούς. Επιπροσθέτως, μπήκαν στη διαδικασία επεξεργασίας της οπτικής, σύμφωνα με την οποία θα έπρεπε να φαίνεται η αίθουσα, προκειμένου να οδηγηθούν στην κατασκευή του χάρτη και να αποφασίσουν τι θα εμπεριέχεται και τι θα φαίνεται σε αυτόν.
- ✓ Παρόλο τον αρχικό δισταγμό των παιδιών να σχεδιάσουν, φοβούμενα την απόρριψη του χάρτη τους υπό το πρίσμα του λάθους, η δική μας επιμονή ως προς την μη ύπαρξη «σωστού» και «λάθους», τα παρότρυνε να αποτυπώσουν και να αναπαραστήσουν την τάξη, όπως την είχαν κατά νου. Με αυτό τον τρόπο προέκυψαν διαφορετικοί χάρτες διαφορετικού περιεχομένου, καθώς κάθε παιδί κατέθεσε προσωπικά του στοιχεία στα πλαίσια του προσωπικού του ρυθμού.
- ✓ Τα παιδιά που έπαιξαν τον ρόλο του εξερευνητή, στην προσπάθειά τους να ανακαλύψουν το αντικείμενο, λάμβαναν υπόψη τις οδηγίες που έδιναν οι χαρτογράφοι σε μεγάλο βαθμό, ωστόσο το εξωτερικό κίνητρο, η ανυπομονησία για το έπαθλο, τα έκανε να λειτουργήσουν λίγο πιο αυθόρμητα ορισμένες φορές, ψάχνοντας σε όλα τα διαθέσιμα μέρη που θα μπορούσε να είχαν κρυφτεί τα αυτοκόλλητα.
- ✓ Οι οδηγίες που δίνουμε στα παιδιά, στα πλαίσια χαρτογράφησης και ανακάλυψης των αντικειμένων, αφορούσαν κατά κύριο λόγο στην ενίσχυση της τοπολογικής αντίληψης των παιδιών, όπως αναφέρουμε και στις αρχικές επιδιώξεις της δραστηριότητας. Πιο συγκεκριμένα οι παρεμβάσεις μας, όπου βέβαια αυτές κρίναμε ότι

ήταν απαραίτητες, κινήθηκαν γύρω από την προώθηση των εννοιών-πάνω, κάτω, δεξιά, αριστερά, μπροστά και πίσω- με στόχο την παρατήρηση των αντιδράσεων των παιδιών ως προς τον προσανατολισμό και την κατεύθυνσή τους.

- ✓ Στα πλαίσια χαρτογράφησης της αίθουσας, καθώς και παροχής πληροφοριών στους ερευνητές τα παιδιά χρησιμοποιούσαν γλωσσικές εκφράσεις που ενσωμάτωναν χωρικές έννοιες, δείχνοντας να τις έχουν κατανοήσει σε ένα βαθμό. Οι έννοιες «πάνω, κάτω, μπροστά και πίσω» ήταν εκείνες στις οποίες αναφέρθηκαν τα παιδιά ως επί το πλείστον, ενώ ένα μόνο παιδί χρησιμοποίησε τους όρους «δεξιά, αριστερά» στην προσπάθεια χαρτογράφησης και αναπαράστασης της αίθουσας.
- ✓ Φάνηκε να είχε γίνει σε έναν βαθμό αντιληπτή από τα παιδιά η σημασία για τη χρήση του σημείου αναφοράς καθώς και του προσανατολισμού. Ορισμένα παιδιά συμπεριέλαβαν στους χάρτες τους αντικείμενα και εκτός του οπτικού τους πεδίου, κάτι που απαιτεί την μετατόπιση του σημείου αναφοράς από το ίδιο τους το σώμα σε κάποιο άλλο σημείο. Ωστόσο, υπήρχαν και νήπια που περιορίστηκαν βάση του σώματός τους-σημείου αναφοράς τους, σε ό, τι βρισκόταν εντός του δικού τους οπτικού πεδίου.
- ✓ Τα παιδιά αντιμετώπισαν σημαντική δυσκολία στην αλλαγή οπτικής γωνίας, κάτι που φάνηκε στην ως επί το πλείστον αναπαράσταση αντικειμένων σε μπροστινή όψη και όχι σε κάτοψη. Ωστόσο, η δραστηριότητα πιστεύουμε πως ώθησε τα νήπια να προσπαθήσουν να υιοθετήσουν διαφορετικές οπτικές γωνίες και ιδίως σε ένα σημαντικό βαθμό δυσκολίας, καθώς η ζητούμενη οπτική γωνία (από πάνω), βρίσκεται καθημερινά εκτός του οπτικού τους πεδίου.
- ✓ Λειτουργήσαν με κάποια εξοικείωση στα πλαίσια της κατασκευής των χαρτών, όσον αφορά την αντίληψή τους σχετικά με τη θέση των αντικειμένων, όπως επίσης και του εαυτού τους στο χώρο της τάξης. Φάνηκε ακόμα, να αναγνωρίζουν τα σχήματα των αντικειμένων και τις σχετικές αποστάσεις τους στο χώρο.

ΑΔΥΝΑΤΑ ΣΗΜΕΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

- ✓ Κατά τη διάρκεια χαρτογράφησης και της προσπάθειας των παιδιών να αναπαραστήσουν την κόκκινη αίθουσα, αποτυπώνοντας την τρισδιάστατη πραγματικότητα στις 2 διαστάσεις του χαρτιού, τα παιδιά εστίασαν ως επί τω πλείστον, στο να επιτευχθεί συμφωνία μεταξύ των πραγματικών και των αναπαριστώμενων αντικειμένων, αναφορικά με τα σχήματα, τα χρώματα και τη ζωγραφική. Παρατηρήθηκε πως δεν προβληματίστηκαν τόσο με τη σχεσιακή θέση των αντικειμένων, στοχεύοντας στη δημιουργία ενός ευανάγνωστου χάρτη που θα προσανατόλιζε στη συνέχεια τους ερευνητές. Στην εφαρμογή της συγκεκριμένης δραστηριότητας δηλαδή, δεν παρατηρείται σαφής διαχωρισμός μεταξύ ενός χάρτη και μιας ζωγραφιάς, καθώς όπως και στις προηγούμενες δραστηριότητες, τα παιδιά δείχνουν να εστιάζουν και πάλι στην γεωμετρική ακρίβεια των αντικειμένων και όχι σε συμβολισμούς.
- ✓ Ο ρόλος του χαρτογράφου είχε πολύ μεγαλύτερη απήχηση από την αναμενόμενη, με αποτέλεσμα να αναγκαστούμε να επιλέξουμε τυχαία δύο παιδιά. Αυτό οδήγησε στην απογοήτευση των άλλων παιδιών που διεκδίκησαν τη θέση αυτή.

ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗΣ ΣΕ ΤΥΧΟΝ ΕΠΟΜΕΝΗ ΦΟΡΑ

Στο μεγαλύτερο μέρος της η παρέμβαση ήταν επιτυχής και ως εκ τούτου δε θα αλλάζαμε κάτι, σε σχέση με τον αρχικό σχεδιασμό. Ωστόσο, καλό θα ήταν σε τυχόν επόμενη φορά, να είχαμε δώσει σε όλα τα μέλη των ομάδων το ρόλο του χαρτογράφου, τοποθετώντας τα μισά μέλη των ομάδων στην «κόκκινη» αίθουσα και τα άλλα μισά στη «μωβ», προκειμένου να γίνει χαρτογράφηση και των δύο αιθουσών και μετέπειτα αναζήτηση θησαυρών αντίστροφα. Αυτή η διαφοροποίηση, θα γινόταν με σκοπό την αποφυγή της απογοήτευσης των παιδιών που ήθελαν να λάβουν το ρόλο του χαρτογράφου και τελικά δεν μπόρεσαν, με την οποία ήρθαμε αντιμέτωπες.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Στην προσπάθειά μας να αναλύσουμε και να κατανοήσουμε τους χάρτες των παιδιών, εστιάσαμε σε συγκεκριμένα στοιχεία, βάση ορισμένων αξόνων, όπως την οπτική γωνία, την αποτύπωση των σχημάτων και των μεγεθών των αντικειμένων και τέλος τη θέση και τον προσανατολισμό των αντικειμένων.

❖ Οπτική γωνία

Παρατηρήθηκε μερική αλλαγή της οπτικής γωνίας από τα παιδιά, καθώς τα αντικείμενα αποτυπώθηκαν είτε σε μπροστινή όψη, είτε σε κάτωψη, ωστόσο υπήρξαν περιπτώσεις όπου οι τρεις διαστάσεις των αντικειμένων ενσωματώνονταν στο σχέδιο (βλ.χάρτης 1,5). Όπως φαίνεται και στο Χάρτη 3, τα παιδιά επέλεξαν ως επι το πλείστον την αποτύπωση της μπροστινής όψης απεικονίζοντας ακόμη και τους ανθρώπους. Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας φάνηκε να υπάρχει σύγχυση ως προς το περιεχόμενο αυτής, καθώς δόθηκε περισσότερη έμφαση στα εικαστικά της μέρη (χρώματα, ζωγραφική) και όχι τόσο στην αποτύπωση ενός ευανάγνωστου χάρτη για τους εξερευνητές (βλ. Χάρτης 3,4). Ταυτόχρονα, εντοπίσαμε δυσκολία στη μετατόπιση του σημείου αναφοράς των παιδιών, καθώς κάποια δεν κατάφεραν να αποτυπώσουν αντικείμενα εκτός του οπτικού τους πεδίου (βλ.Χάρτης 1,5).

❖ Αποτύπωση σχημάτων- μεγεθών

Ως επί το πλείστον οι χαρτογράφοι απέδωσαν με ρεαλισμό τα σχήματα των αντικειμένων και με ιδιαίτερη ακρίβεια (βλ. Χάρτης 1,2,3). Ωστόσο αναφορικά με τα μεγέθη, παρατηρήθηκε κάπου-κάπου μια δυσαναλογία μεταξύ τους, κάτι που δεν καθιστά ξεκάθαρη τη συσχέτιση που ίσως έκαναν τα παιδιά, ανάμεσα στα πραγματικά μεγέθη των αντικειμένων και εκείνων που αποτύπωσαν (βλ. Χάρτης 1,4). Εξάιρεση αποτέλεσαν ορισμένα παιδιά τα οποία επιδίωξαν να διατηρήσουν την αναλογία των αντικειμένων, δείχνοντας να κατανοούν τη διατήρηση των χαρακτηριστικών των αντικειμένων, ακόμη και κατά την αναπαράστασή τους. (βλ. Χάρτης 3)

❖ **Σχεσιακή θέση αντικειμένων- προσανατολισμός**

Αναφορικά με την αποτύπωση της σχεσιακής θέσης των αντικειμένων στους χάρτες, φάνηκε να είναι περισσότερο ρεαλιστική σε σχέση με τη διατήρηση των αναλογικών αποστάσεων των αντικειμένων, χωρίς αυτό να σημαίνει πως δεν υπήρχαν και οι εξαιρέσεις, (βλ. Χάρτης 4, 5) καθώς παρατηρήθηκε σύγχυση στη σύνδεση των αποτυπωμένων θέσεων των αντικειμένων, με εκείνων της πραγματικότητας. Παράλληλα όμως, εντοπίσαμε κάπου χρήση και εξοικείωση με τοπολογικές έννοιες (δεξιά- αριστερά), που υποδεικνύουν ένα μεταβατικό εξελικτικό στάδιο κατανόησης του εαυτού τους στο χώρο και μετέπειτα του προσανατολισμού τους σε αυτόν (βλ. Χάρτης 3, 4). Βέβαια, η μη ξεκάθαρη τοποθέτηση των αντικειμένων στο χώρο, που δε συμβάδιζε σταθερά με την πραγματικότητα, δημιούργησε μια ομιχλώδη εικόνα αναφορικά με τη κατανόηση του παιδιού και τη σχεσιακή θέση των αντικειμένων (βλ. Χάρτης 4, 6).

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΧΑΡΤΩΝ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΕΞΕΡΕΥΝΗΤΕΣ

Συνοπτικά, ύστερα από την παρατήρηση και των τριών ομάδων εξερευνητών, η μελέτη του εκάστοτε χάρτη συνεισέφερε στην αναγνώριση των αναπαριστώμενων αντικειμένων, των θέσεων του «θησαυρού» και στον προσανατολισμό των παιδιών ώστε να κατευθυνθούν σωστά στο χώρο. Ωστόσο, ο Χάρτης 2 ακόμα και μετά την ανάγνωσή του από τα παιδιά δεν τα βοήθησε να προσανατολιστούν. Εμπόδιο αποτέλεσε και η σύγχυση στην αποτύπωση των σχεσιακών θέσεων των αντικειμένων (βλ. Χάρτης 5), με αποτέλεσμα να δώσει μια γενική κατεύθυνση στα παιδιά, χωρίς να ξεδιαλύνει τη θέση της κρυψώνας. Τέλος, παρατηρήθηκε χρήση και κατανόηση τοπολογικών εννοιών που ωθούσε στην εξερεύνηση των «θησαυρών», η οποία όμως περιοριζόταν στις έννοιες «πάνω, κάτω, μπροστά, πίσω».

ΓΕΝΙΚΗ ΟΜΑΔΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Όλες οι φοιτήτριες λάβαμε τον ρόλο των συμμετεχόντων παρατηρητών που εμπλέκονταν στις ίδιες δραστηριότητες που επιχείρησαν να παρατηρήσουν (Cohen & Manion, 1997). Ο ρόλος μας δεν υπήρξε καθοδηγητικός αλλά βοηθητικός, θέτοντας ανοιχτές ερωτήσεις, προκειμένου τα ίδια τα παιδιά να εμπλακούν σε μία κατάσταση επίλυσης του προβλήματος που αντιμετώπιζαν. Παρακινήσαμε τα νήπια να κάνουν σαφείς τις σκέψεις τους, καθώς επίσης και να προκαλέσουν τις δράσεις και τις εξηγήσεις τους, χωρίς να τους παρέχουμε έτοιμες λύσεις στον προβληματισμό τους αποθαρρύνοντας τα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

Ανδρούσου Α., Κλειδιά και αντικλειδιά. Κίνητρο στην εκπαίδευση, ΥΠΕΠΘ, Αθήνα, 2002

Δαφέρμου Χ., Κουλούρη Π., Μπασαγιάννη Ε., Οδηγός νηπιαγωγού. Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης, Οργανισμός εκδόσεων διδακτικών βιβλίων, Αθήνα, 2009

Ζαχάρος Κ., «Οι μαθηματικές έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η διδασκαλία τους», Μεταίχμιο, Αθήνα, 2006

Ιωαννίδου Μ., Δημητρακοπούλου Α., «Μαθησιακές δραστηριότητες που εμπλέκουν χωρικές έννοιες και αναπαραστάσεις για παιδιά προσχολικής ηλικίας με τη χρήση τεχνολογικού περιβάλλοντος χαρτογράφησης», Ρόδος, 2002

Καφούση Σ. και Σκουμπουρδή Χ., «Τα μαθηματικά των παιδιών 4-6 ετών, αριθμοί και χώρος, Πατάκης, Αθήνα, 2012

Κοντοδήμας Δ. « Εισαγωγή του παιδιού-κανονικού / ειδικού- στα μαθηματικά – νηπιαγωγείο, δημοτικό», Ρακούγγα. Αθήνα, 1986

Κοζάκου – Τσιάρα Ο., «Εισαγωγή στη εικαστική γλώσσα», Gutenberg, Αθήνα, 1991

- Πατρώνης Τ., «Θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες και παιδική σκέψη», Δίπτυχο, Αθήνα, 2001
- Τζεκάκη Μ., «Μαθηματικές Δραστηριότητες για την Προσχολική Ηλικία», Gutenberg- Παιδαγωγική Σειρά, Αθήνα, 1996
- Τζεκάκη Μ., «Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα», Gutenberg, Αθήνα, 2007
- Τρέσσου Ε., «Η διδασκαλία των μαθηματικών. Εκπαίδευση γλωσσικών μειονοτήτων.», Επίκεντρο, Θεσσαλονίκη, 2007
- Φλοράνς Ντε Μερεντιέ, «Το παιδικό σχέδιο», Υποδομή, Αθήνα, 1981)

ΞΕΝΗ

- Hayne W. R., Advances in child development and behavior, understanding maps us symbols : the development of the map concepts in children, Academic Press, INC, 1989
- Hayne W. R., Advances in child development and behavior: the development of the map concepts in children, Academic Press, INC, 1994
- Spencer Christopher and Blades Mark, children and their environment, learning, using and designing spaces, University press, Cambridge, 2005

ΑΡΘΡΑ ΑΠΟ INTERNET

- Αδάμ Δ., «Ιστορία του χάρτη», 13/09/2011, http://paidio.blogspot.gr/2011/09/blog-post_13.html, πρόσβαση: 28/10/2012
- Βικιπαιδεία, «Χαρτογραφία», 3-09-2012, <http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A7%CE%B1%CF%81%CF%84%CE%BF%CE%B3%CF%81%CE%B1%CF%86%CE%AF%CE%B1>, πρόσβαση : 28/10/2012
- Φλιππακοπούλου Β., Νάκος Β., «Παιδιά και χαρτογραφία», Απρίλιος 2011, http://users.ntua.gr/bnakos/Children_and_Mapping.html, πρόσβαση: 26/10/2012

Smith M., «mapping how young children learn», 2010, <http://www.sesp.northwestern.edu/news-center/inquiry/archives/2010-spring/mapping-how-young.html>, πρόσβαση:26/10/12

Stanley D. Ivie, Ausubel's Learning Theory: An Approach To Teaching Higher Order Thinking Skills.(educational psychologist David Paul Ausubel), Οκτώβριος 1998, http://imet.csus.edu/imet9/281/docs/ivie_1998.pdf, 06/12/2012

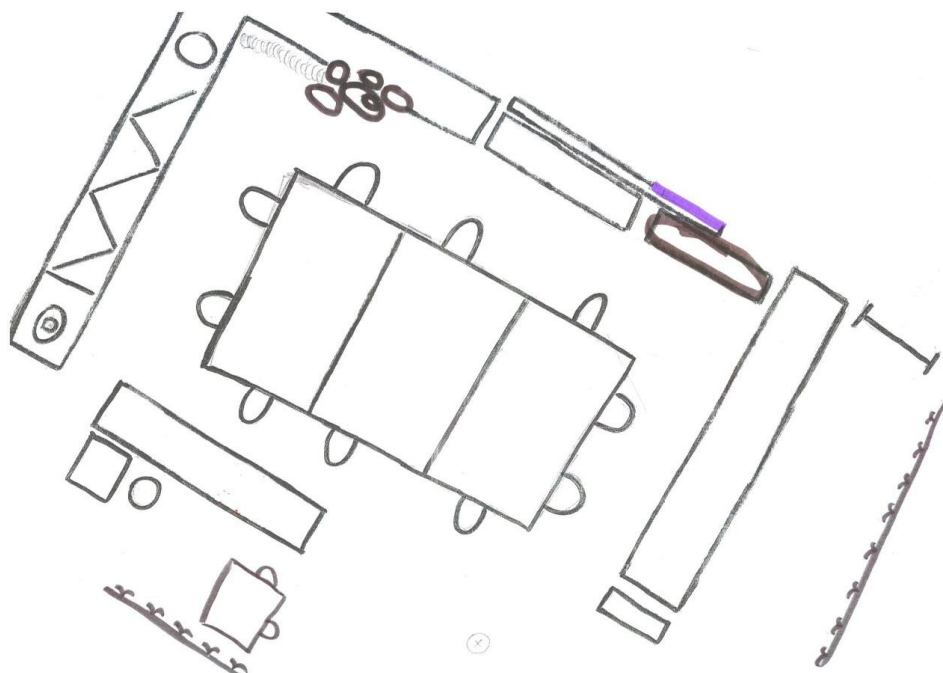
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ - ΦΩΤΟΓΡΑΦΙΚΟ ΥΛΙΚΟ



Εικόνα 1, Φωτογραφία «μώβ» αίθουσας



Εικόνα 2 , ζωγραφιά «μώβ» αίθουσας



Εικόνα 3, Χάρτης της «μώβ» αίθουσας

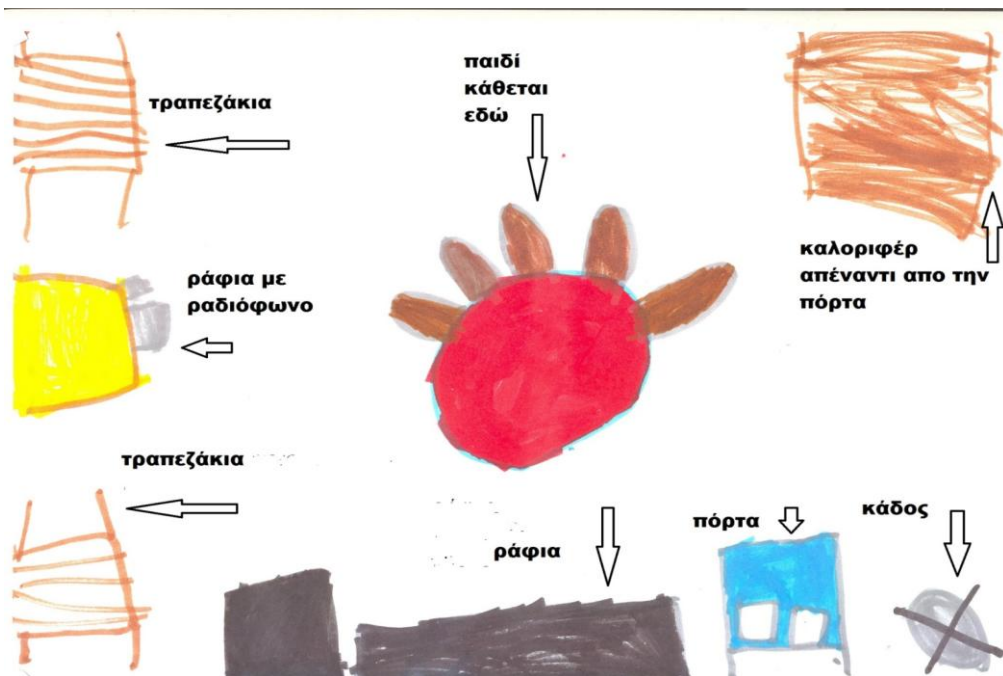


Εικόνα 4, φωτογραφία «κόκκινης» αίθουσας



Εικόνα 5, φωτογραφία «κόκκινης» αίθουσας

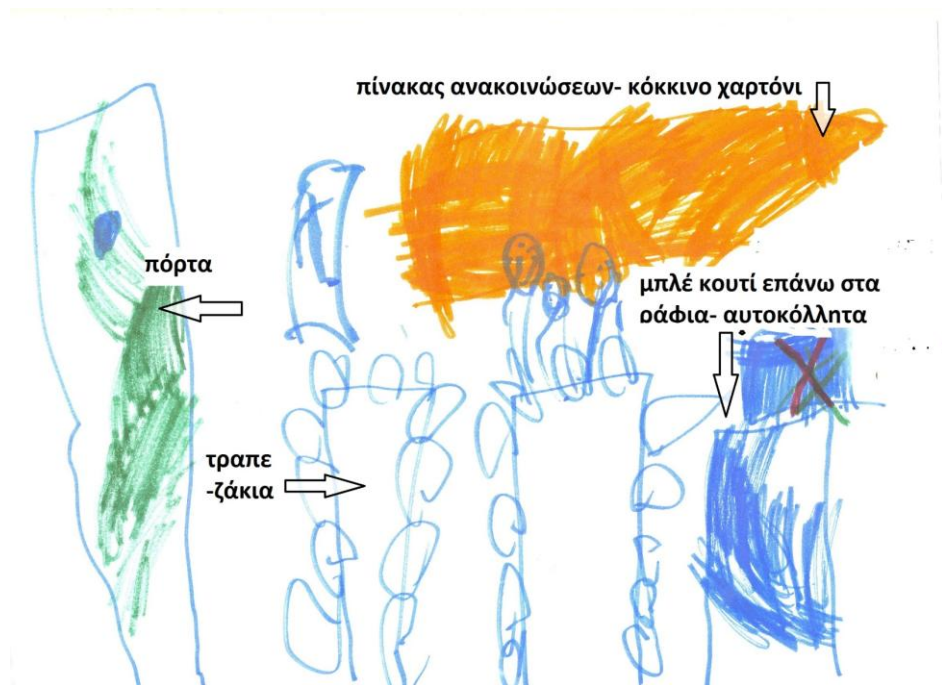
ΧΑΡΤΕΣ ΚΟΚΚΙΝΗΣ ΑΙΘΟΥΣΑΣ



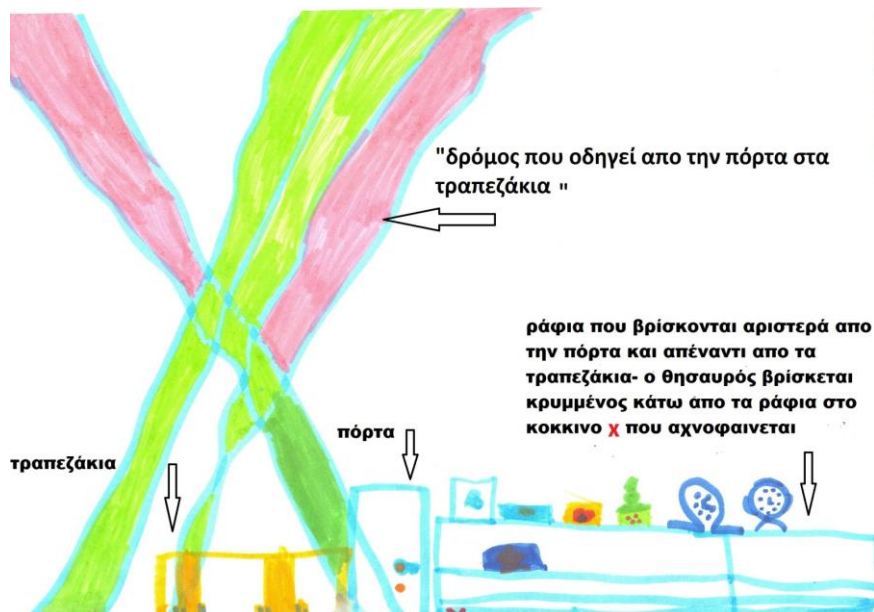
ΧΑΡΤΗΣ 1-



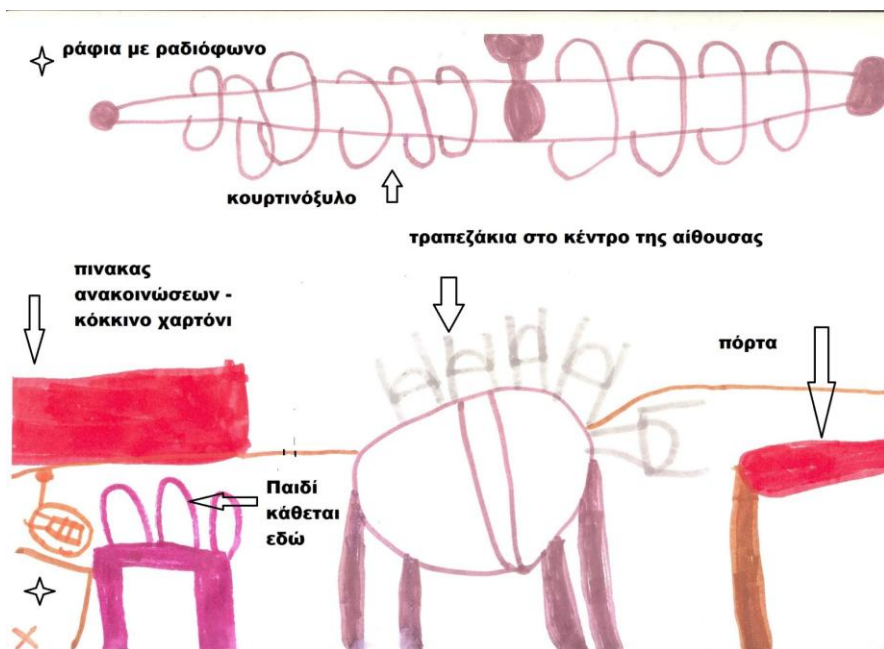
ΧΑΡΤΗΣ 2



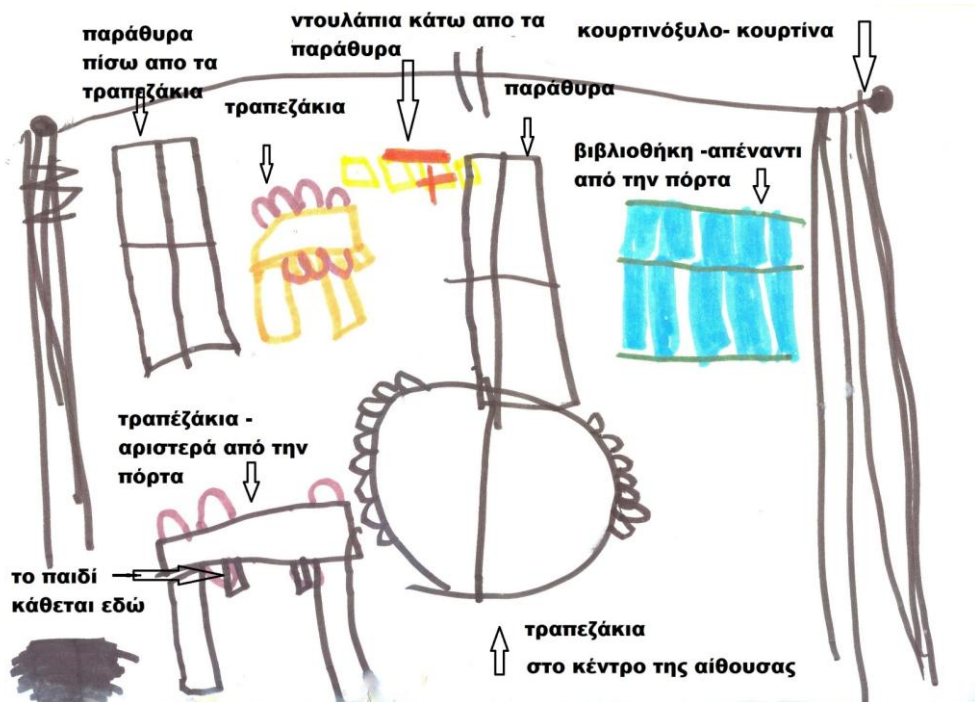
ΧΑΡΤΗΣ 3



ΧΑΡΤΗΣ 4



ΧΑΡΤΗΣ 5



ΧΑΡΤΗΣ 6- (πρώτο μέρος)



-ΧΑΡΤΗΣ 6-(συνέχεια από δεξιά του πρώτου μέρους)

art.koulou@gmail.com

chrysoyla.ppoliti@gmail.com

[λευκή σελίδα]

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΦΩΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΠΙΓΝΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΞΙΟΤΗΤΩΝ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ: ΜΙΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Σουλτάνα Μάνεση

Νηπιαγωγός, MEd

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εισήγησης είναι μέσα από την επισκόπηση της ελληνικής και ξένης σχετικής βιβλιογραφίας να διαφανεί ο ιδιαίτερος ρόλος της φωνολογικής επίγνωσης στην ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων και την κατανόηση των πρωτομαθηματικών εννοιών κατά την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Η βιβλιογραφική επισκόπηση που προτείνεται στην παρούσα εργασία φιλοδοξεί να μελετήσει τους άξονες που προσδιορίζουν τη σχέση μεταξύ φωνολογικής επίγνωσης και κατάκτησης πρωτομαθηματικών εννοιών: το συγκεκριμένο πεδίο έρευνας, αν και λιγότερο μελετημένο, παρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον, καθώς οι διαδικασίες μάθησης που απαιτούνται για τη χρήση των φωνημάτων και λέξεων στον προφορικό λόγο (γλωσσικός κώδικας) φαίνεται να παρουσιάζουν εντυπωσιακά κοινά σημεία με την εκμάθηση των αριθμητικών συμβόλων, των αριθμητικών εννοιών και την έκφραση αριθμητικών ποσοτήτων.

Εισαγωγή

Το 2002 η *Εθνική Ένωση για την Εκπαίδευση των Μικρών Παιδιών* (NAEYC) σε συνεργασία με το *Εθνικό Συμβούλιο Καθηγητών των Μαθηματικών* των ΗΠΑ (NCTM) δημοσίευσε ένα κείμενο, στο οποίο διατυπώνονται και αναλύονται οι αρχές και τα κριτήρια που οφείλουν να διέπουν τις διδακτικές πρακτικές και τη διδασκαλία των μαθηματικών σε προγράμματα που απευθύνονται σε παιδιά 3 έως 6 χρόνων (NAEYC/NCTM, 2002). Σε αυτό προτάσσεται η ανάγκη για *υψηλής ποιότητας και ελκυστική* διδασκαλία των Μαθηματικών στην Προσχολική Αγωγή (Varol&Farran, 2006). Επιπλέον, ο Clements (2008) επισημαίνει ότι τα τελευταία χρόνια διαπιστώνεται αυξημένο ενδιαφέρον και ερευνητική δραστηριότητα για τη μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία. Η παρούσα εργασία θα επιδιώξει μέσα από την επισκόπηση της ελληνικής και ξένης βιβλιογραφίας και των σχετικών ερευνητικών προσπαθειών να περιγράψει τις δραστηριότητες φωνολογικής επίγνωσης που σχετίζονται και υποβοηθούν την ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων σε παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας. Επιπλέον, θα γίνει αναφορά στις διαδικασίες μάθησης που απαιτούνται για τη χρήση των φωνημάτων, τον συνδυασμό φωνημάτων σε μορφήματα και των μορφημάτων σε λέξεις, οι οποίες φαίνεται να παρουσιάζουν εντυπωσιακά κοινά σημεία τόσο με τον τρόπο οικοδόμησης της μαθηματικής σκέψης στην προσχολική ηλικία όσο και με την εκμάθηση των αριθμητικών συμβόλων, των αριθμητικών εννοιών και την έκφραση αριθμητικών ποσοτήτων (Tolchinsky, 2003).

Η οικοδόμηση της μαθηματικής σκέψης στην προσχολική ηλικία

Για τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας ο κυριότερος τρόπος οικοδόμησης της μαθηματικής γνώσης στο πλαίσιο του σχολικού περιβάλλοντος είναι μέσω της επίλυσης προβλημάτων (προβληματισμών) που προκύπτουν από τις καθημερινές ρουτίνες του προγράμματος του νηπιαγωγείου ή κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων και του ελεύθερου παιχνιδιού (Charlesworth, 2005). Συγκεκριμένα, σχετικά με την παιδαγωγική αξία του ελεύθερου παιχνιδιού για την οικοδόμηση πρωτομαθηματικών εννοιών, οι

Clements&Sarama (2005) αναφέρουν έξι κατηγορίες εννοιών που αναδεικνύονται μέσα από το παιχνίδι: ομαδοποίηση και ταξινόμηση, σύγκριση μεγεθών, αρίθμηση-απαρίθμηση, δυναμικές μετατροπές, σχήματα-κανονικότητες και χωρικές σχέσεις.

Για την Dunphy(2009), εξάλλου, τρεις από τους βασικούς άξονες της ποιοτικής προσχολικής μαθηματικής εκπαίδευσης είναι η οικοδόμηση της νέας γνώσης πάνω στην προηγούμενη γνώση των παιδιών, η εμπλοκή τους σε γενικές μαθηματικές δραστηριότητες και η διαδικασία αξιολόγησης των αποτελεσμάτων της εκπαιδευτικής δράσης. Παρομοίως, οι Clements&Sarama (2009) επισημαίνουν ότι τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας ακολουθούν μια φυσική αναπτυξιακή πορεία για την κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης πολύ πριν εισέλθουν στις δομές της τυπικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Το εμπλουτισμένο μαθησιακό περιβάλλον διαμορφώνεται, όταν ο εκπαιδευτικός κατανοεί αυτήν την αναπτυξιακή πορεία-μαθησιακή τροχιά και διαμορφώνει εκπαιδευτικές δράσεις που να την υποστηρίζουν και να την βελτιώνουν, οδηγώντας ακολούθως το παιδί σε υψηλότερα επίπεδα σκέψης.

Η μέχρι τώρα επιστημονική έρευνα στον τομέα των Μαθηματικών στην Προσχολική Αγωγή φαίνεται να έχει επικεντρωθεί στους ποσοτικούς προβλεπτικούς παράγοντες που συνδέονται τόσο με την ανάπτυξη της «έννοιας» ή «αίσθησης του αριθμού» (*numbersense*) στην προσχολική ηλικία (Jordan κ.ά., 2007· Καπέλου & Καλδρυμίδου, 2003 · Saracho&Spodek, 2009) όσο και με την κατάκτηση των μαθηματικών δεξιοτήτων στην πρώτη σχολική ηλικία (Geary κ.ά., 2000 · Aunio&Niemi, 2010). Τα τελευταία χρόνια, ωστόσο, σημαντικός αριθμός ερευνών έχει εξετάσει τις δραστηριότητες γραμματισμού σε παιδιά προσχολικής ηλικίας που φαίνεται να σχετίζονται με την ανάπτυξη και έκφραση των μαθηματικών δεξιοτήτων (Purpura κ.ά., 2011 · Anders κ.ά., 2012 · Manolitsis κ.ά., 2013). Τα πορίσματα των ερευνών αυτών καταδεικνύουν ότι οι αναγνωστικές και μαθηματικές δεξιότητες σχετίζονται άμεσα: παιδιά, τα οποία αντιμετωπίζουν συνολικά σημαντικές δυσκολίες στην ανάγνωση είναι πολύ πιθανό να αντιμετωπίσουν δυσκολία και στα μαθηματικά και αντίστροφα (Hecht κ.ά., 2001).

Ακολουθως, θα επιχειρηθεί μια σύντομη εννοιολογική προσέγγιση του αναδυόμενου γραμματισμού (emergent literacy) καθώς και των βασικών μεταγλωσσικών ικανοτήτων που σχετίζονται άμεσα με την κατάκτηση της ανάγνωσης και της γραφής (Τάφα, 2001): στόχος θα είναι να τονιστεί ότι από τις τρεις βασικές δεξιότητες γραμματισμού, εκείνη που συνδέεται περισσότερο με τις μαθηματικές δεξιότητες είναι η φωνολογική επίγνωση.

Αναδυόμενος γραμματισμός και μεταγλωσσικές ικανότητες

Με τον όρο *αναδυόμενος γραμματισμός* αναφερόμαστε στη σταδιακή ανάπτυξη των στάσεων, γνώσεων και δεξιοτήτων που αναγνωρίζονται ως ιδιαίτερα σημαντικές στη μάθηση της ανάγνωσης και της γραφής (Sénéchal and LeFevre, 2001 · Stadler & McEvoy, 2003), καθώς σχετίζονται με την αποκωδικοποίηση του γραπτού λόγου και την κατανόηση του μηνύματός του και παρατηρούνται πολύ πριν την είσοδο του παιδιού στο δημοτικό σχολείο (Παπούλια-Τζελέπη, 2001). Συγκεκριμένα, προς το τέλος της προσχολικής ηλικίας τα παιδιά έχουν αφομοιώσει τους περισσότερους κανόνες που διέπουν τα τέσσερα βασικά στοιχεία της γλώσσας (φωνολογικό, συντακτικό, σημασιολογικό και πραγματολογικό), ενώ έχουν επίσης αναπτύξει τις βασικές μεταγλωσσικές ικανότητες που τους επιτρέπουν να ελέγχουν τη δομή του προφορικού τους λόγου και να χρησιμοποιούν τη γλώσσα ως φορέα συλλογισμών (McGinty κ.ά., 2012 · Γιάντσιος, 2006).

Μία από τις σημαντικότερες μεταγλωσσικές ικανότητες είναι η φωνολογική επίγνωση που αναφέρεται στην κατανόηση ότι οι λέξεις αποτελούνται από διακριτά μέρη (φωνολογικές μονάδες) και στην ικανότητα του παιδιού να τα διακρίνει μέσα στις λέξεις, οδηγούμενο σταδιακά στην κατανόηση της εσωτερικής δομής της γλώσσας. Ως εκ τούτου, το παιδί που έχει αναπτυγμένη φωνολογική επίγνωση είναι σε θέση να αναλύει και να συνθέτει λέξεις από συλλαβές και φωνήματα, να προσθέτει ή να αφαιρεί φωνήματα, να απομονώνει φωνήματα ή συλλαβές και γενικά να χειρίζεται επιδέξια τα δομικά στοιχεία του προφορικού λόγου (Παντελιάδου, 2001 · Πόρποδας, 2002).

Η σχέση γλωσσικού και μαθηματικού εγγραμματισμού

Τα τελευταία χρόνια ο πρωταρχικός στόχος της προσχολικής μαθηματικής εκπαίδευσης διαφοροποιείται: από την παλαιότερη έμφαση στον αριθμητισμό (*numeracy*) ως απλής γνώσης της αρίθμησης και των βασικών πρωτομαθηματικών εννοιών οδηγούμαστε σταδιακά σε αυτό που στην βιβλιογραφία αναφέρεται ως *μαθηματικός εγγραμματισμός* (*mathematicalliteracy*) (Γραίκος, 2009). Το μαθηματικά εγγράμματο άτομο κατανοεί τον ιδιαίτερο ρόλο που παίζουν τα μαθηματικά στην καθημερινότητά του, διαθέτει διερευνητικό πνεύμα και ικανότητα να περιγράφει, να αναλύει, να αιτιολογεί, να επιλύει προβλήματα και να παίρνει αποφάσεις (Dymoke&Harrison, 2008).

Η συσχέτιση γράμματος-αριθμού έχει αποτελέσει αντικείμενο αρκετών ερευνών, τα πορίσματα των οποίων καταδεικνύουν ότι τα παιδιά που τα καταφέρνουν καλύτερα στα μαθηματικά έχουν την ικανότητα να εξηγούν και να αιτιολογούν τις σκέψεις και τις δράσεις τους, εξελίσσοντας έτσι και τις γλωσσικές τους δεξιότητες. Παράλληλα, η γλωσσική ανάπτυξη φαίνεται να υποστηρίζει αμφίδρομα και δυναμικά τις μαθηματικές δεξιότητες των παιδιών: πιο συγκεκριμένα, διαβάζοντας στα μικρά παιδιά ιστορίες, ο εκπαιδευτικός έχει την ευκαιρία να μιλήσει για τους αριθμούς, τις αντιστοιχίες, τις ομαδοποιήσεις, τις κανονικότητες, τα σχήματα και ένα πλήθος πρωτομαθηματικών εννοιών, παίρνοντας αφορμή είτε από την εικονογράφηση του βιβλίου είτε από το ίδιο το κείμενο, κάνοντας χρήση «μαθηματικής γλώσσας» και προάγοντας τη «μαθηματική επικοινωνία»(Clements&Sarama, 2006 · Cooke&Buchholz, 2005).

Μικρότερος είναι ο αριθμός των ερευνών που έχουν μελετήσει την επίδραση γνωστικών δεξιοτήτων, όπως είναι η φωνολογική εργαζόμενη μνήμη (Swanson κ.ά., 2008 · Passolunghi κ.ά., 2007) και το επίπεδο φωνολογικής επεξεργασίας (Defior&Tudela, 1994 · Alloway κ.ά., 2005 · Austin κ.ά., 2013 · Cirino, 2011· Laing&Hulme, 1999) στην ανάπτυξη της αριθμητικής ικανότητας των νηπίων και στην κατάκτηση των πρωτομαθηματικών εννοιών στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Σύνοψη επισκόπηση αυτών των ερευνητικών προσπαθειών θα γίνει στις αμέσως επόμενες παραγράφους.

