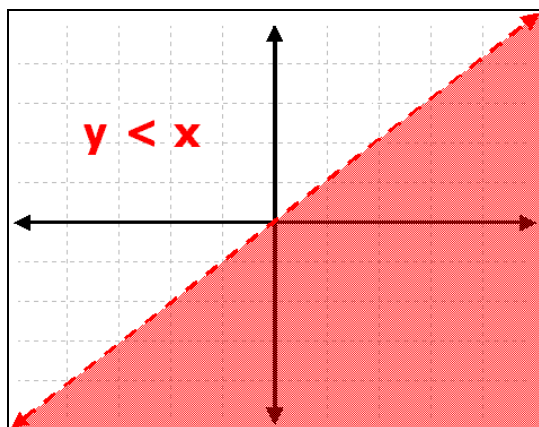


**ΓΛΩΣΣΑ, ΦΥΛΗ, ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΤΑΞΗ
ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



**Πρακτικά 11^{ου} Δημέρου Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
19 & 20 Απριλίου 2013**

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΩΓΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ**

ΑΘΗΝΑ

ΓΛΩΣΣΑ, ΦΥΛΗ, ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΤΑΞΗ

ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ (Επιμέλεια)

Έκδοση CD-ROM

Τμήμα Εκπαίδευσης & Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ναυαρίνου 13^α, 106 80 Αθήνα

© Δημήτρης Χασάπης για την παρούσα συλλογή

Οι συγγραφείς για τα κείμενα τους

Η εικόνα του εξωφύλλου: Γραφική παράσταση της μαθηματικής ανισότητας $y < x$

ΑΘΗΝΑ 2013

ISBN 978-618-80640-0-3

Στο ΔΙΗΜΕΡΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ παρουσιάζονται μόνον πρωτότυπες εργασίες, οι οποίες εντάσσονται στο σχετικό θέμα του συνεδρίου, δεν έχουν παρουσιαστεί σε άλλο συνέδριο, δεν έχουν δημοσιευτεί σε άλλο περιοδικό ή βιβλίο και ανταποκρίνονται στις διεθνώς καθιερωμένες απαιτήσεις της επιστημονικότητας.

Η Επιστημονική Επιτροπή διατηρεί το δικαίωμα επιλογής των υποβαλλόμενων εισηγήσεων με βάση εκτεταμένες περιλήψεις τους και φροντίζει για την αξιολόγηση των πλήρων κειμένων τους πριν την συμπερίληψή τους στα Πρακτικά του Δημέρου.

Για την αξιολόγηση τους, τα κείμενα των εισηγήσεων αποστέλλονται, ανώνυμα, σε δύο (2) κριτές από κατάλογο ειδικών για το εκάστοτε θέμα του Δημέρου επιστημόνων, στον οποίο συμπεριλαμβάνονται και τα μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής.

Η αναδημοσίευση εισηγήσεων, οι οποίες έχουν δημοσιευτεί στα Πρακτικά του Δημέρου απαιτεί άδεια του Επιμελητή της έκδοσης.

Επιστημονική Επιτροπή

Αλεξάνδρα Ανδρούσου, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Νέλλη Ασκούνη, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Ελένη Γιαννακοπούλου, Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο
Θάλεια Δραγώνα, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Κώστας Ζαχάρος, Πανεπιστήμιο Πάτρας
Φραγκίσκος Καλαβάσης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Ευγενία Κολέζα, Πανεπιστήμιο Πάτρας
Χαρά Κορτέση-Δαφέρμου, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Δήμητρα Μακρυνιώτη, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Κώστας Νικολαντωνάκης, Πανεπιστήμιο Δυτ. Μακεδονίας
Μαλβίνα Παπαδάκη, Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση
Αντιγόνη Παρούση, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Χαρά Σταθοπούλου, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δημήτρης Χασάπης, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Κώστας Χατζηκυριάκου, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Μαρία Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Άννα Χρονάκη, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

[Λευκή σελίδα]

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Το ζήτημα των κοινωνικών ανισοτήτων στις ποικίλες όψεις τους απασχολεί εδώ και χρόνια τους ερευνητές και τους εκπαιδευτικούς της μαθηματικής εκπαίδευσης. Η συναφής βιβλιογραφία των τελευταίων πενήντα χρόνων περιλαμβάνει πλήθος ερευνών και αναλύσεων για τους παράγοντες δημιουργίας και αναπαραγωγής ανισοτήτων στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών, ανισοτήτων οι οποίες έχουν την προέλευση τους στη διαφορετικότητα της γλώσσας, του φύλου, της φυλής ή της εθνότητας και της κοινωνικο-οικονομικής τάξης παιδιών και γονιών, όπως επίσης και για τις επιπτώσεις των ανισοτήτων αυτών, τόσο στην εκπαιδευτική όσο και στην κοινωνική και πολιτισμική ανάπτυξη των παιδιών κατά τη διάρκεια ή μετά τη φοίτηση τους στο σχολείο.

Ο εντοπισμός, η ανάλυση και η ανάδειξη των ανισοτήτων αυτών και των παραγόντων δημιουργίας τους τόσο στο επίπεδο οργάνωσης της μαθηματικής εκπαίδευσης όσο και στο επίπεδο της σχολικής τάξης έχουν οδηγήσει σε κάποιες – αν και αποσπασματικές – αλλαγές, όπως επίσης έχουν ευαισθητοποιήσει σε κάποιο βαθμό ένα μέρος των εκπαιδευτικών. Χωρίς αυτό βέβαια να σημαίνει ότι τα ζητήματα αυτά έχουν αντιμετωπιστεί από την εκπαιδευτική πολιτική με έστω και σχετική επάρκεια ή ότι η άρση των ανισοτήτων αυτών αποτελεί αποκλειστική αρμοδιότητα της εκπαίδευσης και των εκπαιδευτικών.

Αρμοδιότητα, όμως, των ερευνητών της μαθηματικής εκπαίδευσης και των εκπαιδευτικών όλων των βαθμίδων είναι η κατανόηση των σχέσεων της γλώσσας, του φύλου, της φυλής, της εθνότητας και της κοινωνικο-οικονομικής κατάστασης των παιδιών και των οικογενειών τους με τις συνθήκες μάθησης και τους όρους της διδασκαλίας των μαθηματικών και οι ποικίλες ανισότητες μεταξύ των παιδιών που δημιουργούνται μέσα από τις σχέσεις αυτές.

Η προσέγγιση των ζητημάτων αυτών μέσα από διαφορετικές θεωρητικές οπτικές, ερευνητικές προσεγγίσεις και εκπαιδευτικές δραστηριότητες αποτελεί αντικείμενο του Δημέρου με ιδιαίτερο ενδιαφέρον στις ιδιόμορφες συνθήκες που έχουν δημιουργηθεί στην εποχή μας, εξαιτίας των δραστικών ανακατατάξεων στον διεθνή καταμερισμό εργασίας που έχει επιφέρει η παγκοσμιοποίηση των οικονομικών δραστηριοτήτων και των ριζικών αλλαγών στους όρους εργασίας και ζωής όλων μας, που έχουν διαμορφωθεί από την οικονομική κρίση και τους όρους αντιμετώπισης της στη χώρα μας.

Στην παρούσα έκδοση περιλαμβάνονται τα κείμενα των εισηγήσεων, οι οποίες παρουσιάστηκαν στο Διήμερο αυτό.

Δημήτρης Χασάπης

Αναπληρωτής Καθηγητής Τ.Ε.Α.Π..Η του Ε.Κ.Π. Α.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

Η διαφορετικότητα στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών: Προσεγγίσεις και προβληματισμοί

Θάλεια Δραγώνα

*Πολυπολιτισμικές κοινωνίες και εκδοχές κοινωνικής ένταξης:
Διλήμματα της εκπαίδευσης* 13

Uwe Gellert

*Η κοινωνική τάξη στην τάξη των μαθηματικών:
Μια κοινωνιολογική οπτική στα σχολικά βιβλία, στους διαλόγους
και στις εξετάσεις* 37

Άννα Χρονάκη

Κουζίνα, θυμός και μαθηματικά 57

Φραγκίσκος Καλαβάσης

*Διαχωρισμοί και συμπεριλήψεις, το συνεχές παιχνίδι του μέρους
με το όλο* 59

Δημήτρης Χασάπης

*Κοινωνική ανισότητα και μαθηματική εκπαίδευση:
Από την αναγνώριση μιας πραγματικότητας στην κατανόηση
των όρων δημιουργίας της* 81

ΕΝΟΤΗΤΑ II

Η διαφορετικότητα στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών:

Ερευνητικά Ευρήματα & Διδακτικά Εγχειρήματα

Αριστείδης Μαυρομμάτης, Απόστολος Παπανικολάου
& Σοφία Σταθοπούλου

*Διαμόρφωση ενός κοινωνικά ελεύθερου περιβάλλοντος
προσέγγισης μαθηματικών εννοιών μέσω της διασύνδεσης
εικαστικών τεχνών και γεωμετρίας*

99

Γεώργιος Μπαραλής

Τα μαθηματικά των μικροπωλητών στο δρόμο

131

Καίσαρη Μαρία & Τάσος Πατρώνης

*Η εξατομικευμένη διδασκαλία στα Μαθηματικά και η
“διαφορετικότητα” στην σχολική τάξη:*

Η περίπτωση του συνδρόμου Asperger

149

Κώστας Ζαχάρος & Γεράσιμος Κουστουράκης

*Κοινωνικές διαφοροποιήσεις στη διδασκαλία μαθηματικών
εννοιών στο νηπιαγωγείο. Μια μεθοδολογική πρόταση ανάλυσης*

167

Στέλιος Παπακωνσταντίνου

*Οι πεποιθήσεις των νηπιαγωγών για την κοινωνική
ποικιλομορφία*

185

Ιωάννα Φώκου & Γιάννα Κατσιαμπούρα <i>Στάσεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών στα μαθηματικά σε σχέση με το φύλο</i>	201
Νίκος Μακράκης & Αρετή Ευσταθίου <i>Κοινωνικοπολιτικοί παράγοντες στη μάθηση και τα μαθηματικά στα μαθήματα δικτύων αλληλεγγύης</i>	231
Dherar BaniFaris & Δημήτρης Χασάπης <i>Μάθηση και διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών σε διαφορετικά πολιτισμικά και εκπαιδευτικά περιβάλλοντα</i>	259
Ελένη Γιαννακοπούλου <i>Τα μαθηματικά ως διαφρέτης της κοινωνίας των ενηλίκων</i>	269

[λευκή σελίδα]

ΕΝΟΤΗΤΑ Ι

**Η διαφορετικότητα στη μάθηση και στη
διδασκαλία των μαθηματικών:
Προσεγγίσεις και προβληματισμοί**

[λευκή σελίδα]

ΠΟΛΥΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΚΟΙΝΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΕΚΔΟΧΕΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΕΝΤΑΞΗΣ: ΔΙΛΗΜΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ¹

Θάλεια Δραγώνα

Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η ευρωπαϊκή εκπαιδευτική πολιτική απέναντι στη διαχείριση της εθνοπολιτισμικής ετερότητας και στην καταπολέμηση της ξενοφοβίας υπογραμμίζει το σεβασμό της πολιτισμικής διαφοράς και την προώθηση της ανοχής. Ωστόσο ο λόγος που εκπέμπεται είναι κατά κανόνα αποπολιτικοποιημένος και αποφεύγει έναν κοινωνιολογικό προσανατολισμό. Η ελληνική εκπαιδευτική πολιτική είναι κατά βάση μονοπολιτισμική και χαρακτηρίζεται, στην καλύτερη περίπτωση, από μεγάλη αμηχανία. Και ενώ σχεδιάζονται εκπαιδευτικές παρεμβάσεις (σχεδόν αποκλειστικά με χρηματοδότηση ευρωπαϊκών κονδυλίων) με στόχο την κοινωνική ένταξη και τη γεφύρωση των κοινωνικών ανισοτήτων, η πολιτική θέση απέναντι στον εθνοπολιτισμικά διαφορετικό μαθητή είναι αδιευκρίνηστη. Σε ένα τέτοιο κλίμα η ανακοίνωση εξετάζει εκδοχές κοινωνικής ένταξης των εθνοπολιτισμικά 'άλλων' και πως αυτές αποτυπώνονται σε εκπαιδευτικές πολιτικές και στην εφαρμογή τους στο πλαίσιο του σχολείου, τόσο στο διεθνές επίπεδο όσο και σ' αυτό της ελληνικής πραγματικότητας

¹ Για τροποποιημένη μορφή του άρθρου βλέπε
<http://athensdialogues.chs.harvard.edu/cgi-bin/WebObjects/athensdialogues.woa/wa/dist?dis=134>

«Ξενοχόρια»



Το σχέδιο αυτό, που χρωστώ στη συνάδελφο Τζέλλα Σκούρα, ζωγράφισε ένα

12χρονο αγόρι από την Αλβανία που είχε έρθει στην Ελλάδα ένα χρόνο πριν². Οι ζωγραφιές των παιδιών έχουν πάντα ένα προβλητικό χαρακτήρα. Ιδίως αυτές που αποτυπώνουν ανθρώπινη φιγούρα αποκαλύπτουν πιέσεις, στρες, φόβους και αγωνίες που απασχολούν τα παιδιά συνειδητά ή ασυνείδητα (Koppitz 1969). Η ζωγραφιά είναι εξαιρετικά ελλειπτική με την εξαίρεση των εντυπωσιακών σε μέγεθος δακρύων και την πολύ αποκαλυπτική λέξη που γράφεται στο πάνω μέρος: «ξενοχόρια». Πρόκειται για μια γλωσσική παραδρομή φροϋδικού τύπου ή μια κατασκευασμένη, σύνθετη λέξη; Δεν το ξέρουμε αλλά δεν έχει και σημασία διότι οι συνδηλώσεις είναι προφανέστατες.

Η πρόκληση που ανοίγεται για το μικρό αγόρι είναι η διαπραγμάτευση της υπαγωγής του στη νέα του κοινότητα και το εκπαιδευτικό σύστημα είναι αυτό που σε μεγάλο βαθμό θα καθορίσει πόσο επιτυχημένη θα είναι αυτή η υπαγωγή. Τα σχολεία πολύ συχνά μεταφέρουν στους μαθητές των μειονοτήτων ότι ο πολιτισμός και η προηγούμενη εμπειρία τους (δηλαδή το σύνολο της ταυτότητάς τους)

² Δημοσιευμένο στο περιοδικό “Γέφυρες”, 45, 2009.

δεν έχουν θέση μέσα στο σχολείο και κατ' επέκταση μέσα στην κοινωνία. Το αποτέλεσμα είναι συνήθως η χαμηλή επίδοση, η πολιτισμική καταπίεση και η υποτίμηση της ταυτότητας. Και δεν αναφέρομαι αποκλειστικά στο ελληνικό σχολείο αλλά στα εκπαιδευτικά συστήματα των περισσότερων χωρών του Δυτικού κόσμου που έχουν να διαχειριστούν μαθητές με διαφορετική εθνοπολιτισμική ταυτότητα. Αν αυτό ισχύσει και στην περίπτωση του αγοριού που εξέφρασε την «ξενοχόρια» του είναι πολύ πιθανό η λύπη του να εσωτερικευτεί με σοβαρές επιπτώσεις στην αυτο-εικόνα του και την εκπαιδευτική του διαδρομή. Ο Jim Cummins (1996) αναφέρεται σε έναν μαθητή από ένα πολυπολιτισμικό σχολείο στην Καλιφόρνια ο οποίος, αντίστοιχα με το δικό μας μικρό αγόρι, φέρεται να λέει: «Αυτό το μέρος κάνει την ψυχή μου να πονά».

Σε μια εποχή που η ελληνική κοινωνία της κρίσης ταλανίζεται από το δύσκολο θέμα της μετανάστευσης και της απόδοσης της ιθαγένειας και που η εκπαίδευση θα μπορούσε να λειτουργήσει ως όχημα γεφύρωσης των κοινωνικών ανισοτήτων και του αποκλεισμού, είναι ουσιαστικό να συζητήσουμε για τις πολιτικές ένταξης και πώς αντικατοπτρίζονται στις εκπαιδευτικές πολιτικές και τις σχολικές πρακτικές.

Αν και η Ευρωπαϊκή Ένωση δεν εμπλέκεται στα εθνικά εκπαιδευτικά συστήματα έχει επισημάνει το ρόλο που μπορεί να παίξει η εκπαίδευση στην πρόθωση του διαπολιτισμικού διαλόγου, στην καταπολέμηση της ξενοφοβίας, στο σεβασμό της πολιτισμικής διαφοράς και την προαγωγή της ανοχής. Η Έκθεση για την «Εκπαίδευση και την Κατάρτιση» του 2010 προτείνει αντισταθμιστικά μέτρα για την εκπαίδευση των παιδιών των μεταναστών όπως νέα προγράμματα σπουδών, καλύτερη εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, καινοτόμα παιδαγωγικά προγράμματα, εξατομικευμένη βοήθεια, συνεργασία με την οικογένεια και την κοινότητα. Στην ίδια γραμμή το Ευρωπαϊκό Έτος Διαπολιτισμικού Διαλόγου το 2008 καλούσε σε «πολιτισμική συνειδητοποίηση» και σε ανάπτυξη «διαπολιτισμικών δεξιοτήτων».

Όσοι αυτές οι ευγενείς επιδιώξεις κινδυνεύουν να παραμένουν γράμμα νεκρό αν δεν απαντηθούν κάποιες σκληρές ερωτήσεις που αφορούν σε συγκεκριμένες εθνικές πολιτικές ένταξης. Κριτικές φωνές

στους κόλπους της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης επισημαίνουν ότι ο λόγος που εκπέμπεται από την ΕΕ περί σεβασμού στην πολιτισμική διαφορά είναι κατά κανόνα αποπολιτικοποιημένος και καταλήγει να διατηρεί, παρά να ανατρέπει, τις ανισότητες (Díaz-Rico 1998, Gorski 2006). Ο Cummins (2004: 34) επιμένει στη στροφή της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης προς έναν κοινωνιολογικό και κοινωνικο-πολιτικό προσανατολισμό και υποστηρίζει ότι δομές και πρακτικές όπως το αναλυτικό πρόγραμμα, οι εξετάσεις, η γλωσσική διδασκαλία συμβάλλουν στη διαιώνιση των διακρίσεων και της σχολικής αποτυχίας των μεταναστών μαθητών. Επισημαίνει ότι αυτό που συμβαίνει στην τάξη δεν είναι ποτέ «ουδέτερο» αλλά αντίθετα αντικατοπτρίζει τις σχέσεις εξουσίας στην ευρύτερη κοινωνία.

Εθνοπολιτισμική διαφορά

Η εθνοπολιτισμική διαφορά και οι πολιτικές αναγνώρισης στις σύγχρονες κοινωνίες παίρνουν διάφορες μορφές και παραπέμπουν είτε σε νεοεισερχόμενους μετανάστες είτε σε ιστορικές/εδαφικές μειονότητες, όπως για παράδειγμα είναι στην Ελλάδα η μουσουλμανική μειονότητα στη Θράκη. Παρά τις μεταξύ τους διαφορές και οι δύο κατηγορίες αποτελούν μειονότητες με την έννοια ότι εκπροσωπούν ανθρώπινες ομάδες με διαφορετική πολιτισμική ταυτότητα από την κυρίαρχη. Και οι δύο συμβάλλουν στην πολυπολιτισμική σύνθεση της κοινωνίας. Θα χρησιμοποιηθεί λοιπόν ο όρος «μειονότητες» και για τις δύο κατηγορίες.

Κοινωνίες που θεωρούν ότι είναι ομοιογενείς, όπως είναι η ελληνική, δεν σημαίνει ότι όταν γίνονται *de facto* πολυπολιτισμικές υιοθετούν ένα πολυπολιτισμικό προσανατολισμό. Εκεί που πίστευαν ότι όλοι οι πολίτες αυτόματα αφομοιώνονται στον εθνικό κορμό, βρίσκονται αντιμέτωπες με μια άλλη πραγματικότητα που, στην καλύτερη περίπτωση, δημιουργεί μεγάλη αμηχανία αλλά και μεγάλες προκλήσεις. Εξάλλου ένας πολυπολιτισμικός προσανατολισμός δεν αφορά αποκλειστικά τις μειονότητες. Αφορά εξίσου την κυρίαρχη ομάδα και τη σχέση μεταξύ των δύο.

Κάθε πολυπολιτισμική κοινωνία έρχεται αντιμέτωπη με δύο αντιθετικές επιταγές και χρειάζεται να τις συμφιλιώσει με έναν δίκαιο τρόπο. Από τη μια έχει χρέος να κατασκευάσει μια κοινή αίσθηση του ανήκειν ώστε να λειτουργήσει ως ενιαία κοινότητα όπου λαμβάνονται αμοιβαία δεσμευτικές αποφάσεις. Αν σκεφτούμε με τους όρους του Benedict Anderson είναι αυτή η κοινή ταυτότητα που επιτρέπει την υπέρβαση της θνητότητάς μας και που μας συνδέει με το απώτατο παρελθόν και το αδιευκρίνιστο μέλλον (Anderson 1983). Από την άλλη όμως οι άνθρωποι έχουν βαθείς δεσμούς με την ιδιαίτερη κουλτούρα τους και το κράτος πρέπει να βρει τρόπο να χωρέσει αυτή τη διαφορετικότητα. Με έναν παράδοξο τρόπο λέει ο Parekh (2000), όσο πιο ανομοιογενής μια κοινωνία τόσο μεγαλύτερη η ανάγκη για συνοχή ώστε η κοινωνία να μπορεί να περιέχει τη διαφορετικότητα. Ο σεβασμός της κουλτούρας και η αποδοχή του «άλλου» γεννούν εμπιστοσύνη και κοινωνική αναγνώριση και συμβάλλουν στην εδραίωση της ταυτότητας –όλες διεργασίες απαραίτητες για διαπολιτισμική συναλλαγή. Οι κοινωνικοί ψυχολόγοι έχουν δείξει ότι η ταύτιση με την ομάδα είναι μια πολυδιάστατη έννοια και ότι η διαραγμάτευση των εθνικών, εθνοτικών και θρησκευτικών ταυτοτήτων είναι εφικτή έτσι ώστε να μη θεωρείται ότι είναι de facto ανταγωνιστικές (Chryssochou και συνεργάτες 2011).

Αιτήματα εκ μέρους των μειονοτήτων και εθνικές πολιτικές ένταξης

Είδη αιτημάτων

Η διαχείριση της πολιτισμικής ποικιλομορφίας είναι νόμισμα με δύο όψεις. Η πρώτη αφορά τις επιδιώξεις του επίσημου κράτους και η δεύτερη τις προσδοκίες, τους στόχους και τα αιτήματα των ίδιων των μειονοτικών ομάδων. Ένα συνηθισμένο λάθος είναι να υποθέτουμε ότι όλες οι μειονοτικές ομάδες έχουν κοινούς στόχους. Είναι άλλη η συνθήκη όταν οι μειονοτικές ομάδες επιδιώκουν την αποδοχή της κυρίαρχης ομάδας και τη μεγαλύτερη δυνατή κοινωνική ένταξη, και άλλη όταν το αίτημα της μειονοτικής ομάδας είναι η διατήρηση της ιδιαίτερης πολιτισμικής ταυτότητας δια μέσου των γενεών. Υπάρχει

μεγάλη διαφορά αν τα αιτήματα είναι κοινωνικο-οικονομικά και αναδιανεμητικά από το αν επικεντρώνονται στην αναγνώριση και διατήρηση των ιδιαίτερων πολιτισμικών χαρακτηριστικών.

Οι διαφορετικές αυτές επιδιώξεις και αιτήματα φέρνουν τα φιλελεύθερα κράτη αντιμέτωπα με διαφορετικά προβλήματα που καλούνται να διαχειριστούν. Σε όλα τα γεωγραφικά μήκη και πλάτη, από την Ελλάδα, το Βέλγιο ή την Ισπανία, έως τη Σρι Λάνκα και την Ωκεανία (για να δώσω μόνο μερικά παραδείγματα) οι μειονότητες αντιπαρατίθενται στο κράτος (αλλού με τρόπο ειρηνικό και αλλού με τη βία) για θέματα όπως είναι η πολιτική εκπροσώπηση, τα γλωσσικά δικαιώματα, η θρησκευτική ελευθερία, η αυτοδιοίκηση, ο έλεγχος των πόρων και η εσωτερική μετανάστευση.

Ακόμη και όταν οι μειονοτικές ομάδες επιδιώκουν τη μεγαλύτερη κοινωνική ένταξη στη χώρα όπου ζουν ή της οποίας έχουν την ιθαγένεια –όπως είναι, για παράδειγμα, στην Ελλάδα η περίπτωση μεταναστών από την Αλβανία ή από άλλες πρώην σοβιετικές χώρες– κατά κανόνα δεν έχουν ούτε την ισχύ ούτε τα μέσα να προωθήσουν τους στόχους τους. Οι περισσότερες παραμένουν περιχαρακωμένες βιώνοντας πολιτικό, οικονομικό και πολιτισμικό έλλειμμα αντιμετωπίζοντας δύο βασικά εμπόδια. Το ένα οφείλεται στην απροθυμία της κυρίαρχης ομάδας να αλλάξει τα δεδομένα, ώστε να επιτρέψει εκδοχές της πολιτισμικής διαφοράς. Το δεύτερο, και ουσιαστικότερο εμπόδιο, είναι η ρητή ή άρρητη αίσθηση πολιτισμικής υπεροχής της κυρίαρχης ομάδας που οδηγεί σε διακρίσεις και ρατσιστικές πρακτικές, ορθώνοντας τείχη τα οποία, στην καλύτερη περίπτωση, απλώς αποκλείουν τις μειονοτικές ομάδες. Έτσι κατασκευάζεται ένας φαύλος κύκλος: όσο οι μειονότητες αισθάνονται απειλημένες και αποκλεισμένες τόσο γίνονται αμυντικές, εσωστρεφείς και τόσο περιχαράκωνονται. Παράλληλα, όσο η κυρίαρχη ομάδα αισθάνεται ότι ένα 'ξένο σώμα' απειλεί την ασφάλεια που της υπόσχεται η ομοιογένεια, τόσο γίνεται πιο δυσανεκτική και φοβική και τόσο κλείνει την πόρτα στη μειονότητα, επιστρατεύοντας αφομοιωτικές στρατηγικές που προσφέρουν την ψευδαίσθηση της χαμένης ασφάλειας. Η άλλη πλευρά του νομίσματος αφορά τις επιδιώξεις και τις στρατηγικές που υιοθετεί η ίδια η πολιτεία.

Κρατικές πολιτικές ένταξης

Το φιλελεύθερο-κοινοτιστικό δίπολο

Με όρους πολιτικής θεωρίας, η συζήτηση στον δυτικό κόσμο σχετικά με τη διαχείριση της εθνοπολιτισμικής ετερότητας και τα δικαιώματα των μειονοτήτων περιστράφηκε γύρω από το φιλελεύθερο-κοινοτιστικό δίπολο. Στο φιλεύθερο μοντέλο το οποίο, στον χώρο της φιλοσοφίας του δικαίου, ταυτίζεται με τον Rawls ή τον Dworkin, προτεραιότητα έχουν οι έννοιες της ισότητας όλων απέναντι στον νόμο, της επιλογής και της αυτονομίας του υποκειμένου. Μολονότι ο πλουραλισμός αποτελεί αναγνωρισμένη πραγματικότητα, η κοινωνία νοείται ως μία και μοναδική, πλήρης και αρραγής κουλτούρα, που αποτελείται από άτομα τα οποία ανήκουν στην ίδια πολιτισμική κοινότητα.

Ο φιλελευθερισμός του Rawls (1971) και του Dworkin (1977) αδιαφορεί για τις εθνικές ταυτότητες στη δημόσια σφαίρα. Η πολιτισμική, εθνική, θρησκευτική ή φυλετική ταυτότητα αποτελούν ιδιωτική υπόθεση. Ο ρόλος του κράτους είναι η διασφάλιση της ισότητας μεταξύ των μελών μιας κοινωνίας, με τα ίδια δικαιώματα και τις ίδιες υποχρεώσεις, έτσι ώστε να μην υποφέρουν από την τυραννία της πλειονότητας. Ωστόσο, αυτή η εκδοχή παραγνωρίζει θέματα εξουσίας, κυριαρχίας και ιστορικής καταπίεσης της πολιτικής και προσωπικής ζωής των μειονοτήτων, καθώς και την ύπαρξη ή όχι πραγματικών ευκαιριών συμμετοχής και ουσιαστικών επιλογών. Πώς μπορεί, λοιπόν, να διασφαλιστεί ότι οι μειονότητες δεν θα υποστούν την τυραννία της πλειονότητας; Εκτός βέβαια εάν η κοινωνική δικαιοσύνη είναι αποτέλεσμα δημοκρατικού διαλόγου ανάμεσα σε μειονότητα και πλειονότητα, ενός διαλόγου όπου η μειονότητα θα μπορεί να μιλήσει με τη δική της φωνή και θα μπορεί να ακουστεί. Όμως, εφόσον κάθε κυρίαρχη ομάδα τείνει να εφαρμόζει αρχές του δικαίου που νομιμοποιούν την κυριαρχία της, είναι εξαιρετικά δύσκολο να διασφαλιστεί ότι οι περιθωριοποιημένοι θα έχουν φωνή. Το ζήτημα με τον Rawls είναι ότι θεωρεί δεδομένο πως όλοι, άνδρες και γυναίκες, κυρίαρχοι ή μη, εμφορούνται από φιλελεύθερες αρχές δικαίου.

Το κοινοτιστικό μοντέλο, με κατεξοχήν εκπρόσωπο τον Charles Taylor (1994), από την άλλη μεριά, έχει υποστηρίξει ότι η αυτονομία του υποκειμένου την οποία προτάσσει ο φιλελευθερισμός δεν μπορεί να επιτευχθεί ανεξάρτητα από την κοινωνικοποίησή του εντός της ιστορικά προσδιορισμένης κουλτούρας και κοινότητάς του. Ο Taylor μιλά για 'βαθιές διαφορές' και υποστηρίζει ότι οι πολιτισμικές ομάδες στα πολυπολιτισμικά έθνη-κράτη δεν είναι μόνο διαφορετικές, αλλά έχουν και διαφορετικούς τρόπους να προσεγγίζουν την ετερογένεια. Η έλλειψη αναγνώρισης της ιδιαίτερης πολιτισμικής ταυτότητας του 'άλλου', κατά τον Taylor, μπορεί να καταφέρει μεγάλο πλήγμα, επιβαρύνοντας τα θύματα με μια τεράστια αίσθηση προσωπικής απαξίωσης και παραλυτικού μίσους στραμμένου προς τον εαυτό (1991: 26). Η αναγνώριση της ιδιαίτερης πολιτισμικής ταυτότητας για τον Taylor νοείται ότι επιτελείται απαραίτητως στη δημόσια σφαίρα. Οι μειονότητες δικαιούνται να έχουν τον έλεγχο των πολιτισμικών και γλωσσικών δικαιωμάτων που τις αφορούν άμεσα. Προσφέρονται στοχευμένα προγράμματα, που απαντούν στις ειδικές ανάγκες και διεκδικήσεις τους. Προστατεύεται η πολιτική τους εκπροσώπηση και η αυτοδιοίκηση. Είναι η θέσμιση συλλογικών δικαιωμάτων που προσφέρει εκέγγυα απέναντι στην καταπίεση της πλειονότητας.

Θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι και τα δύο μοντέλα προωθούν μια ματιά που κοιτάζει από 'έξω προς τα μέσα'. Σε μεγάλο βαθμό, είναι οι κυρίαρχοι που αποφασίζουν και εκχωρούν δικαιώματα με έναν λίγο-πολύ στατικό τρόπο. Η φιλελεύθερη εκδοχή των καθολικών δικαιωμάτων αποτελεί χωρίς αμφιβολία μεγάλη κατάκτηση της δυτικής κοινωνίας, αλλά μπορεί να αδικήσει τις μειονοτικές ομάδες, διότι δεν θεραπεύει τις θεσμικές μεροληψίες σε δήθεν ουδέτερα πλαίσια (σαν να υπήρχαν, τάχα, ουδέτερα πλαίσια) και δεν αντιμετωπίζει τις δομικές ανισότητες που οδηγούν στον αποκλεισμό, τις αδικίες και τα κοινωνικά εμπόδια, που οι καταπιεσμένοι δύσκολα μπορούν να ξεπεράσουν, ακόμη και αν είναι ίσοι ενώπιον του νόμου. Απλώς, κάνει τις κοινωνικές αδικίες αόρατες. Θα μπορούσαμε να θυμηθούμε τη ρήση του Αριστοτέλη «ύψιστη αδικία είναι να αντιμετωπίζεις άνισους με όμοιο τρόπο».

Η κοινοτιστική εκδοχή, από την άλλη μεριά, μπορεί μεν να προστατεύει τα συλλογικά δικαιώματα μιας μειονότητας, αλλά κινδυνεύει να οδηγήσει σε φαινόμενα γκετοποίησης, να παγιοποιήσει άκαμπτα όρια μεταξύ μειονοτήτων και πλειονοτήτων, να παραγνωρίσει τις δομικές παραμέτρους του αποκλεισμού και να αντιπαρέλθει την άνιση νομή εξουσίας μέσα στις ίδιες τις μειονότητες. Το αποτέλεσμα εύκολα καταλήγει σε περιθωριοποίηση στο όνομα της διαφοράς.

Πολιτικές ταυτοτήτων

Προσεγγίζοντας την πολυπολιτισμικότητα μέσα από την πολιτική ταυτοτήτων είναι ένας τρόπος απεγκλωβισμού από το φιλελεύθερο-κοινοτιστικό δίπολο (Hall 1992). Από τη στιγμή που δεχόμαστε ότι οι πολιτισμικές ταυτότητες αποτελούν κοινωνική κατασκευή, η γένεση, το περιεχόμενο και η μορφή τους είναι διαπραγματεύσιμες, και αντικατοπτρίζουν τις δημιουργικές επιλογές των ατόμων και των ομάδων, καθώς αυτοπροσδιορίζονται και προσδιορίζουν τους άλλους. Συναρθρώνονται με άλλες κοινωνικές δυνάμεις σε πολλαπλά επίπεδα, είναι δυναμικές και ρευστές, πλάθονται και αναπλάθονται στα πλαίσια της κοινωνικής συναλλαγής. Η πρόκληση, κατά τον Homi Bhabha (2001), δεν είναι η ενασχόληση με 'εκείνους' ή με 'εμάς', αλλά με τις θέσεις που καταλαμβάνουν οι μειονότητες στον εθνικό χώρο και χρόνο –θέσεις που χαρακτηρίζονται από αμφιθυμία και δυσαρμονία. Ο Bhabha μιλάει για κουλτούρες που βρίσκονται σε έναν 'ένδιάμεσο χώρο', για υβριδικές στρατηγικές ή διαλεκτικές πρακτικές που σηματοδοτούν έναν χώρο διαπραγμάτευσης, όπου η εξουσία είναι μεν άνιση, αλλά μπορεί να ερμηνευτεί μέσα από πολλαπλές αναγνώσεις. Τα υβριδικά δρώντα υποκείμενα βρίσκουν τη φωνή τους σε μια διαλεκτική στην οποία δεν επιδιώκεται πολιτισμική κυριαρχία. Αξιοποιώντας τη μερική κουλτούρα από την οποία προέρχονται, αναδύονται εκδοχές κοινότητας και ιστορικής μνήμης που δίνουν μορφή στις μειονοτικές ταυτότητες: το 'έξω του μέσα', το 'μέρος του όλου'.

Η συνεχής διαπραγμάτευση και αναδιαπραγμάτευση που ευαγγελίζεται ο Bhabha προϋποθέτει ότι, για τη διευθέτηση της σύγκρουσης, εγκαταλείπεται η ιεραρχική και κάθετη ανάγνωση αναπαράστασης και πρακτικής της εξουσίας, τόσο μέσα στις ίδιες τις

μειονότητες, όσο και μεταξύ της κυρίαρχης κουλτούρας και των μειονοτήτων. Δίνεται έμφαση στις διαλεκτικές πρακτικές ανάμεσα στις διαφορετικές κουλτούρες, και το ζητούμενο είναι η μεταξύ τους συνεργασία και διαμόρφωση κοινών στόχων. Οι πολυπολιτισμικές πολιτικές, που διαχωρίζουν τη μειονότητα από τους υπολοίπους, ούτε δίκαιες είναι, ούτε ισορροπία επιτυγχάνουν. Η λήψη αποφάσεων εδράζεται στο ιδεώδες της ίσης συμμετοχής σε κοινούς θεσμούς. Για να γίνει αυτό, ο άλλος πρέπει πρωτίστως να αποκτήσει λόγο και να ακούσει τον λόγο των άλλων με στόχο την επίτευξη διαλεκτικών πρακτικών. Και διαλεκτικές πρακτικές, βέβαια, σημαίνει εγκατάσταση εμπιστοσύνης και ρητή δέσμευση όλων των πλευρών να αποδεχτούν δημόσια συζήτηση και συγκεκριμένες δημοκρατικές διαδικασίες, καθώς και την επιθυμία να επιτευχθούν συμβιβασμοί και συναινέσεις. Η διεργασία έχει σχεδόν την ίδια αξία με το αποτέλεσμα.

Διλήμματα της δημόσιας εκπαίδευσης

Πολιτισμικές διαφορές δεν νοούνται εκτός ιστορικού πλαισίου και κοινά αποδεκτού νοήματος. Η εκπαίδευση είναι ο κατ' εξοχήν μηχανισμός εδραίωσης και αναπαραγωγής των ιστορικά προσδιορισμένων νοημάτων και υπάρχει διάσταση ανάμεσα σε αυτό που διδάσκει το σχολείο και την κουλτούρα διαφόρων πολιτισμικών ομάδων σε μια χώρα. Αναπόφευκτα λοιπόν η διαπολιτισμική εκπαίδευση είναι ένα έντονα πολιτικό πεδίο τόσο για τους γηγενείς όσο και τους μετανάστες, τόσο για τις μειονότητες όσο και τις πλειονότητες.

Φιλελευθερισμός στην εκπαίδευση

Η εκπαίδευση είναι ένα προνομιακό πεδίο διαμάχης σε θέματα όπως η εθνότητα και τα δικαιώματα των μειονοτήτων. Ο φιλελευθερισμός έχει επηρεάσει βαθιά τον τρόπο με τον οποίο οι κοινωνίες βλέπουν τη δημόσια εκπαίδευση. Ο Rawls (1971) επιχειρηματολογεί υπέρ μιας φιλελεύθερης εκπαίδευσης η οποία θα προσφέρει exéγγυα στους λιγότερο ευνοημένους μαθητές. Οι φιλελεύθεροι υποστηρίζουν ότι το κράτος πρέπει, τουλάχιστον, να διατηρεί ρυθμιστικό έλεγχο της εκπαιδευτικής πολιτικής. Το εκπαιδευτικό σύστημα εξασφαλίζει

εθνική ενότητα μέσα από τις αρχές της υποχρεωτικής, δωρεάν, εκκοσμηκευμένης εκπαίδευσης. Αυτό είναι, για παράδειγμα, το σχολείο που προωθεί το Γαλλικό εκπαιδευτικό σύστημα με στόχο την αφομοίωση γενεών μεταναστών.

Η εκπαίδευση ως προετοιμασία για αυτονομία απαντά στο φιλελεύθερο πολιτικό πρόταγμα. Το αυτόνομο άτομο είναι αυτό που μπορεί να αποκτήσει επαρκείς αποστάσεις από τη γονική οικογένεια και από τις αξίες της κοινότητάς του και μπορεί συνειδητά να σχεδιάσει τη δική του ζωή επιλέγοντας έναν δικό του αξιακό κώδικα. Για να προετοιμάσει ένα παιδί για μια αυτόνομη ζωή το σχολείο ωφείλει να του προσφέρει γνώση και αξίες. Ωστόσο εκπαιδεύοντας στην αυτονομία χρειάζεται το παιδί να εκπαιδευτεί και στην τέχνη του σχετίζεσθαι και όχι μόνο στο σεβασμό της αυτονομίας του άλλου, όπως προτείνει ο φιλελευθερισμός, (Appiah, 2003). Η επίκληση της καλλιέργειας της αυτονομίας και η απόρριψη των προκλήσεων που ενυπάρχουν στη πολιτισμική ποικιλότητα, φαντάζει αντιφατική στα μάτια όσων επικρίνουν τη φιλελεύθερη εκπαίδευση (Burt, 2003).

Για πολλούς φιλελεύθερους το δημόσιο σχολείο είναι το καλύτερο πλαίσιο για μια κοινή εκπαίδευση για όλους που θα βασίζεται σε φιλελεύθερα δημοκρατικά φιλοσοφικά και δημοκρατικά ιδεώδη και στην ισορροπία ανάμεσα στην ενοποίηση και τη διαφοροποίηση (McLaughlin 2003). Ωστόσο για τους πιο ριζοσπαστικούς φιλελεύθερους κάθε παρέκκλιση προς την πολιτισμική διαφορά αποτελεί απειλή στην εθνική συνοχή. Η δημόσια εκπαίδευση οφείλει να αδιαφορήσει για την ιδιαίτερη κουλτούρα κάθε πολιτισμικής ομάδας που αντιπροσωπεύεται στο σχολείο (Schlesinger 1998, Kukathas 1992).

Κοινοτισμός στην εκπαίδευση

Στην άλλη άκρη βρίσκονται αυτοί που υποστηρίζουν ότι το δικαίωμα στην ιδιαίτερα κουλτούρα νομιμοποιεί το δικαίωμα σε κρατικά επιχορηγούμενη ξεχωριστή εκπαίδευση. Για παράδειγμα, οι Margalit και Halbertal (1994) θεωρούν ότι οι μειονοτικές ομάδες, όπως οι Ορθόδοξοι Εβραίοι και Ισραηλινοί-Άραβες μέσα στο Ισραήλ δεν μπορούν να διατηρήσουν τα στοιχεία της ιδιαίτερης ταυτότητάς τους

αν δεν εξασφαλίσουν ξεχωριστά σχολεία και ένα αναλυτικό πρόγραμμα που θα ελέγχεται αποκλειστικά από την κοινότητα του καθενός. Αν και δεν αρνούνται το δικαίωμα κάποιος να γυρίσει την πλάτη του στην ιδιαίτερη κουλτούρα του είναι δύσκολο να φανταστεί κανείς πώς θα το κάνει από τη στιγμή που δεν έχει ποτέ μάθει να θέτουν υπό αμφισβήτηση τις αξίες και τις πρακτικές της κοινότητάς του (Reich 2003).

Αλλά ακόμη και ο Kymlicka υποστηρίζει το δικαίωμα σε χωριστή εκπαίδευση των εδαφικών μειονοτήτων –μέσα βέβαια από μια πιο εκλεπτυσμένη ματιά απ’ ό,τι οι προηγούμενοι. Υποστηρίζει το δικαίωμα τουλάχιστον κάποιων πολιτισμικών ομάδων να ελέγχουν τις εκπαιδευτικές εμπειρίες των παιδιών τους ή να εξαιρούνται από συγκεκριμένες εκπαιδευτικές υποχρεώσεις που ισχύουν για τους υπόλοιπους. Ο Kymlicka (1995) συναρτά την ελευθερία με την κουλτούρα. Η ασφαλής συμμετοχή σε μια πλούσια και σταθερή κουλτούρα είναι προϋπόθεση για την ελεύθερη επιλογή και την ανάπτυξη του υποκειμένου. Ακολουθώντας το φιλελεύθερο εκπαιδευτικό πρόταγμα υιοθετεί την έννοια της αυτονομίας και ισχυρίζεται ότι η συμμετοχή στην κουλτούρα είναι προϋπόθεση για αυτόνομη λήψη αποφάσεων. Η κριτική ωστόσο απέναντι στη θέση του Kymlicka είναι κατά πόσο μια ξεχωριστή εκπαίδευση προσφέρει τις αναγκαίες εκπαιδευτικές εμπειρίες ώστε να αναπτυχθεί αυτονομία και η δυνατότητα να διαχωρίσει κάποιος τη μοίρα του από αυτή της πολιτισμικής του ομάδας (Reich 2003).

Έχει πολλές φορές υποστηριχθεί ότι η εκπαίδευση η τυφλή στην πολιτισμική διαφορά ευνοεί τις κυρίαρχες ομάδες και αδικεί τις μειονότητες και τις μεταναστευτικές ομάδες. Ωστόσο η εμμονή στη διατήρηση της ταυτότητας, όπως συχνά συμβαίνει με τις εθνοτικές μειονότητες που αντιστέκονται στην κοινωνική ένταξη μπορεί να έχει εξίσου φτωχά εκπαιδευτικά αποτελέσματα. Ο Wagner (1991) αναφέρεται σε δύο ειδών μαζική αγραμμοτοσύνη των μη προνομιούχων μειονοτικών ομάδων: «την αγραμμοτοσύνη-προϊόν-καταπίεσης» και την «αγραμμοτοσύνη-προϊόν-αντίστασης». Και τα δύο είδη πηγάζουν από έλλειψη πρόσβασης σε εκπαίδευση στοιχειώδους ποιότητας. Η «αγραμμοτοσύνη-αποτέλεσμα-καταπίεσης» επιβάλλεται από την κυρίαρχη ομάδα με τους μηχανισμούς αφομοίωσης που

υιοθετεί το δημόσιο σχολείο και το σύνολο της κοινωνίας. Μηχανισμοί που διαβρώνουν σιγά-σιγά την ταυτότητα και καλλιεργούν αντιστάσεις στις μη προνομιούχες, μειονοτικές ομάδες. Έτσι η «αγραμματοσύνη-προϊόν-αντίστασης» προκύπτει από την ανάγκη προάσπισης της γλώσσας και της κουλτούρας των μειονοτήτων και από το φόβο αφομοίωσης. Με αυτόν τον τρόπο όμως οι μειονότητες στρέφονται εναντίον του ίδιου τους του εαυτού, απορρίπτοντας το είδος της εκπαίδευσης που προτείνει η κυρίαρχη πλειονότητα. Στο τέλος, λέει ο Wagner, η μειονοτική ομάδα προτιμάει να παραμείνει αναλφάβητη και αγράμματη από το να χάσει τη γλώσσα της και την κουλτούρα της.

Διαστάσεις και πρακτικές της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης

Επιστρέφοντας στο αρχικό επιχείρημα το σχετικό με την κριτική απέναντι στο λόγο που παράγει η Ευρωπαϊκή Ένωση και στο πώς αντανakλάται σε εκπαιδευτικές πολιτικές, υπάρχει μια συστηματική κριτική ότι διατρέχεται από έναν άμεσο ή έμμεσο ευρωκεντρισμό που αδιαφορεί για τη συμβολή των μη Ευρωπαϊκών πολιτισμών. Υπογραμμίζεται ότι «στις πολιτισμικές και εκπαιδευτικές πολιτικές δεν συζητείται πουθενά πώς εναρμονίζεται η εθνοπολιτισμική αναπαράσταση της Ευρώπης με τη συνθήκη των μειονοτήτων και των μεταναστών» (Hansen, 2000:103).

Η πολυπολιτισμική εκπαιδευτική συνθήκη δεν είναι προφανώς παντού στον κόσμο η ίδια. Προέκυψε από τη συγκεκριμένη μεταναστευτική συνθήκη και από το ιδιαίτερο ιστορικό, οικονομικό και πολιτισμικό πλαίσιο. Κατ' επέκταση και οι πολιτικές που υιοθετήθηκαν δεν είναι οι ίδιες. Ωστόσο μπορεί κανείς να αναγνωρίσει κοινές πορείες από ένα μονοπολιτισμικό/αφομοιωτικό πρότυπο σε ένα πολυπολιτισμικό. Η σχολική αποτυχία των παιδιών των μεταναστών και των μειονοτήτων αποδόθηκε στην αρχή στο μειονοτικό τους καθεστώς ενώ το γεγονός ότι προέρχονταν από τα χαμηλότερα κοινωνικά στρώματα αγνοήθηκε, αποσιωπώντας την επίδραση της κοινωνικής τάξης στη σχολική επίδοση. Τα σχολεία κατά κανόνα πήραν πρωτοβουλίες που αναδείκνυαν την πολιτισμική διαφορά με έναν επιφανειακό τρόπο που στην ουσία παρέμενε προσδεμένος στην αφομοιωτική λογική και επηρέαζε λίγο τις ζωές των

περιθωριοποιημένων παιδιών και των οικογενειών τους (Dragonas και συνεργ. 1996).

Σήμερα φαίνεται να υπάρχει συμφωνία για τους στόχους της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης και για τις πολιτικές και θεσμικές αλλαγές που είναι αναγκαίες. Ωστόσο παρά τη συμφωνία υπάρχει ένα τεράστιο κενό ανάμεσα στη θεωρία και την πράξη. Ο Banks (1995) κωδικοποιεί τη διαπολιτισμική εκπαίδευση σε πένε άξονες: (α) Διαθεματική προσέγγιση και αλλαγές στο αναλυτικό πρόγραμμα στα μαθήματα της ιστορίας, λογοτεχνίας, θρησκευτικών, γλώσσας και άλλων και υιοθέτηση μιας παιδαγωγικής που θα καλλιεργεί διαπολιτισμικές δεξιότητες. (β) Κατασκευή μιας διεργασίας της γνώσης που θα αντικατοπτρίζει τις κοινωνικές και πολιτισμικές θέσεις εξουσίας που καταλαμβάνουν οι άνθρωποι μέσα στο κοινωνικό γίνεσθαι και την επακόλουθη ανάγκη οι μαθητές να αναπτύξουν ικανότητες όπως διανοητική περιέργεια, αναστοχασμό και κριτική σκέψη. (γ) Καταπολέμηση των προκαταλήψεων και καλλιέργεια δημοκρατικών στάσεων, αξιών και συμπεριφορών μέσα από παιδαγωγικές στρατηγικές όπως είναι, για παράδειγμα, η συνεργατική μάθηση. (δ) Δικαιωματική παιδαγωγική με την έννοια της ανάπτυξης διδακτικών τεχνικών και στρατηγικών που θα βελτιώσουν τη σχολική επίδοση των μαθητών που βρίσκονται σε μειονεκτική θέση. (ε) Σχολική κουτούρα και κοινωνική δομή που στοχεύει στην ενδυνάμωση και ακολουθεί μια συστημική λογική ώστε να επιτευχθούν νοσηματοδοτημένες αλλαγές στην εκπαίδευση.

Στο ίδιο πνεύμα, ο Cummins (1996, 2004) μιλάει για διαπραγμάτευση ταυτοτήτων και για την ανάγκη ενδυνάμωσης εκπαιδευτικών και μαθητών μέσα από εκπαιδευτικές πρακτικές, αλλαγές στην κοινωνική σφαίρα και μια στροφή από τα άτομα στις μεταξύ τους σχέσεις. Έχει πολύ πειστικά δείξει ότι η συναλλαγή μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών από διαφορετικά πολιτισμικά περιβάλλοντα δεν είναι ποτέ ουδέτερες και άμοιρες των κοινωνικών σχέσεων εξουσίας. Ιστορικά, οι μαθητές υποβαθμισμένων κοινωνικών στρωμάτων αδικούνται εκπαιδευτικά με τον ίδιο τρόπο που αδικείται η κοινωνική ομάδα από την οποία προέρχονται. Οι μαθητές αντιδρούν στη διάκριση την οποία υφίστανται με διαφορετικούς τρόπους που

κυμαίνονται από την εσωτερίκευση μιας αμφιθυμίας και ανασφάλειας σχετικής με την ταυτότητά τους ως την απόρριψη και την ενεργητική αντίσταση των αξιών της κυρίαρχης ομάδας. Όποια αντίδραση και αν υιοθετηθεί το αποτέλεσμα είναι η αποξένωση από το σχολείο και η απόσυρση από κάθε προσπάθεια στο ακαδημαϊκό πεδίο. Σε αυτό το σημείο αξίζει να επιστρέψουμε από όπου αρχίσαμε, δηλαδή στη ζωγραφιά του μικρού αγοριού από την Αλβανία που αποκαλύπτει την απόγνωση του για την ξένη χώρα στην οποία βρίσκεται.³

Όπως και με τις πολιτικές ένταξης που συζητήθηκαν νωρίτερα έτσι και στην εκπαίδευση η διαπραγμάτευση της ταυτότητας εδράζεται στο ιδεώδες της ίσης συμμετοχής σε κοινούς θεσμούς. Όταν τα μέλη των μειονοτικών ομάδων ασκούν τα δικαιώματά της δεν πρέπει να διαχωρίζονται από την πλειονότητα αλλά αντίθετα να συμμετέχουν ενεργητικά στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Οι πολυπολιτισμικές πρακτικές που διαχωρίζουν τη μειονότητα από την πλειονότητα ούτε δίκαιες είναι ούτε επιτυγχάνουν την απαιτούμενη ισορροπία.

Ο Cummins (2004) εισηγείται έναν μετασχηματιστικό προσανατολισμό που απαραίτητως περιλαμβάνει ποιοτική εκπαίδευση και σχολική επιτυχία, έτσι όπως αξιολογείται από συμβατικές μεθόδους. Η διδακτική προσέγγιση που προωθεί προϋποθέτει ότι οι μαθητές διαβάζουν με επάρκεια, γράφουν και συζητούν κριτικά –όλοι δείκτες σχολικής επιτυχίας. Υποστηρίζει ένθερμα ότι οι υποβαθμισμένοι μαθητές μετέχουν ενεργητικά στη μαθησιακή διαδικασία μόνο όταν οι ταυτότητές τους γίνονται αποδεκτές.

Πολιτισμική ποικιλομορφία στην Ελλάδα

Σε αντίθεση με άλλες ευρωπαϊκές χώρες που χρειάστηκε να χειριστούν την αποαποικιοποίηση ή τη μετανάστευση, η σύγχρονη Ελλάδα υπήρξε πληθυσμιακά σχετικά ομοιογενής. Οι

³ Ο Cummins (2004:51) υπογραμμίζει τη συστηματική υποτίμηση της ταυτότητας που βιώνουν οι μειονοτικοί μαθητές, παντού στον κόσμο, αποτυπώνοντας τις καταναγκαστικές σχέσεις εξουσίας στην ευρύτερη κοινωνία. Αναφέρεται σε έναν Φινλανδό μαθητή και περιγράφει την 'εσωτερική αυτοκτονία' στην οποία προέβη ως αποτέλεσμα της απόρριψης της φινλανδικής του ταυτότητας στο σουηδικό σχολείο – μια συνθήκη που του 'κατέτρωγε τα σωθικά'.

ελληνοτουρκικές και ελληνοβουλγαρικές ανταλλαγές πληθυσμών, η εξολόθρευση σχεδόν του συνόλου των Εβραίων από τους Ναζί, ο διωγμός και η απέλαση των Τσάμηδων και των Σλαβομακεδόνων, επέτρεψαν στους Έλληνες έως τις αρχές του 1990 να πιστεύουν ότι η ελληνική κοινωνία είναι μονοπολιτισμική.

Η μόνη αναγνωρισμένη μειονότητα στην Ελλάδα είναι η μουσουλμανική μειονότητα στη Θράκη όπως ορίστηκε το 1923 από τη Συνθήκη της Λωζάνης. Η Συνθήκη εκχωρεί στη μειονότητα εκπαιδευτικά, πολιτισμικά και θρησκευτικά δικαιώματα όπως τη δυνατότητα να διατηρεί σχολεία όπου διδάσκεται η τουρκική γλώσσα και να προστρέχει στη Σαρία για θέματα οικογενειακού δικαίου.

Η ταχύτατη εισροή μεταναστών τις δύο τελευταίες δεκαετίες έθεσε και συνεχίζει να θέτει σε μεγάλη δοκιμασία τη φαντασίωση ενός καθαρού, αδιαφοροποίητου, μέσα στους αιώνες, εθνικού κορμού και ενώ η Ελλάδα εκ των πραγμάτων μετατράπηκε σε πολυεθνική, αρνείται να προσλάβει τον εαυτό της ως πολυπολιτισμική πασχίζοντας στο εθνικό φαντασιακό να μείνει μονοπολιτισμική. Η βαθιά οικονομική και πολιτική κρίση τροφοδότησε έναν ρατσιστικό και εθνικιστικό λόγο και πρακτικές που φουντώνουν όσο τα κοινωνικά προβλήματα και ο αποκλεισμός αυξάνουν και όσο η εθνική ταυτότητα βιώνεται απειλημένη.⁴ Ο εθνικιστικός παροξυσμός αποτελεί τον νέο πολιτισμικό ρατσισμό, τον κυρίαρχο ρατσισμό της σύγχρονης κοινωνίας, όπου ο «άλλος» δεν αναπαρίσταται ως κατώτερος αλλά ως ριζικά διαφορετικός, ανεπιθύμητος, εισβολέας που θα πρέπει ή να κρατηθεί σε απόσταση ή να αποβληθεί. Ο Wieworka (1992) περιγράφει πολύ εύγλωττα αυτήν τη μετάλλαξη του ρατσισμού.

Σε αντίθεση με την τρέχουσα συζήτηση στις ευρωπαϊκές χώρες του Βορρά, ο κυρίαρχος δημόσιος λόγος είναι εξαιρετικά λαϊκιστικός και πολύ μακριά από μια θεωρητική θεμελίωση για τις διάφορες εκδοχές πολιτικών ένταξης. Με την εξαίρεση συζητήσεων στα πλαίσια της

⁴ Δεν πρόκειται για αποκλειστικό ελληνικό φαινόμενο. Η μετα-αποικιακή, πολυφυλετική και πολυεθνική Ευρώπη αποτελεί πρόκληση για όλες τις χώρες που θεωρούσαν τον εαυτό τους ομοιογενείς. Ο ρατσισμός, η μισαλλοδοξία, ο αντισημιτισμός και η ξενοφοβία έχουν κάνει την παρουσία τους αισθητή τόσο στο προσωπικό όσο και το συλλογικό και θεσμικό επίπεδο σε σχεδόν κάθε χώρα της Ευρώπης (Ginsburg και Sondhi 2000).

ακαδημαϊκής κοινότητας υπάρχει μια καχεκτική αναγνώριση ως προς το ότι οι ταυτότητες δεν είναι μονολιθικές και στατικές.

Η θέση ότι η εθνική ταυτότητα αποκλείει την πολιτισμική ετερότητα διατρέχει όλα τα πολιτικά κόμματα και βέβαια αποτελεί το κεντρικό επιχείρημα της ακροδεξιάς που γνωρίσαμε σε *soft* εκδοχή το 2007 και που τη μετεξέλιξή της βιώνουμε επώδυνα στο πρόσωπο της Χρυσής Αυγής η οποία γνωρίζει μια αυξανόμενη δημοφιλία. Η Χρυσή Αυγή αντλεί από τον φόβο. Η Ελλάδα αποτελεί το σημείο εισόδου του 80% του συνόλου των μη καταγεγραμμένων μεταναστών προς την Ευρώπη. Το 2011 πέρασαν τα ελληνικά σύνορα 57.000 μετανάστες ενώ το 2010 είχαν περάσει 100.000. Η ελληνική πολιτεία δεν είχε καμμία ολοκληρωμένη στρατηγική αντιμετώπισης του φαινομένου και στη μέση μιας μεγάλης κρίσης βρίσκεται απροετοίμαστη. Αν και το «Η Ελλάδα ανήκει στους Έλληνες» είναι σύνθημα της ακροδεξιάς φαίνεται να αγγίζει τις καρδιές πολλών περισσότερων.

Μέχρι το 2010 που ψηφίστηκε ο νόμος για την απόκτηση της ελληνικής ιθαγένειας η Ελλάδα ακολούθησε κατά βάση το δίκαιο του αίματος (*jus sanguinis*). Με τον νέο νόμο απέκτησαν δικαίωμα ιθαγένειας μετανάστες δεύτερης γενιάς και μακρόχρονης διαμονής υπό προϋποθέσεις καθώς και το δικαίωμα ψήφου στις δημοτικές εκλογές. Στην ψήφισή του ο νόμος συνάντησε μεγάλη αντίσταση από τα κόμματα της ΝΔ και του ΛΑΟΣ και, παρά την υιοθέτησή του από τη Βουλή, στην εφαρμογή του η απόδοση ιθαγένειας υπήρξε πολύ περιορισμένη. Μέχρι που ο νόμος παραπέμφθηκε μετά από προσφυγή στο Συμβούλιο Επικρατείας (ΣτΕ). Η Ολομέλεια του Ανώτατου Ακυρωτικού Δικαστηρίου τον έκρινε αντισυνταγματικό υποστηρίζοντας αφενός ότι ο δικαίωμα του «εκλέγειν και εκλέγεσθαι» επιφυλάσσεται μόνο στους Έλληνες πολίτες και αφετέρου ότι η πολιτογράφηση που προβλέπει ο νόμος γίνεται με αμιγώς τυπικές προϋποθέσεις (όπως χρόνος νόμιμης διαμονής και φοίτησης σε ελληνικό σχολείο) χωρίς να υπάρχει εξατομικευμένη κρίση που θα αποδεικνύει το δεσμό του αλλοδαπού προς το ελληνικό έθνος.

Οι αντιδράσεις στην απόφαση του ΣτΕ ξεσήκωσε μεγάλες αντιδράσεις στα κεντροαριστερά κόμματα της αντιπολίτευσης και σε όλες τις οργανώσεις που προασπίζουν τα ανθρώπινα δικαιώματα. «Θέλουμε παιδιά μεταναστών με δελτίο ταυτότητας και ορατά, να νιώθουν

ασφάλεια και όχι φόβο. Ο φόβος είναι εκθρόνος της κοινωνικής συνοχής», τόνισε ο Δημήτρης Χριστόπουλος, αντιπρόεδρος της Ελληνικής Ένωσης για τα Δικαιώματα του Ανθρώπου.⁵ Η συζήτηση για την ιθαγένεια ήρθε σε μια εποχή οικονομικής κρίσης στην Ελλάδα και σε ένα ευρωπαϊκό περιβάλλον όπου υπερισχύουν πολιτικές αντίθετες της ένταξης που υποστήριζαν οι κυβερνήσεις σε περιόδους ανάπτυξης. Η 'προστασία' του ελληνικού έθνους από αλλοδαπούς που δεν έχουν 'δεσμό με το ελληνικό έθνος', αντί να στηρίζει, υπονομεύει την ήδη εύθραυστη ελληνική δημοκρατία. Εξάλλου μια βασική δημοκρατική αρχή είναι να έχουν λόγο για το πώς κυβερνάται η χώρα αυτοί που ζουν σ' αυτήν, είναι μέλη της κοινωνίας, εργάζονται, πηγαίνουν στο σχολείο και πληρώνουν φόρους, λέει ο Τρανταφυλλίδου.⁶

Εκπαιδευτικές επιλογές απέναντι στην πολιτισμική ποικιλομορφία στην Ελλάδα

Το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, εξαιρετικά συγκεντρωτικό και ομοιόμορφο, παραμένει εθνοκεντρικό και προσηλωμένο στην ανάπτυξη της εθνικής συνείδησης παρά στην καλλιέργεια της κριτικής σκέψης. Στην εθνική αφήγηση που αναπαράγει το σχολείο, το ελληνικό έθνος συστηματικά περιγράφεται ως μια φυσική, ενιαία, αιώνια και αμετάβλητη οντότητα και όχι ως ιστορικό προϊόν. Ερευνητικά δεδομένα αποκαλύπτουν ότι ο ευρωκεντρισμός είναι κυρίαρχος στην ελληνική κοινωνία, καλλιεργείται από το εκπαιδευτικό σύστημα και είναι αυτονόητα αποδεκτός από μεγάλο μέρος των διανοουμένων, των εκπαιδευτικών συμπεριλαμβανομένων (Φραγκουδάκη και Δραγώνα 1997). Σε ένα τέτοιο πλαίσιο η προβληματική της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης έκανε την εμφάνισή της αργοπορημένα στον εκπαιδευτικό και κοινωνικό λόγο.

⁵ <http://www.hlhr.gr/details.php?id=752>

⁶ A. Triandafyllidou, "Greece belongs to the Greeks" –but who are the Greeks that it belongs to? Nov. 22, 2012, <http://www.rscas.org/accept/blog/?p=182>

Η αναγνώριση της εθνοπολιτισμικής διαφοράς των μαθητών και η ανάγκη να κάνει κάτι το εκπαιδευτικό σύστημα για να την αντιμετωπίσει εμφανίζεται στα μέσα της δεκαετίας του '90. Η μεγάλη στροφή που επιτελείται με την πτώση του Τοίχους του Βερολίνου, ο ευρωπαϊκός προσανατολισμός της Ελλάδας και η πίεση των διεθνών οργανισμών για την προστασία των μειονοτήτων, συγκροτούν συνθήκες που προκαλούν το εκπαιδευτικό σύστημα. Η σύνθεση του μαθητικού πληθυσμού αλλάζει ταχύτατα με αποτέλεσμα σήμερα το 10% των μαθητών να έχουν διαφορετική εθνοπολιτισμική ταυτότητα από την κυρίαρχη. Παράλληλα αυξάνεται το ενδιαφέρον για την εκπαίδευση των παιδιών της μουσουλμανικής μειονότητας στη Θράκη. Το 1996 το Υπουργείο Παιδείας παίρνει νομοθετικά μέτρα ανάμεσα στα οποία προβλέπεται η ίδρυση 25 διαπολιτισμικών σχολείων σε όλη τη χώρα που θα μπορούσαν να εφαρμόζουν διαφοροποιημένο αναλυτικό πρόγραμμα, η λειτουργία τάξεων υποδοχής και στήριξης, η δυνατότητα να διδάσκεται η μητρική γλώσσα των μαθητών, η θέσπιση Ειδικής Γραμματείας Διαπολιτισμικής Εκπαίδευσης στο Υπουργείο Παιδείας και η λήψη ενός μέτρου θετικής διάκρισης για την εισαγωγή των παιδιών της μουσουλμανικής μειονότητας στην Γ/βάθμια Εκπαίδευση με ευνοϊκό εξεταστικό σύστημα.

Την ίδια περίοδο προκηρύχθηκαν τρία μεγάλα εκπαιδευτικά προγράμματα, με χρηματοδότηση του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου για την εκπαίδευση των παιδιών παλιννοστούντων και μεταναστών, των παιδιών Ρομά και των παιδιών μουσουλμανικής μειονότητας στη Θράκη. Ο στόχος και των τριών προγραμμάτων ήταν η μείωση της σχολικής διαρροής από την υποχρεωτική εννέαχρονη εκπαίδευση, η διαπολιτισμική προσέγγιση της εκπαίδευσης και η κοινωνική ένταξη μέσα από τον σεβασμό της διαφορετικότητας.

Έχουν από τότε περάσει 15 χρόνια και ο απολογισμός είναι μάλλον πτωχός. Τα διαπολιτισμικά σχολεία σε πολύ μεγάλο βαθμό απέτυχαν και μετατράπηκαν σε γκέτο σχολικής αποτυχίας των μεταναστών μαθητών, τα διαφοροποιημένα προγράμματα σπουδών ποτέ δεν εφαρμόστηκαν, η μητρική γλώσσα σχεδόν ποτέ δεν διδάχτηκε. Οι τάξεις υποδοχής και οι τάξεις στήριξης είτε παρέμειναν παράλληλες δομές, ξέχωρες από το υπόλοιπο σχολείο και περιθωριοποιημένες,

είτε εξέπεσαν τελείως. Επιπλέον ο αριθμός των εθνοπολιτισμικά διαφορετικών μαθητών είναι πολύ μεγαλύτερος από αυτόν που μπορούν να εξυπηρετήσουν 25 σχολεία (Τρουκί 2012). Ως προς τα αποτελέσματα των τριών προγραμμάτων είναι άνισα μεταξύ τους αλλά η αξιολόγησή τους δεν είναι αντικείμενο αυτού του κειμένου. Το καθένα έχει τις δικές του προκλήσεις να αντιμετωπίσει μια και οι πληθυσμός στον οποίο αποτελείται έχει τις δικές του δυσκολίες και τα ιδιαίτερα αιτήματά του. Για παράδειγμα, ένα μεγάλο μέρος της μουσουλμανικής μειονότητας είναι υπέρ της ξεχωριστής εκπαίδευσης η οποία διασφαλίζει τη γλώσσα και τη θρησκεία της, ενώ αυτό δεν είναι η περίπτωση των Ρομά οι οποίοι όταν αναγκάζονται να φοιτήσουν σε ξεχωριστό σχολείο δεν είναι επιλογή τους. Ή ακόμη οι προσδοκίες των διαφόρων μεταναστευτικών ομάδων από το εκπαιδευτικό σύστημα δεν είναι ίδιες διότι ακολουθούν τις στρατηγικές ένταξης που επιδιώκει η κάθε μια. Οπωσδήποτε όμως δαπανήθηκαν μεγάλα χρηματικά ποσά και για τα τρία προγράμματα, αναπτύχθηκε εκτεταμένο εκπαιδευτικό υλικό το οποίο μερικές φορές υπήρξε πολύ αξιόλογο, έγιναν πολύχρονες επιμορφώσεις και παρεμβάσεις μέσα και έξω από το σχολείο. Η μεγαλύτερη αδυναμία όμως υπήρξε, και συνεχίζει να υπάρχει, ότι τα προγράμματα αυτά λειτουργούν παράλληλα με την επίσημη εκπαίδευση χωρίς ποτέ να γίνονται πραγματικό κτήμα της ενώ το ελληνικό σχολείο συνεχίζει να υπηρετεί μονοπολιτισμικούς στόχους και μια αφομοιωτική πολιτική. Η διαπολιτισμική προσέγγιση παραμένει ιδιαίτερα καχεκτική και περιορισμένη σε πολύ συγκεκριμένα πλαίσια (Gropas & Triandafyllidou 2013). Οι υπεύθυνοι για την χάραξη εκπαιδευτικής πολιτικής αντιστέκονται στην υιοθέτηση ενός διαπολιτισμικού προσανατολισμού ο οποίος θα καταφέρει να αντιμετωπίσει την εθνοπολιτισμική διαφορά με επιτυχία και θα δημιουργήσει ένα περιβάλλον που θα προωθεί την ένταξη και την ενδυνάμωση του μαθητικού πληθυσμού. Υπάρχει μια βαθιά άρνηση απέναντι στην αναγνώριση ότι η διαπολιτισμική εκπαίδευση αφορά όχι μόνο τη μειονότητα αλλά εξίσου και την πλειονότητα όπως και τη μεταξύ τους σχέση.

Από τη συνθήκη αποξένωσης που τροφοδοτεί «ξενοχώρια» στο περιβάλλον που προωθεί την ενδυνάμωση

Οι πολυπολιτισμικές κοινωνίες προσφέρουν μοναδικές προκλήσεις από τη στιγμή που οι κοινωνίες καλούνται να συμφιλιώσουν την κοινή ιδιότητα του πολίτη και την πολιτική ενότητα με την αναγνώριση και τον σεβασμό των πολιτισμικών ταυτοτήτων. Η επεξεργασία ενός συλλογικού παρόντος, ως τόπος κοινωνικών δρώντων υποκειμένων, προϋποθέτει διεργασίες διαπραγμάτευσης ταυτοτήτων αλλά και αναγνώριση και αξιοποίηση του δυναμικού χαρακτήρα της κουλτούρας. Αυτό δεν είναι έργο απλό, και κινδυνεύει να αποτύχει εάν στο επίπεδο της θεωρίας δεν το προσεγγίσουμε διεπιστημονικά και εάν πρακτικές και πολιτική δεν συνδεθούν μεταξύ τους διαλογικά.

Σε αυτό το κείμενο υπογραμμίστηκε η διαφορά μεταξύ της «πολυπολιτισμικότητας» και των «πολυπολιτισμικών κοινωνιών». Αναλύθηκαν οι διαφορετικές προσεγγίσεις κοινωνικής ένταξης και αναδείχθηκε η εκδοχή πέρα από το φιλελεύθερο-κοινοτιστικό δίπολο, αυτή της πολιτισμικής υβριδικότητας όπως διατυπώθηκε από τον Homi Bhabha. Η διαπραγμάτευση της διπλής ή πολλαπλής ταυτότητας προϋποθέτει μια ανοικτή διεργασία όπου τα αιτήματα των μειονοτήτων συναντούν τις κρατικές πολιτικές και αντίστροφα, με στόχο τη διαμόρφωση θέσεων που είναι αντικείμενο συμβιβασμών αλλά και περαιτέρω ανάπτυξης. Οι επιπτώσεις μιας τέτοιας διαλογικής προσέγγισης μεταφέρθηκαν στο πλαίσιο της εκπαίδευσης. Με δάνειο από τον Cummins, υπογραμμίστηκε ότι η διαχείριση της πολιτισμικής ετερότητας σε περιβάλλοντα μάθησης πρέπει να λάβει υπόψη της ότι οι σχέσεις εξουσίας που κυριαρχούν στο ευρύτερο κοινωνικό πλαίσιο προσδιορίζουν, αναπόφευκτα, τις εκπαιδευτικές πολιτικές.

Βιβλιογραφία

- Anderson, B. (1983). *Imagined Communities: Reflections on the Origin and Spread of Nationalism*. London: New Left Books.
- Appiah, A.K. (2003) Liberal education: The United States example. In K. McDonough and W. Feinberg (eds.) *Citizenship and Education in Liberal-Democratic Societies: Teaching for Cosmopolitan Values and Collective Identities*. Oxford: Oxford University Press.
- Banks, J. (1995). Multicultural education: Historical development, dimensions, and practice. In J. Banks and C. McGee Banks (eds.) *Handbook of Research on Multicultural Education*. N.Y.: MacMillan Publishers.
- Bhabha, H. (2001). Culture's in between. In D. Bennett (ed.) *Multicultural States: Rethinking difference and identity*. London: Routledge.
- Burt, S. (2003). Comprehensive educations and the liberal understanding of autonomy. In K. McDonough and W. Feinberg (eds.) *Citizenship and Education in Liberal-Democratic Societies: Teaching for Cosmopolitan Values and Collective Identities*. Oxford: Oxford University Press.
- Chrysoschoou, X., Azzi, A., Klandermans, B. and Simon, B. (2011). Introduction. In A. Azzi, X. Chrysoschoou, B. Klandermans, and B. Simon (eds.) *Identity and Participation in Culturally Diverse Societies*. Malden, MA: Blackwell Publishing.
- Cummins, J. (2004). *Language, Power and Pedagogy: Bilingual Children in the Crossfire*. Clevedon: Multilingual Matters.
- Cummins, J. (1996). *Negotiating Identities: Education for Empowerment in a Diverse Society*. Los Angeles: California Association for Bilingual Education.
- Díaz-Rico, L. T. (1998). Toward a just society: recalibrating multicultural teachers. In R. Chávez& J. O'Donnell (eds.), *Speaking the unpleasant: the politics of (non) engagement in the multicultural education terrain*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Dragonas, Th., Frangoudaki, A. and Inglessi, Ch. (1996). Unpacking intercultural teacher education: From monoculturalism to respect of human rights. In Th. Dragonas, A. Frangoudaki and Ch. Inglessi (eds.) *Beyond One's Own Backyard*. Athens: Nissos.
- Dowrkin, R. (1977). *Taking Rights Seriously*. London: Duckworth.

- Fordham, S. (1990). Racelessness as a factor in Black students' school success: Paradigmatic strategy or pyrrhic victory? In N.M. Hidalgo, C.L. McDowell and E.V. Siddle (eds.) *Facing Racism in Education*. Cambridge, Mass.: Harvard Educational Review.
- Ginsburg, B. and R. Sondhi (2000). 'Community, identity and the state: Minority Struggles Within the European Union', in J. Gundara and S. Jacobs (eds.) *Intercultural Europe: Diversity and Social Policy*. Aldershot: Ashgate.
- Gorski, P. (2006). Complicity with conservatism: the de-politicizing of multicultural and intercultural education. *Intercultural Education*, 17, 2: 163-177.
- Gropas, R. and Trinadaffylidou, A. (2013). Greek education policy and the challenge of migration: an 'intercultural' view of assimilation. *Race, Ethnicity and Education*, 14, 3, 399-419.
- Hall, S. (1993). New ethnicities. In J. Donald and A. Rattansi (eds.) *'Race', Culture and Difference*. London: Sage.
- Hansen, P. (2000) The cultural short-cut: A road to exclusion? Notes on identity politics in the European Union. In J. Gundara and S. Jacobs (eds.) *Intercultural Europe: Diversity and Social Policy*. Aldershot: Ashgate.
- Koppits, E. M. (1969). *Psychological Evaluation of Children's Human Figure Drawings*. N.Y.: Grune & Stratton.
- Kukathas, C. (1992) Are there any cultural rights? *Political Theory*, 20, 1:105-39.
- Kymlica, W. (1995). *Multicultural Citizenship*. Oxford: Oxford University Press.
- McLaughlin, T. (2003). The burdens and dilemmas of common schooling. In K. McDonough and W. Feinberg (eds.) *Citizenship and Education in Liberal-Democratic Societies: Teaching for Cosmopolitan Values and Collective Identities*. Oxford: Oxford University Press.
- Margalit, A. and Halbertal, M. (1994). Liberalism and right to culture. *Social Research*, 61, 3. 491-510.
- Parekh, B. (2000). *Rethinking Multiculturalism: Cultural Diversity and Political Theory*. Houndmills: Palgrave.

- Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Reich, R. (2003). Teaching cosmopolitan right. In K. McDonough and W. Feinberg (eds.) *Citizenship and Education in Liberal-Democratic Societies: Teaching for Cosmopolitan Values and Collective Identities*. Oxford: Oxford University Press.
- Schlesinger, A. Jr.(1998). *The Disuniting America: Reflections on a Multicultural Society*. New York: W.W. Norton.
- Taylor, C. (1991). Shared and divergent values. In R. Watts & D. Brown (eds.), *Options for a New Canada*. Toronto: Toronto University Press.
- Taylor, C. (1994) The politics of recognition. In A. Gutmann (ed.), *Multiculturalism: examining the Politics of Recognition*. Princeton: Princeton University Press.
- Trouki, E. (2012). The challenge of cultural diversity in Greece: reflections on ‘intercultural education schools’ (IES) strategy for creating inclusive learning environments. *Power and Education*, 4, 2: 219-229.
- Wagner, S. (1991), *Analphabétisme de Minorité et Alphabétisme d’Affirmation Nationale a Propos de l’Ontario Français. Vol. 1: Synthèse Théorique et Historique*. Toronto: Ministère de l’ Education.
- Wieworka, M. (1993). Popular and political racism in Europe: Unity and diversity. Paper presented at the BSA Annual Conference, University of Kent at Canterbury, 6-9 April.
- Φραγκουδάκη, Α. και Θ. Δραγώνα, (1997) ‘Τι Εiv’ η Παιρίδα Μας’; *Εθνοκεντρισμός στην Εκπαίδευση* . Αθήνα: Αλεξάνδρεια.

e-mail: drathal@ath.forthnet.gr

Η ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΤΑΞΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: ΜΙΑ ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ, ΣΤΟΥΣ ΔΙΑΛΟΓΟΥΣ ΚΑΙ ΣΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Uwe Gellert

Freie Universität Berlin

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην έρευνα της μαθηματικής εκπαίδευσης οι κοινωνιολογικές προσεγγίσεις παρουσιάζουν τα τελευταία 25 χρόνια αυξανόμενη συχνότητα. Αξιοποιώντας μεθόδους εμπειρικών διερευνήσεων και κριτικής ανάλυσης μελετούν τις σύνθετες σχέσεις ανάμεσα στα άτομα, τις ομάδες, τη γνώση, το λόγο και την κοινωνική πρακτική. Οι σχέσεις αυτές προσλαμβάνονται συχνά ως εντάσεις ανάμεσα στο μικρο-επίπεδο των ατομικών φορέων και της αλληλόδρασης τους και στο μακρο-επίπεδο της κοινωνικής δομής. Μέσα στη σχολική τάξη των μαθηματικών διάφοροι διδακτικοί μηχανισμοί παράγουν μια διαστρωμάτωση των μαθητών με βάση την επίδοση και την επιτυχία τους στα μαθηματικά, η οποία δεν βασίζεται απόλυτα στη μαθηματική τους ικανότητα. Αυτοί οι μηχανισμοί αξιοποιούν τις άνισες ικανότητες των μαθητών να αναγνωρίζουν τους κανόνες και να διαβάζουν τον κώδικα της διδασκαλίας των μαθηματικών. Για παράδειγμα, οι διδακτικοί μηχανισμοί που εντάσσουν τα μαθηματικά στο πλαίσιο της καθημερινότητας και χρησιμοποιούν στη διδασκαλία στοιχεία αυτού του πλαισίου, χωρίς όμως να διευκρινίζουν με σαφήνεια τις επιλογές αυτές με όρους μάθησης των μαθηματικών, διαχωρίζουν τους μαθητές με βάση τις διαφορετικές προσλήψεις του κώδικα της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Εισαγωγή

Μεγάλης έκτασης έρευνες των τελευταίων 15 χρόνων, όπως η TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) και η PISA (Programme of International Student Assessment) επιβεβαίωσαν ότι η σχολική επιτυχία στα μαθηματικά παραμένει ένα ζήτημα κοινωνικής προέλευσης. Αυτή η σχέση ανάμεσα στην κοινωνική προέλευση και στη σχολική επίδοση δεν είναι, βέβαια, μια σχέση αιτιότητας. Υπάρχουν πάντα κάποια παιδιά της εργατικής τάξης τα οποία κατορθώνουν να κατακτήσουν δουλειές που αντιστοιχούν στη μεσαία τάξη. Η σχέση ορίζεται με όρους συσχέτισης και πιθανότητας. Η πιθανότητα ενός παιδιού που οι γονείς του είναι εργάτες και δεν έχουν ένα πτυχίο ανώτατης εκπαίδευσης να αποκτήσει ένα επάγγελμα με κύρος είναι μικρότερη από εκείνη ενός παιδιού γονέων μεσαίας τάξης. Όμως, υπάρχουν δύο ζητήματα τα οποία πρέπει να συνεκτιμώνται, όταν η συζήτηση αφορά στις ταξικές διαφορές της σχολικής επίδοσης:

1. Στις θεωρίες της παραγωγής και αναπαραγωγής των κοινωνικών ανισοτήτων, όπως επίσης και στις έρευνες οι οποίες παρέχουν εμπειρικά δεδομένα για τις εκπαιδευτικές ανισότητες, κυριαρχεί μια διάκριση ανάμεσα στη εργατική και στη μεσαία τάξη, η δεύτερη μερικές φορές διαφοροποιούμενη σε κατώτερη και ανώτερη μεσαία τάξη. Θεωρούμε αυτή τη διάκριση των κοινωνικών τάξεων περισσότερο ως μια κληρονομιά των «κλασσικών» κειμένων της κοινωνιολογίας, παρά ως μια ακριβή περιγραφή των συνθηκών ζωής των μαθητών και των γονιών τους. Η κοινωνιολογική έννοια της «τάξης» μπορεί να εντοπιστεί στη Βιομηχανική Επανάσταση της Αγγλίας του 18^{ου} αιώνα, όταν διαδοχικά διατυπώθηκαν οι όροι κατώτερη τάξη, ανώτερη τάξη (1790), μεσαία ή μέση τάξη και εργατική τάξη (1815), ανώτερη τάξη (1820), ανώτερη μεσαία τάξη (1890), κατώτερη μεσαία τάξη (1900) και έτσι διαμορφώθηκε η σύγχρονη έννοια της κοινωνικής τάξης. Αυτό το σύνολο των εννοιών δεν αποτυπώνει την αρχή των κοινωνικών διαιρέσεων στην Αγγλία (σε προγενέστερους χρόνους υπήρχαν διαφορετικές κοινωνικές «διαβαθμίσεις») αλλά ανταποκρίνεται στο χαρακτήρα αυτών των διαιρέσεων και σε μια αλλαγή των στάσεων απέναντι στις κοινωνικές αυτές διαιρέσεις (Williams, 1963).

Όροι όπως «εργατική τάξη» και «μεσαία τάξη», παρά τις διαφοροποιήσεις τους, δεν περιγράφουν σήμερα επαρκώς την κοινωνική δομή πολλών περιοχών του κόσμου. Η ταξινόμηση των μεταναστών, μάλιστα, με βάση αυτή τη διάκριση είναι ιδιαίτερα προβληματική, αφού η διαδικασία της μετανάστευσης τροποποιεί την αξία του μορφωτικού κεφαλαίου. Η υποβάθμιση του θεσμοποιημένου πολιτιστικού κεφαλαίου, για παράδειγμα δεν ακολουθείται από μια αντίστοιχη υποβάθμιση των πολιτιστικών προτύπων και αξιών, τα οποία είναι θεσμοποιημένα σε οικογενειακό επίπεδο. Το να μιλάμε, επομένως, γι' αυτές τις κοινωνικές δομές με όρους μιας γραμμικής ταξικής ιεραρχίας μπορεί να υπεραπλουστεύει και να περιορίζει τη συζήτηση μας. Κάποιοι βρίσκουν την έννοια «πολιτισμός της κοινότητας» (community culture) πιο χρήσιμη για την περιγραφή των συνθηκών ζωής των μαθητών και των γονιών τους. Όμως και αυτή η έννοια, μπορεί να υποτιμά το θεσμοθετημένο χαρακτήρα της σχολικής φοίτησης. Δυστυχώς, μια επαρκώς επεξεργασμένη γλώσσα ταξινόμησης, η οποία να αντανakλά και τη δομή και τη δυναμική των κοινωνικών συνθηκών δεν είναι διαθέσιμη επί του παρόντος.

2. Ενώ οι στατιστικές αναλύσεις για τη συσχέτιση της σχολικής επίδοσης με την κοινωνική τάξη αφθονούν, υπάρχουν ελάχιστες μελέτες που διερευνούν τους μηχανισμούς μέσα στο σχολικό θεσμό, οι οποίες αναπαράγουν τις κοινωνικές ανισότητες. Αλλά εάν θέλουμε πραγματικά να κατανοήσουμε τις δομές των ανισοτήτων πρέπει να δούμε την αλληλόδραση δασκάλων και μαθητών στα σχολικά βιβλία στα οποία η σχολική γνώση αναπαρίσταται και με τα οποία διαμεσολαβείται καθώς και στην αξιολόγηση των μαθητών στην οποία τα κριτήρια της επίδοσης είναι ορατά. Αν δεν κοιτάξουμε μέσα στο «μαύρο κουτί» της καθημερινότητας της διδασκαλίας και της μάθησης στο σχολείο, αν αγνοήσουμε τον θεσμικό χαρακτήρα του σχολείου, τότε δεν θα μπορέσουμε ποτέ να κατανοήσουμε τις κυρίαρχες δομές της ανισότητας και κατά συνέπεια δεν θα μπορέσουμε να εργαστούμε αποτελεσματικά για την αντιμετώπιση της.

Αυτό το κείμενο εστιάζεται στους μηχανισμούς μέσα στη σχολική τάξη δια των οποίων αναπαράγονται οι κοινωνικές ιεραρχίες. Αναφέρομαι σε «ιεραρχίες» καθώς δεν μπορώ να δω τις «διαφορές» ή τις «ανισότητες» ως επαρκείς περιγραφές των προβληματικών καταστάσεων που έχουμε μπροστά μας. Η γνώση της θεωρητικής γεωμετρίας δεν είναι καθαυτή πιο σπουδαία ή μεγαλύτερης αξίας από τη γνώση, ας πούμε, της ξυλουργικής. Το πρόβλημα των διαφορών προκύπτει από τη στιγμή που αποδίδουμε στη πνευματική εργασία μεγαλύτερο κύρος από την χειρωνακτική εργασία. Αυτό το ζήτημα έχει ιδιαίτερη σχέση με τη μαθηματική εκπαίδευση, αφού τα μαθηματικά θεωρούνται συχνά ως η βασίλισσα των επιστημών για τον αφηρημένο χαρακτήρα τους και την εννοιολογική τους ομορφιά. Αυτό που αποκαλώ «μηχανισμό» της αναπαραγωγής δεν αποτελεί έναν μηχανισμό με τη στενή τεχνική έννοια. Χρησιμοποιώ τον όρο μεταφορικά για να δηλώσω, ότι αυτό που συμβαίνει στις σχολικές τάξεις θεωρείται συχνά δεδομένο, όπως μια μηχανή η οποία λειτουργεί ομαλά για χιλιόμετρα και χιλιόμετρα. Όταν στη συνέχεια αναφέρομαι στα σχολικά βιβλία, στους διαλόγους δασκάλων – μαθητών και στην αξιολόγηση των μαθητών εστιάζω στις κρυφές όψεις αυτών των κρίσιμων στοιχείων της διδασκαλίας και της μάθησης, τα οποία κάποιες φορές σκόπιμα και κάποιες φορές ακούσια δημιουργούν σχέσεις ανισότητας ανάμεσα στην κοινωνική τάξη και στη σχολική ζωή.