Φωνολογική επίγνωση και μαθηματικές δεξιότητες: επισκόπηση ερευνών

Θέλοντας να ενσωματώσουν τόσο τις ποσοτικές όσο και τις μη ποσοτικές μεταβλητές που φαίνεται να αποτελούν βασικούς προβλεπτικούς παράγοντες για την ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων στα μικρά παιδιά, οι LeFevre κ.ά. (2010) πρότειναν ένα μοντέλο τροχιών (γνωστό ως “*thepathwaysmodel*”), στο οποίο περιγράφουν τα γνωστικά εκείνα συστήματα (τροχιές) που είναι εξόχως σημαντικά για την επιδεξιότητα στα Μαθηματικά. Το πρώτο σύστημα είναι αριθμητικό-ποσοτικό και αναφέρεται σε δραστηριότητες υπολογισμού ποσοτήτων και συγκρίσεων. Το δεύτερο σύστημα είναι γλωσσολογικό και εξετάζει το λεξιλόγιο και το επίπεδο φωνολογικής επίγνωσης του υποκειμένου, ενώ το τρίτο σύστημα είναι χωρικό (*spatial*) και αναφέρεται σε δεξιότητες απομνημόνευσης χωρικών σχέσεων (οπτικοχωρική εργαζόμενη μνήμη).

Αξιοποιώντας το μοντέλο αυτό και μελετώντας (μεταξύ άλλων μεταβλητών) τον ρόλο της φωνολογικής επίγνωσης στη δεξιότητα εκτέλεσης απλών πράξεων πρόσθεσης, ο Cirino (2011) διερεύνησε την ικανότητα παιδιών νηπιαγωγείου να συνθέτουν λέξεις από μεμονωμένα φωνήματα καθώς και την ικανότητά τους να συνθέτουν μία καινούρια λέξη ύστερα από την απαλοιφή ενός φωνήματος. Το επίπεδο φωνολογικής επίγνωσης των νηπίων ως προς τις δύο αυτές εξεταζόμενες μεταβλητές φάνηκε να έχει έμμεση επίδραση στην ικανότητά τους να κάνουν προσθέσεις με αριθμούς μέχρι το δέκα, ενώ το εύρημα αυτό συμφωνεί με μία ακόμα έρευνα των Leather και Henry (1994), σύμφωνα με τους οποίους η φωνολογική επίγνωση αναδεικνύεται ως βασικός προβλεπτικός παράγοντας της αριθμητικής ικανότητας σε παιδιά ηλικίας 7 ετών.

Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξε και διαχρονική έρευνα (Koronen κ.ά., 2007) που μελέτησε 178 παιδιά από την προσχολική ηλικία μέχρι την Δ' Δημοτικού (*Grade 4*): το επίπεδο της φωνολογικής επίγνωσης των νηπίων εξετάστηκε ως προς την ικανότητα αναγνώρισης του αρχικού φωνήματος μίας λέξης και του εντοπισμού (από ένα σύνολο εικόνων) των λέξεων που ξεκινούν με το ίδιο φώνημα. Στη συγκεκριμένη δοκιμασία, το επίπεδο φωνολογικής επίγνωσης φάνηκε να είναι ισχυρός προβλεπτικός παράγοντας της ικανότητας των

παιδιών να εκτελούν απλές πράξεις πρόσθεσης με μονοψήφιους αριθμούς, δεξιότητα πουεπίσης παρουσίασε ισχυρή συσχέτιση με την ικανότητα των μεγαλύτερων παιδιών της Δ' Δημοτικού να εκτελούν πιο σύνθετες πράξεις πρόσθεσης (με διψήφιους ή τριψήφιους αριθμούς).

Τον ρόλο της φωνολογικής μνήμης και της φωνολογικής επίγνωσης και την επίδρασή τους στις μαθηματικές υπολογιστικές δεξιότητες μελέτησε άλλη μία διαχρονική έρευνα σε 201 παιδιά πρώτης σχολικής ηλικίας (Hechtk.ά., 2001). Το επίπεδο φωνολογικής επίγνωσης των μαθητών διερευνήθηκε ως προς τις δεξιότητες φωνολογικής ανάλυσηςμε δοκιμασίες απαλοιφής φωνήματος, φωνημικής κατάτμησης και κατηγοριοποίησης των ήχωνκαι ως προς τις δεξιότητες φωνολογικής σύνθεσης με δοκιμασίες σύνθεσης λέξεων και ψευδολέξεων από μεμονωμένα φωνήματα. Με δεδομένο ότι οι δεξιότητες εκτέλεσης μαθηματικών υπολογισμών αναφέρονται κυρίως στην ταχύτητα, με την οποία απαντώνται απλά αριθμητικά προβλήματα υπολογισμού (για παράδειγμα: « $3+4=7$ »), φάνηκε ότι τόσο η φωνολογική βραχύχρονη μνήμη όσο και η φωνολογική επίγνωση αποτελούν σημαντικούς προβλεπτικούς παράγοντες για την ανάπτυξη γενικών μαθηματικών υπολογιστικών δεξιοτήτων.

Επιπλέον, λαμβάνοντας υπόψη ότι η φωνολογική επίγνωση παίζει προεξάρχοντα ρόλο στην ανάπτυξη των αναγνωστικών δεξιοτήτων, το εύρημα αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία, καθώς υποδηλώνει ότι υπάρχει ένα κοινό γνωστικό μονοπάτι που οδηγεί στην κατάκτηση τόσο των αναγνωστικών δεξιοτήτων όσο και των δεξιοτήτων εκτέλεσης μαθηματικών υπολογισμών (Geary, 1993). Στην κοινή αυτή γνωστική διαδικασία αναφέρονται και άλλοι μελετητές του ρόλου της φωνολογικής επίγνωσης στην ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων των μικρών παιδιών(Bradley & Bryant, 1985 · McBride-Chang κ.ά., 1997· Torgesenκ.ά., 1990), οι οποίοι επισημαίνουν ότι το παιδί, για να εκτελέσει σωστά μια δοκιμασία φωνολογικής επίγνωσης (ανάλυσης ή σύνθεσης), θα πρέπει να κωδικοποιήσει πρώτα και να διατηρήσει τις ακριβείς αναπαραστάσεις των φωνημάτων σε λέξεις στη φωνολογική του μνήμη. Με τον ίδιο τρόπο, για τον υπολογισμό μιας μαθηματικής πράξης, το παιδί θα πρέπει να κωδικοποιήσει και να διατηρήσει ακριβείς φωνολογικές αναπαραστάσεις όρων και λειτουργιών στη φωνολογική του μνήμη, προσπαθώντας παράλληλα να διαχειριστεί τις

πληροφορίες και να επιλέξει τη στρατηγική που θα το οδηγήσει στη σωστή λύση.

Η διερεύνηση των προβλεπτικών παραγόντων για τη μάθηση και κατανόηση των Μαθηματικών κατά την πρώτη σχολική ηλικία αποτέλεσε το αντικείμενο μιας ακόμα έρευνας (Passolunghi κ.ά., 2007), η οποία μελέτησε 170 μαθητές της Α' Δημοτικού: επιπλέον στόχος των ερευνητών ήταν να αποσαφηνίσουν ορισμένα συγκρουόμενα ευρήματα προηγούμενων ερευνών (deJong & vanderLeij, 1999 · Bradley & Bryant, 1983 · Bryant κ.ά., 1990) σχετικά με τον ρόλο της φωνολογικής ικανότητας στην εκμάθηση των πρωτομαθηματικών εννοιών, σύμφωνα με τις οποίες η φωνολογική επίγνωση αποτελεί ισχυρό προβλεπτικό παράγοντα μόνον της αναγνωστικής ικανότητας⁵ και όχι των μαθηματικών δεξιοτήτων. Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνεται να συμφωνούν με την άποψη αυτή, καταδεικνύοντας ότι η φωνολογική επίγνωση δε σχετίζεται με τη μάθηση μαθηματικών εννοιών, επισημαίνοντας όμως ότι για την Α' Δημοτικού η φωνολογική ικανότητα λεκτικής αρίθμησης αποτελεί ισχυρό προβλεπτικό παράγοντα μαθηματικών δεξιοτήτων.

Διστακτική είναι επίσης η στάση πιο πρόσφατης έρευνας (Purpura κ.ά., 2011), όσον αφορά τη σχέση μεταξύ της φωνολογικής επίγνωσης και του μαθηματικού εγγραμματισμού στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Οι ερευνητές εκφράζουν την άποψη ότι η συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών είναι μάλλον υπερεκτιμημένη: επισημαίνουν ότι οι προηγούμενες έρευνες αποτυγχάνουν να συμπεριλάβουν και να συνεκτιμήσουν τη φωνολογική επίγνωση σε συνάρτηση με τις υπόλοιπες δεξιότητες γραμματισμού παιδιών προσχολικής ηλικίας αλλά και σε σχέση με τις γενικότερες ακαδημαϊκές δεξιότητες τους, παρουσιάζοντας ως εκ τούτου τη

⁵ Στο σημείο αυτό επισημαίνεται ότι στον χώρο της ελληνικής παιδαγωγικής έρευνας, η φωνολογική επίγνωση έχει μελετηθεί κυρίως ως προς τον καθοριστικό ρόλο που διαδραματίζει στην κατάκτηση της ανάγνωσης και της γραφής της ελληνικής γλώσσας (Πόρποδας & Παλαιοθόδωρου, 1998 · Παλαιοθόδωρου & Πόρποδας, 2008) και πολύ λιγότερο σε σχέση με τη μαθηματική εκπαίδευση.

διασύνδεση μεταξύ φωνολογικής επίγνωσης και κατάκτησης των πρωτομαθηματικών εννοιών ιδιαίτερος ενδυναμωμένη.

Ωστόσο, πιο πρόσφατη έρευνα (Austin κ.ά., 2013) μελέτησε τη σχέση της φωνολογικής επίγνωσης και των μαθηματικών δεξιοτήτων κατά την προσχολική ηλικία σε δείγμα 37 νηπίων. Σύμφωνα με τους ερευνητές, η κατάκτηση των πρωτομαθηματικών εννοιών δύναται να διευκολυνθεί στο πλαίσιο ενός Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών, όπου γίνεται διαθεματική διασύνδεση μαθηματικών δραστηριοτήτων με δραστηριότητες από άλλες μαθησιακές περιοχές. Επισημαίνοντας ότι τα ερευνητικά εργαλεία που μετρούν τη φωνολογική επίγνωση και την εργαζόμενη μνήμη παιδιών προσχολικής ηλικίας προβλέπουν επίσης σε γενικές γραμμές τη μαθηματική τους απόδοση, η συγκεκριμένη έρευνα επιχειρεί να αιτιολογήσει την αναδυόμενη σχέση μεταξύ φωνολογικής επίγνωσης και μαθηματικών δεξιοτήτων, βασισμένη σε μεγάλο βαθμό στις σχετικές απόψεις του Tolchinsky (2003).

Πιο συγκεκριμένα, η ικανότητα χρήσης των φθόγγων και των γραμμάτων για τον σχηματισμό των λέξεων όπως και η χρήση των αριθμών για την έκφραση αριθμητικών ποσοτήτων φαίνεται να βασίζονται στην ανάπτυξη ενός συστήματος κωδίκων: υπό αυτήν την έννοια, τα παιδιά που μπορούν με μεγαλύτερη ευκολία να κατανοούν ένα σύστημα συμβόλων για ήχους (φωνήματα), είναι πιθανό να μπορούν να κατανοήσουν ευκολότερα ένα σύστημα συμβόλων για αριθμητικές ποσότητες. Αν και οι γνωστικές διεργασίες που απαιτούνται για την εκμάθηση και κατανόηση της έννοιας αριθμού είναι μάλλον διαφορετικές από τη διαδικασία εκμάθησης γραμμάτων και λέξεων, η σχέση μεταξύ τους φαίνεται να είναι ισχυρή, ακριβώς επειδή στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό στην ικανότητα του παιδιού να συνδέει ένα σύμβολο (γράμμα ή αριθμό) με ένα συγκεκριμένο κάθε φορά νόημα (Austin κ.ά., 2013 · Tolchinsky, 2003).

Στην πρόσφατη αυτή έρευνα των Austin κ.ά. (2013), οι μεταβλητές για τον παράγοντα της φωνολογικής επίγνωσης που διερευνήθηκαν ήταν οι εξής: αναγνώριση κεφαλαίου γράμματος, αναγνώριση πεζού γράμματος, αναγνώριση αρχικού φωνήματος, αναγνώριση ομοιοκατάληκτων λέξεων, ικανότητα γραφής γραμμάτων και ικανότητα γραφής του ονόματος. Ανάμεσα στα σημαντικά ευρήματα της έρευνας αναφέρεται ότι οι μεταβλητές αυτές φαίνεται να παρουσιάζουν υψηλή

συσχέτιση με τέσσερις πρωτομαθηματικές δεξιότητες: την εκμάθηση των απόλυτων μονοψήφωναριθμών, την πρόσθεση και την αφαίρεση μονοψήφίων αριθμών όπως και την κατανόηση της αριθμογραμμής για αριθμούς από το 1 έως το 10.

Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξε διαχρονική μελέτη τριών ετών που διερεύνησε την επίδραση της φωνολογικής επίγνωσης και της οπτικοχωρικής εργαζόμενης μνήμης στη δεξιότητα αντιστοίχισης αριθμού και αριθμητικής ποσότητας σε παιδιά προσχολικής ηλικίας και στην επίδοση των παιδιών πρώτης σχολικής ηλικίας στα μαθηματικά (Krajewski & Schneider, 2009). Στην έρευνα αυτή γίνεται για πρώτη φορά λόγος για δύο επίπεδα ικανότητας αντιστοίχισης αριθμού με αριθμητική ποσότητα: στο πρώτο επίπεδο το παιδί χρησιμοποιεί αριθμητικές λέξεις, για να περιγράψει ένα πλήθος αντικειμένων (για παράδειγμα «λίγο», «πολύ», «πάρα πολύ»), ενώ στο δεύτερο επίπεδο η περιγραφή της ποσότητας είναι ακριβής και γίνεται με χρήση συγκεκριμένων αριθμών. Από τα ενδιαφέροντα ευρήματα της διαχρονικής αυτής μελέτης, διαφαίνεται ότι η φωνολογική επίγνωση συνολικά διευκολύνει την κατάκτηση πρωτομαθηματικών δεξιοτήτων (για παράδειγμα: αντιστοίχιση αριθμού – ποσότητας με χρήση αριθμητικών λέξεων, εκμάθηση της αριθμητικής ακολουθίας). Ωστόσο, όσο αφορά την κατάκτηση συνθετότερων μαθηματικών δεξιοτήτων, το επίπεδο φωνολογικής επίγνωσης δεν αποτελεί σημαντικό προβλεπτικό παράγοντα.

Συμπεράσματα

Εστιάζοντας στις έννοιες του αναδυόμενου γραμματισμού και της φωνολογικής επίγνωσης, η παρούσα εργασία επιχείρησε να αναδείξει ότι οι δεξιότητες φωνολογικής επίγνωσης έχουν προεξάρχουσα σημασία τόσο για την κατανόηση του προφορικού λόγου όσο και για την κατάκτηση της αναγνωστικής ικανότητας και των μαθηματικών δεξιοτήτων σε παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας.

Στα πλαίσια σύντομης βιβλιογραφικής επισκόπησης φάνηκε ότι τα τελευταία χρόνια υπάρχει ένα αυξανόμενο ερευνητικό ενδιαφέρον σχετικά με τους παράγοντες που προβλέπουν ή επιδρούν σημαντικά στην κατάκτηση των πρωτομαθηματικών δεξιοτήτων. Όσον αφορά τη

φωνολογική επίγνωση, στην οποία εστίασε η συγκεκριμένη εργασία, φαίνεται ότι αποτελεί μία απαραίτητη και ιδιαιτέρως σημαντική μεν, αλλά όχι επαρκή και ικανοποιητική προϋπόθεση για την ανάπτυξη της μαθηματικής κατανόησης. Από την άλλη πλευρά, ελλείμματα στις δεξιότητες φωνολογικής επίγνωσης συνδέονται με καθυστερήσεις και δυσκολίες στην κατάκτηση των δεξιοτήτων γλωσσικού αλλά και μαθηματικού εγγραμματισμού, καθώς οι νοητικές διεργασίες που απαιτούνται για τη χρήση των φθόγγων και την παραγωγή προφορικού λόγου παρουσιάζουν σημαντικά κοινά σημεία με τις αντίστοιχες διεργασίες για την εκμάθηση των αριθμητικών συμβόλων και των πρωτομαθηματικών εννοιών. Τέλος, το γεγονός αυτό φαίνεται να έχει ιδιαίτερη σημασία για τη διαμόρφωση Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών για το Νηπιαγωγείο, αφού αναγνωρίζεται η σημασία της κατανόησης των γνωστικών εκείνων διεργασιών που αναπτύσσονται παράλληλα κατά την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία και βρίσκονται σε άμεση, δυναμική αλληλεπίδραση.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Alloway, T.P., Gathercole, S.E., Adams, A.M., Willis, C. Eaglen, R. & Lamont, E. (2005). Working memory and phonological awareness as predictors of progress towards early learning goals at school entry, *British Journal of Developmental Psychology*, 23, 417-426.
- Anders, Y., Rossbach, H.G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehl, S. & von Maurice, J. (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills, *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 231– 244.
- Aunio, P. & Niemivirta, M., (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy, *Learning and Individual Differences*, 20, 427-435.
- Austin, A.M., Blevins-Knabe, B. & Lokteff, M. (2013). Early mathematics and phonological awareness in two child care settings, *Early Child Development and Care*, 183 (9), 1197-1214.

- Bradley, L., & Bryant, P. (1985). *Rhyme and reason in reading and spelling*. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Bradley, L., & Bryant, P. E. (1983). Categorising sounds and learning to read—a causal connection. *Nature*, 301, 419–521.
- Bryant, P., MacLean, M., & Bradley, L. (1990). Rhyme, language and children's reading. *Applied Psycholinguistics*, 11, 237–252.
- Charlesworth, R., (2005). Prekindergarten Mathematics: Connecting with National Standards, *Early Childhood Education Journal*, 32(4), 229–236.
- Cirino, P. (2011). The interrelationships of mathematical precursors in kindergarten, *Journal of Experimental Child Psychology*, 108, 713–733.
- Clements, D. & Sarama, J., (2005). Math Play: When children count beads and build with blocks, they pick up important math skills, *Scholastic Parent & Child*, 12(4), 36–45.
- Clements, D. & Sarama, J., (2006). Your child's mathematical mind, *Scholastic Parent & Child*, 14(2), 30–39.
- Clements, D., Sarama, J. & Liu, X., (2008). Development of a measure of early mathematics achievement using the Rasch Model: the Research-Based Early Maths Assessment, *Educational Psychology*, 28(4), 457–482.
- Clements, D., Sarama, J., (2009). Learning trajectories in early mathematics – Sequences of acquisition and teaching, *Encyclopedia of Language and Literacy Development*, pp. 1–7. Ανακτήθηκε Φεβρουάριος 5, 2014 από:
<http://literacyencyclopedia.ca/pdfs/topic.php?topId=270>
- Cooke, B. & Buchholz, D., (Mathematical Communication in the Classroom: A Teacher Makes a Difference, *Early Childhood Education Journal*, 32(6), 365–369.

- Γιάντσιος, Β., (2006). Γλωσσικές και επικοινωνιακές γνώσεις που αναπτύσσει το παιδί κατά την προσχολική και σχολική ηλικία και πώς αυτές σχετίζονται με τη χρήση του γραπτού λόγου, *Επιστημονικό Βήμα*, 6, 60-68.
- Γραίκος, Ν., (2009). *Παραγωγή και επεξεργασία μαθηματικών προβλημάτων*, στο *Η διδακτική των θετικών επιστημών στην εκπαίδευση: δημιουργώντας γέφυρες επικοινωνίας ανάμεσα στο Νηπιαγωγείο, το Δημοτικό, το Γυμνάσιο*, Ανακτήθηκε Φεβρουάριος 10, 2014 από: <http://users.sch.gr/ppiliour/papers/pdfs/GRAIKOS1.pdf>
- de Jong, P. F., & van der Leij, A. (1999). Specific contributions of phonological abilities to early reading acquisition: Results from a Dutch latent variable longitudinal study, *Journal of Educational Psychology*, 91, 450–476.
- Defior, S. & Tudela, P. (1994). Effect of phonological training on reading and writing acquisition, *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal*, 6, 299-320.
- Dymoke, S., & Harrison, J. (eds.), (2008). *Reflective Teaching & Learning*. London: SAGE Publications Limited.
- Dunphy, E., (2009). Early childhood mathematics teaching: challenges, difficulties and priorities of teachers of young children in primary schools in Ireland, *International Journal of Early Years Education*, 17(1), 3-16.
- Geary, D. C., (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114, 345–362.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K., (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236–263.

Hecht, S., Torgesen, J., Wagner, R. & Rashotte, C. (2001). The Relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skills: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades

Journal of Experimental Child Psychology, 79, 192–227.

Jordan, N., Kaplan, D., Locuniak, M. & Ramineni, C., (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories, *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36-46.

Καπέλου, Α. & Καλδρυμίδου, Μ., (2003). Ποσοτικές και ποιοτικές αλλαγές στο εννοιολογικό πλαίσιο των αριθμητικών εννοιών των παιδιών του νηπιαγωγείου μετά από διδακτικές δραστηριότητες. Ανακτήθηκε Φεβρουάριος 20, 2014 από:

[www.rhodes.aegean.gr/ltee/.../kappelou/dmce6=1%20\(2\).doc](http://www.rhodes.aegean.gr/ltee/.../kappelou/dmce6=1%20(2).doc)

Koponen, T., Aunola, K., Abonen, T. & Nurmi, J.E., (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill, *Journal of Experimental Child Psychology*, 97, 220–241.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study, *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 516-531.

Laing, E. & Hulme, C. (1999). Phonological and semantic processes influence beginning readers' ability to learn to read words, *Journal of Experimental Child Psychology*, 73, 183-207.

Leather, C. & Henry, L., (1994). Working Memory Span and Phonological Awareness Tasks as Predictors of Early Reading Ability, *Journal of Experimental Child Psychology*, 58, 88-111.

- LeFevre, J.A., Fast, L., Skwarchuk, S.L., Smith-Chant, B., Bisanz, J., Kamawar, D. & Penner-Wilger, M., (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance, *Child Development*, 81 (6), 1753–1767.
- Manolitsis, G., Georgiou, G. & Tziraki, N. (2013). Examining the effects of home literacy and numeracy environment on early reading and math acquisition, *Early Childhood Research Quarterly*, 28, 692-703.
- McBride-Chang, C., Wagner, R.K. & Chang, L., (1997). Growth modeling of phonological awareness, *Journal of Educational Psychology*, 89, 621-630.
- McGinty, A., Justice, L., Piasta, S., Kaderavek, J. & Fan, X. (2012). Does context matter? Explicit print instruction during reading varies in its influence by child and classroom factors, *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 77-89.
- National Association for the Education of Young Children (NAEYC), (2002). Early Childhood Mathematics: Promoting Good Beginnings. Ανακτήθηκε Ιανουάριος 21, 2014 από: <http://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf>
- Παντελιάδου, Σ. (2001), «Φωνολογική επίγνωση: Περιεχόμενο και σχέση με την ανάγνωση και τη γραφή στην ελληνική γλώσσα», *Ανάδυση του γραμματισμού – έρευνα και πρακτική* (επιμ. Παπούλια-Τζελέπη Π.), Καστανιώτη: Αθήνα.
- Παπούλια-Τζελέπη, Π. (2001), «Η νέα προοπτική της ανάπτυξης του γραμματισμού», Εισαγωγή στο «Ανάδυση του γραμματισμού – έρευνα και πρακτική» (επιμ. Παπούλια-Τζελέπη Π.), Καστανιώτης: Αθήνα.
- Passolunghi, M.C., Vercelloni, B. & Schadee, H., (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence, *Cognitive Development*, 22, 165–184.

- Πόρποδας, Κ. (2002). *Η Ανάγνωση*. Πάτρα: Έκδοση του ιδίου.
- Purpura, D., Hume, L., Sims, D. & Lonigan, C., (2011). Early literacy and early numeracy: the value of including early literacy skills in the prediction of numeracy development, *Journal of Experimental Child Psychology*, 110, 647-658.
- Saracho, O. & Spodek, B., (2009). Educating the Young Mathematician: The Twentieth Century and Beyond, *Early Childhood Education Journal*, 36, 305-312.
- Sénéchal, M. & LeFevre, J. (2001). "Storybook Reading and Parent Teaching: Links to Language and Literacy Development" in Britto, P. & Brooks-Gunn, J. (eds.) *The Role of Family Literacy Environments in Promoting Young Children's Emerging Literacy Skills*, Number 92, Jossey-Bass, 39-52.
- Stadler, M. & McEvoy, M. (2003). The effect of text genre on parent use of joint book reading strategies to promote phonological awareness, *Early Childhood Research Quarterly*, 18, 502-512.
- Swanson, L. (2004). Working memory and phonological processing as predictors of children's mathematical problem solving at different ages, *Memory and Cognition*, 32(4), 648-661.
- Τάφα, Ε. (2001). *Ανάγνωση και γραφή στην προσχολική εκπαίδευση*, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Tolchinsky, L. (2003). *The cradle of culture and what children know about writing and numbers before being taught*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Torgesen, J. K., Wagner, R. K., Simmons, K., & Laughon, P., (1990). Identifying phonological coding problems in disabled readers: Naming, counting, or span measures. *Learning Disability Quarterly*, 13, 236-243.
- Varol, F. & Farran, D., (2006). Early Mathematical Growth: How to Support Young Children's Mathematical Development, *Early Childhood Education Journal*, 33(6), 381-387.

taniakourou@gmail.com

Η ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΛΟΓΙΚΩΝ ΣΥΝΔΕΣΜΩΝ ΣΤΟΝ ΚΑΘΗΜΕΡΙΝΟ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΛΟΓΟ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ Β' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ελένη Σπανοπούλου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία επιχειρήσαμε να διερευνήσουμε τη χρήση και τη λειτουργία των λογικών συνδέσμων *και, ή, άρα, επομένως*, στον καθημερινό και μαθηματικό λόγο των παιδιών του δημοτικού και συγκεκριμένα της Β' Δημοτικού γιατί θεωρούμε ότι η ηλικία αυτή είναι σημαντική για το σχηματισμό των μαθηματικών εννοιών με τη διαμεσολάβηση της γλώσσας. Μας ενδιέφερε ιδιαίτερα να δούμε τις συλλογιστικές διεργασίες που αναπτύσσουν οι μαθητές στη διάρκεια μαθησιακών δραστηριοτήτων με καθημερινά και μαθηματικά θέματα και το λόγο που εκφέρουν προκειμένου να διατυπώσουν τους συλλογισμούς τους χρησιμοποιώντας τους λογικούς συνδέσμους. Η συλλογή του υλικού έγινε μέσα από ατομικές συνεντεύξεις στη βάση ενός οδηγού συνέντευξης και η ανάλυσή του υπό τους όρους της παιδαγωγικής θεωρίας του Vygotsky με στήριξη στη θεωρητική προσέγγιση του Halliday για τη λειτουργική χρήση της γλώσσας. Στα συμπεράσματα γίνεται κατανοητό ότι οι μαθητές στον καθημερινό τους λόγο χρησιμοποιούν και νοηματοδοτούν τους λογικούς συνδέσμους ανάλογα με τις περιστάσεις επικοινωνίας και στη διάρκεια των μαθηματικών δραστηριοτήτων που αναπτύσσουν τους νοηματοδοτούν με όρους καθημερινούς. Η καθοδήγηση του δασκάλου/δασκάλας αποτελεί καθοριστικό παράγοντα στο μετασχηματισμό των αυθόρμητων εννοιών σε μαθηματικές.

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια έντονο ενδιαφέρον στη μαθηματική εκπαιδευτική κοινότητα προκαλεί η συζήτηση που έχει αναπτυχθεί για τη φύση και το χαρακτήρα της μαθηματικής γνώσης και πρακτικής και το ρόλο των Μαθηματικών στο σχολείο.

Σημαντικό σημείο της συζήτησης αποτελούν οι θέσεις για τη μαθηματική γνώση ως παράγωγο ατομικών νοητικών διεργασιών ή κοινωνιο-πολιτισμικών πρακτικών.

Το Αναλυτικό Πρόγραμμα, στα πλαίσια του οποίου διεξήχθη η παρούσα έρευνα, διαπνέεται από το θεωρητικό πρότυπο του Piaget για τη νοητική ανάπτυξη του ατόμου και τη μάθηση των μαθηματικών, η οποία εκλαμβάνεται ως εσωτερική ατομική διεργασία. Αντίποδα της προσέγγισης αυτής αποτελούν οι κοινωνιοπολιτισμικές προσεγγίσεις με κύριο εκπρόσωπο το Vygotsky, σύμφωνα με τον οποίο, η νόηση και κάθε ανώτερη νοητική λειτουργία του ανθρώπου έχει την προέλευσή της στις κοινωνικές διαδικασίες και αναπτύσσεται μέσα σε ιστορικά και κοινωνικά καθορισμένα πλαίσια. Οι ανθρώπινες νοητικές λειτουργίες είναι λειτουργίες διαμεσολαβούμενες από ιστορικά και κοινωνικά διαμορφωμένα συστήματα συμβολικών αναπαραστάσεων, που στην ουσία αποτελούν νοητικά εργαλεία, με βασικότερο από αυτά τη γλώσσα.

Στην παρούσα εργασία επιχειρήσαμε να διερευνήσουμε τη χρήση και τη λειτουργία των λογικών συνδέσμων *και, ή, άρα, επομένως*, στον καθημερινό και μαθηματικό λόγο των παιδιών του δημοτικού και συγκεκριμένα της Β' Δημοτικού γιατί θεωρούμε ότι η ηλικία αυτή είναι σημαντική για το σχηματισμό των μαθηματικών εννοιών με τη διαμεσολάβηση της γλώσσας.

Μελετήθηκαν ιδιαίτερα οι συλλογιστικές διεργασίες που αναπτύσσουν τα παιδιά στη διάρκεια καθημερινών και μαθηματικών δραστηριοτήτων που εμπεριέχουν λογικές πράξεις και σχέσεις και οι προϋποθέσεις μετασχηματισμού των αυθόρμητων εννοιών σε μαθηματικές.

Η συλλογή του υλικού έγινε μέσα από ατομικές συνεντεύξεις στη βάση ενός οδηγού συνέντευξης και η ανάλυσή του υπό τους όρους της

παιδαγωγικής θεωρίας του Vygotsky με στήριξη στη θεωρητική προσέγγιση του Halliday για τη λειτουργική χρήση της γλώσσας.

Στα συμπεράσματα γίνεται κατανοητό ότι οι μαθητές στον καθημερινό τους λόγο χρησιμοποιούν και νοηματοδοτούν τους λογικούς συνδέσμους ανάλογα με τις περιστάσεις επικοινωνίας και στη διάρκεια των μαθηματικών δραστηριοτήτων που αναπτύσσουν τους νοηματοδοτούν με όρους καθημερινούς.

Η καθοδήγηση του δασκάλου/δασκάλας αποτελεί καθοριστικό παράγοντα στο μετασχηματισμό των αυθόρμητων εννοιών σε μαθηματικές.

Θεωρητικό Πλαίσιο

Στο Δημοτικό σχολείο οι κυρίαρχες απόψεις που θέλουν τα Μαθηματικά ως πεδίο ανάπτυξης των νοητικών ικανοτήτων των παιδιών διαπλέκονται με τις επικρατούσες θεωρήσεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία της μαθηματικής γνώσης (Χασάπης, 2003). Το Αναλυτικό Πρόγραμμα, στα πλαίσια του οποίου διεξήχθη η παρούσα έρευνα, διαπνέεται από το θεωρητικό πρότυπο του Piaget για τη νοητική ανάπτυξη του ατόμου και τη μάθηση των μαθηματικών η οποία εκλαμβάνεται ως εσωτερική ατομική διεργασία.

Οι διαδικασίες συγκρότησης και ανάπτυξης των λογικών δομών της σκέψης είναι πολύχρονες και μακροχρόνιες και εξελίσσονται παρουσιάζοντας ιδιαίτερα χαρακτηριστικά στη διάρκεια διακριτών περιόδων ή επιπέδων. Οι λογικές δομές και οι λειτουργίες της σκέψης διαμορφώνονται με την αμοιβαία αλληλεπίδραση του ατόμου με τα αντικείμενα της πραγματικότητας μέσα σε ιστορικά και κοινωνικά καθορισμένα πλαίσια.

Από την πλευρά της ψυχολογίας αναπτύσσονται διαφορετικές θεωρίες για τη συγκρότηση και την ανάπτυξη των λογικών δομών της σκέψης που συσχετίζονται με τη συγκρότηση της γνώσης και του υποκειμένου. Οι θεωρίες αυτές έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην εκπαίδευση και διαμορφώνουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσονται η μάθηση και η διδασκαλία των διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων.

Η πληρέστερη θεωρία για τη λογική συγκρότηση και ανάπτυξη του ατόμου, θεωρείται ότι έχει διατυπωθεί από τον Piaget και την Οικοδομίστικη Σχολή της Γενεύης.

Βασική παραδοχή της θεωρίας αυτής είναι ότι η νόηση συνίσταται από λογικά οργανωμένες δομές, οι οποίες παρέχουν αναπαραστάσεις των στοιχείων της πραγματικότητας στα οποία αναφέρονται. Μέσα απ' αυτές τις δομές και με βάση τις λειτουργίες τους ο άνθρωπος ως δρών υποκείμενο, κατανοεί, χειρίζεται και μετασχηματίζει την πραγματικότητα (Χασάπης, 2000).

Στην περίοδο των συγκεκριμένων λογικών πράξεων που ενδιαφέρει και την παρούσα εργασία, καθώς συμπίπτει με την πρώτη σχολική περίοδο, οι νοητικές πράξεις χαρακτηρίζονται από την ιδιότητα της αντιστρεψιμότητας και την οργάνωσή τους σε δομημένα σύνολα.

Οι συγκεκριμένες λογικές πράξεις αποτελούν νοητικές πράξεις που αντιστοιχούν άμεσα σε φυσικές πράξεις χωρίς όμως να αναφέρονται μόνο σ' αυτές και στα υλικά αντικείμενα αλλά και στις νοητικές ενέργειες που προηγούνται και έπονται αυτών των πράξεων.

Οι λογικές πράξεις περιλαμβάνουν ομαδοποιήσεις και διακρίσεις τάξεων, συνθέσεις και αντιστοιχίσεις τάξεων καθώς και ταξινομήσεις και διατάξεις τάξεων με βάση τις διαφορές τους, σε άμεση σχέση με φυσικές πράξεις και χειρισμούς.

Η ταξινόμηση αντικειμένων που στην παρούσα εργασία επιλέχτηκε ως μαθηματικό θέμα στη διερεύνηση της χρήσης και νοηματοδότησης από τους μαθητές των λογικών συνδέσμων, αποτελεί σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα βασική μαθηματική έννοια και διαδικασία ανάπτυξης της λογικομαθηματικής σκέψης του μαθητή.

Το επιστημολογικό πρότυπο του Piaget παρόλη την πληρότητά του, δέχτηκε κριτικές στα διάφορα επίπεδα ανάλυσής του.

Βασικά σημεία της κριτικής αποτελούν οι παραδοχές για τη συγκρότηση της γνώσης σε ατομικό επίπεδο, ως εσωτερική νοητική διεργασία, αποσπασμένη από τα κοινωνιο-πολιτισμικά πλαίσια και τις κοινωνικές πρακτικές.

Η ιστορικο-κοινωνική προσέγγιση που αρχικά διατυπώθηκε από το Vygotsky και τους μαθητές του, έχει τη θέση ότι η νόηση και κάθε

ανώτερη νοητική λειτουργία του ανθρώπου έχει την προέλευσή της στις κοινωνικές διαδικασίες και αναπτύσσεται μέσα σε ιστορικά και κοινωνικά καθορισμένα πλαίσια. Οι ανθρώπινες νοητικές λειτουργίες είναι λειτουργίες διαμεσολαβούμενες από ιστορικά και κοινωνικά διαμορφωμένα συστήματα συμβολικών αναπαραστάσεων, που στην ουσία αποτελούν νοητικά εργαλεία, με βασικότερο από αυτά τη γλώσσα (Χασάπης, 2000).

Η διαμεσολάβηση ορίζεται ως μια ενεργητική διαδικασία που διαμορφώνει τη δράση και καθώς την *εσωτερικοποιεί* αλλάζει τη ροή και τη μορφή των νοητικών λειτουργιών του ατόμου.

Στη βιγκοτσιανή προσέγγιση η σύνδεση της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου με τις διεργασίες μάθησης συζητιέται με την εισαγωγή της έννοιας της *ζώνης επικείμενης ανάπτυξης*.

Σε αντίθεση με τις προσεγγίσεις που θεωρούν το λόγο ως προϊόν της νοητικής δραστηριότητας του παιδιού, ο Vygotsky πιστεύει σε μια διαλεκτική ενότητα της δράσης και του λόγου στην ανάπτυξη των σύνθετων μορφών της ανθρώπινης συμπεριφοράς.

Με τη βοήθεια του λόγου τα παιδιά αποκτούν την ικανότητα να είναι ταυτόχρονα *υποκείμενα* και *αντικείμενα* της δικής τους συμπεριφοράς.

Θεμέλιο της λογικής σκέψης κατά το Vygotsky αποτελεί η «*εννοιολογική*» ή «*κατηγοριοποιητική*» σκέψη και η αφαιρετική προσέγγιση της πραγματικότητας που προκύπτει ως συνέπειά της. Η ανάπτυξη της εννοιολογικής σκέψης διαμεσολαβείται από τη γλώσσα. Η συγκρότηση των εννοιών έχει τις ρίζες της στη χρήση των λέξεων οι οποίες αποκτούν διαφορετική σημασία στα διάφορα στάδια της εξέλιξης και συναρτώνται από τις κοινωνικο-οικονομικές συνθήκες στα πλαίσια των οποίων αναπτύσσονται οι δραστηριότητες. Η διαδικασία συγκρότησης των εννοιών και οι μεταβολές της λογικής δομής σχετίζονται με τις ψυχολογικές διεργασίες που αναπτύσσει το παιδί και το βοηθούν να ταξινομεί τα στοιχεία της πραγματικότητας.

Η συγκρότηση των λογικών δομών της σκέψης του παιδιού βρίσκεται σε μια διαλεκτική σχέση με το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσονται οι μαθησιακές δραστηριότητες.

Στη διάρκεια των μαθησιακών δραστηριοτήτων η γλώσσα αποτελεί τον καθοριστικό παράγοντα ανάπτυξης των νοητικών λειτουργιών και της λογικής σκέψης του παιδιού.

Στον καθημερινό λόγο η γλώσσα αποτελεί το βασικό μέσο με το οποίο μοιράζονται οι άνθρωποι την κοινωνικά κατασκευασμένη γνώση και ταυτόχρονα μετασχηματίζουν τις δομές της σκέψης τους.

Στο πεδίο των Μαθηματικών αναπτύσσεται ο μαθηματικός λόγος με συγκεκριμένα γλωσσικά χαρακτηριστικά που διαμεσολαβεί στη συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών.

Ο μαθηματικός λόγος, όπως γενικότερα ο επιστημονικός λόγος διαμορφώνεται στα πλαίσια του καθημερινού λόγου με σταδιακές αλλαγές στο σύστημα των σημασιολογικών κανόνων.

Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στην προσπάθεια οικειοποίησης του μαθηματικού λόγου, αφορούν την αλληλοσυσχέτιση των συντακτικών, σημασιολογικών και πραγματολογικών χαρακτηριστικών της γλώσσας. Κυρίως όμως συναρτώνται με το πλαίσιο αναφοράς του μαθηματικού λόγου που χρησιμοποιείται στις μαθηματικές δραστηριότητες στο σχολείο.

Η μετάβαση από την *καταγραφική / περιστασιακή* σκέψη στην *κατηγοριακή* σχετίζεται άμεσα με τα είδη των δραστηριοτήτων που αναπτύσσει το παιδί στο κοινωνικό περιβάλλον και κατ' επέκταση με τον τρόπο που αναπτύσσεται η διαδικασία της μάθησης στο σχολείο, σημείο που καταδεικνύει τη σπουδαιότητα της σχολικής μάθησης και την κατανόηση των δυσκολιών που παρουσιάζουν τα παιδιά στο σχολείο.

Σύμφωνα με όλα αυτά γίνεται κατανοητό από τη μια ότι η πρόσβαση στην επιστήμη δεν είναι δυνατή χωρίς την κατάκτηση της ιδιαίτερης γλώσσας που έχει διαμορφωθεί για να την περιγράψει και από την άλλη ότι η δυσκολία των μαθητών είναι μεγάλη στο να κατανοήσουν και να παραγάγουν ένα λόγο διαφορετικό από αυτόν που χρησιμοποιούν καθημερινά σε διάφορες περιστάσεις (Αραποπούλου, 2001).

Η λειτουργική παραλλαγή της γλώσσας των Μαθηματικών, ως γλωσσική παραλλαγή, είναι προσανατολισμένη σε μαθηματικές δραστηριότητες και περιλαμβάνει διάφορες γλωσσικές μορφές, τα νοήματα και τις χρήσεις τους, οι οποίες εμφανίζονται στο πλαίσιο αυτών των δραστηριοτήτων (Χασάπης, 2002).

Οι σύνδεσμοι και συγκεκριμένα οι λογικοί σύνδεσμοι αποτελούν συστατικό στοιχείο του μαθηματικού ιδιωματικού λόγου και χρησιμοποιούνται για τη διατύπωση μιας λογικής σχέσης ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες γλωσσικές εκφράσεις κατά την ανάπτυξη ενός μαθηματικού συλλογισμού ή μιας μαθηματικής δραστηριότητας.

Οι σύνδεσμοι που χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά είναι οι: **και, ή, είτε, αλλά, αν-τότε, επομένως, άρα, επειδή, αφού.**

Στον καθημερινό λόγο και σύμφωνα με τη Νεοελληνική Γραμματική του Μ. Τριανταφυλλίδη (1991), οι σύνδεσμοι αυτοί εντάσσονται στους παρατακτικούς και ενώνουν λέξεις ή προτάσεις συντακτικά ισοτίμες.

Στον καθημερινό αυθόρμητο λόγο ο σύνδεσμος **και** έχει πολυποίκιλες λειτουργίες (Mackridge, 1987), το **ή** την έννοια της επιλογής, του διλήμματος και του διαχωριστικού, οι σύνδεσμοι **άρα, επομένως**, την έκφραση ενός λογικού συμπεράσματος.

Στη Λογική (Παπανούτσος, 1985), οι προτάσεις θεωρούνται λογικές όταν υπόκεινται στη διάκριση της αλήθειας και του ψεύδους. Κατά συνέπεια οι προτάσεις που συνδέονται με το λογικό σύνδεσμο **και** είναι οι συζευκτικές προτάσεις και η μόνη σχέση είναι ότι συνεκφέρονται με την ίδια λογική πράξη. Στη σύζευξη και οι δύο προτάσεις είναι αληθείς. Οι προτάσεις που συνδέονται με τους λογικούς συνδέσμους **ή, είτε**, είναι οι διαζευκτικές και εκφράζουν ως εξίσου δυνατές δύο διαφορετικές απόψεις ενός θέματος ή λύσεις ενός προβλήματος. Υπάρχουν δύο τύποι διάζευξης, η χαλαρή ή εγκλειστική διάζευξη στην οποία τουλάχιστον η μία από τις δύο προτάσεις είναι αληθής και η αποκλειστική διάζευξη στην οποία μόνον η μία από τις δύο είναι αληθής. Οι προτάσεις που συνδέονται με το λογικό σύνδεσμο **άρα** είναι οι διαλογιστικές προτάσεις και διαβαίνουν η μία στην άλλη εφόσον η άλλη αποτελεί τη λογική της ακολουθία.