Γιατί τα παιδιά της εργατικής τάξης αποτυγχάνουν στις σχολικές εξετάσεις

Αυτό το ζήτημα έχει διερευνηθεί στο πλαίσιο της εθνικής αξιολόγησης των μαθητών στα μαθηματικά στην Αγγλία (Cooper & Dunne, 2000). Οι ερευνητές είχαν πρόσβαση στα στοιχεία της αξιολόγησης όλων των 11χρονων μαθητών στην Αγγλία. Ανέλυσαν δεδομένα της επίδοσης 600 μαθητών στις τυπικές σχολικές εξετάσεις σε συνδυασμό με συγκεντρωτικά δεδομένα για την κοινωνική τους προέλευση και ως αποτέλεσμα μπόρεσαν να ταξινομήσουν τη συνολική επίδοση των μαθητών σε διάφορες υποκατηγορίες. Μια ουσιαστική διαπίστωση της έρευνας αυτής, είναι ότι οι διαφορές στην επίδοση ανάμεσα στους μαθητές της εργατικής και της μεσαίας τάξης, προκύπτουν κυρίως

από εκείνες τις ερωτήσεις των εξετάσεων στις οποίες προβάλλονταν εκτός του μαθηματικού και ένα επιπλέον μη-μαθηματικό πλαίσιο. Ενώ σε εκείνες τις ερωτήσεις, οι οποίες τοποθετούνταν σε ένα μαθηματικό πλαίσιο και δεν επικαλούνταν μια επιπλέον μη-μαθηματική κατάσταση τα παιδιά της μεσαίας τάξης είχαν μια υψηλότερη επίδοση κατά 8% σε σχέση με τα παιδιά της εργατικής τάξης, η αντίστοιχη διαφορά στις ερωτήσεις με ένα επιπλέον μη-μαθηματικό πλαίσιο αυξάνεται σε 20%. Με άλλα λόγια, όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό των ερωτήσεων στις εξετάσεις με ένα επιπλέον μη-μαθηματικό πλαίσιο, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά της επίδοσης των παιδιών της μεσαίας τάξης σε σχέση με τα παιδιά της εργατικής τάξης.

Αλλά γιατί συμβαίνει αυτό; Είναι οι ερωτήσεις των μαθηματικών με ένα επιπλέον μη-μαθηματικό πλαίσιο πιο δύσκολες; Τι κάνει τις ερωτήσεις αυτές πιο δύσκολες για τα παιδιά της εργατικής σε σύγκριση με τα παιδιά της μεσαίας τάξης; Για να διερευνήσουν τις ερωτήσεις αυτές οι Cooper και Dunne επανεξέτασαν προφορικά 250 από τους μαθητές αυτούς δείχνοντας τους ξανά επιλεγμένες ερωτήσεις των εξετάσεων και ρωτώντας γιατί στις εξετάσεις απάντησαν στις ερωτήσεις αυτές με τον τρόπο που είχαν απαντήσει. Από αυτές τις συνεντεύξεις κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα παιδιά της εργατικής τάξης αναφέρονταν υπερβολικά στις καθημερινές τους γνώσεις των καταστάσεων με μη-μαθηματικό περιεχόμενο που περιγράφονταν στις ερωτήσεις των εξετάσεων. Αυτοί οι μαθητές απέδιδαν μεγάλη σημασία στη μη μαθηματική λογική των καταστάσεων αυτών (στην εμπειρία τους), σε σχέση με τη μαθηματική λογική που απαιτούσαν οι ερωτήσεις των εξετάσεων και έτσι αδυνατούσαν να επιδείξουν επαρκώς τις μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητές τους.

Ως παράδειγμα, παραθέτω ένα από τα πολλά παραδείγματα των συνεντεύξεων που περιέχονται στην έρευνα των Cooper και Dunne.

Δυο μαθητές (η Diane – μεσαία τάξη και ο Mike – εργατική τάξη) είχαν απαντήσει στην ακόλουθη ερώτηση (δες εικόνα 1)⁷:

The children in Year 6 conduct a traffic survey outside the school for 1 hour.

Type	Number that passed in one hour
car	75
bus	8
lorry	13
van	26

When waiting outside the school they try to decide on the likelihood that a **lorry** will go by in the next minute.

Put a ring round how likely it is that a **lorry** will go by in the next minute.

certain	very likely	likely	unlikely	impossible
---------	-------------	--------	----------	------------

They also try to decide on the likelihood that a **car** will go by in the next minute.

Put a ring round how likely it is that a **car** will go by in the next minute.

certain	very likely	likely	unlikely	impossible
---------	-------------	--------	----------	------------

Εικ 1: Η ερώτηση για την κυκλοφορία των αυτοκινήτων (Cooper & Dunne, 2000, σ. 55).

Ενώ η Diane επικεντρώνεται στο κείμενο της ερώτησης και υποβαθμίζει την εμπειρία της καθημερινότητας της (με εξαίρεση μια ειρωνική φράση στο τέλος της συνέντευξης), ο Mike προτάσσει την εμπειρία της καθημερινότητας του έναντι του περιεχομένου της

⁷ Τα παιδιά της 6^{ης} τάξης διεξάγουν μια έρευνα της κυκλοφορίας των αυτοκινήτων έξω από το σχολείο τους για 1 ώρα και έχουν τα ακόλουθα αποτελέσματα κατά τύπο αυτοκινήτων: 75 ιδιωτικά αυτοκίνητα, 8 λεωφορεία, 13 φορτηγά, 26 ημι-φορτηγά. Περιμένοντας έξω από το σχολείο αποφασίστε την πιθανότητα να περάσει το επόμενο λεπτό ένα φορτηγό και την πιθανότητα να περάσει ένα ιδιωτικό αυτοκίνητο: βέβαιο – πολύ πιθανό – πιθανό – απίθανο – αδύνατον.

ερώτησης. Δείτε αποσπάσματα των συνεντεύξεων (Cooper & Dunne, 2000, σ. 56 και εξής):

Απαντήσεις: φορτηγά - απίθανο, αυτοκίνητα – πολύ πιθανό, βαθμολογούνται και οι δύο απαντήσεις ως σωστές.

BC: Εντάξει, γιατί διάλεξες και τα δύο;

Diane: Γιατί σε μια ώρα, αν έχει 60 λεπτά η ώρα τότε αν ήταν μόνο 13 φορτηγά σε μια ώρα, τότε δεν είναι πολύ πιθανό ότι θα έχεις ένα φορτηγό σε ένα λεπτό. Και τα αυτοκίνητα – επειδή ήταν 75 αυτοκίνητα, περισσότερα από ένα το λεπτό τότε είναι πολύ πιθανό ότι [παύση, διακοπή].

BC: Δεν είναι βέβαιο όμως;

Diane: Δεν είναι βέβαιο αλλά είναι, εννοώ – δεν ξέρω μπορεί να συμβεί μια κυκλοφοριακή συμφόρηση [γελώντας].

Απαντήσεις: φορτηγά - αδύνατον, αυτοκίνητα - βέβαιο, δεν βαθμολογείται καμία απάντηση ως σωστή.

Mike: Μια έρευνα για τη κυκλοφορία έξω από το σχολείο. Μια ώρα. [Μουρμουρίζει] Αδύνατον. Επειδή, γιατί χρειάζεται ένα λεπτό μόνο για να περάσεις.

BC: Σωστά αλλά γιατί έχεις απαντήσει έτσι;

Mike: Γιατί, φορτηγά, δεν συναντάμε φορτηγά πολύ συχνά μόνο αν κάνουν κάποια παράδοση (sic) κάπου ή κάτι παρόμοιο. Αλλά αυτοκίνητα, οι άνθρωποι τα χρησιμοποιούν συνέχεια για πολλούς λόγους.

Από αυτό το απόσπασμα της συνέντευξης του Mike στην ερώτηση για την κυκλοφορία των αυτοκινήτων, όπως επίσης και από τις απαντήσεις του για άλλες ερωτήσεις είναι σαφές ότι ο Mike ανατρέχει στις εμπειρίες της καθημερινότητας του οποτεδήποτε μπορεί. Με αυτό τον τρόπο, όμως, κλείνει το δρόμο σε μια σωστή απάντηση στις ερωτήσεις των εξετάσεων. Προφανώς, οι εμπειρίες της καθημερινότητας των παιδιών της εργατικής τάξης δεν αποτελούν πηγές ενδυνάμωσης, αλλά μάλλον εμπόδια στο πλαίσιο των τυπικών εξετάσεων των μαθητών. Αυτοί οι μαθητές δεν καταφέρνουν να αποκωδικοποιήσουν τα κείμενα των «ρεαλιστικών» μαθηματικών προβλημάτων. Δεν αναγνωρίζουν πλήρως της μαθηματικές απαιτήσεις οι οποίες δηλώνονται έμμεσα στο κείμενο των ερωτήσεων. Είναι αναγκαίο να ειπωθεί ότι ο Mike μπορούσε πράγματι να λύσει σωστά, κάποια από τα προβλήματα των εξετάσεων, από τη στιγμή που ο ερευνητής του ξεκαθάρισε κατά τη διάρκεια της συνέντευξης, ότι οι ερωτήσεις αναφέρονταν σε γενικές καταστάσεις που δε είχαν άμεση σχέση με τις καθημερινές εμπειρίες του Mike (για την κυκλοφορία των αυτοκινήτων, τα ρούχα, τα πρωταθλήματα του τένις,...).

Σύγχυση του κώδικα στις μαθηματικές δραστηριότητες της σχολικής τάξης

Οι δυσκολίες αυτών που έχουν ταξινομηθεί ως παιδιά της εργατικής τάξης στην αποκωδικοποίηση μαθηματικών κειμένων δεν περιορίζονται μόνο στις τυπικές εξετάσεις αξιολόγησης. Όπως έχουν δείξει έρευνες των διαλόγων που αναπτύσσονται στις σχολικές τάξεις η σύγχυση του κώδικα είναι ένα γενικευμένο φαινόμενο της διδασκαλίας των μαθηματικών. Ας δούμε τρεις διαφορετικές καταστάσεις: (α) δυο μαθητές που αγωνίζονται να βρουν τη σωστή λύση, (β) μια ομάδα που λύνουν ένα πρόβλημα λογικής και (γ) οι μαθητές μιας 4^{ης} τάξης που λύνουν μια μαθηματική άσκηση. Η συζήτηση ακολουθεί μετά τη παρουσίαση των τριών παραδειγμάτων.

- (α) Οι «αναλογίες» είναι το αντικείμενο της διδασκαλίας των μαθηματικών σε μια σχολική τάξη της οποίας οι περισσότεροι μαθητές ήταν μετανάστες που είχαν πρόσφατα έρθει στην πόλη. Ο δάσκαλος έδωσε στα παιδιά ως εργασία στο σπίτι να γράψουν και να φέρουν στο επόμενο μάθημα μια συνταγή μαγειρικής.

Μόνο μια μαθήτρια, η Nadia, έκανε την εργασία. Έφερε μια συνταγή κρεατόπιτας για 6 άτομα, η οποία περιείχε εκτός των άλλων υλικών και 250 γραμμάρια κρέατος. Ο δάσκαλος έβαλε το πρόβλημα να υπολογιστούν οι ποσότητες των υλικών για 11 άτομα (παρμένο από το Gorgorió, Planas & Vilella, 2002, σ. 47)

Δάσκαλος: Ποιος θέλει να αρχίσει; Ξέρουμε πόση ποσότητα κρέατος θα χρειαστεί να αγοράσουμε;

Nadia: *(σηκώνει το χέρι)* Μπορώ να πάω στον πίνακα; *(πηγαίνει και γράφει)* 458'333333....

Δάσκαλος: Γραμμάρια κρέατος;

Nadia: Να βάλω και τα άλλα υλικά;

Δάσκαλος: Περιμένε, ας τελειώσουμε πρώτα νε το κρέας. Θα αγοράσεις 458'333333.... γραμμάρια κρέατος;

Joel: *(φωνάζοντας με αηδία)* Είναι τρελή!
(Η Nadia οβήνει τα πολλά 3 και γράφει 458'3)

Joel: Και τι είναι αυτό το πράγμα πριν από το 3;

Nadia: Σκάσε!

Δάσκαλος: Περιμένε Nadia. Ας ακούσουμε τι θέλει να πει ο Joel. Joel, παρακαλώ καλούς τρόπους. Μπορείς να μας πεις ποιο είναι το θέμα;

Joel: Δεν έχει πάει ποτέ να ψωνίσει! Αγοράζουμε 500 γραμμάρια και τρώει λίγο παραπάνω ο καθένας μας!

Nadia: Αλλά εσύ επινοείς ένα νέο πρόβλημα, το πρόβλημα είναι μια συνταγή για 11 ανθρώπους, όχι για 12!

- (β) Οι μαθητές μιας 6^{ης} τάξης συμμετείχαν σε συνεργατικές δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων. Οι μαθητές αυτοί ήταν παιδιά οικογενειών εργατικής τάξης και δεν είχαν καλές επιδόσεις στις προηγούμενες πέντε τάξεις, ενώ δεν ήταν καθόλου εξοικειωμένοι με τον τύπο των προβλημάτων που καλούνταν να λύσουν. Τρία αγόρια (ο Ron, ο Ben και ο Ian) και ένα κορίτσι (η

Bea) αρχίζουν να λύνουν το ακόλουθο πρόβλημα (Gellert, 2008, σ. 216 και εξής):

Η Hannah, η Sabrina και η Catherine πάνε διακοπές. Το ένα κορίτσι ταξιδεύει στο Νότο της Γαλλίας, το άλλο στο Μέλανα Δρυμό και το τρίτο στη Νότια Θάλασσα. Είναι γνωστό ότι:

- Η Sabrina δανείστηκε εξοπλισμό καταδύσεων από το κορίτσι που ταξιδεύει στο Μέλανα Δρυμό.
- Το κορίτσι που ταξιδεύει στο Μέλανα Δρυμό και η Catherine πάνε διακοπές μαζί με τους γονείς τους.
- Η Sabrina χρειάζεται περισσότερες βαλίτσες από το κορίτσι που ταξιδεύει στο Νότο της Γαλλίας.

Ποιο κορίτσι ταξιδεύει σε ποιο προορισμό διακοπών;

Τα τέσσερα παιδιά αφού διάβασαν το πρόβλημα αρχίζουν τη συζήτηση.

Ron: Μπορώ; Η Sabrina δανείζεται από το κορίτσι που ταξιδεύει στο Νότο της Γερμανίας, εξοπλισμό καταδύσεων;

Ben: Είναι μάσκα σαν γυαλιά, αναπνευστήρας και ...

Ron: Ναι, αναπνευστήρας.

Ben: Ή, ή, υπάρχουν κι άλλα εξαρτήματα κατάδυσης. Αναπνευστήρες ή κάτι σαν μάσκες αερίου.

Ron: Τότε, νομίζω, αυτή η Sabrina ταξιδεύει κάπως προς την Βαλτική θάλασσα ή κάπου εκεί.

Ben: Αλλά λέει στη Βόρεια Θάλασσα.

Ron: Βόρεια Θάλασσα, αυτό εννοώ.

Ian: Αλλά μπορεί επίσης να πηγαίνει στο Νότο της Γαλλίας, γιατί εκεί έχει ζέστη.

Ron: Όχι, όχι αυτό.

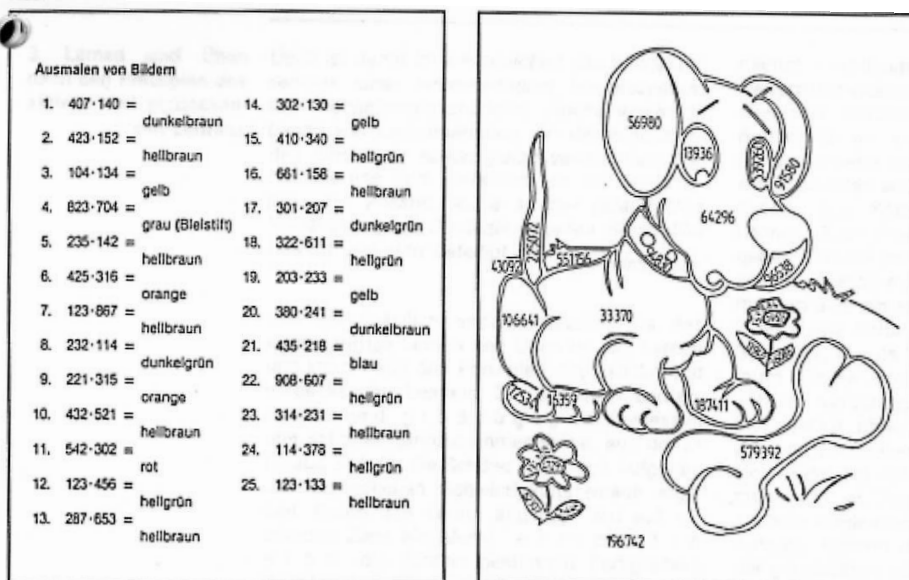
Ben: Εντάξει. Υπάρχει, μια Sabrina και ...

- Ian: ... πάει ή στο Νότο της Γαλλίας ή στη Βόρεια Θάλασσα.
- Ron: Ναι, γιατί δανείζεται εξοπλισμό καταδύσεων.
- Ben: Ή πάει στο Μέλανα Δρυμό.
- Ian: Στο Μέλανα Δρυμό με βεβαιότητα δεν μπορείς ...
Στο Μέλανα Δρυμό υπάρχει μόνο ένα ποτάμι και στο ποτάμι δεν μπορείς ...
- Bea: Η Sabrina δανείζεται εξοπλισμό καταδύσεων, έτσι θα έλεγα, ότι η Sabrina πάει τελικά στη Βόρεια Θάλασσα.
- Ben: Ναι, αλλά και στο Νότο της Γαλλίας υπάρχει επίσης θάλασσα.
- Ian: Ναι, υπάρχει θάλασσα και εκεί μπορείς ...
- Ben: Ο Νότος της Γαλλίας είναι πιο ζεστός.
- Ian: Ναι, εκεί μπορείς άνετα να κολυμπήσεις.
- Ben: Η Βόρεια Θάλασσα, λοιπόν, η Βόρεια Θάλασσα είναι κάπως...
- Ian: Λοιπόν, θα έκανα κατάδυση μάλλον στο Νότο της Γαλλίας, αλλά ποτέ δεν ξέρεις.
- Ron: Ο Νότος της Γαλλίας! Δεν ταξιδεύουν στο Νότο της Γαλλίας μόνο για να κολυμπήσουν στη θάλασσα! Θα έλεγα, μάλλον, στη Βόρεια Θάλασσα.
- Bea: Και εγώ.
- Ben: Θα έλεγα στο Νότο της Γαλλίας. Γιατί είναι πιο ζεστά εκεί και το νερό είναι καλύτερο. Το νερό είναι πιο καθαρό.
- Ian: Και επί πλέον, όποιος έχει πάει ποτέ στη Βόρεια Θάλασσα για να κολυμπήσει ξέρει σε γενικές γραμμές πως μοιάζει η Βόρεια Θάλασσα.
- Ron: Εντάξει, αλλά πολλοί άνθρωποι πάνε στη Βόρεια Θάλασσα για να κολυμπήσουν.

- Ian: Εντάξει, αλλά για καταδύσεις ...
- Ben: Καταδύσεις! Οι περισσότεροι από αυτούς τους ανθρώπους απλά κολυμπούν!
- Ron: Σε αυτή την περίπτωση γράφω: Sabrina / Νότος της Γαλλίας.

Αυτή δεν είναι η τελική τους απάντηση. Συνεχίζουν με το δεύτερο δεδομένο του προβλήματος. Όταν φτάνουν στο τρίτο δεδομένο συνειδητοποιούν την ασυμφωνία του με την πρώτη τους απάντηση. Συνεχίζοντας το διάλογο καταφέρνουν τελικά να ξεπεράσουν όλες δυσκολίες του προβλήματος, αλλά χρειάστηκαν για τη λύση του περισσότερο από 20 λεπτά.

- (γ) Οι μαθητές μιας 4^{ης} τάξης εξασκούνται στον «πολλαπλασιασμό με χαρτί και μολύβι». Ο δάσκαλος τους έχει δώσει ένα φύλλο εργασίας (Εικ. 2)⁸:



Εικ. 2: Φύλλο εργασίας για τον πολλαπλασιασμό.

⁸ Χρωματισμός εικόνων

Οι μαθητές αρχίζουν την δραστηριότητα η οποία απαιτεί να εκτελέσουν 25 πολλαπλασιασμούς τριψηφίων αριθμών. Κάθε σωστό αποτέλεσμα βρίσκεται δεξιά στο σκυλάκι το οποίο πρέπει να χρωματιστεί με το χρώμα που καθορίζεται στους πολλαπλασιασμούς που είναι αριστερά στο φύλλο εργασίας. Μπορεί να υποστηριχθεί ότι το πλεονέκτημα του φύλλου εργασίας είναι ένας μηχανισμός αυτό-ελέγχου.

Αυτό που παρατηρήθηκε στην έρευνα είναι, ότι τα παιδιά που αντιμετώπισαν δυσκολίες στην εκτέλεση των πολλαπλασιασμών (συχνά στην πράξη με αριθμό 3), εγκατέλειψαν το αριστερό μέρος του φύλλου εργασίας και συνέχισαν να ζωγραφίζουν επιμελώς το σχέδιο του δεξιού μέρους του φύλλου εργασίας. Τα αποτελέσματα είναι σκυλάκια ζωγραφισμένα με μεγάλη ακρίβεια. Δυστυχώς αυτά τα παιδιά τα οποία θα μπορούσαν να ωφεληθούν από την άσκηση δεν εργάστηκαν μαθηματικά. Συγκεκριμένα εκείνοι οι μαθητές που ήταν ήδη καλοί και αισθάνονταν επαρκείς στην εκτέλεση των πολλαπλασιασμών παρατηρήθηκε ότι άρχισαν να ανταγωνίζονται για το ποιος θα τελειώσει πρώτος. Τα σκυλάκια στα φύλλα εργασίας τους παρέμειναν ακρωμάτιστα ή αποσπασματικά χρωματισμένα. Αυτοί οι μαθητές ερμήνευσαν αυτή τη δραστηριότητα ως μια μαθηματική δραστηριότητα, ενώ οι άλλοι ως μια δραστηριότητα ζωγραφικής.

Τα παραδείγματα (α), (β) και (γ) δείχνουν πόσο δύσκολο είναι να αναγνωρίσουν τα παιδιά που δεν έχουν καλές επιδόσεις στα μαθηματικά τις κεντρικές μαθηματικές επιδιώξεις των μαθηματικών δραστηριοτήτων. Στα παραδείγματα (α) και (β) δεν είναι ξεκάθαρο για όλους σε ποιο βαθμό πρέπει να πάρουν υπόψη το μη μαθηματικό πλαίσιο του προβλήματος. Η λύση του Joel είναι μια λύση πρακτική και πολύ αποτελεσματική αν πραγματικά οργανωθεί ένα οικογενειακό γεύμα θέτει σε προτεραιότητα τα κριτήρια της κοινής λογικής έναντι της μαθηματικής λύσης που δίνει η Nadia, αγνοώντας ότι ο δάσκαλος μπορεί εσκεμμένα να επέλεξε 11 και όχι 12 συνδαιτυμόνες. Ο Jon, ο Ben, ο Ian και η Bea συζητούν με ένα παραδειγματικό τρόπο – αν μας ενδιαφέρει μια δημοκρατική συζήτηση, στην οποία είναι πιο σπουδαίο να πειστεί ό άλλος με ουσιαστική επιχειρηματολογία παρά

να εξεταστεί το κείμενο ως προς τη μαθηματική λογική του. Δεν αναγνωρίζουν ότι επιχειρήματα για την ποιότητα του νερού και τις τουριστικές προτιμήσεις των ανθρώπων έχουν περιορισμένη αξία στην τάξη των μαθηματικών. Αυτό δεν σημαίνει ότι ο Joel, ο Jon και οι άλλοι δεν είναι ικανοί να κάνουν μαθηματικά βήματα, ώστε να βρουν μια μαθηματικά αποδεκτή λύση και πραγματικά ο Jon και η παρέα του βρίσκουν στο τέλος τη σωστή λύση. Αλλά εκτρέπονται από το πλαίσιο του προβλήματος και επικεντρώνονται αρχικά σε μη-μαθηματικές όψεις του, τις οποίες δύσκολα παραβλέπουν υπέρ του μαθηματικού επιχειρήματος. Αλλά η μετατόπιση στην υποτιθέμενη μαθηματική δομή της συναφούς κατάστασης είναι το απαιτούμενο του μαθήματος των μαθηματικών. Το παράδειγμα (γ) είναι διαφορετικό, αφού για ένα παρατηρητή το μη μαθηματικό πλαίσιο φαίνεται να ενσωματώνει μια στρατηγική υποκίνησης. Όμως, καθώς ο τίτλος της δραστηριότητας του φύλλου εργασίας είναι «Χρωματισμός Εικόνων», οι μαθητές δρουν σύμφωνα με αυτό το αίτημα, αγνοώντας το θεσμικό πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών στην οποία εντάσσεται αυτή η δραστηριότητα. Πριν εμπλακούν οι μαθητές με έναν επιθυμητό τρόπο σε μια μαθηματική δραστηριότητα απαιτείται να κατανοήσουν ποιος είναι ακριβώς αυτός ο επιθυμητός τρόπος. Το αποδεκτό κείμενο που οι μαθητές θα πρέπει να δημιουργήσουν σε ένα μάθημα μαθηματικών είναι ένα μαθηματικό κείμενο με μαθηματικά επιχειρήματα και όχι με ισχυρισμούς κοινής λογικής. Μόνο εκείνοι οι μαθητές που αναγνωρίζουν τον μαθηματικό χαρακτήρα των μαθηματικών μαθημάτων μπορεί να είναι επιτυχημένοι στα μαθηματικά. Όπως η έρευνα δείχνει αυτή την ικανότητα αναπτύσσουν τα παιδιά της μεσαίας καλύτερα από τα παιδιά της εργατικής τάξης. Όταν τα προβλήματα των μαθηματικών και ο διάλογος δασκάλων – μαθητών δεν είναι σαφής για τον αναγκαίο μαθηματικό χαρακτήρα των αποδεκτών επιχειρημάτων στη διδασκαλία των μαθηματικών, οι μαθητές της εργατικής τάξης αντιμετωπίζουν πιο δύσκολα προβλήματα στην παραγωγή αποδεκτών κειμένων, από τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι ομήλικοι τους της μεσαίας τάξης.

Η διαιώνιση της ταξικής διαίρεσης στα σχολικά βιβλία μαθηματικών

Τα σχολικά βιβλία μαθηματικών παίζουν έναν αποφασιστικό ρόλο στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών. Χρησιμοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς για την οργάνωση και την υλοποίηση των μαθηματικών δραστηριοτήτων και από τους μαθητές ως αφετηρία των μαθηματικών δραστηριοτήτων και πηγή πρόσθετων ασκήσεων. Τα μηνύματα που μεταδίδουν τα σχολικά βιβλία μαθηματικών είναι, βέβαια, μαθηματικά μηνύματα. Παρόλα αυτά, όμως, η αναφορά των μαθηματικών σε δραστηριότητες της καθημερινότητας μεταδίδουν συχνά πρόσθετα μηνύματα. Έρευνες έχουν δείξει ότι διαφορετικές ομάδες μαθητών προσλαμβάνουν διαφορετικά μηνύματα από διαφορετικά βιβλία μαθηματικών με τα οποία εργάζονται στο σχολείο. Η πιο επιφανής έρευνα αυτού του τύπου έχει διεξαχθεί από τον Dowling (1998), ο οποίος συνέκρινε τα βιβλία μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης διαφόρων τύπων σχολείων στην Αγγλία. Όπως έχουμε δει στην έρευνα των Cooper και Dunne τα παιδιά γονιών της εργατικής τάξης έχουν χειρότερες επιδόσεις στις εθνικές εξετάσεις από τα παιδιά γονιών της μεσαίας τάξης. Κατά συνέπεια, το σχολικό σύστημα της Βρετανίας κατανέμει αυτά τα παιδιά σε μια ιεραρχία διαφορετικών σχολικών κατευθύνσεων (streamed groups of learners). Ως αποτέλεσμα τα παιδιά της εργατικής τάξης είναι αριθμητικά πολύ περισσότερα από τα παιδιά της μεσαίας τάξης στις χαμηλές στην ιεραρχία κατευθύνσεις και το αντίστροφο ισχύει για τις ανώτερες στην ιεραρχία κατευθύνσεις. Στις διαφορετικές κατευθύνσεις χρησιμοποιούνται διαφορετικά σχολικά βιβλία μαθηματικών. Ο Dowling συνέκρινε τις πιο δημοφιλείς σειρές βιβλίων μαθηματικών, οι οποίες χρησιμοποιούνταν εκείνη τη εποχή στην κατώτερη και στην ανώτερη στην ιεραρχία κατεύθυνση και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι δραστηριότητες, οι οποίες περιλαμβάνονταν στα βιβλία της ανώτερης κατεύθυνσης είναι πολύ περισσότερο μαθηματικές (με κριτήριο το μαθηματικό τους περιεχόμενο έναντι του περιεχομένου που αναφέρονταν σε δραστηριότητες της καθημερινότητας καθώς και των σχημάτων και συμβόλων που περιείχαν) σε σύγκριση με τις δραστηριότητες των βιβλίων της κατώτερης κατεύθυνσης. Αυτό μπορεί να προκαλεί έκπληξη: Το μαθηματικό μήνυμα είναι πιο εκλεπτυσμένο για εκείνους, οι οποίοι έχουν καλύτερες επιδόσεις στα

μαθηματικά (στις εξετάσεις) παρά στους λιγότερο επιτυχημένους. Σε αυτό που θέλω, όμως, να εστιάσω είναι τα πρόσθετα μηνύματα που μεταβιβάζονται από τα σχολικά βιβλία μαθηματικών, καθώς αυτά τα βιβλία προβάλλουν ουσιαστικά διαφορετικές (επαγγελματικές) προοπτικές για τις διαφορετικές ομάδες μαθητών. Στην εικόνα 3 φαίνεται μια σελίδα από το βιβλίο μαθηματικών της κατώτερης κατεύθυνσης και μια από το βιβλίο μαθηματικών της ανώτερης. Το μαθηματικό περιεχόμενο και το μη-μαθηματικό πλαίσιο είναι «παρόμοια».

F Skids

When a car is in an accident, there are often skid marks on the road. The police measure the length of the skid marks. Then they can work out how fast the car was going when it started to skid.

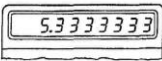
This formula tells you roughly how long a skid will be.

$$\text{length of skid} = \frac{\text{speed} \times \text{speed}}{75}$$

The car's speed must be in **miles per hour** (m.p.h.). The skid length will be in **metres**.

F1 A car is moving at 30 m.p.h. and then skids to a stop. Roughly how long will the skid marks be?

F2 (a) Work out how long a skid will be from 20 m.p.h. Check you get this display on your calculator.



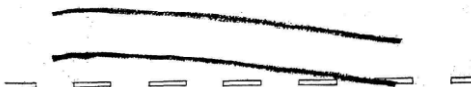
(b) Roughly how many metres long will a 20 m.p.h. skid be?

F3 (a) Copy and complete this table. It shows the length of skid from different speeds.

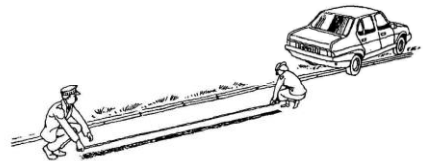
Speed (m.p.h.)	Skid (metres)
20	
30	
40	
50	
60	
70	
80	

(b) The police measure some skid marks. They are 27 m long. About how fast do you think the car was going?

F4 Here is a picture of some skid marks. 1 cm on the picture is 1 m on the real road. About how fast do you think the car was going?



M13



When measuring skid marks, the police can use this formula to estimate the speed of the vehicle.

$$s = \sqrt{(30fd)}$$

s is the speed in miles per hour (m.p.h.).

d is the length of the skid, in feet.

f is a number which depends on the weather and the type of road.

This table shows some values of f .

Weather	Road surface	
	Concrete	Tar
Wet	0.4	0.5
Dry	0.8	1.0

(a) A car travelling on a wet concrete road makes a skid mark of length 80 feet. How fast was it travelling?

(b) (i) When the road surface is tar and the weather is dry, the formula may be written

$$s = \sqrt{(30d)}$$

Complete this table to show the values of s for the given values of d , to 1 decimal place.

d	50	100	150	200	250
$30d$	1500				
$s = \sqrt{(30d)}$	38.7				

(ii) Draw axes, with d from 0 to 250 (use 2 cm for 50) and s from 0 to 100 (use 1 cm for 10). Draw the graph of (d, s) .

(iii) Use your graph to find how many feet a car would skid on a dry tar road at 75 m.p.h.

Εικ. 3: Μετρώντας τα ίχνη του φρεναρίσματος (Dowling, 1998, σ. 264 κ.ε.)

Στην αριστερή εικόνα, μια φωτογραφία δείχνει έναν αστυνομικό, ο οποίος μετρά ίχνη φρεναρίσματος. Ο παρατηρητής τοποθετείται στη πλευρά του αστυνομικού, σχεδόν ως μαθητευόμενος, γονατίζοντας δίπλα και κοιτώντας πάνω από τον ώμο του έμπειρου αστυνομικού. Η εξήγηση που δίνεται στην αρχή του κειμένου είναι γραμματικά απλή («μπορούν να υπολογίσουν πόσο γρήγορα έτρεχε το αυτοκίνητο») και ο τύπος του υπολογισμού δίνεται με λέξεις (μήκος ίχνους φρεναρίσματος = ταχύτητα x ταχύτητα/75).

Οι μαθητές εισάγονται στη συνέχεια σε μια δραστηριότητα παρόμοια με αυτή που χρειάζεται ένα αστυνομικός για να προσδιορίσει την ταχύτητα ενός αυτοκινήτου (χρησιμοποιώντας ένα κομπιουτεράκι, συνθέτοντας ένα πίνακα ως πρακτικό εργαλείο για τον αστυνομικό). Στο τέλος οι μαθητές χρησιμοποιούν τα ενδιαμέσως αποτελέσματα της δραστηριότητας για να μετρήσουν ένα ίχνος φρεναρίσματος υπό κλίμακα και να προσδιορίσουν την ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Δεξιά, μια παρόμοια κατάσταση παρουσιάζεται με ένα σχέδιο, στο οποίο απρόσωποι αστυνομικοί (ένας άνδρας και μία γυναίκα) μετρούν ένα ευθύγραμμο, και μάλλον αφηρημένο, ίχνος φρεναρίσματος. Ολοφάνερα, δεν απεικονίζεται μια αυθεντική κατάσταση. Η εξήγηση που ακολουθεί κάτω από το σχέδιο είναι γραμματικά σύνθετη («να υπολογισθεί η ταχύτητα») και ο τύπος αυστηρά συμβολικός ($s = \sqrt{(30d)}$). Οι μαθητές στη συνέχεια εισάγονται σε μια δραστηριότητα η οποία σταδιακά χάνει τη συνάφειά της με το πλαίσιο του φρεναρίσματος ενός αυτοκινήτου και αναπτύσσεται σε μια καθαρή μαθηματική δραστηριότητα («σχεδιάστε τη γραφική παράσταση»). Στο τέλος, απαιτείται ένα σύνθετος υπολογισμός ενός ίχνους φρεναρίσματος.

Συγκρίνοντας τις δύο σελίδες, βλέπουμε ότι το βιβλίο μαθηματικών της κατώτερης κατεύθυνσης (αριστερά) εισάγει τους μαθητές σε δραστηριότητες οι οποίες μπορεί να ειπωθούν ως προετοιμασία για το επάγγελμα του αστυνομικού. Υπάρχει μια φωτογραφία και η δραστηριότητα ορίζεται με σαφήνεια ως μια εφαρμογή των μαθηματικών για την επίτευξη ενός μη μαθηματικού στόχου.

Αντίθετα το σχολικό βιβλίο μαθηματικών της ανώτερης κατεύθυνσης (δεξιά) προετοιμάζει τους μαθητές να γίνουν επόπτες της εργασίας των αστυνομικών. Η θέαση είναι από πάνω και η μελέτη της σχέσης των ιχνών του φρεναρίσματος με την ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι

αποσπασμένη από την πραγματική δουλειά της μέτρησης ιχνών φρεναρίσματος στο οδόστρωμα. Οι μαθητές της ανώτερης κατεύθυνσης κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις και διατυπώνουν σχέσεις τις οποίες ένας πραγματικός αστυνομικός θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει στη συγκεκριμένη εργασία του.

Ο ένας είναι ο κατασκευαστής ενός μαθηματικού εργαλείου το οποίο χρησιμοποιείται σε καταστάσεις της πραγματικότητας, ενώ ο άλλος είναι απλά ο χειριστής αυτού του εργαλείου. Ο ένας μαθαίνει μαθηματικά και τις εφαρμογές των μαθηματικών σε καταστάσεις της πραγματικότητας, ενώ ο άλλος μαθαίνει τη χρήση των μαθηματικών για το χειρισμό καταστάσεων της πραγματικότητας. Αυτά τα σχολικά βιβλία μαθηματικών μεταδίδουν ένα μήνυμα για τις μελλοντικές επαγγελματικές προοπτικές των μαθητών. Με αυτό τον τρόπο, οι ταξικές διαφορές τείνουν να αναπαραχθούν.

Συμπέρασμα

Αν και η έννοια «τάξη» φαίνεται απλουστευτική και ίσως αναχρονιστική, μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά ως ένας δείκτης των διαφορετικών μηνυμάτων τα οποία μεταβιβάζονται σε διαφορετικές ομάδες μαθητών από τα θέματα των εξετάσεων των μαθηματικών, τους διαλόγους κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών και τα σχολικά βιβλία των μαθηματικών. Όμως, δεν υπάρχει κανένας λόγος να δεχτούμε ότι η αναπαραγωγή των ταξικών διαφορών στις σχολικές τάξεις των μαθηματικών μέσα από τις εξετάσεις, τους διαλόγους και τα βιβλία είναι εμπρόθετη, με την έννοια ότι εκπαιδευτικοί, συγγραφείς βιβλίων και σχεδιαστές εξετάσεων αγωνίζονται όλοι μαζί μυστικά για τη διατήρηση των σαφών ταξικών διακρίσεων. Δεν υπάρχει καμία κοινωνική συνωμοσία πίσω από αυτό. Γενικά, οι δάσκαλοι των μαθηματικών προσπαθούν να κάνουν ότι καλύτερο μπορούν για τους μαθητές τους, προβλέποντας τις ανάγκες και τις απαιτήσεις τους, τις δυνατότητες τους και το μέλλον τους. Αυτή η πρόβλεψη των αναγκών και του μέλλοντος ορίζεται πρωτίστως από μια «φυσικοποιημένη» οπτική της ιεραρχικής δομής της κοινωνίας μας.

Η κανονικοποιημένες προσλήψεις των κοινωνικών ιεραρχιών, στις οποίες περιλαμβάνονται το φύλο, η μετανάστευση, η γλώσσα και άλλες ιεραρχίες, μπορούν να ειπωθούν ως ένα εμπόδιο, εάν θέλουμε να διδάξουμε μαθηματικά με έναν έντιμο και δίκαιο τρόπο. Ένα εμπόδιο το οποίο είναι σημαντικό ακριβώς γιατί οι εξετάσεις τα προβλήματα και τα σχολικά βιβλία μαθηματικών επιβεβαιώνουν και ενισχύουν τις προκατειλημμένες προσλήψεις των κοινωνικών διαφορών.

Εάν εμείς, ως δάσκαλοι των μαθηματικών επιθυμούμε να απαλείψουμε τις προκατασκευασμένες επαγγελματικές προοπτικές των μαθητών μας χρειάζεται να γίνουμε γνώστες των πολλών παγίδων που στήνονται για όλους εκείνους τους μαθητές που δεν είναι εξοικειωμένοι με τους κώδικες διδασκαλίας του σχολείου. Αυτό που μπορεί να ειπωθεί, με μια πρώτη ματιά, ως ένα ενδιαφέρον μαθηματικό πρόβλημα (π.χ. μια έρευνα της κυκλοφορίας των αυτοκινήτων) από κάποιους μαθητές δεν αναγνωρίζεται καν ως μαθηματικό πρόβλημα. Η συγκάλυψη των διαφορών ανάμεσα στους προσανατολισμούς των κωδίκων κάποιων ομάδων μαθητών και του κώδικα που κυριαρχεί στο διδακτικό λόγο είναι αυτό που δίνει στις εξετάσεις, στους διαλόγους και στα σχολικά βιβλία των μαθηματικών το χαρακτήρα του μηχανισμού. Αυτός ο μηχανισμός φαίνεται αν είναι απολύτως λειτουργικός αν αποτελεί σκοπό η διαλογή και η ταξινόμηση των μαθητών. Την ίδια στιγμή όμως, αυτός ο μηχανισμός είναι μάλλον μη λειτουργικός αν έχουμε στο μυαλό μας να μάθουν μαθηματικά όλοι οι μαθητές μας.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Cooper, B., & Dunne, M. (2000). *Assessing children's mathematical knowledge: social class, sex and problem solving*. Buckingham, UK: Open University Press.
- Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education: mathematical myths/pedagogical texts*. London, UK: RoutledgeFalmer.

- Gellert, U. (2008). Validity and relevance: comparing and combining two sociological perspectives on mathematics classroom practice. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 215-224.
- Gorgorió, N., Planas, N., & Vilella, X. (2002). Immigrant children learning mathematics in mainstream schools. In G. de Abreu, A.J. Bishop, N.C. Presmeg (Eds.), *Transitions between contexts of mathematical practices* (pp. 23-52). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Williams, R. (1963). *Culture and society 1780-1950*. New York: Penguin.

Απόδοση στα Ελληνικά:

Ελένη Γιαννακοπούλου & Δημήτρης Χασάπης

e-mail: ugellert@zedat.fu-berlin.de

ΚΟΥΖΙΝΑ, ΘΥΜΟΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Άννα Χρονάκη

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Κουζίνα, θυμός και μαθηματικά είναι κάποιες λέξεις κλειδιά που στα κείμενα της Valerie Walkerdine αποπειρούνται να μεταφέρουν το νόημα της σχέσης μεταξύ φύλου, κοινωνικής τάξης, μαθηματικής ικανότητας, σχολικής επίδοσης, μαθησιακής ταυτότητας και υποκειμενικότητας. Στην εισήγηση αυτή θα προσπαθήσω να συζητήσω μέρος του έργου της Walkerdine που αφορά στη μαθηματική εκπαίδευση και να αναδείξω τα σημεία εκείνα που συνεχίζουν - ιδιαίτερα σήμερα σε μια περίοδο κοινωνικής και οικονομικής κρίσης - να παίζουν πρωτεύοντα ρόλο για την κατανόηση, κατασκευή και ανακατασκευή της τοποθέτησής μας ως σπουδαστές, σπουδάστριες, εκπαιδευτικοί και γονείς στο σύγχρονο εκπαιδευτικό σύστημα.

Βιβλιογραφική αναφορά

Valerie Walkerdine (2013), Αποκλείοντας τα κορίτσια, επιμ.: Άννα Χρονάκη, Αθήνα: Gutenberg

e-mail: chronaki@uth.gr

[λευκή σελίδα]

ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΙ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ, ΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΠΑΙΧΝΙΔΙ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΜΕ ΤΟ ΟΛΟ

Φραγκίσκος Καλαβάσης

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Θα επιχειρήσουμε να συνδέσουμε κάπως τα κοινωνικά στερεότυπα με τα επιστημολογικά εμπόδια, για να δούμε πώς αλληλο-ενισχύονται στην περίπτωση της μαθηματικής εκπαίδευσης, ποια είναι η σημασία και η δυσκολία της διεύρυνσης του αντιληπτικού σχήματος, της ανατροπής του εννοιολογικού πλαισίου, της κατασκευής νέων γλωσσικών συμβάσεων για την νοητική συμπερίληψη του εκάστοτε εμφανιζόμενου ως ξένου, άρρητου ή αόρατου.

- Το νέο τοπίο της εκπαίδευσης, το νέο τοπίο των επιστημών: έμφαση στις συνδέσεις και τις συνεργασίες.
- Ο κύκλος «εμπειρία, απορία, θεωρία» στην εξέλιξη των μαθηματικών αλλά και στην ανάπτυξη του εκπαιδευτικού σχεδιασμού.
- Η μεταβλητότητα των διαχωριστικών γραμμών, η αόρατη χρυσή τομή στη σχέση του μέρους με το όλον, το πέρασμα από το πολυδιάστατο στο πολύπλοκο.
- Αλληλεπιδράσεις και αυτό-ομοιότητα, το όλον που είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των μερών του.
- Ο σχεδιασμός της μαθηματικής εκπαίδευσης μέσα από τις συνδέσεις του σχολείου με την οικογένεια και την κοινωνία και τις συνδέσεις των μαθηματικών με τις άλλες γνωστικές περιοχές. "

Θα επιχειρήσουμε να συνδέσουμε τις διακρίσεις στα κοινωνικά στερεότυπα και τις οικογενειακές προκαταλήψεις με τα επιστημολογικά εμπόδια, για να δούμε πώς αλληλο-ενισχύονται στην περίπτωση της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Σε αυτό το πλαίσιο θα αναζητήσουμε τη δυσκολία και την αμηχανία του εκάστοτε αντιληπτικού σχήματος που παράγει τους οντολογικούς διαχωρισμούς, όταν επιχειρεί να εντάξει το «αποκλεισμένο άλλο» με κυριαρχικό τρόπο στα δικά του εννοιολογικά και γλωσσικά όρια, δομές και λειτουργίες, οπότε οδηγείται σε αδιέξοδα, σε παράδοξα και αντιφάσεις.