Στη λογική των τάξεων και στο μαθηματικό λόγο η σύζευξη ισοδυναμεί με **τομή δύο συνόλων** ($A \times B$) που οδηγεί σε μια νέα τάξη. Στη λογική των τάξεων η διάζευξη ισοδυναμεί με το άθροισμα δύο τάξεων ($A+B$) ή την **ένωση δύο συνόλων**, η οποία οδηγεί σε μια νέα τάξη που είναι δυνατό να περιέχει τα μέλη μόνο της A ή της B (αποκλειστική διάζευξη) ή τα μέλη και των δύο υποτάξεων (εγκλειστική διάζευξη). Στη λογική των τάξεων η συνεπαγωγή (άρα) ισοδυναμεί με εγκλεισμό τάξεων.

Στη μελέτη που παρουσιάζουμε διερευνούμε τη χρήση των συνδέσμων **και, ή, άρα, επομένως**, στον καθημερινό και μαθηματικό λόγο και τις διαφορετικές νοηματοδοτήσεις τους.

Θεωρούμε ότι η ιδιοποίηση του μαθηματικού λόγου από τα παιδιά αποτελεί κομβικό σημείο για την κατανόηση και συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών και είναι δυνατόν να επιτευχθεί μέσω της διδακτικής παρέμβασης σε σχέση με τις καταστάσεις της πραγματικότητας στην οποία αναφέρονται οι μαθηματικές δραστηριότητες.

Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Με βάση τα παραπάνω ανατρέξαμε στην ελληνική και διεθνή βιβλιογραφία που αφορούσε το θέμα μας.

Η μελέτη της βιβλιογραφίας στηρίχτηκε σε έρευνες που αναφέρονται:

- Στο ρόλο της γλώσσας στην παραγωγή συλλογισμών και την ανάπτυξη της λογικής σκέψης (Donaltson , 2001, Walkerdine, 1982)
- Στις διαφορετικές νοηματοδοτήσεις των λέξεων στα διαφορετικά πλαίσια / καθημερινός και μαθηματικός λόγος (Donaltson , 2001, Peter Lloyd, 1975, James McCarrige, 2001, Slobin & Welsh, 1973, Δεσλή & Μπάρκα, 2005)
- Στους πρακτικούς και τυπικούς συλλογισμούς που αναπτύσσουν τα παιδιά στη διαδικασία μαθηματικών δραστηριοτήτων (Luria, 1995, Walkerdine, 1982)

- Στην κατανόηση και χρήση των λογικών συνδέσμων (Suppes & Feldman, 1971, S. Paris, 1973, B. Johansson, 1977, Κωσταρίδου-Ευκλείδη, 1983, Bradley M. & Sloutsky V., 2006)

Συνοψίζοντας τα ευρήματα των ερευνών φαίνεται ότι τα παιδιά μπορούν να σκεφτούν λογικά και να παράγουν συλλογισμούς και αυτό γίνεται αντιληπτό περισσότερο σε πλευρές της αυθόρμητης συμπεριφοράς τους.

Το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσεται μια δραστηριότητα και η διαφορετική νοηματοδότηση των λέξεων παίζουν καθοριστικό ρόλο στη συλλογιστική διαδικασία και στην επίλυση των προβλημάτων, με μια τάση να ερμηνεύουν τις λέξεις με βάση την καθημερινή τους σημασία και να την μεταφέρουν και στο μαθηματικό λόγο.

Γλωσσικά, εξωγλωσσικά στοιχεία και η αναπαράσταση της κατάστασης στον εαυτό τους συντελούν στην κατανόηση και επίλυση λογικών έργων.

Η συλλογιστική διαδικασία αναπτύσσεται με μεγαλύτερη ευκολία όταν οι δηλώσεις βρίσκονται κοντά στις καθημερινές εμπειρίες των παιδιών αλλά και των ενηλίκων παρά όταν δίνονται με τους όρους του τυπικού συλλογισμού.

Η χρήση και κατανόηση των λογικών συνδέσμων και η γλωσσική διατύπωση των προβλημάτων ή των δηλώσεων είναι σημαντικοί παράγοντες στην επίλυση λογικών προβλημάτων. Τα παιδιά δυσκολεύονται να κατανοήσουν τους λογικούς συνδέσμους και επιλέγουν διάφορες στρατηγικές, όπως περικοπές των δηλώσεων, ανάκληση εμπειρικών καταστάσεων μετάφραση των δηλώσεων με βάση τις εμπειρίες τους κ. ά. Η ηλικία είναι ένας άλλος σημαντικός παράγοντας που καθορίζει την επίδοση των παιδιών.

Μεθοδολογία

Το θεωρητικό μας πλαίσιο και η μελέτη της βιβλιογραφίας, μας οδήγησαν στη διατύπωση των ερευνητικών μας ερωτημάτων. Η δική μας έρευνα επιχειρεί να συνεισφέρει στη μελέτη των συλλογιστικών

διεργασιών που αναπτύσσουν τα παιδιά στη διάρκεια δραστηριοτήτων εστιάζοντας στη διαφορετική χρήση και νοηματοδότηση των λογικών συνδέσμων στον καθημερινό λόγο και στον τυπικό μαθηματικό συλλογισμό, γεγονός που τη διαφοροποιεί από άλλες έρευνες. Προκειμένου να προχωρήσουμε στη διερεύνηση του θέματός μας διατυπώσαμε τα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

- Πώς αναπτύσσονται και συγκροτούνται οι λογικές δομές της σκέψης των παιδιών με τη διαμεσολάβηση της γλώσσας στη διάρκεια μαθησιακών δραστηριοτήτων
- Ποια είναι η σχέση του καθημερινού και του μαθηματικού λόγου
- Πώς κατανοούνται, χρησιμοποιούνται και νοηματοδοτούνται από τα παιδιά οι λογικοί σύνδεσμοι **και, ή, άρα, επομένως**, στην παραγωγή, ανάπτυξη και διατύπωση λογικών πράξεων και σχέσεων στον καθημερινό και μαθηματικό τους λόγο και ποιος είναι ο ρόλος τους στην ανάπτυξη των διεργασιών της λογικής σκέψης

Με βάση τα ερευνητικά μας ερωτήματα προχωρήσαμε στη συλλογή των δεδομένων μέσα από ατομικές εστιασμένες συνεντεύξεις (Cohen, Manion, 1994), που εκτιμήσαμε ότι θα βοηθούσαν στη διερεύνηση των συλλογιστικών διεργασιών των παιδιών. Στην εστιασμένη συνέντευξη ο συνεντευκτής μπορεί να παίζει έναν πιο ενεργητικό ρόλο, μπορεί να εισάγει πιο σαφείς λεκτικές υποδείξεις και να ενεργοποιεί μ' αυτόν τον τρόπο συγκεκριμένες διατυπώσεις απαντήσεων από τους ερωτώμενους (Merton & Kendall, 1946). Στις ατομικές συνεντεύξεις χρησιμοποιήθηκε οδηγός συνέντευξης που διαμορφώθηκε σύμφωνα με τα ερευνητικά ερωτήματα.

Χρησιμοποιήθηκε φυλλάδιο που είχε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος ζητιόταν από τους μαθητές να διατυπώσουν προτάσεις χρησιμοποιώντας τους συνδέσμους και, ή, άρα, επομένως και στο δεύτερο μέρος να συνδέσουν συγκεκριμένες προτάσεις που τους δίνονταν με τους συνδέσμους αυτούς.

Στη συνέχεια δόθηκαν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα στους μαθητές για ταξινόμηση (τετράγωνα, ορθογώνια, τρίγωνα, κύκλοι) σε τέσσερα διαφορετικά χρώματα (κόκκινο, κίτρινο, πράσινο, μπλε) σε διαφορετικά μεγέθη (μικρό, μεγάλο) και σε διαφορετικό πάχος (λεπτό, χοντρό). Η ταξινόμηση σύμφωνα με τον Piaget αποτελεί θεμελιώδη

διαδικασία ανάπτυξης και συγκρότησης των λογικών δομών της σκέψης. Κατά τον Vygotsky, επίσης, η ταξινόμηση συνδέεται με την ανάπτυξη της κατηγοριοποιητικής ή εννοιολογικής σκέψης, θεμέλιο της λογικής σκέψης του ατόμου, που αποτελεί κοινή εμπειρία της κοινωνίας και μεταδίδεται διαμέσου του γλωσσικού συστήματος.

Αρχικά ζητήθηκε από τους μαθητές να ταξινομήσουν τα σχήματα χρησιμοποιώντας δικά τους κριτήρια και στη συνέχεια με βάση τη δήλωση *«χωρίστε τα σχήματα σε κόκκινα ή όχι κόκκινα και τετράγωνα ή όχι τετράγωνα»* όπως διατυπώθηκε σ' ένα μάθημα λογικής του Dienes, την οποία αξιοποιήσαμε και προσαρμόσαμε στους στόχους της δικής μας έρευνας.

Η έρευνα διεξήχθη σε δύο φάσεις: **Πιλοτική και Κυρίως έρευνα.**

Αρχικά η ερευνήτρια επισκέφτηκε τα τμήματα της Β' τάξης με σύνολο 60 μαθητών, με βασική επιδίωξη την ένταξη της στο κλίμα της τάξης, την προσπάθεια ανάπτυξης ενός φιλικού κλίματος και τη δυνατότητα εξοικείωσης του θέματος με τους μαθητές.

Στη συνέχεια προχώρησε σε ατομικές εστιασμένες συνεντεύξεις με 10 μαθητές (5 αγόρια, 5 κορίτσια)

Στην έρευνα συμμετείχαν μαθητές της Β' τάξης του Δημοτικού καθώς εκτιμήσαμε με βάση τη βιβλιογραφία (Vygotsky), ότι οι πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου παίζουν καθοριστικό ρόλο στη συγκρότηση βασικών μαθηματικών εννοιών και στη διαμόρφωση προϋποθέσεων για την ανάπτυξη των λογικών δομών της σκέψης.

Η ανάλυση του λόγου των μαθητών έγινε υπό τους όρους του θεωρητικού πλαισίου, βασικά σημεία του οποίου προαναφέραμε, στηριζόμενοι στις θέσεις του Halliday (1973, 1985), για τις λειτουργίες της γλώσσας. Με βάση τη θεωρία αυτή η γλώσσα επιτελεί: *Την ιδεολογική – αναπαραστατική* της λειτουργία (μεταφορά αντιλήψεων, κοινωνικών πεποιθήσεων), *Τη διαπροσωπική* (οι αλληλεπιδράσεις των συμμετεχόντων) και *Την κειμενική λειτουργία (η δομή του κειμένου)*

Αξιοποιήσαμε στοιχεία από τη Λογική που διευκολύνουν την κατανόηση των διαφορετικών νοηματοδοτήσεων των λογικών συνδέσμων στον καθημερινό και μαθηματικό λόγο.

Στην ανάλυση του λόγου των μαθητών που επιχειρούμε, επιδιώκουμε να καταδείξουμε τις συλλογιστικές διεργασίες που αναπτύσσουν οι μαθητές στις καθημερινές και μαθηματικές δραστηριότητες και εκφράζονται μέσω της γλώσσας.

Στις μαθηματικές δραστηριότητες ιδιαίτερα εστιάζομαστε στις διαδικασίες που ακολουθούν τα παιδιά στη διάρκεια ταξινόμησης γεωμετρικών σχημάτων και στο λόγο που χρησιμοποιούν προκειμένου να διατυπώσουν τις λογικές πράξεις και τις λογικές σχέσεις που αναπτύσσονται.

Δίνουμε έμφαση στην κατανόηση και χρήση των λογικών συνδέσμων **και, ή, άρα, επομένως**, τους οποίους θεωρούμε βασικούς συντελεστές στη δόμηση της λογικής σκέψης του ατόμου.

Υποστηρίζουμε ότι τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα να παράγουν συλλογισμούς και να τους διατυπώνουν γλωσσικά όταν τα θέματα που διαπραγματεύονται εντάσσονται σε πλαίσια αναφοράς της καθημερινής τους ζωής.

Επιδιώκουμε να καταδείξουμε τη σχέση του καθημερινού με το μαθηματικό λόγο και μελετούμε ιδιαίτερα τη δυσκολία ιδιοποίησης του μαθηματικού λόγου από τα παιδιά.

Θεωρούμε ότι οι μαθηματικές δραστηριότητες αποτελούν προϊόν κοινωνικών πρακτικών διαμεσολαβούμενων από τη γλώσσα και όχι αποτέλεσμα εσωτερικών ατομικών διεργασιών.

Μ' αυτή την έννοια η γλώσσα δεν αντιμετωπίζεται ως ένα σύνολο γραμματικών φαινομένων αυτόνομων από τις επικοινωνιακές και κοινωνικές δραστηριότητες.

Τα επίπεδα ανάλυσης διαμορφώθηκαν με βάση τα ερευνητικά ερωτήματα και η επιλογή των αποσπασμάτων έγινε με ευθύνη της ερευνήτριας.

Χρήση λειτουργία και νοηματοδότηση του συνδέσμου και σε καθημερινή αυθόρμητη χρήση:

Τα παιδιά στον καθημερινό τους λόγο χρησιμοποιούν με αρκετή ευκολία το σύνδεσμο **και** νοηματοδοτώντας τον διαφορετικά κάθε φορά ανάλογα με τις επιθυμίες τους και τις περιστάσεις επικοινωνίας

Μέσα από το λόγο τους μεταφέρουν οικείες καταστάσεις και κοινωνικές αντιλήψεις

Μα: Εμένα μ' αρέσει η ζωγραφική και το ποδόσφαιρο.

(1η Τάξη σελ.1)

Μκ: Ο μπαμπάς μου, ο μπαμπάς μου και η μαμά μου είναι αντρόγυνο.

(2η Τάξη, σελ.8)

Μα: Σε μια γειτονιά υπάρχουν σπίτια, πολυκατοικίες, σχολεία, δημαρχεία, μαγαζιά... και πολλά άλλα.

(1η Τάξη σελ.3)

Συνδέουν ουσιαστικά που δείχνουν δραστηριότητες, ή σχέσεις ανάμεσά τους, χρησιμοποιούν το και ως τελειωτικό σε ασύνδετο σχήμα.

Ερ: Για πες μία πρόταση με το και.

Μκ: Εγώ χθες έκανα μια ζωγραφιά, λουλούδια και ένα σπίτι.

Ερ: Και τι το έκανες;

Μκ: Και το 'δωσα στη μαμά μου.

(5η Συνέντευξη, σελ.74)

Μκ: Στην τάξη μας μαθαίνουμε να γράφουμε, να έχουμε υπομονή με με... τα μαθήματα και όταν θέλουμε, φυσικά θα μαθαίνουμε και να κάνουμε χειροτεχνίες.

(2η Τάξη, σελ.9)

Μα: Ο Θεός και οι άγγελοί του μας προστατεύουν απ' το κακό.

(2η Τάξη, σελ.8)

Μκ: Ε... Η κυρία μας, μας έβαλε να χωριστούμε και να κάνουμε κάτι ζωγραφιές και εγώ με τις φίλες μου χωριστήκαμε και κάναμε μία μεγάλη ζωγραφιά.

(3η Τάξη, σελ.82)

Χρησιμοποιούν το και ως χρονικό (και μετά το έδωσα στη μαμά), με την έννοια του ακόμη και (δεύτερο απόσπασμα), με την έννοια του έτσι (τελευταίο απόσπασμα)

Χρήση λειτουργία και νοσηματοδότηση του συνδέσμου ή σε καθημερινή αυθόρμητη χρήση:

Τα παιδιά στον καθημερινό τους λόγο χρησιμοποιούν το συνδετικό ή δίνοντας στην πρόταση την έννοια της επιλογής, της σύγκρισης ή του διλήμματος. Οι προτάσεις είναι ερωτηματικές και τα ρήματα που κυριαρχούν είναι: *αρέσει, θέλεις*

Συγχέουν πολλές φορές το διαζευκτικό ή με το θηλυκό άρθρο η

Μα: Σ' αρέσει η θάλασσα ή το βουνό; Και τα δύο. (επιλογή και απάντηση)

(3η Τάξη, σελ.79)

Μκ: Ποιος ξέρει πιο πολλά η μαμά μου ή η κυρία;

(2η Τάξη, σελ.9)

Μκ: Εγώ μια μέρα ρώτησα τη μαμά μου τι θέλεις παγωτό ή φρούτο;

(2η Τάξη, σελ.9)

Η επιλογή γίνεται από τα ίδια (πρώτο απόσπασμα), ενώ στο λόγο τους κυριαρχεί το πρόσωπο της μητέρας (2ο, 3ο)

Μα: Τα κτίσματα μπορεί να είναι το ένα πιο πάνω απ' το άλλο ή το ένα πιο κάτω απ' το άλλο.

(1η Τάξη, σελ.3)

Μα: Σου αρέσει πιο πολύ η μηχανή, το αυτοκίνητο, το καράβι, το πλοίο, το ελικόπτερο ή το αεροπλάνο;

(3η Τάξη, σελ.83)

Μα: Ο Ιάσων τρώει κάθε μέρα ή μπουγάτσα ή παγωτό.

(2η Τάξη, σελ.10)

Μα: Η μαμά μου μ' αγαπάει πάρα πολύ.

Ερ: Ναι, εγώ το θέλω το η τονισμένο, όμως ε; Ήηηη που λέμε.
(τονίζοντάς το πολύ)

Μα: Να ρωτάει;

(8η Συνέντευξη, σελ.98)

Μα: Να παίξω με τ' αυτοκινητάκια μου ή με τους υπολογιστές;

(3η Τάξη, σελ.80)

Χρησιμοποιούν το ή στο τέλος ενός ασύνδετου σχήματος (2ο), εναλλακτικά (1ο), διλημματικά (5ο), δηλώνουν τις καθημερινές σταθερές τους συνήθειες (3ο), το συγχέουν με το άρθρο όταν καλούνται να διατυπώσουν προτάσεις.(4ο)

Χρήση λειτουργία και νοηματοδότηση του συνδέσμου άρα σε καθημερινή αυθόρμητη χρήση:

Τα παιδιά στον καθημερινό τους λόγο δυσκολεύονται να χρησιμοποιήσουν αυθόρμητα τους συμπερασματικούς συνδέσμους. Χρησιμοποιούν το άρα στην αρχή μιας πρότασης και του δίνουν την έννοια του άραγε.

Τα παιδιά παράγουν συλλογισμούς μέσα σε οικεία πλαίσια αναφερόμενα σε καταστάσεις της καθημερινότητάς τους και πολλές φορές παραλείπουν στο λόγο τους τις προκείμενες προτάσεις θεωρώντας τις άλλοτε ως δεδομένες και άλλοτε ότι υπονοούνται σε σχέση με το περιεχόμενο της πρότασης.

Μα: Άρα... Πήγα να παίξω μπάλα, μπάλα και... άρα ποδόσφαιρο.

Ερ: Μάλιστα.

Μκ: Άρα τι θα κάνεις; Θα παίζεις ή θα πας στη δουλειά σου;

(1η Τάξη, σελ.2)

Μα: Πού είναι άραγε ο... ε... το παιδί που μας χτύπησε;

(9η Συνέντευξη, σελ.109)

Μα: Ο... Οπότε θα είσαι στην καφετέρια και όχι στο σπίτι.

Ερ: Πώς βγήκε αυτό; Ε; Πώς βγήκε, οπότε θα είσαι στην καφετέρια και όχι στο σπίτι; Κάτι... πριν κάτι έγινε...

Μκ: Πήρε τηλέφωνο και, πήρε τηλέφωνο και είπε... θες να πάμε...ε... θες να πα... να έρθεις σπίτι μου ή να πάμε στην καφετέρια;

Ερ: Και ο άλλος τι σου είπε;

Μκ: Είπε... απάντησε ότι θα είναι σπίτι του.

Ερ: Μάλιστα, θα είναι σπίτι του.

(3η Τάξη, σελ.83)

Μκ: Του (;) του αρέσει το ποδόσφαιρο, το μπάσκει και το βόλεϊ και το τένις. Άρα του αρέσουν σχεδόν όλα τα αθλήματα.

(3η Τάξη, σελ.84)

Φαίνεται στα αποσπάσματα η δυσκολία χρήσης του συνδέσμου και η νοηματοδότηση ως άραγε, (1ο, 2ο), η αντικατάσταση με το οπότε, η χαλαρή χρήση του και η δημιουργία ιστοριών (Bruner, 1997) προκειμένου να εξηγήσουν τις ατελείς διατυπώσεις τους (3ο), όμως μέσα από τη συζήτηση επιχειρούν και προχωρούν σε διατύπωση ολοκληρωμένων συλλογισμών (4ο). Οι αντιλήψεις και οι συνήθειες είναι φανερές καθώς και οι ρόλοι (Kress, 2003).

Χρήση λειτουργία και νοηματοδότηση του συνδέσμου και με την έννοια της λογικής σε καθημερινή καθοδηγούμενη χρήση:

Τα παιδιά μέσα από το λόγο τους φαίνεται να νοηματοδοτούν το συνδετικό **και** με τη γνωστή και συχνόχρηστη γι' αυτά έννοια, του **προσθετικού** και από **κοινού**

Επεξηγούν τη χρήση και τη λειτουργία του με βάση τις εμπειρίες και τα βιώματά τους εντάσσοντας τις προτάσεις που διατυπώνουν σε μία περίπτωση επικοινωνίας και τις νοηματοδοτούν ανάλογα

Η επαλήθευση ή η διάψευση μιας πρότασης καθορίζεται με βάση την ανταπόκρισή της στους κανόνες μιας πρακτικής (Walkerdine, 1982).

Μκ: Η Ελένη... (παύση, σκέφτεται) και η Μαρία θα πάει στα γενέθλια.

(2η Συνέντευξη, σελ.18)

Μκ: Ε... Αύριο το απόγευμα θα βρέξει και το βράδυ θα χιονίσει.

Ερ: Μάλιστα. Χρησιμοποίησες και δικές σου λεξούλες, ε;

Μκ: Ναι.

(7η Συνέντευξη, σελ.88)

Μα: Αύριο θα πάω σ' ένα μαγαζί που πουλάει παπούτσια και τσάντες και θα και θα αγοράσω παπούτσια και μια τσάντα. (δίνει έμφαση στο σύνδεσμο όταν ενώνει τις προτάσεις)

(3η Συνέντευξη, σελ.30)

Μκ: Θα κάνουμε Μαθηματικά και Γλώσσα την τρίτη ώρα στο σχολείο... Εμ... θα κάνουμε Μαθηματικά ή Γλώσσα την τρίτη ώρα στο σχολείο; Επομένως θα κάνουμε Μαθημα... Μαθηματικά την τρίτη ώρα στο σχολείο... ή θα κάνουμε Γλώσσα την τρίτη ώρα στο σχολείο.

Ερ: Μπορούμε να τα κάνουμε και τα δύο; Τι λες;

Μκ: Ναι, αν κάνουμε πρώτα ας πούμε Γλώσσα, μετά μπορούμε να κάνουμε Μαθηματικά...

(2η Συνέντευξη, σελ.18,19)

Χρησιμοποιούν χρονικούς προσδιορισμούς (Slobin και Welsh, 1973) για να ισχυροποιήσουν την άποψη τους (2ο) καταφεύγουν στην εμπειρία τους (4ο), εντάσσουν τον εαυτό τους στη διαδικασία (3ο).

Χρήση λειτουργία και νοηματοδότηση του συνδέσμου ή με την έννοια της λογικής σε καθημερινή καθοδηγούμενη χρήση:

Τα παιδιά νοηματοδοτούν τις διαζευκτικές προτάσεις με την έννοια της επιλογής και των διλημματικών καταστάσεων

Χρησιμοποιούν ερωτηματικά τις διαζευκτικές προτάσεις επιθυμώντας να δοθεί λύση στην κατάσταση που προκύπτει από το συνομιλητή τους ή κάποιο άλλο οικείο πρόσωπο.

Μκ: *Η... η Ελένη ή η Μαρία θα πάνε στα γενέθλια.*

Ερ: *Μάλιστα. Τι διαφορά έχει τώρα αυτό που είπες από το προηγούμενο;*

Μκ: *Σημαίνει ότι μπορεί να πάει μία απ' τις δύο στο... κάπου.*

(7η Συνέντευξη, σελ.87,88)

Ερ: *Μάλιστα... αλλιώς;*

Μα: *Θα βρέξει ή θα χιονίσει αύριο;*

Ερ: *Ποιο σου ταιριάζει εσένα πιο πολύ;*

Μα: *Το θα βρέξει ή θα χιονίσει αύριο;*

Ερ: *Μάλιστα. Γιατί το βλέπεις εσύ πιο σωστό αυτό;*

Μα: *Γιατί δ...δεν ξέρουμε α...αν θα βρέξει αύριο ή θα χιονίσει...*

Ερ: *Ναι...*

Μα: *ε... και έτσι ρωτάμε για να δούμε απ' την τηλεόραση τι προβλέπουν οι μετεωρολόγοι.*

(3η Συνέντευξη, σελ.30)

Ερ: *Αν πω θα αγοράσω παπούτσια ή τσάντα ε;*

Μα: *Ναι.*

Ερ: *Αν πω θα αγοράσω ή παπούτσια ή τσάντα;*

Μα: Εννοώ ότι από ένα μαγαζί θα αγοράσω ένα πράγμα. Ή παπούτσια ή τσάντα.

Μα: Γιατί δε μου φτάνουν τα λεφτά.

(3η Συνέντευξη, σελ.31,32)

Ερ: Μάλιστα. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ή εδώ; Θα μας ταιριάζει, να κάνουμε κάποια...

Μα: Ρωτώ την κυρία. Θα κάνουμε Μαθηματικά ή Γλώσσα την τρίτη ώρα στο σχολείο; (τονισμένο πάλι το ή)

(3η Συνέντευξη, σελ.31)

Αυτό φαίνεται στο απόσπασμα όπου το παιδί καταφεύγει στις πληροφορίες των ειδικών (1ο) ή στη δασκάλα (3ο). Στο δεύτερο νοηματοδοτεί συνειδητά τη διάζευξη ως αποκλειστική και επεξηγεί την επιλογή του. Γίνονται κατανοητές μέσα από τη συζήτηση οι συλλογιστικές διεργασίες των παιδιών.

Χρήση λειτουργία και νοηματοδότηση του συνδέσμου άρα, επομένως με την έννοια της λογικής σε καθημερινή καθοδηγούμενη χρήση:

Τα παιδιά παράγουν συλλογισμούς όταν οι αναφορές σχετίζονται με καταστάσεις της καθημερινής τους ζωής

Παρουσιάζουν δυσκολίες στον τυπικό συλλογισμό που καθορίζονται από τις εσωτερικές σχέσεις του ίδιου του ισχυρισμού οι οποίες είναι περισσότερο γλωσσικές

Η αλληλεπίδραση με το δάσκαλο βοηθάει τα παιδιά στην ανάπτυξη σχέσεων γενικότητας και στη συγκρότηση των εννοιών (Mercer 2000).

Ερ: ... τα λέμε όλα μαζί θηλαστικά. Τα θηλαστικά, λέμε, γεννούν μωρά. Ο άνθρωπος γεννάει μωρά.

Μκ: Ναι.

Ερ: Επομένως... (περιμένει) ο άνθρωπος... πού θα μπει;

Μκ: Στα θηλαστικά.

Ερ: Α... στα θηλαστικά θα μπει ο άνθρωπος, έτσι; Μπορούμε να την πούμε, να πούμε αυτές τις προτασούλες μαζί; Τα θηλαστικά γεννούν μωρά... (αργά και σχεδόν συλλαβιστά εκφέρεται)

Μκ: Α... ναι, κατάλαβα.

Ερ: Ναι...

Μκ: Τα θηλαστικά γεννούν μωρά, ο άνθρωπος γεννάει, γεννάει μωρό.

Ερ: Μωρά. Επομένως...

Μκ: Επομέ... επομένως και τα... και οι άνθρωποι θα πάνε στα θηλαστικά.

Ερ: Πολύ ωραία. (γελώντας) Έτσι;

Μκ: Ναι.

(5η Συνέντευξη, σελ.63)

Στο απόσπασμα αυτό φαίνεται η βοήθεια της δασκάλας στην ανάπτυξη σχέσεων γενικότητας και στη συγκρότηση εννοιών. Ο Vygotsky (1993), υποστηρίζει ότι η έννοια της γενίκευσης και οι σχέσεις της γενικότητας είναι πολύ σημαντικές για την ανάπτυξη της λογικής σκέψης του παιδιού.

Ανάπτυξη λογικών πράξεων και σχέσεων στη βάση κριτηρίων των μαθητών-χρήση και λειτουργία των λογικών συνδέσμων:

Τα παιδιά μετακινούνται σε συγκεκριμένες ή φανταστικές καταστάσεις προκειμένου να βρουν πλαίσια αναφοράς και να παράγουν υπαρκτές σχέσεις

Προχωρούν στην κατηγοριακή ταξινόμηση και αναπτύσσουν λογικές πράξεις και σχέσεις τις οποίες διατυπώνουν με καθημερινό λόγο

Δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών, όπως η **τομή**, η **ένωση** και το **συμπλήρωμα**.

Η χρήση των λογικών συνδέσμων γίνεται με όρους καθημερινού λόγου, όπου το συνδετικό **και** έχει την έννοια κυρίως του **προσθετικού** και του **συγκεφαλαιωτικού**. Η χρήση του διαζευκτικού **ή** και των συμπερασματικών **άρα, οπότε**, είναι περιορισμένη.

Μκ: Στην αρχή είπα να κάνω ένα χιονάνθρωπο. Μετά είπα γιατί δεν κάνω κι ένα σπίτι εδώ πέρα αυτό... ε... και μετά είπα ό,τι μου κατέβει, εντάξει.

Ερ: Ναι. Είπαμε όμως να μην κάνουμε μία κατασκευή αλλά να τα χωρίσουμε σε ομάδες.

Μκ: Σε ομάδες, ας πούμε, σχημάτων, χρωμάτων...

(10η Συνέντευξη, σελ.123)

Ερ: Ε... γίνεται. Κάνε την αλλαγή και πες την μου. Πες.

Μα: Τώρα τα έχω βάλει όλα τα κίτρινα τα τρίγωνα σε μια στοίβα, χοντρά, λεπτά σε μια στοίβα, τα κόκκινα χοντρά, λεπτά σε μια στοίβα, μεγάλα, μικρά πάλι, σε μια στ..., μεγάλα, μικρά σε μια στοίβα, χοντρά, λεπτά στην ίδια στοίβα με τα λεπτά και τα μικρά μεγάλα, στα μπλε τα έχω βάλει το ίδιο, το ίδιο και στα τρία χρώματα των τριγώνων.

(1η Συνέντευξη, σελ.6)

Μκ: Λοιπόν, υπάρχουν τρίγωνα, τετράγωνα, κύκλους, ορθογώνια και παλαλληλόγραμμα.

(5η Συνέντευξη, σελ.67)

Οι φανταστικές καταστάσεις που δημιουργούν, φαίνονται στο 1ο απόσπασμα ενώ στη συνέχεια φαίνεται η ταξινόμηση των σχημάτων που σύμφωνα με το Vygotsky (1993), αποτελεί το θεμέλιο της συγκρότησης της κατηγοριοποιητικής σχέσης στη βάση γλωσσικά διατυπώσιμων κριτηρίων. Η χρήση των λογικών συνδέσμων γίνεται με όρους καθημερινού λόγου. Το **και** χρησιμοποιείται περισσότερο, έχει την έννοια του συγκεφαλαιωτικού / τελειωτικού ενώ διακρίνεται η ένταξη του παιδιού στη διαδικασία της μαθηματικής δραστηριότητας με τη χρήση του α' προσώπου και του ρήματος έχω.

Μα: Τα έβαλα έτσι επειδή όταν θέλω να βρω κάποιους κύκλους μεγάλους ή μικρούς να ξέρω πού είναι ή τρίγωνα ή τετράγωνα ή ορθογώνια.

(1η Συνέντευξη, σελ.4)

Ερ: Στην πρώτη ομάδα, τι μπορούμε να πούμε βλέποντας τα σχήματα τώρα...

Μα: Ε... έχω, έχω κόκκινους ε... κόκκινα τετράγωνα και κίτρινα τετράγωνα, έχω...

Ερ: Μόνον;

Μα: Έχω μπλε τετράγωνα και γαλάζια τετράγωνα.

(3η Συνέντευξη, σελ.35)

Μκ: Ε... μμ...

Ερ: Τι κάναμε; Είχαμε δύο μικρές ομάδες...

Μκ: Και τα ενώσαμε.

Ερ: Ωραία, τα ενώσαμε. Τι έχουμε τώρα;

Μκ: Διαφορετικά σχήματα.

Ερ: Μάλιστα. Είναι όλα τα σχήματα που είχαμε στην αρχή εδώ μέσα;

Μκ: Τσουκ. Όχι.

Ερ: Όχι.

Μκ: Λείπει. Το τρίγωνο και το κύκλο, και ο κύκλος.

(5η Συνέντευξη, σελ.69)

Στο 1ο απόσπασμα το παιδί υποστηρίζει την πράξη της ταξινόμησης και της δίνει ένα νόημα που είναι σημαντικό γι' αυτό. Η ταξινόμηση συνδέεται με την καθημερινότητά του (Gilligan, 1982). Χρησιμοποιεί αυθόρμητα στο λόγο του το διαζευκτικό σύνδεσμο ή περισσότερο με την έννοια της επιλογής. Στην ομάδα των κύκλων, μαθηματικά το ή μεταφράζεται ως ένωση υποομάδων σε μία μεγαλύτερη. Οι άλλες ομάδες χωρίζονται μεταξύ τους και το ή έχει την έννοια του διαχωριστικού, όπως και στον καθημερινό λόγο. Το και

νοηματοδοτείται ως προσθετικό (2ο) απόσπασμα ενώ στο τελευταίο φαίνεται η δυνατότητα συγκρότησης της έννοιας της ένωσης. Τα παιδιά μιλούν με ρήματα και χρησιμοποιούν περιγραφικό λόγο.

Ανάπτυξη λογικών πράξεων και σχέσεων στη βάση συγκεκριμένης δήλωσης-χρήση και λειτουργία των λογικών συνδέσμων:

Η κατανόηση μιας δήλωσης με τη χρήση των λογικών συνδέσμων δυσκολεύει την επίδοση στο έργο. Η επαναδιατύπωση της δήλωσης (Mishler,1996) και η βοήθεια από την ερευνήτρια οδηγεί τα παιδιά στην επίλυση του προβλήματος και στην εξοικείωση τους με το μαθηματικό λόγο.

Η αποπλαισιωμένη μαθηματική γνώση (Ernest,1994) και οι τυπικές σχέσεις ανάμεσα στους όρους μιας πρότασης δημιουργεί επιπρόσθετες δυσκολίες

Τα παιδιά στις λογικές πράξεις και σχέσεις που αναπτύσσουν και διατυπώνουν χρησιμοποιούν το συνδετικό **και** κυρίως και το αντιστοιχίζουν στην πράξη της ένωσης. Γενικότερα η χρήση των λογικών συνδέσμων γίνεται πάλι με όρους καθημερινούς.

Ερ: Ωραία. Λοιπόν, πολύ ωραία Μαρία. Τώρα εγώ θα σου ζητήσω, αφού ανακατέψεις πάλι αυτά τα σχήματα όλα, να μου τα χωρίσεις... ε... ως εξής, να μου τα χωρίσεις σε ομάδες ανάλογα με το αν είναι κόκκινα ή όχι κόκκινα και τετράγωνα ή όχι τετράγωνα. Τέσσερις ομάδες δηλ. να φτιάξουμε. Το κατάλαβες;

Μκ: Ναι.

Ερ: Για πες το και συ.

Μκ: Δηλ. δηλ. αν είναι ας πούμε κόκκινο και κόκκινο να είναι μαζί ομαδούλα.

Ερ: Ναι.

Μκ: Αν είναι ας πούμε κόκκινο, κύκλος κόκκινος, παραλληλόγραμμο κόκκινο και τρίγωνο κόκκινο μπορούμε να τα ταιριάξουμε, αφού θα τα ταιριάξουμε, όμως αν είναι διάφορα άλλα χρώματα δεν θα τα ταιριάξουμε...

(2η Συνέντευξη, σελ.23)

Ερ: Λοιπόν, έχουμε τα κόκκινα τετράγωνα. Έτσι όπως το είπα, να το ξαναπώ; Θέλω να φτιάξω τέσσερις ομάδες, που να είναι κόκκινα ή άλλο χρώμα και τετράγωνα ή άλλο σχήμα. Οπότε τι θα σκεφτώ... να φτιάξω...

Μα: μία ομάδα από τα σχ... από τα τέσσερα σχήματα που θα βρούμε.

Ερ: Από τα σχήματα που θα βρούμε. Έφτιαξα την πρώτη ομάδα;

Μα: Ναι.

Ερ: Τι είναι αυτά;

Μα: Κόκκινα τετράγωνα.

Ερ: Ωραία. Μετά τι άλλη ομάδα μπορώ να φτιάξω, να πω πάλι να σε βοηθήσω, με τα τετράγωνα;

Μα: Ε...τα μπλε θα πάνε μαζί με τα κίτρινα.

(4η Συνέντευξη, σελ.54)

Στο 1ο απόσπασμα το παιδί συγκρατεί το κριτήριο του χρώματος και απαλείφει το άλλο μέρος της δήλωσης (Bradley Morris,1998), μια τακτική συχνή στην επίλυση λογικών προβλημάτων, σύμφωνα με τη διεθνή βιβλιογραφία. Στο 2ο απόσπασμα διακρίνεται η επαναδιατύπωση της δήλωσης (Suppes και Feldman,1971) και η βοήθεια της ερευνήτριας στο σχηματισμό των ομάδων. Η οικειοποίηση του μαθηματικού λόγου είναι σημαντική στην ανάπτυξη λογικών πράξεων.

Μα: τρίγωνο

Ερ: τρίγωνο...

Μα: και έχει τρεις γωνίες.

Ερ: και έχει τρεις γωνίες και τι άλλο έχει, και...

Μα: και είναι κόκκινο και χοντρό.

Ερ: Α... πολύ ωραία. Λοιπόν, άλλο μπορούμε να πούμε, παράδειγμα...

Μα: Αυτός ο κύκλος είναι λεπτός, κόκκινος και δεν και δεν μπορεί να πάει καθόλου ίσια.

(3η Συνέντευξη, σελ. 41)

Ερ: Δεν έχουν το ίδιο χρώμα. Πολύ ωραία. Να δούμε την τρίτη μας την ομάδα; Αυτή η ομάδα που σου δείχνω τι ομάδα είναι;

Μκ: Μμμ... Κοκκίνων. Επειδή έχει όλα τα υπόλοιπα κόκκινα εκτός από τετράγωνα.

(10η Συνέντευξη, σελ.126)

Μα: Πρέπει να τις βάλουμε τ... την... αυτήν εδώ την κόκκινη ομάδα σ' αυτήν.

Ερ: Πώς το σκέφτεσαι και το λες αυτό;

Μα: Γιατί μια ομάδα δε γίνεται να 'ναι ξεχωριστά από τις δύο, γίνεται να 'ναι και οι δύο.

Ερ: Α... Μάλιστα. Τότε τι θα κάνουμε, δηλ. να το φέρουμε εδώ κοντά;

Μα: Κόκκινο.

Ερ: Κόκκινα...

Μα: Τρίγωνα, τετράγωνα, ορθογώνια, κύκλους... αυτά.

(9η Συνέντευξη, σελ.117, 118)

Τα παιδιά διατυπώνουν λογικές σχέσεις ανάμεσα στα στοιχεία κάθε τάξης και ανάμεσα στις τάξεις. Στο 1ο απόσπασμα το παιδί προσπαθεί να χρησιμοποιήσει το και με μαθηματικό λόγο, επανέρχεται όμως στον καθημερινό λόγο και στην περιγραφή του σχήματος. Στο 3ο απόσπασμα το παιδί προχωράει στην ένωση των ομάδων με βάση το χαρακτηριστικό του χρώματος και θεωρεί απαραίτητη την ύπαρξη μιας μεγαλύτερης ομάδας που θα περιλαμβάνει τις δύο μικρότερες. (εγκλειστική διάζευξη)

Η ονοματοποίηση της ομάδας το δυσκολεύει και περιορίζεται στην παράθεση των σχημάτων που ανήκουν στην καινούρια ομάδα. Το παιδί χρησιμοποιεί το συνδετικό **και** στην πράξη της ένωσης και του

δίνει την έννοια του μαζί. Στο 2ο απόσπασμα απαλείφει τη λέξη που αναφέρεται στο σχήμα δίνοντας την ερμηνεία του στη συνέχεια. Φαίνεται ότι χρησιμοποιούνται λέξεις (υπόλοιπα, εκτός) που συνδέονται με τις λογικές πράξεις και αποτελούν βάση για συγκεκριμένη διδασκαλία.

Το παιδί αντιστοιχίζει την πράξη της άρνησης με το Συμπλήρωμα και αντικαθιστά το όχι με το εκτός.

Συμπεράσματα

Τα παιδιά δημιουργούν ένα πλαίσιο επικοινωνίας προκειμένου να διατυπώσουν προτάσεις και να χρησιμοποιήσουν τα συγκεκριμένα συνδετικά, τα οποία νοηματοδοτούν διαφορετικά κάθε φορά. Μέσα από το λόγο τους μεταφέρουν καταστάσεις της καθημερινής τους ζωής, αντιλήψεις, στάσεις και πεποιθήσεις που αντανakλούν τις κυρίαρχες αντιλήψεις των κοινωνικών δομών και των θεσμών. Καταφεύγουν στην εμπειρία τους ανακαλώντας βιωμένες καταστάσεις προκειμένου να υποστηρίξουν το περιεχόμενο της καινούριας πρότασης που προκύπτει από τη σύνδεση των προηγούμενων.

Προσθέτουν και άλλες λέξεις (*αυτωνυμίες, χρονικούς προσδιορισμούς*) στην προσπάθειά τους να ισχυροποιήσουν τις συλλογιστικές τους διεργασίες και να επιβεβαιώσουν τον ισχυρισμό τους.

Επιχειρούν την επαλήθευση ή τη διάψευση μιας πρότασης με βάση την ανταπόκρισή της στους κανόνες μιας πρακτικής.

Τα παιδιά είναι ικανά να παράγουν και να διατυπώνουν συλλογισμούς όταν οι αναφορές τους σχετίζονται με καταστάσεις της καθημερινής τους ζωής.

Παρουσιάζουν δυσκολίες στον τυπικό συλλογισμό οι οποίες καθορίζονται από τις εσωτερικές σχέσεις του ίδιου του ισχυρισμού που είναι κατά βάση γλωσσικές.

Η αλληλεπίδραση με το δάσκαλο / δασκάλα οδηγεί τα παιδιά στην ανάπτυξη σχέσεων γενικότητας και στη συγκρότηση των εννοιών.

Οι επιστημονικές έννοιες και ο σχηματισμός τους βρίσκονται σε μια συνεχή αλληλεπίδραση με τις αυθόρμητες έννοιες και τις συνάψεις που έχουν δημιουργήσει τα παιδιά.

Τα παιδιά μετακινούνται σε συγκεκριμένες ή φανταστικές καταστάσεις προκειμένου να έχουν πλαίσια αναφοράς και να παράγουν υπαρκτές σχέσεις

Εμπλέκουν τον εαυτό τους σε μία διαδικασία και συζητούν γι' αυτήν δίνοντας νόημα στη δράση τους με τα αντικείμενα. Με το λόγο τους φαίνεται να αντιστέκονται στην αποπλαιοσιωμένη, τυπική σχολική μαθηματική γνώση και δηλώνουν τις αξίες, τις πεποιθήσεις και τα συναισθήματά τους στη διάρκεια της μαθηματικής δραστηριότητας.