Η δυσκολία αναπαράγεται τόσο στη διαδικασία της μάθησης και διδασκαλίας, όσο και στη διαδικασία της οργανωσιακής συγκρότησης της κοινωνίας, στους θεσμούς και στις αξίες που τους/μας διέπουν. Η δυσκολία αυτή άλλοτε εμφανίζεται με σαφήνεια, άλλοτε υποκρύπτεται με χάρη και μας εξαπατά, άλλοτε αλλάζει μορφές και μας αποπροσανατολίζει, πάντως είναι συστηματικά και συνεχώς παρούσα. Δεν είναι δυνατόν να είναι απούσα, αφού συνιστά τρόπον τινά την εξελικτική και προσαρμοστική φύση της ανθρώπινης νόησης και των πολιτισμών.

Θα προσεγγίσουμε την πολυπλοκότητα της διαδρομής για την ανατροπή των βεβαιιοτήτων και πόσο αλληλένδετη είναι η διαμόρφωση κάθε νέας θεωρίας με την κατασκευή νέων γλωσσικών συμβάσεων για την νοητική και σημειολογική συμπερίληψη, όχι μόνο του πρώην ξένου, άρρητου ή αόρατου μέρους, αλλά και για την κατασκευή των νέων σχέσεων μεταξύ των μερών και του κάθε μέρους με το νέο όλον .

I

Είναι αρκετά δύσκολο να κατανοήσουμε τη διεργασία της μάθησης των μαθηματικών αν δεν κατανοήσουμε τη διαδικασία της εξέλιξης των ίδιων των μαθηματικών, καθώς πολλές από τις επίμονες δυσκολίες της κατανόησης και της διδασκαλίας φαίνεται πως πηγάζουν στα επιστημολογικά εμπόδια.

Αντίστοιχα είναι δύσκολο να κατανοήσουμε ορισμένες πεισματικές και πιεστικές οικογενειακές πρακτικές χωρίς να ανατρέξουμε σε γονεϊκές πεποιθήσεις ότι πχ οι μαθηματικές ικανότητες ή ανικανότητες του παιδιού τους είναι φυσικά προτερήματα ή ελαττώματα που συνδέονται με την κληρονομικότητα, συχνά αναφερόμενη σε παλιότερες γενιές.

Είναι τέλος αδύνατο να κατανοήσουμε τον απάνθρωπο, φανερό ή καλυπτόμενο αποκλεισμό ομάδων παιδιών από την εκπαίδευση, αν δεν αναζητήσουμε συσχετίσεις με πολιτισμικά στερεότυπα και κοινωνικές πρακτικές που διαβαθμίζουν τα ανθρώπινα όντα και τις ικανότητές τους, τις πατρίδες και τους πολιτισμούς τους.

Το πιο δύσκολο είναι όταν διαπιστώνουμε πως αυτό που συμβαίνει κατά τη διδασκαλία με τους μαθητές και τις μαθήτριες στο σχολείο, εμπλέκεται με αυτά που συμβαίνουν με τα παιδιά μέσα στην οικογένεια και με όσα συμβαίνουν μέσα στην κοινωνία (ή ορθότερα στα σύνορα της κοινωνίας και της πόλης). Τα τρία συστήματα, σχολείο – οικογένεια – κοινωνία και πόλη, αλληλοεπηρεάζονται και προσδιορίζουν σε μεγάλο βαθμό την οργάνωση της πνευματικής, κοινωνικής και πολιτισμικής ταυτότητάς του παιδιού και την κατασκευή της σχέσης του με την μαθηματική επιστήμη.

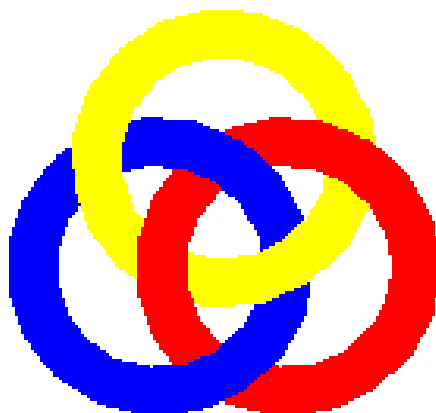
Ακόμη πιο περίπλοκο γίνεται το πρόβλημα όταν διαπιστώνουμε πως αυτή η πολυπλοκότητα της σχέσης μεταξύ των τριών συστημάτων αναπαράγεται εντός του συστήματος-σχολείου.

Μέσα στη σχολική μονάδα συνυπάρχουν διαφορετικές αναπαραστάσεις ή διαφορετικές πραγματικότητες της μαθηματικής εκπαίδευσης. Εκείνη που περιγράφεται στο εκάστοτε αναλυτικό πρόγραμμα και αποτυπώνεται στα σχολικά εγχειρίδια. Η δεύτερη που κατασκευάζεται από τον/την εκπαιδευτικό με τις διδακτικές πρακτικές που υιοθετεί και επιβάλλει στη σχολική τάξη, στις εκφράσεις του πίνακα, στην αξιολόγηση των μαθητών και μαθητριών, στο ενδιαφέρον που δείχνει ή δεν δείχνει για τις λανθασμένες απαντήσεις, για τη συνεργασία μεταξύ των μαθητών και μαθητριών, για την ενθάρρυνση ή όχι δημοκρατικών συμπεριφορών στη διαχείριση της μαθηματικής ύλης. Η τρίτη αναπαράσταση είναι εκείνη που διαμορφώνεται από τους μαθητές και μαθήτριες ατομικά, ανά ομάδες και συλλογικά σε σχέση:

- με την μαθηματική επιστήμη και με την πηγή των δυσκολιών που συναντούν,
- με τις προσδοκίες του/της εκπαιδευτικού
- αλλά και με την αυτοεκτίμησή του και την εκτίμηση των συμμαθητών του,
- με τις προσδοκίες του οικογενειακού περιβάλλοντος
- και της κοινωνίας.

Για να κατανοήσουμε την πολυπλοκότητα που δημιουργείται με τις τρεις αναπαραστάσεις μέσα στη σχολική τάξη θα πρέπει να καταφέρουμε κάπως την περιγράψουμε, κι εδώ η μαθηματική επιστήμη μας προσφέρει ανεκτίμητα εργαλεία.

Η αλληλεπίδραση των τριών αναπαραστάσεων μοιάζει με τους δακτύλιους του *Borroméo*, που βλέπουμε στο παρακάτω σχήμα. Πρόκειται για τον μαθηματικά απλούστερο δεσμό *Brunn (1892)* ή *Milnor (1954)* στην θεωρία των κόμβων, όπου κανένας δακτύλιος δεν είναι ελεύθερος, αλλά αν ελευθερωθεί ένας, ελευθερώνονται όλοι. Κατασκευάζεται εύκολα, αν τοποθετήσουμε κάτω τον ένα, επάνω του τον δεύτερο και στη συνέχεια περάσουμε τον τρίτο πάνω από τον πρώτο, κάτω από τον δεύτερο, ξανά πάνω από τον πρώτο και πάλι κάτω από τον δεύτερο. Τους δακτύλιους του *Borroméo* χρησιμοποίησε ο *Lacan* για να περιγράψει το ψυχαναλυτικό μοντέλο ISR (ΦΣΠ), το οποίο συνιστούν το Φαντασιακό (*Imaginaire*), το Συμβολικό (*Symbolique*) και το Πραγματικό (*Réel*). Τα συστατικά αυτά είναι ετερογενή και ανεξάρτητα, έχουν όμως κοινά στοιχεία και το καθένα επηρεάζει τα άλλα.



Οι δακτύλιοι του Borroméo

Εάν μια από τις αναπαραστάσεις σπάσει, οι άλλες δυο παύουν να εμπλέκονται και να αλληλοεπηρεάζονται. Εδώ φαίνεται ο σημαντικός ρόλος και ευθύνη μας ως εκπαιδευτικών. Η αναπαράσταση που καθορίζει τις διδακτικές και μαθηματικές πρακτικές μας περιλαμβάνει και την αναπαράσταση που έχουμε διαμορφώσει για τις διακρίσεις και τους αποκλεισμούς μέρους του μαθητικού πληθυσμού ή του εν δυνάμει μαθητικού πληθυσμού που δεν είναι παρών στο σχολείο, όπως δεν είναι παρών στις εικόνες και αναφορές του αναλυτικού προγράμματος και του εκπαιδευτικού υλικού, ούτε στα στερεότυπα της οικογένειας και της κοινωνίας.

Αυτή η πορεία της διαμόρφωσης της σχέσης του κάθε μαθητή/τριας με την μαθηματική γνώση περικλείεται και εξαρτάται στην αντίστοιχη πορεία διαμόρφωσης σχέσης με την μαθηματική επιστήμη, την αξία και τη χρησιμότητά της από το σχολείο, από την οικογένεια και από την κοινωνία.

Συνήθως η εκπαιδευτική μονάδα, το σχολείο εν προκειμένω, όταν καταφέρνει να σχεδιάσει και αναπτύξει ρητές σχέσεις:

- με την επιστημονική γνώση
- με την κοινωνία και τους φορείς της

- με τις οικογένειες
- με το ευρύτερο εκπαιδευτικό σύστημα
- και με αντίστοιχες, παράλληλες ή συμπληρωματικές εκπαιδευτικές δομές,

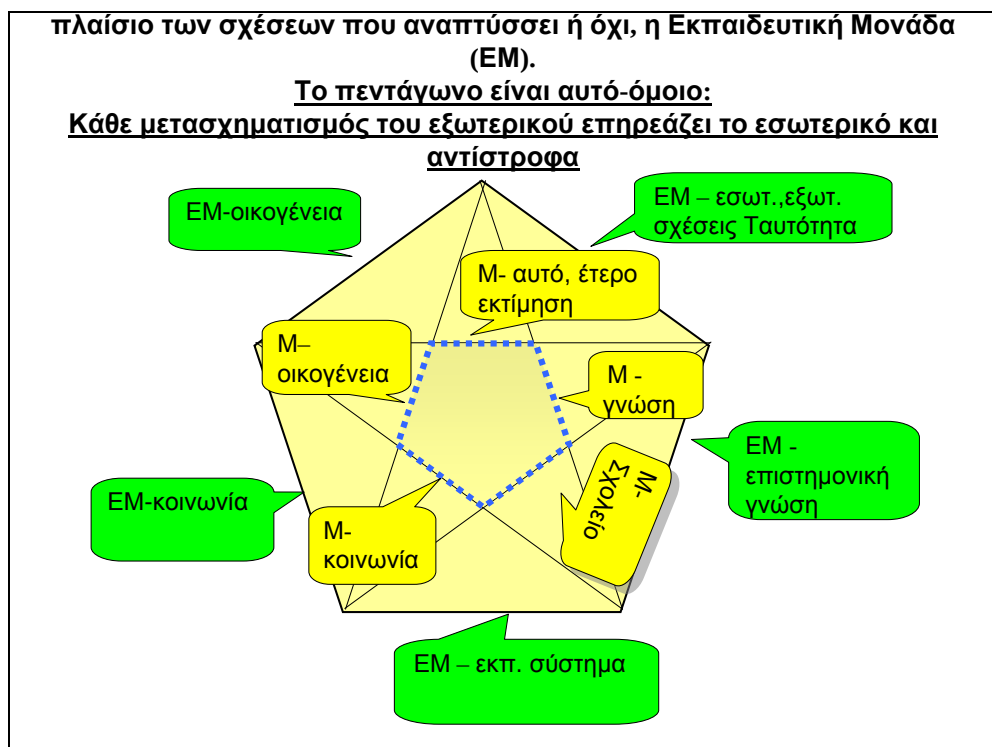
τότε δημιουργεί ένα προστατευτικό φίλτρο γύρω από τον κάθε μαθητή-τρια και τον βοηθάει να κατασκευάσει και ο ίδιος και να εκφράσει, άρα να μπορεί να διαπραγματευτεί τις δικές τους σχέσεις και σημασίες.

Αυτό όμως συμβαίνει πολύ σπάνια στα συγκεντρωτικά εκπαιδευτικά συστήματα, με σύννηδες αποτέλεσμα όσα συμβαίνουν μέσα στο σχολείο να μεταφέρονται για να σηματοδοτηθούν με διαφορετικούς όρους στην οικογένεια και την κοινωνία. Για παράδειγμα μια δυσκολία στα μαθηματικά που εντοπίζεται στο σχολείο, θα ερμηνευτεί με άλλους όρους στο οικογενειακό πλαίσιο και με διαφορετικούς στο κοινωνικό. Εάν τα πλαίσια αυτά δεν έχουν διαμορφώσει εκπνεφρασμένες σχέσεις επικοινωνίας, που προϋποθέτουν αμοιβαία αναγνώριση και διάκριση των ρόλων, τότε οι τρεις ερμηνείες θα επιβαρύνουν αθροιστικά το παιδί. *(ΕΝΕΔΙΜ, Μαθηματική Εκπαίδευση και Οικογενειακές Πρακτικές, Επιμέλεια Φ.Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ.Χιονιδου,Χ.Σκουμπουρδή, Γ.Φεσάκης, Εκδ. Πανεπιστήμιο Αιγαίου, 2009)*

Η άτυπη μεταφορά και αλλαγή πλαισίου δημιουργεί σύγχυση για την μαθηματική επιστήμη, για την αξία και τη χρησιμότητά της, για τις δυνατότητες προσέγγισής της, τραυματίζοντας τη δυνατότητα του παιδιού να οδηγηθεί στις νέες ποιότητες της μάθησης, της αυτονομίας και της υπευθυνότητας. Η διαδικασία αυτή που μετατρέπει το λάθος σε στίγμα είναι ακόμη πιο τραυματική όταν συμβαίνει σε παιδιά που και τα τρία συστήματα σχολείο- οικογένεια- κοινωνία τα αποκλείουν από την εκπαίδευση, είτε με τρόπο φανερών απαγορεύσεων, είτε με τρόπο ματαιώσεων και αποθαρρύνσεων που έρχονται να επιβεβαιώσουν προκαταλήψεις και παραδόσεις κοινωνικού αποκλεισμού (όπως στην περίπτωση των τσιγγανοπαίδων) *(Φ.Καλαβάσης, Σ.Καφούση, Χ. Σκουμπουρδή, Α. Καπέλου, Χ.Σταθοπούλου, Π.Χαβιάρης, Σ.Κοκκαλίδης, Αλληλεπίδραση της*

Μαθηματικής Εκπαίδευσης με τη σχολική αποτυχία (...), Εκδ. Πανεπιστήμιο Αιγαίου, 2006)

Θα μπορούσαμε να περιγράψουμε αυτή την περίπλοκη αλληλεξάρτηση στερεοτυπικών στάσεων και μαθησιακών δυσκολιών, αξιοποιώντας μαθηματικές εκφράσεις, όπως την αυτοομοιότητα του πενταγώνου που από την τομή των διαγωνίων του αναπαράγει στο εσωτερικό του ένα όμοιο αντίγραφο (F.Kalavasis, "Modélisation des situations complexes en éducation, en vue de la gouvernance des unités scolaires" Les Cahiers de Recherche du LAREQUOI, 2012-1).



Για να μπορέσουμε να κατανοήσουμε λοιπόν τι συμβαίνει στον αποκλεισμό από την μαθηματική εκπαίδευση, θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι αυτός δεν θα μπορούσε να συμβεί αν δεν υπήρχε αλληλοτροφοδότηση μεταξύ της μαθηματικής μαθησιακής διεργασίας, η οποία είναι καθαυτή δύσκολη και με επιστημολογικές

αναλογίες, των αξιακών προσαγών και των ενοχικών διεργασιών που κατασκευάζονται στην οικογένεια, στην κοινωνία και παίρνουν συγκεκριμένη μορφή στην οργάνωση της πόλης και του σχολείου.

Βασικός ισχυρισμός της εισήγησή μας είναι ότι η πολιτεία όπως και η κοινωνία πορεύεται με συμβατικές αλήθειες, δηλαδή με συμφωνημένες θεσμοθετήσεις στις οποίες θεμελιώνονται συνειδήσεις και τρόποι συλλογισμού και συμπεριφοράς. Όταν όμως αυτές οι συμπεφωνημένες παραδοχές, «τα συμπεφωνημένα υπονοούμενά μας» για να παραφράσουμε τον Γιώργο Σεφέρη μετατρέπονται σε φυσικές ή θεϊκές αλήθειες και λειτουργούν ως στερεότυπα, γίνονται τα μεγαλύτερα εμπόδια στην πρόοδο της επιστήμης και της κοινωνίας, καθώς συντηρούν τις φοβίες, παράγουν τους αποκλεισμούς και οδηγούν στην εξόντωση του εκάστοτε διαφορετικού.

Το 1952, συγκλονισμένος όπως όλη η ανθρωπότητα από τις αποκαλύψεις για τις κτηνωδίες των βασανισμών και της μαζικής εξόντωσης ανθρώπων που είχαν γίνει στα ναζιστικά στρατόπεδα συγκέντρωσης, ο Γάλλος συγγραφέας *Vercors* έγραψε το μυθιστόρημα «Τα παρά φύσιν ζώα» (*Les Animaux dénaturés*, *Albin Michel*, 1952). Ο ανθρωπολόγος *Greame* είχε ανακαλύψει σε ένα μέρος του πλανήτη κάποια όντα που ζούσαν ως φυλή και έμοιαζαν με ανθρώπους αλλά και με πιθήκους και θεωρώντας πως πρόκειται για το είδος που θα κάλυπτε τον κρίκο που λείπει στη συνέχεια της εξέλιξης τους είδους μεταξύ του πιθήκου και του ανθρώπου, τους ονόμασε *Paranthropus greamiensis* προς τιμήν του, αλλά έγιναν γνωστοί ως *Tropi*. Στην καθημερινή ζωή δεν είχε ανάγκη να αποφασίσει εάν αυτοί ή αυτές με τους οποίους ζούσε στη φύση ήταν άνδρες, γυναίκες ή ζώα. Επειδή όμως ήταν αποτελεσματικά, όπως οι άνθρωποι, και επειδή είχαν φαινομενικά λίγες ανάγκες και περιορισμένη μαχητικότητα, αποτελούσαν ένα ιδεώδες εργατικό δυναμικό και αυτό το εκμεταλλεύτηκε ο επιχειρηματίας *Vancruyzen* που τους απασχολούσε χωρίς μισθό και δικαιώματα σε ένα εργοστάσιο υφασμάτων. Καθώς ο κίνδυνος που διέτρεχαν αυτά τα «παρά φύσιν όντα» ήταν μεγάλος, κι ενώ οι διάφορες επιστημονικές ειδικότητες αδυνατούσαν να αποφανθούν αν οι *Tropis* ήταν άνθρωποι ή ζώα, ο τρίτος πρωταγωνιστής, ο δημοσιογράφος *Douglas Templemore* έλαβε μια πρακτική απόφαση, αντιλαμβανόμενος πως μόνο η κοινωνική

σημειολογία μπορούσε να αποφασίσει εάν επρόκειτο για ανθρώπους ή ζώα. Προχώρησε σε τεχνητή γονιμοποίηση με μια γυναίκα ή μάλλον με ένα θηλυκό. Το νεογέννητο βρέφος ή ζώο, το θυσίασε. Ανέθεσε με αυτόν τον τρόπο στον Νόμο να αποφασίσει εάν η συγκεκριμένη πράξη του τον καθιστούσε αθώο ή ένοχο: είχε σκοτώσει ένα ανθρώπινο όν ή ένα ζώο; Το μυθιστόρημα του *Vercors* δεν έχει μεταφραστεί στα ελληνικά, έχει όμως επιδράσει ευρύτατα στη μεταπολεμική σκέψη και πρόσφατα κυκλοφόρησε και στα ελληνικά ένα βιβλίο ψυχολογίας του *Jean-Pierre Deconchy* με τίτλο «*Τα υπέρ-φύσιν ζώα. Το νοητικό οικοδόμημα της ανθρώπινης ιδιαιτερότητας*» (Μετάφραση Άννα Λυμπεροπούλου, Επιστημονική Επιμέλεια Στάμος Παπαστάμου, Εκδόσεις Πεδίο 2010)

Η συσχέτιση της σχολικής αποτυχίας στα μαθηματικά με το φαινόμενο του σχολικού αποκλεισμού παιδιών ή της αποθάρρυνσης της σχέσης τους την μαθηματική εκπαίδευση έχει καταγραφεί στη βιβλιογραφία τόσο θεωρητικά με αναφορά στην αυτό-εκτίμηση, με τα αρνητικά ρατσιστικά στερεότυπα για τις ικανότητες των φύλων ή των πολιτισμών, με την επαγγελματική αναφορά και τη σχέση της οικογένειας με την γνώση, όσο και από ευρήματα σε εκτεταμένες έρευνες σε σχέση με άλλους κοινωνικούς, διοικητικούς ή πρακτικούς παράγοντες(γεωγραφικούς, πολεοδομικούς, δικαιώματα, πρόνοια, και πολλά άλλα). Το μανιφέστο της Διεθνούς Επιτροπής για τη Μελέτη και τη Βελτίωση της Διδασκαλίας των Μαθηματικών, το οποίο έχει δημοσιευτεί και στα ελληνικά έθεσε με αρκετή πληρότητα και σαφήνεια ένα σχέδιο μαθηματικής εκπαίδευσης χωρίς αποκλεισμούς (*Keitel, C. (επιμέλεια) (2004). Απόδοση: Χρυσάνθη Σκουμπουρδή Ευκλείδης γ' 60-61, 90-102, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.*), ενώ πρόσφατα έγινε στη χώρα μας η διεθνής συνάντηση *cieaem-64 Mathematics Education and Democracy: Learning and teaching practices* τα πρακτικά της οποίας διατίθενται επίσης από την Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία (*Proceedings in International Journal for Mathematics in Education, Vol. 4 Special Issue, Editors S.Kafoussi, C.Skoumpourdi, F.Kalavasis, Hellenic Mathematical Society, 2012*).

II

Θα επικεντρώσουμε τώρα την εισήγησή μας σε ορισμένα μαθηματικά «παρά φύσιν όντα», ή αλλιώς επιστημολογικά εμπόδια στην εξέλιξη των μαθηματικών, για τα οποία έχουν διαπιστωθεί εννοιολογικοί συσχετισμοί με μαθησιακά και διδακτικά εμπόδια κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών. Θα προσπαθήσουμε να δούμε σε αυτά τα παραδείγματα κάποιες κοινές συμπεριφορές με την κοινωνική και οικογενειακή αμυντική λειτουργία των στερεοτύπων και την επιθετικότητα που προβάλλει σε ό,τι δεν μπορεί να κατανοήσει ή δεν μπορεί να ενταχθεί στις στερεοτυπικές νόρμες .

Το ξεπέρασμα αυτών των εμποδίων απαιτούσε νέα θεωρία, νέα γλώσσα και τεχνικές, επειδή οι νέες κάθε φορά έννοιες ή μεγέθη δεν μπορούσαν να ενταχθούν στην προηγούμενη γλώσσα, θεωρία και τεχνικές. Αυτή η εξέλιξη όμως απαιτούσε κάθε φορά την ανατροπή συμβατικών δεδομένων ή βεβαιοτήτων, τις οποίες θεωρούσαμε αμετακίνητες, φυσικές. Μια διαδικασία το ίδιο δύσκολη με την ανατροπή οικογενειακών ή κοινωνικών στερεοτύπων για την κληρονομικότητα της νοημοσύνης, τον προορισμό του κάθε κοινωνικού φύλου, την ιεράρχηση των πολιτισμών ή τις φυλετικές διακρίσεις.

1. Δεν είναι τυχαίο ότι ακόμη αποκαλούμε φυσικούς αριθμούς τους θετικούς ακέραιους, ενώ γνωρίζουμε πως στη φύση είναι σχεδόν αδύνατο να «μετρηθεί» μια απόσταση, πχ το μήκος μιας παραλίας και να βρεθεί ακέραιες φορές το αρχικό μέτρο, όποιο κι αν είναι αυτό το αρχικό μέτρο. Κρατήθηκε εντούτοις ο όρος του φυσικού αριθμού για τους θετικούς ακέραιους και πάνω στη δομή του συνόλου τους θεμελιώθηκε η θεωρία των αριθμών και οι δυο βασικοί μαθηματικοί συλλογισμοί που μας δίνουν ασφαλή συμπεράσματα, η μαθηματική επαγωγή και η εις άτοπον απαγωγή.

Οι αριθμοί που προκύπτουν από υποδιαιρέσεις των φυσικών έγιναν εύκολα αποδεκτοί, και ονομάστηκαν ρητοί, καθώς μπορούν να εκφράσουν λόγους μεγεθών, αργότερα ως δεκαδικοί και ως κλάσματα. Οι ρητοί ίσως έγιναν εύκολα αποδεκτοί γιατί κάπως μοιάζουν με τους φυσικούς, κι εδώ ίσως βρίσκεται η παγίδα για πολλές δυσκολίες στη μάθηση των μαθηματικών, όταν αυτή η αναγνώριση του καθεστώτος

του αριθμού στους ρητούς υποκρύπτει την άρνηση αναγνώρισης της πραγματικής τους ταυτότητας !

Πολλοί μαθητές, ακόμη και ενήλικες πολίτες, βρίσκουν τις παρακάτω σχέσεις σωστές:

- ο διάδοχος του 3, 1 είναι ο 3,2
- $0,2 \times 0,3 = 0,6$ όπως και $0.3 \times 0,5 = 0,15$
- $(2,3)^2 = 4,9$

Με λίγη σκέψη πίσω από τα φαινόμενα, θα διαπιστώσουμε πως πίσω από αυτά τα λάθη βρίσκεται η έλλειψη αναγνώρισης της διαφορετικότητας, πως στον πολιτισμό των ρητών αριθμών δεν υπάρχουν διάδοχοι, ή μάλλον υπάρχουν πολλοί (πχ του 3,1 ο 3,01, ο 3,001, ...) , ότι ο πολλαπλασιασμός δεν δίνει πάντα αυξητικό αποτέλεσμα και ότι τέλος πάντων οι ρητοί αριθμοί δεν είναι ζευγάρια φυσικών, αλλά οι επονομαζόμενοι φυσικοί αποτελούν ένα μικρό υποσύνολο των ρητών !

Δηλαδή η λύση απέναντι στην επιφυλακτικότητα ήταν η θεώρηση ενός νέου συνόλου, ενός νέου ορισμού του αριθμού που συμπεριλάμβανε όλες τις περιπτώσεις. Εδώ όμως είναι δύσκολο να αλλάξει η λανθασμένη αναπαράσταση: αυτοί που ήταν φυσικοί και άρα πρότυπο, τώρα είναι μια ιδιαίτερη περίπτωση αλλά διατηρούν την θεμελιώδη σημασία τους για τον μαθηματικό συλλογισμό. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, πιο δύσκολα έγιναν δεκτοί άλλα είδη αριθμών, οι πέρα των ρητών άρρητοι και υπερβατικοί, στο τέλος όμως φάνηκε πως κι αυτοί είναι περισσότεροι από τους ρητούς.

Όλοι γνωρίζουμε τον Πυθαγόρα και ίσως έχουμε ακούσει την τραγωδία του μαθητή του Ίππασου που φέρεται να αυτοκτόνησε ή ακόμη και να τον αυτοκτόνησαν για να μην αποκαλύψει την ύπαρξη ασύμμετρου μεγέθους, δηλαδή του άρρητου αριθμού, του $\sqrt{2}$, και κατά συνέπεια μια νέα τάξη του απείρου. Η επιστήμη της εποχής είχε φτάσει στην εκτίμηση πως για όλα τα μήκη υπάρχει μια ολική διάταξη: αν α και β αντιστοιχούν στα μήκη δυο ευθυγράμμων τμημάτων, τότε θα μπορούμε να πούμε με σιγουριά ότι:

- είτε $\alpha < \beta$, είτε $\alpha > \beta$, είτε $\alpha = \beta$.

Επιπλέον η μαθηματική γνώση της εποχής είχε διατυπώσει με αναλυτικό τρόπο το προηγούμενο με τη θέση ότι: για κάθε α και β υπάρχει πάντα ένας ρητός αριθμός κ , τέτοιος ώστε $\alpha = \kappa \times \beta$. Δηλαδή πάντα υπάρχει η δυνατότητα ένας οποιοσδήποτε αριθμός να γραφεί ως γινόμενο δυο άλλων αριθμών. Αυτή η σχέση σημαίνει την ύπαρξη κοινού μέτρου μεταξύ όλων των μηκών, δηλαδή όλων των αριθμών. Αυτό έγινε κανόνας, νόμος, συνδυάστηκε με ευρύτερες κοσμοθεωρίες περί αρμονίας κλπ κλπ. Έγινε νόμος, δηλαδή βασικό κριτήριο αλήθειας.

Όταν όμως έχουμε ένα τετράγωνο πλευράς α , για να κατασκευάσουμε ένα τετράγωνο διπλάσιου εμβαδού, θα πρέπει να πάρουμε ως νέα βάση την διαγώνιο του μικρού. Είναι όμως αδύνατο να βρούμε έναν ρητό αριθμό κ που να υπολογίζει το μήκος της διαγωνίου και να την γράφει, να την περιγράφει δηλαδή ως γινόμενο του α με έναν άλλο γνωστό αριθμό. Άρα υπάρχουν και ασύμμετρα μεγέθη ή αλλιώς άρρητοι αριθμοί, αριθμοί που δεν μπορούν να ειπωθούν, δεν μπορούν να περιγραφούν! Ο Πλάτωνας, μέσα από τον Σωκρατικό διάλογο Μένων, μας δείχνει πώς αυτό το επιστημολογικό εμπόδιο μπορεί να αξιοποιηθεί ως αφετηρία της μάθησης, καθώς, ως απορία, καθιστά τον μαθητή ενεργό συμμετοχο στην επιστημονική αναζήτηση.

Στην σκέψη του Ίπασσου κατά πως φαίνεται, δεν μπόρεσαν να δουν τότε οι Πυθαγόρειοι ένα παράδοξο που θα άνοιγε νέα μονοπάτια στην επιστημονική παρατήρηση και στη σκέψη αλλά είδαν μόνο μια απειλή στο γενικότερο σύστημα κανόνων και κριτηρίων που είχαν αναπτύξει. Διότι προφανώς το ασύμμετρο μέγεθος υπήρχε και πριν τον Ίπασσο αλλά δεν είχε παρατηρηθεί. Ίσως δεν υπήρχε η θεωρητική προϋπόθεση για να παρατηρηθεί. Τα μαθηματικά ενσωμάτωσαν την αντίφαση της ύπαρξης με την έκφραση, δημιούργησαν νέες θεωρίες στις οποίες διατηρήθηκε η διάταξη αλλά διευρύνθηκε η εκφραστική και η υπολογιστική δυνατότητα της επιστήμης.

Αυτή η εκφραστική διεύρυνση όμως στηρίχθηκε σε συμβάσεις της έκφρασης, σε συμβατικές αλήθειες δηλαδή που ισχύουν μέσα στο νοητικό μοντέλο των μαθηματικών αλλά αφίστανται αρκετά από την αίσθηση της πραγματικότητας και της αλήθειας που περιγράφεται από άλλα μοντέλα. Ανάμεσα στις πιο γνωστές συμβάσεις που έπρεπε να κάνουν οι μαθηματικοί για να μπορέσουν να περιλάβουν στον λογισμό

τους αντιφάσεις, είναι το παράδειγμα της ολικής διάταξης των πραγματικών αριθμών ($\mathbb{R}$), όταν δηλαδή περιλάβουμε σε ένα αριθμητικό σύνολο και τους αρνητικούς και τους άρρητους.

Όλοι συμφωνούμε πως *εάν το $a < \beta$, τότε το κλάσμα a/β είναι μικρότερο της μονάδας*. Κάποια στιγμή συμφωνήσαμε πως το αρνητικό μέγεθος -1 υπάρχει και μάλιστα πως είναι $-1 < 1$.

Τότε λοιπόν *θα έπρεπε το $-1/1$ να είναι μικρότερο της μονάδας, όπως και το $1/-1 > 1$,*

κι όμως η σύμβαση που κάναμε και σήμερα συμφωνούμε είναι πως ότι το $-1/1 = 1/-1$ και μάλιστα $= -1$.

Παρατηρούμε λοιπόν η κατασκευή μιας νέας αντίληψης και θεωρίας, στην οποία περιλαμβάνονται όσα δεν μπορούσαν να αναγνωριστούν, σημαίνει τον επαναπροσδιορισμό της ταυτότητας όλων των στοιχείων που ακολουθούν πλέον ενιαίους κανόνες λειτουργίας, διάταξης και σύνθεσης, ενώ συνδυάζεται με την εγκαθίδρυση νέων συμβάσεων έκφρασης, γραφής και τρόπων υπολογισμού.

2. Ας μεταφερθούμε τώρα για το δεύτερο παράδειγμα, από τον κόσμο των αριθμών στον κόσμο των συνόλων, όπως τον εισήγαγε ο *Georg Cantor* στο τέλος του 19^{ου} αιώνα και επί του οποίου στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό η Πιαζετική προσέγγιση της ανάπτυξης λογικομαθηματικού συλλογισμού στην παιδική ηλικία.

Πως μπορούμε να πούμε αν δυο σύνολα είναι ίσα; Αν έχουν τον ίδιο αριθμό στοιχείων. Πώς το διαπιστώνουμε αυτό; Είτε μετρώντας τα ένα-ένα, αλλά εδώ μπορεί και να μας ξεφύγει κάτι στο μέτρημα ή να μην τελειώσουμε ποτέ αν είναι άπειρα, είτε, όπως έκανε ο Κύκλωπας στην Οδύσσεια για να μετρήσει αν του λείπει κανένα πρόβατο, αντιστοιχώντας ένα προς ένα τα στοιχεία του ενός συνόλου προς του άλλου. Για τα άπειρα αρκεί να βρούμε έναν κανόνα που αντιστοιχεί κάθε στοιχείο του ενός συνόλου, με μοναδικό τρόπο σε ένα του άλλου συνόλου.

Εάν πχ έχουμε το σύνολο των μονών αριθμών και το σύνολο των ζυγών, τότε αντιστοιχούμε σε κάθε μονό αριθμό τον επόμενο του που είναι ζυγός και έχουμε μια τέλεια 1-1 αντιστοιχία: ίσα τα δυο σύνολα

κι ας είναι άπειρα. Μέχρι στιγμής, όλες αυτές οι διαδικασίες σύγκρισης παραμένουν συμβατές με την παραδοσιακή αντίληψη της ισότητας και με την χωρική της αναπαράσταση.

Αν όμως πάρουμε το σύνολο όλων των φυσικών αριθμών και αντιστοιχούμε σε κάθε έναν τον διπλάσιό του, κατασκευάζουμε πάλι την αντιστοιχία 1-1, αλλά τώρα βρισκόμαστε μπροστά σε δυο ίσα σύνολα, εκ των οποίων όμως το δεύτερο φαίνεται να έχει τα μισά στοιχεία από το πρώτο! Δηλαδή έχουμε αντίφαση με την χωρική αναπαράσταση αλλά με την παραδοσιακή αντίληψη της ισότητας, αφού τώρα το μέρος είναι ίσο με το όλο! Εποπτικά μπορούμε να δούμε αυτή την φαινομενική παραδοξότητα στην περίπτωση ενός τριγώνου, φέρνοντας μια εσωτερική γραμμή και δείχνοντας ότι όσα σημεία έχει η βάση, ακριβώς τόσα έχει και η εσωτερική γραμμή, αφού κάθε ευθεία από την κορυφή προς την βάση τέμνει και την εσωτερική γραμμή σε μοναδικό σημείο.

Πώς έλυσε ο *Cantor* αυτή την παραδοξότητα; Όρισε ότι υπάρχουν πολλές τάξεις απείρου. Στην πρώτη τάξη απειρίας τοποθετήθηκαν τα αριθμήσιμα σύνολα, εκείνα των οποίων τα στοιχεία αντιστοιχούν 1-1 με το σύνολο των φυσικών αριθμών, στη δεύτερη σύνολα ισόμορφα με το σύνολο των πραγματικών αριθμών, κλπ. Στην πρώτη τάξη οι ρητοί αριθμοί (Q) μαζί με τους φυσικούς (N), στη δεύτερη οι πραγματικοί (R).

Επομένως μέσα σε αυτή την νέα κλάση των τάξεων θα πρέπει να ξανα-αντιληφθούμε την έννοια της ισότητας, τις αναπαραστάσεις μας, τις εκφράσεις και τους τρόπους υπολογισμού. Εισήχθησαν κατά συνέπεια για την κατασκευή της νέας θεωρίας, οι έννοιες του πληθικού και του διατακτικού αριθμού, τα σύμβολα $\aleph_0$ άλεφ μηδέν, $\aleph_1$ άλεφ ένα, ..., οι εκφράσεις για μεταξύ τους σχέσεις, καθώς και οι αντίστοιχες νοητικές, υπολογιστικές και εποπτικές αναπαραστάσεις.

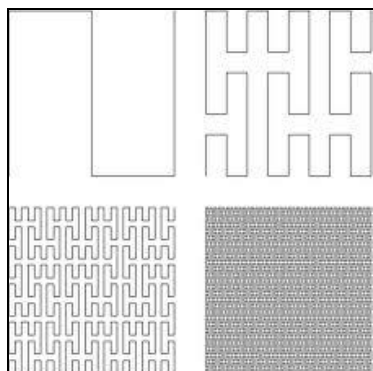
Εδώ διατυπώθηκε και η περίφημη Υπόθεση του Συνεχούς, ότι δεν μπορεί να υπάρξει σύνολο με πληθικό αριθμό μεγαλύτερο του $\aleph_0$ μηδέν και μικρότερο του $\aleph_1$ ένα. Δεν υπάρχει δηλαδή περίπτωση ύπαρξης μαθηματικών *Paranthropus* ή *Tropis* όπως η φυλή του *Vercors*.

3. Το τρίτο παράδειγμά μας αναφέρεται στις καμπύλες ή γραμμές, τις οποίες σχεδίασαν σημαντικοί μαθηματικοί στα τέλη του 19^{ου} και αρχές του 20^{ου} αιώνα και οι οποίες για πολλούς εκείνη την εποχή θεωρήθηκαν ως δημιουργήματα μιας αρρωστημένης φαντασίας και ονομάστηκαν «τέρατα», «ψυχωτικές» ακόμα και «παθολογικές» καμπύλες.

Για την ακρίβεια «τέρατα» στα μαθηματικά ονομάζουμε κατασκευές που βρίσκονται ανάμεσα σε ακέραιες διατάξεις. Ας φανταστούμε μια λευκή σελίδα. Συμφωνούμε πως η επιφάνεια αυτή είναι μια επιφάνεια δυο διαστάσεων. Όπως ένας κύβος είναι τριών διαστάσεων. Αν αρχίσουμε μια γραμμή πάνω στη σελίδα, από αριστερά προς τα δεξιά. Η γραμμή λέμε ότι έχει διάσταση 1. Η γραμμή δεν έχει εμβαδόν, όπως η σελίδα δεν έχει όγκο.

Ας επεκτείνουμε τώρα την ευθεία, μετά να την στρίψουμε λίγο προς τα πάνω, μετά ξανά προς τα αριστερά, μετά προς τα πάνω, κ.ο.κ. χωρίς ποτέ να διασταυρωθούν, ούτε να συμπέσουν οι γραμμές. Αν φανταστούμε ότι οι ευθείες αυτές είναι όσο πιο κοντά γίνεται, κάποια στιγμή θα έχει σχεδόν γεμίσει το χαρτί, δεν θα χωράει δηλαδή άλλη πλέον γραμμή..

Αυτό που κατασκευάσαμε , μια απλουστευμένη παραλλαγή της γραμμής ή καμπύλης του Peano (1880) θα συνεχίζει αφενός να είναι γραμμή, δηλ. μια μονοδιάστατη εικόνα, αλλά η διαίθησή μας λέει ευκολότερα μπορούμε να υπολογίσουμε την επιφάνεια που καταλαμβάνει η γραμμή. Αν δηλαδή η γραμμή γεμίσει πλήρως όλο το επίπεδο του χαρτιού μας θα πρέπει να είναι δυοδιάστατη. Και εφόσον υπάρχει η δυνατότητα αλγοριθμικής περιγραφής για την κατασκευή αυτής της «ιδέας», μπορούμε να πούμε πως φτιάξαμε την ενδιαμέση διάσταση, κάτι περισσότερο του 1 και λιγότερο του 2 !



Η καμπύλη του Peano

Οι κατασκευές αυτές, που επινόησαν μεταξύ άλλων οι *Georg Cantor* (1845-1918), *Giuseppe Peano* (1858-1932), *David Hilbert* (1862-1943), *Felix Hausdorff* (1868-1942), *Helge von Koch* (1870-1924) και *Waclaw Sierpinski* (1882-1962) θα έμεναν ίσως στο περιορισμένο ενδιαφέρον των περίεργων μαθηματικών κατασκευών εάν δεν εύρισκαν εφαρμογές σε προβλήματα περιγραφής ή μέτρησης φυσικών και βιολογικών φαινομένων που απασχολούσαν ευρύτερα τις επιστήμες. Εάν δηλαδή δεν επαναξιολογούνταν σε ένα ευρύτερο διεπιστημονικό πλαίσιο. Τις κατασκευές αυτές, τα τέρατα αυτά ο *Benoît B. Mandelbrot* (1924 – 2010) τα ονόμασε *Fractals* και θεμελίωσε τη σχετική θεωρία το 1975.

Πάλι, για να ξεφύγουμε από τους διαχωρισμούς και τους αποκλεισμούς, οδηγηθήκαμε στην ανάγκη νέας θεωρίας, εντός της οποίας θα επαναπροσδιοριστούν εποπτικές αντιλήψεις και σχέσεις, θα επινοηθούν ορολογία, εκφράσεις και τρόποι υπολογισμού. Η σύνδεση της θεωρίας των φρακταλς με τις θεωρίες του χάους και της κυβερνητικής δημιούργησαν τη δυνατότητα να έχουμε σήμερα μια ισχυρή θεωρία συστημικής ερμηνείας των πιο διαφορετικών πολύπλοκων και δυναμικών φαινομένων, από τα βιολογικά έως τα μετεωρολογικά, από την οικονομία των χρηματιστηρίων έως την οικολογία.

III

Στη διάρκεια του 20^{ου} αιώνα το επιστημολογικό τοπίο έγινε τελείως διαφορετικό από εκείνο του 19^{ου}. Νέες επιστημονικές περιοχές και Νέες Τεχνολογίες έχουν αλλάξει άρδην τη δομή των θεμελιωδών αντιλήψεων σε πληθώρα επιστημονικών τομέων και δοκιμάζουν τον τρόπο που αντιλαμβανόμαστε και αλληλεπιδρούμε με τα φαινόμενα της ζωής και του κόσμου που μας περιβάλλει (*αντιλήψεις, στερεότυπα*):

- Αναθεωρήθηκαν οι έννοιες του χώρου και του χρόνου, για την ύλη, για τις σχέσεις μεταξύ τους (νέες γεωμετρίες, ενέργεια-μάζα-πληροφορία, κβάντα, σχετικότητα).
- αναδείχθηκε ο ρόλος του ασυνείδητου και της παιδικής ηλικίας στην ενήλικη ζωή και στη λήψη αποφάσεων
- κατανοήσαμε ότι δεν μπορούμε να γνωρίζουμε πλήρως ένα σύστημα όσο μένουμε εντός των ορίων του (λογική μη-πληρότητα, ανοικτά συστήματα, δεν υπάρχει δράση, ούτε παρατήρηση χωρίς αλληλεπίδραση).
- ενσωματώθηκε η αβεβαιότητα στην επιστημονική σκέψη (*Heisenberg, ασαφή σύνολα*),
- αναδύθηκε η συστημική δυνατότητα μελέτης πολύπλοκων φαινομένων από τη συνάντηση της θεωρίας της εξέλιξης (προσαρμογή, φυσική επιλογή) με τη δομική γλωσσολογία, την ανθρωπολογία, τη θεωρία της πληροφορίας, και την κυβερνητική
- οι μαθηματικές δομές, ο απειροστικός λογισμός, η στοχαστική ανάλυση και οι τοπολογικές θεωρίες των δικτύων και των κόμβων κατάφεραν να πλησιάσουν περισσότερο τη δομή και να περιγράψουν την πολυπλοκότητα της πραγματικότητας

Κι' όλα αυτά συμβαίνουν με διαφορετικούς ρυθμούς διάδοσης, αποδοχής και λειτουργικής αξιοποίησης ανάλογα με τη χώρα, την γλώσσα της, το γεωπολιτικό σύστημα στο οποίο μετέχει, την παράδοση που έχει δημιουργήσει στη σχέση της με την εξέλιξη της γνώσης και την κοινωνική πρόοδο. Με διαφορετικούς ρυθμούς και στάσεις, αλλά

μέσα σε ένα σύστημα πολλαπλών συνδέσεων, που ορίζουμε με χίλιους τρόπους ως παγκοσμιοποίηση.