Είναι ικανά, βέβαια, να προχωρούν στην κατηγοριακή ταξινόμηση στη βάση δικών τους γλωσσικά διατυπώσιμων κριτηρίων και να αναπτύσσουν λογικές πράξεις και σχέσεις τις οποίες διατυπώνουν με καθημερινό λόγο

Γίνεται φανερό η μετακίνηση των παιδιών από την καταγραφική / περιστασιακή σκέψη στην κατηγοριοποιητική / εννοιολογική.

Μέσα από την πράξη δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών της τομής, της ένωσης και του συμπληρώματος.

Τα παιδιά δυσκολεύονται στην κατανόηση συγκεκριμένης δήλωσης που εμπεριέχει τους λογικούς συνδέσμους και, ή και την άρνηση (όχι).

Έχουν την τάση να αγνοούν τους λογικούς συνδέσμους και να περικόπτουν ένα μέρος της δήλωσης προκειμένου να προχωρήσουν στην επίλυση του προβλήματος.

Δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις σχέσεις που αναπτύσσονται στους όρους της δήλωσης, καθώς αυτές αντιστοιχίζονται σε πράξεις αφαιρετικές γλωσσικά, μακριά από τις καθημερινές τους εμπειρίες.

Η επαναδιατύπωση της δήλωσης και η μεταφορά του λόγου της ερευνητήριας στο λόγο των παιδιών βοηθάει στην παραγωγή και ανάπτυξη λογικών πράξεων και σχέσεων, ενώ ταυτόχρονα ο διάλογος που αναπτύσσεται εξοικειώνει τα παιδιά με το μαθηματικό λόγο και τα οδηγεί στην αναζήτηση λύσεων.

Οι εξωγλωσσικοί παράγοντες αναδεικνύονται ως σημαντικές συνιστώσες στη διατύπωση των λογικών πράξεων και σχέσεων που αναπτύσσουν τα παιδιά.

Η διατύπωση των πράξεων με ρήματα που καταδεικνύουν την προσπάθεια της συμμετοχής των παιδιών στη μαθηματική δραστηριότητα, διευκολύνει την εκφορά του λόγου τους.

Τα ευρήματά μας βρίσκονται σε συμφωνία με τη βιγκοτσιανή προσέγγιση για την εισαγωγή στη μαθησιακή διαδικασία του όρου «ζώνη επικείμενης ανάπτυξης».

Θεωρούμε ακόμη ότι οι λογικές πράξεις της *σύζευξης*, της *διάζευξης* και της *συνεπαγωγής* με τις αντίστοιχες μαθηματικές της *τομής*, της *ένωσης* και του *συμπληρώματος* είναι απαραίτητο να διδάσκονται στα μικρά παιδιά με αφετηρία τις καθημερινές τους εμπειρίες και πρακτικές

Παρά τις διαπιστώσεις που παραθέσαμε για τις δυσκολίες κατανόησης και χρήσης του επιστημονικού λόγου από τα παιδιά, συμφωνούμε με τη θέση ότι η επιστημονική σύλληψη του κόσμου δεν μπορεί να κατακτηθεί χωρίς προηγουμένως να κατακτηθεί και η ιδιαίτερη «γλώσσα» που έχει διαμορφωθεί για να την περιγράψει (Harris, 1994). Μ' αυτή την έννοια η ιδιοποίηση του μαθηματικού λόγου από τα παιδιά αποτελεί κομβικό σημείο για την κατανόηση και συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών.

Οι δάσκαλοι είναι απαραίτητο να διερευνήσουν και να μελετήσουν προσεκτικά τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στο πεδίο των μαθηματικών δραστηριοτήτων και να ανοίξουν τη συζήτηση σε συνεργασία με την υπόλοιπη εκπαιδευτική κοινότητα για τη διαμεσολάβηση της γλώσσας στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης.

Βιβλιογραφία

Εξένη

- Barnes, D., & Todd, F., (1977). *Communication and Learning in Small Groups*. Λονδίνο: Routledge & Kegan Paul
- Billing, M., Condor, S., Edwards, D., Gane, M., Middleton, D., & Radsley, A., (1988). *Dilemmas: A social psychology of everyday thinking*, Sage publications
- Borg, W.R., (1963). *Educational Research: An Introduction*, Longman, London
- Bradley, M., & Sloutsky, V., (2006). Children's solutions of logical vs. empirical problems: What's missing and what develops? <http://cogdev.cog.ohio-state.edu/2-6.pdf>.
- Braine, M.D.S., & O'Brien, D.P., (1998). *Mental Logic*. Mahwa, NJ: Lawrence Erlbaum
- Byrnes, J., & Overton, W., (1986). Reasoning about certainly and uncertainly in concrete, causal, and propositional contexts. *Developmental Psychology*, 22 (6), 793-799
- Cannell C.F. & Kahn, R.L., (1968). "Interviewing", G. Lindzey and A. Aronson (eds), *The handbook of Social Psychology*, vol. 2, *Research Methods*, Addison Wesley, New York
- Dienes, Z.P., (1971). Teaching school mathematics. *Servais, W. & Varga, T.* Penguin Books, Unesco, Harmondsworth, pp. 38-46
- Durkin, & B.Shire (eds.), *Language in mathematical education: research and practice*. Milton Keynes, Open University Press
- Ernest, P., (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*, Falmer Press, London
- Ernest, P., (1996). *The Nature of Mathematics and Teaching. Philosophy of Mathematics Education, Newsletter*, 9
- Feldman, S., (1972). Children's understanding as a logical operation. *Gen. Psychol. Monogr.*, 85, 3-49

- Gilligan, C. (1982). *In a Different Voice*, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press
- Halliday, M.A.K., (1973). *Explorations in the Functions of Language*. London E. Arnold
- Halliday, M.A.K., (1975). Some aspects of sociolinguistics. In Jacobson, E. (ed.), *Interactions between linguistics and mathematics education*. 64-73. Paris: UNESCO
- Halliday, M.A.K., (1978). *Language as social semiotic. The social interpretation of Language and meaning*. London: E. Arnold
- Halliday, M.A.K., (1985). *Introduction to Functional Grammar*. London: E. Arnold
- Halliday, M.A.K., & Martin, J.R., (επιμ. 1993). *Writing Science Literacy and Discursive Power*. Λονδίνο: The Falmer Press
- Harris, J., (1994). Writing in schools: Classification. Στο *Encyclopedia of Language and Linguistics*, (επιμ. R.E.Asher), 8^{ος} τόμ., 5049-5052. Οξφόρδη, Νέα Υόρκη, Seoul & Tokyo: Pergamon Press
- Hughes, M., (1981). "Can pre-school children add and subtract?", *British Journal of Educational Psychology* 1(3): 207-19...
- Inhelder, B., & Piaget, J., (1958). *The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence*. New York: Basic Books
- Johansson, B.S. & Sjolín, B., (1975). Preschool children's understanding of the coordinates **and** and **or**. *J.Exper. Child Psychol.*, 19, 233-240
- Johansson, B.S., (1977). Levels of mastery of the coordinators **and** and **or** and logical test performance. *Br.J.Psychol.*, 68, 311-320
- Jonhson-Laird, P.N., Legrenzi, P. Sonino Legrenzi M., (1972). Reasoning and a sense of reality. *British Journal of Psychology*, 63, 395-400
- Jonhson-Laird, P.N., (1993). *Human and Machine Thinking*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum

- Kahn, R.L. & Cannel C.F., (1957). *The Dynamics of Interviewing: Theory, Technique, and Cases*. New York: Wiley.
- Lansdell, J.M., (1999). Introducing young children to mathematical concepts: problems with “new” terminology. *Educational Studies*, 25(3), 327-333
- Lloyd, P., (1975). Communication in preschool children. Edinburgh University: unpublished doctoral dissertation
- Macrae, A.J., (1976). Meaning relations in language development: a study of some converse pairs and directional opposites. Edinburgh University: unpublished doctoral dissertation
- Markman, E.M., (1978). Empirical versus logical solutions to part whole comparison problems concerning classes and collections. *Child Development*, 49 (1), 168-177
- Markovits, H., Fleury, M.L., Quinn, S. & Venet, M., (1998). The development of conditional reasoning and the structure of semantic memory. *Child Development*, 69, 742-755
- McGarrigle, J., Grieve R. & Hughes M., (2001). Interpreting: a contribution to the study of the child’s cognitive and linguistic development. (In preparation)
- Merton, R.K. & Kendall, P.L., (1946). “The focused interview”, *American Journal of Sociology*, 51, 541-557
- Morris, C.W., (1955). Foundations of the theory of signs. *International Encyclopedia of Unified Science*, 1 (2): 78-137. Chicago: University of Chicago Press
- Morris, A., & Sloutsky, V., (1998). Understanding of logical necessity. Developmental antecedents and cognitive consequences. *Child Development*, 69 (3), 721-741
- Moshman, D., & Franks, B., (1986). Development of the concept of inferential validity. *Child Development*, 57, 153-165
- Osherson, D. & Markman, E., (1975). Language and the ability to evaluate contradictions and tautologies. *Cognition*, 3 (3), 213-226

- Scholnick, E.K., & Wing, C.S., (1991). Speaking deductively: Preschoolers' use of if in conversation and in conditional inference. *Developmental Psychology*, 27 (2), 249-258
- Scholnick, E.K., & Wing, C.S., (1992). Speaking deductively: Using conversation to trace the origins of conditional thought in children. *Merrill-Palmer Quarterly*, 38 (1), 1-20
- Slobin, D.I. & Welsh, C.A., (1973). Elicited imitation as a research tool I developmental psycholinguistics. In C.A. Ferguson & D.I. Slobin (eds.), *Studies of Child Language Development*. New York: Holt, Rinehart & Winston
- Sloutsky, V.M., & Goldvarg, Y., (1999). Effects of externalization on representation of indeterminate problems. In M. Hahn & S. Stones (eds.), *Proceedings of the XXI Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 695-700). Mahwah, NJ: Erlbaum
- Suppes, P. & Feldman, S., (1971). Young children's comprehension of logical connectives. *J.Exper.Child Psychol.*, 12, 304-317
- Walkerdine, V. (1982). "From context to text: a psychosemiotic approach to abstract thought", στο M. Beveridge (ed.), *Children thinking through language*, Edward Arnold, London
- Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality*, London: Routledge
- Wallington, B.A., (1974). Some aspects of the development of reasoning in preschool children. Edinburgh University: unpublished doctoral dissertation
- Wason, P.C. & Jonhson-Laird, P.N., (1972). *Psychology of Reasoning: Structure and Content*. London: Batsford
- Ziff, P., (1972). *Understating Understating*. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press

Ελληνική

- Αραποπούλου, Μ. & Γιαννουλοπούλου, Γ., (2001). Η χρήση της γλώσσας στα μη γλωσσικά μαθήματα: ο λόγος των επιστημών. *Εγκυκλοπαιδικός οδηγός για τη γλώσσα*, (επιμ. Χριστίδης Φ.), Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας, Θεσσαλονίκη
- Benveniste, E., (1981). Η φύση του γλωσσικού σημείου. *Κείμενα Σημειολογίας* (επιλ.-μετ. Παπαγιώργης Κωστής), Νεφέλη, Αθήνα
- Βιδάλη, Α., (2001). «Εισαγωγή» στο *Αφήγηση και φαντασίωση*, (εισ. και επιμ. Α. Βιδάλη), Νήσος, Αθήνα
- Bruner, J., (1997). *Πράξεις Νοήματος*, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα
- Vygotsky, L.S., (1993). *Σκέψη και γλώσσα*, Γνώση, Αθήνα
- Vygotsky, L.S., (1997). *Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των Ανώτερων Ψυχολογικών Διαδικασιών*, στο Σ. Βοσνιάδου (επιμ.), Α. Μπίμπου και Σ. Βοσνιάδου (μτφ), Gutenberg, Αθήνα
- Cohen, L., Manion, L., (2000). *Μεθοδολογία Εκπαιδευτικής Έρευνας*, Μεταίχμιο, Αθήνα
- Δεσλή, Δ. & Μπάρκα, Αλ., (2005). Μαθηματική γλώσσα: η χρήση λέξεων με καθημερινή και μαθηματική σημασία από παιδιά του δημοτικού σχολείου. *Η διδακτική Μαθηματικών ως πεδίο έρευνας στην κοινωνία της γνώσης*, Πρακτικά εισηγήσεων στο 1^ο Συνέδριο της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών (Εν.Ε.Δι.Μ.), 292-300, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα
- Donaldson, M., (2001). *Η Σκέψη των Παιδιών*, Gutenberg, Αθήνα
- Zaporozhets, A.V., Zinchenko, V.P. & Elkonin D.B., (1999). Η ανάπτυξη της λογικής σκέψης των παιδιών της προσχολικής ηλικίας. *Σκέψη*, (επιμ. Βοσνιάδου Στ.), Gutenberg, Αθήν
- Halliday, M.A.K. & Martin, J.R., (2000). *Η Γλώσσα της Επιστήμης*, (μετ. Γιαννουλοπούλου Γιαννούλα), Μεταίχμιο, Αθήνα
- Holton, D. & Mackridge, P., Φιλιππάκη, Ειρ., Warburton, (2000). *Γραμματική της Ελληνικής Γλώσσας*, Πατάκη, Αθήνα

- Kress, G., (2003). *Γλωσσικές διαδικασίες σε Κοινωνιοπολιτισμική Πρακτική*, Σαββάλας, Αθήνα
- Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Αν., (1983). Συμβολή στην ψυχολογική μελέτη του διαλογισμού με υποθετικές προτάσεις: το είδος της άρνησης στο λόγο ή στην ακολουθία και η επίπτωσή του στην εξαγωγή συμπερασμάτων. Α.Π.Θ.: Επιστημονική επετηρίδα της Φιλοσοφικής Σχολής, Παράρτημα 36, διδακτορική διατριβή
- Λούρια, Α.Ρ., (1995). *Γνωστική Ανάπτυξη*, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα
- Mackridge, P., (1990). *Η Νεοελληνική Γλώσσα*, (μετ. Πετρόπουλος Κ.Ν.). Πατάκη, Αθήνα
- Mercer, N., (2000). *Η Συγκρότηση της Γνώσης*, μεταφρ. Παπαδοπούλου Μ., Μεταίχμιο, Αθήνα
- Mishler, E., (1996). *Συνέντευξη Έρευνας*, Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα
- Μοκό, Ζ., (1997). *Ψυχανάλυση και Εκπαίδευση*, Καστανιώτης, Αθήνα
- Παπαμιχαήλ, Γ., (2003). *Μάθηση και κοινωνία*, Οδυσσέας, Αθήνα
- Παπανούτσος, Ε.Π., (1985). *Λογική*, Δωδώνη, Αθήνα-Γιάννινα
- Piaget, J. (1979). *Ψυχολογία και Παιδαγωγική*, Νέα Σύνορα, Αθήνα
- Piaget, J. (1986). *Η Ψυχολογία της Νοημοσύνης*, Καστανιώτης, Αθήνα
- Τζάρτζανος, Αχιλ., (1991). *Νεοελληνική ΣύNTAXIS (Της Κοινής Δημοτικής)*, τ. Α' και Β', Αδελφοί Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη
- Τριανταφυλλίδης, Μ., (1941, 1991). *Νεοελληνική Γραμματική (Της Δημοτικής)*, Α.Π.Θ./ Ινστ. Νεοελ. Σπ./ Ίδρ. Μαν. Τριανταφυλλίδη, Θεσσαλονίκη
- Χασάπης, Δ., (1996). Τα πλαίσια αναφοράς των μαθηματικών εννοιών κατά τη διδασκαλία τους στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση και οι ιδεολογικοί τους προσανατολισμοί. *Τα Μαθηματικά στην Εκπαίδευση και την Κοινωνία*, Πρακτικά 1^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Αθήνα, σελ. 113-123
- Χασάπης, Δ., (1999). *Συγκρότηση και Ανάπτυξη της Λογικής Σκέψης*, Α.Π.Θ. Υπηρεσία Δημοσιευμάτων, Θεσσαλονίκη

- Χασάπης, Δ., (2000). *Διδακτική βασικών μαθηματικών εννοιών*, Μεταίχμιο, Αθήνα
- Χασάπης, Δ., (2002). Η γλώσσα της διδασκαλίας των Μαθηματικών: ένα πλαίσιο ανάλυσης και μερικά σχόλια. *Η διδασκαλία της Γλώσσας και των Μαθηματικών, Εκπαίδευση Γλωσσικών Μειονοτήτων*, (επιμ. Ευαγγ. Τρέσσου, Σ. Μητακίδου), Παρατηρητής, Θεσσαλονίκη
- Χασάπης, Δ., (2003). Επιχείρημα και απόδειξη στα σχολικά μαθηματικά. *2^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, Α.Π.Θ./Π.Τ.Δ.Ε.- Διδασκαλείο «Δημήτρης Γληνός», 16& 17 Μαρτίου, Θεσσαλονίκη
- Χασάπης, Δ., (2005). Κοινωνικές & Πολιτισμικές διαστάσεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. *4^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, Α.Π.Θ./ Π.Τ.Δ.Ε.-Διδασκαλείο «Δημήτρης Γληνός», 19 & 20 Μαρτίου, Θεσσαλονίκη

Πηγές

Σχολικά βιβλία

- (1989) *Μαθηματικά Β' τάξης, Βιβλίο για το δάσκαλο*. Αθήνα: ΟΕΔΒ
- (2003) *Τα μαθηματικά μου, Β' τάξη δημοτικού, πρώτο & δεύτερο μέρος*. Αθήνα: ΟΕΔΒ
- ΥΠΕΠΘ (1987). Αναλυτικά Προγράμματα Μαθημάτων του Δημοτικού Σχολείου

elspano61@gmail.com

[λευκή σελίδα]

Η ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ ΓΙΑ ΠΑΙΔΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**Διονυσία Αγγελοπούλου, Κώστας Ζαχάρος
& Δημήτρης Πολίτης**

Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα ανακοίνωση παρουσιάζονται τα αποτελέσματα έρευνας σχετικά με τη συμβολή της Λογοτεχνίας για Παιδιά στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης στο Νηπιαγωγείο. Η έρευνα υλοποιήθηκε σε δημόσιο Νηπιαγωγείο της Πάτρας με τη συμμετοχή 14 μαθητών, νηπίων και προνηπίων. Η ανάλυση των ευρημάτων βασίστηκε στην καταγραφή των διαλόγων κατά τη διάρκεια των μαθημάτων, στα φύλλα καταγραφής που χρησιμοποιούσαν οι μαθητές, καθώς και στις ερευνητικές σημειώσεις. Τα αποτελέσματα της έρευνας οδηγούν στη διαπίστωση ότι ένα οργανωμένο πλαίσιο αφήγησης μπορεί να συμβάλει θετικά στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης από τους μαθητές της Προσχολικής Εκπαίδευσης.

1. Η συνεισφορά της Λογοτεχνίας για Παιδιά στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών

Τα τελευταία χρόνια η μαθηματική εκπαίδευση δίνει ιδιαίτερη έμφαση στο ρόλο του επικοινωνιακού πλαισίου για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών σε χαμηλές σχολικές βαθμίδες (Zacharos et. al 2011, Ζαχάρος 2013). Σημαντικό ρόλο στη δημιουργία κατάλληλου πλαισίου διαδραματίζει η χρήση της Λογοτεχνίας για Παιδιά.

Η σχέση της Λογοτεχνίας με τα Μαθηματικά εντάσσεται στο ευρύτερο πλαίσιο σύνδεσης της Λογοτεχνίας με τις Επιστήμες, με αξιόλογες συγγραφικές παραγωγές προς αυτή την κατεύθυνση. Στην ονομαζόμενη «Μαθηματική Λογοτεχνία» ανήκουν λογοτεχνικά βιβλία, τα οποία οικοδομούν την πλοκή τους πάνω σε μύθους και διδακτικά κείμενα ή πάνω σε προσωπικές εμπειρίες και βιώματα μαθηματικών προσωπικοτήτων, καθώς και σε βιβλία που περιγράφουν μαθηματικά προβλήματα και μαθηματικές σχέσεις (Παπαδάτος & Πολίτης 2008).

Ειδικότερα, τα λογοτεχνικά βιβλία για παιδιά, όπου στη μυθοπλασία διεισδύουν μαθηματικές έννοιες και πρακτικές, παρουσιάζουν πολλαπλό ενδιαφέρον που πιστοποιείται από ένα μεγάλο, συνεχώς αυξανόμενο και σε ευρωπαϊκό επίπεδο, αριθμό τίτλων. Τα εν λόγω βιβλία φαίνεται ότι 'ξορκίζουν' την 'κατάρα' της μαθηματικής σκέψης, αξιοποιώντας δημιουργικά το μαθηματικό συλλογισμό στην εξερεύνηση των πολλαπλών δυνατοτήτων ενός ολόκληρου κόσμου που στηρίζεται ουσιαστικά σε λογοτεχνικές συμβάσεις.

Τα λογοτεχνικά κείμενα για παιδιά ενοποιούν αφηγηματικά, τις 'δύσκολες' μαθηματικές έννοιες και πρακτικές με τις ευχάριστες μυθοπλαστικές συμβάσεις (Πολίτης 2009).

Μέσω της μυθοπλασίας τα βιβλία αυτά στοχεύουν στην εξοικείωση των αναγνωστών τους με μαθηματικές έννοιες και πρακτικές, συσχετίζουν το νοητό με το συγκεκριμένο και μέσα από πολύ ενδιαφέρουσες τεχνικές συνεισφέρουν στην υπέρβαση των δυσκολιών.

Η οικειοποίηση της μαθηματικής γνώσης γίνεται εφικτή μέσα από διδακτικές προσεγγίσεις που δεν καταφέρνουν να αποκρύψουν την πρόθεσή τους, επιδιώκοντας να δείξουν στον αναγνώστη ότι τα μαθηματικά και οι μαθηματικές πρακτικές μπορεί να μας βοηθήσουν στην κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει (Πολίτης 2009).

Συμπερασματικά, η Λογοτεχνία για Παιδιά που περιλαμβάνει ιστορίες με μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να κινητοποιήσει το ενδιαφέρον των παιδιών για μαθηματικές πράξεις και να προσδώσει νόημα στις προτεινόμενες για διδασκαλία μαθηματικές έννοιες (Whitin & Whitin 2001). Επιπλέον, ενθαρρύνει τα παιδιά να προβάλουν τις ιδέες τους, να αναπτύξουν την ευρηματικότητά τους και να επινοήσουν τρόπους χειρισμού μαθηματικών προβλημάτων.

Σκοπός της έρευνας, της οποίας τα ευρήματα παρουσιάζονται εδώ, είναι η διερεύνηση της ικανότητας επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης από μαθητές προσχολικής ηλικίας, μέσα στο αφηγηματικό πλαίσιο ενός παραμυθιού.

2. Σύγχρονες αντιλήψεις για την αντιμετώπιση των λεκτικών προβλημάτων των μαθητών

Οι σύγχρονες προσεγγίσεις της επίλυσης ενός λεκτικού προβλήματος δίνουν έμφαση στη εννοιολογική κατανόησή του πριν από την έναρξη επίλυσης. Η επιτυχής επίλυσή του απαιτεί την κατασκευή ενός εννοιολογικού μοντέλου του προβλήματος και την ένταξη της επίλυσης σ' αυτό το μοντέλο, ενώ η ποιότητα του εννοιολογικού μοντέλου επηρεάζει ουσιαστικά τη δυνατότητα επίλυσης. Τα εννοιολογικά μοντέλα είναι νοητικές αναπαραστάσεις των πληροφοριών που εμφανίζονται στο πρόβλημα και περιέχουν σημασιολογικές πληροφορίες και δεδομένα που περιέχονται στο πρόβλημα, καθώς και διαδικασίες για την επίλυση (Lepik 1990).

Η προσέγγιση των ερευνητών που εντάσσονται στην κοινωνικο-πολιτιστική προοπτική (π.χ. Vygotsky 1978, Mercer 2000, Mercer & Sams 2006) υποστηρίζει ότι η γλώσσα είναι ψυχολογικό και πολιτισμικό εργαλείο για τη μάθηση και τη γνωστική ανάπτυξη των ατόμων.

Στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων οι μαθητές χρησιμοποιούν τη φυσική γλώσσα που διατυπώνονται τα λεκτικά προβλήματα, καθώς και τη γλώσσα των μαθηματικών, όπως τα σύμβολα και οι πράξεις (νοητές ή μη), στην οποία πρέπει "να μεταφραστούν" οι σχέσεις που περιγράφονται στο πρόβλημα. Η μετάφραση από τη φυσική γλώσσα απαιτεί την κατανόηση πολλών πλευρών του λόγου, όπως του

συντακτικού της γλωσσικής διατύπωσης, της σημασίας του κειμένου, καθώς και των πραγματολογικών στοιχείων που αναφέρονται στο πρόβλημα. Συνεπώς, η κατανόηση της φυσικής γλώσσας με την οποία διατυπώνονται τα λεκτικά προβλήματα είναι μια σημαντική πλευρά της επίλυσης προβλήματος. Η ερμηνεία και το συγκεκριμένο περιεχόμενο του κειμένου επηρεάζεται, ιδιαίτερα στην προσχολική και στην πρώτη σχολική βαθμίδα, από το επικοινωνιακό πλαίσιο της διδασκαλίας που νοηματοδοτεί τις προσφερόμενες πληροφορίες.

3. Η τεχνική των ερωτήσεων

Οι ερωτήσεις που υποβάλλονται από τους/τις εκπαιδευτικούς κατά τη διδασκαλία έχουν, επίσης, πολλαπλή εκπαιδευτική αξία (Maher & Martino 1992, Martino & Maher 1999, Wood 1998, Maher 2005, Scherer & Steinbring 2006). Αρχικά, μέσω των ερωτήσεων, ο εκπαιδευτικός μπορεί να έχει μια εικόνα για τις γνώσεις των μαθητών του. Επιπλέον, κατάλληλες ερωτήσεις μπορεί να οδηγήσουν την εστίαση της προσοχής των μαθητών σε ειδικές πτυχές των εξεταζόμενων μαθηματικών εννοιών και να προκαλέσουν αιτιολογημένες απαντήσεις. Συμπερασματικά, οι ερωτήσεις είναι μια σημαντική πτυχή της παρέμβασης του/της εκπαιδευτικού. Δημιουργεί μια εκπαιδευτική ατμόσφαιρα στην τάξη που συμβάλλει στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης, μέσω της προτροπής για προβλέψεις, την αιτιολόγηση απόψεων, τη διατύπωση γενικεύσεων, την ανάπτυξη εναλλακτικών προσεγγίσεων, την επιδίωξη συναίνεσης της τάξης για τις πλέον πρόσφορες λύσεις. Με τον τρόπο αυτό, αντί να υιοθετείται η αποδοχή μιας μοναδικής απάντησης, διευρύνονται τα πεδία πειραματισμού και διερεύνησης (Burns 1985).

4. Η συνεισφορά των γραφικών αναπαραστάσεων ποσοτήτων

Τα σύγχρονα Αναλυτικά Προγράμματα διδασκαλίας μαθηματικών ενθαρρύνουν τους μαθητές στην καταγραφή δεδομένων με σημειώσεις, σχήματα και σύμβολα. Ήδη από την Προσχολική Εκπαίδευση προτείνεται ο εμπλουτισμός των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων με πρακτικές καταγραφών που βοηθούν τα παιδιά στην κατανόηση της λειτουργίας των συμβόλων και των γραφικών αναπαραστάσεων.

Μέσα από τέτοιες πρακτικές οι μαθητές αρχίζουν να αντιλαμβάνονται τις γραφικές αναπαραστάσεις ως ένα αναπόσπαστο και χρήσιμο εργαλείο της μαθηματικής επιστήμης, το οποίο συνεισφέρει στη μαθηματική τυποποίηση και διευκολύνει την ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού (Shiakalli & Zacharos 2012).

Στη μαθηματική εκπαίδευση τα παιδιά καλούνται συχνά να καταγράφουν ποσοτικά ή χωρικά δεδομένα και να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων. Επιπλέον, συχνά πρέπει να ερμηνεύουν τα σύμβολα και να έχουν τη δυνατότητα να τα χρησιμοποιούν λειτουργικά. Αυτό σημαίνει τη δυνατότητα της αναδιοργάνωσης, της μετάφρασης και του μετασχηματισμού σχετιζόμενων δεδομένων σε μορφές που απαντώνται στη μαθηματική επιστήμη. Η διαδικασία αυτή σχετίζεται με μορφές μαθηματοποίησης (mathematizing) που, σύμφωνα με τον Freudenthal (1973), περιγράφονται ως η δυνατότητα οργάνωσης και αποτύπωσης των εμπειριών σε τυποποιημένο μαθηματικό λόγο.

5. Ερευνητικά ερωτήματα

Τα ειδικότερα ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρείται να διερευνηθούν στην παρούσα έρευνα είναι τα εξής:

- Μπορεί η Λογοτεχνία για Παιδιά που εμπεριέχει μαθηματικές έννοιες να δημιουργήσει το κατάλληλο πλαίσιο για την επιτυχή ενασχόληση μαθητών Προσχολικής Εκπαίδευσης με προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης μικρών ποσοτήτων;
- Η εξοικείωση των μαθητών με πρακτικές μεταφοράς μαθηματικών δεδομένων, τα οποία περιγράφονται λεκτικά, σε γραφικές αναπαραστάσεις μπορεί να συνεισφέρει στην επίλυση προβλήματος;

6. Μέθοδος

Το δείγμα

Στην έρευνα πήραν μέρος 15 μαθητές ενός δημόσιου Νηπιαγωγείου από την περιοχή της Πάτρας. Οι μαθητές ήταν νήπια ηλικίας 5-5,5 ετών και προνήπια 4,5-5 ετών. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε το

σχολικό έτος 2012-13, μήνα Απρίλιο, ώστε οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με την αρίθμηση και τον αριθμητικό συμβολισμό.

Η διαδικασία

Για την επίτευξη των στόχων της έρευνας υλοποιήθηκαν πέντε μαθηματικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μιας σχολικής εβδομάδας. Το μαθηματικό περιεχόμενο των προβλημάτων απαιτούσε πράξεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, καθώς και σύγκριση μικρών ποσοτήτων. Το επικοινωνιακό πλαίσιο εισαγωγής των προβλημάτων βασίστηκε στο παραμύθι του Ευγένιου Τριβιζά με τίτλο *Ο Άρης ο Τσαγκάρης* (2004), το οποίο διαρθρώθηκε σε μικρές, σχετικά αυτόνομες, διηγήσεις για τις ανάγκες της διδασκαλίας, ενώ κάθε διήγηση εισήγαγε ένα μαθηματικό πρόβλημα.

Στο τέλος κάθε επιμέρους διήγησης η ερευνήτρια/νηπιαγωγός διατύπωνε κατάλληλες ερωτήσεις. Σκοπός κάποιων ερωτήσεων ήταν να διαπιστωθεί αν οι μαθητές κατανόησαν τα πραγματολογικά στοιχεία της διήγησης, ενώ άλλες καθοδηγούσαν τους μαθητές στο μαθηματικό ζητούμενο του προβλήματος.

Για την ενίσχυση του επικοινωνιακού πλαισίου, επιχειρήθηκε μια δραματοποιημένη παρουσίαση του παραμυθιού. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε μια χάρτινη κατασκευή που αναπαριστούσε το τσαγκάρικο του Άρη του Τσαγκάρη, χάρτινες φιγούρες των ζώων, καθώς και χάρτινες κατασκευές των «παπουτσιών» τους που αναφέρονταν στη διήγηση. Ανάλογα με το αφηγηματικό πλαίσιο, οι μαθητές σημείωναν παραγγελίες, απαριθμούσαν και κρατούσαν σημειώσεις. Το ερευνητικό υλικό που αποτέλεσε αντικείμενο ανάλυσης προήλθε από τις προφορικές απαντήσεις των μαθητών που μαγνητοφωνήθηκαν, από τις γραπτές καταγραφές των μαθητών, καθώς και από τις σημειώσεις της ερευνήτριας.

7. Ανάλυση ευρημάτων

Στην ανάλυση των ευρημάτων που παρατίθεται εδώ γίνεται μια ενδεικτική παρουσίαση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης, παρατίθενται μορφές αλληλεπίδρασης του/της νηπιαγωγού με τους

μαθητές, ενώ σχολιάζονται οι στρατηγικές επίλυσης που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές.

- **1η Δραστηριότητα:**

-*Σκοπός:* Η εξοικείωση των μαθητών με μορφές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Μια μέρα επισκέπτονται τον Άρη τον τσαγκάρη ένας πελαργός, μια πάπια, ένας ελέφαντας, ένας λαγός, ένα χταπόδι και ένα άλογο και του ζητούν να τους φτιάξει παπούτσια. Ο τσαγκάρης όμως έχει χάσει τα γυαλιά του και δεν βλέπει καλά..... δεν βλέπει να μετρήσει τα πόδια που έχει το κάθε ζώο και να κρατήσει τις σημειώσεις του».

-*Ερώτηση της ερευνήτριας προς τους μαθητές:* «Μπορείτε να βοηθήσετε τον Άρη τον τσαγκάρη να σημειώσει τις παραγγελίες; Τι λέτε να κάνουμε;»

Οι μαθητές αρχίζουν να απαριθμούν τα πόδια των ζώων που είναι στις χάρτινες φιγούρες. Επίσης προχωρούν στην καταγραφή των ποσοτήτων, χρησιμοποιώντας κύρια αριθμητικά σύμβολα. Η λεκτική αλληλεπίδραση νηπιαγωγού και μαθητών οδηγεί το ενδιαφέρον των μαθητών στον εντοπισμό των ποσοτήτων που πρέπει να καταγραφούν, όπως φαίνεται και στο επόμενο πρώτο απόσπασμα διαλόγου.

Πρώτο απόσπασμα διαλόγου (Απαρίθμηση ποσοτήτων):

E (Ερευνήτρια): Μπορείτε να βοηθήσετε τον τσαγκάρη να βρει πόσα πόδια έχει η γάτα;

Y4 (Υποκείμενο 4): Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.

E: Πόσα παπούτσια θα χρειαστεί να φτιάξει ο τσαγκάρης για τη γάτα;

Y4: Τέσσερα.

E: Γιατί πρέπει να φτιάξει τέσσερα;

Y4: Γιατί έχει τέσσερα πόδια.

E: Υπάρχει κάποιο άλλο ζώο μέχρι τώρα που να θέλει τον ίδιο αριθμό παπουτσιών με την γάτα;

Υ 7 και 8: Θέλει τέσσερα όπως και ο λαγός.

Οι ερωτήσεις της νηπιαγωγού οδηγούν τους μαθητές στην ανάπτυξη πρακτικών καταγραφής των ποσοτήτων (δεύτερο απόσπασμα διαλόγου)

Δεύτερο απόσπασμα διαλόγου (Ανάπτυξη μορφών καταγραφής ποσοτήτων):

Ε: Πως θα βοηθήσουμε τον Άρη τον τσαγκάρη να θυμάται πόσα παπούτσια πρέπει να φτιάξει;

Κάποια νήπια: Να σημειώνουμε.

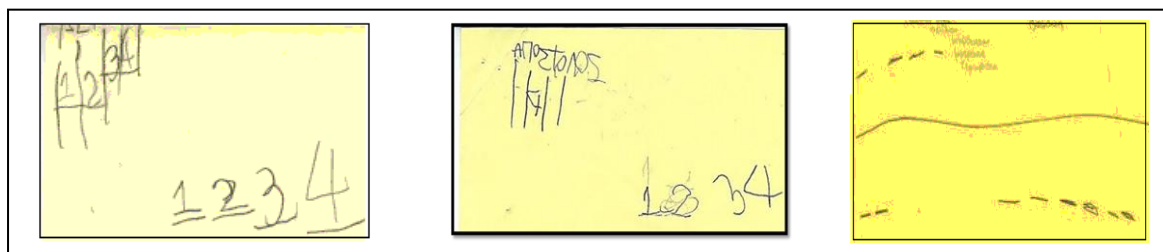
Ε: Ωραία ιδέα! Τι θα μπορούσατε να γράψετε πάνω σ' αυτό το χαρτί, για να βοηθήσετε τον τσαγκάρη;

Υ5: Τον αριθμό.

Ε: Ποιον αριθμό;

Υ5: Πόσα παπούτσια θέλει το ζώο.

Στις καταγραφές τους οι μαθητές χρησιμοποιούν ποικίλες αναπαραστάσεις. Χρησιμοποιούν τα συμβατικά σύμβολα αρίθμησης (εικόνα 1), μικτές μορφές με συμβατικά σύμβολα και μη συμβατικούς συμβολισμούς, όπως οι γραμμές με αντιστοίχιση;;; ένα-προς-ένα, δηλαδή ένα παπούτσι-μια γραμμή (εικόνα 2), καθώς και μη συμβατικά σύμβολα (εικόνα 3).



Εικόνες 1-3. Συμβολικές αναπαραστάσεις ποσοτήτων

• 2η Δραστηριότητα:

-Σκοπός: Η σύνδεση του αριθμού με την ποσότητα που συμβολίζει με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων.

-Αφηγηματικό πλαίσιο: «Ο Άρης ο Τσαγκάρης θέλει να φτιάξει ένα καινούργιο τσαγκάρικο στην τάξη του Νηπιαγωγείου , επειδή στο

παλιό δεν χωράνε οι παραγγελίες των ζώων. Στη μετακόμιση από το παλιό τσαγκάρικο στο καινούργιο είναι πιθανό να μπερδευτούν οι παραγγελίες των ζώων. Ο Τσαγκάρης χρειάζεται κάποιον να τον βοηθήσει να οργανώσει τις παραγγελίες. Σας ζητά, λοιπόν, να τον βοηθήσετε, μετρώντας τα παπούτσια του κάθε ζώου και σημειώνοντας τις παραγγελίες».

-Ερώτηση της ερευνήτριας προς τους μαθητές: «Πόσα πόδια έχει το ζώο που διαλέξατε; Πως μπορείτε να γράψετε τη παραγγελία;»

Οι μαθητές σε ομάδες των δύο (2) ατόμων επιλέγουν μια χάρτινη φτιγούρα ενός ζώου και αναλαμβάνουν την παραγγελία του. Δημιουργούν το τσαγκάρικο μέσα στην τάξη με τη βοήθεια των χάρτινων κατασκευών, καταγράφουν τις ποσότητες των παπουτσιών κυρίως με αριθμητικά συμβόλα και κρεμούν τις παραγγελίες τους, και ενώ η ερευνήτρια προτείνει και την αναπαράσταση με μη συμβατικούς συμβολισμούς, ώστε να συνδεθεί ο αριθμός με την ποσότητα που συμβολίζει. Όπως φαίνεται από το απόσπασμα διαλόγου, η αλληλεπίδραση με την ερευνήτρια οδηγεί στην ανάγκη για τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων με συμβατικούς και μη συμβολισμούς (τρίτο απόσπασμα διαλόγου).

Τρίτο απόσπασμα διαλόγου (Ανάπτυξη μορφών γραφικών αναπαραστάσεων):

E: Πόσα πόδια έχει το ζώο σας;

Y₈ και Y₁₄: Τέσσερα

E: Πώς βρήκατε ότι έχει τέσσερα;

Y₈: Να, ένα... δύο... τρία ... τέσσερα (μετράει με τα δείχνοντας με το δάχτυλο).

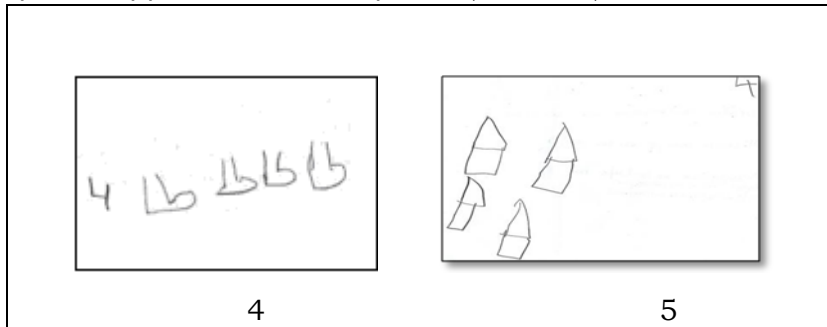
E: Πώς μπορείτε να γράψετε την παραγγελία σε αυτό το χαρτί για να ξέρει ο τσαγκάρης πόσα παπούτσια να κατασκευάσει για την γάτα;

Y₈ και Y₁₄: Να γράψουμε τον αριθμό.

E: Ναι, να τον γράψετε. Αν όμως ο τσαγκάρης δεν ξέρει τους αριθμούς, πως θα γνωρίζει πόσα είναι τα τέσσερα παπούτσια;

Οι μαθητές χρησιμοποιούν εδώ δύο τρόπους καταγραφής: το συμβατικό με την παράλληλη αναπαράσταση των αντικειμένων (γράφουν με αριθμητικό συμβολισμό την παραγγελία του ζώου και, προκειμένου να την κατανοήσει ο Άρης ο Τσαγκάρης, σχεδιάζουν την

ποσότητα που είναι αντίστοιχη του αριθμού, εικόνα 4) αλλά και την αναπαράσταση μόνο των αντικειμένων (εικόνα 5).



Εικόνες 4 και 5. Μορφές αναπαράστασης ποσοτήτων

3η Δραστηριότητα:

-Σκοπός: Η πρόσθεση μικρών ποσοτήτων.

-Αφηγηματικό πλαίσιο: «Μια άλλη μέρα ήρθε στο τσαγκάρικο ένα γάτος και παράγγειλε τέσσερα παπούτσια. Αμέσως μετά μια κότα επισκέπτεται τον τσαγκάρη και ζητά να της φτιάξει δύο παπούτσια».

-Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:

- Ερώτηση 1η: «Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο Άρης ο τσαγκάρης για το γάτο;»
- Ερώτηση 2η: «Πόσα παπούτσια έφτιαξε για την κότα;»
- Ερώτηση 3η: «Πόσα παπούτσια έφτιαξε όλα μαζί και για το γάτο και για την κότα;»

Η ερευνήτρια προτρέπει ένα μαθητή να κρεμάσει στη γωνιά του τσαγκάρικου τα ζώα που αναφέρθηκαν, ώστε οι μαθητές να βλέπουν τα πόδια τους. Στη συνέχεια καλεί τους μαθητές να σημειώσουν στο φύλλο εργασίας τους τις ποσότητες των παπουτσιών που αναφέρθηκαν στη διήγηση και να βρουν το σύνολο. Οι γραφικές αναπαραστάσεις των ποσοτήτων αποδεικνύονται ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τη διευθέτηση των ποσοτήτων. Συχνά οι μαθητές στην αναπαράσταση των ποσοτήτων χρησιμοποιούν μικτούς τρόπους αναπαράστασης που περιλαμβάνουν μη συμβατικά σύμβολα, όπου κάθε σύμβολο

αντιστοιχίζεται σε ένα παπούτσι και συμβατικά αριθμητικά σύμβολα. Για παράδειγμα, η χρήση των καταγραφών που γίνεται από το υποκείμενο Υ4 οδηγεί σε επιτυχή αντιμετώπιση του προβλήματος (τέταρτο απόσπασμα διαλόγου).

Τέταρτο απόσπασμα διαλόγου. (Μορφές αποτελεσματικής καταγραφής δεδομένων):

E: Πόσα παπούτσια έφτιαξε ο τσαγκάρης για το γάτο;

Υ4: Τέσσερα.

E: Γιατί έφτιαξε τέσσερα παπούτσια;

Υ4: Γιατί έχει τέσσερα πόδια.

E: Για την κότα πόσα παπούτσια έφτιαξε;

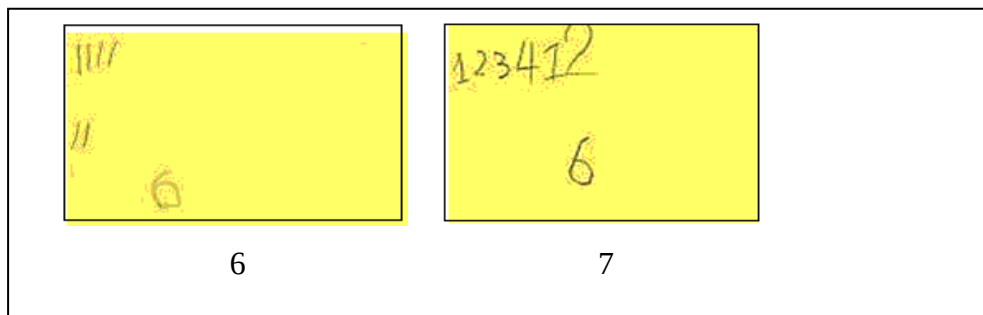
Υ4: Δύο.

E: Πόσα παπούτσια έφτιαξε και για τα δύο ζώα μαζί;

Υ4: Έξι.

E: Μπορείς να βοηθήσεις τον τσαγκάρη να σημειώσει την παραγγελία;

Ο μαθητής σημειώνει τέσσερεις (4) γραμμές για το γάτο και δύο γραμμές για την κότα (εικόνα 6). Απαριθμεί τις γραμμές και σημειώνει το αριθμητικό αποτέλεσμα με αριθμητικό σύμβολο. Μια μορφή μικτής αναπαράστασης ποσοτήτων είναι και η καταγραφή της εικόνας 7 (Υ1), όπου το υποκείμενο χρησιμοποιεί τα σύμβολα των αριθμών με τη συμβατική τους χρήση αλλά και σε μια αντιστοίχιση ένα-προς-ένα, δηλαδή ένα σύμβολο για κάθε αριθμό. Τέλος, ένας άλλος τρόπος καταγραφής είναι η χρήση μη συμβατικών συμβόλων, όπως στην περίπτωση του υποκειμένου Υ13 στην εικόνα 3 προηγούμενα.



Εικόνες 6 και 7. Αποτελεσματικοί τρόποι καταγραφής

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα αρκετά προνήπια (π.χ. Y16, Y3, Y12, Y18) δυσκολεύονται να αναπαραστήσουν νοητά τις ποσότητες, οπότε η προσφυγή στην εικονογράφηση είναι αναγκαία, όπως φαίνεται και στο επόμενο (πέμπτο) απόσπασμα διαλόγου

Πέμπτο απόσπασμα διαλόγου. (Δυσκολίες στην νοητή αναπαράσταση των ποσοτήτων):

E: Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης για το γάτο;

Y16: Να θυμηθώ...

E: Μπορείς να κοιτάξεις τη γάτα στο τσαγκάρικο. Πόσα πόδια έχει;

Y16: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε.

E: Μπορείς να μετρήσεις άλλη μια φορά;

Y16: ...

Ο ερευνητής μαζί με το μαθητή απαριθμούν τα πόδια του γάτου.

E: Για την κότα πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης;

Y16: (Ο μαθητής απαριθμεί τα πόδια) Δύο.

E: Μπορείς να μου πεις πόσα παπούτσια έφτιαξε όλα μαζί;

Ο μαθητής δε δίνει απάντηση και η ερευνήτρια προτείνει τη γραφική καταγραφή των ποσοτήτων.

E: Μπορείς να γράψεις με όποιον τρόπο εσύ θέλεις πόσα παπούτσια έφτιαξε ο Άρης για τη γάτα;

Ο μαθητής σχεδιάζει τέσσερεις γραμμές.

E: Για την κότα;

Ο μαθητής σχεδιάζει άλλες δύο γραμμές.

E: Τώρα μπορείς να μας πεις πόσες είναι οι όλες μαζί οι γραμμές;

Y16: (Απαριθμεί) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι.

E: Πώς θα το γράψεις το έξι;

Y16: Δε θυμάμαι πώς να το γράψω. Θέλω να δω τον αριθμό, για να το γράψω.

4η Δραστηριότητα:

-*Σκοπός:* Η διερεύνηση της ικανότητας των μαθητών να ανταποκριθούν σε πράξεις αφαίρεσης. Επίσης, η διερεύνηση της αντίληψης των μαθητών για την έννοια του μηδενός.

-*Αφηγηματικό πλαίσιο:* «Ένα πρωινό επισκέφτηκε τον τσαγκάρη ένας πελαργός και παράγγειλε ένα αθλητικό παπούτσι για το ένα του πόδι. Την ίδια μέρα το μεσημέρι πήγε μια πάπια και του ζήτησε δύο γοβάκια και το απόγευμα ένας γάτος παράγγειλε από τον τσαγκάρη τέσσερεις μπότες. Ο τσαγκάρης κάθισε το βράδυ στο τσαγκάρικο, για να φτιάξει τα παπούτσια που του ζήτησαν τα ζώα».

-*Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:*

- *Ερώτηση 1η:* «Πόσα παπούτσια κατασκεύασε ο τσαγκάρης εκείνο το βράδυ και για τα τρία ζώα;»

- *Ερώτηση 2η:* «Η πάπια πήγε στο τσαγκάρικο και πήρε τα δύο παπούτσια της. Πόσα έμειναν;»

- *Ερώτηση 3η:* «Αμέσως μετά εμφανίστηκε ο πελαργός και πήρε το ένα παπούτσι που παράγγειλε. Πόσα παπούτσια απόμενουν τώρα στο τσαγκάρικο;»

- *Ερώτηση 4η:* «Τέλος, εμφανίστηκε και ο γάτος και πήρε τις τέσσερεις μπότες του. Πόσα παπούτσια έμειναν τώρα στο μαγαζί; Μπορείτε να σημειώσετε τον αριθμό;»

Στο μέρος της απαρίθμησης του συνόλου των παπουτσιών η πλειονότητα των μαθητών ανταποκρίνεται, συνήθως απαριθμώντας ένα-ένα τα παπούτσια. Στην περίπτωση ενός μαθητή (Y16) η απάντησή

του είναι άμεση και χωρίς αποτέλεσμα απαρίθμησης. Παρά το γεγονός ότι δίνει λανθασμένη απάντηση («οκτώ»), δείχνει να έχει αίσθηση των μεγεθών, γεγονός που διαπιστώσαμε και σε άλλες απαντήσεις του συγκεκριμένου υποκειμένου. Όταν η ερευνήτρια καλεί να υπολογίσει τη συνολική ποσότητα, το παιδί προσφεύγει στη χρήση των δακτύλων και διορθώνει το λάθος (έκτο απόσπασμα διαλόγου).

Έκτο απόσπασμα διαλόγου. (Πρόσθεση με χρήση των δακτύλων):

E: Πόσα είναι όλα μαζί τα παπούτσια στο τσαγκάρικο;

Y16: Οκτώ.

E: Μπορείς να τα μετρήσεις, για να δούμε αν είναι οκτώ;

Y16: (Το υποκείμενο προσφεύγει στη χρήση των δακτύλων) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά. Είναι επτά.

Οι διαδοχικές αφαιρέσεις των ποσοτήτων (ερωτήσεις 2-4) διευκολύνονται από το εκπαιδευτικό υλικό και τις σημειώσεις των μαθητών, όπως φαίνεται και στο επόμενο (έβδομο) απόσπασμα διαλόγου. Ενώ αρχικά δίνονται ιδιοσυγκρασιακές απαντήσεις που δεν ανταποκρίνονται στις πραγματικές ποσότητες, όταν το υποκείμενο προσφεύγει στο συγκεκριμένο υλικό, δίνει σωστές απαντήσεις. Να σημειώσουμε ότι κάθε φορά που ένα ζώο παίρνει τα παπούτσια του από το μαγαζί, τότε κατεβαίνει και η φωτογραφία του ζώου.

Έβδομο απόσπασμα διάλογου. [Το μηδέν ως απουσία ποσότητας («κανένα»)]:

E: Όταν η πάπια πήρε τα δύο παπούτσια της, πόσα έμειναν στο τσαγκάρικο;

Y2: Τέσσερα.

E: Μπορείς να κρεμάσεις πάλι τα ζώα και να μετρήσεις, για να είσαι σίγουρη.

Η μαθήτρια κρεμάει ξανά τις εικόνες των ζώων.

E: Πόσα είναι όλα μαζί τα παπούτσια;

Y2: (Απαριθμεί) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά.

E: Η πάπια ήρθε και πήρε τα δύο γοβάκια της. Πόσα έμειναν τώρα;

Το νήπιο κατεβάζει από το τσαγκάρικο την πάπια και «οβήνει» (με X) τις δύο γραμμούλες που αντιστοιχούσαν στα παπούτσια της πάπιας.

Y2: Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε.

E: Στη συνέχεια ήρθε ο πελαργός και πήρε το ένα παπούτσι του και φεύγει. Πόσα παπούτσια έμειναν τώρα;

Y2: (Ακολουθείται η ίδια διαδικασία της διαγραφής) Ένα, δύο, τρία, τέσσερα.

E: Ήρθε και ο γάτος και πήρε τα τέσσερα δικά του. Πόσα παπούτσια έμειναν στο μαγαζί;

Y2: Κανένα.

Η ερευνήτρια βασίζεται στην προηγούμενη απάντηση, για να διερευνήσει αν οι μαθητές γνώριζαν το σύμβολο του μηδενός (όγδοο απόσπασμα διαλόγου).

Όγδοο απόσπασμα διαλόγου. (Γνωριμία με το αριθμητικό σύμβολο του μηδενός):

E: Μήπως γνωρίζετε να μου πείτε πως σημειώνουμε το «κανένα»;

Y8: Μηδέν.

E: Γνωρίζει κάποιος πώς γράφεται το μηδέν;

Y5: Είναι ένα κουλουράκι.

Ο μαθητής σηκώνεται και σημειώνει στον πίνακα το σύμβολο του μηδενός.

5η Δραστηριότητα:

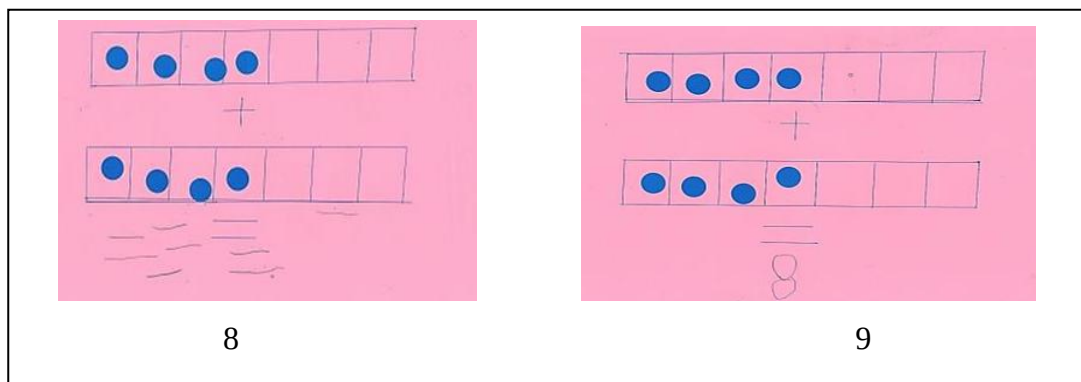
-Σκοπός: Η επίλυση προβλήματος πρόσθεσης και η εισαγωγή στον μαθηματικό συμβολισμό. Συγκεκριμένα προτάθηκε η χρήση του «+» για την πρόσθεση δύο ποσοτήτων και το «=» για το σύνολο της ποσότητας που προκύπτει από την πρόσθεση.

-Αφηγηματικό πλαίσιο: «Ένα πρωινό επισκέφτηκαν τον τσαγκάρη ένας γάτος με τη γυναίκα του τη γάτα και ζήτησαν από τον τσαγκάρη να τους φτιάξει παπούτσια. Έφυγαν όμως βιαστικά και ξέχασαν να του πουν πόσα θέλουν. Ο τσαγκάρης τους έφτιαξε 10 παπούτσια».

-Ερωτήσεις της ερευνήτριας προς τους μαθητές:

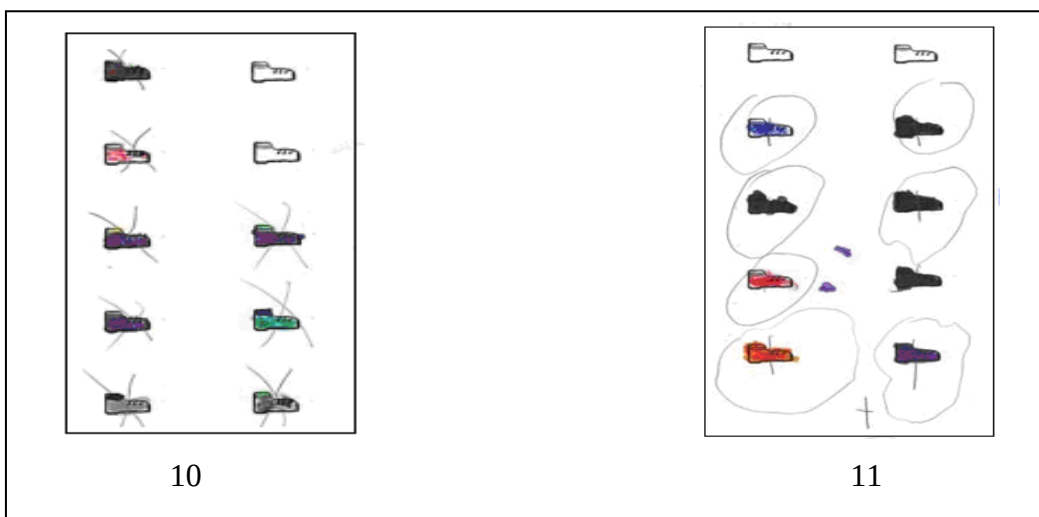
- Ερώτηση 1^η: «Πόσα παπούτσια χρειάζεται η κάθε γάτα;»
- Ερώτηση 2^η: «Πόσα παπούτσια χρειάζονται και οι δύο γάτες μαζί;»
- Ερώτηση 3^η: «Ο τσαγκάρης έφτιαξε πιο πολλά ή πιο λίγα παπούτσια;»

Εδώ, για την αναπαράσταση των ποσοτήτων (ερωτήσεις 1^η και 2^η), προτάθηκε η επικόλληση αυτοκόλλητων σε ταινίες με τετράγωνα (εικόνες 8 και 9). Οι μαθητές εξοικειώθηκαν γρήγορα με τη νέα μορφή αναπαράστασης, χρησιμοποιώντας άλλες φορές με ασυνεπή τρόπο το μαθηματικό συμβολισμό, όπως στην περίπτωση της εικόνας 8, όπου η συνολική ποσότητα σημειώνεται με γραμμές, ενώ σε άλλες περιπτώσεις (π.χ. εικόνα 9) γίνεται συνεπής χρήση του συμβολισμού.



Εικόνες 8 και 9. Εισαγωγή στο μαθηματικό συμβολισμό

Για τη σύγκριση των παπουτσιών που έφτιαξε ο τσαγκάρης και των παπουτσιών που χρειαζόταν οι δύο γάτες (ερώτηση 3^η) προτάθηκε ως βοηθητικό υλικό φωτοτυπίες, όπου τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν τη διαφορά των δύο μεγεθών. Τα παιδιά δείχνουν αρκετά εξοικειωμένα με τη χρήση του εκπαιδευτικού υλικού και βρίσκουν τη διαφορά συνήθως σημειώνοντας τα παπούτσια που θα χρησιμοποιηθούν (εικόνες 10 και 11).



Εικόνες 9 και 10. Σύγκριση ποσοτήτων

8. Συμπεράσματα

Τα ευρήματα της έρευνας μας οδηγούν στα εξής συμπεράσματα:

- Οι μαθητές βρήκαν ιδιαίτερα ελκυστική τη διήγηση και αποδέχτηκαν με ευχαρίστηση τις συμβάσεις που εμπεριέχονται σ' αυτή, ειδικότερα αυτές που σχετίζονται με το αριθμητικό μέρος. Η επίλυση των προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης που εμπεριείχαν οι διηγήσεις βασίστηκε σε μεγάλο βαθμό στη χρήση των γραφικών καταγραφών των ποσοτήτων που χρησιμοποίησαν οι μαθητές. Η χρήση των καταγραφών ήταν αποτέλεσμα της συστηματικής διδακτικής παρέμβασης της ερευνήτριας που ενθάρρυνε στα παιδιά και τους έκανε υποδείξεις
- Στη διάρκεια της διδασκαλίας διαπιστώθηκε μια βαθμιαία εξοικείωση των μαθητών με τις πρακτικές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων και στην επεξεργασία λειτουργικών και αποτελεσματικών τρόπων καταγραφής. Μάλιστα, οι μαθητές σταδιακά οδηγούνταν από τη χρήση μη συμβατικών μορφών αναπαράστασης στη χρήση συμβατικών συμβόλων, καθώς και στη χρήση ειδικών συμβόλων, όπως του «+», του «=» και του μηδενός.

- Οι μαθητές που αντιμετώπιζαν δυσκολίες στην εκτέλεση νοητών πράξεων, και ήταν κυρίως οι μικρότεροι ηλικιακά μαθητές του δείγματος, μπόρεσαν να ανταποκριθούν στα προβλήματα, προσφεύγοντας στις γραφικές αναπαραστάσεις.

Τελικά, η χρήση της Λογοτεχνίας για Παιδιά που έχει μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να δημιουργήσει κατάλληλο παιδαγωγικό πλαίσιο και να νοηματοδοτήσει την εισαγωγική διδασκαλία μαθηματικών εννοιών. Επίσης, σημαντικό εργαλείο στην αποτελεσματική επίλυση προβλήματος μπορεί να αποτελέσει η εξοικείωση των μαθητών με πρακτικές γραφικής αναπαράστασης ποσοτήτων και μαθηματικών σχέσεων. Οι γραφικές αναπαραστάσεις διευκολύνουν την παιδική μνήμη, βοηθούν στην κατανόηση της συμβατικής χρήσης των συμβόλων, δημιουργούν προϋποθέσεις ώστε τα παιδιά να αναστοχάζονται πάνω στις ενέργειές τους και τα εξοικειώνουν με μορφές αναπαράστασης, μαθαίνουν να αναπαριστούν τις σχέσεις μεταξύ αντικειμένων.

Ευχαριστίες

Η παρούσα έρευνα είχε τη στήριξη των υποτροφιών «Ανδρέας Μεντζελόπουλος» που δίνονται σε προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές του Πανεπιστημίου Πατρών και χρηματοδοτούνται από την οικογένεια του Ανδρέα Μεντζελόπουλου.

Βιβλιογραφία

- Burns, M. (1985). The role of questioning. *The Arithmetic Teacher*, 32(6), 14-17.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston, Lancaster.
- Lepik, M. (1990). Algebraic word problems: Role of linguistic and structural variables. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 82-90.

- Maher, C. A. (2005). How students structure their investigations and learn mathematics: Insights from a long-term study. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 1–14.
- Maher, C. A., & Martino, A. M, (1992). Individual thinking and the indegrassion of the ideas of others in problem solving situations. In W. Geeslin, J. Ferrini-Mundy, & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the Sixteenth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 72-79). Durham, NH: University of New Hampshire.
- Martino, A.M. & Maher, C.A. (1999). Teacher Questioning to Promote Justification and Generalization in Mathematics: What Research Practice Has Taught Us. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 53-78.
- Mercer N. (2000). *Η συγκρότηση της γνώσης. Γλωσσική αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικών και εκπαιδευομένων*. Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, 20(6): 507-528
- Scherer, P., & Steinbring, H. (2006). Noticing Children's Learning Processes-Teachers Jointly Reflect on their own Classroom Interaction for Improving Mathematics Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9: 157-185.
- Shiakalli, M.A., & Zacharos, K. (2012). The contribution of external representations in pre-school mathematical problem solving. *International Journal of Early Years Education*, 20(4), 315-331.
- Vygotsky, L.S. (1978) *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Whitin, P. & Whitin, D. (2001). Using Literature to invite mathematical representations. In A. Cuoco & F. Curcio (eds.) *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 228-237). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics
- Wood, T. (1998). Funneling or focusing? Alternative patterns of communication in mathematics class. In H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi, A. Sierpiska (eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.
- Zacharos, K., Antonopoulos, K., and Ravanis, K. (2011). Activities in mathematics education and teaching interactions. The construction of the measurement of capacity in preschoolers. *European Early Childhood Education Research Journal* , 19(4): 451-468.
- Ζαχάρος, Κ (2013). *Η Μαθηματική Δραστηριότητα στην Προσχολική Εκπαίδευση. Θεωρητικές Προσεγγίσεις και Πρακτικές Εφαρμογές*. Αθήνα: Καμπύλη.
- Παπαδάτος, Γ. & Πολίτης, Δ. (2008). Λογοτεχνία, Μαθηματικά και Φιλαναγνωσία. Στο Κατσίκη-Γκίβαλου Α. Καλογήρου Τ. και Χαλκιάδκη Α. (επιμ.), *Φιλαναγνωσία και σχολείο* (65-79). Αθήνα: Πατάκης,
- Πολίτης, Δ. (2009). Μαθηματικά και Λογοτεχνία για Παιδιά: Η «Κατάρτα» της Μαθηματικής Σκέψης και η Μυθοπλαστική Υπερβάσή της. Στο *Μαθηματικά και Ανθρωπιστικές Επιστήμες*, Αθήνα, 6, 7 και 8 Νοεμβρίου 2008, σελ. 612-629, Αθήνα: Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ.
- Τριβιζάς, Ε. (2004). *Άρης ο Τσαγκάρης*. Αθήνα: Μίνωας.

dionysia-aggel@hotmail.com;
 zacharos@upatras.gr;
 dimpolit@upatras.gr

ΟΙ ΑΠΟΨΕΙΣ ΤΩΝ ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΟ ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ

Μεταξία Κοντολέων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα χαρακτηριστικά της σύγχρονης εποχής αποδεικνύουν ότι ο μαθηματικός τρόπος σκέψης είναι αναπόσπαστο κομμάτι των ανθρώπινων δραστηριοτήτων. Στην εργασία αυτή, το θέμα των *Μαθηματικών Δραστηριοτήτων* γίνεται το επίκεντρο ενδιαφέροντος. Στο πρώτο μέρος η εργασία αντλεί υλικό από θεωρητικές προσεγγίσεις σχετικά με την έννοια της ανθρώπινης δραστηριότητας, με κύρια τη «Θεωρία της Δραστηριότητας» του Leont' en, η οποία επιλέγει ως κέντρο ανάλυσης τη δραστηριότητα (activity) και παρέχει ουσιαστικά ένα πλαίσιο για τη μελέτη των ανθρώπινων δράσεων (actions) ως αναπτυξιακών διαδικασιών που είναι ενταγμένες σε ένα κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο (context). Δίνεται, επίσης, ιδιαίτερη σημασία στο πως η μαθηματική κοινότητα ερευνά, εστιάζει και περιγράφει στοιχεία της μαθηματικής δραστηριότητας καθώς και σε θεωρητικές οπτικές που διαφωτίζουν φαινόμενα μάθησης και σχεδιασμού μαθηματικών δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση. Τα παραπάνω οδήγησαν στο δεύτερο τμήμα της εργασίας κατά το οποίο διερευνώνται προβληματισμοί σχετικά με τη σπουδαιότητα, το περιεχόμενο, το υλικό υποστήριξης και τους στόχους των μαθηματικών δραστηριοτήτων στην προσχολική εκπαίδευση. Με κύριους κατευθυντήριους παράγοντες, τόσο το θεωρητικό υπόβαθρο για τις ανθρώπινες δραστηριότητες όσο και τη σπουδαιότητα του λόγου και του παιχνιδιού στην κατανόηση των μαθηματικών, δημιουργήθηκε ένα ερωτηματολόγιο με αποδέκτες τυχαίο δείγμα νηπιαγωγών. Από την έρευνα προέκυψε ότι οι σύγχρονοι νηπιαγωγοί είναι επηρεασμένοι τόσο από τις παραδοσιακές θεωρίες για τη διδασκαλία των μαθηματικών όσο και από τις νεότερες. Στο σύνολό της η εργασία καταλήγει στο συμπέρασμα ότι τα Μαθηματικά του νηπιαγωγείου οφείλουν να αποτελούν μια στερεή βάση για την μετέπειτα διεύρυνση και ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών, αλλά και για την ολοκληρωμένη ανάπτυξη των παιδιών.

Εισαγωγή

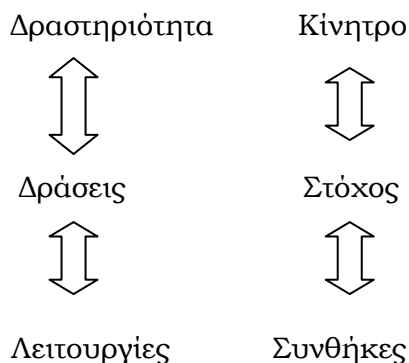
Η πρόοδος που έχει επιτευχθεί στην κοινωνία τα τελευταία χρόνια προδίδει την ανάγκη για μια ουσιαστικότερη μαθηματική γνώση ανεξάρτητη από αυτή που αναπτύσσεται μέσα στις επιστημονικές μαθηματικές κοινότητες. Την ευθύνη για την πρόωμη ανάπτυξη αυτής της βαθύτερης μαθηματικής σκέψης έχει το νηπιαγωγείο, το οποίο συμμετέχει στο κύμα μεταβολών που συμβαίνουν στο χώρο της εκπαίδευσης γενικότερα και που στοχεύουν σε μια νέα εκπαίδευση και αγωγή με κύριους άξονες τη διαθεματικότητα, την ομαδοσυνεργατική και μαθητοκεντρική διδασκαλία, το άνοιγμα του σχολείου στην κοινότητα και άλλα. Στην κατεύθυνση, λοιπόν, της προσαρμογής της εκπαίδευσης και της διδασκαλίας των μαθηματικών στα παραπάνω κοινωνικά και επιστημονικά δεδομένα, οι μαθηματικές δραστηριότητες του νηπιακής ηλικίας να σχεδιάζονται και να υλοποιούνται «από, με και για» τα παιδιά. Παρακάτω, θα γίνει αναφορά στα χαρακτηριστικά της έννοιας της δραστηριότητας αλλά και των μαθηματικών δραστηριοτήτων, πιο συγκεκριμένα, και θα εξεταστεί η θέση και η σπουδαιότητά τους στο χώρο του νηπιαγωγείου.

Η Θεωρία της Δραστηριότητας (Activity Theory)

Η Θεωρία της Δραστηριότητας (Activity Theory) είναι η κύρια θεωρία βάση της οποίας θα περιγραφούν τα κύρια γνωρίσματα της έννοιας της δραστηριότητας. Η θεωρία αυτή αναπτύχθηκε από τον Leont'έν, συνεχιστή και μελετητή του έργου του Vygotsky, ο οποίος με κεντρική μονάδα ανάλυσης τη δραστηριότητα (activity) διαμόρφωσε ένα πλαίσιο για τη μελέτη των ανθρώπινων πράξεων/ενεργειών (actions) ως αναπτυξιακών διαδικασιών που είναι ενταγμένες σε ένα κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο (context). Έδωσε ιδιαίτερη σημασία στη συστημική υποστήριξη των μαθητών, τα κίνητρα και τα διαμεσολαβητικά εργαλεία αναδεικνύοντας τις διαφορές διαστάσεις και την πολυπλοκότητα της έννοιας της δραστηριότητας (Leont'έν, 1978). Δημιούργησε ένα τρισδιάστατο μοντέλο, με αφετηρία τη βασική ιδέα της έννοιας της δραστηριότητας που αντιμετωπίζεται ως σύστημα μέσα στο οποίο το *υποκείμενο* ενεργεί πάνω σε ένα *αντικείμενο* με κάποιο συγκεκριμένο, επιθυμητό *στόχο* (Leont'έν, 1978).

Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, οι ανθρώπινες δραστηριότητες υποκινούνται από ένα *κίνητρο*, το οποίο είναι αντικείμενο που δημιουργείται συνήθως από την ίδια τη δραστηριότητα· οι συγκεκριμένες *δράσεις*/ρόλοι που αναλαμβάνει ο άνθρωπος διέπονται από τους *στόχους* που έχει και οι *λειτουργίες* διέπονται από τις εκάστοτε *συνθήκες*.

Βασική δομή και όροι που χρησιμοποιούνται στην ανθρώπινη Δραστηριότητα:



Όσον αφορά στα *διαμεσολαβητικά εργαλεία*, είναι ουσιαστικά τα μέσα με τα οποία το υποκείμενο θα πραγματοποιήσει το στόχο του. Τα εργαλεία αυτά είτε έχουν αντιληπτή υπόσταση πραγματικών αντικειμένων, είναι δηλαδή απτά υλικά αντικείμενα, είτε είναι κοινωνικά κατασκευασμένα εργαλεία. Παρά τη διάκριση αυτή, τα εργαλεία και των δύο κατηγοριών έχουν ενιαίο ρόλο στην επίδραση της ανθρώπινης νόησης και συμπεριφοράς. Η επιλογή και η χρήση τους εξαρτώνται από τις συνθήκες της κάθε περίπτωσης (Καρασσαβίδης, 2006).

Στη συνέχεια, με πρότυπο το θεωρητικό μοντέλο του Leont'έν, ο Engeström έδωσε έμφαση στον παράγοντα της κοινωνίας (το σύνολο των υποκειμένων) (1999). Αναφέρθηκε, επίσης, στην έννοια των *κανόνων* που διέπουν τη σχέση υποκειμένου- κοινωνίας καθώς και στον καταμερισμό της εργασίας.

Τέλος, ο Van Oers όρισε ως δραστηριότητα «οποιαδήποτε ανθρώπινη ενέργεια η οποία υποκινείται από ένα κίνητρο και οδηγείται σε ένα αντικειμενικό σκοπό, έχει τις ρίζες της στην πολιτισμική ιστορία και εξαρτάται η πραγματοποίησή της από ειδικές στοχευόμενες δράσεις» (Oers V., 2001).

Μαθηματικές Δραστηριότητες

Η ιστορική πορεία της *Μαθηματικής Δραστηριότητας* χαρακτηρίζεται από ουσιαστικές αλλαγές όσον αφορά τον τρόπο που η μαθηματική κοινότητα ερευνά, εστιάζει και περιγράφει τα στοιχεία της. Παρατηρείται μια μετάβαση από τη γνωστική προσέγγιση σε μια άλλη, στην οποία κυρίαρχο ρόλο έχει μια κοινωνικο-πολιτισμική προοπτική (Hoyles, 2001).

Κι ενώ ένας ορισμός της έννοιας της *Μαθηματικής Δραστηριότητας*, που τη χαρακτηρίζει ως το σύνολο των κατασκευασμένων και ανεπτυγμένων από τους ανθρώπους τρόπων, που χρησιμοποιούνται για το χειρισμό ποσοτικών και χωρικών σχέσεων στο πολιτισμικό και φυσικό περιβάλλον τους (Van Oers, 2001), θα μπορούσε να θεωρηθεί αρκετός, είναι στην πραγματικότητα ελλιπής χωρίς αναφορά στα ιδιαίτερα φυσικά χαρακτηριστικά της. Ο Boaler, για παράδειγμα, αναφέρει την δημιουργικότητα, την περιέργεια και την αναζήτηση, αποδεικνύοντας ως μερικά από αυτά (2003). Επιπλέον, ο Kilpatrick επισημαίνει ότι εγγενής στόχος μιας μαθηματικής δραστηριότητας είναι να σχηματίσει μια θετική σχέση του ατόμου με τα μαθηματικά και την ικανότητά του να προσαρμόζει τους μαθηματικούς συλλογισμούς του σε οποιαδήποτε κατάσταση (2001). Το τελευταίο υπογραμμίζεται ιδιαίτερα και από τους Mason και Spence (1999). Και όλα αυτά μέσα σε και από μια συνεχή διαδικασία, μια μακρόχρονη και ανακατασκευαστική μαθηματική εκπαίδευση, που είναι γνωστή ως «μαθηματοποίηση» (Τζεκάκη, 2011).

Μαθηματικές Δραστηριότητες στην... πράξη

Οι μαθηματικές δραστηριότητες, από μια πιο πρακτική σκοπιά, σχεδιάζονται και υλοποιούνται μέσα στις «ειδικές διδακτικές καταστάσεις» που προσφέρει το ευρύτερο μαθησιακό περιβάλλον (Τζεκάκη, 1998). Στο τελευταίο συνυπάρχουν νοητικές και υλικές καταστάσεις που υποστηρίζουν την οικοδόμηση της γνώσης από το ίδιο το παιδί.

Ρόλος του εκπαιδευτικού είναι να σχεδιάζει διδακτικές καταστάσεις με μαθητοκεντρικό χαρακτήρα. Το σημαντικότερο που έχει να κάνει, αρχικά, ένας εκπαιδευτικός, σύμφωνα με τους Smith και Stein, είναι να επιλέγει και να διακρίνει τις κατάλληλες δραστηριότητες για την τάξη του (1998). Οι δραστηριότητες αυτές θα πρέπει να δίνουν τη δυνατότητα στα παιδιά να συμμετέχουν ενεργά, να δρουν, να παίρνουν αποφάσεις σε σχέση με την εκάστοτε διδακτέα έννοια τόσο σαν σύνολο όσο και ατομικά. Η ατομική δραστηριοποίηση δίνει στο παιδί τη δυνατότητα να σκέφτεται, να δρα, να αποφασίζει, να αυτό-αξιολογείται και να εκφράζεται, λεκτικά ή μη. Από τα παραπάνω σημαντικότερα είναι η *λεκτική διατύπωση* και οι *διαδικασίες ελέγχου*. Η λεκτική διατύπωση της δράσης του παιδιού από το ίδιο συνεισφέρει στη συνειδητοποίηση των κινήσεων και επιλογών του αλλά και στην προσέγγιση των εννοιών (Τζεκάκη, 1998). Ο έλεγχος, από την άλλη, είναι συστατικό στοιχείο της διαδικασίας της μάθησης. Τα λάθη που κάνει το παιδί είναι αποτέλεσμα της μη επαρκούς προϋπάρχουσας γνώσης και αποτελούν το πρώτο κίνητρο για τη μάθηση. Με τις διαδικασίες ελέγχου, που πρέπει να γίνεται απ' το ίδιο το παιδί μιας και το λάθος προέρχεται απ' τις δικές του εμπειρίες, το παιδί αντιλαμβάνεται την ανεπάρκεια της υπάρχουσας γνώσης και είναι έτοιμο να τη διευρύνει.

Επιπλέον, η ανάπτυξη διδακτικών καταστάσεων προϋποθέτει, επίσης, τη δημιουργία πραγματικού κινήτρου για το παιδί (Τζεκάκη, 1998) ενώ η επιτυχία τους κρίνεται στο τελικό στάδιο, αυτό της επισημοποίησης της γνώσης.

Όλα αυτά συνοψίζονται και αναπτύσσονται παραπάνω πολύ ωραία από την Walker Tileston στο βιβλίο της «Οι δέκα καλύτερες διδακτικές πρακτικές» (2000). Οι πρακτικές αυτές είναι οι εξής:

1. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να δημιουργεί ένα περιβάλλον που να διευκολύνει τη μάθηση.
2. Να χρησιμοποιεί ποικίλες διδακτικές στρατηγικές που να ανταποκρίνονται στους τρόπους με τους οποίους μαθαίνει καλύτερα ένα παιδί.
3. Οι στρατηγικές αυτές πρέπει να επιτρέπουν τη σύνδεση νέων και ήδη υπαρχόντων εμπειριών.
4. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να παροτρύνει τα παιδιά σε ενεργητική, πραγματική μάθηση.
5. Πρέπει επίσης να κατασκευάζει γνώση μέσα από διαδικασίες «υψηλού επιπέδου σκέψης».
6. Οφείλει να βοηθάει και να αναπτύσσει τη συνεργατική μάθηση.
7. Να ξεπερνά οποιεσδήποτε κοινωνικές, πολιτισμικές και άλλες διαφορές μεταξύ των παιδιών.
8. Να αξιολογεί τη μάθηση με ποικίλα πολυδιάστατα μέσα.
9. Να βοηθάει τα παιδιά να αντιληφθούν και να κατανοήσουν τον πραγματικό κόσμο.
10. Να συμβαδίζει τους τρόπους διδασκαλίας με την ανάπτυξη της τεχνολογίας.

Η ελληνική πραγματικότητα

Το ενδιαφέρον για διερεύνηση της θέσης όλων των παραπάνω στα πλαίσια των μαθηματικών δραστηριοτήτων στο σύγχρονο ελληνικό νηπιαγωγείο οδήγησε στη δημιουργία ενός ερωτηματολογίου, το οποίο είχε ως στόχο να αποκαλύψει τις απόψεις των νηπιαγωγών ως προς τις παραδοσιακές και σύγχρονες αντιλήψεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Το ερωτηματολόγιο στηρίχτηκε τόσο στο προαναφερθέν θεωρητικό υπόβαθρο όσο και στα πρακτικά συνεπαγόμενα αυτού, που θέλουν ως κατάλληλες μαθηματικές δραστηριότητες αυτές που έχουν παιγνιώδη χαρακτήρα, λαμβάνοντας υπόψη ότι το παιχνίδι είναι το κύριο μέσο εμπλοκής των παιδιών σε αυτήν την ηλικία.

Στην έρευνα συμμετείχαν σαράντα (40) νηπιαγωγοί, από ιδιωτικά και δημόσια σχολεία, με μεγάλη διαφοροποίηση ως προς την ηλικία, το χρονικό διάστημα σπουδών και την εργασιακή εμπειρία.

Αρχικά, οι νηπιαγωγοί έδωσαν απαντήσεις ως προς το βαθμό σπουδαιότητας διαφόρων παραγόντων που μετέχουν στην οργάνωση και υλοποίηση μιας δραστηριότητας, όπως το θέμα διδασκαλίας και την κατανόηση αυτού από τα παιδιά για μετέπειτα δραστηριότητες, την διερεύνηση του τρόπου σκέψης των παιδιών, τα κίνητρα, τη συμμετοχή όλων των παιδιών και τη συνεργασία τους. Στα δύο πρώτα όπως και στη συμμετοχή όλων των παιδιών, οι απαντήσεις ποικίλουν από το «λίγο» έως το «πολύ σημαντικά», ενώ αντίθετα οι υπόλοιποι τρεις παράγοντες κρίνονται με μεγάλη διαφορά ως «πάρα πολύ σημαντικοί» σε μια δραστηριότητα. Στην ερώτηση «πώς αντιμετωπίζουν καταστάσεις δυσκολίας κατανόησης μιας έννοιας», η πλειοψηφία απάντησε πως λειτουργεί και με τους τρεις προτεινόμενους τρόπους, δηλαδή, η εκάστοτε νηπιαγωγός μαθαίνει τη συγκεκριμένη έννοια στο παιδί, οργανώνει δραστηριότητες που θα το βοηθήσουν να σταθεροποιήσει την υπάρχουσα γνώση του και δραστηριότητες που του θέτουν γνωστικά εμπόδια και το βοηθούν να κατακτήσει τη νέα γνώση.

Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά στις μαθηματικές δραστηριότητες, φαίνεται ότι κατέχουν σημαντική θέση στο σύγχρονο νηπιαγωγείο καθώς οργανώνονται με συχνότητα μία ή δύο φορές την εβδομάδα. Οι περισσότεροι νηπιαγωγοί θεωρούν πολύ σημαντική την κατανόηση της μαθηματικής έννοιας από τα παιδιά και πολύ σημαντική έως πάρα πολύ σημαντική την ανάπτυξη-διδασκαλία συγκεκριμένων στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων στις μαθηματικές δραστηριότητες. Πολύ σημαντική και πάρα πολύ σημαντική, επιπλέον, θεωρούνται η ανάπτυξη θετικής σχέσης με τα μαθηματικά και η σύνδεσή τους με πραγματικές καταστάσεις αντίστοιχα. Τέλος, όσον αφορά τα πρακτικά μέσα που χρησιμοποιούν για την διδασκαλία των μαθηματικών, φαίνεται πως υπάρχει σχεδόν απόλυτα ομόφωνη πλειοψηφία ως προς την καταλληλότητα των προφορικών ερωτήσεων, των επιτραπέζιων, η αφήγηση ιστοριών και τα φύλλα εργασίας που δημιουργούνται από αυτές. Λίγο παραπάνω από το μισό δείγμα νηπιαγωγών χρησιμοποιεί τη ζωγραφική, τα λογοπαίγνια αλλά και τα

φύλλα εργασίας με αντιγραφή μαθηματικών τύπων ως μαθηματικές δραστηριότητες.

Συμπέρασμα

Αυτό που συμπεραίνεται, λοιπόν, είναι ότι οι αντιλήψεις που αποκαλύπτονται από την έρευνα αντλούν στοιχεία τόσο από τις παραδοσιακές θεωρίες όσο και από τις σύγχρονες αντιλήψεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών και τα κατάλληλα μέσα διδασκαλίας αυτών. Οι νηπιαγωγοί ακολουθούν κατά κάποιο τρόπο τη «μέση οδό», αξιοποιώντας ότι υπάρχει στη διάθεσή τους.

Φυσικά, λαμβάνοντας την περίπτωση και το περιθώριο του σφάλματος σε μια έρευνα, αυτό που πρέπει να ειπωθεί σαν γενικό συμπέρασμα είναι ότι κύριο στοιχείο του έργου μιας/ενός νηπιαγωγού είναι η αυτοπαρατήρηση και αυτοαξιολόγησή του, ώστε να μπορεί να προωθήσει τα Μαθηματικά ως μια στέρεη βάση για την μετέπειτα διεύρυνση και ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών, αλλά και να είναι συνεπής ως προς το στόχο της προσχολική εκπαίδευσης για την ολοκληρωμένη και ολόπλευρη ανάπτυξη των παιδιών (Δαφέρμου κ.ά., 2007).