Η εκπαίδευση έχει κατά συνέπεια σήμερα να διαχειριστεί ένα νέο επιστημολογικό τοπίο,

- με περισσότερες συνδέσεις και λιγότερους διαχωρισμούς μεταξύ των επιστημών,
- με μια διαφορετική επικοινωνιακή ποιότητα και ποσότητα
- με έντονα τεχνολογικά και ψηφιακά χαρακτηριστικά
- με μια ποικιλία μαθητικών πληθυσμών και γνωστικών προφίλ με έντονο πολιτισμικό και ψυχολογικό χρώμα σε ένα αλληλοεπηρεαζόμενο τοπικό, ευρωπαϊκό και παγκοσμιοποιημένο περιβάλλον αναφοράς και ταυτότητας του σύγχρονου πολίτη.

Η μαθηματική επιστήμη, από τα ρητά μεγέθη στα άρρητα, από τα είδη προβλημάτων και τις λύσεις στις σχέσεις μεταξύ των λύσεων, από τις σχέσεις αυτές στις δομές, από τις σχέσεις των δομών στην στοχαστική, από τα δυναμικά συστήματα στην πολυπλοκότητα, βρέθηκε συχνά απέναντι στο ανυπερβλήτο εμπόδιο να αντιλαμβάνεται την ύπαρξη ενός μεγέθους, ενός στοιχείου αλλά να μην μπορεί να το χειριστεί μέσα στο ισχύον θεωρητικό πλαίσιο. Αναγκάστηκε να βγει από το ισχύον πλαίσιο για να αντιληφθεί τι συνέβαινε και να μπορέσει να εντάξει λειτουργικά τα νέα στοιχεία.

Η μαθηματική εκπαίδευση δεν ακολούθησε με συνέπεια τις βαθιές και ραγδαίες εξελίξεις της μαθηματικής επιστήμης, κι όταν προσπάθησε να τις ακολουθήσει, όπως με τα μοντέρνα μαθηματικά, το έκανε με λάθος τρόπο, καθώς επέμενε να αντιλαμβάνεται τη μαθηματική εκπαίδευση ως μονό-επιστημονική, αποκλειστικά μαθηματικής ενασχόλησης, υπόθεση.

Η επιμονή αυτή, που ενδύθηκε συνεκτικά με επιστημονικοφανή επιχειρήματα, αντιστοιχεί σε ένα πολύ ισχυρό επιστημολογικό εμπόδιο: μέχρι τη δεκαετία του '30 δεν είχε χαραχτεί ακόμη κάποια βιο-γνωσιακή θεωρία που θα συνάρθρωνε την επιστημολογία με την ψυχολογία, προσδίδοντας ευφυή και εξελικτικά στοιχεία τόσο στην παιδική ηλικία όσο και στις γνωσιακού τύπου αλληλεπιδράσεις μεταξύ υποκειμένου, δράσης, κατάστασης, έκφρασης και λογισμού.

Από την άλλη όμως θα πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι η νέα αυτή θεωρία δεν θα μπορούσε να συλληφθεί χωρίς αφενός τις μαθηματικές θεωρίες των λογικών σχέσεων, των δομών και των μετασχηματισμών που επέτρεψαν να δουν οι ερευνητές, με συνεκτικό τρόπο, διαστάσεις που φάνταζαν ασύμβατες, και αφετέρου χωρίς την τολμηρότητα της φροϋδικής προσέγγισης που κατάδειξε τη σχετική αυτονομία του έλλογου ενήλικα και την ισχυρότατη επίδραση του ασυνείδητου, των κοινωνικών στερεοτύπων και των παιδικών βιωμάτων στη λήψη αποφάσεων και στις συμπεριφορές.

Στο νέο αυτό τοπίο, με τη συνεργασία πολλών επιστημόνων και επιστημονικών κλάδων επαναξιολογείται σήμερα το περιεχόμενο και ο τρόπος της διδασκαλίας των μαθηματικών σε κάθε βαθμίδα της εκπαίδευσης. Η διεπιστημονικότητα συνδέεται με την προσπάθεια νοηματοδότησης των μαθηματικών. Η νοηματοδότηση συνδέεται με τη σειρά της με τα προσωπικά βιώματα και με τη συλλογική εμπλοκή σε μια δράση.

Η συμπερίληψη όλων των παιδιών στο σχεδιασμό της εκπαίδευσης σε μια συμμετοχική, συνεργατική και διεπιστημονική βάση είναι δείκτης της ποιότητας του εκπαιδευτικού συστήματος και της αξιοπιστίας των μαθήσεων, ενώ η ειδικότερη διεπιστημονική και συνεργατική μαθηματική εκπαίδευση αποτελεί την νοητική βάση για την ανάπτυξη της ικανότητας να αναζητούμε την εκάστοτε βέλτιστη λύση στις σχέσεις και στις αναγκαίες εξισορροπήσεις των αλληλεπιδράσεών μας.

Μιλήσαμε για περιπτώσεις επιστημολογικών εμποδίων. Αντίστοιχα όμως συμβαίνει με τα κοινωνικά στερεότυπα. Είδαμε την αφήγηση του Vercors με τα παρά φύσιν ζώα, θα μπορούσαμε να δούμε πολλά ακόμη για τον αποκλεισμό λόγω χρώματος, φύλου, κοινωνικής ή πολιτισμικής προέλευσης,. Αποκλεισμούς χονδροειδείς και βίαιους ή πιο εκλεπτυσμένους και συγκαλυμμένους, οι οποίοι πάντα

εφευρίσκουν ή επινοούν ή υπονοούν κάποιο κοινωνικό στερεότυπο ως επιστημονική αλήθεια. Σας προτείνω να διαβάσετε το βιβλίο *Επιπεδοχώρα* του *Edwin Abbot (Flatland: A Romance of Many Dimensions, 1884)* το οποίο έχει μεταφραστεί και στα ελληνικά σε πολλαπλές εκδόσεις, θα το απολαύσετε. Ίσως κάποιοι που επιθυμούν να αναπτύξουν την κριτική σκέψη με πιο τολμηρό και εκλεπτυσμένο τρόπο να ενδιαφερθούν να αλιεύσουν αντίστοιχα ρατσιστικού τύπου στοιχεία αποκλεισμού και σε βιβλία που, μέσα από μια λογοτεχνική μορφή μαθηματικής αφήγησης, προβάλλουν κάποια δήθεν ευρύτερη πνευματική ανωτερότητα των μαθηματικών.

Ο *Euler*, όταν του έφεραν το περίφημο πρόβλημα με τις γέφυρες του *Königsberg* διερωτήθηκε εκνευρισμένος: «ποιος σας είπε πως ένας μαθηματικός είναι καταλληλότερος να λύσει ένα μη μαθηματικό πρόβλημα από οποιονδήποτε άλλον άνθρωπο;»

Όπως έχουμε αλλαγή τοπίου στις επιστήμες, έχουμε και στην αντίληψη της εκπαιδευτικής λειτουργίας επί των διεργασιών της μάθησης. Ο αποκλεισμός δεν μπορεί να προσδιοριστεί και να θεραπευτεί μόνο μέσα ή έξω από το σχολείο αλλά μέσα στις συνδέσεις του σχολείου με την οικογένεια και την κοινωνία, σε ένα σύστημα που συμπεριλαμβάνει και τα τρία υποσυστήματα.

Στην περιπέτεια της επιστήμης και της εκπαίδευσης, το ζητούμενο φαίνεται να είναι η αλήθεια. Όπως όμως έχει πει και ο *Von Foerster*, ένας από τους πιο ισχυρούς επιστήμονες-διανοητές του προηγούμενου αιώνα, «η αλήθεια είναι μια έννοια που αφορά μόνο τους ψεύτες. Εμείς ας προτιμήσουμε την έννοια της εμπιστοσύνης».

Η εμπιστοσύνη, η δημιουργία δεσμών εμπιστοσύνης που εσωτερικεύονται στον εκπαιδευτικό και στον μαθητή για την μεταξύ τους σχέση αλλά και την κοινή ευθύνη για την επιστήμη και την εκπαίδευση όλων των πολιτών. Η εμπιστοσύνη του πολίτη και του θεσμού της οικογένειας στη δυνατότητα της δημοκρατίας να βαθαίνει και να πλαταίνει συμπεριλαμβάνοντας όλο και περισσότερους αποκλεισμένους ανθρώπους, όπως η εμπιστοσύνη στην επιστήμη να συμπεριλαμβάνει όλο και περισσότερα «περίεργα» «ορφανά» ή αόρατα και άρρητα φαινόμενα.

Αυτή την οικοδόμηση δεσμών εμπιστοσύνης με τα μαθηματικά και με τη δημοκρατία πιστεύω πως υπηρετούν τα συνέδρια που επί τόσα χρόνια με επιμονή, ευθύνη, τόλμη και φαντασία διοργανώνουν ο *Δημήτρης Χασάπης* και η *Ελένη Γιαννακοπούλου*, τους οποίους ευχαριστώ θερμά για την τιμή της βαθιάς μας φιλίας και αυτής της επιστημονικής πρόσκλησης.

e-mail: kalabas@aegean.gr

[λευκή σελίδα]

**ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ:
ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΜΙΑΣ
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ
ΤΩΝ ΟΡΩΝ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΤΗΣ**

Δημήτρης Χασάπης

Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση επισημαίνεται και σχολιάζεται ο ρόλος της μαθηματικής εκπαίδευσης στην δημιουργία διακρίσεων και ιεραρχήσεων μεταξύ των ανθρώπων. Οι αναλύσεις της κοινωνιολογίας της εκπαίδευσης και οι έρευνες οι οποίες ανέδειξαν τη συμβολή του σχολείου στην αναπαραγωγή των κοινωνικών ανισοτήτων ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1960 υιοθετήθηκαν πολλές δεκαετίες μετά από τους θεωρητικούς και τους ερευνητές της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Αντί, όμως, να οδηγήσουν στη μελέτη των διαδικασιών μέσα από τις οποίες τα μαθηματικά συμβάλλουν στην αναπαραγωγή των κοινωνικών ανισοτήτων, η ανισότητα στην πρόσβαση και ο αποκλεισμός ομάδων μαθητών και μαθητριών από τη μαθηματική γνώση και πρακτική αποδόθηκε στη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο, οπότε και η σχετική έρευνα προσανατολίσθηκε στην αναζήτηση μέσων και τεχνικών βελτίωσης της διδασκαλίας των μαθηματικών. Στο πλαίσιο αυτό προτείνεται ένα σχήμα για την κατανόηση της κοινωνικής λειτουργίας των σχολικών μαθηματικών και των όρων συμβολής τους στην αναπαραγωγή των κοινωνικών ανισοτήτων.

1. Η κληρονομιά του Πλάτωνα: Η μαθηματική εκπαίδευση ως μηχανισμός διάκρισης και στρωματοποίησης σχολικών πληθυσμών

[525b] Προσῆκον δὴ τὸ μάθημα ἂν εἴη, ὦ Γλαῦκων, νομοθετῆσαι καὶ πείθειν τοὺς μέλλοντας ἐν τῇ πόλει τῶν μεγίστων [525γ] μεθέξειν ἐπὶ λογιστικὴν ἵεναι καὶ ἀνθάπτεσθαι αὐτῆς μὴ ἰδιωτικῶς, ἀλλ' ἕως ἂν ἐπὶ θεᾶν τῆς τῶν ἀριθμῶν φύσεως ἀφίκωνται τῇ νοήσει αὐτῇ, οὐκ ὦνῃς οὐδὲ πράσεως χάριν ὥς ἐμπόρους ἢ καπήλους μελετώντας, ἀλλ' ἔνεκα πολέμου τε καὶ αὐτῆς τῆς ψυχῆς ῥασιώνης μεταστροφῆς ἀπὸ γενέσεως ἐπ' ἀλήθειάν τε καὶ οὐσίαν.

«Ἔτσι η σπουδὴ αὐτὴ θα εἶναι κατὰλληλη, Γλαῦκων, νὰ τὴν καθιερώσουμε με νόμο καὶ νὰ πείθουμε ὅσους μέλλει νὰ ἀναλάβουν τὰ ἀνώτατα ἀξιώματα στὴν πόλιν νὰ στραφοῦν στὴ σπουδὴ τῶν ἀριθμῶν καὶ νὰ καταπιαστοῦν με αὐτὴν ὅχι ἐρασιτεχνικὰ ἀλλὰ ἴσαμ' ἐκεῖ που θὰ φθάσουν – ἀποκλειστικὰ διαμέσου τῆς νόησης – στὴ θέαση τῆς φύσης τῶν ἀριθμῶν, μελετώντας τὴν ὅχι γιὰ νὰ τὴν χρησιμοποιήσουν ὡς ἐμποροὶ καὶ γυρολόγοι σὲ ἀγοροπωλησίες ἀλλὰ στὸν πόλεμο καὶ, ἐπίσης, πρὸς διευκόλυνση τῆς ἰδίας τῆς ψυχῆς νὰ μεταστραφῇ ἀπὸ τὸ γίγνεσθαι στὴν ἀλήθεια καὶ τὴν οὐσίαν»

Σ' αὐτὸ τὸ ἀπόσπασμα τῆς *Πολιτείας* (ἢ *Περὶ δικαίου*), ἓνα ἀπὸ τὰ γνωστότερα ἔργα τοῦ Πλάτωνα, τὸ ὁποῖο χρονολογεῖται στὶς ἀρχές τοῦ 4^{ου} αἰῶνα πρὶν τὴν ἐποχὴ μας καὶ ἔχει ἀσκήσει μεγάλη ἐπιρροή στὴ φιλοσοφία, ἀλλὰ καὶ στὴν πολιτικὴ θεωρία, διατυπώνεται γιὰ πρώτη φορὰ στὴν ἱστορία μιὰ θέση γιὰ τὸν κοινωνικὸ ρόλο τῶν μαθηματικῶν, ἡ ὁποία υλοποιεῖται πολλοὺς αἰῶνες ἀργότερα, ὅταν στὶς ἀρχές τοῦ 18^{ου} αἰῶνα τῆς ἐποχῆς μας ὁργανώνονται τὰ πρῶτα σχολεῖα στὴ μορφή που ξέρουμε σήμερα. Στὰ σχολεῖα αὐτά, τὰ μαθηματικὰ καθιερώνονται ὡς ἓνα ἀπὸ τὰ βασικὰ μαθήματα καὶ μαζί με τὰ λατινικὰ διαχωρίζουν καὶ ἱεραρχοῦν τοὺς μαθητές σὲ κατηγορίες ὡς πρὸς τὴν σχολικὴ τους ἐπίδοση καὶ σὲ ἓνα δεῦτερο ἐπίπεδο τὰ μαθηματικὰ ὡς πρὸς τὶς νοητικὲς τοὺς δυνατότητες καὶ τὰ λατινικὰ ὡς πρὸς τὸ μορφωτικὸ τους ἐπίπεδο.

Ο θεῖος Πλάτων είναι και στο σημείο αυτό πρωτοπόρος

[526b] Τί δέ; Τόδε ἤδη ἐπεσκέψω, ὥς οἱ τε φύσει λογιστικοὶ εἰς πάντα τὰ μαθήματα ὥς ἔπος εἰπεῖν ὄξεις φύονται, οἱ τε βραδεῖς, ἂν ἐν τούτῳ παιδευθῶσιν και γυμνάσωνται, κἂν μηδὲν ἄλλο οφελῇθῶσιν, δμῶς εἰς γε το ὀξύτεροι αυτοὶ αὐτῶν γίγνεσθαι πάντες ἐπιιδιδόασιν

Και ἀκόμη' ἔχεις προσέξει και τούτο, ὅτι δηλαδή ὅσοι ἔχουν ταλέντο στους αριθμητικούς υπολογισμούς παρουσιάζουν μια φυσική ευχέρεια σχεδόν σε ὅλες τις μαθήσεις, επίσης ὅτι και ὅσοι ἔχουν αργοκίνητα μυαλά, αν εκπαιδευτοῦν και ασκηθοῦν σε αὐτό το πράγμα, ἔστω και αν δεν αὐτλήσουν κανένα ἄλλο ὄφελος, πάντως ὅλοι τους πραγματοποιοῦν κάποια πρόοδο ὥστε τουλάχιστον να γίνεται πιο κοφτερό το μυαλό τους;

Σε κάθε περίπτωση, βέβαια, οι κατηγορίες στις οποίες τα μαθηματικά διαχωρίζουν και ιεραρχοῦν τους μαθητές αντιστοιχοῦν σε κοινωνικές διαστρωματώσεις της προέλευσης ἢ της μελλοντικής κοινωνικής ἑνταξης των παιδιῶν.

Μια παρένθεση για μια δεύτερη διάκριση, η οποία διατρέχει και διαπλέκεται με τις κοινωνικές διακρίσεις που δημιουργοῦν ἢ αναπαράγουν τα μαθηματικά είναι ἐδῶ αναγκαία.

Παράλληλα με την ανάπτυξη του βιομηχανικού καπιταλισμοῦ και εξαιτίας της σημειώνεται στην Ευρώπη ἀπὸ το 1750 μέχρι το 1850 μια ἔκρηξη αναγκῶν για γνώσεις και πρακτικές εφαρμογές των μαθηματικῶν και των φυσικῶν επιστημῶν (Rogers, 1998). Οι γνώσεις και οι εφαρμογές αυτές, ριζικά διαφορετικές ἀπὸ τις θεωρητικοῦ χαρακτήρα μαθηματικές και επιστημονικές γνώσεις του μεσαίωνα, είναι γνώσεις εφαρμόσιμες, ἀπόλυτα προσανατολισμένες στην επίλυση τεχνικῶν προβλημάτων και στην κάλυψη των ἀμεσων αναγκῶν της βιομηχανικῆς ἀνάπτυξης. Δημιουργεῖται, ὡς συνέπεια, μια ζήτηση για γενίκευση της μαθηματικῆς ἐκπαίδευσης, η οποία καλύπτεται ἀπὸ το ολοένα και αναπτυσσόμενο δημόσιο εκπαιδευτικό σύστημα, ἐνῶ τα πανεπιστήμια τα οποία διαχρονικά αποτελοῦσαν τους θεματοφύλακες της μαθηματικῆς ἐκπαίδευσης για τους γόνους των ἀνώτερων τάξεων δεν ἀκολούθησαν στην πλειονότητα τους αὐτή την ἀλλαγὴ στα περιεχόμενα των μαθηματικῶν και των φυσικῶν επιστημῶν, οὔτε

απάλειψαν τον αριστοκρατικό χαρακτήρα στην πρόσβαση τους. Η διάκριση που δημιουργήθηκε εκείνη την εποχή ανάμεσα στα λεγόμενα θεωρητικά μαθηματικά των πανεπιστημίων και στα εφαρμοσμένα μαθηματικά των σχολείων και των πολυτεχνικών σχολών παρήγαγε μια αντίστοιχη ιεραρχική διάκριση ανάμεσα στα μαθηματικά για τους λίγους και στα μαθηματικά για τους πολλούς. Μια διάκριση, η οποία ενδημεί και στη μαθηματική εκπαίδευση εισάγοντας μια αντίστοιχη ιεραρχία, ανεξάρτητα από τους όρους περιγραφής της. Μαθηματικά για πανεπιστημιακές σπουδές και μαθηματικά για τις ανάγκες της επαγγελματικής πρακτικής.

Πολύ σύντομα ο ρόλος των μαθηματικών ως κοινωνικού φίλτρου νομιμοποιείται επιστημονικά συσχετιζόμενος με την ατομική νοημοσύνη και άλλες ψυχομετρικές κατασκευές και η ευχέρεια μάθησης των μαθηματικών, άρα και η αντίστοιχη σχολική επίδοση, αποδίδεται σε έμφυτες προδιαθέσεις ή νοητικές δυνατότητες. Τα μαθηματικά «τα παίρνεις ή δεν τα παίρνεις» και η σχολική σου επίδοση στα μαθηματικά συναρτάται με το αν «σου κόβει ή δεν σου κόβει». Αυτές και άλλες παρόμοιες μεταφορικές εκφράσεις στον καθημερινό λόγο δηλώνουν την κοινωνική αποδοχή αυτών των θεωριών για τη μάθηση των μαθηματικών και την αντίστοιχη σχολική επίδοση.

Οι απόψεις αυτές εξακολουθούν να υιοθετούνται, να αναπαράγονται και να εκφράζονται ακόμα και σήμερα από εκπαιδευτικούς, γονιούς και μαθητές, παρά τις θεωρητικές αναλύσεις και τις ερευνητικές διαπιστώσεις της κοινωνιολογίας της εκπαίδευσης, οι οποίες ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1960 έχουν υπογραμμίσει το ρόλο των μαθηματικών στην παραγωγή και στην αναπαραγωγή κοινωνικών ανισοτήτων.

Ο Volmink (1994) σημειώνει ότι *«τα μαθηματικά περισσότερο από κάθε άλλο μάθημα έχουν αναλάβει το ρόλο του «αντικειμενικού» κριτή για να αποφασίζεται ποιος σε μια κοινωνία «μπορεί» και ποιος «δεν μπορεί».* *Λειτουργούν επομένως ως ο θυροφύλακας της συμμετοχής στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων σε μια κοινωνία»* (σ. 51).

Η με τις διατυπώσεις του Μπουρντιέ, ο οποίος ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τις λειτουργίες της κοινωνικής αναπαραγωγής του σχολείου και στο σχολείο:

Συχνά με μια ψυχολογική βία την οποία τίποτα δεν μπορεί να εξασθενήσει το σχολείο διατυπώνει τις τελικές του κρίσεις και ετυμηγορίες, απέναντι στις οποίες δεν υπάρχει καμία δυνατότητα προσφυγής, με τις οποίες όλοι οι μαθητές κατατάσσονται σε μια μοναδική ιεραρχία όλων των μορφών αριστείας, η οποία σήμερα κυριαρχείται από ένα μοναδικό μάθημα, τα μαθηματικά» (Bourdieu, 1989, σ. 28).

Με τις διαπιστώσεις αυτές δεδομένες πως αιτιολογείται η διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο;

Μερικοί από τους πολλούς λόγους για τους οποίους διδάσκονται τα μαθηματικά στα σχολεία από τις αρχές του 19^{ου} αιώνα μέχρι σήμερα και οι οποίοι διατυπώνονται συνήθως ως σκοποί και στόχοι των αναλυτικών προγραμμάτων στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης συνοψίζονται από τον Davis (1993) ως εξής:

«τα μαθηματικά διδάσκονται γιατί πρέπει να διδάσκονται, γιατί είναι όμορφα, γιατί αποκαλύπτουν το θείο, γιατί μας βοηθούν να σκεφτόμαστε λογικά, γιατί είναι η γλώσσα των επιστημών και μας βοηθούν να κατανοούμε και να αποκαλύπτουμε τον κόσμο, γιατί μας βοηθούν να ασκήσουμε ένα επάγγελμα είτε άμεσα σε εκείνους τους κλάδους των κοινωνικών και φυσικών επιστημών που απαιτούν μαθηματικές γνώσεις είτε έμμεσα αφού τα μαθηματικά λειτουργούν ως κοινωνικό φίλτρο δημιουργώντας συγκεκριμένες επαγγελματικές προοπτικές σε εκείνους που μπορούν να μάθουν μαθηματικά. Τα μαθηματικά διδάσκονται, επίσης, για να αναπαράγουν τους μαθηματικούς ερευνητές και εκπαιδευτικούς» (σ. 190).

2. Η δεκαετία του '60: Η κοινωνιολογία της εκπαίδευσης και η α-κοινωνική εξέλιξη της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Η δεκαετία του 1960 χαρακτηρίστηκε από την άνοδο των ριζοσπαστικών κινημάτων, τα οποία έφεραν στο επίκεντρο της προβληματικής το ρόλο της εκπαίδευσης στην αναπαραγωγή των κοινωνικών ανισοτήτων, αναδεικνύοντας με ιδιαίτερη έμφαση, μεταξύ άλλων, το ζήτημα της ανισότητας των ευκαιριών τις οποίες το σχολικό σύστημα παρείχε σε διάφορες κοινωνικές, φυλετικές ή εθνοτικές ομάδες. Ως αποτέλεσμα θεωρητικών προβληματισμών και εμπειρικών διερευνήσεων συγκροτείται η κοινωνιολογία της εκπαίδευσης, ως διακριτός επιστημονικός κλάδος, η οποία εκείνη την εποχή στρέφει το ενδιαφέρον της επιστημονικής έρευνας στο φαινόμενο της σχολικής αποτυχίας που πλήττει ορισμένα τμήματα του μαθητικού δυναμικού. Μαζί σε όλες τις χώρες οι έρευνες διαπιστώνουν πως η καλή βαθμολογία, η επιτυχία στις εξετάσεις, η επιλογή του γενικού δευτεροβάθμιου σχολείου, η κατάληψη θέσεων σπουδών που εξασφαλίζουν επαγγέλματα κύρους και υψηλών οικονομικών απολαβών χαρακτηρίζουν τη σχολική φοίτηση παιδιών με προέλευση από οικογένειες μεσοαστών και μορφωμένων, ενώ αντίθετα η χαμηλή επίδοση, η κακή βαθμολογία, η εγκατάλειψη του σχολείου, η απουσία ενδιαφέροντος για την εκπαίδευση, οι χαμηλές προσδοκίες για το σχολικό μέλλον χαρακτηρίζουν μαζί χαρακτηρίζουν παιδιά με προέλευση από οικογένειες εργατών και αγροτών με αποτέλεσμα να μη φτάνουν στα πανεπιστήμια παρά σε ποσοστά στατιστικά μη σημαντικά (Φραγκουδάκη, 1985). Παράλληλα, τεκμηριώνεται η διαπίστωση ότι η τυπική προσφορά ίσων ευκαιριών εκπαίδευσης («δωρεάν παιδεία», παράκαμψη οικονομικών εμποδίων, προσφορά κτιρίων, υλικού, δασκάλων) δεν αίρει τις κοινωνικές ανισότητες του εκπαιδευτικού συστήματος

Ενώ συμβαίνουν όλα αυτά, οι παράγοντες που διαμορφώνουν τη μαθηματική εκπαίδευση, φορείς και προσωπικότητες, διαπιστώνουν ότι το πρόβλημα σχολικών μαθηματικών εντοπίζεται στην αναντιστοιχία του περιεχομένου των αναλυτικών προγραμμάτων, αφενός με την ανάπτυξη των μαθηματικών, αφετέρου με τις ανάγκες της τεχνολογικής και οικονομικής εξέλιξης της εποχής. Στη λογική αυτή αναπτύσσεται το κίνημα των «νέων μαθηματικών» υπό την αιγίδα

του National Council of Teachers of Mathematics και άλλων φορέων και ομάδων των ΗΠΑ, το οποίο ενισχύεται και διαδίδεται σε πολλές χώρες της Ευρώπης και της Ασίας από τον ΟΟΣΑ, ως συμβολή στην οικονομική τους ανάπτυξη. Τα αναλυτικά προγράμματα μαθηματικών της εποχής δίνουν έμφαση στη διδασκαλία αφηρημένων μαθηματικών εννοιών ήδη από το Δημοτικό σχολείο στο οποίο εισάγονται στοιχεία της θεωρίας συνόλων σε μια λογική κατανόηση τυπικών μαθηματικών δομών, όπως είναι για παράδειγμα οι διμελείς σχέσεις, και μαθηματικών διαδικασιών, όπως για παράδειγμα η απόδειξη. Η ψυχολογική βάση για την προσέγγιση της μάθησης και αντίστοιχα της διδασκαλίας των μαθηματικών παρέχεται από τις θεωρίες του Πιαζέ και της σχολής της Γενεύης για τη νοητική συγκρότηση και τη γνωστική εξέλιξη του ατόμου, οι οποίες παραλληλίζουν τις δομές οργάνωσης των μαθηματικών με τις νοητικές δομές των ατόμων. Αποτέλεσμα, ένα ακόμα βήμα στην απόσπαση των σχολικών μαθηματικών από τον κόσμο της καθημερινής εμπειρίας των παιδιών και μια παρά πέρα διεύρυνση των ανισοτήτων πρόσβασης στη μαθηματική γνώση για τα παιδιά των ήδη μη ευνοημένων από το σχολείο κοινωνικών ομάδων.

Τα «νέα μαθηματικά» εισάγονται στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα με την εκπαιδευτική μεταρρύθμιση του 1964, η οποία ιδεολογικά ανάγει την εκπαίδευση σε κυρίαρχο παράγοντα της οικονομικής ανάπτυξης της χώρας και οργανωτικά διαμορφώνει ένα σχολικό δίκτυο κοινωνικής επιλογής και διαφοροποίησης του μαθητικού πληθυσμού, διακρίνοντας τη μέση εκπαίδευση σε δύο κύκλους (γυμνάσιο και λύκειο) με δύο προσανατολισμούς (γενικής παιδείας και τεχνικό – επαγγελματικής εκπαίδευσης). Είναι μια κληρονομιά που σηματοδοτεί μέχρι σήμερα τους στόχους και καθορίζει το περιεχόμενο της σχολικής εκπαίδευσης στη χώρα μας.

Στις αρχές της επόμενης δεκαετίας του 1970, και ενώ έχουν ήδη εκδηλωθεί σοβαρές ενστάσεις, η μεταρρύθμιση των «νέων μαθηματικών» εγκαταλείπεται και στο επίκεντρο του προβληματισμού της μαθηματικής εκπαίδευσης τίθενται οι βασικές αριθμητικές και γεωμετρικές δεξιότητες (μια προσέγγιση που καταγράφηκε ως κίνηση «back to basics – πίσω στα βασικά») και ο προβληματισμός για τον κοινωνικό ρόλο των μαθηματικών περιχαρακώνεται, τώρα, στην

αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας των μαθηματικών από την οπτική, όχι των κοινωνικών ανισοτήτων, αλλά του εφοδιασμού των μαθητών και μαθητριών με τις κοινωνικά αναγκαίες μαθηματικές δεξιότητες, οι οποίες θεωρητικά αποτελούν αναγκαίες προϋποθέσεις για την ισότιμη συμμετοχή τους στην κοινωνική και πολιτική ζωή.

Όταν τα εκπαιδευτικά αδιέξοδα, αλλά και τα περιορισμένα θεωρητικά και ερευνητικά όρια, και αυτής της προσέγγισης στον κοινωνικό ρόλο των σχολικών μαθηματικών κατέστησαν εμφανή, στις αρχές της δεκαετίας του 1980, υποδείχθηκε ως λύση - πάλι με πρωτοβουλία του National Council of Teachers of Mathematics των ΗΠΑ - η οργάνωση της μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών με άξονα την «επίλυση προβλημάτων» συνδυασμένη με νέες εκπαιδευτικές μεθόδους βασισμένες στον ατομικό εποικοδομητισμό (constructivism) και την αξιοποίηση των τεχνολογιών της πληροφορικής.

Η επίλυση προβλημάτων ως οργανωτική αρχή των σχολικών μαθηματικών, ήδη διατυπωμένη από τη δεκαετία του 1950 με το βιβλίο του Polya «Πώς να το λύσω» (1954), επανέρχεται και περιχαράκωνει για μια ακόμα φορά τον προβληματισμό για τους στόχους και το ρόλο των σχολικών μαθηματικών στην ανάπτυξη ατομικών δεξιοτήτων, οι οποίες έχουν αναμφίβολα κοινωνικό αντίκρυσμα, αλλά δεν καθορίζουν τις εκπαιδευτικές και επαγγελματικές διαδρομές των μαθητών και των μαθητριών και τις θέσεις τους στην κοινωνική ιεραρχία.

Στη λογική αυτή αναπτύσσεται από το NCTM και δημοσιοποιείται το 1987 ένα λεπτομερές σύστημα μαθησιακών αποτελεσμάτων, τα οποία οφείλει να επιδιώκει η διδασκαλία των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση, υπό τον τίτλο «Κριτήρια Αναλυτικού Προγράμματος και Αξιολόγησης Σχολικών Μαθηματικών» (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics). Τα κριτήρια αυτά αποτελούν περιγραφές μαθηματικών ικανοτήτων, τις οποίες θα πρέπει να έχουν αναπτύξει οι μαθητές και οι μαθήτριες σε καθορισμένες χρονικές στιγμές της σχολικής τους διαδρομής, ως αποτέλεσμα της διδασκαλίας των μαθηματικών, χωρίς όμως να προσδιορίζουν ταυτόχρονα το αντίστοιχο περιεχόμενο αυτής της διδασκαλίας.

Με τον τρόπο αυτό εξατομικεύεται η ευθύνη, όχι μόνο της μάθησης, αλλά και της διδασκαλίας των μαθηματικών στο σχολείο.

3. Η «κοινωνιολογική στροφή» της μαθηματικής εκπαίδευσης και οι αντιφάσεις της: Η βελόνα και η αναζήτηση της

Στις αρχές της δεκαετίας του 2000 σημειώνεται μια «κοινωνική στροφή», όπως αποκλήθηκε χαρακτηριστικά από τον Lerman (2000), στη θεωρητική ανάλυση και στην εμπειρική διερεύνηση του ρόλου της διδασκαλίας των μαθηματικών και των επιπτώσεων της στην παραγωγή και αναπαραγωγή κοινωνικών διακρίσεων και ιεραρχιών, η οποία θέτει ως αφετηρία της προβληματικής τη θέση ότι οι ανθρώπινες λειτουργίες της νόησης και της παραγωγής νοημάτων είναι προϊόντα των κοινωνικών δραστηριοτήτων στις οποίες τα άτομα μετέχουν και δρουν. Κατά το Lerman, οι προβληματισμοί που οδήγησαν στην εξέλιξη αυτή προήλθαν από ερευνητικές διαπιστώσεις και προβληματισμούς, οι οποίοι αναπτύχθηκαν τα προηγούμενα χρόνια στην ανθρωπολογία (από την Lave για παράδειγμα), στην κοινωνιολογία (από την Walkerdine για παράδειγμα) και στην πολιτισμική ψυχολογία (από την Nunes για παράδειγμα), οι οποίες ανέδειξαν τον κυρίαρχο ρόλο που διαδραματίζουν συγκεκριμένες κοινωνικές πρακτικές στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης.

Η κοινωνική αυτή στροφή της μαθηματικής εκπαίδευσης διαμορφώθηκε από, και διαμόρφωσε δύο διακριτές θεωρητικές και ερευνητικές προσεγγίσεις στη σχέση της μαθηματικής εκπαίδευσης με τις κοινωνικές δομές και αντίστοιχα στο ρόλο των μαθηματικών στην παραγωγή και αναπαραγωγή κοινωνικών ιεραρχιών και ανισοτήτων.

Μια πρώτη προσέγγιση, η οποία φαίνεται να κυριαρχεί σήμερα και συνήθως χαρακτηρίζεται ως «κοινωνικο-πολιτισμική», αναγνωρίζει τη σχέση σχολικών μαθηματικών και κοινωνικών διακρίσεων και προτείνει μια πληρέστερη διερεύνηση και κατανόηση των διαδικασιών μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών μέσα από τις οποίες δημιουργούνται ή αναπαράγονται ανισότητες, οι οποίες ανάγονται σε ή προκαλούν κοινωνικές ή άλλου τύπου διαφοροποιήσεις των μαθητών και μαθητριών. Για την προσέγγιση αυτή, ο κοινωνικός

ρόλος των μαθηματικών καθορίζεται από τις διδακτικές πρακτικές και τα μέσα υλοποίησης τους, η σχέση των οποίων όμως με τις κοινωνικές δομές μέσα στις οποίες εντάσσονται και αναπτύσσονται οι εκπαιδευτικές λειτουργίες δεν αποτελεί αντικείμενο προβληματισμού. Ως αποτέλεσμα, παρά την κοινωνιολογική αφετηρία της, η προσέγγιση αυτή διαμορφώνει μια «τεχνική» οπτική, η οποία αντικαθιστά τις κοινωνικές διαδικασίες της εκπαίδευσης με τις ατομικές διεργασίες της μάθησης. Αφαιρώντας από το προσκήνιο του προβληματισμού τις κοινωνικές σχέσεις και μετατρέποντας τους μαθητές και τις μαθήτριες από κοινωνικά όντα σε μανθάνοντα υποκείμενα, των οποίων ενδιαφέρουν μόνον οι νοητικές διεργασίες μάθησης των μαθηματικών, ουδετεροποιεί τελικά τη διδασκαλία των μαθηματικών στο σχολείο και ανάγει τα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης σε προβλήματα μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών, των οποίων η επίλυση έγκειται πρωτίστως στην ανάπτυξη αποτελεσματικών διδακτικών τεχνικών και μέσων (Valero, 2004). Πρόκειται για ένα φαινόμενο που έχει επιτυχώς αποκληθεί «μαθησιοποίηση» της εκπαίδευσης (Biesta, 2005) και αποτελεί αντανάκλαση μια γενικότερης κυρίαρχης τάσης να αναγνωρίζονται και να περιγράφονται τα κοινωνικά προβλήματα, αλλά να αντιμετωπίζονται ως προβλήματα τεχνικά ή διαχειριστικά.

Σε αντιδιαστολή με την προσέγγιση αυτή, μια δεύτερη προσέγγιση, η οποία χαρακτηρίζεται ως «κριτική», θέτει στο επίκεντρο της τη συμβολή των σχολικών μαθηματικών στην παραγωγή και αναπαραγωγή κοινωνικών διακρίσεων, αλλά θεωρεί ότι αποτελεί ένα από τα συμπτώματα της ταξικής κοινωνίας και των μηχανισμών αναπαραγωγής της, μεταξύ των οποίων το σχολείο κατέχει πρωταγωνιστικό ρόλο. Η αλλαγή του κοινωνικού ρόλου των μαθηματικών αποτελεί, επομένως, στοιχείο και συνέπεια μια ευρύτερης κοινωνικής αλλαγής, στην οποία μπορεί να συμβάλλει και η διδασκαλία των μαθηματικών ενδυναμώνοντας πολιτικά και ενισχύοντας την ανάπτυξη μιας «πολιτικής συνείδησης» των μαθητών και μαθητριών του σχολείου αξιοποιώντας τη μαθηματική γνώση, τις μαθηματικές διαδικασίες και τις εφαρμογές τους στην κατανόηση και ερμηνεία της κοινωνικής πραγματικότητας. Για τους τρόπους αξιοποίησης των μαθηματικών στην κατανόηση και ερμηνεία της πραγματικότητας έχουν αναπτυχθεί στο πλαίσιο της προσέγγισης

αυτής διάφορες θεωρητικές οπτικές και εκπαιδευτικές προτάσεις από τα βασισμένα στις αναλύσεις του Φρέιρε «κριτικά μαθηματικά» μέχρι τις βασισμένες στην κριτική φιλοσοφία προτάσεις της ενδυνάμωσης της ανθρώπινης σκέψης για την κατανόηση του κόσμου μέσα από τα μαθηματικά (Skovsmose & Valero, 2008).

Αποδίδοντας στη μαθηματική εκπαίδευση έναν πρωτίστως πολιτικό ρόλο, οι προσεγγίσεις αυτές είτε υποβαθμίζουν πλήρως τις ατομικές όψεις της μάθησης είτε εργαλειοποιούν τα μαθηματικά αναθέτοντας στη μαθηματική εκπαίδευση ένα ρόλο κριτικής κοινωνικοποίησης των παιδιών. Κυρίως, όμως, και παρά το γεγονός ότι αναδεικνύουν τον ρόλο των μαθηματικών στην παραγωγή και αναπαραγωγή των κοινωνικών ιεραρχήσεων, διακρίσεων και ανισοτήτων, όπως και στη νομιμοποίηση τους, εντοπίζουν τους γενεσιουργούς παράγοντες αυτού του ρόλου στις λειτουργίες που επιτελούν τα μαθηματικά στις σύγχρονες κοινωνίες οργανώνοντας τη διακυβέρνηση τους, χωρίς παράλληλα να εντοπίζουν τις διαδικασίες μέσα από τις οποίες τα άτομα αποδέχονται αυτό το ρόλο των μαθηματικών και συμμετέχουν στην επιτέλεση του.

Όπως αφηγείται ένα ανέκδοτο, ένας άνδρας ψάχνει εντατικά στο καθιστικό του σπιτιού του μια χαμένη βελόνα. Η γυναίκα του τον παρατηρεί ξαφνιασμένη για αρκετή ώρα και κάποια στιγμή τον ρωτάει «μα αφού είπες νωρίτερα ότι η βελόνα σου έπεσε από τα χέρια ενώ ήσουν κουζίνα γιατί ψάχνεις να την βρεις στο καθιστικό;» «Μα εδώ έχει φως, στην κουζίνα είναι σκοτεινά» ήταν η απάντηση του άνδρα.

Νομίζω ότι και η μια και η άλλη προσέγγιση αναζητούν τη χαμένη βελόνα του κοινωνικού ρόλου της μαθηματικής εκπαίδευσης εκεί που υπάρχει φως και όχι εκεί που χάθηκε η βελόνα.

Υπάρχουν, βέβαια, πάντα και οι οπτικές, οι οποίες δεν αντιμετωπίζουν τέτοια διλήμματα, αφού δεν αναγνωρίζουν κανένα συσχετισμό ανάμεσα στην επίδοση των μαθητών και των μαθητριών στα μαθηματικά του σχολείου και στις κοινωνικές ιεραρχήσεις και ανισότητες, τις οποίες θεωρούν ως φυσικό αποτέλεσμα των διαφορετικών ικανοτήτων και δυνατοτήτων, άρα της αξίας, των ατόμων. Στη βάση αυτή οι διακρίσεις και οι αποκλεισμοί που επιβάλλουν τα σχολικά μαθηματικά αντιμετωπίζονται ως μια νομοτελειακή διαδικασία «κοινωνικής επιλογής». Οι οπτικές αυτές,

όμως, παρόλο που εκδηλώνονται σε πολλές από τις καθημερινές πρακτικές των δασκάλων, αλλά και στις σχέσεις πολλών μαθητών και μαθητριών με τα μαθηματικά δεν ενδιαφέρουν την παρούσα συζήτηση.

3. Από την αναγνώριση μιας πραγματικότητας στην κατανόηση των όρων δημιουργίας της

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι ο ρόλος των μαθηματικών στις σύγχρονες κοινωνίες είναι θεμελιωτικός, δεδομένου ότι αποτελούν τη βάση της επιστημονικής και τεχνολογικής τους υπερδομής. Όπως και δεν υπάρχει αμφιβολία ότι οι σύγχρονες κοινωνίες χαρακτηρίζονται από ιεραρχικές διακρίσεις και δομικές ανισότητες μεταξύ των ατόμων και των ομάδων που τις συγκροτούν. Η μαθηματική εκπαίδευση διαδραματίζει έναν καθοριστικό ρόλο στη διατήρηση και στην αναπαραγωγή των κοινωνικών διακρίσεων και ανισοτήτων, όπως και στην νομιμοποίηση τους, μέσα από τη εισαγωγή ή τον αποκλεισμό των παιδιών από τη μαθηματική πρακτική και τη μαθηματική γνώση. Το ζήτημα, επομένως, είναι να αναδείξουμε αυτές τις διαδικασίες αποκλεισμού και να οριοθετήσουμε το πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης μέσα στο οποίο αναπτύσσονται, υποδεικνύοντας παράλληλα τα κοινωνικά υποκείμενα τα οποία εμπλέκονται ή υφίστανται αυτές τις διαδικασίες αποκλεισμού. Για το σκοπό αυτό απαιτείται μια προσέγγιση, η οποία θα συνδυάζει τη θεώρηση της κοινωνικής δομής στο μακρο-επίπεδο, με τις πρακτικές της μαθηματικής εκπαίδευσης και τις δράσεις των ατόμων στο μικρο-επίπεδο του σχολείου και μια τέτοια προσέγγιση μπορεί, κατά τη γνώμη μου, να εκκινά από τη θεωρία του Μπουρντιέ για την κοινωνική πρακτική και να οικοδομείται στις βασικές έννοιες της θεωρίας αυτής.

Για παράδειγμα και πολύ σχηματικά, η έννοια του *habitus* (η κατά λέξη ελληνική μετάφραση είναι «έξη», αλλά το νόημα της στη θεωρία του Μπουρντιέ είναι ευρύτερο και πρωτίστως κοινωνικό και όχι ψυχολογικό) ορίζει τον υποκειμενικό τομέα της κοινωνικής πραγματικότητας, ως σύνολο των προδιαθέσεων, οι οποίες καθοδηγούν τα άτομα στην καθημερινή τους ζωή, προσανατολίζουν τις πράξεις τους, παρέχουν μια αίσθηση καταλληλότητας και την απαραίτητη

αίσθηση πρακτικής. Οι προδιαθέσεις αυτές, οι οποίες αντανakλούν τις κοινωνικές συνθήκες υπό τις οποίες αποκτήθηκαν, ενεργοποιούν πρακτικές, αντιλήψεις, στάσεις των ατόμων σε ένα πεδίο πρακτικής και γι' αυτό εμφανίζονται σχετικά ομοιογενείς σε συγκεκριμένες ομάδες ατόμων ή κοινωνικές τάξεις, καθορίζοντας αντίστοιχα και παρόμοιες συμπεριφορές. Η έξη, δηλαδή, είναι ένας τρόπος λειτουργίας των ατόμων, ο οποίος στην πράξη ακολουθεί κάποιους κανόνες, χωρίς όμως οι κανόνες αυτοί να είναι σαφώς ορισμένες αρχές λειτουργίας. Αποτελούν περισσότερο μια «αίσθηση πρακτικής», κατά την έκφραση του Μπουρντιέ, η οποία καθοδηγεί τις πράξεις των ατόμων σε συγκεκριμένες περιστάσεις, χωρίς να υπάρχει ανάγκη να αποτελεί θέμα σκέψης το τι πρέπει να γίνει ή το έγινε κάθε φορά (Bourdieu, 2006). Η έξη και η αίσθηση πρακτικής που εδώ μας ενδιαφέρουν αναφέρονται στους εκπαιδευτικούς, που διδάσκουν μαθηματικά στο σχολείο, αλλά και στους μαθητές και στις μαθήτριες τους, οι οποίοι εσωτερικοποιούν συγκεκριμένες πρακτικές και αναπτύσσουν συγκεκριμένες σχέσεις με τα μαθηματικά που διδάσκονται.

Η έξη δεν είναι μια αυθύπαρκτη κατάσταση, αλλά υπάρχει μέσα σε ένα «πεδίο», το οποίο αποτελεί περιοχή του κοινωνικού επιπέδου και μέσα στο οποίο η έξη δρα και επανα-διαμορφώνεται από τις εμπειρίες της δράσης. Σύμφωνα με τον Μπουρντιέ, το «πεδίο» είναι ένας οργανωμένος κοινωνικός χώρος, σχετικά αυτόνομος από την κοινωνική δομή εντός της οποίας υπάρχει, ένας χώρος με τους δικούς του κανόνες, τα δικά του σχήματα ιεραρχίας, τις δικές του τεχνικές άσκησης εξουσίας, τις δικές του νομιμοποιημένες απόψεις και τα λοιπά, μέσα στον οποίο τα άτομα που δραστηριοποιούνται αναπτύσσουν περίπλοκες κοινωνικές σχέσεις και αντιπαραθέσεις, έμμεσες και άμεσες. Στην περίπτωση μας το πεδίο είναι η διδασκαλία των μαθηματικών στο θεσμοθετημένο πλαίσιο του σχολείου.

Η έξη και το πεδίο υπάρχουν μόνο σε αλληλοσυσχέτιση και συναρτώνται στενά με μια άλλη έννοια του Μπουρντιέ, το *habitat* (σε ελληνική, αλλά μη κυριολεκτική, απόδοση το περιβάλλον), το οποίο αναφέρεται στο φυσικό και κοινωνικό χώρο μέσα στον οποίο εντάσσονται και δρουν οι φορείς της έξης και στην περίπτωση μας οι μαθηματικοί-εκπαιδευτικοί.

Οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές και μαθήτριες τους, ενταγμένοι στο χώρο του σχολείου και δραστηριοποιούμενοι στο πεδίο της διδασκαλίας των μαθηματικών εναρμονίζουν τις προδιαθέσεις τους και προσαρμόζουν τις πρακτικές τους με τις κυρίαρχες στο περιβάλλον και στο πεδίο αυτό προδιαθέσεις και πρακτικές ή διαφοροποιούνται από αυτές, ανάλογα με τις κοινωνικές θέσεις των ατόμων που εμπλέκονται στη λειτουργία του σχολείου και στη διδασκαλία των μαθηματικών, καθώς και τις επικρατούσες στο περιβάλλον τους και στο πεδίο κοινωνικές σχέσεις και σχέσεις εξουσίας.

Ως αποτέλεσμα, το πεδίο εντός του συγκεκριμένου περιβάλλοντος διαμορφώνει μια έξη, η οποία με τη σειρά της διαμορφώνει το πεδίο και σύμφωνα με τον Μπουρντιέ (Bourdieu, 1974, 1989), έξη, πεδίο και περιβάλλον είναι τα ουσιώδη στοιχεία συγκρότησης μιας σύνθετης διαδικασίας δια της οποίας το σχολικό σύστημα ρυθμίζει τη μεταβίβαση του πολιτιστικού κεφαλαίου από γενιά σε γενιά με τέτοιο τρόπο ώστε να ενισχύονται οι υπάρχουσες κοινωνικές ανισότητες και να διατηρούνται οι κοινωνικές ιεραρχίες.

Μέσα από μια προσέγγιση, η οποία θα έχει ως αφετηρία της ένα θεωρητικό πλαίσιο βασισμένο στη θεωρία της κοινωνικής πρακτικής και της αναπαραγωγής των κοινωνικών δομών, όπως αναπτύχθηκε από τον Μπουρντιέ, θα μπορέσουμε από την αναγνώριση μιας πραγματικότητας διακρίσεων, ιεραρχήσεων και ανισοτήτων, η οποία δημιουργείται και αναπαράγεται με την ενεργητική συμβολή της μαθηματικής εκπαίδευσης να οδηγηθούμε στην κατανόηση των όρων δημιουργίας και αναπαραγωγής τους. Η ανατροπή των όρων αυτών είναι, βέβαια, μια συζήτηση, με πολιτικούς όρους.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Biesta, G. (2005). Against learning. Reclaiming a language for education in an age of learning. *Nordisk Pædagogik*, 25(1), 54–55.
- Bourdieu, P. (2006), Η αίσθηση πρακτικής, μτφρ. Θ. Παραδέλλης, Αθήνα: Αλεξάνδρεια
- Bourdieu, P. (1990), *The Logic of Practice*. Cambridge: Polity Press.

- Bourdieu, P. (1989), How schools help reproduce the social order, *Current Contents: Social and Behavioural Science*, 21(8), 16.
- Bourdieu, P. (1977). Outline of a Theory of Practice, Trans. R. Nice, Cambridge MA: Cambridge University Press.
- Bourdieu, P. (1974), The School as a Conservative Force: Scholastic and Cultural Inequalities. Στο J. Eggleston (Ed.) *Contemporary Research in the Sociology of Education*. London: Methuen, 32-46.
- Davis, P. (1993). Applied Mathematics as Social Contract. Στο S. Restivo, J. P. V. Bendegum & R. Fischer (Eds.), *Math Worlds: Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education* New York: State University of New York Press, 182-194.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. Στο J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, Westport: Ablex Publishing, 19-44.
- Rogers, L. (1998). *Society, Mathematics and the Cultural Divide: ideologies of policy and practice 1750-1900*. Mathematics Education and Society 1, Nottingham UK.
- Skovsmose, O., & Valero, P. (2008). Democratic access to powerful mathematical ideas. Στο L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education. Directions for the 21st century*. (2nd ed.) Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Volmink, J. (1994). Mathematics By All. Στο S. Lerman (Ed.), *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom* (Volume 14 ed.). Dortrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Πλάτων, Πολιτεία, Εισ. σημείωμα-μετάφραση- ερμ. Σημειώματα Ν.Μ. Σκουτερόπουλος, Αθήνα: Εκδόσεις Πόλις, 2002.
- Φραγκουδάκη, Α. (1985), Κοινωνιολογία της εκπαίδευσης, Αθήνα: Εκδόσεις Παπαζήση

e-mail: dchasapis@ecd.uoa.gr

[λευκή σελίδα]

ΕΝΟΤΗΤΑ II

**Η διαφορετικότητα στη μάθηση και στη
διδασκαλία των μαθηματικών:
Ερευνητικά Ευρήματα & Διδακτικά Εγχειρήματα**

[λευκή σελίδα]

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΤΩΝ ΕΙΚΑΣΤΙΚΩΝ ΤΕΧΝΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΕΝΟΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΑ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ

**Άρης
Μαυροματάκης**

**Απόστολος
Παπανικολάου**

**Σοφία
Σταθοπούλου**

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο άρθρο αυτό θα αναφερθούμε σε μια «ομάδα μαθητών» που το ίδιο το εκπαιδευτικό σύστημα με τις υπάρχουσες δομές του δημιουργεί και ορίζει άτυπα ως «κοινωνικό- μαθητικό περιθώριο» στα πλαίσια της σχολικής τάξης. Ειδικότερα θα καταθέσουμε την εμπειρία μας, στοιχεία της μεθόδου που ακολουθούμε και αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου αυτής στο πρόγραμμα Τέχνη και Μαθηματικά που πραγματοποιείται στο Μουσείο Ηρακλειδών, τόσο μέσα από τις έγγραφες καταθέσεις-σχολιασμούς των μαθητών αυτών, όσο και των συνοδών εκπαιδευτικών τους η έκπληξη των οποίων, σε ό,τι αφορά τους μαθητές αυτούς, επίσης αποτυπώνεται εγγράφως. Στόχος μας είναι να αναδείξουμε ότι η σχέση των εικαστικών τεχνών και της γεωμετρίας μπορεί να αποτελέσει μια άλλη διδακτική προσέγγιση, η οποία να συμβάλλει σημαντικά στην διαμόρφωση ενός κοινωνικά ελεύθερου περιβάλλοντος προσέγγισης γεωμετρικών και ευρύτερα μαθηματικών εννοιών.

Εισαγωγή

Στα *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Principles των ετών 1989 και 2000* όπως αναφέρεται από έγγραφο του NCTM , προβάλλεται ο ισχυρισμός ότι όλα τα παιδιά χωρίς καμιά εξαίρεση μπορούν να μάθουν μαθηματικά και όχι μόνο όσα έχουν έφεση σ' αυτά, υπογραμμίζοντας ότι η απόκτηση της μαθηματικής σκέψης πρέπει να στηρίζεται στην αρχή της ισότητας, που είναι μια από τις έξι αρχές που πρέπει να βασίζονται τα εκπαιδευτικά προγράμματα των μαθηματικών.

Το 1998 το Διοικητικό Συμβούλιο του NCTM υιοθετεί την θέση σύμφωνα με την οποία «κάθε παιδί μπορεί να μάθει να σκέφτεται μαθηματικά» τονίζοντας το Ιδιαίτερο ενδιαφέρον που οφείλουμε να επιδείξουμε στα παιδιά, στα οποία εμποδίζεται η πρόσβαση στα εκπαιδευτικά προγράμματα για οποιουδήποτε λόγους, εθνικούς, γλωσσικούς ή εξαιτίας σωματικών αναπηριών, φύλου, κοινωνικοοικονομικής θέσης, κ.ο.κ.

Το 1994 οι Elliot & Garnett διατυπώνουν την άποψη: ότι μια κοινωνία μπορεί να ισχυριστεί ότι επιτυγχάνει να ξεριζώσει την ασθένεια του μαθηματικού αναλφαριθμητισμού αν και μόνο αν όλοι οι απόγονοί της είναι ικανοί να αναπτύξουν πλήρως τις δυνατότητές τους.

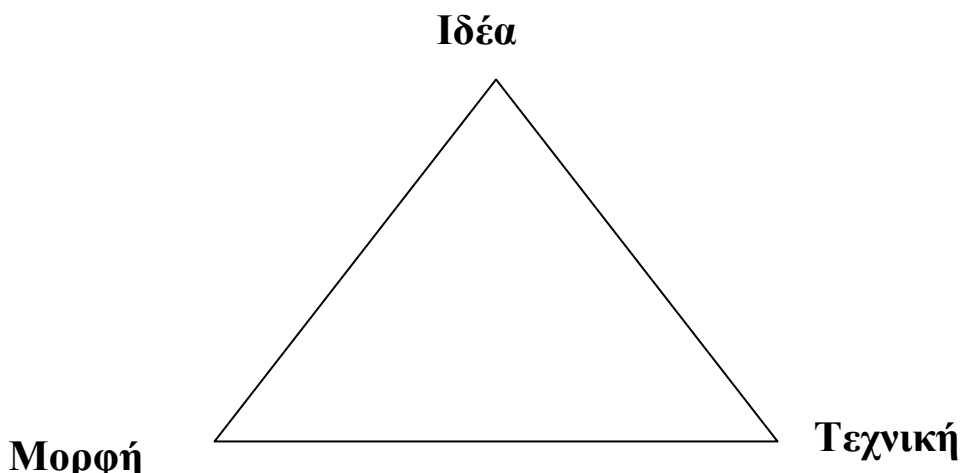
Σύμφωνα με έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί, θεωρείται ότι ένας από τους σπουδαιότερους παράγοντες επιτυχίας σε μη προνομιούχες ομάδες παιδιών και μειονοτήτων, είναι να καλλιεργηθεί στα μέλη αυτών των ομάδων ένα ισχυρό αίσθημα αυτό-εκτίμησης, το οποίο τα βοηθάει ν' αποκτήσουν αυτοπεποίθηση. (VandeWalle, *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο*)[1]. Με ποιο τρόπο όμως μπορεί να επιτευχθεί αυτό; Η απάντηση θα μπορούσε να ήταν με μια διδασκαλία υψηλής ποιότητας.

Όπως παραθέτει ο Hilliard ορισμένοι εκπαιδευτικοί βιώνουν την εκπληκτική πραγματικότητα ότι παιδιά χαμηλής επίδοσης αλλάζουν όχι εξαιτίας της εύρεσης κάποιας πολιτισμικά εξειδικευμένης εξωτικής καινούργιας μεθόδου, αλλά επειδή πολλά από αυτά εκτίθενται σε καινοτόμες μεθόδους διδασκαλίας οι οποίες δίνουν έμφαση στην εποικοδομητική προσέγγιση και όχι σε εκείνες που στοχεύουν στην απόκτηση δεξιοτήτων.(Hilliard, 1995) [2]

Τα τελευταία χρόνια σε διεθνές επίπεδο, χώροι στους οποίους αναπτύσσονται διδακτικές μέθοδοι επικοινωνιακής προσέγγισης είναι οι χώροι των Μουσείων Τέχνης. Όπως αναφέρουν οι Rika Burnham & Elliot Kai-Kee, στο βιβλίο τους *Teaching in the art Museum*(2011)[3] ένας ζωγραφικός πίνακας μπορεί να είναι το σημείο αναφοράς μιας ομάδας παιδιών τα οποία ανεξάρτητα από το φύλο τους, την εθνικότητά τους, τις γνώσεις τους, την κοινωνική τους καταγωγή, είναι σε θέση να αναπτύξουν κοινούς προβληματισμούς και διάλογο μεταξύ τους. Γράφουν οι Rika Burnham & Elliot Kai-Kee, χαρακτηριστικά στο *Teaching in the art Museum*(2011, σελ. 107) ότι «σε μια καλή διδασκαλία σ' ένα μουσείο τέχνης, η τέχνη του να κάνεις ερωτήσεις, εξαφανίζεται μπροστά στην τέχνη της ανάπτυξης διαλόγου».

Η αποκωδικοποίηση σχέσεων μεταξύ χρωματικών τονικοτήτων ενός ζωγραφικού πίνακα μέσα από την προσωπική προοπτική, οδηγεί το παιδί στον σχηματισμό μιας «ιδέας». Ενώ η αναζήτηση της τεχνικής τοποθέτησης των μορφών στο επίπεδο του ζωγραφικού καμβά η οποία αποδίδει με τρόπο ακριβή μια αντικειμενική ή μια αφαιρετική αναπαράσταση, δημιουργεί την ανάγκη «αναζήτησης και εφαρμογής γεωμετρικών μεθόδων».

Με βάση τα παραπάνω, το ακόλουθο σχήμα δημιουργεί ένα κατάλληλο διδακτικό εργαλείο, όπου οι γεωμετρικές έννοιες προκύπτουν μέσα από την ανάγκη μιας ακριβούς κατασκευής, η οποία θα εγγυάται την μορφικά ακριβή αποτύπωση της ιδέας. Έτσι φαίνεται καθαρά ότι τα μαθηματικά δεν είναι απομονωμένα από γενικότερο κοινωνικό ιστό, αλλά είναι ενταγμένα μέσα σ' αυτόν, όπου εξυπηρετούν σαφείς λογικές ανάγκες.



Η προσέγγιση των γεωμετρικών εννοιών με βάση το παραπάνω διδακτικό εργαλείο, έδειξε ότι μαθητές που στα πλαίσια του ισχύοντος εκπαιδευτικού συστήματος χαρακτηρίζονται ως μαθητές με χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά, και όπου ένα μεγάλο μέρος από αυτούς ήταν παιδιά μεταναστών, λειτούργησαν αποτελεσματικά σε μαθηματικές έννοιες στις οποίες κατά δήλωση των εκπαιδευτικών που τους συνόδευαν και τους είχαν και μαθητές στο σχολείο ποτέ δεν θα εκτίθονταν μέσα στην σχολική τάξη.

Η σχέση της Γεωμετρίας με τις Εικαστικές Τέχνες

Όπως τονίζεται σε πολλά άρθρα που αναφέρονται στον τρόπο που ο άνθρωπος ανέπτυξε τόσο εννοιολογικά, όσο και εκφραστικά την αντίληψη του ως προς αυτό που ονομάζουμε Γεωμετρία και Εικαστικές Τέχνες, αλλά και στη σχέση που υπάρχει μεταξύ τους, φαίνεται ότι προέρχεται από τη βαθύτερη ανάγκη του να κατανοήσει τη δομή της ίδιας της Φύσης, την οποία υπόρρητα αντιλαμβάνεται και θεωρεί ως Γεωμετρική (Π. Λαδόπουλος, 1969)[4], (Χ. Φίλη, 1998)[5].

Η θεώρηση αυτή δεν είναι τυχαία αφού όπως υποστηρίζεται, ο ίδιος είναι προικισμένος με ένα αυθόρμητο γεωμετρικό ένστικτο, το οποίο του επιτρέπει να μετασχηματίζεται από παθητικό παρατηρητή σε αναζητητή και εν τέλει σε δημιουργό (Π. Λαδόπουλος, 1969), (Α. Μ. Hocart, 1933)[6]

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η νοητική σύλληψη μιας ιδέας μετασχηματίζεται σταδιακά σε Μορφή με την παρέμβαση της Γεωμετρίας. Έτσι η Γεωμετρία γίνεται ο απαραίτητος συνδετικός κρίκος ανάμεσα στην Ιδέα και τη Μορφή, αφού χωρίς την παρέμβασή της δεν θα μπορούσε ποτέ η έξω από κάθε χρόνο και χώρο άυλη Ιδέα να εκφρασθεί.

Διαχρονικά από τα πρώτα εικαστικά κατασκευάσματα, ως τις σύγχρονες εικαστικές δημιουργίες φαίνεται ότι αναπτύσσεται μια στενή και παράλληλη συσχέτιση ανάμεσα στις καινούργιες θέσεις της Τέχνης και την πρόοδο της Γεωμετρίας(F. Enriques, 1906)[7]

Μεγάλοι σύγχρονοι εικαστικοί καλλιτέχνες όπως για παράδειγμα οιM.C.Escher, W.Kandinsky, V.Vasarely τονίζουν με χαρακτηριστικά ιδιαίτερο τρόπο αυτή τη σχέση της Ζωγραφικής με τη Γεωμετρία και γενικότερα τα Μαθηματικά. Γράφει:

- ο M. C. ESCHER «...Αν και είμαι παντελώς αμέτοχος οποιασδήποτε εκπαίδευσης ή γνώσης των θετικών επιστημών, συχνά ανακαλύπτω ότι έχω περισσότερα κοινά σημεία με τους μαθηματικούς απ' ότι με τους συναδέλφους μου καλλιτέχνες...»
- ο V. VASARELY «Αυτή η διαισθητικά εγνωσμένη σχέση μεταξύ των πραγμάτων, αυτή η εγγενής γεωμετρία της φύσης, με κάνει να πιστεύω ότι οι αισθητικές δομές και νόμοι του σύμπαντος βρίσκονται σε πλήρη αντιστοιχία μεταξύ τους που στην ολότητά τους μπορούν να εκφρασθούν μέσω της γεωμετρίας...»
- ο W.KANDINSKY «...Το γεωμετρικό σημείο είναι μια αόρατη ύπαρξη. Ως εκ τούτου πρέπει να θεωρηθεί σαν άυλο. Από υλική άποψη το σημείο ισοδυναμεί με το Μηδέν. Αλλά αυτό το μηδέν κρύβει διάφορες ανθρώπινες ιδιότητες. Σύμφωνα με την αντίληψη μας το μηδέν - το γεωμετρικό σημείο- επικαλείται την απόλυτη συντομία, δηλαδή τη μεγαλύτερη συστολή που ωστόσο μιλά. Έτσι το γεωμετρικό σημείο είναι κατά την αντίληψή μας η τελευταία και μοναδική ένωση της *σιωπής* και του *λόγου*».

Η αξιοποίηση του περιβάλλοντος της Τέχνης έχει τύχει της θετικής ανταπόκρισης αρκετών ερευνητών της Διδακτικής. Ενδεικτικά αναφέρουμε τον ο P.Golderberg ο οποίος επισημαίνει [8]: «Για να εξυπηρετήσουμε τους στόχους μας, η γεωμετρία που θα διδασκόταν

θα έπρεπε να έχει δυνατές συνδέσεις προς δύο διευθύνσεις. Αν θέλαμε να επιτύχουμε, θα έπρεπε να συλλάβουμε την φαντασία, περιέργεια και το ενδιαφέρον ενός μεγάλου συνόλου μαθητών. Ακόμα κι αν δούμε μόνο την τέχνη (πλακόστρωτα, προοπτική...), την επιστήμη, το μηχανικό σχεδιασμό (συνδέσεις), και τα παιχνίδια (μπιλιάρδο), είναι ξεκάθαρο ότι η γεωμετρία μπορεί να συνδεθεί καλά με διαφορετικά ενδιαφέροντα».

Όσον αφορά τώρα τη σχέση Μαθηματικών και Τέχνης γενικότερα και ξέχωρα από τη διδακτική της αξιοποίηση, αναμφίβολα έχει από πολύ καιρό ξεκινήσει μια σχετική συζήτηση και αναζήτηση με αποκορύφωμα την ίδρυση το 1997 του “Bridges organization” [9] με συμμετοχή διαπρεπών επιστημόνων από το χώρο της επιστήμης και των μαθηματικών αλλά και επίσημων μαθηματικών κοινοτήτων, όπως η AMS(American Mathematics Society)[10]. Επίσης έχει αναπτυχθεί και αξιόλογη σχετική βιβλιογραφία. Ενδεικτικά αναφέρουμε το “The Visual mind II” του M. Emmer[11], το “Visions of symmetry” της Doris Schattschneider[12] και φυσικά πολλά άλλα. Μια απλή αναζήτηση εξ άλλου στο διαδίκτυο του λήμματος “mathematics and art” εμφανίζει μεταξύ των άλλων και πληθώρα πανεπιστημίων ανά τον κόσμο να ασχολούνται με το θέμα αυτό.

Σήμερα, στα πλαίσια μιας διευρυμένης αντίληψης για τη γνώση, πολλά Μουσεία Τέχνης στον κόσμο εκπονούν εκπαιδευτικά προγράμματα και εκδίδουν έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό που το περιεχόμενό τους συγκροτείται στη σχέση της Τέχνης της Ζωγραφικής με τη Γεωμετρία. Μια από τις γνωστότερες εκδόσεις του Μουσείου Μοντέρνας Τέχνης (MOMA) στη Νέα Υόρκη με τίτλο «Shapes» γράφει: «αυτό το βιβλίο προτείνεται στα παιδιά που για πρώτη φορά επισκέπτονται ένα μουσείο τέχνης. Σκοπός του είναι να τα βοηθήσει να δούνε μέσα από τα έργα μεγάλων ζωγράφων όπως των Mondrian, Klee, Dali, Kandinsky, Cezanne, Picasso κ. ά.και την αναγνώριση των διαφορετικών Γεωμετρικών Σχημάτων τον κόσμο γύρω τους» (P. Yenawine, 2006)[13]

Αντίληψη των Μορφών

Στο πλαίσιο της Γνωστικής Ψυχολογίας ηαντίληψηείναι το μέσον σύμφωνα με το οποίο οι ποικίλες οπτικές πληροφορίες του περιβάλλοντος οργανώνονται σε σύνολα, σε ομάδες με κάποια συνοχή (R. J. Sternberg, 2007). [14]

Σύμφωνα με τη μορφολογική θεωρία για την αντίληψη των Μορφών (Gestaltapproachtoformperception) αντιλαμβανόμαστε ένα οποιοδήποτε μείγμα οπτικών πληροφοριών ως μια οργανωμένη, σταθερή και συνεκτική μορφή και όχι ως ένα τυχαίο συνονθύλευμα ανοργάνωτων αισθήσεων. Οι νόμοι που διέπουν τη θεωρία αυτή και κατά συνέπεια την αντίληψη των μορφών (νόμοι μορφής της μορφολογικής θεωρίας για την αντίληψη) είναι οι ακόλουθοι: *διάκριση μορφής- φόντου, εγγύτητας, ομοιότητας, συνέχειας, εγκλεισμού και συμμετρίας* (R. J. Sternberg, 2007).

Οι προηγούμενοι νόμοι της μορφολογικής θεωρίας για την αντίληψη των Μορφών, αποτελούν επίσης θεμελιώδεις έννοιες του χώρου της Γεωμετρίας και ευρύτερα των Μαθηματικών και ορίζονται μέσα σ' αυτόν με τρόπο αυστηρά ακριβή.

Σε ότι αφορά την γενικότερη οπτική αντιληπτική ικανότητα των παιδιών για το χώρο, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι αυτή αναπτύσσεται αρκετά ήδη από την προσχολική ηλικία αλλά και νωρίτερα (Κ. Ζαχάρος, 2007).[15]

Μέσα στα πλαίσια αυτής της αντιληπτικής ικανότητας είναι εφικτή η ανάπτυξη άτυπων μορφών διδασκαλίας γεωμετρικών εννοιών (Hoffer, 1977) [16], οι οποίες με τη σειρά τους διευκολύνουν, ώστε να υπάρχει μια περισσότερο αναλυτική και επεξεργασμένη αντιληπτική ικανότητα (DelGrande, 1987).[17]

Οι Μορφές που συγκροτούν το ό,τι αναπαριστάνει ένας ζωγραφικός πίνακας είναι μια πρόκληση, η οποία διεγείρει σύμφωνα με την προαναφερθείσα μορφολογική θεωρία τον αντιληπτικό μηχανισμό του παιδιού και επιτρέπει σ' αυτό να συγκροτήσει ελεύθερα τις δικές του Ιδέες.

Σύμφωνα άλλωστε μεένα εκπρόσωπο της εννοιολογικής τέχνης, τον SolLewitt, «η Ιδέα ή η Έννοια είναι η πιο σημαντική άποψη του έργου. Η ιδέα γίνεται η μηχανή που δημιουργεί την τέχνη. Δεν έχει πραγματική σημασία αν ο θεατής καταλαβαίνει τις έννοιες του καλλιτέχνη όταν κοιτάει την τέχνη. Μιας και φύγει το έργο από τα χέρια του, ο καλλιτέχνης δεν έχει κανένα έλεγχο πάνω στο πώς ο θεατής θα το αντιληφθεί. Διαφορετικοί άνθρωποι θα καταλάβουν το ίδιο πράγμα με διαφορετικό τρόπο...»

Η ελευθερία της συγκρότησης Ιδεών όχι μόνο μέσα από τις εικαστικές δημιουργίες δεδομένων πινάκων, αλλά και μέσα από τη δημιουργία νέων μορφών από τον οποιοδήποτε άνθρωπο που το έργο του δεν θα κρίνεται από το κριτήριο του ταλέντου στην Τέχνη, αποτέλεσε αντικείμενο πειραματισμού στο χώρο της Τέχνης και υλοποιήθηκε με τη χρήση αντικειμένων και μεθόδων από τη Γεωμετρία.

Στο «Κίτρινο Μανιφέστο» ο Vasarely περιέγραψε μία από τις κεντρικές καλλιτεχνικές του ιδέες και βασικό στοιχείο των έργων του, την έννοια του «εικαστικού ψηφίου», ένα είδος βασικής «εικαστικής μονάδας». Η βασική του δομή περιλάμβανε ένα τετράγωνο συγκεκριμένων διαστάσεων, στο οποίο απεικονιζόταν ένα άλλο έγχρωμο γεωμετρικό σχήμα. Το «πλαστικό αλφάβητο» υπήρξε μία από τις σημαντικότερες συνεισφορές του Vasarely, ένα είδος γλώσσας προγραμματισμού των καλών τεχνών, το οποίο κατά τον ίδιο αποτελούσε το δρόμο για μία μαζική παραγωγή έργων τέχνης με χρήση βιομηχανικών μεθόδων, αλλά και μέσο μίας παγκόσμια κατανοητής αισθητικής έκφρασης, ικανό να εκφράσει ένα παγκόσμιο χαρακτήρα χωρίς να αγνοεί παράλληλα την ατομική ιδιαιτερότητα του δημιουργού. Η έννοια του πλαστικού αλφαβήτου ήταν συνδεδεμένη με τις ιδέες του Vasarely σχετικά με τη δυνατότητα να μετατραπεί η τέχνη σε ένα είδος ικανό να προγραμματίζεται και να αναπαράγεται, σε συνδυασμό με τον «εκδημοκρατισμό» της τέχνης, καθώς σύμφωνα με τον ίδιο, η τέχνη του μέλλοντος θα ήταν κοινό κτήμα αλλιώς δεν θα υπήρχε καθόλου (Victor Vasarely: From Wikipedia, the free encyclopedia).

Διδακτική και Μεθοδολογική προσέγγιση

Α. Μέρος

Σύμφωνα με τον Bishop, δεν αρκεί να είναι γνωστά τα γενικά στάδια γνωστικής ανάπτυξης, αλλά πρέπει οι εκπαιδευτικοί που δουλεύουν σε διαφορετικά πολιτισμικά πλαίσια να αποφασίζουν για το περιεχόμενο της διδασκαλίας και για τη μεθοδολογία που θα ακολουθηθεί. Διότι τα εκπαιδευτικά δρώμενα δεν λειτουργούν σ' ένα κοινωνικό κενό, αλλά σε καθορισμένες εκπαιδευτικές και πολιτισμικές καταστάσεις (Bishop , 1983) [18].

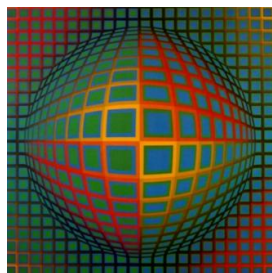
Η επιλογή ωστόσο της μεθοδολογίας οφείλει να διατηρήσει στο ακέραιο τον χαρακτήρα και τον ρόλο των μαθηματικών εννοιών. Αυτό είναι ένα άλλο σημείο που έχει να κάνει με την οικειοποίηση των εννοιών του χώρου και σχετίζεται με την ιδιαίτερη χρήση της μαθηματικής γλώσσας. Πολλές από τις έννοιες των μαθηματικών και ιδιαίτερα της Γεωμετρίας περιγράφονται από τα παιδιά, ενίοτε και με την προτροπή των εκπαιδευτικών, με λέξεις καθημερινής χρήσης, δημιουργώντας κατ' αυτόν τον τρόπο συχνά εννοιολογική σύγχυση (Κ. Ζαχάρος, 2006).

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της προσέγγισης των γεωμετρικών εννοιών μέσα από ζωγραφικούς πίνακες, είναι η αποφυγή αυτής της ταύτισης γεωμετρικών αντικειμένων που έχουν καθαρά νοητικό χαρακτήρα με αντικείμενα του αισθητού χώρου. Αυτό συμβαίνει διότι οι μορφές που απεικονίζονται πάνω σ' ένα ζωγραφικό πίνακα ήδη έχουν υποστεί υλική αφαίρεση. Το μόνο ποιοτικό στοιχείο των αναπαριστώμενων ζωγραφικών μορφών είναι το χρώμα, το οποίο εύκολα για τη σκέψη- «απαλείφεται», επιτρέποντας έτσι την ανάδειξη του Γεωμετρικού υποστρώματος επί του οποίου οικοδομήθηκε το συγκεκριμένο, κάθε φορά, εικαστικό έργο.

Μια ιδιαίτερη πρόκληση για τη σχέση των τρισδιάστατων αντικειμένων με τις δισδιάστατες αναπαραστάσεις τους είναι οι ζωγραφικοί πίνακες οι οποίοι εμφανίζουν *αμφισημίες*. Η αμφίπλευρη σχέση του μετασχηματισμού των τρισδιάστατων αντικειμένων του χώρου στις δισδιάστατες αναπαραστάσεις τους θεωρείται αναγκαία προϋπόθεση για την εκμάθηση της Γεωμετρίας.

Παρότι η κατασκευή ενός σχήματος στην Γεωμετρία δεν αποτελεί μέρος αυτού του ίδιου του αποδεικτικού συλλογισμού, εντούτοις θεωρείται αναγκαία προκειμένου το παιδί να μπορεί να παρακολουθεί την πορεία των συλλογισμών του. Έχει παρατηρηθεί ότι η οπτικοποίηση των συλλογισμών μέσω της κατασκευής ενός γεωμετρικού σχήματος διευκολύνεται με τη χρήση ειδικών γεωμετρικών λογισμικών (Hershkowitz, 1996)[19].

B. Μέρος



Σύμφωνα με άρθρο των Α. Μαυρομμάτη, Α. Παπανικολάου, Σ. Σταθοπούλου (2012)[20] που αναφέρεται στην Αξιοποίηση έργων Τέχνης για τη διδακτική προσέγγιση εννοιών και σχέσεων της Γεωμετρίας, επιλέχτηκε ενδεικτικά για την παρούσα εργασία ένα από τα έργα του Victor Vasarely (παραπλεύρως εικόνα 1), καλλιτέχνη της Οpart του 20^{ου} αιώνα που φιλο-

ξενείται στην έκθεση «Τέχνη και Μαθηματικά» στο μουσείο Ηρακλειδών στο Θησείο, στην Αθήνα. Στόχος της μεθόδου είναι: η όλη ανάλυση του τρόπου με τον οποίο σχηματίστηκε το γεωμετρικό υπόβαθρο του πίνακα να βασισθεί στις γνώσεις και δυνατότητες των μαθητών του Λυκείου και να αξιοποιηθεί για τη διατύπωση προβληματισμών, που με τη σειρά τους θα οδηγήσουν στην αναγκαιότητα αυτόνομης διαπραγμάτευσης αντίστοιχων γεωμετρικών εννοιών.

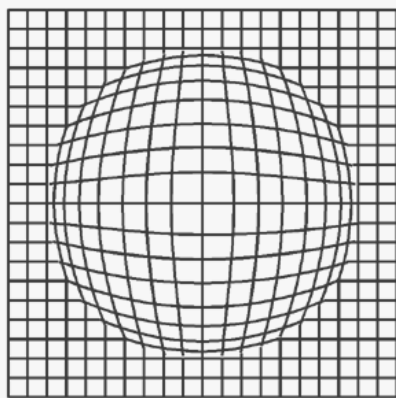
Ανάπτυξη της μεθοδολογικής προσέγγισης



α) Οι μαθητές καλούνται αρχικά να παρατηρήσουν τον πίνακα (παραπλεύρως εικόνα 2) και να εκφράσουν ελεύθερα τις αισθητικές ή όποιες άλλες παρατηρήσεις με σκοπό να αναπτυχθεί ένας διάλογος στον οποίο θα συμμετέχουν όλοι οι μαθητές και όχι μόνο οι θεωρούμενοι «καλοί» στα Μαθηματικά. Δηλαδή να συμμετέχουν στη συζήτηση μαθητές και

μαθήτριες που σε ένα συνηθισμένο μάθημα μαθηματικών «φοβούνται» να μιλήσουν και είναι παθητικοί ακροατές. Για παράδειγμα τίθενται ερωτήσεις παρόμοιες με τις παρακάτω: Σας αρέσει αυτός ο πίνακας; Θα τον βάζατε στο δωμάτιό σας; Αν σας αρέσει τι είναι εκείνο που σας αρέσει ιδιαίτερα; Αν δεν σας αρέσει μπορείτε να προσδιορίσετε τι δε σας αρέσει;

- β) Αφαίρεση των ποιοτικών στοιχείων : Οι μαθητές καλούνται τώρα να αφαιρέσουν τα ποιοτικά στοιχεία του πίνακα, (κυρίως τα χρώματα) και να επικεντρωθούν στις γραμμές που τον συνθέτουν.



Εικόνα 3

- γ) Καταγραφή των παρατηρήσεων : Οι μαθητές καταγράφουν επίσης ελεύθερα τις παρατηρήσεις τους, όσον αφορά το είδος των γραμμών : Ορθογώνιο πλέγμα, ευθείες και καμπύλες γραμμές.
- δ) Αναζήτηση ιδιοτήτων των γεωμετρικών αντικειμένων τα οποία συνθέτουν το ζωγραφικό πίνακα: Οι μαθητές καλούνται τώρα να προσπαθήσουν να εισδύσουν στο είδος και τον τρόπο σχηματισμού των γραμμών που συνθέτουν τον πίνακα, με σκοπό να τον ανακατασκευάσουν, εισερχόμενοι υπόρρητα στο χώρο της Γεωμετρίας.

ε) Η Γεωμετρική ανάλυση

1. Μια απλή παρατήρηση του αφαιρετικού γεωμετρικού σχήματος του ζωγραφικού πίνακα οδηγεί στην καταγραφή των βασικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών του, που είναι: ένα επίπεδο ορθογώνιο σχήμα μορφής τετραγώνου 20×20 με μια συμμετρική κεντρική καμπύλωση.
2. Ζητούμενο είναι η ανακάλυψη της *γεωμετρικής μεθόδου* που χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να κατασκευασθεί αυτό το αφαιρετικό σχήμα του πίνακα, έτσι ώστε στη συνέχεια και σύμφωνα με αυτή να είναι εφικτή η ανακατασκευή του.
3. Το κύριο ενδιαφέρον της έρευνας εντοπίζεται κυρίως: (α) *στον τρόπο κατασκευής των καμπυλόγραμμων τμημάτων* και (β) *στον τρόπο με τον οποίο μπορούν να συνδυαστούν αυτά ώστε να προκύψει η διαφαινόμενη συμμετρία*. Φυσικά υποκρύπτεται η ιδέα της προσέγγισης άγνωστων καμπύλων με γνωστές καμπύλες γραμμές, καθώς επίσης και η ιδέα των γεωμετρικών μετασχηματισμών.
4. Με συνεχή και διακριτική καθοδήγηση επί του δεδομένου αφαιρετικού σχήματος του ζωγραφικού πίνακα επιλέγεται ως αρχή το κέντρο του πίνακα και ορίζεται το σημείο Ο. Κατόπιν χαράζουμε τις ευθείες (ε) και (τ), οι οποίες τέμνονται κάθετα στο σημείο αυτό (Εικόνα 4).

111

5. Ονομάζουμε $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7$ τις μικτές γραμμές του ημιεπιπέδου H_1 το οποίο ορίζει η ευθεία (τ) επί του επιπέδου του αφαιρετικού σχήματος του ζωγραφικού πίνακα.
6. Προκύπτει το ερώτημα: τι είδους είναι τα τόξα που βρίσκονται επάνω στις ως άνω γραμμές; Διατυπώνεται η *εικασία*: είναι τόξα κύκλων. Ο λόγος της συγκεκριμένης επιλογής είναι ότι ο κύκλος είναι η πιο «καλή» καμπύλη με γνωστές ιδιότητες και δυνατότητα κατασκευής.
7. Προβληματισμός : Ποια συνθήκη απαιτείται να ικανοποιείται ώστε το καμπύλο τμήμα της γραμμής c_1 να είναι τόξο κύκλου; Οι μαθητές καθοδηγούνται στην εύρεση της απάντησης, που είναι ότι πρέπει και αρκεί οι μεσοκάθετοι των χορδών οποιοδήποτε τόξων του καμπύλου αυτού τμήματος της c_1 να διέρχονται από το ίδιο σημείο. Επιλέγονται ως τέτοια τα $A_1B_1, B_1\Gamma_1, \Gamma_1\Delta_1, \Delta_1E_1, E_1Z_1$ και $Z_1\Theta_1$ και κατασκευάζουμε τις μεσοκαθέτους των χορδών τους. Παρατηρούμε ότι η απαίτηση αυτή πραγματοποιείται. Έστω O_1 το σημείο τομής αυτών των μεσοκαθέτων.
8. Με κέντρο το σημείο O_1 και ακτίνα $O_1\Delta_1$ κατασκευάζουμε κύκλο κ_1 ο οποίος τέμνει την ευθεία (τ) στα σημεία T_1 και T_2 .
9. Εργαζόμαστε ανάλογα με την γραμμή c_2 και τα αντίστοιχα τόξα $A_2B_2, B_2\Gamma_2, \Gamma_2\Delta_2, \Delta_2E_2, E_2Z_2$ και $Z_2\Theta_2$. Έστω O_2 το σημείο τομής των μεσοκαθέτων των χορδών των παραπάνω τόξων.
10. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και στις καμπύλες c_3, c_4, c_5, c_6, c_7 παρατηρούμε ότι: αφ' ενός μεν τα κέντρα των κύκλων O_3, O_4, O_5, O_6 , και O_7 βρίσκονται επί της ευθείας OO_1 , αφ' ετέρου όλες οι καμπύλες αυτές διέρχονται από τα σημεία T_1 και T_2 .
11. Αναζητώντας στη συνέχεια κάποια σχέση μεταξύ των ευθυγράμμων τμημάτων AT_1 και BT_2 με σταθερά στοιχεία του σχήματος, παρατηρούμε, μέσω μιας προσεγγιστικής μέτρησης, ότι αυτά είναι ίσα με το ευθύγραμμο τμήμα KL . Έχουμε δηλαδή τη σχέση: $AT_1 = BT_2 = KL$.
12. Παρατηρούμε ακόμα ότι οι καμπύλες c_4, c_5, c_6, c_7 καθώς επίσης και οι κύκλοι με τους οποίους προσεγγίσαμε αυτές διέρχονται

από τα σταθερά σημεία $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4$ αντίστοιχα, τα οποία αποτελούν σημεία της διαγωνίου του τετραγώνου $\Lambda_1 K_2 \Lambda_4 \Sigma_1$.

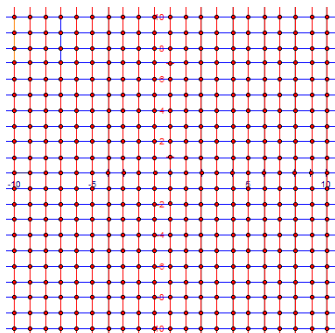
13. Εικάζουμε στη συνέχεια ότι οι οικογένειες $\{ c_i^m \}$ των καμπυλών c_i^m με $i=1,2,3,4,5,6,7$ και $m=1,2,3$ προκύπτουν αντίστοιχα από μετασχηματισμούς στροφής με κέντρο το σημείο O και γωνίες $90^\circ, 180^\circ$ και 270° αντίστοιχα.
14. Εικάζουμε επίσης ότι τα σημεία T_3 και T_4 προκύπτουν ως τα ομόλογα σημεία των T_1 και T_2 αντίστοιχα, μέσω ενός μετασχηματισμού στροφής με κέντρο το σημείο O και γωνία στροφής 90° .