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

ΔΑΦΕΡΜΟΥ Χ. κ.ά. , *Οδηγός Νηπιαγωγού. Εκπαιδευτικοί σχεδιασμοί. Δημιουργικά περιβάλλοντα μάθησης*, Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα, 2007

ΚΑΡΑΣΑΒΒΙΔΗΣ Η., *Η Έννοια των Ψυχολογικών Εργαλείων στην Κοινωνικο-Πολιτισμική Ψυχολογία: Επισκόπηση, Ανοικτά Προβλήματα και Εκπαιδευτικές Προεκτάσεις. Διεπιστημονική Ημερίδα με θέμα: Κοινωνικο- ιστορικο-πολιτισμικές διαστάσεις των διαδικασιών μάθησης και ανάπτυξης*. Ρέθυμνο, 2006

TZEKAKH M., *Μαθηματικές Δραστηριότητες για την Προσχολική Ηλικία*, Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg, 1998

TZEKAKH M., *Μαθηματική Εκπαίδευση για την Προσχολική και Πρώτη Σχολική Ηλικία*, Ζυγός, 2011

Βιβλιογραφία

BOALER J., Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and “working hypotheses” to broaden conception of mathematical knowing. Educational Studies in Mathematics, 2003

ENGESTRÖM Y., Innovative learning in work teams: analysing cycles of knowledge creation in practice in Y. Engestrom, R. Miettinen and R.L. Punamaki (eds) Perspectives on Activity Theory, Cambridge: Cambridge University Press, 1999

HOYLES C., *From describing to designing mathematical activity: the next step in developing a social approach to research in mathematics education?*, 2001, πρόσβαση: 10/12/2012, <http://eprints.ioe.ac.uk/1818/1/Hoyles2004From273.pdf>

KILPATRIC J., Understanding mathematical literacy: The contribution of research. Educational Studies in Mathematics, 2001

LEONTEV, A.N. , Activity, Consciousness, and Personality. Hillsdale: Prentice-Hall, 1978

MASON, J. & SPENCE, M., Beyond mere knowledge in Mathematics: The importance of knowing to act in the moment. Educational Studies in Mathematics, 1999

OERS B. Van, *Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture*, Educational Studies in Mathematics, 2001

TILESTON W.D., *Ten Best Teaching Practices: How Brain Research, Learning Styles, and Standards Define Teaching Competencies*, Corwin Press, 2000

metaxia_mail@yahoo.com

[λευκή σελίδα]

ΟΙ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΣΧΟΛΕΙΑ ΩΣ ΕΝΑ ΣΤΗΡΙΓΜΑ ΜΑΘΗΣΗΣ ΤΩΝ ΔΑΣΚΑΛΩΝ

Άντα Μπούφη

&

Ιωάννης Λαζαρίδης

*Καθηγήτρια Διδακτικής
των Μαθηματικών, ΕΚΠΑ*

*Σχολικός Σύμβουλος
Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης*

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι περισσότεροι δάσκαλοι δεν δίνουν προτεραιότητα στη σκέψη των μαθητών τους όταν προετοιμάζουν το μάθημα των μαθηματικών ή όταν παίρνουν αποφάσεις κατά τη διάρκειά του. Επομένως, ο συνήθης τρόπος με τον οποίο οργανώνονται οι πρακτικές ασκήσεις των φοιτητών στα σχολεία δεν έχει τη δυνατότητα να ανατρέψει τη διαίωνιση των παραδοσιακών πρακτικών διδασκαλίας των μαθηματικών. Η στήριξη της οργάνωσής τους στο μοντέλο μαθητείας (apprenticeship model), οδηγεί τους φοιτητές σε μίμηση του τρόπου με τον οποίο οι δάσκαλοι διδάσκουν μαθηματικά. Ξαναθυμούνται τις εμπειρίες που είχαν αποκομίσει από τη σχολική τους εκπαίδευση και έτσι παραμένουν καθηλωμένοι σε παρωχημένα διδακτικά σχήματα. Στο Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Αθηνών, οι πρακτικές ασκήσεις για το μάθημα της Διδακτικής των Μαθηματικών, σχεδιάζονται για να βοηθήσουν τους φοιτητές να αναπτύξουν γνώσεις και πρακτικές που θα τους επιτρέψουν να διδάσκουν μαθηματικά στους μελλοντικούς μαθητές τους χωρίς να τους στερούν την ευκαιρία να σκέφτονται. Στην εισήγηση αυτή παρουσιάζονται περιπτώσεις από τις συναντήσεις φοιτητών και δασκάλων στα σχολεία. Σκοπός μας είναι να δείξουμε με ποιον τρόπο και γιατί ο σχεδιασμός των πρακτικών ασκήσεων μπορεί να λειτουργήσει ως πηγή ευκαιριών μάθησης όχι μόνο για τους φοιτητές μας, αλλά και για τους δασκάλους.

Οι περισσότεροι δάσκαλοι δεν δίνουν προτεραιότητα στη σκέψη των μαθητών τους όταν προετοιμάζουν το μάθημα των μαθηματικών ή όταν παίρνουν αποφάσεις κατά τη διάρκειά του. Επομένως, ο συνήθης τρόπος με τον οποίο οργανώνονται οι πρακτικές ασκήσεις των φοιτητών στα σχολεία δεν έχει τη δυνατότητα να ανατρέψει τη διαίωνιση των παραδοσιακών πρακτικών διδασκαλίας των μαθηματικών. Η στήριξη της οργάνωσής τους στο μοντέλο μαθητείας (apprenticeship model), οδηγεί τους φοιτητές σε μίμηση του τρόπου με τον οποίο οι δάσκαλοι διδάσκουν μαθηματικά. Ξαναθυμούνται τις εμπειρίες που είχαν αποκομίσει από τη σχολική τους εκπαίδευση και έτσι παραμένουν καθηλωμένοι σε παρωχημένα διδακτικά σχήματα. Στο Τμήμα μας, οι πρακτικές ασκήσεις για το μάθημα της Διδακτικής των Μαθηματικών, σχεδιάζονται για να βοηθήσουν τους φοιτητές να αναπτύξουν γνώσεις και πρακτικές που θα τους επιτρέψουν να διδάσκουν μαθηματικά στους μελλοντικούς μαθητές τους χωρίς να τους στερούν την ευκαιρία να σκέφτονται. Στην εργασία αυτή θα μελετήσουμε μία περίπτωση από τις συναντήσεις φοιτητών και δασκάλων στα σχολεία. Σκοπός μας είναι να δείξουμε με ποιον τρόπο και γιατί ο σχεδιασμός των πρακτικών ασκήσεων μπορεί να λειτουργήσει ως πηγή ευκαιριών μάθησης όχι μόνο για τους φοιτητές μας, αλλά και για τους δασκάλους.

Η προετοιμασία νέων δασκάλων στη σχολή μας, ίσως να μοιάζει με όραμα χωρίς αντίκρισμα στην εποχή της κρίσης. Αν όμως θεωρήσουμε ως αλλαγή της εκπαιδευτικής πολιτικής, το σχεδιασμό νέων στηριγμάτων μάθησης (Cobb & Jackson, 2012), τότε η προσπάθειά μας για μια ποιοτικότερη εκπαίδευση των φοιτητών μας αποτελεί ένα πρώτο βήμα στην προετοιμασία μας να αντιμετωπίσουμε τις προκλήσεις μιας επερχόμενης αλλαγής στην εκπαίδευση.

Για μια μαθηματική εκπαίδευση που στηρίζει όλους τους μαθητές να μαθαίνουν μαθηματικά και να τα κατανοούν, χρειαζόμαστε δασκάλους που να είναι σε θέση να οικοδομούν τη διδασκαλία τους με βάση τη σκέψη των μαθητών ενώ ταυτόχρονα να την προσανατολίζουν στις σημαντικές μαθηματικές ιδέες που αποτελούν σκοπό της εκάστοτε ενότητας (Ball, 1993 – Lampert, 2001). Σε διάφορες αναλύσεις των πρακτικών διδασκαλίας που επιτρέπουν την επίτευξη ενός τέτοιου σκοπού, επισημαίνεται η ανάγκη παροχής ευκαιριών στους μαθητές

να ασχολούνται με προκλητικά μαθηματικά προβλήματα, καθώς και η συμμετοχή τους σε κατάλληλα οργανωμένες συζητήσεις (Kilpatrick, Martin, & Schifter, 2003 – Lampert, 2001). Τονίζεται ακόμα, ότι η αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας εξασφαλίζεται όταν οι δάσκαλοι προβλέπουν και παρακολουθούν τις διαφορετικές μορφές σκέψης των μαθητών, κατανοούν ποιες μορφές σκέψης χρειάζονται περαιτέρω στήριξη για να προκύψουν οι επιθυμητές μαθηματικές ιδέες και επιλέγουν ανάλογα στηρίγματα (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008).

Η στήριξη μελλοντικών δασκάλων στην ανάπτυξη τέτοιων διδακτικών πρακτικών είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη. Σε πολλές μελέτες εκπαιδευτικών προγραμμάτων που απευθύνονται σε δασκάλους, τεκμηριώνεται η δυσκολία τους να κατανοούν τη σκέψη των μαθητών, αλλά και να αντιλαμβάνονται τη σημασία της σε σχέση με τις πρακτικές διδασκαλίας των μαθηματικών στις τάξεις τους (Cohen, 2004 – Schifter, 2001).

Στο πλαίσιο των παραπάνω επισημάνσεων αναφερόμαστε σε μια προσπάθεια στήριξης μελλοντικών δασκάλων προκειμένου να αρχίσουν να βλέπουν τη σκέψη των μαθητών ως απαραίτητη βάση της διδασκαλίας των μαθηματικών. Πρόκειται για ένα πείραμα σχεδιασμού στο οποίο συνεργαστήκαμε με πέντε φοιτητές και μια δασκάλα της τρίτης δημοτικού (Cobb, Zhao, & Dean, 2009). Η προσαρμογή των σχεδιασμών μας σχετικά με τις αλλαγές που θα μπορούσαν να κινητοποιηθούν στις αντιλήψεις και τις πρακτικές των φοιτητών, καθώς και σχετικά με τα μέσα που θα τις στήριζαν, ήταν διαρκώς βασισμένη στην αξιολόγηση της συμμετοχής των φοιτητών στις δραστηριότητες της πρακτικής τους άσκησης. Με αυτήν την έννοια, η παρέμβασή μας θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως συνεπής με τους τρόπους που ελπίζουμε ότι και οι φοιτητές θα μπορούσαν μελλοντικά να προσαρμόζουν τη διδασκαλία τους στις συνεισφορές των μαθητών τους. Τα στοιχεία μας (βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες και σημειώσεις) προέρχονται από την πρακτική άσκηση των φοιτητών στην τάξη της δασκάλας. Αξίζει να σημειωθεί ότι η δασκάλα αυτή είχε συμμετάσχει σε ένα πρόγραμμα επαγγελματικής ανάπτυξης, το οποίο είχαμε σχεδιάσει και υλοποιήσει την περασμένη σχολική χρονιά (Boufi, Kolovou, & Gravemeijer, 2013). Γι' αυτόν το λόγο, εκτός από

εμένα που διδάσκω το μάθημα της Διδακτικής των Μαθηματικών, καθοριστικό ρόλο στην οργάνωση της συγκεκριμένης πρακτικής άσκησης των φοιτητών, είχε και η ίδια η δασκάλα της τάξης.

Η εργασία μας εστιάζει στις δραστηριότητες με τις οποίες ασχολήθηκαν οι φοιτητές και η δασκάλα της τάξης, καθώς και στο βαθμό που αυτές στήριζαν αλλαγές στους τρόπους με τους οποίους γίνεται αντιληπτή η σκέψη των μαθητών. Πιο συγκεκριμένα, με φόντο την εμπειρία μάθησης των φοιτητών, θα αναδειχθεί η προσπάθεια της δασκάλας να αντιμετωπίσει τις προκλήσεις που εμπλέκονται σε μια διδασκαλία που δίνει προτεραιότητα στις συνεισφορές των μαθητών. Σκοπός μας είναι να δείξουμε με ποιον τρόπο οι φοιτητές και η δασκάλα συνέβαλαν στον επαναπροσδιορισμό της πρακτικής της διδασκαλίας των μαθηματικών και ασχολήθηκαν με τη μάθηση των μαθητών της τάξης. Όπως θα φανεί, οι ευκαιρίες μάθησης της δασκάλας ήταν αλληλένδετες με τις διαδικασίες αλλαγής των φοιτητών οι οποίες τέθηκαν σε κίνηση.

Η πρώτη επαφή των φοιτητών με τη σκέψη των μαθητών: Λύση προβλημάτων που δεν έχει διδαχθεί ο τρόπος λύσης τους

Στην πρώτη πρακτική άσκηση, ζητήσαμε από την ομάδα των φοιτητών να πάρει συνεντεύξεις από τρεις μαθητές της τάξης της δασκάλας, προκειμένου να διαπιστώσει κατά πόσον θα έλυναν ένα πρόβλημα που ακόμα δεν έχουν διδαχθεί τρόπους επίλυσής του. Καθώς στο μάθημα του Πανεπιστημίου είχαν ήδη συζητηθεί διάφορα παραδείγματα από βιντεοσκοπημένες συνεντεύξεις μαθητών, σκοπός της συγκεκριμένης δραστηριότητας ήταν απλά να επιβεβαιώσουν και οι ίδιοι, ότι πράγματι οι μαθητές διαθέτουν μαθηματικές γνώσεις προτού ξεκινήσει η διδασκαλία ενός θέματος. Οι Franke, Carpenter, Levi και Fennema (2001) θεωρούν ότι αρχικά οι δάσκαλοι δεν πιστεύουν πως οι μαθητές είναι σε θέση να λύνουν προβλήματα, για τα οποία δεν έχουν εκ των προτέρων διδαχθεί τον τρόπο με τον οποίο λύνονται και ως εκ τούτου οι δάσκαλοι δεν αξιοποιούν τη σκέψη των μαθητών στην οργάνωση του μαθήματος.

Το πρόβλημα που οι φοιτητές έδωσαν στους μαθητές ήταν ένα πρόβλημα διαίρεσης μέτρησης με τους αριθμούς 387 και 10. Το πλαίσιο του προβλήματος ήταν διαφορετικό για τον κάθε μαθητή, ανάλογα με το τι δήλωνε ότι θα του άρεσε να μαζεύει και αφορούσε σε 387 αντικείμενα που έπρεπε να τοποθετηθούν σε κουτιά που το καθένα θα περιείχε 10 από αυτά τ' αντικείμενα. Οι τρεις μαθητές κατάφεραν να λύσουν το πρόβλημα και μάλιστα με τρεις διαφορετικούς τρόπους που στηρίχθηκαν στην αξιοποίηση διαφορετικών γινομένων ή στην επαναλαμβανόμενη πρόσθεση.

Πριν από τις συνεντεύξεις, οι φοιτητές είχαν ρωτήσει τη δασκάλα για τις γνώσεις των μαθητών της γύρω από τη διαίρεση. Επειδή όπως τους είχε ενημερώσει, ήξεραν να υπολογίζουν από την προπαίδεια μόνο το αποτέλεσμα μιας διαίρεσης διψήφιου με μονοψήφιο, οι φοιτητές έδειξαν να εκπλήσσονται από τις λύσεις των μαθητών. Στο μάθημα του Πανεπιστημίου, οι φοιτητές μοιράστηκαν την εμπειρία τους με τους συμμαθητές τους και εκτός από τις ομοιότητες και διαφορές των λύσεων των τριών μαθητών καθώς και τη σχέση τους με την κάθετη διαίρεση δόθηκε αφορμή για να συζητήσουμε γενικότερα θέματα, όπως για την προέλευση των διαφορετικών μαθηματικών ικανοτήτων των μαθητών.

Οι ευκαιρίες μάθησης των φοιτητών δεν θα υπήρχαν, αν η δασκάλα ή ο διευθυντής του σχολείου, δεν μας είχαν επιτρέψει να εξετάσουμε τις άτυπες γνώσεις των μαθητών. Δικαιολογημένα, οι δάσκαλοι αισθάνονται ανασφάλεια όταν οι φοιτητές δίνουν στους μαθητές προβλήματα που αναφέρονται σε ύλη που ακόμα δεν έχει διδαχθεί. Όμως, οι συνήθεις δασκαλοκεντρικές πρακτικές διδασκαλίας των μαθηματικών, τις οποίες ενθαρρύνει το θεσμικό πλαίσιο του σχολείου, αποτρέπουν τη συνεργασία φοιτητών και δασκάλων. Από την άλλη πλευρά, οι διευθυντές καλούνται μέσα από δημόσια έγγραφα που αναφέρονται στην πρακτική άσκηση των φοιτητών, να αρνούνται την οποιαδήποτε προσωπική επαφή των φοιτητών με τους μαθητές.

Προοπτικές αξιοποίησης του δυναμικού της τάξης: Τα επίπεδα σκέψης των μαθητών και η ποιότητα της σκέψης τους

Οι δύο επόμενες πρακτικές ασκήσεις των φοιτητών είχαν σχεδιαστεί για να τους προετοιμάσουν να διδάξουν στους μαθητές της συγκεκριμένης τάξης, μερικά εισαγωγικά μαθήματα με σκοπό την τεχνική της διαιρέσης. Για να εκτιμήσουν το δυναμικό της τάξης, την πρώτη φορά που οι φοιτητές πήγαν στην τάξη, ζήτησαν από τους μαθητές να λύσουν ένα πρόβλημα διαιρέσης παρόμοιο με αυτό που είχε χρησιμοποιηθεί στις συνεντεύξεις των τριών μαθητών (328 παιδιά σε πούλμαν των 10 παιδιών). Τη δεύτερη φορά, έδωσαν στους μαθητές να λύσουν ένα πρόβλημα πολλαπλασιασμού (32 μολύβια - 15 λεπτά το ένα) με δύο τρόπους και ένα πρόβλημα διαιρέσης (276 σοκολατάκια σε κουτιά με 13 σοκολατάκια στο καθένα). Οι φοιτητές είχαν πληροφορηθεί από τη δασκάλα ότι είχε ήδη διδάξει την κάθετη τεχνική του πολλαπλασιασμού. Υποθέσαμε ότι η ενδεχόμενη αδυναμία των μαθητών να λύσουν με δύο τρόπους το πρόβλημα του πολλαπλασιασμού, θα έδινε την ευκαιρία στους φοιτητές να προβληματιστούν σχετικά με την επίδραση των αλγορίθμων στη σκέψη των μαθητών.

Τη δεύτερη φορά, καθώς οι μαθητές έλυναν τα προβλήματα που τους είχαν μοιραστεί, οι φοιτητές ζήτησαν από τη δασκάλα να τους πει, ποιες περίμενε ότι θα ήταν πιθανές λύσεις των μαθητών της στο πρόβλημα του πολλαπλασιασμού. Η δασκάλα απάντησε ότι μάλλον η πλειοψηφία θα χρησιμοποιούσε μόνο ένα τρόπο και δεν θα ήταν σε θέση να βρει ένα δεύτερο τρόπο λύσης. Εξήγησε ότι όταν οι μαθητές διδάσκονται μία «καθολική μέθοδο», εξαφανίζονται οι διαφορετικοί τρόποι που θα μπορούσαν να σκεφτούν. Για να υποστηρίξει την άποψή της, αναφέρθηκε στο δεύτερο πρόβλημα διαιρέσης που οι μαθητές είχαν να λύσουν και επεσήμανε ότι σε αυτό θα χρησιμοποιήσουν διαφορετικούς τρόπους λύσης, επειδή δεν έχουν ακόμα διδαχθεί την τεχνική. Η δασκάλα δεν προσπάθησε να υπερασπιστεί αυτό που προέβλεπε ότι θα συμβεί στο πρόβλημα του πολλαπλασιασμού. Δεν ωραιοποίησε το αποτέλεσμα της διδασκαλίας της, και μάλιστα, έδειξε να διαφωνεί με αυτό. Στην τάξη της περίπου μισοί από τους μαθητές ζωγράφιζαν λεωφορεία και μέτραγαν ανά 10. Επομένως, ακόμα και αν χρησιμοποιούσαν την κάθετη τεχνική του

πολλαπλασιασμού, σε ποιο βαθμό την είχαν κατανοήσει; Από την πλευρά τους, οι φοιτητές, δεν μπόρεσαν να αντιληφθούν το νόημα που είχε η δυσαρέσκεια της δασκάλας για την ομογενοποίηση της σκέψης των μαθητών. Αυτό φάνηκε, αφότου οι φοιτητές επεξεργάστηκαν και ταξινόμησαν τα στοιχεία που είχαν συγκεντρώσει από τις λύσεις των μαθητών. Διαπίστωσαν ότι σε αντίθεση με το πρόβλημα τουλλαπλασιασμού, στο πρόβλημα της διαίρεσης υπήρχαν πράγματι, όχι μόνο διαφορετικές λύσεις, αλλά και ότι ανήκαν σε διαφορετικά επίπεδα μαθηματικής ανάπτυξης. Καθώς η ομάδα των φοιτητών επρόκειτο να παρουσιάσει τη δουλειά της στους υπόλοιπους φοιτητές, συναντηθήκαμε για να προετοιμάσουμε τη συζήτηση που θα γινόταν στο μάθημα του Πανεπιστημίου. Μιλώντας για την ποιότητα των λύσεων των μαθητών στα δύο προβλήματα, καθώς και για την προοπτική αξιοποίησης των διαφορετικών λύσεων τους στη διδασκαλία της διαίρεσης, κάποιοι από τους φοιτητές έδειξαν να μην είναι σε θέση να εξετάσουν τη διδασκαλία στην τάξη από την οπτική γωνία των μαθητών. Όπως χαρακτηριστικά είπε μία φοιτήτρια: «Δεν καταλαβαίνω, γιατί θα πρέπει να ξεκινήσουμε από τις λύσεις των παιδιών... στο τέλος οι μαθητές θα κάνουν τη διαίρεση, όπως κι εμείς...». Η υπόθεσή μας, ότι οι φοιτητές θα μπορούσαν να αντιληφθούν άμεσα τη σημασία αξιοποίησης της σκέψης των μαθητών στο μάθημα, ήταν εσφαλμένη. Οι δραστηριότητες, στις οποίες συμμετείχαν μέχρι τώρα, δεν είχαν στηρίξει τους φοιτητές να τροποποιήσουν την άποψή τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Θέλαμε οι φοιτητές να βλέπουν τις διαφορετικές λύσεις των μαθητών σαν τις πρώτες αμυδρές και φευγαλέες ιδέες που έχουν για κάτι καινούργιο και να είναι σε θέση αφού αντιληφθούν το δυναμικό αυτών των λύσεων, να στηρίζουν την εξέλιξή τους. Ίσως όμως, οι φοιτητές τις έβλεπαν μόνο σαν ανεπαρκείς προσπάθειες σε σχέση με το ζητούμενο, που ήταν η κάθετη τεχνική της διαίρεσης. Δύο από τους φοιτητές διαφώνησαν με τη συμφοιτήριά τους. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι και οι ίδιοι είχαν πεισθεί για τη σπουδαιότητα αξιοποίησης της σκέψης των μαθητών. Μπορεί να έδειχναν ότι συμφωνούν μαζί μου, γιατί απλά είχαν αποφασίσει να συμμορφωθούν με τις προσδοκίες μου για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Με δεδομένη τη δυσκολία αλλαγής των φοιτητών, επιλέξαμε να συνεχίσουμε τη στήριξή τους,

προτείνοντας στην επόμενη πρακτική άσκηση να παρακολουθήσουμε ένα μάθημα στην τάξη της δασκάλας.

Η συζήτηση μέσα στην τάξη: Η συμμόρφωση των μαθητών με τους μηχανισμούς πολλαπλασιασμού και διαίρεσης με το 10, 100, 1000

Σκεφτήκαμε ότι εάν οι φοιτητές παρακολουθούσαν και ανέλυαν ένα μάθημα στο οποίο οι μαθητές είχαν την ευκαιρία να εκφράζουν τις διαφορετικές τους σκέψεις και η δασκάλα να τις λαμβάνει σοβαρά υπ' όψιν της, ίσως να κατανοούσαν τη σημασία των λύσεων των μαθητών για τη διαμόρφωση του μαθήματος. Θεωρήσαμε ότι το μάθημα της συγκεκριμένης δασκάλας θα έδινε αυτήν την ευκαιρία στους μαθητές και έτσι θα πρόσφερε μια καλή ευκαιρία μάθησης στους φοιτητές. Δυστυχώς και πάλι η πρόβλεψή μας δεν ήταν επιτυχημένη.

Το συγκεκριμένο μάθημα ήταν εισαγωγικό στους δεκαδικούς αριθμούς. Στο προηγούμενο μάθημα οι μαθητές είχαν ασχοληθεί με τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση με το 10, το 100 και το 1000. Έτσι λοιπόν, στην αρχή του μαθήματος η δασκάλα έλεγξε τις ασκήσεις που οι μαθητές είχαν να λύσουν στο σπίτι. Οι μαθητές υπολόγισαν όλα τα γινόμενα και τα πηλίκια, προσθέτοντας ή αντίστοιχα αφαιρώντας, τόσα μηδενικά όσα υπάρχουν μετά το 1. Φεύγοντας από το σχολείο, οι φοιτητές παρατήρησαν ότι στο μεγαλύτερο μέρος του μαθήματος, η δασκάλα δεν έδωσε στους μαθητές την ευκαιρία να σκεφτούν. Το μόνο που τα παιδιά έκαναν ήταν να μετράνε μηδενικά.

Στην επόμενη συνάντησή μας συζητήσαμε αναλυτικά την εμπειρία μας από το μάθημα. Αρχικά, διαπιστώθηκε ότι οι φοιτητές δεν ήταν σε θέση να εξηγήσουν ούτε οι ίδιοι, για ποιο λόγο ίσχυε ο κανόνας που η τάξη χρησιμοποιούσε. Η αδυναμία των φοιτητών, μας θυμίζει την παρατήρηση του Freudenthal (1983) για το ίδιο θέμα:

Οι ενήλικες που έχω παρατηρήσει – από εκπαιδευόμενους δασκάλους μέχρι πανεπιστημιακούς καθηγητές των φυσικών επιστημών - ήταν τόσο εξοικειωμένοι με αυτούς τους κανόνες που δεν ήταν σε θέση να τους εξηγήσουν ούτε και να αισθανθούν την ανάγκη για να τους εξηγήσουν - μία αδυναμία η οποία είναι ίσως περισσότερο σοβαρή για

τους εκπαιδευόμενους δασκάλους, εν όψει του μελλοντικού τους επαγγέλματος, από ό,τι είναι για τους καθηγητές. (σελ. 123)

Όταν τους ζήτησα να σκεφτούν τρόπους με τους οποίους θα μπορούσε να εξηγηθεί ο κανόνας με τα μηδενικά, για την περίπτωση του $10 \times 6 = 60$, μπόρεσαν να δώσουν απαντήσεις του τύπου: «το ξέρουμε από την προπαίδεια», «θα το υπολογίσω προσθέτοντας το 6, 10 φορές ή το 10, 6 φορές», «από το $5 \times 6 = 30$, βρίσκω το διπλάσιο» και «το 60 είναι 6 δεκάδες από την αξία θέσης». Προχωρώντας σε γενικεύσεις των σκέψεών τους, καταφέραμε να δώσουμε μια εξήγηση του κανόνα. Στη συνέχεια, εξετάσαμε το ενδεχόμενο αντικατάστασης του αρχικού μας πλάνου για μια εισαγωγή των μαθητών στην κάθετη τεχνική της διαίρεσης. Αποφασίσαμε ότι, αν δεχόταν η δασκάλα, θα ήταν ενδιαφέρον να δούμε με ποιον τρόπο θα μπορούσαμε να στηρίξουμε τους μαθητές, ώστε να φτάσουν με τις δικές τους δυνάμεις σε μια κατανόηση του κανόνα. Η ένσταση για την αναγκαιότητα οικοδόμησης της διδασκαλίας με βάση τη σκέψη των μαθητών επανήλθε, αλλά υποχώρησε με αφορμή το ερώτημα: «Τι χρειάζεται να κατανοήσουν οι μαθητές προκειμένου να εξηγήσουν τον κανόνα;». Οι απαντήσεις της πλειοψηφίας των μαθητών στο πρόβλημα της διαίρεσης με τα πούλμαν, έπεισαν όλους τους φοιτητές ότι η έννοια της αξίας θέσης ως βάση για την κατανόηση του κανόνα, δεν είχε ακόμα συνειδητοποιηθεί. Υπενθύμισα την αρχική απόπειρα μιας μαθήτριας στις συνεντεύξεις, που ξεκίνησε να ζωγραφίζει 10 σοκολατάκια στο κάθε κουτί και να τα απαριθμεί ανά ένα. Όλοι οι φοιτητές φάνηκε να πείθονται ότι η μεγάλη απόσταση κάποιων μαθητών από μια βαθιά κατανόηση της αξίας θέσης, δεν θα μπορούσε να παραβλεφθεί.

Η δασκάλα με μεγάλη προθυμία δέχθηκε να συνεργαστούμε για να βοηθήσουμε τους μαθητές της να κατανοήσουν τον κανόνα. Συνεννοηθήκαμε να συναντηθούμε μαζί της για να την ενημερώσουμε σχετικά με τα στοιχεία που είχαμε μαζέψει από τους μαθητές της και να οργανώσουμε τα μαθήματα που θα ακολουθούσαν.

Συνεργασία στο σχεδιασμό μιας παρέμβασης: Πρόβλεψη των λύσεων των μαθητών

Συναντηθήκαμε με τη δασκάλα δύο φορές. Στην πρώτη συνάντησή μας, εξηγήσαμε στη δασκάλα, για ποιο λόγο μας ενδιέφερε να ασχοληθούμε με την κατανόηση του κανόνα με τα μηδενικά. Η ίδια, αναφερόμενη στο μάθημα που είχαμε παρακολουθήσει, μίλησε για την αδυναμία της να καλύψει το κενό των διδακτικών βιβλίων. Το συγκεκριμένο μάθημα δεν είχε δραστηριότητες που θα επέτρεπαν στους μαθητές να κατανοήσουν τον κανόνα. Αυτό την υποχρέωσε να δώσει απευθείας στους μαθητές της τα βήματα του κανόνα. Εκτός από τις συζητήσεις στο μάθημα του Πανεπιστημίου, δόθηκε στους φοιτητές μια επιπλέον ευκαιρία να απομυθοποιήσουν το κύρος των διδακτικών βιβλίων των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στα σχολεία. Υποσχέθηκα ότι στην επόμενη συνάντηση θα έφερνα κάποιες δραστηριότητες που θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε. Στη συνέχεια, κοιτάξαμε ξανά τα φύλλα των μαθητών της δασκάλας. Μας απασχόλησαν ιδιαίτερα, τα επίπεδα των λύσεων τους στο πρόβλημα διαίρεσης με το 10, μιας και στην εξήγηση του κανόνα, εμπλέκεται η σχέση της διαίρεσης με την έννοια της αξίας θέσης των ψηφίων ενός αριθμού.

Στη δεύτερη συνάντησή μας, επιλέξαμε τις δραστηριότητες που θα χρησιμοποιούσαμε στα τρία μαθήματα που επρόκειτο να συνδιδάσουν οι φοιτητές και η δασκάλα. Η συνεισφορά της σε αυτήν τη συνάντηση ήταν ιδιαίτερα σημαντική. Αναρωτήθηκε για τις λύσεις που μπορεί να έβρισκαν οι μαθητές στο ένα από τα προβλήματα που είχα φέρει. Στο πρόβλημα αυτό, ένας ζαχαροπλάστης είχε φτιάξει πολλά σοκολατάκια με 9 διαφορετικές γεύσεις. Δινόταν στους μαθητές πόσα σοκολατάκια είχε φτιάξει από την κάθε γεύση (οι ποσότητες από σοκολατάκια ήταν τριψήφιοι και διψήφιοι αριθμοί) και με δεδομένο ότι ήθελε να τα βάλει σε κουτιά που το καθένα χωρούσε 10 σοκολατάκια, τους ζητείτο να απαντήσουν στα παρακάτω ερωτήματα:

- Πόσα κουτιά θα χρειαστεί για να βάλει τα σοκολατάκια της κάθε γεύσης και πόσα σοκολατάκια θα του περισσεύουν κάθε φορά;
- Μπορείτε να του προτείνετε ένα γρήγορο τρόπο για να ξέρει πόσα κουτιά θα του χρειάζονται για να βάζει τα σοκολατάκια και πόσα σοκολατάκια θα του περισσεύουν;

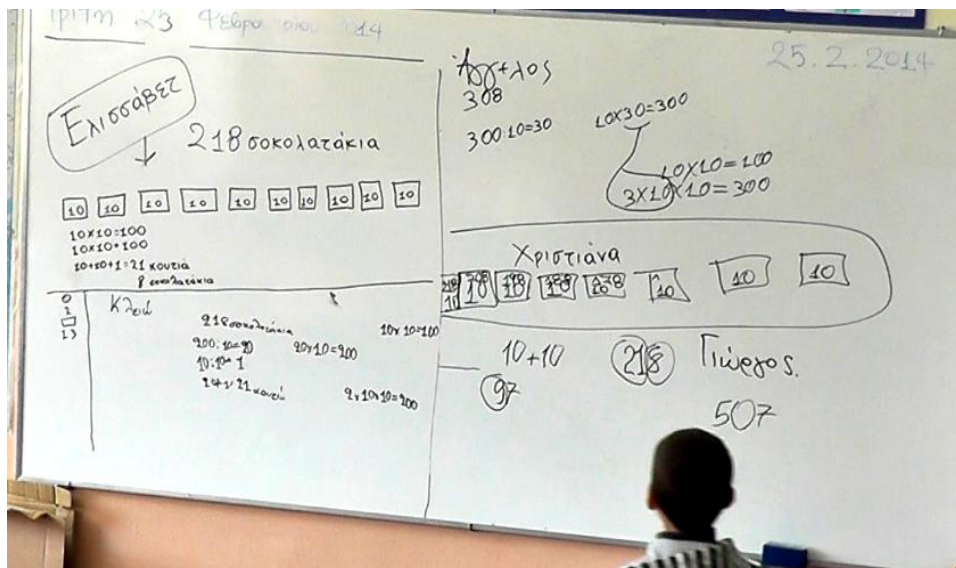
- Με τα σοκολατάκια που του περισσεύουν από κάθε γεύση, φτιάχνει κουτιά με ποικιλίες γεύσεων. Πόσα τέτοια κουτιά μπορεί να φτιάξει;
- Κάθε σοκολατάκι κάνει 1 ευρώ και έτσι τα κουτιά του τα πουλάει 10 ευρώ το ένα. Πόσα χρήματα θα μαζέψει αν πουλήσει όλα τα σοκολατάκια;

Από τη συμμετοχή της στο σεμινάριο που είχαμε οργανώσει την περασμένη σχολική χρονιά, η δασκάλα γνώριζε ότι η πρόβλεψη των λύσεων των μαθητών αποτελεί σημαντική πτυχή μιας διδασκαλίας που οργανώνεται με βάση τη σκέψη τους. Οι φοιτητές δεν είχαν την εμπειρία της δασκάλας. Η αξία της προσπάθειάς της να προβλέψει τις λύσεις των μαθητών, προς το παρόν, δεν μπορούσε να γίνει αντιληπτή. Χρειάστηκε να δυσκολευτούν στη διαχείριση των διαφορετικών λύσεων των μαθητών, για να κατανοήσουν το νόημά της.

Συνδιδασκαλία φοιτητών και δασκάλας: Στήριξη της εξέλιξης της μαθηματικής σκέψης των μαθητών

Στο πρώτο μάθημα, αφού η δασκάλα συζήτησε με τους μαθητές το πρόβλημα, τους μοίρασε μεγάλα χαρτιά Α5 και τους άφησε να εργαστούν σε ομάδες. Όλοι μας περνούσαμε από τα θρανία των μαθητών και παρακολουθούσαμε τη δουλειά τους. Οι μαθητές άρχισαν να τελειώνουν προς το τέλος της διδακτικής ώρας. Μαζέψαμε τα χαρτιά τους και αφού ταξινομήσαμε τις λύσεις τους σε διαφορετικά επίπεδα, αποφασίσαμε με ποια σειρά θα παρουσίαζαν τους τρόπους τους στο επόμενο μάθημα.

Η δασκάλα ξεκίνησε το δεύτερο μάθημα, λέγοντας στους μαθητές της ότι η δουλειά τους μοιάζει με έργο τέχνης στα μαθηματικά. Τους μοίρασε πίσω τα χαρτιά τους και τους ζήτησε να τα κοιτάξουν για να θυμηθούν ο καθένας πως είχε σκεφτεί. Κατόπιν, σηκώθηκαν διαδοχικά πέντε μαθητές και μας παρουσίασαν τη δουλειά τους. Στην εικόνα που ακολουθεί υπάρχουν οι λύσεις των μαθητών.



Από τις λύσεις που παρουσιάστηκαν, φάνηκε ότι ενώ κάποιοι μαθητές ξεκίνησαν ζωγραφίζοντας κουτιά με 10 σοκολατάκια, πολύ γρήγορα κατάλαβαν ότι μπορούν να βρίσκουν αμέσως το πλήθος των κουτιών, από τις δεκάδες που υπάρχουν στον αριθμό που εκφράζει τα σοκολατάκια της κάθε γεύσης. Στην κατηγορία αυτών των λύσεων κάποιοι μαθητές ξεκίνησαν με διαδοχικές προσθέσεις του 10 και κάποιοι με διαδοχικές αφαιρέσεις του 10. Υπήρχαν όμως και μαθητές που δεν ζωγράρισαν. Χρησιμοποίησαν τη διαίρεση με το 10 για να βρουν τις πρώτες απαντήσεις τους. Η δασκάλα κάθε φορά ρωτούσε διευκρινιστικές ερωτήσεις, επαναδιατύπωνε τις λύσεις των μαθητών, βοηθούσε τους μαθητές να αναπαραστήσουν με σύμβολα τις λύσεις τους στον πίνακα, ζητούσε από τους υπόλοιπους μαθητές να επαναλάβουν κάποιες εξηγήσεις, να δηλώσουν ποιοι χρησιμοποίησαν τον ίδιο τρόπο και να συγκρίνουν διαφορετικούς τρόπους. Το παρακάτω απόσπασμα διαλόγου, δίνει μία γεύση από τη φύση της συζήτησης που έγινε στην τάξη:

Κλειώ: Εγώ δε ζωγράφισα. Έκανα 200 διά 10 και βρήκα 20 ... και μετά 10 διά 10 ένα και 20 και 1 μας κάνει 21 κουτιά και μου περισσεύουν 8 (Ταυτόχρονα η μαθήτρια γράφει τις αντίστοιχες αριθμητικές προτάσεις στον πίνακα)

Δασκάλα: Γιατί Κλειώ είπες $200 \div 10$ κάνει 20;

Κλειώ: Αφού 20×10 μας κάνει 200.

Δασκάλα: Γιατί; Πού το ξέρεις Κλειώ;

Κλειώ: Γιατί 10 φορές το 10 κάνει 100 κι άλλες 10 φορές το 10, δηλαδή 20 φορές το 10 θα κάνει 200 (Γράφει τις αριθμητικές προτάσεις στον πίνακα)

Κλειώ: (Καθώς η δασκάλα επαναλαμβάνει τη λύση της, η Κλειώ διακόπτει και αλλάζει την εξήγησή της) 2 φορές το ... 10 φορές το 10 θα μας κάνει 200 (Γράφει στον πίνακα) και 10 δια 10 ίσον 1 γιατί 1 φορά το 10 κάνει 10.

Δασκάλα: Πήρες διπλάσιες φορές το 10 φορές το 10. Πολύ ωραία! Ποιος άλλος σκέφτηκε έτσι;

Η διδασκαλία της δασκάλας εντυπωσίασε τους φοιτητές. Τα σχόλια μιας φοιτήτριας αποτυπώνουν τη γενική εικόνα που δημιουργήσαν οι φοιτητές για ένα μάθημα που έχει στο κέντρο του τη σκέψη των μαθητών:

Ήταν ένα πολύ ιδιαίτερο μάθημα. Τα παιδιά με πολύ θάρρος υποστήριζαν τις ιδέες τους και συμμετείχαν τα περισσότερα, αρκετά ενεργά στην όλη διαδικασία. Μου άρεσε που η δασκάλα έδινε χώρο στο κάθε παιδί ξεχωριστά να εκφραστεί, αλλά αν η κουβέντα ξέφευγε την επανέφερε εκεί που ήθελε να καταλήξει.... Γιατί αυτή η ενέργεια να χάνεται; Πώς μπορούν όλοι οι εκπαιδευτικοί μαζί να διατηρήσουν τη φρεσκάδα [των παιδιών] και τη διάθεση για πειραματισμό;

Τη μεθεπόμενη μέρα πήγαμε στην τάξη της δασκάλας για να διδάξουν οι φοιτητές. Με πλησίασε η δασκάλα και μου είπε ότι την προηγούμενη μέρα έδωσε στους μαθητές ένα παρόμοιο πρόβλημα που είχε φτιάξει η ίδια. Μου έφερε τα χαρτιά των μαθητών και μου επεσήμανε ότι μερικοί μαθητές επέστρεψαν στις ζωγραφιές των κουτιών. Αυτό την έκανε να συνειδητοποιήσει ότι η αξία θέσης δεν είχε ακόμα συνειδητοποιηθεί από τους μαθητές.

Κατά τη διδασκαλία των φοιτητών χρησιμοποιήθηκαν δύο παιχνίδια για να ενθαρρυνθούν οι μαθητές στην αξιοποίηση της αξίας θέσης όταν πολλαπλασιάζουν με το 10, καθώς και μία αλυσίδα αριθμητικών

προτάσεων. Οι Kazemi, Franke και Lampert (2009) θεωρούν ότι ακολουθίες από προβλήματα με υπολογισμούς που οι αριθμοί συσχετίζονται, δίνουν μια καλή ευκαιρία σε αρχάριους δασκάλους να ασκηθούν σε βασικές πρακτικές που απαιτεί μία διδασκαλία που σέβεται τη σκέψη των μαθητών. Με μια τέτοια ακολουθία αριθμητικών προτάσεων ασχολήθηκαν δύο από τις φοιτήτριες. Η μία από αυτές ξεκίνησε, αφού οι μαθητές είχαν ήδη βρει πόσο κάνει 10×8 και 5×8 . Ρώτησε τους μαθητές πόσο θα κάνει 10×4 . Οι μαθητές χρησιμοποίησαν 4 διαφορετικούς τρόπους για να το υπολογίσουν: α) Θα κάνει 40 επειδή είναι το ίδιο με το 4×10 που ξέρω ότι κάνει 40, β) Από την προπαίδεια του 4, γ) Ξέρω ότι 5×4 κάνει 20 και αυτό επειδή είναι διπλάσιες φορές θα κάνει 40, δ) Θα κάνει 40 το μισό του 80, γιατί είναι ίδιες φορές το μισό του 10×8 που το έχουμε βρει.

Σε μια τάξη που θα είχε θεσμοθετηθεί ως κανόνας ότι η σκέψη είναι ιδιωτική υπόθεση, η συγκεκριμένη φοιτήτρια, αλλά και οι συμφοιτητές της, δεν θα είχαν την ευκαιρία να βιώσουν τις προκλήσεις μιας εναλλακτικής διδασκαλίας των μαθηματικών. Όλοι οι φοιτητές από τη συγκεκριμένη ομάδα αισθάνθηκαν τη δύναμη της σκέψης των μαθητών και φάνηκαν να κατανοούν τη δυσκολία που υπάρχει στο κράτημα ισορροπίας ανάμεσα στη δική τους μαθηματική κατανόηση και στην κατανόηση των μαθητών.

Συζήτηση

Η οικοδόμηση εμπιστοσύνης στις δυνατότητες των μαθητών και η κατανόηση της συνάφειας που μπορεί να έχει η σκέψη τους για το μάθημα, είναι βεβαίως μια διαδικασία χωρίς τέλος. Σε αυτήν τη διαδικασία, οι φοιτητές έκαναν τα πρώτα τους βήματα για να μάθουν τι σημαίνει ένας καινούργιος ρόλος δασκάλου. Η δασκάλα επέστρεψε σε κάτι που είχε ξαναδοκιμάσει. Εμείς προβληματιστήκαμε για τους τρόπους στήριξης των δασκάλων προς μια διδασκαλία που κτίζεται στη βάση της σκέψης των παιδιών. Όλοι και με τα παιδιά μαζί, προσπαθήσαμε να λειτουργήσουμε σαν ένα σύστημα και μάθαμε.

Χωρίς να φανούμε απαισιόδοξοι, είμαστε σίγουροι ότι οι φοιτητές στις τάξεις τους θα κάνουν πολύ λίγα απ' όλα αυτά που θα θέλαμε να κάνουν. Η δασκάλα θα επιστρέψει στην παλιά καθημερινότητά της. Το

θεσμικό πλαίσιο της δουλειάς της, ενθαρρύνει τη διατήρηση των δασκαλοκεντρικών μεθόδων. Για μια ποιοτική μαθηματική εκπαίδευση δεν αρκεί η προσπάθεια μιας μικρής ομάδας ανθρώπων. Χρειάζεται η συλλογική και συντονισμένη προσπάθεια όλων όσων σχετιζόμαστε με την εκπαίδευση, για να μπορέσουμε να κάνουμε το εκπαιδευτικό σύστημα να αρχίσει να μαθαίνει.