·

ζ) (Ανα) – κατασκευή

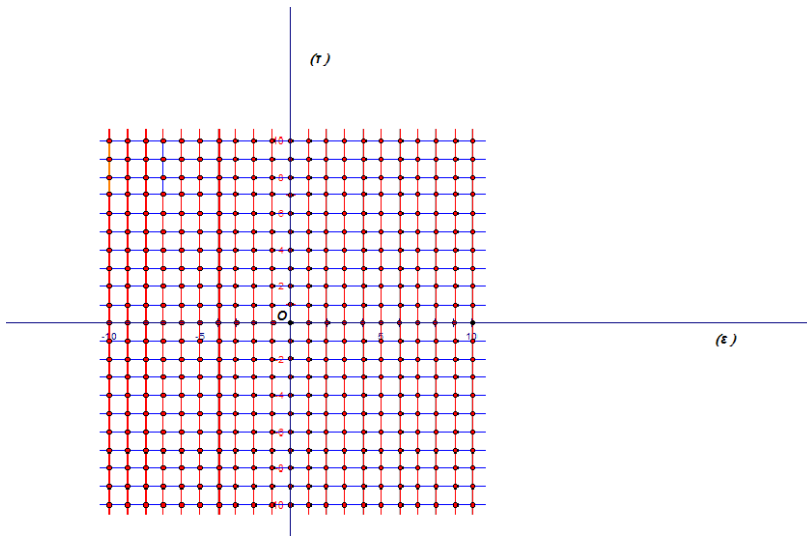
Με τις προηγούμενες παρατηρήσεις είναι δυνατή η (ανα) - κατασκευή του γεωμετρικού υποβάθρου του πίνακα;

1. Κατασκευάζουμε ορθογώνιο πλέγμα σχήματος τετραγώνου και διάστασης 20×20 (εικόνα 5). (Προβληματισμοί που συζητούνται: Με ποιο τρόπο μπορούμε να κατασκευάσουμε γεωμετρικά ένα τετράγωνο με δεδομένη πλευρά; Με ποιο τρόπο μπορούμε να υποδιαιρέσουμε γεωμετρικά ένα ευθύγραμμο τμήμα σε 20 (γενικότερα σε n) ίσα ευθύγραμμα τμήματα;)



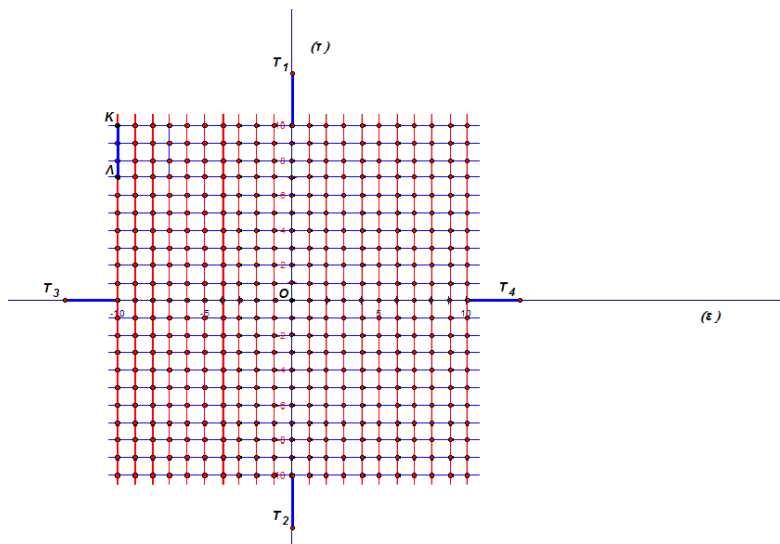
Εικόνα 5

2. Έστω O το κέντρο του τετραγώνου. (Προβληματισμοί:Με ποιο τρόπο μπορούμε να κατασκευάσουμε γεωμετρικά το κέντρο ενός τετραγώνου πλευράς 20 μονάδων (γενικότερα πλευράς $-a$);)
3. Στο σημείο O κατασκευάζουμε δυο κάθετες μεταξύ τους ευθείες (ϵ) και (τ) παράλληλες προς τις πλευρές του τετραγώνου (εικόνα 6). (Προβληματισμοί:Με ποιο τρόπο μπορούμε να κατασκευάσουμε γεωμετρικά από σημείο O μιας ευθείας (ϵ) , ευθεία (τ) κάθετη προς την (ϵ) στο σημείο O ;))



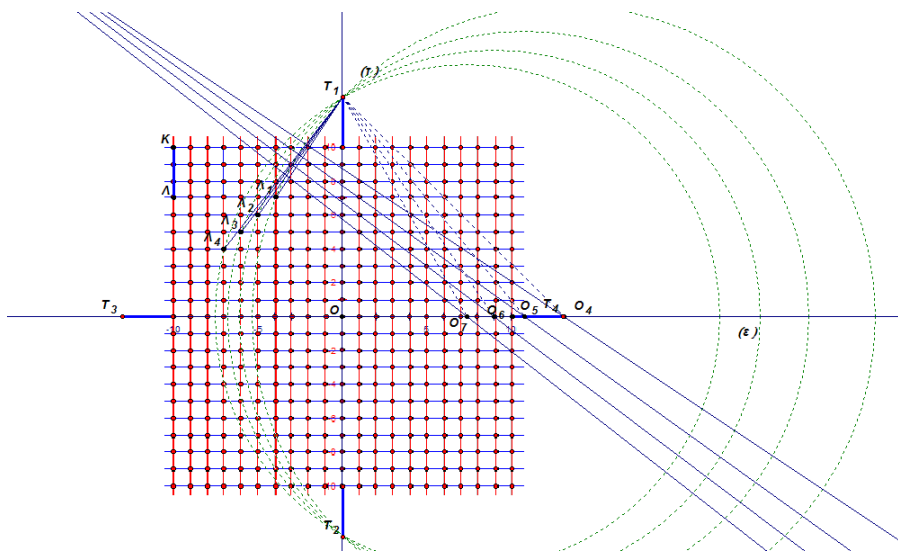
Εικόνα 6

4. Σύμφωνα με τις παρατηρήσεις 11 και 14, παίρνουμε επί των ευθειών (ϵ) και (τ) και εξωτερικά του τετραγώνου τα σημεία T_1 , T_2 , T_3 και T_4 κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι αποστάσεις τους από τις αντίστοιχες πλευρές του τετραγώνου να είναι ίσες με KL (εικόνα 7). (Προβληματισμοί:Πώς κατασκευάζουμε γεωμετρικά ευθύγραμμο τμήμα ίσο προς δοθέν;)



Εικόνα 7

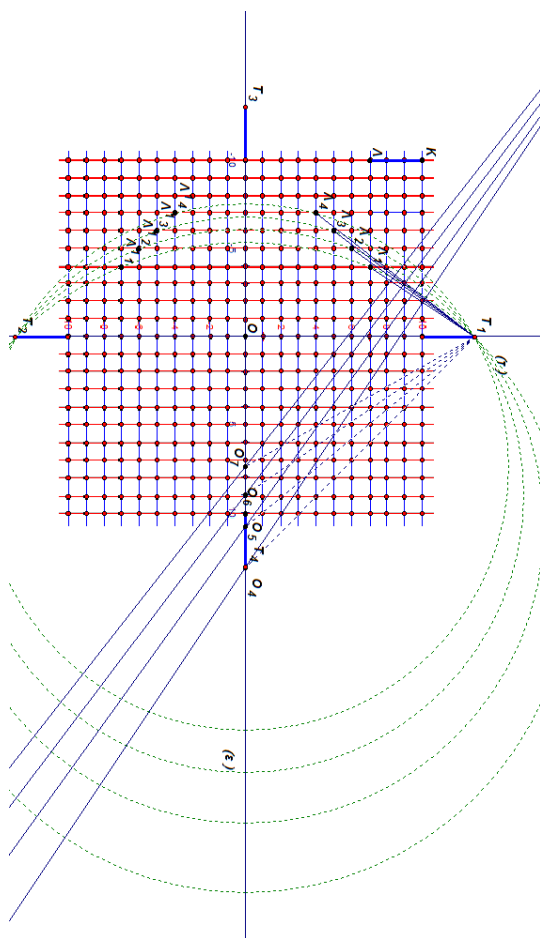
5. Σύμφωνα με την παρατήρηση 12 παίρνουμε τα σημεία $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4$ (εικόνα 8), ορίζουμε τα ευθύγραμμα τμήματα $\Lambda_1 T_1, \Lambda_2 T_1, \Lambda_3 T_1, \Lambda_4 T_1$. και κατασκευάζουμε τις μεσοκαθέτους τους, οι οποίες τέμνουν την ευθεία (ε) αντίστοιχα στα σημεία O_4, O_5, O_6 και O_7 . Με κέντρα τα σημεία αυτά και ακτίνες $\Lambda_1 O_4, \Lambda_2 O_5, \Lambda_3 O_6, \Lambda_4 O_7$ αντίστοιχα, γράφουμε κύκλους οι οποίοι διέρχονται από τα σημεία T_1 και T_2 (εικόνα 8). *(Προβληματισμοί: Πώς κατασκευάζουμε γεωμετρικά τη μεσοκάθετο δεδομένου ευθυγράμμου τμήματος; Γιατί οι παραπάνω κύκλοι διέρχονται όλοι από τα σημεία T_1 και T_2 ;)*



Εικόνα 8

6. Συμβολίζουμε με $\Lambda^1_1, \Lambda^1_2, \Lambda^1_3, \Lambda^1_4$ αντίστοιχα, τα συμμετρικά σημεία των $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4$ ως προς την ευθεία (ε) , τα οποία ανά ομόλογα ζεύγη βρίσκονται στον ίδιο κύκλο. Ομόλογα, εννοούμε για παράδειγμα, τα σημεία Λ_1 και Λ^1_1 (εικόνα 9).

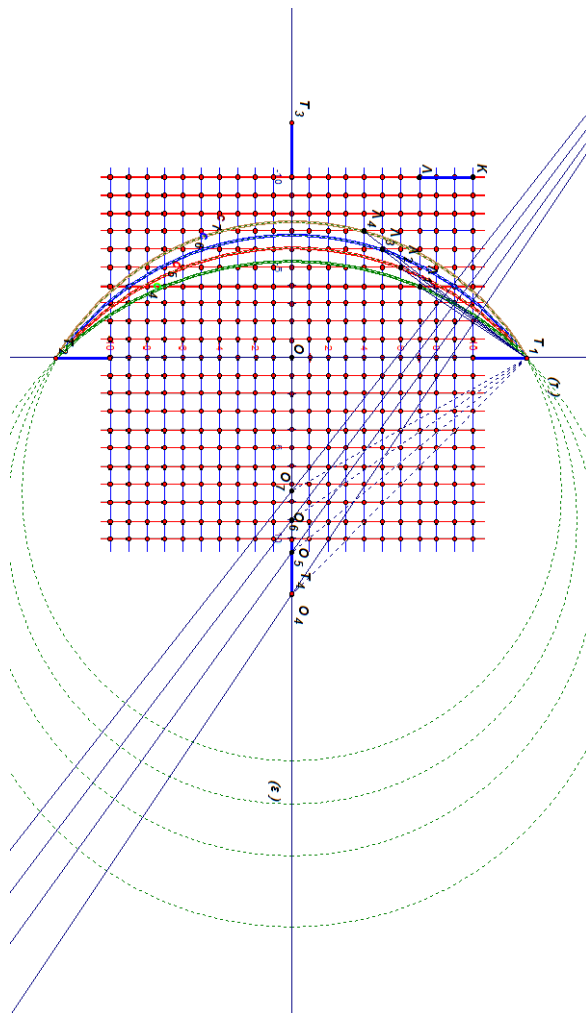
(Προβληματισμοί: Πώς κατασκευάζουμε γεωμετρικά το συμμετρικό σημείου ως προς ευθεία; Η συμμετρία ως προς άξονα είναι ένας γεωμετρικός μετασχηματισμός. Τι ορίζουμε γενικότερα ως γεωμετρικό μετασχηματισμό; Υπάρχουν άλλα είδη γεωμετρικών μετασχηματισμών; Αν ναι, τότε θα μπορούσαν τα σημεία $\Lambda^1_1, \Lambda^1_2, \Lambda^1_3, \Lambda^1_4$ να προκύψουν ως ομόλογα σημεία των $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4$ μέσω κάποιου άλλου γεωμετρικού μετασχηματισμού; Πως αποδεικνύουμε γεωμετρικά ότι τα σημεία $\Lambda_1, \Lambda^1_1, T_1$ και T_2 είναι ομοκυκλικά; Τρία μη συνευθειακά σημεία ορίζουν πάντοτε κύκλο;)



Εικόνα 9

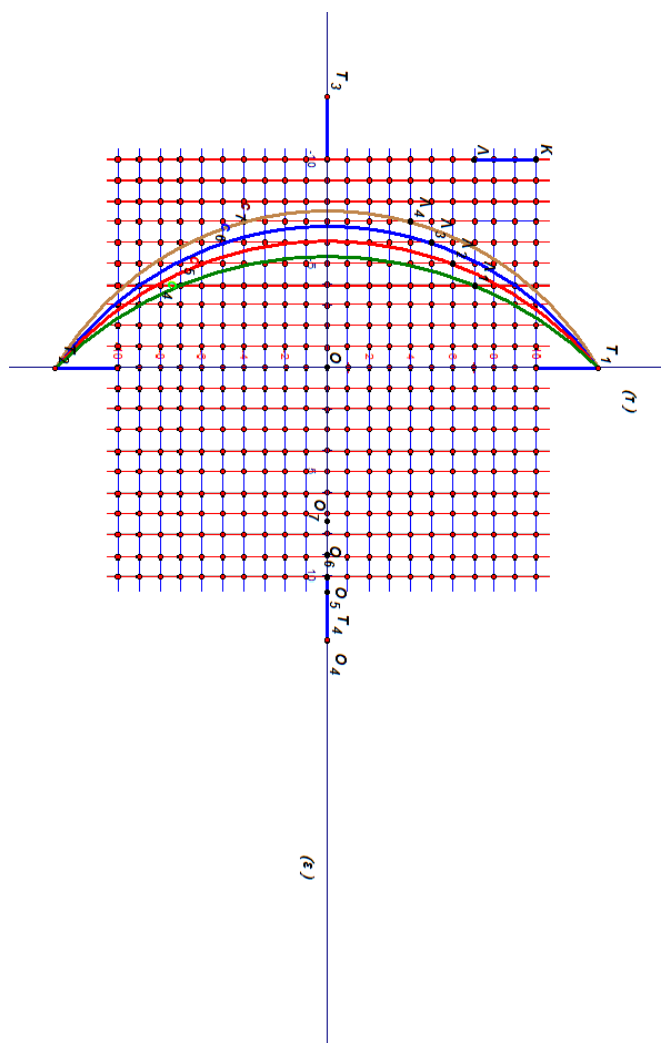
7. Με τα σημεία T_1 , Λ_1 , και T_2 κατασκευάζουμε τόξο κύκλου το οποίο συμβολίζουμε C_4 . Το ίδιο κάνουμε με τις τριάδες των σημείων $[T_1, \Lambda_2, T_2]$, $[T_1, \Lambda_3, T_2]$, $[T_1, \Lambda_4, T_2]$, ορίζοντας αντίστοιχα τα τόξα: C_5 , C_6 , C_7 (εικόνες 10,11)

(Προβληματισμοί: Πόσα το λιγότερο μη συνευθειακά σημεία απαιτούνται ώστε με αυτά να ορίζεται τόξο κύκλου;)



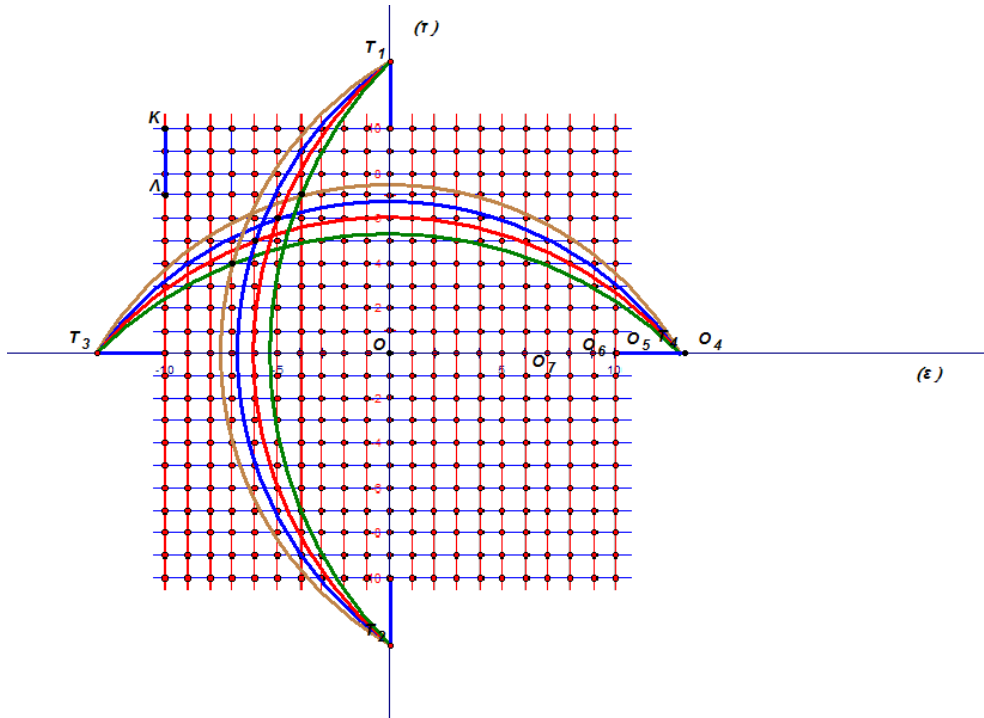
Εικόνα 10

Σημείωση: Αποκρύπτουμε κάποιες γραμμές από το προηγούμενο σχήμα, προκειμένου να μπορέσουμε να παρακολουθήσουμε την συνέχεια της γεωμετρικής κατασκευής με ευχερέστερο τρόπο. Οι γραμμές που κυρίως μας ενδιαφέρουν είναι τα τόξα C_4 , C_5 , C_6 , C_7 (εικόνα 11).



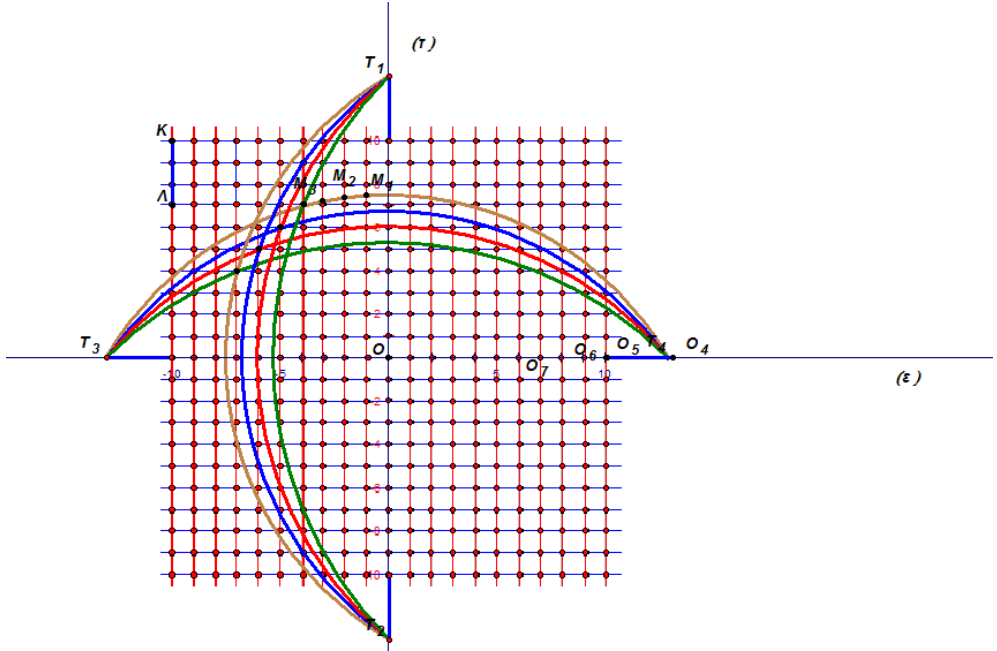
Εικόνα 11

8. Με κέντρο στροφής το σημείο O πραγματοποιούμε μετασχηματισμό στροφής 270° των τόξων C_4, C_5, C_6, C_7 . (Προβληματισμοί: Ποια γεωμετρικά στοιχεία του σχήματος παραμένουν αναλλοίωτα από ένα μετασχηματισμό στροφής;) (εικόνα 12).



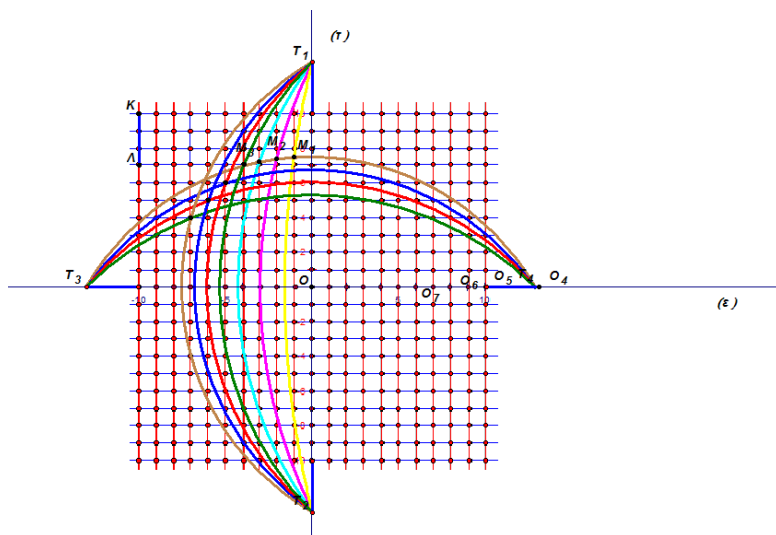
Εικόνα 12

9. Σημειώνουμε με M_1 , M_2 , και M_3 τα σημεία τομής του μετασχηματισμένου τόξου C_7 με τις κατακόρυφες ευθείες του πλέγματος (εικόνα 13).



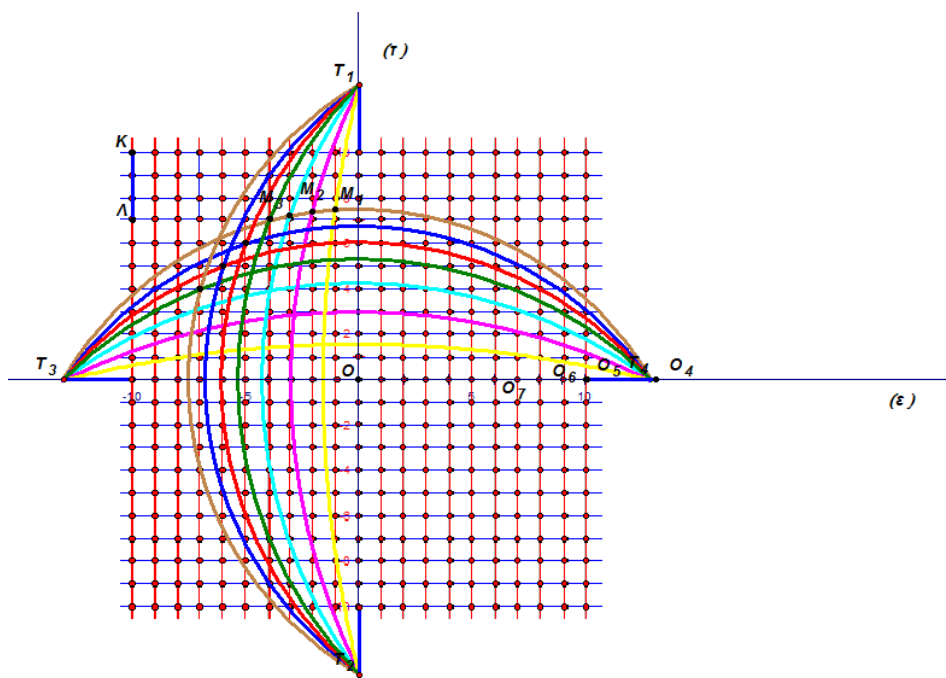
Εικόνα 13

10. Κατασκευάζουμε τα τόξα κύκλου που ορίζουν οι τριάδες των μη συνευθειακών σημείων: $[T_1, M_1, T_2]$, $[T_1, M_2, T_2]$, $[T_1, M_3, T_2]$, τα οποία συμβολίζουμε : C_3, C_2, C_1 ακολουθώντας την διάταξη των προηγούμενων τόξων (εικόνα 14). (Προβληματισμοί: Πώς από τρία δεδομένα μη συνευθειακά σημεία μπορούμε να βρούμε το κέντρο του κύκλου που ορίζουν;)



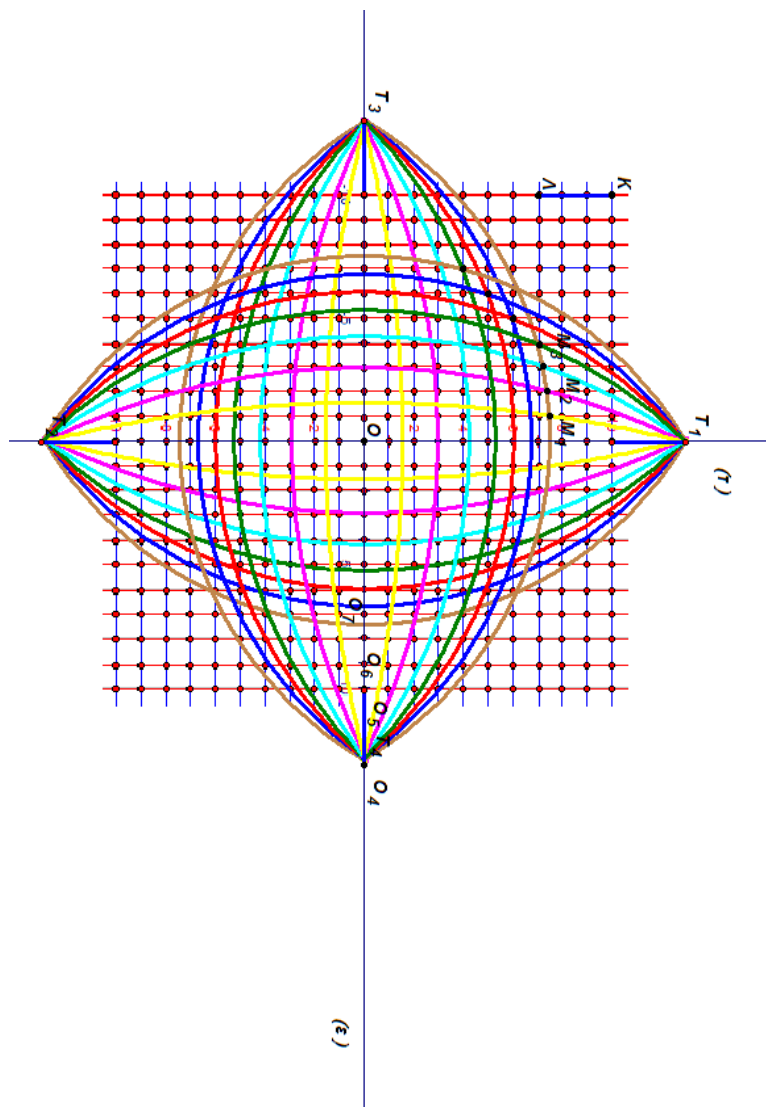
Εικόνα 14

11. Με κέντρο στροφής το σημείο O πραγματοποιούμε μετασχηματισμό στροφής 270° των τόξων C_1, C_2, C_3 (εικόνα 15)



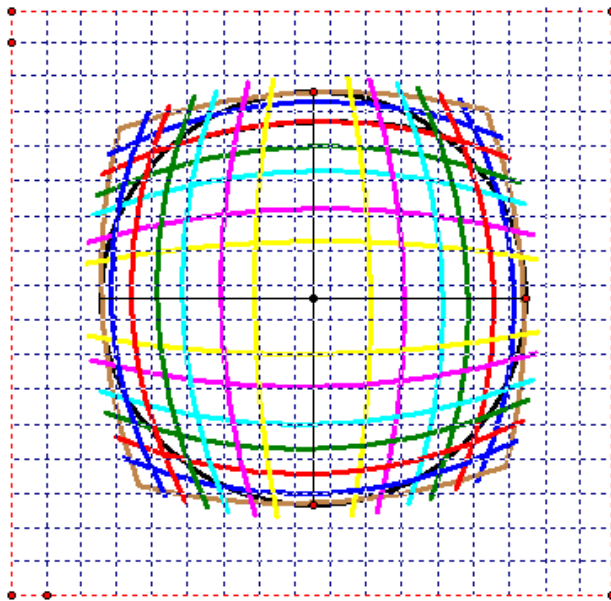
Εικόνα 15

12. Με κέντρο στροφής το σημείο O πραγματοποιούμε μετασχηματισμό στροφής 90° και 180° των τόξων $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$, συμπληρώνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο το επιζητούμενο σχήμα. (εικόνα 16).



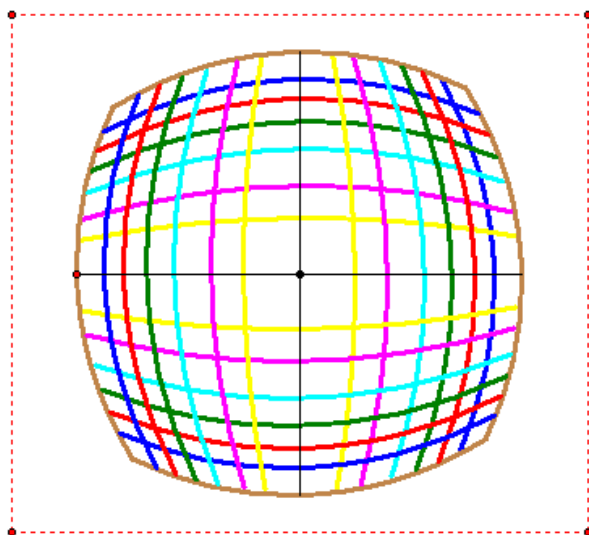
Εικόνα 16

13. Με κέντρο το σημείο O και ακτίνα εκείνη του μεγαλύτερου από τα τόξα που κατασκευάσαμε ορίζουμε κύκλο. Ο ρόλος του κύκλου αυτού είναι να προσδώσει αισθητικά την ολοκληρωμένη εικόνα της τρισδιάστατης καμπύλωσης (εικόνα 17).



Εικόνα 17

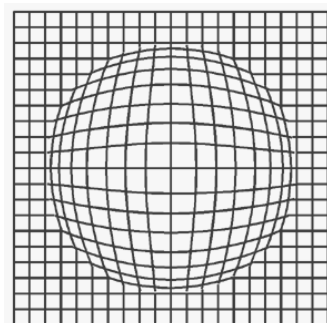
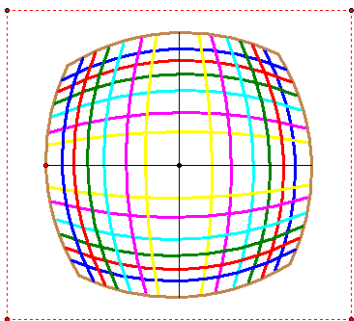
14. Περιορίζουμε το σχήμα μόνο στα αναγκαία για την έρευνά μας τόξα (Εικόνα 18).



Εικόνα 18

Αισθητικά συγκρίνω και αποφαίνομαι

Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια πολύ καλή προσπάθεια ανακατασκευής όπως προκύπτει με τη σύγκριση με το αρχικό πρωτότυπο σχήμα.



Συζήτηση

Από μια φαινομενικά «αθώα» παρατήρηση ενός πίνακα και χωρίς πολλή μαθηματική επιβάρυνση, οι μαθητές οδηγούνται στη διαπραγμάτευση γεωμετρικών εννοιών όπως: θεμελιώδεις γεωμετρικές κατασκευές μεταφορά ευθυγράμμου τμήματος, διχοτόμηση ευθυγράμμου τμήματος, κατασκευή της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος, κατασκευή κύκλου που διέρχεται από τρία σημεία κλπ. Επίσης στη διαπραγμάτευση των θεμελιωδών γεωμετρικών μετασχηματισμών.

Από τις χιλιάδες αξιολογήσεις του μουσείου Ηρακλειδών που καταγράφονται ανώνυμα από τους μαθητές και συνοδούς καθηγητές από το 2005 έως σήμερα, προκύπτει μια ενθουσιώδης αποδοχή του περιβάλλοντος της διασύνδεσης Τέχνης και Μαθηματικών. Όπως παρατηρούν οι εκπαιδευτικοί συνοδοί, το περιβάλλον της Τέχνης «απελευθερώνει κρυφές ή εν υπνώσει» γνωστικές δυνάμεις με αποτέλεσμα, μαθητές που το ίδιο το εκπαιδευτικό σύστημα με τις υπάρχουσες δομές του δημιουργεί και ορίζει άτυπα ως «κοινωνικό- μαθητικό περιθώριο» στα πλαίσια της σχολικής τάξης να εμφανίζουν ιδιαίτερα ενεργή συμμετοχή.

Με παρόμοιες αφορμίσεις και εκκινώντας από κατάλληλα επιλεγμένους ζωγραφικούς πίνακες εισάγουμε από ένα ελεύθερο και ευχάριστο περιβάλλον όπως αυτό της ζωγραφικής σε μαθηματικές έννοιες, ανάλογες με κάθε γνωστικό επίπεδο και διδακτικό στόχο. Μέρος των δραστηριοτήτων και των αντίστοιχων θεματικών ενοτήτων περιγράφεται στην ηλεκτρονική διεύθυνση <http://www.herakleidon-art.gr/el/index.cfm?get=programs>, όπου εκτός των εικαστικών γίνεται αξιοποίηση και διασύνδεση και με άλλες μορφές Τέχνης όπως για παράδειγμα η διασύνδεση Μουσικής και Μαθηματικών

Στόχος μας είναι ο εμπλουτισμός και περαιτέρω διεύρυνση των θεματικών ενοτήτων τις οποίες έχουμε σχεδιάσει, ώστε να διεξάγονται αντίστοιχες δραστηριότητες, παράλληλα και συμπληρωματικά με το αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών των σχολείων.

Δε θεωρούμε, τέλος, ότι η διασύνδεση Τέχνης και Μαθηματικών επιλύει θεαματικά τα προβλήματα της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Αντιθέτως χρειάζεται μεγάλη προσοχή ώστε να μη χαθεί η αυστηρότητα και η ακρίβεια που απαιτούνται Μαθηματικά. Θεωρούμε όμως ότι προσφέρει σημαντικά στην κατεύθυνση της απάλειψης του φαινομένου της Μαθηματικοφοβίας και της κακής επικοινωνίας των δασκάλων των Μαθηματικών με σημαντική μερίδα της μαθητικής κοινότητας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] VandeWalle J., Μαθηματικά για το Δημοτικό και ο το Γυμνάσιο, εκδόσεις ΤΥΠΩΘΗΤΩ, Αθήνα 2001, σελ 629
- [2] Hilliard A. G. (1995) Mathematics excellence for cultural “minority” students: What is the problem? NCTM
- [3] Burnham R. & Elliot Kai-Kee, *Teaching in the heart Museum, Paul Getty Museum, Los Angeles* (2011)
- [4] Λαδόπουλος Π., Εικαστικές Τέχνες και Γεωμετρία, Πρακτικά Ακαδημίας Αθηνών, Αθήνα 1968
- [5] Φίλη Χ. (1998) Γεωμετρία και Τέχνη, Αθήνα.
- [6] Hocart A., *The Progress of Man*. London 1933.
- [7] Enriques F., *Problemi della Scienza*, Bologna 1906
- [8] Goldergberg P. Principles, Art, and Craft In Curriculum Design: The Case of Connected Geometry International Journal of Computers for Mathematical Learning 4 1999 p. 191-224
- [9] <http://www.bridgesmathart.org/>
- [10] <http://www.ams.org/meetings/bridges-2012-conf>
- [11] Emmer M.- *The Visual mind II*, 2005, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England.
- [12] Schattschneider D., M.C. Escher: Visions of Symmetry, W. H. Freeman and Company, 1990.
- [13] Yenawine P., *Shapes*, The Museum of Modern Art, New York, 2006
- [14] Sternberg R., Γνωστική Ψυχολογία, εκδόσεις Ατραπός 2007
- [15] Ζαχάρος Κ., Οι μαθηματικές έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η διδασκαλία τους, εκδόσεις Μεταίχμιο, Αθήνα 2007
- [16] Hoffer A., *Mathematics Resource Project: Geometry and Visualization*, Creative Publications, Palo Alto, California. 1977
- [17] Del Grande J. *Spatial Perception and Primary Geometry*, NCTM 1987
- [18] Bishop A., *Space and Geometry*, Academic Press 1983

- [19] Hershkowitz R., Space and Shapes, Academic Publishers, 1996
- [20] Μαυρομμάτης Α., Παπανικολάου Α. , Σταθοπούλου Σ., Αξιοποίηση έργων Τέχνης για τη διδακτική προσέγγιση εννοιών και σχέσεων της Γεωμετρίας, Πρακτικά, Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Εταιρείας 2012.

Σημ. Στην γεωμετρική έρευνα της κατασκευής χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Sketchpad .

e-mails:

amavromatis@rhodes.aegean.gr

apapani@math.uoa.gr

sosta@e-arsakeio.gr

[λευκή σελίδα]

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΜΙΚΡΟΠΩΛΗΤΩΝ ΣΤΟ ΔΡΟΜΟ

Γεώργιος Μπαραλής

Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι τρόποι επινόησης αυτοσχέδιων στρατηγικών για την εκτέλεση μαθηματικών υπολογισμών, οι οποίοι σχετίζονται ελάχιστα ή καθόλου με τους τυπικούς αλγορίθμους και τις διαδικασίες που διδάσκονται στη σχολική τάξη είναι πολλοί. Για την επίλυση προβλημάτων της καθημερινότητας μπορεί κάποιος να χρησιμοποιεί, εκτός από τους τυπικούς τρόπους εκτέλεσης των αλγορίθμων που έχει διδαχθεί στην τάξη, άτυπες μορφές αυτών είτε επειδή δεν έχει φοιτήσει στο σχολείο είτε γιατί η γνώση του για τους αλγόριθμους είναι ελλιπής και η χρήση τους αναποτελεσματική.

Στην παρούσα εργασία θα παρουσιάσουμε τα ευρήματα μιας έρευνας που πραγματοποιήσαμε συζητώντας με μικροπωλητές στις λαϊκές αγορές και στους πεζόδρομους της Αττικής, για τους τρόπους αντιμετώπισης μαθηματικών υπολογισμών και επίλυσης προβλημάτων που σχετίζονται με την πρακτική κατά την πώληση τηςπραμάτειας τους

Εισαγωγή

Πολλές φορές αναρωτιόμαστε πού υπάρχουν τα Μαθηματικά και σε τι χρησιμεύουν. Οι Davis και Hersh (1981) αναφέρουν ότι τα Μαθηματικά υπάρχουν πάνω στο τυπωμένο χαρτί αλλά και, πριν από την τυπογραφία, υπήρχαν σε επιγραφές πάνω σε τοίχους, σε πινακίδες, σε παπύρους. Υπάρχουν πρώτιστα στο νου των ανθρώπων, σε ηχογραφημένες ομιλίες, στη μνήμη ηλεκτρονικών υπολογιστών και σε αριθμομηχανές. Υπάρχουν ακόμη και στα γονίδια του ηλιοτρόπιου, αν αυτό το φυτό παράγει σπόρους που είναι κατανεμημένοι σε σπείρες του Bernoulli και μεταφέρει μαθηματικές πληροφορίες από γενιά σε γενιά. Μήπως τα Μαθηματικά υπάρχουν και πάνω σε έναν τοίχο, αν ένα αμπαζούρ ρίχνει μια παραβολική σκιά πάνω σ' αυτόν; Ή μήπως, όπως ισχυρίστηκαν από την αρχαιότητα κάποιοι φιλόσοφοι, υπάρχουν αιώνια και είναι ανεξάρτητα από το σύμπαν και τις οποιεσδήποτε μεταβολές του; (Davis and Hersh, σελ. 31).

Μέσα από τη φύση, τη ζωή, την τέχνη και τον πολιτισμό προκύπτουν καθημερινά καταστάσεις στις οποίες εμπλέκονται μαθηματικές έννοιες. Πολλά προβλήματα της καθημερινής ζωής μέσω της επίλυσής τους αναδεικνύουν τη χρήση των Μαθηματικών. Αυτά μπορεί να είναι προβλήματα Πρακτικής Αριθμητικής ή Άλγεβρας που αναφέρονται σε απλούς υπολογισμούς πράξεων, σε ποσοστά, σε τόκους, κ.ά. Αρχιτεκτονικά οικοδομήματα, πίνακες μοντέρνας τέχνης και έργα της πολιτιστικής μας κληρονομιάς, όπως αγγεία, τοιχογραφίες, υφαντά, εργόχειρα σχετίζονται με γεωμετρικά σχήματα, άξονες συμμετρίας, καθώς και με άλλα στοιχεία της Γεωμετρίας. Η ιστορία σύγχρονων και αρχαίων πολιτισμών (Βαβυλώνιων, Αιγύπτιων, Ινδών, Κινέζων, Ελλήνων, Αράβων) περιλαμβάνει και την αντίστοιχη ιστορία των Μαθηματικών τους.

Πιο συγκεκριμένα στο εμπόριο συναντούμε τέσσερις αριθμητικές πράξεις:

- την πρόσθεση για να βρούμε το σύνολο ομοειδών ποσών,
- την αφαίρεση για να βρούμε τα ρέστα από μια συναλλαγή,

- τον πολλαπλασιασμό όταν γνωρίζουμε την τιμή του ενός αντικειμένου και ζητούμε την τιμή των πολλών και
- τη διαίρεση α) για την ίση κατανομή και β) όταν γνωρίζουμε την τιμή των πολλών αντικειμένων και την τιμή του ενός αντικειμένου και ζητούμε το πλήθος.

Πριν από αυτές τις πράξεις πιθανόν να υπήρχε ένας μεγάλος αριθμός από πρωτόγονες μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιήθηκαν στο εμπόριο, όπως είναι η αφηρημένη έννοια της μέτρησης της αξίας, η ανταλλαγή ή ισοδυναμία. Για παράδειγμα, κάθε πράγμα έχει την τιμή του, “ένα σακί αλεύρι αξίζει όσο ένα δοχείο λάδι”, “δύο πρόβατα ισοδυναμούν με μία κατσίκα”. Με την έννοια της μέτρησης της αξίας σχηματίζονται κλάσεις ισοδυναμίας για προϊόντα που έχουν την ίδια τιμή. Τα αφηρημένα αυτά στοιχεία που εκπροσωπούν τις τάξεις ισοδυναμίας ήταν τα νομίσματα, των οποίων αρχικά η αξία εξαρτιόταν από το υλικό κατασκευής τους ενώ στη συνέχεια αυτή η αξία απέκτησε συμβολικό χαρακτήρα, καθώς άρχισαν να χρησιμοποιούνται άλλες μορφές νομισμάτων, όπως τα χαρτονομίσματα, οι επιταγές κ.ά.

Η ανάπτυξη του εμπορίου, η τιμολόγηση των προϊόντων, η εφεύρεση του νομίσματος και του δανεισμού δημιούργησαν μια πλούσια πηγή αφηρημένων ιδεών στα Μαθηματικά με αποτέλεσμα την έντονη αλληλεπίδραση ανάμεσα σ’ αυτά και στις επιχειρήσεις. Έτσι κατά τον Μεσαίωνα, στις αρχές της Αναγέννησης αλλά και αργότερα, ορισμένοι σπουδαίοι μαθηματικοί, όπως οι Fibonacci, Luca Pacioli (1445-1514), Simon Stevin (1548-1620) και Augustus de Morgan (1806-1871), αφιέρωσαν σημαντικό μέρος του έργου τους γράφοντας για το εμπόριο, το χρήμα, την ανταλλαγή, τους λογαριασμούς και τη λογιστική (Davis and Hersh, σελ. 104).

Οι τυπικοί αλγόριθμοι των πράξεων

Ένας απ’ τους πρωταρχικούς στόχους του δημοτικού σχολείου αναφορικά με το γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών είναι η μάθηση των διαδικασιών με τις οποίες εκτελούνται γραπτά οι αριθμητικές πράξεις με φυσικούς αριθμούς. Οι μαθητές ξεκινούν τις αριθμητικές

ή υπολογιστικές τους ικανότητες με απλές πράξεις και στη συνέχεια περνούν σε πιο σύνθετες διαδικασίες, τους αλγόριθμους.

Η ονομασία «αλγόριθμος» ανάγεται στο όνομα του μαθηματικού και αστρονόμου Ibn Musa Al Chwarismi (περί το 780 μέχρι το 846 μ.Χ.). Αρχικά ο όρος αυτός αναφερόταν στον υπολογισμό με δεκαδικούς που εισήχθη στην Ευρώπη γύρω στο 1600. Σήμερα με τον όρο «αλγόριθμο» εννοούμε μια τυποποιημένη διαδικασία για την επίλυση ενός προβλήματος κατά την οποία εκτελούνται διαδοχικά διάφορα προκαθορισμένα βήματα.

Για να εκτελεστεί ο αλγόριθμος μίας αριθμητικής πράξης, είναι απαραίτητη η γνώση των επιμέρους απλών πράξεων που απαιτούνται για την εκτέλεσή του.

Όπως ισχυρίζονται ο Van de Walle (2005) και οι Kamii & Dominick (1997), οι παραδοσιακοί τυπικοί αλγόριθμοι παρουσιάζουν ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά:

- Αρχίζουν από δεξιά προς αριστερά με έναν ψηφιοκεντρικό προσανατολισμό, εκτός από τη διαίρεση που αρχίζει από αριστερά.
- Δεν χρησιμοποιούν την αξία θέσης των ψηφίων του αριθμού.
- Κρύβουν το αποτέλεσμα μέχρι το τέλος της πράξης.
- Ακολουθούν τη χρήση του ίδιου εργαλείου σε όλα τα προβλήματα, οπότε αρκετές φορές οδηγούν σε σφάλματα.
- Χρησιμοποιούνται από τους μαθητές χωρίς αυτοί να είναι σε θέση να εξηγήσουν γιατί ακολουθούν τη συγκεκριμένη διαδικασία.
- Με τη χρήση τους οι μαθητές καλλιεργούν κάποια συστηματικά λάθη, τα οποία μάλιστα χρησιμοποιούν συχνά, και τα οποία απορρέουν από σύγχυση λόγω κρατουμένων, ευθυγράμμισης στηλών, κ.ά.
- Γίνονται συχνά αποδεκτοί καλόπιστα και χωρίς αντιρρήσεις, επειδή ο δάσκαλος λέει ότι έτσι πρέπει να γίνεται αυτό.