Αναφορές

- Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *Elementary School Journal*, 93(4), 373-397.
- Boufi, A., Kolovou, A., & Gravemeijer, K. (2013). Teachers' problem-solving activity as a support for reconceptualizing their pedagogical reasoning in teaching multiplication. In Karras, K.G., Calogiannakis, P., Wolhuter, C.C., & Andreadakis, N. (Eds.) *Proceedings of the First International Symposium on Education and Teacher Education Worldwide: Current Reforms, Problems and Challenges*, (pp. 119-128). Rethymno, Greece: University of Crete.
- Cobb, P., & Jackson, K. (2012). Analyzing educational policies: A learning design perspective. *The Journal of the Learning Sciences*, 21, 487-521.
- Cobb, P., Zhao, Q., & Dean, C. (2009). Conducting design experiments to support teachers' learning: A reflection from the field. *The Journal of the Learning Sciences*, 18, 165-199.
- Cohen, S. (2004). Teachers' professional development and the elementary mathematics classroom: Bringing understandings to light. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of teachers' professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38, 653-689.

- Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel.
- Kazemi, E., Franke, M., & Lampert, M. (2009). Developing pedagogies in teacher education to support novice teachers' ability to enact ambitious instruction. In R. Hunter, B. Bicknell & T. Burgess (Eds.), Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Vol. 1, pp. 12-30). Palmerston North, NZ: MERGA
- Kilpatrick, J., Martin, W. G., & Schifter, D. (Eds.). (2003). A research companion to Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lampert, M. (2001). Teaching problems and the problems of teaching. New Haven, CT: Yale University.
- Schifter, D. (2001). Learning to see the invisible: What skills and knowledge are needed to engage with students' mathematical ideas? In T. Wood, B. S. Nelson & J. Warfield (Eds.), Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics (pp. 109–134). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.

aboufi@primedu.uoa.gr

symdim-dath41@sch.gr

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΞΙΟΤΗΤΩΝ ΣΕ ΠΑΙΔΙΑ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ

**Νικόλας Τσαφταρίδης, Χριστίνα Βάντζου, Όλγα Ράντου,
Ελένη Μποτίνου, Βάσω Μερεκούλια & Μαρία Κορδάτου**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εισήγηση προσπαθεί να συμβάλλει στη συζήτηση εκπαιδευτικών και ερευνητών σχετικά με τα μονοπάτια που ακολουθεί η σχέση της γνώσης, στην περίπτωση μας των μαθηματικών με το μουσικό βίωμα, μέσω των ευρημάτων μικρής διάρκειας ποιοτικής έρευνας από 4 νηπιαγωγούς στο χώρο δουλειάς τους. Οι έρευνες των τελευταίων 30 ετών αναδεικνύουν ότι η μαθηματική σκέψη των παιδιών προσχολικής ηλικίας είναι συνυφασμένη με το κοινωνικό και συναισθηματικό πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσεται και εξελίσσεται το παιδί αυτής της ηλικίας και ως εκ τούτου τα ενδιαφέροντα, τα συναισθήματα και οι κοινωνικές του σχέσεις αποτελούν ένα ενιαίο σύνολο. Ως εκ τούτου το παιδί της προσχολικής ηλικίας σε ένα καλά οργανωμένο περιβάλλον, εξασφαλίζει την αναγκαία κοινωνική και συναισθηματική ασφάλεια, για την ανάπτυξη και επέκταση των δυνατοτήτων και δεξιοτήτων του σε όλα τα επίπεδα. Έτσι και στον τομέα των μαθηματικών σε ένα πλουραλιστικό σε μέσα και υλικά οργανωμένο περιβάλλον, οι σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ του κάθε παιδιού με την ομάδα αλλά και με το κάθε παιδί ξεχωριστά καθώς και η σχέση με τον εκπαιδευτικό παίζουν το σημαντικότερο ίσως ρόλο στον τρόπο με τον οποίο το παιδί θα μάθει να αντιμετωπίζει τα μαθηματικά και τη μαθηματική σκέψη. Επιπλέον, πολλές σύγχρονες μελέτες έχουν επισημάνει ότι η ενασχόληση των παιδιών με τη μουσική ενισχύουν τη μνήμη, τη δημιουργικότητα, το χρόνο εκμάθησης σε τομείς που δεν έχουν σχέση με τη μουσική όπως είναι η γλώσσα και τα μαθηματικά. Η σχέση όμως αυτή δεν είναι δεδομένη

και ούτε μπορεί να αποδειχθεί εύκολα και άμεσα γι' αυτό δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις που τέτοιου είδους συμπεράσματα έχουν αμφισβητηθεί. Αυτό που δεν έχει αμφισβητεί όμως είναι η συνεισφορά του πολιτισμικού κεφαλαίου το οποίο επιδρά θετικά στη σχέση του παιδιού με τη γνώση αλλά και στην κοινωνικοποίηση του. Γι' αυτό, η ενασχόληση του παιδιού με την τέχνη μέσα σε ένα πλούσιο σε ερεθίσματα περιβάλλον, του δίνει τη δυνατότητα να αναπτυχθεί και να οικοδομήσει μια ολοκληρωμένη προσωπικότητα διότι, όπως επεσήμανε ο Maslow «οι τέχνες είναι τόσο κοντά στον ψυχολογικό και το βιολογικό μας πυρήνα, που, αντί να τις θεωρούμε σαν ένα είδος σάλτσας ή πολυτέλειας, θα πρέπει να γίνουν οι βασικές εμπειρίες στην εκπαίδευση»

Η παρούσα μελέτη, προσπαθεί να συμβάλλει στη συζήτηση εκπαιδευτικών και ερευνητών σχετικά με τα μονοπάτια που ακολουθεί η σχέση της γνώσης, στην περίπτωση μας των μαθηματικών, με το μουσικό βίωμα μέσω των ευρημάτων μικρής διάρκειας ποιοτικής έρευνας από 4 νηπιαγωγούς, στους χώρους δουλειάς τους. Πάνω από ένα μήνα 4 νηπιαγωγοί εφάρμοζαν παιχνίδια κατεύθυνσης τα οποία τα συνέδεαν με επιλεγμένες μουσικές και μουσικά όργανα, με σκοπό να ερευνηθεί η δυνατότητα μιας αποτελεσματικής παρέμβασης διδασκαλίας συγκεκριμένων μαθηματικών εννοιών.

Ο πρωτεύων στόχος ήταν οι χωρικές έννοιες (μαθηματικά), ενώ ο δευτερεύων αλλά το ίδιο ουσιαστικός, η «εκπαίδευση – εισαγωγή» των παιδιών σε διαφορετικά μουσικά ιδιώματα και είδη καθώς και στις έννοιες των χαρακτηριστικών του ήχου. Από δω προκύπτουν δυο ερευνητικά ερωτήματα:

- αν η μουσική συμβάλλει στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών και
- αν η χρήση μουσικής συμβάλλει στη διαμόρφωση του πολιτισμικού κεφαλαίου των μικρών μαθητών.

Τόσο στα μαθηματικά βέβαια όσο και στη μουσική ως γνωστικά αντικείμενα που υπόκεινται στην εκπαιδευτική διαδικασία, η αξιολόγηση της μάθησης και η σχέση της με τη γνώση δεν μπορεί να είναι μονοδιάστατη ούτε και ακολουθεί μια ευθύγραμμη πορεία (Τσαφταρίδης, 2013). Στο πρώτο ερώτημα τα αποτελέσματα είναι πιο άμεσα επειδή ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων έχει μετρήσιμα αποτελέσματα σαφώς προσδιορισμένα. Στο δεύτερο, τα αποτελέσματα δεν είναι άμεσα μετρήσιμα, ωστόσο μπορούμε καταλήξουμε σε κάποιας μορφής συμπεράσματα καθώς η μουσική ως τέχνη απευθύνεται στον συναισθηματικό κόσμο των παιδιών.

Οι έρευνες των τελευταίων 30 ετών αναδεικνύουν ότι η μαθηματική σκέψη των παιδιών προσχολικής ηλικίας, είναι συνυφασμένη με το κοινωνικό και συναισθηματικό πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσεται και εξελίσσεται το παιδί αυτής της ηλικίας και ως εκ τούτου τα ενδιαφέροντα, τα συναισθήματα και οι κοινωνικές του σχέσεις, αποτελούν ένα ενιαίο σύνολο (Brown, Bransford, Ferrara και Campione, 1983 Χασάπης, 2000). Για αυτό το παιδί της προσχολικής ηλικίας, σε ένα καλά οργανωμένο περιβάλλον, εξασφαλίζει την

αναγκαία κοινωνική και συναισθηματική ασφάλεια για την ανάπτυξη και επέκταση των δυνατοτήτων και δεξιοτήτων του σε όλα τα επίπεδα. Ένα πλουραλιστικό σε μέσα και υλικά οργανωμένο περιβάλλον, οι σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ του κάθε παιδιού με την ομάδα αλλά και με το κάθε παιδί ξεχωριστά, καθώς και η σχέση με τον εκπαιδευτικό παίζουν το σημαντικότερο ίσως ρόλο στον τρόπο με τον οποίο το παιδί θα μάθει να αντιμετωπίζει τα μαθηματικά και τη μαθηματική σκέψη (Ginsburg και Goldbeck, 2004).

Γενικά η τέχνη προσφέρει ιδέες-κλειδιά, οι οποίες μπορούν να ενημερώσουν και να εμπλουτίσουν τη μαθησιακή διαδικασία άλλων μαθημάτων (Κούβου, 2010 σ. 54). Ειδικά για τη μουσική, πολλές σύγχρονες μελέτες έχουν επισημάνει, ότι η ενασχόληση των παιδιών με τη συγκεκριμένη τέχνη ενισχύει τη μνήμη, τη δημιουργικότητα, το χρόνο εκμάθησης σε τομείς που δεν έχουν σχέση με τη μουσική, όπως είναι η γλώσσα και τα μαθηματικά. Αρκετές από αυτές αναφέρονται στο ονομαζόμενο “Mozart effect” δηλαδή, στην ενίσχυση μάθησης για τις χωρο-χρονικές μαθηματικές έννοιες με τη χρήση μουσικής κυρίως του Mozart. Καταλήγουν όμως να θεωρούν, ότι τέτοια αποτελέσματα έχουμε όταν υπάρχει συνεχής και επί χρόνια ενεργή χρήση της μουσικής και όχι περιστασιακά (ABC Music and Me, 2008 Pryse-Phillips, 2003). Επιπλέον, αυτού του είδους οι έρευνες έχουν υποστεί έντονη κριτική επειδή δεν μπορεί να έχουν καθολική αποδοχή («Music», 2010) κυρίως γιατί είναι πολιτισμικά προσανατολισμένες στη δυτική κουλτούρα. Κάποιες άλλες έρευνες αποδομούν τελείως την εικόνα που έχει δημιουργηθεί, κυρίως από απλοϊκές αναφορές δημοσιογραφικού τύπου του φαινομένου Μότσαρτ (McKelvie και Low, 2002). Παραμένει όμως το γεγονός ότι η μουσική, είτε άμεσα είτε έμμεσα συνεισφέρει στη διαδικασία της μάθησης. Γι’ αυτό οι μουσικές δραστηριότητες αλλά και η ελεύθερη ενασχόληση με τη μουσική πρέπει να αποτελεί σημαντικό μέρος της εκπαίδευσης των παιδιών (Bainger, 2010). Ειδικά στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία η τέχνη μαζί με το παιχνίδι, αποτελούν το κύριο «όχημα» διδασκαλίας των διαφόρων θεματικών ενοτήτων.

Ακόμα και αν υπάρχει ο ειδικός δάσκαλος μουσικής στα παιδιά αυτής της ηλικίας, θα πρέπει να χρησιμοποιούνται μουσικές δραστηριότητες οι οποίες περιλαμβάνουν την εξερεύνηση των ήχων (ηχώχρωμα,

διάρκεια, ένταση, οξύτητα), το τραγούδι και την κίνηση (Scott, 2004) σε καθημερινή βάση.

Η σχέση όμως αυτή δεν είναι δεδομένη και ούτε μπορεί να αποδειχθεί εύκολα, γι' αυτό δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις που τέτοιου είδους συμπεράσματα έχουν αμφισβητηθεί. Αυτό όμως που δεν έχει αμφισβητεί, είναι η συνεισφορά του πολιτισμικού κεφαλαίου (Bourdieu 2002) το οποίο επιδρά θετικά στη σχέση του παιδιού με τη γνώση αλλά και στην κοινωνικοποίηση του.

Γι' αυτό η ενασχόληση του παιδιού με την τέχνη, μέσα σε ένα πλούσιο σε ερεθίσματα περιβάλλον, του δίνει τη δυνατότητα να αναπτυχθεί και να οικοδομήσει μια ολοκληρωμένη προσωπικότητα διότι όπως επεσήμανε ο Maslow, *οι τέχνες είναι τόσο κοντά στον ψυχολογικό και το βιολογικό μας πυρήνα, τόσο κοντά σε αυτή την ταυτότητα, τη βιολογική ταυτότητα που, αντί να τις αντιμετωπίζουμε σαν ένα είδος σάλτσας ή πολυτέλειας, πρέπει να γίνουν βασικές εμπειρίες στην εκπαίδευση* (1993, σ. 172).

Έννοιες χώρου, χωρική σκέψη και θεωρίες μάθησης

Ο άνθρωπος μοιράζει το χώρο σε μπροστά και πίσω, σε δεξιά και αριστερά, σε ψηλά και χαμηλά. Το σώμα του παιδιού είναι κι αυτό στοιχείο του χώρου, ενδιάμεσος κρίκος στην αλυσίδα της διαδικασίας επικοινωνίας του με τον κόσμο και τα φαινόμενα (Τζεκάκη, 2007). Το παιδί κατακτά τη γλώσσα, την ένστικτο-συγκινησιακή ζωή και τη γνώση διαμέσου της κινητικότητας του σώματός του.

Η σημασία και η ιδιαιτερότητα της αντίληψης του χώρου τεκμηριώνεται και από το διαχωρισμό της ως μιας ιδιαίτερης διάστασης της χωρικής νοημοσύνης. Κατά την άποψη του Gardner (1983), η χωρική νοημοσύνη είναι ένα σύνολο γνωστικών διαδικασιών μέσω των οποίων ο άνθρωπος αντιλαμβάνεται τα αντικείμενα στο χώρο, τις ιδιότητες, τις σχέσεις και τους μετασχηματισμούς τους. Ο χώρος επομένως σχετίζεται με το σώμα μας και αποτελεί ένα τρισδιάστατο σύνολο (Didriche, 1990) ο οποίος περιλαμβάνει έννοιες όπως:

- της κατάληψης του χώρου
- της γνώσης των εννοιών που σχετίζονται με το χώρο
- της δόμησης και οργάνωσης του χώρου
- του προσανατολισμού μέσα στο χώρο

Ως *προσανατολισμός* ορίζεται η ικανότητα του ατόμου να διακρίνει τη θέση ενός αντικειμένου αναφορικά με άλλα αντικείμενα, τις σχέσεις που χαρακτηρίζουν τις τοποθετήσεις αυτές, όπως και τις ρυθμίσεις που αλλάζουν την κατεύθυνσή του (Τζεκάκη, 2007). Οι αλλαγές σχετικά με τις θέσεις των αντικειμένων κάθε φορά προσδιορίζονται με βάση κάποιο *σύστημα αναφοράς*. Ένα πρώτο σύστημα αναφοράς για τον προσανατολισμό στο χώρο, αποτελεί το ανθρώπινο σώμα, καθώς σε σχέση με αυτό τοποθετούνται τα αντικείμενα στο χώρο μπροστά-πίσω, αριστερά - δεξιά κλπ. Το παιδί, αρχικά οριοθετεί και προσανατολίζει τον εαυτό του από τον περιβάλλοντα χώρο και τα αντικείμενά του, στη συνέχεια οριοθετεί και συσχετίζει τα αντικείμενα μεταξύ τους και βαθμιαία αναπτύσσει μια αντικειμενική αντίληψη του χώρου συμπεριλαμβάνοντας και τον εαυτό του μέσα σε αυτόν (Τζεκάκη 1998).

Για τους ερευνητές, θεωρείται πολύ δύσκολο το παιδί της προσχολικής ηλικίας να καταφέρει να επεξεργαστεί και να δομήσει την έννοια του χώρου στην αφηρημένη της διάσταση. Θεωρούν όμως ότι είναι δυνατό να κατακτήσει αυτή την έννοια, μέσα από μια εξελικτική διαδικασία, η οποία θα πλαισιώνεται από βιωματικές δράσεις στις οποίες με σημείο αναφοράς το ίδιο του το σώμα, θα καταφέρει να κατανοήσει το χώρο και τα αντικείμενα που υπάρχουν σε αυτόν.

Κατά τις Newcombe & Huttenlocher (2000), υπάρχουν αρκετές θεωρίες για την ανάπτυξη χωρικών συμβόλων και κατανόηση εννοιών του χώρου αλλά και μορφών αναπαράστασής του από παιδιά. Οι τρεις όμως με την μεγαλύτερη απήχηση είναι η θεωρία του Piaget, του Vygotsky και ο νατιβισμός (nativism) στις οποίες εντοπίζουν συγκεκριμένες αξίες αλλά και περιορισμούς. Η πιαζετιανή οπτική υποστηρίζει, ότι τα παιδιά γεννιούνται χωρίς τη γνώση του χώρου ή την αντίληψη των μονίμων αντικειμένων που καταλαμβάνουν το χώρο και πως αναπτύσσουν αυτή τη γνώση με την εμπειρία και τον χειρισμό του

περιβάλλοντος τους. Οι νατιβιστές θεωρούν ότι τα βασικά στοιχεία της χωρικής κατανόησης είναι έμφυτα και αναπτύσσονται με την βιολογική ωρίμανση συγκεκριμένων περιοχών του εγκεφάλου, ενώ η οπτική του Βιγκότσκιν δίνει έμφαση στην επίδραση του πολιτισμικού περιβάλλοντος για την ανάπτυξη των χωρικών δεξιοτήτων. Οι ίδιες οι ερευνήτριες συμπληρώνουν τις πιο πάνω προσεγγίσεις υποστηρίζοντας ότι το βιολογικό υπόβαθρο του κάθε νηπίου, αλληλεπιδρά με την ωρίμανση του στο συγκεκριμένο χωρικό περιβάλλον που ζει.

Αποτελέσματα ερευνών υποδεικνύουν, ότι η διδακτική των μαθηματικών στηρίζεται σε αυτά που τα νήπια γνωρίζουν εμπειρικά και σε αυτά που μπορούν να μάθουν σε σχέση με την ηλικία τους. Για τους Clements και Sarama (2009), οι μαθηματικές έννοιες και δεξιότητες είναι μια γνώση που ακολουθεί φυσική εξελικτική πορεία στη ζωή του παιδιού, την οποία αποκτά όπως συμβαίνει και με όλα τα άλλα πράγματα στη ζωή του. Παράλληλα τονίζουν, ότι είναι σημαντικό οι εκπαιδευτικοί να λαμβάνουν υπόψη τους αυτή την παραδοχή όταν πρόκειται να σχεδιάσουν και να υλοποιήσουν μαθηματικές δραστηριότητες, γιατί έτσι θα καταφέρουν να έχουν ένα αναπτυξιακά κατάλληλο και παράλληλα αποτελεσματικό περιβάλλον μάθησης.

Μεθοδολογία της έρευνας-δράση στη σχολική τάξη

Η μέθοδος που αποφασίσαμε να επιλέξουμε είναι η *έρευνα δράση*, η οποία αντίθετα με τις υπόλοιπες έρευνες, υποστηρίζει ότι η γνώση είναι αποτέλεσμα δυναμικής αλληλεπίδρασης και διαλεκτικής, ανάμεσα στον ερευνητή και το συγκεκριμένο περιβάλλον στο οποίο διενεργείται. Καίριο στοιχείο της, το οποίο αφορά άμεσα τον/την εκπαιδευτικό, αποτελεί το γεγονός ότι *ενδιαφέρεται για βελτιώσεις μέσα στο πλαίσιο της εκπαιδευτικής διαδικασίας* (Tomal, 2010 σ. 11) και τα ευρήματα της έρευνας είναι άμεσα εφαρμόσιμα.

Η όλη διαδικασία, που μπορεί να ξεκινήσει από κάποιο πρόβλημα ή από μια γενική ιδέα, παράγει γνώσεις αναζητώντας λύσεις σε συγκεκριμένο και συχνά πρακτικό πλαίσιο (Koshy, E. Koshy, V. και Waterman, H., 2011). Στην περίπτωση μας έπαιξε ρόλο η δυσκολία την οποία έχουν τα νήπια στη κατανόηση και αφομοίωση εννοιών όπως το «αριστερά – δεξιά». Σημαντικό στην όλη διαδικασία είναι ο

σχεδιασμός να είναι σύμφωνος με τις υπάρχουσες μορφές έρευνας και να βασίζεται στα κατάλληλα εργαλεία.

Η αναλυτική παρουσίαση της έρευνας δράσης δεν βρίσκεται μέσα στο πλαίσιο αυτής της εργασίας αλλά η σκιαγράφηση της αποτελεί το λόγο επιλογής για τα συμπεράσματα αυτής της παρουσίασης.

Οι εκπαιδευτικοί εργάζονται σε ένα περιβάλλον το οποίο βρίσκεται σε συνεχή κίνηση λόγω των ξαφνικών αλλαγών στα οικονομικά της οικογενειακής ζωής των μαθητών τους, της δικής τους αλλά και της αλλαγής των κοινωνικών δομών (οικογένεια, υγεία, εργασία κτλ) καθώς και στην συνεχή και αυξανόμενη τεχνολογία της πληροφορικής (Niemi 2012). Μέρος της διαχείρισης αυτών των δυσκολιών μπορεί να αποτελέσει η διπλή υπόσταση του εκπαιδευτικού ως δασκάλου (τεχνίτη-επαγγελματία) αλλά και ως επιστήμονα – ερευνητή.

Σημαντικό μεθοδολογικό εργαλείο προς αυτή την κατεύθυνση αποτελεί η έρευνα-δράση η οποία στον κλασικό ορισμό των Carr & Kemmis ορίζεται ως *απλά μια μορφή αυτο-αναστοχαστικής διερεύνησης/αναζήτησης που αναλαμβάνουν όσοι μετέχουν σε κοινωνικές καταστάσεις προκειμένου να βελτιώσουν τη λογική και τις δυνατότητες των δικών τους πρακτικών, την κατανόηση αυτών των πρακτικών και τις καταστάσεις μέσα στις οποίες αυτές οι πρακτικές εφαρμόζονται* (1986: 162). Ο ορισμός αυτός εμπεριέχει βασικές παραμέτρους, απαραίτητες στον κάθε διδάσκοντα-επαγγελματία σε έναν κοινωνικό θεσμό - όπως:

- του αναστοχασμού (τι, πώς, γιατί και πότε) σε συγκεκριμένα θέματα ή προβλήματα,
- της λογικής (rational) και της συνέπειας που πρέπει να διέπει μια διδασκαλία,
- αλλά και των συγκεκριμένων καταστάσεων όπου αυτά εφαρμόζονται.

Η πρακτική βρίσκεται στο επίκεντρο αυτής της προσέγγισης και προσπαθεί να βρει λύσεις σε προβλήματα με αποτελεσματικό τρόπο βελτιώνοντας την πρακτική των εκπαιδευτικών (Creswell, 2012 Tomal, 2010). Βασικό στοιχείο επίσης της έρευνας δράσης στην προκειμένη περίπτωση, αποτελεί η συνεργασία ερευνητών και διδασκόντων για τον σχεδιασμό, την υλοποίηση, τη συλλογή και αξιολόγηση των δεδομένων, τον επανακαθορισμό και συνέχιση των δραστηριοτήτων.

Δεν θα πρέπει να μας διαφεύγει επίσης το γεγονός ότι στον πυρήνα της έρευνας δράσης υπάρχει η έννοια της δημοκρατίας, της ισότιμης συμμετοχής και αλληλεπίδρασης μεταξύ διδασκόντων και ερευνητών γεγονός που προάγει τη συνεργασία και κλείνει την ψαλίδα ανάμεσα στη θεωρία και την πράξη. Αυτός ήταν και ο λόγος που υιοθετήθηκε από την ομάδα έρευνας η οποία συνδυάζει 4 εν ενεργεία νηπιαγωγούς αλλά και δυο μελετητές εκπαιδευτικών πρακτικών.

Προβληματική της έρευνας

Αυτό που απασχόλησε τη συγκεκριμένη έρευνα, είναι αν και σε ποιο βαθμό η εξάσκηση των νηπίων σε συγκεκριμένες μουσικές δραστηριότητες θα τα βοηθήσει να ασκήσουν και να βελτιώσουν το χωρικό προσανατολισμό τους, και ταυτόχρονα να καταφέρουν να αντιληφθούν τη συμβατική αξία των εννοιών «αριστερά-δεξιά, μπροστά-πίσω». Σημαντικό ρόλο στην επιλογή των συγκεκριμένων εννοιών έπαιξε η προγενέστερη γνώση των εμπλεκομένων στην έρευνα πέντε νηπιαγωγών, η ερευνήτρια και οι τέσσερις που ενεπλάκησαν στην υλοποίηση των δραστηριοτήτων. Κάθε χρόνο, με διαφορετική κάθε φορά σύνθεση παιδιών, έχουν εντοπίσει ότι πολλά από αυτά δυσκολεύονται να κατανοήσουν και να αφομοιώσουν τις συγκεκριμένες έννοιες.

Ο λόγος που η έρευνα περιορίστηκε μόνο σε αυτές τις χωρικές έννοιες είναι η περιορισμένη χρονική διάρκεια διεξαγωγής της αλλά και το γεγονός ότι απευθύνεται σε παιδιά νηπιαγωγείου στα οποία η ταυτόχρονη απασχόλησή τους με ένα πιο ευρύ φάσμα εννοιών, θα προκαλούσε σύγχυση και πιθανόν να μην είχε αποτέλεσμα.

Πιο συγκεκριμένα, στην εργασία αυτή, μέσω εκπαιδευτικών σεναρίων και με τη βοήθεια της μουσικής, προσπαθήσαμε να φέρουμε τα νήπια σε επαφή με έννοιες προσανατολισμού στο χώρο και στην κατάκτηση από μέρους τους αυτών των εννοιών πρωτίστως μπροστά-πίσω, αριστερά-δεξιά και δευτερευόντως έννοιες που ίσως έχουν ήδη κατακτήσει όπως ψηλά-χαμηλά, πάνω-κάτω. Επιπλέον, επιχειρήσαμε να μάθουν τα νήπια να κάνουν συσχετίσεις και διαχωρισμούς μεταξύ των εννοιών αυτών, καθώς και να αναπτύξουν τις δεξιότητες προσανατολισμού στο χώρο.

Ο τρόπος με τον οποίο διδάχθηκαν τα νήπια τις παραπάνω έννοιες έγινε με την εκτέλεση δραστηριοτήτων με την αξιοποίηση των πρότερων γνώσεων αλλά και τη βοήθεια της μουσικής ώστε να καταφέρουμε να προσεγγίσουμε με παιγνιώδη τρόπο τις μαθηματικές έννοιες που επιδιώκαμε να επιτευχθούν οι στόχοι. Ταυτόχρονα η ενεργητική συμμετοχή του ειδικού της μουσικής, τόσο στον γενικότερο σχεδιασμό όσο και στην επιλογή μουσικών αποσπασμάτων, προσέβλεπε στην εκπαίδευση-εξοικείωση των νηπίων σε διαφορετικά μουσικά είδη, τα οποία διαμορφώνουν το πολιτιστικό τους κεφάλαιο μέσα στο χώρο του σχολείου. Επιδίωξη μας ήταν να ενισχυθεί αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών αλλά και μεταξύ μαθητών – εκπαιδευτικού, ώστε να επιφέρουμε στο μέγιστο τα εκπαιδευτικά αποτελέσματα που προσδοκούσαμε μέσω εύχρηστων και κατάλληλων εκπαιδευτικών για τα νήπια υλικών.

Κατά την Τζεκάκη (1998), οι έννοιες *στοποθέτησης – προσανατολισμού* στα παιδιά μπορούν να γίνουν σταδιακά με το σύστημα αναφοράς να αποτελεί κλειδί προσέγγισης. Το σύστημα αναφοράς για το παιδί της προσχολικής ηλικίας είναι το ίδιο του το σώμα και σε αυτό επικεντρώνεται. Αρχικά σε ένα πρώτο στάδιο, επιδιώκεται η προσέγγιση αυτών των εννοιών με σκοπό να μεταφερθεί το σύστημα αναφοράς έξω από το σώμα του παιδιού, το οποίο πρακτικά σημαίνει να καταφέρει το παιδί να βγάλει από τον εαυτό του τα προσδιοριστικά χαρακτηριστικά προσανατολισμού στο χώρο και να τα μεταφέρει σε ένα τρίτο αντικείμενο. Αυτό είναι σχετικά δύσκολο για το παιδί και απαιτείται μια πορεία που θα εξελίσσεται βαθμιαία, έτσι ώστε να κατανοήσει και τις περιοχές του χώρου που έχουν διαφορετικό προσανατολισμό από αυτόν που αντιλαμβάνεται το ίδιο ως προς το σώμα του. Οι έννοιες «πάνω-κάτω» καθώς και «μπρος-πίσω» θεωρούνται ευκολότερες για τα παιδιά ενώ οι έννοιες «αριστερά-δεξιά» είναι δυσκολότερες επειδή δεν είναι «ορατές», στηρίζονται όμως στην κατάκτηση της επικρατέστερης πλευράς του ανθρώπινου σώματος (Τζεκάκη, 1998).

Με βάση όλα τα παραπάνω, ο τρόπος με τον οποίο διδάχθηκαν τα νήπια τις χωρικές έννοιες έγινε με τον σχεδιασμό και εκτέλεση δραστηριοτήτων οι οποίες στηρίχθηκαν στις προϋπάρχουσες γνώσεις, στη βοήθεια της μουσικής αλλά και στον παιγνιώδη τρόπο προσέγγισης.

Πληθυσμός - Δείγμα

Στην πιλοτική έρευνα συμμετείχαν νήπια και προνήπια, αγόρια και κορίτσια ηλικίας 5 και 6 χρονών, τα οποία φοιτούν σε κλασικό και ολοήμερο Δημόσιο Νηπιαγωγείο του Πειραιά. Τα παιδιά κλήθηκαν να λάβουν μέρος σε βιωματικού τύπου μουσικές δραστηριότητες οι οποίες ήταν ενταγμένες σε ένα ευρύτερο πλαίσιο σχεδιασμού προσέγγισης χωρικών εννοιών με τη συμβολή της μουσικής.

Στο κλασικό τμήμα φοιτούν τρία παιδιά με ιδιαίτερες εκπαιδευτικές ανάγκες και ως προς αυτό υπήρξε διαφοροποίηση των στόχων με τη βοήθεια της ειδικής παιδαγωγού της τάξης. Και στα δύο τμήματα φοιτούν έντεκα αλλοδαπά από τα οποία τα τέσσερα αντιμετωπίζουν δυσκολία στην ελληνική γλώσσα. Σε αυτά τα παιδιά λειτούργησαν ως ενδιάμεσος κρίκος και ανέλαβαν το ρόλο του μεταφραστή οι συμμαθητές τους που μιλούσαν την ίδια μητρική γλώσσα.

Κατά τη διάρκεια σχεδιασμού και υλοποίησης της έρευνας οι δύο ερευνητές και οι τέσσερις νηπιαγωγοί που υλοποίησαν στις τάξεις τους τις δράσεις είχαν συμφωνήσει σε ένα «πρωτόκολλο» συνεργασίας. Οι διακριτοί ρόλοι που είχαν καθοριστεί από την αρχή αλλά και η ισότιμη σχέση μεταξύ των μελών της ερευνητικής ομάδας βοήθησε στην αποτελεσματική διεξαγωγή της έρευνας. Εκτός της εξ αποστάσεως επικοινωνίας που αναπτύχθηκε μεταξύ των μελών, είχε οριστεί συνάντηση μια φορά την εβδομάδα με σκοπό την ανατροφοδότηση, τον εμπλουτισμό και την αναπροσαρμογή των δράσεων όπου κρίνονταν απαραίτητο.

Εγκυρότητα

Η έρευνα σχεδιάστηκε ως έρευνα δράση ώστε να ερευνηθεί σε βάθος ένα μέρος των μαθηματικών εννοιών που σχετίζονται με το χώρο και ειδικότερα με τον προσανατολισμό σε αυτόν, αλλά και η πιθανή ανάπτυξη του μουσικού βιώματος των νηπίων. Για τη διασφάλιση της εγκυρότητας και της αξιοπιστίας της έρευνας η συλλογή των δεδομένων παρήχθη μέσα από την καθημερινή καταγραφή ημερολογίου, συμμετοχικής παρατήρησης, εστιασμένης συζήτησης, φωτογραφικού υλικού και βιντεοσκοπήσεων. Οι τρόποι αυτοί μας βοήθησαν να αντιληφθούμε αν τα παιδιά οικοδόμησαν τις νέες

γνώσεις όπως επίσης αν κατάφεραν να εξαλείψουν τυχόν παρανοήσεις που υπήρχαν.

Τρόπος διδασκαλίας- ανάπτυξη δραστηριοτήτων

Στην έρευνα δράση κατά το στάδιο της υλοποίησης, ο εκπαιδευτικός εξετάζει και οργανώνει τις πληροφορίες που συλλέγονται δημιουργώντας δεδομένα για μάθηση. Παράλληλα επιχειρείται αξιολόγηση των δεδομένων η οποία θα βοηθήσει στην ενδεχόμενη αναθεώρηση του όλου προγράμματος σύμφωνα με τις καινούριες πληροφορίες. Έτσι λοιπόν, για την υλοποίηση των στόχων που θέσαμε στην συγκεκριμένη έρευνα, προβήκαμε στο σχεδιασμό βιωματικού τύπου δραστηριοτήτων με τη βοήθεια και της μουσικής, οι οποίες εντάχθηκαν στο πλαίσιο του ευρύτερου εκπαιδευτικού προγράμματος του σχολείου. Οι συγκεκριμένες δραστηριότητες εμπλουτίστηκαν με νέες ενώ οι ήδη υπάρχουσες αναπροσαρμόστηκαν και επανασχεδιάστηκαν σύμφωνα με την ανατροφοδότηση που απέρρεε από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς αλλά και από τα παιδιά. Η υλοποίηση των δραστηριοτήτων της έρευνας ξεκίνησε στις 31/01/2014 και ολοκληρώθηκε στις 08/03/2014.

Οι τρεις φάσεις της έρευνας αναπτύχθηκαν ως εξής:

α) εξοικείωσης με μουσικά όργανα και μουσικές

Οι νηπιαγωγοί ενέταξαν στο ημερήσιο πρόγραμμα δραστηριότητες στις οποίες είχαν ως στόχο να έρθουν τα παιδιά σε επαφή με μουσικά όργανα και μουσικά ακούσματα και να εξοικειωθούν με αυτά. Τις πρώτες τρεις ημέρες της έρευνας τα παιδιά και των δύο τμημάτων ασχολήθηκαν με τα μουσικά όργανα όπως η κόρνα αυτοκινήτου, το ντέφι, τα κουδουνάκια, η φλογέρα με έμβολο και το ταμπουρίνο. Τα όργανα αυτά δόθηκαν αρχικά στα παιδιά να τα επεξεργαστούν και να παίξουν με αυτά. Εκτός από την κόρνα και τη φλογέρα με έμβολο που τα έβλεπαν για πρώτη φορά, με τα υπόλοιπα είχαν ασχοληθεί μέσα από δραστηριότητες που η νηπιαγωγός είχε σχεδιάσει από την αρχή σχεδόν της σχολικής χρονιάς. Τα παιδιά ακούγοντας τον ήχο της κόρνας είπαν μεταξύ άλλων ότι τους θύμιζε κόρνα λεωφορείου ή τραίνου. Πειραματίστηκαν με τον ήχο της και διαπίστωσαν ότι ανάλογα με τον τρόπο που φυσάμε το όργανο παράγουμε δύο είδη ήχου, έναν σύντομο και έναν διαρκή. Για να γίνει καλύτερα κατανοητό από τα

παιδιά οι νηπιαγωγοί έδωσαν δύο καλαμάκια, ένα κοντό και ένα μακρύ και τα παιδιά σήκωναν κάθε φορά το αντίστοιχο ανάλογα με τον ήχο της κόρνας.

Παίζοντας με το ταμπουρίνο και χτυπώντας το γρήγορα και αργά μπορούσαν να παράγουν γρήγορα και αργά ρυθμικά σχήματα και ρυθμούς. Με αφορμή αυτό οι νηπιαγωγοί υλοποίησαν ένα παιχνίδι στο οποίο τα παιδιά συνόδευσαν τον ρυθμό στοταμπουρίνο χτυπώντας παλαμάκια και στη συνέχεια γίνονταν αγάλματα παίρνοντας διαφορετικές στάσεις κάθε φορά που άλλαζε ο ρυθμός ή ζωάκια που προχωρούσαν, πετούσαν, πετούσαν ή έτρεχαν ανάλογα με τον ρυθμό.

Τα παιδιά σχηματίζουν ζευγαράκια και κάθονται με την πλάτη το ένα στο άλλο σχηματίζοντας δύο ομάδες χωρίς οπτική επαφή μεταξύ τους. Τους μοιράζονται μουσικά όργανα όμοια ανά δύο (ντέφι, ταμπουρίνο, ξυλάκια, μαράκες, μεταλλόφωνο, τριγωνάκια και κουδουνάκια). Ένα παιδί της μίας ομάδας παίζει το οργανάκι του και πρέπει να απαντήσει το παιδί της άλλης ομάδας που κρατά το ίδιο μουσικό όργανο παίζοντας και αυτό με τη σειρά το δικό του.

Τα παιδιά γνωρίζουν τη φλογέρα με έμβολο. Ο ήχος που παράγει τους φαίνεται αστείος και γελούν. Θέλουν να παίξουν όλα με το καινούριο μουσικό όργανο. Γίνονται μπαλόνια, φουσκώνουν και μεγαλώνουν ή αντίθετα ξεφουσκώνουν και αδειάζουν σύμφωνα με το πέρασμα του ήχου από τον οξύτερο στον βαρύτερο. Τα παιδιά στο τέλος της δραστηριότητας:

- *Πότε θα παίξουμε ξανά με τα μουσικά όργανα;*
- *Να παίξουμε και το δικό μου παραμύθι με μουσική!*
- *Εγώ έγραψα ένα παιχνίδι και θέλω κυρία να βάλεις τη μουσική να το παίξουμε!*
- *Θέλουμε να φουσήσουμε και εμείς στη φλογέρα⁶. Είναι πολύ αστεία!*

Επιπλέον τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με επιλεγμένες μουσικές διαφορετικών περιόδων, κλασικής και σύγχρονης Λόγιας Δυτικής

⁶ Φλογέρα με έμβολο (slide whistle)

Μουσικής και ειδών της εμπορικής παραγωγής, Blues, Rock, Jazz και Ethnic⁷.

Επίσης υλοποιήθηκαν δραστηριότητες που αναδύθηκαν από τα ίδια τα παιδιά και αφορούσαν δραματοποιήσεις παραμυθιών στις οποίες ενέταξαν μουσικά όργανα και μουσικές. Το παραμύθι της Μ. έγινε ηχοϊστορία με τη συνοδεία δύο μουσικών οργάνων (ντέφι και ταμπουρίνο) και τα παιδιά εξοικειώθηκαν με 2 μουσικά όργανα (ντέφι και ταμπουρίνο). Στην ιστορία που αφηγήθηκε η Θ. προστέθηκε και ο ήχος από τα κουδουνάκια με στόχο να γνωρίσουν και να εξοικειωθούν σταδιακά με 3 μουσικά όργανα. Οι δραστηριότητες επαναλήφθηκαν αρκετές φορές μέχρι όλες οι ομάδες των παιδιών να αναγνωρίσουν και να ξεχωρίσουν τους ήχους των 3 μουσικών οργάνων.

Το ίδιο σενάριο μετά μια εβδομάδα χρησιμοποιήθηκε αντικαθιστώντας τα όργανα με διαφορετικά είδη μουσικής (Rigel από τους Baltic Crossing, Hello Dolly από τους The High Society Jazz Band, Flight of the Bumble Bee του Rimsky –Korsakov από τη συλλογή Clarineti Evergreens)

Στην ειδική αγωγή ο στόχος για το Β. ήταν να πειραματιστεί με τα μουσικά όργανα. Η δραστηριότητα κατά την οποία τα παιδιά ήρθαν σε επαφή με το μουσικό όργανο, φλογέρα με έμβολο ήταν το «γαϊτανάκι» ενόψει και της περιόδου της αποκριάς. Στην ειδική αγωγή ο στόχος δεν διαφοροποιείται. Ο στόχος για το Β. ήταν να πειραματιστεί με τα μουσικά όργανα.

Τα παιδιά άκουσαν πολλές φορές απόσπασμα από το *An American in Paris* και σε ομάδες των τριών χτυπούσαν παλαμάκια κάθε φορά που έπαιζε η κόρνα μέσα στο κομμάτι με στόχο να αναγνωρίσουν μέσα σ' ένα μουσικό κομμάτι ένα συγκεκριμένο μουσικό όργανο.

⁷HAYDN (Symphony #92, #94, #88), BLUES BROTHERS (Peter Gunn Theme) , TALKING HEADS (Psycho Killer), SAINT-SAENS (Carnival Of The Animals), GERSHWIN (An american in Paris, Rhapsody in Blue), BALTIC CROSSING (Rigel), FLEETWOOD MAC (Can' t Afford To Do It) , THE HIGH SOCIETY JAZZ BAND (Hello Dolly), RIMSKY-KORSAKOV (Clarinet Evergreens-Flight of the Bumble Bee)

Η ικανοποίηση των παιδιών από τη συμμετοχή τους στις δραστηριότητες φάνηκε από τα σχόλια που εξέφραζαν όπως:

- Το αγαπημένο μου όργανο είναι η κόρνα!
- Θέλω και 'γω να χτυπήσω το ταμπουρίνο!
- Να παίζουμε τα αγαλματάκια και στο διάλειμμα;
- Πότε θα παίζουμε ξανά με τα μουσικά όργανα;
- Να παίζουμε και το δικό μου παραμύθι με μουσική!
- Εγώ έγραφα ένα παιχνίδι και θέλω κυρία να βάλεις τη μουσική να το παίζουμε!

β) ανάκλησης βιωμάτων με τη βοήθεια μουσικών οργάνων και μουσικής σχετικά με χωρικές έννοιες που τα παιδιά έχουν ήδη κατακτήσει

Στη φάση αυτή οι νηπιαγωγοί υλοποίησαν δραστηριότητες που είχαν σχεδιάσει σε σχέση με χωρικές έννοιες που τα παιδιά είχαν ήδη επεξεργαστεί στο παρελθόν θέλοντας έτσι σε μια πρώτη φάση να διερευνήσουν αν και κατά πόσο είχαν κατανοήσει και αφομοιώσει αυτές τις έννοιες. Οι έννοιες αυτές ήταν: πάνω - κάτω, ψηλά - χαμηλά, μπροστά - πίσω, κυκλικά, ευθεία. Τα μουσικά όργανα που χρησιμοποιήθηκαν και οι μουσικές που ακούστηκαν ήταν οι συγκεκριμένες επιλογές οι οποίες αναφέρθηκαν στη φάση «α) εξοικείωσης με μουσικά όργανα και μουσικές».

Σε αυτή τη φάση κυρίαρχο ρόλο έπαιξε το σώμα των παιδιών ως σημείο αναφοράς. Έτσι τις επόμενες ημέρες οι στόχοι μας ήταν καταρχήν σε σχέση με τις χωρικές έννοιες και δευτερευόντως σε σχέση με τη μουσική. Στη δραστηριότητα «Το Τούνελ» τα παιδιά μπαίνουν στη σειρά και σχηματίζουν με ανοιχτά τα πόδια τους ένα πέρασμα «Τούνελ». Οι οδηγίες που τους δίνονται είναι ότι όταν ακούγεται ο ήχος της κόρνας κατά τη διάρκεια του κομματιού *An American in Paris*, ο τελευταίος στη σειρά θα περνάει κάτω από τα πόδια των συμμαθητών του και θα μπαίνει πρώτος. Έτσι ο στόχος μας ήταν η αναγνώριση του ήχου από το μουσικό όργανο να βοηθήσει στην κατανόηση των χωρικών εννοιών «πάνω- κάτω».

ΤΙΤΛΟΣ: «Το Τούνελ»



Στο άκουσμα της
κόρνας το παιδί περνά
κάτω από το «τούνελ»



Ομάδες των 3 παιδιών κάθε φορά φτιάχνουν
τούνελ με τα πόδια τους. Ξεκινά να παίζει το
μουσικό κομμάτι που εμπεριέχει τον ήχο **κόρνας**



Τα παιδιά ανταποκρίθηκαν με μεγάλο ενθουσιασμό στην δραστηριότητα στην οποία έλαβαν μέρος και ο Β. (αυτισμός) όπως και ο Κ. (αναπτυξιακή καθυστέρηση) με μικρή βοήθεια από τη νηπιαγωγό ειδικής αγωγής ενώ ο Π. (αυτισμός) συμμετείχε χωρίς βοήθεια. Η ίδια δραστηριότητα διαφοροποιήθηκε και επαναλήφθηκε την επόμενη ημέρα αλλά αυτή τη φορά μέσα από μια ιστορία που αναδύθηκε από τα ίδια τα παιδιά.

Στην δραστηριότητα οι *ταυρομάχοι* ενόψει και των αποκριών, τέσσερα παιδιά έγιναν ταύροι φορώντας χάρτινα κέρατα και προχωρούσαν σε κύκλο στον κοφτό ήχο της κόρνας ενώ στον διαρκή ήχο έτρεχε ο τελευταίος και περνούσε κάτω από το κόκκινο πανί του ταυρομάχου.

Επίσης μια δραστηριότητα που ζήτησαν τα ίδια τα παιδιά ήταν αυτή με τους *πειραιές*. Ως μουσική επένδυση χρησιμοποιήθηκε συρραφή δυο διακριτών μουσικών ειδών (Rigel των Baltic Crossing και Flight of the Bumble Bee του Rimsky-Korsakov) όπου εναλλάσσονται δύο μουσικά όργανα, βιολί και κλαρίνο και στο οποίο κομμάτι τα παιδιά

εντόπιζαν τις διαφορές. Στην συνέχεια αναποδογύρισαν ένα παγκάκι το οποίο έγινε καράβι. Στο άκουσμα του βιολιού πηδούσαν στο καράβι και στο κλαρίνο έβγαιναν στη στεριά για θησαυρούς. Στην αλλαγή της μουσική έμπαιναν στο καράβι. Η δραματοποίηση του μύθου του *Προμηθέα* είχε μεγάλη ανταπόκριση από τα παιδιά. Για μουσική επένδυση χρησιμοποίησαν το ταμπουρίνο και το ντέφι. Όταν έπαιζε το ταμπουρίνο εμφανιζόταν ο Δίας, να συλλαμβάνει τον Προμηθέα και προχωρώντας σε ευθεία τον οδηγούσε στον βράχο (ένα όρθιο παγκάκι), όσο έπαιζε το ντέφι ο αετός πετούσε σε κύκλο και όταν σταματούσε πετούσε σε ευθεία και πήγαινε στον Προμηθέα.

Μέσα από αυτές τις δραστηριότητες αλλά και μερικές ακόμα παρόμοιες που υλοποιήθηκαν, έγινε κατανοητό ότι τα περισσότερα παιδιά και των δύο τμημάτων είχαν κατακτήσει αυτές τις έννοιες . Αυτό φάνηκε και από τα σχόλιά τους όπως:

- *έλα ταύρε τρέχα κάτω από το πανί.*
- *δεν μπορείς να με πιάσεις τώρα παίζει το βιολί.*
- *ο αετός θα βγει όταν ακουστεί το ντέφι!*
- *Τώρα έπρεπε να περάσεις από κάτω!*
- *Κάντε ησυχία ν ακούσω την κόρνα!*

Σε άλλο παιχνίδι κρατούσαν όλα μαζί τα παιδιά από την άκρη του ένα μεγάλο πανί που το «έκαναν» *αερόστατο*. Με τη φλογέρα με έμβολο, στον οξύτερο ήχο, ο άνεμος δυναμώνει και ανεβάξει το αερόστατο ψηλά, πάνω από τα κεφάλια των παιδιών, ενώ στο βαρύτερο ήχο ο άνεμος κοπάζει και το αερόστατο προσγειώνεται κάτω στη γη. Σχόλιο παιδιού:

- *καλέ κυρία πιο σιγά τον αέρα, θα μας φύγει το αερόστατο!*

Στο παιχνίδι *μουσική μπάλα* τα παιδιά σχηματίζουν κύκλο. Η μπάλα περνάει από το ένα παιδί στο άλλο πάνω από το κεφάλι τους στον ήχο της τρομπέτας (οξύς ήχος). Στον ήχο της τούμπας (βαρύς ήχος) το πέρασμα της μπάλας γίνεται κάτω από τα πόδια του κάθε παιδιού. Σχόλιο παιδιών:

- *Είναι πολύ αστεία αυτή η τούμπα!*

Τα παιδιά εξοικειώθηκαν στο άκουσμα ενός μουσικού κομματιού (Haydn συμφωνία αρ. 88 σε Σολ μείζονα, τέταρτο μέρος) με ένα θέμα

το οποίο ακούγεται σε δύο διαφορετικές εντάσεις. Στο πρώτο θέμα τα βιολιά παίζουν σιγά, ενώ στο δεύτερο δυνατά. Έγιναν σποράκια και κουλουριάστηκαν κάνοντας πως κοιμούνται κάτω στο χώμα. Όταν τα βιολιά δυναμώνουν τα σποράκια ξυπνούν, ξεδιπλώνουν το σώμα τους, σηκώνονται επάνω, απλώνουν τα χεράκια τους και γίνονται λουλουδάκια. Οι δυναμικές⁸ αλλάζουν και τα βιολιά χαμηλώνουν. Τα λουλουδάκια σκύβουν, μαζεύονται και ξαναγίνονται σποράκια.

Σχόλιο παιδιού: η Α. στη Δ. η οποία δεν ανταποκρίθηκε άμεσα:

– *ξύπνα, τώρα γινόμαστε λουλουδάκια*

ΤΙΛΤΛΟΣ: «ΤΑ ΣΠΟΡΑΚΙΑ»



ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΓΙΝΟΝΤΑΙ
ΣΠΟΡΑΚΙΑ ΠΟΥ ΚΟΙΜΟΥΝΤΑΙ
ΚΑΤΩ ΣΤΟ ΧΩΜΑ ΟΣΟ Η
ΜΟΥΣΙΚΗ ΕΧΕΙ ΧΑΜΗΛΗ
ΕΝΤΑΣΗ



ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ-ΣΠΟΡΑΚΙΑ ΣΗΚΩΝΟΝΤΑΙ
ΠΑΝΩ ΚΑΙ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΛΟΥΛΟΥΔΑΚΙΑ
ΚΑΘΩΣ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ Η ΕΝΤΑΣΗ ΤΗΣ
ΜΟΥΣΙΚΗΣ

. (Haydn: Symphony #88 In G, H 1/) 📢

Από τις παραπάνω δραστηριότητες, φάνηκε ότι τα παιδιά είναι ικανά να αναγνωρίζουν και να ξεχωρίζουν ήχους διαφορετικής οξύτητας, έντασης και ηχορώματος είτε από μουσικά όργανα είτε μέσα από τη μουσική και να ανταποκρίνονται με το σώμα τους κατακτώντας τις έννοιες «πάνω – κάτω» σε σχέση με το χώρο.

⁸ Με τον όρο δυναμικές στη μουσική εννοούμε τις διαφορετικές εντάσεις

γ) εξοικειώσης με έννοιες προσανατολισμού στο χώρο (μπροστά-πίσω, αριστερά- δεξιά, πάνω- κάτω) με τη χρήση μουσικών οργάνων και μουσικής

Στη φάση αυτή και αφού έχουν τα παιδιά εξοικειωθεί με τα μουσικά όργανα και τα διαφορετικά είδη μουσικής στα μέσα της δεύτερης εβδομάδας, οι νηπιαγωγοί υλοποίησαν δραστηριότητες στις οποίες ο μαθηματικός στόχος ήταν να κατακτήσουν τα παιδιά τον προσανατολισμό τους στο χώρο με σημείο αναφοράς το σώμα τους. Ιδιαίτερα δόθηκε βαρύτητα στην κατάκτηση της έννοιας αριστερά - δεξιά η οποία δυσκολεύει το μεγαλύτερο ποσοστό παιδιών αυτής της ηλικίας. Για το λόγο αυτό ο στόχος που τέθηκε ήταν η κατάκτηση από τα παιδιά αυτών των εννοιών με τη βοήθεια της μουσικής και όχι οι μουσικές έννοιες.

Η μουσική σε όλες τις φάσεις ήταν το μέσο με το οποίο τα παιδιά θα κινητοποιούνταν ώστε να θέλουν να συμμετέχουν στις δραστηριότητες και μέσα από το παιχνίδι να καταφέρουν να κατακτήσουν τις χωρικές έννοιες.

Για να ξεχωρίσουν τα παιδιά την κυρίαρχη πλευρά τους, κάναμε παιχνίδια της αυλής (κουτσό, ρίξιμο της μπάλας στο καλάθι, περπάτημα με σακουλάκι-βαρίδι στο ένα πόδι). Στη συνέχεια έγιναν δραστηριότητες χορού που τις συνοδεύαμε με μαντηλάκια περασμένα στο δεξί τους χέρι και άλλοτε με βραχιόλι που είχε κουδουνάκι. Στο παρελθόν με αφορμή τη θεματική ενότητα το *σώμα μου – ο εαυτός μου*, τα παιδιά εκτός των άλλων πήραν μέρος σε παιχνίδια στα οποία είχαν τη ευκαιρία να ανακαλύψουν την κυρίαρχη πλευρά στο σώμα τους και στη συνέχεια με τη βοήθεια των νηπιαγωγών να την ονοματίσουν. Μέσα από αυτές τις δραστηριότητες οι νηπιαγωγοί εντόπισαν τη δυσκολία πολλών παιδιών να προσανατολιστούν με βάση αυτές ή να τις μεταβιβάσουν σε ένα άλλο πρόσωπο, γι' αυτό και έγινε προσπάθεια να επαναληφθούν με την βοήθεια της μουσικής.

Με αφορμή το έθιμο του πετάγματος του χαρταετού ζητήθηκε από τα παιδιά μέσα από δύο διαδρομές – με σημείο αναφοράς το σώμα τους- να κινηθούν από αριστερά ή δεξιά ώστε να καταλήξουν να φτάσουν στους αετούς, να φτιάξουν την ουρά τους και να μπορέσουν να

πετάξουν. Προκειμένου να βοηθήσουν τα παιδιά οι νηπιαγωγοί αξιοποίησαν το «μαρτάκι» στο αριστερό τους χέρι.

Στον ήχο από το ταμπουρίνο πήγαιναν στον χαρταετό που ήταν δεξιά και όταν άκουγαν το ντέφι πήγαιναν σε αυτόν που ήταν αριστερά. Τα παιδιά στη συνέχεια πέταξαν τους αετούς ψηλά ή χαμηλά ανάλογα με το τονικό ύψος που παρήγαγε η φλογέρα με έμβολο. Η δραστηριότητα επαναλήφθηκε με την βοήθεια μουσικών κομματιών. Ακούγοντας τα μουσικά κομμάτια Haydn και Blue Brothers, τα παιδιά εντόπισαν τις διαφορές στα δύο μουσικά είδη και ανάλογα την λεκτική οδηγία πήγαιναν αριστερά ή δεξιά. Στην συνέχεια τα παιδιά άκουσαν το *Rhapsody in Blue* και προσπάθησαν να εντοπίσουν σε ποιο σημείο ανεβαίνει και σε ποιο κατεβαίνει το τονικό ύψος⁹ για να πετάξουν ανάλογα τους χαρταετούς.

Οι νηπιαγωγοί έπειτα από τη διαπίστωση ότι μερικά παιδιά αντιμετώπιζαν ακόμη δυσκολίες στο να κατανοήσουν τις χωρικές έννοιες «δεξιά-αριστερά» αποφάσισαν να προβούν σε παραλλαγή της δραστηριότητας. Με χαρτοταινία χώρισαν την τάξη στην μέση, όρισαν ομάδες των δύο παιδιών για να γίνουν οι χαρταετοί και αφού τους έδωσαν από μια ουρά, έξι παιδιά παρίσταναν τα δέντρα και σκορπίστηκαν στο χώρο. Η οδηγία ήταν όταν ακούνε το ταμπουρίνο θα πετάνε στην δεξιά πλευρά του βουνού και όταν ακούνε το ντέφι θα πετάνε στην αριστερή. Τα παιδιά που έπαιζαν τα όργανα πήγαν αντίστοιχα στην αριστερή ή στη δεξιά πλευρά της τάξης, προκειμένου να λειτουργήσουν και αυτά ως σημείο αναφοράς. Στην παύση επέστρεφαν στο σημείο εκκίνησης. Και οι δυο ομάδες των παιδιών και τα ποικίλα σημεία αναφοράς λειτούργησαν αποτελεσματικά.

Μια δραστηριότητα με αναφορά στο μύθο του Δαίδαλου και του Ίκαρου, ως την πρώτη απόπειρα του ανθρώπου να πετάξει, άρεσε πολύ στα παιδιά και οι νηπιαγωγοί αποφάσισαν να τον χρησιμοποιήσουν για να εμπεδώσουν καλύτερα τις χωρικές έννοιες δεξιά-αριστερά και μπροστά-πίσω. Με χαρτοταινία σχεδίασαν στο πάτωμα διάφορες διαδρομές σαν λαβύρινθο. Μαζί με τα παιδιά όρισαν που θα είναι η θάλασσα, ο ήλιος και η στεριά που πρέπει να φτάσει ο Ίκαρος

⁹ Στην αρχή του κομματιού όπου ένα κλαρινέτο ανεβαίνει σχεδόν όλη την έκταση του σε ένα γρήγορο πέρασμα

προκειμένου να σωθεί ενώ στις διασταυρώσεις τοποθετήθηκε Χ με διαφορετικό χρώμα χαρτοταινίας.

Αποφασίσανε τα όργανα που θα χρησιμοποιήσουν να είναι ταμπουρίνο, ντέφι, καστανιέτα, μεταλλόφωνο, τα οποία διαφέρουν αρκετά στο άκουσμα τους και είναι γνωστά στα παιδιά. Οι οδηγίες που δόθηκαν στα παιδιά ήταν ότι ο Ίκαρος θα πετάει μπροστά όταν ακούει το ταμπουρίνο, πίσω όταν ακούει την καστανιέτα, δεξιά όταν ακούει το ντέφι και αριστερά όταν ακούει το μεταλλόφωνο. Κάθε φορά θα σταματάει στο Χ για να ακούσει την επόμενη οδηγία. Ο βαθμός δυσκολίας άλλαζε στην επόμενη φάση (δεν έβλεπαν τα μουσικά όργανα και έπαιζε κάθε φορά ένα παιδί) στην οποία τα παιδιά ακολουθούσαν τα ηχητικά ακούσματα προκειμένου να φτάσουν στη στεριά. Στις περιπτώσεις όπου κάποια από τα παιδιά δυσκολεύονταν να ανταποκριθούν βοηθούσαν τα υπόλοιπα παιδιά της τάξης με οδηγίες του τύπου:

- *βαράει το μεταλλόφωνο!*
- *έλα προς τα εμάς, που είναι αριστερά!*



Ο Ίκαρος στο λαβύρινθο

Στην τελική και πιο δύσκολη φάση κατά την οποία τα ίδια τα παιδιά πρότειναν να δίνουν αυτά τις οδηγίες-ακούσματα ώστε ο «Ίκαρος» να φτάσει με επιτυχία στη στεριά ήταν για τις νηπιαγωγούς η πιο σημαντική ένδειξη της κατάκτησης των χωρικών εννοιών από μέρους των παιδιών.

Η δραστηριότητα «βρίσκω τη χρυσή πόρτα» ξεκίνησε με αφορμή το σενάριο της ιστορίας που ο Ν. είχε αφηγηθεί και με τη μουσική επένδυση του Haydn και των Blues Brothers ξεκίνησε η δραματοποίηση της ιστορίας. Τα παιδιά μέσα από διαδρομές που είχαν οριστεί με χαρτοταινίες προσπαθούσαν να φτάσουν στη χρυσή πόρτα και να βρουν το θησαυρό. Οι οδηγίες που τους είχαν δοθεί ήταν ότι όταν θα ακούνε την κλασική μουσική του Haydn θα πηγαίνουν αριστερά, ενώ όταν ακούνε τη σύγχρονη των Blues Brothers δεξιά. Στόχος ήταν να εξοικειωθούν με τις έννοιες προσανατολισμού στο χώρο δεξιά - αριστερά με τη χρήση μουσικής. Τα παιδιά βοηθήθηκαν να ακολουθήσουν τις διαδρομές έχοντας στο δεξί τους χέρι δεμένο το «μαρτάκι».

Παρόμοια δραστηριότητα είναι αυτή κατά την οποία τα παιδιά αναζητήσαν κρυμμένους θησαυρούς αλλά με διαφοροποίηση στις κατευθύνσεις (αριστερά-δεξιά, μπροστά-πίσω) και με τη συμβολή ενός ακόμη μουσικού οργάνου. Το ίδιο σενάριο μετά μια εβδομάδα χρησιμοποιήθηκε αντικαθιστώντας τα όργανα με τα διαφορετικά είδη μουσικής τα οποία έχουν αναφερθεί πιο πάνω.

Στην ειδική αγωγή ο στόχος διαφοροποιήθηκε σε δύο μουσικά όργανα και αντίστοιχα σε δύο είδη μουσικής. Τα παιδιά συμμετείχαν με ενθουσιασμό στις δραστηριότητες και φάνηκε να έχουν κατανοήσει τις έννοιες από τις παρατηρήσεις που έκαναν μεταξύ τους όπως:

- *Είναι Κλασική μουσική Κ πρέπει να πας αριστερά! Γρήγορα ...*
- *Ξέρω μη μου το λες εσύ....*
- *Εγώ ξέρω που να πάω και χωρίς το βραχιόλι μου!*

Μέσα από τη θεματική ενότητα «απόκριες» τα παιδιά έπαιζαν τα ναυτάκια που ξεκινούν το ταξίδι τους στη θάλασσα και συναντούν τον άγριο πειρατή και το πειρατικό καράβι. Η διαδρομή είχε οριστεί με ένα μεγάλο γαλάζιο πανί-θάλασσα. Στα δεξιά τους βρίσκονταν ο πειρατής και αριστερά το πειρατικό καράβι¹⁰. Όταν άκουγαν τον ήχο από το ντέφι, κινούνταν προς τα δεξιά και μονομαχούσαν με τον πειρατή. Όταν άκουγαν το τύμπανο επέστρεφαν στη θάλασσα και κατευθύνονταν αριστερά στο πειρατικό καράβι. Η δραστηριότητα

¹⁰ Από ομαδική ζωγραφική των παιδιών.

επαναλήφθηκε διαφοροποιημένη με τη χρήση μουσικής. Στα παιδιά δόθηκαν οδηγίες να κατευθύνονται δεξιά με την κλασική μουσική (Haydn) και αριστερά με τη ροκ (Talking Heads).

Στο παιχνίδι μας σταδιακά προστέθηκαν άλλα δύο μουσικά όργανα, τα κουδουνάκια και το μεταλλόφωνο ώστε τα παιδιά να κινηθούν και σε άλλες δύο κατευθύνσεις: μπροστά και πίσω. Μπροστά και πίσω από τα παιδιά τοποθετήθηκαν ζωγραφιές, επίσης ομαδικές, ο θησαυρός του πειρατή και η πειρατική σημαία. Στο άκουσμα του μεταλλόφωνου κατευθύνθηκαν μπροστά ενώ όταν άκουγαν τα κουδουνάκια κινούνταν με την πλάτη προς τα πίσω.

Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν και τα τέσσερα μουσικά όργανα. Τα παιδιά κινούνταν ανάλογα με το μουσικό όργανο στην κατεύθυνση που είχε οριστεί από το προηγούμενο παιχνίδι, ανακαλώντας στη μνήμη τους τον ήχο και την κατεύθυνση.

Το παιχνίδι έγινε πιο σύνθετο με την αντικατάσταση των μουσικών οργάνων με μουσική. Ορίστηκε η κλασική για το δεξί και η ροκ για το αριστερό και προστέθηκε τζαζ και σύγχρονη μουσική για το μπροστά και το πίσω. Καθώς τα τέσσερα μουσικά κομμάτια είχαν μεγάλες διαφορές ως προς το ύφος και τα όργανα, τα παιδιά κατάφεραν να ανταποκριθούν με επιτυχία ακόμα και όταν αφαιρέθηκαν τα σημεία αναφοράς (η θάλασσα και οι ζωγραφιές) από τις τέσσερις κατευθύνσεις.

Στην πλειοψηφία τους τα παιδιά ανταποκρίθηκαν θετικά. Διαφάνηκε ότι μέσα από τις συντονισμένες δραστηριότητες με τη μορφή του παιχνιδιού και την επένδυσή του με τη μουσική, εξοικειώθηκαν με τις δύσκολες γι' αυτά έννοιες όπως είναι το αριστερό και το δεξί. Μερικά από τα σχόλια των παιδιών :

- *Θα πάω δεξιά και θα σκοτώσω τον πειρατή με το σπαθί μου!*
- *Το καράβι είναι από κει που φοράω το μαρτάκι μου;*
- *Κυρία, δεν βλέπω όταν κάνω πίσω. Θα πέσω από τη θάλασσα!*
- *Κυρία, η Χ. είναι μικρούλα, δεν καταλαβαίνει!*

Σε ένα μεγάλο χαρτί του μέτρου η νηπιαγωγός σχεδίασε με μαρκαδόρο κάθετες και οριζόντιες γραμμές δημιουργώντας μικρότερα τετράγωνα με αφετηρία και προορισμό. Στην αφετηρία στεκόταν το παιδί-

πειρατής το οποίο έπρεπε να φτάσει στο «πειρατικό καράβι» ακολουθώντας τις εντολές μας. Οι εντολές ήταν οι εξής: πήγαινε 3 τετράγωνα δεξιά, 4 τετράγωνα μπροστά, 2 τετράγωνα αριστερά, 2 πίσω κ.λ.π μέχρι να οδηγήσουμε τον πειρατή μας στο τέρμα. Τα παιδιά τα κατάφεραν σε μεγάλο ποσοστό. Η δραστηριότητα επαναλήφθηκε ανεβάζοντας το βαθμό δυσκολίας αντικαθιστώντας τη λεκτική εντολή με χτυπήματα στο ταμπουρίνο. Αναφέραμε την κατεύθυνση π.χ δεξιά και χτυπούσαμε το ταμπουρίνο τόσες φορές όσες έπρεπε να περπατήσει προς αυτή την κατεύθυνση. Τα παιδιά που έχουν κατακτήσει τη δεξιότητα των δύο πλευρών τους δεν συνάντησαν καμία δυσκολία.

δ) δραστηριότητες που χρησιμοποιήθηκαν ως μετά-τεστ (αξιολόγηση)

Οι δραστηριότητες που αναφέρθηκαν πιο πάνω, εντάχθηκαν στην έρευνα έχοντας ως στόχο τη διερεύνηση της αποτελεσματικότητας που είχε ο σχεδιασμός αυτών με την χρήση της μουσικής, ώστε να αποκτήσουν τα παιδιά του νηπιαγωγείου, θετικές διαισθήσεις πάνω στην έννοια του χώρου και να αναπτύξουν δεξιότητες που σχετίζονται με τον προσανατολισμό τους στο χώρο.

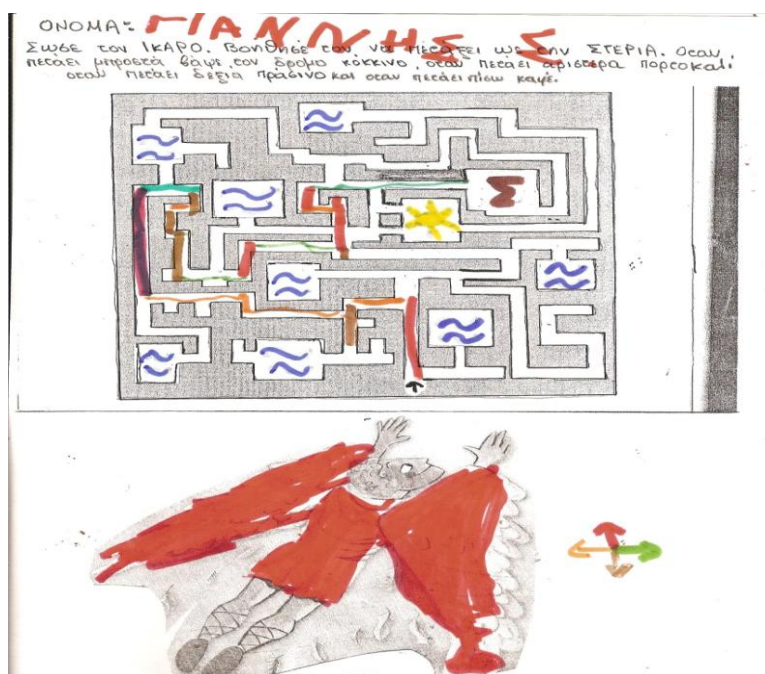
Τα παιδιά την τελευταία εβδομάδα έλαβαν μέρος σε δραστηριότητες που στόχευαν στην αξιολόγηση των όσων είχαν προηγηθεί. Οι νηπιαγωγοί θέλοντας να διαπιστώσουν αν όλα τα παιδιά και σε ποιο βαθμό κατάφεραν να κατανοήσουν τις μαθηματικές-χωρικές έννοιες αλλά χωρίς τη βοήθεια των μουσικών οργάνων και της μουσικής, υλοποίησαν δραστηριότητες προς αυτή την κατεύθυνση.

Μια από αυτές ήταν το θέατρο σκιών. Τα παιδιά ανά δύο, πίσω από τη σκηνή έπαιζαν με τις κούκλες, δίνοντας παραγγέλματα – οδηγίες σε σχέση με τις χωρικές έννοιες που είχαν τα ίδια επεξεργαστεί. Στη δραστηριότητα αυτή συμμετείχαν με μεγάλο ενθουσιασμό ανταποκρινόμενα με επιτυχία στα παραγγέλματα – οδηγίες στα οποία έπρεπε να ανταποκριθούν οι φιγούρες.

Η δραστηριότητα επαναλήφθηκε και τις επόμενες μέρες αφού ζητήθηκε επίμονα από τα παιδιά και συνεχίστηκε με αυθόρμητες παραλλαγές.

Αξιολογικού χαρακτήρα δραστηριότητα ήταν και αυτή του λαβύρινθου η οποία κατά την τελική της φάση αφορούσε μόνο λεκτικές οδηγίες μπροστά – πίσω, αριστερά – δεξιάρχικα τις οδηγίες να δίνει η νηπιαγωγός ενώ στη συνέχεια τα ίδια τα παιδιά.

Η παραπάνω δραστηριότητα μεταφέρθηκε σε ένα φύλο εργασίας στο οποίο τα παιδιά έπρεπε να αποτυπώσουν τη διαδρομή που είχε ακολουθήσει ο Ίκαρος προκειμένου να φτάσει στο τέρμα, ζωγραφίζοντας με διαφορετικό χρώμα το δεξιά, το αριστερά, το μπροστά και το πίσω και την οποία εκτέλεσαν κατά το μεγαλύτερο ποσοστό με επιτυχία.



Καταλήγοντας και αποτιμώντας το σύνολο των δράσεων που υλοποιήσαμε, πιστεύουμε ότι η διαδρομή που επιλέξαμε να ακολουθήσουμε μέσα από μια εξελικτική πορεία, ήταν αποτελεσματική και βοήθησε στη επίτευξη των στόχων που θέσαμε.

Συμπεράσματα-προεκτάσεις

Η συγκεκριμένη έρευνα δράση αποτέλεσε ένα πεδίο δράσης για τα παιδιά αλλά και τις νηπιαγωγούς. Με βιωματικού τύπου δραστηριότητες οι οποίες συνοδεύτηκαν από μουσικά όργανα και μουσικά κομμάτια, δόθηκε η δυνατότητα στα παιδιά να έρθουν σε επαφή και να κατακτήσουν, τα περισσότερα από αυτά, τις χωρικές έννοιες που στόχευε η έρευνα.

Η μουσική προσέλκυσε το ενδιαφέρον των παιδιών και αποτέλεσε ισχυρό κίνητρο μάθησης και ενεργητικής συμμετοχής τους. Παράλληλα έδωσε την ευκαιρία να αναπτυχθούν σενάρια διδασκαλίας που αποδείχτηκαν σπουδαία παιδαγωγικά κίνητρα για τα παιδιά και αποτέλεσαν ένα πρόσθετο μέσο έκφρασης και επικοινωνίας μεταξύ των παιδιών αλλά και μεταξύ της νηπιαγωγού και των παιδιών.

Όλα τα παιδιά είχαν την ευκαιρία να εκφραστούν δημιουργικά, να παρουσιάσουν τις εμπειρίες τους, να αναπτύξουν τα επιχειρήματά τους μέσα σε κλίμα αποδοχής και ασφάλειας. Αυτοοργανώθηκαν σε ομάδες ή σε άλλες περιπτώσεις, οργανώθηκαν από τις νηπιαγωγούς και είχαν την ευκαιρία να αλληλεπιδράσουν να συνεργαστούν και να επικοινωνήσουν αποτελεσματικά μέσα σε ένα πλούσιο σε ερεθίσματα περιβάλλον (μουσικά όργανα, cd με ποικίλα ακούσματα, κούκλες, βιβλία, ποικίλη γραφική ύλη, ανακυκλώσιμα υλικά, όλο τον εξοπλισμό της τάξης), που τροφοδοτούσε τη σκέψη τους δημιουργικά.

Παράλληλα αξιοποιήθηκαν από τις νηπιαγωγούς θέματα του σχολικού προγράμματος (απόκριες, παράσταση καραγκιόζη, κ.α) στο σχεδιασμό δραστηριοτήτων για την προσέγγιση των χωρικών εννοιών, τα οποία οδήγησαν επαγωγικά σε ευρύτερα θέματα. Όλες οι δραστηριότητες που αναπτύχθηκαν υποστηρίχθηκαν και από άλλα γνωστικά αντικείμενα όπως: γλώσσα, θεατρικό παιχνίδι, κουκλοθέατρο, εικαστικά, φυσική αγωγή αλλά και θεματικές περιοχές όπως: ανθρωπογενές περιβάλλον- παράδοση- λαογραφία κ.α.

Η επιθυμία των παιδιών να παίξουν τα μουσικά όργανα και να «οδηγήσουν» τους συμμαθητές τους στο χώρο με «μουσικές εντολές» έδωσε στους ερευνητές την ευκαιρία να ελέγξουν τις μεταγνωστικές τους ικανότητες, δηλαδή του κατά πόσο έχουν τα ίδια κατακτήσει τις έννοιες προσανατολισμού στο χώρο και μπορούν να τις μεταδώσουν

στους συμμαθητές τους. Παρατηρήσαμε ότι όταν οι δραστηριότητες που υποστηρίζονται από ένα παιδαγωγικό σενάριο, όπως: «Να σώσουμε τον Ίκαρο για να μην πνιγεί», κινητοποιούν περισσότερο τα παιδιά στο να θέλουν να συμμετέχουν ενεργά και να είναι επικεντρωμένα στον στόχο.



Τέλος,σε ότι αφορά τη μουσική είδαμε ότι μπορεί να «ζωντανέψει» μια δραστηριότητα, να συμβάλλει στην επίτευξη των στόχων άλλων γνωστικών αντικειμένων και να αποτελέσει ένα επιπλέον μέσο έκφρασης. Αυτό αποκτά μεγαλύτερη βαρύτητα ειδικά σε τάξεις που περιέχουν αλλοδαπά παιδιά ή παιδιά με ειδικές ανάγκες. Εντούτοις, πολύ συχνά οι εκπαιδευτικοί αισθάνονται αμηχανία και φόβο απέναντι στην μουσική, αφήνοντας την στους «ειδικούς»(Τσιρίδης, 2003, Bainger, 2010).

Οι μουσικά χαρακτηριστικά του ήχου (τονικό ύψος ή οξύτητα, διάρκεια, ένταση, χροιά ή ηχώχρωμα) αν και χρησιμοποιήθηκαν ως «όχημα» για να προσεγγίσουν τα παιδιά τις χωρικές έννοιες φαίνεται να έγιναν βίωμα στα παιδιά. Τα διάφορα μουσικά είδη που χρησιμοποιήθηκαν επίσης, αναδεικνύουν τη δεκτικότητα που έχουν τα παιδιά αυτής της ηλικίας σε νέα ή άγνωστα σε αυτά ακούσματα. Επιπλέον, καταδεικνύουν με τρόπο σαφή ότι η μουσική ακόμα και στην περίπτωση που δεν αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστό διδακτικό αντικείμενο όταν ο/η εκπαιδευτικός δεν είναι ειδικός, συνεισφέρει στον εμπλουτισμό της αισθητικής παιδείας των μικρών μαθητών. Απαραίτητη προϋπόθεση να γίνεται προσεκτική επιλογή και χρήση διαφορετικών μουσικών επιλογών. Με αυτό τον τρόπο η συμβολή

τέτοιων δραστηριοτήτων από την/τον νηπιαγωγό συμβάλλει σημαντικά στο πολιτισμικό κεφάλαιο των μικρών μαθητών. Ο δάσκαλος ή η δασκάλα της μουσικής μπορεί να συνεχίσει πια σε ένα άλλο επίπεδο τη μουσική εκπαίδευση των παιδιών και να θωρήσει «εαυτόν προνομιούχο» που αναλαμβάνει παιδιά «με βάσεις» μουσικής ευαισθητοποίησης. Τα σχολεία δε *που επιθυμούν να εμπλουτίσουν τις ζωές των μαθητών τους μέσω της γνώσης και της ανάπτυξης των δεξιοτήτων τους θα πρέπει εντάξουν τη μουσική στο κέντρο του αναλυτικού τους προγράμματος μαζί με τα μαθηματικά τη γλώσσα και τα υπόλοιπα βασικά αντικείμενα.* (Campbell και Scott-Kassner, 2010 σ. 7).

Σε ότι αφορά δε τα μαθηματικά μέσα από την πιλοτική έρευνα που υλοποιήσαμε, είχαμε τη δυνατότητα να αντιληφθούμε ότι η διδακτική των μαθηματικών μπορεί να εμπλουτιστεί με νέες προσεγγίσεις που θα επιτρέπουν στα παιδιά να επεξεργάζονται τις πληροφορίες μόνα τους ή σε αλληλεπίδραση μεταξύ τους αλλά και με την/τον νηπιαγωγό, να συνδέουν την εμπειρία με τη νέα γνώση και να ανακαλύπτουν νέους δρόμους μάθησης.

Επιπλέον η συμμετοχή των ίδιων των εκπαιδευτικών στην έρευνα μέσα από το ρόλο του εκπαιδευτικού – ερευνητή, τους δίνει τη δυνατότητα να αποκτούν εμπειρίες στην παρατήρηση, στη συλλογή και στην ανάλυση των δεδομένων με σκοπό την αξιολόγηση της μάθησης και των εμπειριών των παιδιών. Η πρακτική αυτή δίνει τη δυνατότητα αναστοχασμού και ανάπτυξης καινοτόμων προγραμμάτων αναβαθμίζοντας την εκπαιδευτική διαδικασία αλλά και τους/τις ίδιες.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ABC Music and Me (2008). *The Impact of Music on Mathematics Achievement*. A research summary in Support of Kindermusik's ABC Music & Me. Προπελάστηκε από http://www.abcmusicandme.com/documents/impact_of_music_on_math.pdf
- Bainger L. (2010). A music collaboration with early childhood teachers. *Australian Journal of Music Education* 2010:2, 17-27
- Bourdieu, P. (2002). *Η Διάκριση. Κοινωνική κριτική της καλαισθητικής κρίσης*. Αθήνα: Πατάκης.
- Brittany N. M. (2013). Public School Early Childhood Music Education: Challenges and Solutions. *General Music Today* 27: 40-44
- Brown.A.L., Bransford.J.D., Ferrara.R.A., Campione.J.C. (1983). Learning, remembering and understanding στο Falvell. J.H. &Markman.E.M (επιμ). *Handbook of child psychology: vol.3. Cognitive development*. NY: Wiley.
- Campbell, P. S. και Scott-Kassner, C. (2010). *Music in Childhood*. Boston: Schirmer
- Carr, W. and Kemmis, S. (1986) *Becoming Critical. Education, knowledge and action research*, Lewes: Falmer.
- Clements. D. H. και Sarama. J. (2009). *Learning and Teaching Early Math: the learning trajectories approach*. N.Y: Routledge.
- Creswell, J. W. (2012). *Η Έρευνα στην Εκπαίδευση: Σχεδιασμός, Διεξαγωγή και Αξιολόγηση της Ποσοτικής και Ποιοτικής Έρευνας*. Αθήνα: Ιων.
- Didriche, P. (1990). Η ψυχοκινητική αγωγή : Θεμέλιο της όλης προσχολικής αγωγής και απαραίτητη προϋπόθεση για το δημοτικό σχολείο. Στο Ε. Δούκα-Πατέρα (Επιμ.) *Η ψυχοκινητική αγωγή στο νηπιαγωγείο*. Πρακτικά Συνεδρίου (σελ. 31-47). Αθήνα: Εκπαιδευτήρια Δούκα.

- Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. New York, Basic Books.
- Ginsburg, P.H., Goldbeck, L.S. (2004). Thoughts on the future of research on mathematics and science learning and education. *Early Childhood Research Quarterly*, 19:190-200
- Koshy, E., Koshy, V. και Waterman, H. (2011). *Action Research in Healthcare*. London: SAGE Publications Ltd
- Κούβου, Ουρ. (2010). Και όμως διδάσκεται: Οκτώ μοντέλα διδασκαλίας της τέχνης. Στο Παναγιώτης Κανελλόπουλος και Νικόλας Τσαφταρίδης (επιμ.) *Τέχνη στην εκπαίδευση – εκπαίδευση στην τέχνη*. (σ. 47-56). Αθήνα: νήσος.
- Maslow, A. (1993). *The farther reaches of human nature*. USA: Penguin/Arkana.
- McKelvie, P. και Low, J. (2002). Listening to Mozart does not improve children's spatial ability: Final curtains for the Mozart effect. *British Journal of Developmental Psychology*, 20, 241-258
- Music. (2010). Στο D. Hayes (επιμέλεια), *Encyclopedia of primary education*. σ. 291 - 292 Oxon: Routledge.
- Newcombe, N. S. & Huttenlocher, J. (2000). *Making space: The development of spatial representation and reasoning*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Niemi, H. (2012). Δάσκαλοι, Επαγγελματίες Υψηλού Επιπέδου – Τι σημαίνει αυτό για την Εκπαίδευση Δασκάλων; Προοπτικές στη Φιλανδική Εκπαίδευση Δασκάλων. Στο Κ.Γ. Καρράς και C.C. Wolhuter (επιμ.), *Η Εκπαίδευση των Εκπαιδευτικών στον 21^ο Αιώνα. Σύγχρονες Τάσεις και Προκλήσεις στα Συστήματα Εκπαίδευσης Δασκάλων σε 90 Χώρες*. Αθήνα: Ίων.
- Pryse-Phillips, W. (2003). *Companion to Clinical Neurology*. Oxford: Oxford University Press.
- Scott, L. K. (2004). Early Childhood Brain Development and Elementary Music Curricula: Are They in Tune? *General Music Today*, 18 σ. 20-27

- Shiakalli M.A & Zacharos, K (2011). Mathematical problem solving in early education. Possibilities and prospects. Στο N. Stellakiskai M. Efstathiadou (εκδ.) *Δημιουργικότητα και μάθηση στην πρώτη σχολική ηλικία* (σ. 244-256). Λευκωσία, Κύπρος: OMEP.
- Tomal, D. R. (2010). *Action research for educators* (2^η έκδ). Plymouth: Rowman& Littlefield Education.
- Τζεκάκη, Μ (2007). *Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg.
- Τζεκάκη, Μ. (1998). *Μαθηματικές δραστηριότητες για την Προσχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg.
- Τσαφταρίδης, Ν. (2013). *Οι κατασκευές μουσικών οργάνων στη Μουσική Εκπαίδευση εκπαιδευτικών, παιδιών προσχολικής ηλικίας: Μαθητεία, γνώση και κατασκευή*. Ανέκδοτη διδακτορική διατριβή. ΤΕΑΠΗ, ΕΚΠΑ.
- Τσιρίδης Π. (2003). *Μουσική στο σχολείο. «Κλειδιά και Αντικλειδιά»*. Αθήνα: Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Χασάπης, Δ. (2000). *Διδακτική βασικών μαθηματικών εννοιών. Αριθμοί και αριθμητικές πράξεις*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

nikotsaf@ecd.uoa.gr

chvantzou@yahoo.gr

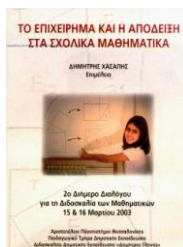


Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΩΣ ΜΕΣΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΚΑΙ ΣΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

Πρακτικά 1^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2002, σελ. 175
ISBN 960-312-085-5

Εξαντλημένο



ΤΟ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑ ΚΑΙ Η ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Πρακτικά 2^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2003, σελ. 250
ISBN 960-312-115-0

Εξαντλημένο



ΕΙΚΟΝΑ, ΣΧΗΜΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πρακτικά 3^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2004, σελ. 185
ISBN 960-87530-8-2

Εξαντλημένο

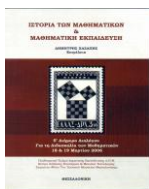


ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ & ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πρακτικά 4^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2005, σελ. 208
ISBN 960-88333-5-3

Εξαντλημένο



ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Πρακτικά 5^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2006, σελ. 220

Εξαντλημένο



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ

Πρακτικά 6^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2007, σελ. 315

Διαθέσιμο σε CD

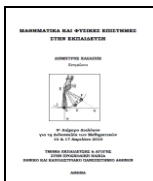


ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πρακτικά 7^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Θεσσαλονίκη, 2008, σελ. 367

Διαθέσιμο σε CD



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Πρακτικά 8^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Αθήνα, 2010, σελ. 256

Διαθέσιμο σε CD



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΤΕΧΝΕΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Πρακτικά 9^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Αθήνα, 2011, σελ. 386

Διαθέσιμο σε CD

ISBN 978-960-87577-7-6



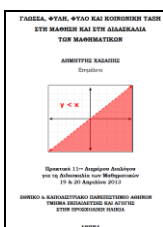
ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πρακτικά 10^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Αθήνα, 2012, σελ. 372

Διαθέσιμο σε CD

ISBN 978-960-87577-8-3



ΓΛΩΣΣΑ, ΦΥΛΗ, ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΤΑΞΗ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πρακτικά 11^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Αθήνα, 2013, σελ. 284

Διαθέσιμο σε CD

ISBN 978-618-80640-0-3

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ (Επιμέλεια)

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Πρακτικά 12^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

Αθήνα 25 & 26 Απριλίου 2014

ISBN 978-618-80640-2-7