Με βάση τις αρχές του κονστрукτιβισμού, προκειμένου οι μαθητές να αρχίσουν να οικοδομούν τις ιδιότητες των πράξεων, θα πρέπει να είναι σε θέση να βλέπουν τους αριθμούς ως ανεξάρτητες οντότητες που υπάρχουν και μπορούν να χρησιμοποιηθούν έξω από το

περιεχόμενο μέσα στο οποίο τους παρουσιάζονται. Αυτό πραγματοποιείται με τη χρήση υλικών αντικειμένων, ώστε να κατακτήσουν τις σχέσεις και τους δεσμούς μεταξύ των αριθμών. Η χρήση ποικίλων αναπαραστάσεων και εννοιών κατά τη διδασκαλία των πράξεων είναι πολύ χρήσιμη μέσα στην τάξη, αφού οι μαθητές μαθαίνουν με διαφορετικούς τρόπους και απαιτούνται διαφορετικές στρατηγικές. (Stacey et al 2008)

Αν και στόχος των πράξεων είναι η κατανόηση της έννοιάς τους, η γνώση των «βασικών δεδομένων» είναι απαραίτητη στην περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών και στη λύση προβλημάτων. Η μετατόπιση της έμφασης στους νοερούς υπολογισμούς και τις νοερές εκτιμήσεις καθιστά πιο σημαντική από ποτέ την καλή γνώση των βασικών δεδομένων. Με τον όρο «βασικά δεδομένα» για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό, αναφερόμαστε σε συνδυασμούς στους οποίους και οι δύο προσθετέοι ή και οι δύο παράγοντες είναι μικρότεροι του 10. Τα δεδομένα της αφαίρεσης και της διαίρεσης αντιστοιχούν στα δεδομένα της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού.

Ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί δύο σημαντικά εργαλεία για να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν τις έννοιες των πράξεων:

- τα προβλήματα πλοκής, αφού η εισαγωγή στους αλγόριθμους έχει νόημα, όταν ακολουθεί μία προβληματική κατάσταση και
- τα μοντέλα, τα οποία πρέπει να προκύπτουν από τους ίδιους τους μαθητές, όσο το δυνατόν περισσότερο, και να μην επιβάλλονται τεχνητά.

Στα μοντέλα για την εκτέλεση των πράξεων περιλαμβάνονται αντικείμενα που μπορούν να μετακινηθούν, εικόνες συνόλων σε διάφορες διατάξεις, πίνακες και παραλλαγές αυτών των βασικών ιδεών. Οι διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους τα μοντέλα αναπαριστούν τις πράξεις μπορεί να βοηθήσει τα παιδιά στη διαδικασία αυτή (Van de Walle 2005, σελ.149-151).

Άτυπες στρατηγικές εκτέλεσης των πράξεων

Τα τελευταία χρόνια αυξάνεται ο αριθμός των ενδείξεων ότι τα παιδιά εντός και εκτός σχολείου μπορούν να εφεύρουν μεθόδους για την εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων, χωρίς απαραίτητα να τις έχουν διδαχθεί στο σχολείο. Ειδικότερα, έχουν συγκεντρωθεί πολλά δεδομένα από πολλές έρευνες, κυρίως για τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση. (Baek 1998, Kamii & Dominick 1997)

Τις τελευταίες δεκαετίες υπήρξε μία τάση στην έρευνα αναφορικά με τη μελέτη της σχέσης των μαθηματικών που διδάσκονται στο σχολείο με εκείνα που εφαρμόζονται στην καθημερινή πρακτική σε διάφορες χώρες. Διαπιστώθηκε αφενός ότι ο τρόπος με τον οποίο οι μαθητές χρησιμοποιούν τα Μαθηματικά στην καθημερινότητα είναι διαφορετικός από ότι στο σχολείο, αφετέρου ότι δεν υπάρχει εφαρμογή των στρατηγικών αυτών στην εκπαιδευτική πράξη. Τα άτομα εκτός σχολείου μερικές φορές μπορεί να λύνουν προβλήματα με τυπικούς αλγόριθμους και άλλες με άτυπους τρόπους. Υπάρχουν ακόμη ενδείξεις ότι οι άτυπες διαδικασίες που μαθαίνονται από τα άτομα εκτός σχολείου είναι πολλές φορές καλύτερες και αποτελεσματικότερες. (Lave 1977, Nunes 1993, Reed & Lave 1981, Carraher et al 1985, 2000 και 2006)

Από άλλες έρευνες που έγιναν και που αφορούσαν τη χρήση των Μαθηματικών σε διάφορες κατηγορίες επαγγελματιών, όπως των μαραγκών (Millroy 1992), των πολιτικών μηχανικών (Hall & Stevens 1995), των νοσοκόμων (Hoyle et al 2001), προέκυψε ότι οι περισσότεροι από αυτούς χρησιμοποιούν τα Μαθηματικά στην εργασία τους με τρόπους ουσιαστικά πολύ διαφορετικούς από εκείνους που διδάχτηκαν στο σχολείο.

Οι Carpenter et al (1998) ορίζουν ως *αυτοσχέδιες στρατηγικές* εκτέλεσης των βασικών πράξεων της πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης οποιεσδήποτε στρατηγικές πέρα από τους παραδοσιακούς αλγόριθμους, οι οποίες δεν χρησιμοποιούν φυσικά υλικά δεκαδικής βάσης (base-ten blocks) ή άλλες αναπαραστάσεις. Η δυνατότητα πολλαπλών υπολογιστικών στρατηγικών για τις παραπάνω πράξεις συμβάλλει σημαντικά στην αίσθηση που έχουμε για τους αριθμούς και αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για την επιτυχία στην καθημερινή ζωή, ιδιαίτερα μάλιστα

στις περιπτώσεις όπου οι πράξεις γίνονται νοερά. (Van de Walle 2005, σελ. 239)

Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στους παραδοσιακούς αλγορίθμους και τις αυτοσχέδιες στρατηγικές των πράξεων. Ο Van de Walle αναφέρει ότι οι αυτοσχέδιες τεχνικές εκτέλεσης των πράξεων:

- Είναι περισσότερο αριθμοκεντρικές παρά ψηφιοκεντρικές, χωρίς να δίνει έτσι μεγάλη σημασία στην αξία θέσης των ψηφίων του αριθμού.
- Αρχίζουν περισσότερο από τα αριστερά παρά από τα δεξιά με αριθμοκεντρικό προσανατολισμό, δηλαδή από τις μεγαλύτερες τάξεις των αριθμών, δίνοντας έτσι και μια προσεγγιστική εκτίμηση του τελικού μεγέθους του αριθμού.
- Είναι ευέλικτες και όχι άκαμπτες αλλάζοντας τις περισσότερες φορές, ανάλογα με τους αριθμούς, για να γίνουν οι υπολογισμοί με ευκολότερους τρόπους.

Σημαντικά είναι τα οφέλη από την καλλιέργεια των αυτοσχέδιων τεχνικών αφού:

- Οι έννοιες που σχετίζονται με τη δεκαδική βάση του αριθμητικού συστήματος καλλιεργούνται αποτελεσματικότερα. Υπάρχει μια καθορισμένη σχέση ανάμεσα στην ανάπτυξη αυτών των εννοιών και της διαδικασίας επινόησης υπολογιστικών στρατηγικών.
- Οι αυτοσχέδιες στρατηγικές χτίζονται βασιζόμενες στην κατανόηση. Οι μαθητές σπάνια χρησιμοποιούν τέτοιες στρατηγικές, αν δεν τις κατανοούν.
- Τα παιδιά κάνουν λιγότερα λάθη με τις αυτοσχέδιες στρατηγικές σύμφωνα και με τα δεδομένα των ερευνών των Kamii & Dominick (1997). Τα συστηματικά σφάλματα δεν είναι συνηθισμένο τυπικό φαινόμενο των αυτοσχέδιων στρατηγικών.
- Η χρήση των αυτοσχέδιων στρατηγικών προάγει τη μαθηματική σκέψη. Οι αυτοσχέδιες στρατηγικές γεννιούνται από τη σκέψη των παιδιών με την καθοδήγηση του διδάσκοντα.
- Οι αυτοσχέδιες στρατηγικές εξυπηρετούν τα παιδιά τουλάχιστον εξίσου καλά στις τυπικές δοκιμασίες. Έτσι τα παιδιά τα οποία δεν

διδάσκονται παραδοσιακούς αλγόριθμους, τα καταφέρνουν εξίσου καλά στους υπολογισμούς στα τυποποιημένα προβλήματα όσο και αυτά που έχουν διδαχθεί αλγόριθμους με παραδοσιακά σχολικά προγράμματα. (Van de Walle 2005, σελ. 240-241)

Οι μικροπωλητές και ο ρόλος τους στην κοινωνία και την οικονομία μιας χώρας

Η έρευνα που θα παρουσιαστεί πραγματοποιήθηκε στην περιοχή της Αττικής, στην οποία υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός μεταναστών από διάφορες χώρες, όπως την Αλβανία, το Πακιστάν, την Κίνα, τις Φιλιππίνες, την Ινδία, κ.ά. Οι μετανάστες, προκειμένου να καταφέρουν να προσαρμοστούν στη ζωή των μεγαλουπόλεων, έχουν να αντιμετωπίσουν τις περισσότερες φορές δυσκολίες επικοινωνίας, ενσωμάτωσης, ανεύρεσης στέγης, απόκτησης άδειας παραμονής, εξεύρεσης εργασίας, απόκτησης άδειας εργασίας, αποδοχής, κλπ. Πρώτιστα, ωστόσο, έχουν να αντιμετωπίσουν άμεσα την ανάγκη εξασφάλισης των απαραίτητων αγαθών για την επιβίωσή τους, η οποία στην αρχή εξαρτάται από πόρους που έχουν φέρει μαζί τους ή που συγκεντρώνουν με επαιτεία στα φανάρια, στις πλατείες, στο μετρό και αλλού. Αργότερα δουλεύουν σαν ανειδίκευτοι εργάτες είτε έχοντας μια καθημερινή δουλειά είτε δουλεύοντας περιοδικά. Συντηρούμενοι από παράνομες εργασίες που δεν ρυθμίζονται από θεσμικά όργανα, παράγεται εισόδημα που δεν φορολογείται. Παράλληλα, δεν τους παρέχεται καμία επαγγελματική εξασφάλιση, τα εργασιακά τους δικαιώματα μπορεί να είναι αμφίβολα ως και ανύπαρκτα, η υγειονομική και η φαρμακευτική περίθαλψή τους είναι συνήθως ανεπαρκείς, η πρόσβασή τους σε υπηρεσίες υγείας είναι ως επί το πλείστον δύσκολη, το δικαίωμα συνταξιοδότησής τους αμφισβητούμενο, κυρίως όμως το εισόδημά τους είναι συνήθως ιδιαίτερα ευμετάβλητο. Οι ελάχιστες επιχειρήσεις που δημιουργούνται ανεπίσημα από αυτούς είναι οικογενειακές, έχουν σχέση με το χαμηλό μορφωτικό τους επίπεδο και τα τυπικά επαγγελματικά τους προσόντα και είναι ανάλογες με το μέγεθος της οικογένειας. Πιο συχνά εργάζονται σε οικοδομές, ως οικιακοί βοηθοί, στις επιδιορθώσεις ρούχων, υποδημάτων, σε αγροτικές και κτηνοτροφικές εργασίες, στην αλιεία, ως πωλητές στις λαϊκές αγορές και

μικροπωλητές στους δρόμους και τις πλατείες. Οι μικροπωλητές που μελετούμε στην παρούσα εργασία ασχολούνται με το εμπόριο ειδών ένδυσης, υπόδησης, γυναικείων αξεσουάρ, διακοσμητικών ειδών, μικροσυσκευών οικιακής χρήσης κ.ά. (Carraher et al , 1985, 2000, Schlieman 2002)

Η κοινωνικο-οικονομική όμως συγκυρία στην Ελλάδα έχει προκαλέσει μία ρευστότητα στον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να διαπιστώσουμε τις επιπτώσεις της τόσο στην ίδια μας τη ζωή όσο και σε αυτή των μεταναστών.

Η μεθοδολογία της έρευνας

Η μεθοδολογία της έρευνας στηρίχτηκε στην ημιδομημένου τύπου συνέντευξη. Ο ερευνητής είχε προετοιμάσει έναν συγκεκριμένο τύπο κλειστών προβλημάτων, τα οποία προσαρμόζονταν με βάση τόσο τα είδη των εμπορευμάτων όσο και των τιμών πώλησής τους από τον εκάστοτε μικροπωλητή. Ωστόσο δεν ήταν δυνατόν να ακολουθηθεί μια συγκεκριμένη σειρά ή η ίδια μορφή ερωτήσεων κατά την επίλυση των προβλημάτων, γιατί η συνομιλία διαμορφωνόταν διαφορετικά σε κάθε περίπτωση κι εξελισσόταν ελεύθερα, ώστε ο ερευνητής να μπορεί να εμβαθύνει στο θέμα, ανάλογα με τις απαντήσεις που κάθε φορά έπαιρνε. (Cohen, L., Manion, L., Morrison, K., σελ. 248-249)

Με τον τρόπο αυτό επιδιώχτηκε να διερευνηθεί η μαθηματική σκέψη των μικροπωλητών και η χρήση της στην καθημερινότητα. Ο ερευνητής δεν ήταν μόνο αυτός που πραγματοποιούσε τη συνέντευξη αλλά ήταν ταυτόχρονα και πελάτης που έκανε ερωτήσεις στον πωλητή ζητώντας του πληροφορίες για τον τρόπο εκτέλεσης του λογαριασμού.

Ο ερευνητής συναντήθηκε με τους μικροπωλητές στους δρόμους και τις πλατείες, όπου αυτοί προσπαθούσαν να πουλήσουν τηνπραμάτεια τους. Οι ερωτήσεις έγιναν στη διάρκεια μιας συνηθισμένης εμπορικής συναλλαγής με πραγματικές ή εικονικές αγορές. Η διάρκεια κάθε συνέντευξης ήταν διαφορετική, αφού σε πολύ λίγες περιπτώσεις που οι πωλητές το ήθελαν, ακολούθησε σε κάποιο καφέ μια πιο εκτεταμένη συζήτηση με αποτέλεσμα να αντληθούν περισσότερες πληροφορίες όσον αφορά τις μαθηματικές γνώσεις τους. Ωστόσο οι περισσότεροι ήταν διστακτικοί και οι συνεντεύξεις

πραγματοποιήθηκαν με ιδιαίτερη δυσκολία, λόγω της επιφυλακτικότητας με την οποία αντιμετώπιζαν τον «άγνωστο» ερευνητή. Αυτό το εμπόδιο δε ήταν δυνατόν να αντιμετωπιστεί, παρά την επίπονη προσπάθεια που έγινε. Τις περισσότερες φορές οι μικροπωλητές αρνούνταν εξ αρχής να συμμετάσχουν στη διαδικασία, οπότε το μέγεθος του δείγματος δεν είναι τόσο μεγάλο όσο θα θέλαμε παρά τις προσπάθειές μας.

Διάλογοι με τους μικροπωλητές

Μερικά ενδεικτικά αποσπάσματα από τις συζητήσεις με τους μικροπωλητές είναι τα παρακάτω:

1. Πρόβλημα

Ερευνητής. Πόσο κάνει ο φακός;

Μικροπωλητής. 1,5 €

Ε. Θα ήθελα δέκα. Πόσο κάνουν;

Μερικές από τις απαντήσεις:

M₁. Ένα φακό 1,5 €, δέκα 15 €.

Ε. Πώς το βρήκες;

M₁. $1,5 \times 10 = 15$ € .

M₂ . Ο φακός ένα έχει 1 και μισό ευρώ, δέκα έχει 15 €.

Ε. Πώς το βρήκες;

M₂ . Από 1 ευρώ κάνει 10 ευρώ και από μισό κάνει 5 ευρώ όλα κάνει 15 ευρώ. Γιατί πολλά φακό, τι κάνει; (Τι θα κάνεις τους πολλούς φακούς;)

Ε. Αν τους πάρω και τους δέκα θα κάνεις καλύτερη τιμή;

M_2 . Πάρει 10 φακός, δώσει 12 ευρώ. Δέκα ευρώ και δύο ευρώ.

E. Δεν έχω 10 ευρώ και 2 ευρώ, έχω 10 και 20, να σου δώσω μόνο 10;
(γέλια)

M_2 . Όσι – όσι! (εκνευρισμένος)

E. Πάρε λοιπόν 20. Πόσα ρέστα θα μου δώσεις;

M_2 . Από 20 ευρώ δώσω πέντε, δύο, ένα ευρώ.

E. Λάθος. (χαμόγελα)

M_2 . Όχι λάθος. (νευράκια) Όχι λάθος, ούτε κλέφτη.

E. Γιατί, πώς το βρήκες;

M_2 . Φακός 12 ευρώ και 5 και 2 και 1, 20 ευρώ.

E. Είσαι ωραίος! Αύριο θα φέρω χρήματα και θα πάρω πολλά πράγματα, αν είσαι εδώ.

M_2 . Θα περιμένω. (γέλια)

2. Πρόβλημα

Ερευνητής. Πόσο πουλάς τις κάλτσες;

M_3 . Μια κάλτσα δώσει ένα ευρώ, είναι μαλλί καλή, πολύ καλή αρέσει σου.

E. Είναι πολύ ακριβές. Ευχαριστώ. (Πάει να φύγει)

M_3 . Ελα μη φύγει δώσει σου φτηνά, μόνο 80 λεπτά, τζάμπα.

E. (Διαλέγει κάλτσες) Δώσε μου επτά. Πόσο κάνουν;

M_3 . Πέντε ευρώ και 60. Δώσει πέντε και 50 .

E. Πώς το βρήκες;

M₃. Επτά κάλτσες κάνει 7 ευρώ. Επτά κάλτσες 20 λεπτά κάνει 1 ευρώ και 40. Όλα μαζί κάνει 7 ευρώ και βγάλει 1 και 40, δώσει 5 και 60, αλλά εσύ 5 και 50 μόνο. Και άλλο φτηνά.

E. Αν σου δώσω 10 ευρώ πόσες κάλτσες θα μου δώσεις;

M₃. Εσύ γελάς εμένα. Δε θέλει κάλτσες.

E. Όχι, αλήθεια, θα σου δώσω 10 ευρώ (δείχνει 10 ευρώ), πόσες κάλτσες θα μου δώσεις;

M₃. (Σκέφτεται) Θα δώσει 10 κάλτσες και δύο και μία αλλά και εσύ δώσει 40 πάλι.

E. Είσαι ωραίος! Μεγάλος έμπορος!

M₃. Πάρε τσάντα, βάλε μέσα.

E. Ευχαριστώ πολύ! Γεια σου, φίλε μου!

Παρουσίαση των ευρημάτων - αποτελέσματα

Κατά τη διάρκεια της δουλειάς τους οι μικροπωλητές είναι αναγκασμένοι να επιλύουν πολλά μαθηματικά προβλήματα γρήγορα και άμεσα, χωρίς να χρησιμοποιούν χαρτί και μολύβι ή κάποια αριθμομηχανή, και να ενεργούν με τρόπο που αφορά το νόμισμα και τα αντικείμενα της αγοραπωλησίας τους. Τα προβλήματα μπορεί να επιλύονται με πολλαπλασιασμό, πρόσθεση, αφαίρεση και πολύ σπάνια διαίρεση. Οι πίνακες που δίνουν αναλυτικά τις τιμές κατά είδος και πλήθος τεμαχίων και που χρησιμοποιούνταν κατά κόρον παλαιότερα, έχουν εγκαταλειφθεί πια σήμερα, εκτός ίσως από την περίπτωση ορισμένων οργανωμένων μικροπωλητών που έχουν πάγκους όπου πουλούν συνήθως διάφορα είδη οικιακής χρήσης.

Στις αγοραπωλησίες, των οποίων αποσπάσματα αναφέρθηκαν παραπάνω, οι υπολογισμοί ήταν νοεροί και είχαν άμεση σχέση με το πλήθος των αντικειμένων που πουλιούνταν. Δεν συζητήσαμε ποτέ, έστω και για εικονικές πωλήσεις, που περιλάμβαναν πράξεις που απαιτούσαν υπολογισμούς με μεγάλους αριθμούς, αφού θα ήταν έξω από το πραγματικό πλαίσιο.

Συγκεκριμένα για την πράξη της πρόσθεσης παρατηρήθηκαν τα εξής: Οι μικροπωλητές πρόσθεταν πρώτα τις δεκάδες και μετά τις μονάδες, στη συνέχεια μετέτρεπαν τις μονάδες σε δεκάδες, έμεναν οι μονάδες και άλλαζαν στη συνέχεια τις δεκάδες. Ακολουθεί ένα παράδειγμα ενός μικροπωλητή πακιστανικής καταγωγής:

Ερευνητής. Ένα μεγάλο λείζερ κοστίζει 15 € και ένα ρολόι χειρός 17 €. Πόσο κοστίζουν και τα δύο;

Μικροπωλητής. 10 € και 10 € είναι 20 €. 5 € και 7 € κάνουν 12 €. Όλα είναι 20 € και 10 € κάνουν 30 € και 2 € όλα 32 €.

Η πρόσθεση αυτή γινόταν από τους περισσότερους μικροπωλητές από τα αριστερά προς τα δεξιά και από τις μεγαλύτερες τάξεις προς τις μικρότερες. Η περίπτωση των τριψήφιων συζητήθηκε εκτός αγοραπωλησιών εικονικά με έναν μόνο από τους μικροπωλητές, και συγκεκριμένα με την παρακάτω ερώτηση:

Ερευνητής. Πώς θα έκανες την πρόσθεση 368 €+485 €;

Μικροπωλητής. 300 € και 400 € κάνουν 700 €. 60 € και 80 € κάνουν 140 €. 8 € και 5 € κάνουν 13 €. 140 € και 10 € κάνουν 150 € και μένουν 3 €. 700 € και 150 € κάνουν 850 € και 3 € όλα μαζί 853 €. (Τους λογαριασμούς τούς έκανε σκεπτόμενος και χρησιμοποιώντας τα δάχτυλα.) Κουράστηκα, τέτοια δεν κάνω. Αν είχα, θα έκανα με κομπιούτερ.

Ε. Είσαι ωραίος! Πόσα χρόνια πήγες σχολείο; Πόσα χρόνια έχεις στην Ελλάδα;

Μ. Σχολείο πέντε χρόνια. Ελλάδα τέσσερα χρόνια.

Ε. Πώς σε λένε;

Μ. Δεν σου λέει, γεια σου.

Ε. Ευχαριστώ. Μη φοβάσαι, είμαι φίλος σου (γέλια).

Την πράξη της αφαίρεσης τις περισσότερες φορές την εκτελούσαν μέσω του συμπληρώματος. Για παράδειγμα: 20 € -12 € κάνουν 8 €, αφού 12 € και 8 € (=5 €+2 € +1 €) κάνουν 20 €. Ο τρόπος αυτός χρησιμοποιείται και σήμερα αρκετές φορές στη διδασκαλία και έχει τις ρίζες του στην αρχαιότητα, αφού έτσι έκαναν την αφαίρεση για

παράδειγμα οι Βαβυλώνιοι και οι Αιγύπτιοι. (Van der Waerden, σελ. 4-20)

Σε μια συνομιλία με έναν μικροπωλητή ινδικής καταγωγής που είχε φοιτήσει στις έξι τάξεις του σχολείου, αναφέραμε την περίπτωση εικονικής αφαίρεσης διψήφιου αριθμού από τριψήφιο (384 – 88). Αρχικά (*χαμογελώντας*) ισχυρίστηκε ότι θα την έκανε με αριθμομηχανή. Στη συνέχεια σκεπτόμενος είπε ότι 88 κάνει 84 και 4. Άρα 384 βγάζω 84 κάνουν 300. Οπότε 300 βγάζω 4 κάνουν 296. (Carraher D.W, Schliemann A.D., 2008)

Ο πολλαπλασιασμός με το δέκα ήταν εύκολη υπόθεση για τους μικροπωλητές, αφού «έβαζαν» ένα μηδενικό στο τέλος του αριθμού ή μετέφεραν στους δεκαδικούς την υποδιαστολή μια θέση προς τα δεξιά. Στις αγοραπωλησίες πολλών τεμαχίων με δεκαδικούς αριθμούς χρησιμοποιούσαν την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση ή την αφαίρεση, χωρίς όμως να είναι σε θέση, όπως προέκυψε από τη συζήτηση, να την αιτιολογήσουν.

Στο παράδειγμα που αναφέραμε παραπάνω, για να υπολογίσει ο μικροπωλητής πόσο έκαναν τα 7 ζευγάρια κάλτσες χρησιμοποίησε την ιδιότητα $7 \times 0,80 = 7 \times (1 - 0,20) = 7 - 1,40 = 5,60$.

Για να βρει πόσες κάλτσες θα πουλούσε με 10 € έκανε τους ακόλουθους υπολογισμούς:

$$10 \times 0,80 = 8 \text{ € } \text{ πολλαπλασιασμός με το } 10.$$

$$2 \times 0,80 = 1,60 \text{ € } \text{ γνωστό από εμπειρία}$$

$$1 \times 0,80 = 0,80 \text{ €}$$

Άρα για 13 ζευγάρια κάλτσες $8 + 1,60 + 0,80 = 10,40 \text{ €}$.

Ο τρόπος που οι μικροπωλητές στον δρόμο λύνουν προβλήματα φαίνεται να είναι πιο πρακτικός συγκριτικά με αυτόν της επίλυσης με μολύβι και χαρτί και, τις περισσότερες φορές, πραγματοποιείται με διαφορετικούς τρόπους από αυτούς που διδάσκονται στο σχολείο. Η επίλυση των προβλημάτων επιτυγχάνεται με πρακτικές μεθόδους και στρατηγικές νοερών υπολογισμών και όχι με αλγοριθμικές μεθόδους. Αν θέλουμε επομένως να βοηθήσουμε και τους μαθητές στα σχολεία,

θα πρέπει να τους ενθαρρύνουμε να αναπτύσσουν τις δικές τους υπολογιστικές μεθόδους, χωρίς να προσπαθούμε να τους επιβάλουμε τα καθιερωμένα μαθηματικά συστήματα. (Carraher T.N., Carraher D.W., Schliemann A.D., 2000, Carraher D.W, Schliemann A.D., 2008).

Συμπεράσματα

Από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα οι εμπορικές συναλλαγές αποτελούσαν τη σημαντικότερη αφορμή για την εκτέλεση μαθηματικών πράξεων. Οι πράξεις αυτές, όπως φάνηκε στην έρευνά μας, ήταν και για τους μικροπωλητές το μοναδικό μέσο για την ολοκλήρωση του έργου τους.

Η μεθοδολογία της έρευνας που ακολουθήσαμε, όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα, ήταν ενδεδειγμένη για τη διερεύνηση της μαθηματικής σκέψης των μικροπωλητών, αφού στηρίζεται σε απλή καθημερινή λογική, απαλλαγμένη από την καθαρά αλγοριθμική μορφή των αριθμητικών πράξεων.

Διαπιστώθηκε έτσι ότι υπάρχει διαφοροποίηση στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων έξω από το σχολείο σε σχέση με αυτή που μαθαίνουν στο σχολείο, χρησιμοποιώντας κυρίως αλγορίθμους.

Στην επίλυση των προβλημάτων χρησιμοποιήθηκαν οι νοεροί υπολογισμοί, η πράξη της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού, καθώς και η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση.

Η έρευνά μας φαίνεται να είναι σύμφωνη και με άλλες έρευνες σχετικά με τα μαθηματικά της καθημερινότητας ή «Καθημερινά Μαθηματικά», που έχουν δείξει ότι εμπορικές δραστηριότητες προάγουν τη μαθηματική γνώση που αρχικά θεωρούνταν ότι επιτυγχάνεται μόνο μέσω της τυπικής διδασκαλίας. Άτομα που δεν έχουν ολοκληρώσει την πρωτοβάθμια εκπαίδευση μπορούν να χειρίζονται πολύ καλά τις αριθμητικές πράξεις και τις ιδιότητες των ακέραιων θετικών, καθώς και τις ιδιότητες του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης.

Από τέτοιες έρευνες προκύπτει η αναγκαιότητα εισαγωγής στη σχολική εκπαίδευση βιωματικών δραστηριοτήτων προσομοίωσης εμπορικών συναλλαγών. Αν και για τους μαθητές οι δραστηριότητες αυτές είναι μη πραγματικές και στερούνται ουσιαστικά νοήματος, εντούτοις, έχει διαπιστωθεί ότι είναι χρήσιμη η εμπλοκή τους με αυτές. (Carragher T. & Schliemann A. 1985)

Η συγκεκριμένη έρευνα των μαθηματικών του δρόμου προσπάθησε να καταγράψει την ποικιλία των τρόπων με τους οποίους οι μικροπωλητές αναπαριστούν και επιλύουν τα προβλήματα, ανάλογα με τα μέσα που οι ίδιοι έχουν επινοήσει ή μέσα από τις μεθόδους που χρησιμοποιούν.

Επιπλέον τα σχολικά μαθηματικά πρέπει να προσαρμοστούν εν μέρει στην καθημερινή πραγματικότητα και να προσφέρουν περισσότερες και αποτελεσματικότερες εναλλακτικές λύσεις στις ανάγκες του ανθρώπου, ενώ παράλληλα οι μαθητές θα πρέπει να παροτρύνονται από τους εκπαιδευτικούς να αναπτύσσουν τις δικές τους υπολογιστικές μεθόδους.

Δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά μεταξύ των μικροπωλητών και των μαθητών του σημερινού σχολείου, ανεξάρτητα από τη γλώσσα, την κοινωνική τάξη, το φύλο, τη φυλή, όσον αφορά τον τρόπο με τον οποίο κάνουν νοερά τους υπολογισμούς. Όμως η σύγχρονη ελληνική πραγματικότητα, στα αστικά κυρίως κέντρα, στερεί τη δυνατότητα στους μαθητές και ιδιαίτερα του δημοτικού, αλλά και του γυμνασίου, να ζήσουν καθημερινές καταστάσεις μικροσυναλλαγών από μόνοι τους (χωρίς την επίβλεψη κάποιου ενήλικα). Οι βιωματικές δραστηριότητες ή το παιχνίδι ρόλων που προτείνονται για την παρακίνηση σε νοερούς υπολογισμούς από το αναλυτικό πρόγραμμα και τα σχολικά εγχειρίδια, είναι τις περισσότερες φορές έξω από την εμπειρία τους, δεδομένου ότι και το ποσοστό εκείνων των σχολείων που δεν έχουν κυλικείο, αυξάνεται συνεχώς. Ακόμη όμως και για τους ενήλικες στη σημερινή πραγματικότητα που βιώνουν, π.χ. με τα κινητά τηλέφωνα (ενσωματωμένος υπολογιστής), τις ταμιακές μηχανές, τις εκδόσεις εισιτηρίων, τις αυτόματες τραπεζικές αναλήψεις Α.Τ.Μ, κ.ά., είναι ελάχιστες οι ευκαιρίες που απομένουν στις οποίες βρίσκονται πραγματικά στην ανάγκη να κάνουν νοερούς υπολογισμούς.

Βιβλιογραφία

- Baek J. (1998), Children's invented algorithms for multidigit multiplication problems. In I. J. Marrow (Ed), *"The teaching and learning of algorithms in school mathematics"* Reston, National Council of Teachers of Mathematics VA, p. 151-160.
- Carpenter T. P., Franke M.L., Jacobs V. R., Fennema E., & Empson S. B. (1998), "A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction", *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, p. 3-20.
- Carraher T. & Schliemann A. (1985), "Computation routines prescribed by schools: Help or hindrance", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol.16, no. 1, p.37-44.
- Carraher T.N., Carraher D.W., Schliemann A.D., (2000), *"Τα Μαθηματικά στους δρόμους και στα σχολεία"*. Η Ψυχολογία των Μαθηματικών, Επιμέλεια Στέλλα Βοσνιάδου, Εκδόσεις Gutenberg.
- Carraher T., Schliemann A. and Brizuela B.M. (2001), "Can Young Students Operate On Unknowns", PME conference, available in <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/publications/2001/youngStudents.pdf>.
- Carraher T., Schliemann A. and Earnest D. (2006), "Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education", *Journal of Research in Mathematics Education*, vol.37, no. 2, p. 87-115.
- Cohen, L., Manion, L., Morrison, K., (2012), *"Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας"*. Νέα συμπληρωμένη και αναθεωρημένη έκδοση. Εκδόσεις Μεταίχμιο, Αθήνα.
- Hall R., and Stevens R. (1995), "Making Spaces: A Comparison of Mathematical Work in School and Professional Design Practices", *The Cultures of Computing*, ed. S.L.Star 1995, Basic Blackwell, London, p.118-143.
- Hoyles C., Noss R. and Rozzi S., "Proportional Reasoning in Nursing Practice", *Journal of Research in Mathematics Education*, 2001, vol.32, no. 1, p. 4-27.
- Kamii C.K. & Dominick A. (1997), "To teach or not to teach algorithms", *Journal of Mathematical Behavior*, 16, p. 51-61.

- Lave, J. (1977), "Cognitive consequences of traditional apprenticeship training in Africa", *Anthropology and Educational Quarterly*, 7, p. 177-180.
- Millroy, W. L. (1992), "An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters", *Journal for Research in Mathematics Education* (Monograph no. 5), Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunes T., Schliemann A. D. & Carraher D.W. (1993), *Street Mathematics and School Mathematics*, Cambridge, Cambridge University Press U.K.
- Philip J.Davis and Reuben Hersh (1981), "Η Μαθηματική Εμπειρία", μετάφραση: Γιώργος Αναστασιάδης, Εκδόσεις Τροχαλία, Αθήνα.
- Reed H.J., & Lave, J. (1979), "Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition", *American Anthropologist*, 6, p. 568-582.
- Schliemann A. & Carraher T. (2002), "The Evolution of Mathematical Reasoning: Everyday versus Idealized Understandings", Elsevier Science *Developmental Review* 22, p. 242-266.
- Stacey T., Sarah B., Natasha N., James C., Kyp K., (2008), "Group report for Addition and Subtraction", *Teaching Resources in Mathematics*, P/J Section one, p. 5, December 2008.
- Van der Waerden, (2000), "Η αφύπνιση της Επιστήμης". Επιμέλεια: Γιάννης Χριστιανίδης. Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης.
- Van de Walle John A. (2005), "Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο": Μια Εξελικτική Διδασκαλία, εκδ. τυπωθήτω -Γ. Δαρδανός.

e-mail: gmparalis@primedu.uoa.gr

Η ΕΞΑΤΟΜΙΚΕΥΜΕΝΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ Η “ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΤΗΤΑ” ΣΤΗΝ ΣΧΟΛΙΚΗ ΤΑΞΗ: Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΔΡΟΜΟΥ ASPERGER

Μαρία Καίσαρη & Τάσος Πατρώνης

Πανεπιστήμιο Πάτρας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει έρευνες στην μαθηματική παιδεία για τα παιδιά με τις λεγόμενες “ελαφριές μαθησιακές δυσκολίες”, όπως είναι η δυσλεξία. Σε αυτές τις μαθησιακές δυσκολίες εντάσσεται και ο “υψηλής λειτουργικότητας αυτισμός” ή αλλιώς το σύνδρομο *Asperger* (Wing, 1981). Τα άτομα με το σύνδρομο αυτό θεωρείται ότι βρίσκονται «στο άκρο του φάσματος του αυτισμού που ανήκουν οι πιο ικανοί σε ό,τι αφορά κοινωνικά και επικοινωνιακά μειονεκτήματα» (Harpe, 1998, σελ. 186). Στο σχολείο συναντάμε συχνά παιδιά με σύνδρομο *Asperger* αφού μπορούν να φοιτήσουν στις κανονικές σχολικές τάξεις. Εξ ορισμού του συνδρόμου αυτού η διδασκαλία δεν μπορεί να στοχεύει στην ενσωμάτωσή τους στο σύνολο της τάξης αλλά στην αναγνώριση των ιδιαιτεροτήτων και δεξιοτήτων των παιδιών αυτών με σκοπό την κατανόηση των αντιλήψεών τους. Αυτό θα σήμαινε μια διδασκαλία που δεν ομογενοποιεί την σχολική τάξη αλλά αναδεικνύει τις ιδιαιτερότητες των μαθητών (εξατομικευμένη διδασκαλία). Η *εξατομίκευση* είναι όρος εισαγόμενος από την πολιτική κοινωνιολογία και σημαίνει, στην σύγχρονη κοινωνία, την διαδικασία κατά την οποία τα άτομα αναλαμβάνουν την ευθύνη του βίου τους καθώς και σημαντικό μέρος της κοινωνικής ευθύνης, ενώ ταυτόχρονα τους αναγνωρίζεται η δυνατότητα για αυτόνομη έκφραση.

Στο πλαίσιο της Κριτικής Εκπαίδευσης και ιδιαίτερα για τα παιδιά με κάποιες μαθησιακές δυσκολίες, ο όρος αυτός δίνει τη θέση του στην εξατομικευμένη διδασκαλία (Thomas, 1992), με απώτερο σκοπό τη χειραφέτηση. Μια τέτοια διδασκαλία απαιτεί από το δάσκαλο έναν πολύ

λεπτό ρόλο “διαγνώση- εμπυχωτή” που χειραφετεί το μαθητή βήμα-βήμα. Στις υπάρχουσες θεωρητικές προσεγγίσεις η διχοτομία systemising/empathizing (Baron-Cohen, 2003)- που προτείνεται για να διακρίνει εν γένει τα (ικανά) αυτιστικά από τα μη αυτιστικά άτομα - είναι πολύ αρχέγονη για να διακρίνει την αφαιρετική μαθηματική σκέψη από λεπτές κοινωνιο-γνωστικές δεξιότητες όπως αυτές του Βολταίρου και της Emilie Bréteuil, ή ενός συγγραφέα όπως ο Σταντάλ, στο *Κόκκινο και Μαύρο*. Κάτω από τον όρο - ομπρέλα “systemizing” συνθλίβονται έννοιες και λειτουργίες τόσο διαφορετικές μεταξύ τους όσο τα αξιωματικά συστήματα που προέκυψαν από ανάλυση και σύνθεση και η “συστημική” σκέψη (που αφορά άμεσα ή έμμεσα, και την ανθρώπινη επικοινωνία) Στην εργασία μας εξετάζουμε τις δυνατότητες μιας τέτοιας διδασκαλίας επίλυσης προβλημάτων μέσα σε μια σχολική τάξη, όπου ένα παιδί με σύνδρομο Asperger προσπαθεί να “συμβιώσει” με τα υπόλοιπα παιδιά.

Εισαγωγή

Στην εκπαιδευτική έρευνα συναντάμε πολλές μελέτες που αναφέρονται στους μαθητές με διαφορετική πολιτισμική προέλευση και την συνύπαρξή τους με μαθητές σε μια συνηθισμένη σχολική τάξη (Πυργιωτάκης 1999, σελ. 424-471). Η ομαλή ένταξη ή ενσωμάτωση των παιδιών αυτών υπήρξε ο κύριος στόχος της εκπαιδευτικής πολιτικής στην Ελλάδα και αλλού. Ωστόσο η διαφορετική πολιτισμική προέλευση δεν είναι η μοναδική “διαφορετικότητα” που ο εκπαιδευτικός καλείται να αντιμετωπίσει καθημερινά στην τάξη. Οι διαφορετικές κοινωνικές τάξεις, οι αναπαραστάσεις για το φύλο και τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες συνθέτουν το πλαίσιο της συνηθισμένης σχολικής τάξης.

Στην εργασία μας εξετάζουμε τις δυνατότητες μιας τέτοιας διδασκαλίας επίλυσης προβλημάτων μέσα σε μια σχολική τάξη, όπου ένα παιδί με σύνδρομο Asperger προσπαθεί να “συμβιώσει” με τα υπόλοιπα παιδιά. Στις υπάρχουσες θεωρητικές προσεγγίσεις η έμφυλη διχοτομία *systemizing/ empathizing* (Baron-Cohen, 2003 Baron-Cohen et al, 2005) - που προτείνεται για να διακρίνει εν γένει τα (ικανά) αυτιστικά από τα μη αυτιστικά άτομα - είναι πολύ αρχέγονη για να διακρίνει την αφαιρετική μαθηματική σκέψη από λεπτές κοινωνιο-γνωστικές δεξιότητες, όπως αυτές του Βολταίρου και της Emilie Bréteuil ή ενός συγγραφέα όπως ο Σταντάλ, στο *Κόκκινο και Μαύρο*. Για τέτοια ζητήματα, περισσότερο κατάλληλη φαίνεται (παρά την αρχαιότητά της) η κλασική διχοτομία του Pascal *esprit de géométrie/ esprit de finesse*, που εξαρτάται μάλλον από τη μόρφωση και τη κουλτούρα, παρά από τις “διαφορές στην νευροανατομία των δύο φύλων”, όπως δέχονται οι Baron-Cohen et al (2005). Κάτω από τον όρο-ομπρέλα “systemizing” συνθλίβονται έννοιες και λειτουργίες τόσο διαφορετικές μεταξύ τους όσο τα αξιωματικά συστήματα που προέκυψαν από ανάλυση και σύνθεση, και η λεγόμενη “συστημική σκέψη”.

Σύμφωνα με τον Imre Lakatos, (1978) η αρχαία ελληνική γεωμετρία (όπως διαμορφώθηκε τελικά στα Στοιχεία του Ευκλείδη) είναι αποτέλεσμα της ευρετικής διαδικασίας της ανάλυσης και σύνθεσης, με τα ενδιάμεσα λήμματα, που ανακαλύπτονταν στην πορεία, να παίζουν έναν ρόλο κλειδί για το διαμορφούμενο “παραγωγικό

οικοδόμημα”. Από την άλλη μεριά η “συστημική” προσέγγιση στην κοινωνία και στην κουλτούρα αφορά, άμεσα ή έμμεσα, και την ανθρώπινη επικοινωνία.

1. Ο Αυτισμός και το σύνδρομο Asperger

Ο όρος «αυτιστικός» χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Bleuler το 1908 για να περιγράψει την έλλειψη κοινωνικοποίησης (στροφή στον «εαυτό») ενήλικων σχιζοφρενών. Το 1943 ο Leo Kanner δημοσιεύει την εργασία-σταθμό με τίτλο *Διαταραχές Συναισθηματικής Επαφής του Αυτιστικού ατόμου*, στην οποία περιγράφονται για πρώτη φορά τα γνωρίσματα των σημερινών λεγόμενων αυτιστικών παιδιών. Ένα χρόνο μετά ο Hans Asperger δημοσιεύει την διατριβή του με τίτλο *Αυτιστική ψυχοπάθεια*, συμπληρώνοντας τον Kanner με σημαντικές παρατηρήσεις. Η επιλογή του όρου «αυτισμός» φανερώνει και την πεποίθηση των Kanner και Asperger, ότι η αδυναμία της κοινωνικοποίησης είναι το κύριο χαρακτηριστικό των αυτιστικών ατόμων.

Όπως είναι αναμενόμενο οι περιγραφές των Kanner και Asperger έχουν τροποποιηθεί μέχρι σήμερα, καθώς το ίδιο μειονέκτημα των αυτιστικών ατόμων παρουσιάζονταν με διαφορετικό τρόπο. Οι Wing και Gould (1977) κατέληξαν σε μια βασική τριάδα ανεπαρκειών που αποτελεί την βάση της διάγνωσης του αυτισμού. Η *κοινωνικοποίηση* η *επικοινωνία* και η *δημιουργική φαντασία* είναι οι περιοχές της συμπεριφοράς στην οποία τα αυτιστικά άτομα παρουσιάζουν ανεπάρκειες. Αυτές οι ανεπάρκειες παρουσιάζονται με διαφορετικό τρόπο στα άτομα. Για παράδειγμα στην *κοινωνικοποίηση* ένα αυτιστικό άτομο μπορεί να είναι από *Αμέτοχο* (αποστασιοποιημένο από κοινωνικές προσεγγίσεις), *Παθητικό* ή *Παράξενο* (εμμονή με ερωτήματα και μονολόγους). Στην *επικοινωνία* μπορεί να μην έχει καθόλου ομιλία έως να έχει ευχέρεια στον λόγο αλλά με παράξενη χρήση ή παράξενες κινήσεις. Στην *δημιουργική φαντασία* ένα παιδί προτιμά να περιστρέφει ένα παιχνίδι ή να φτιάχνει ένα πάζλ από το να μιλάει σε ένα φανταστικό τηλέφωνο ή να προσποιείται ότι ένα αεροπλανάκι πετάει. Η Wing (1981) για να περιγράψει το διαφορετικό τρόπο με τον οποίο παρουσιάζονται οι ανεπάρκειες αυτές στα αυτιστικά άτομα εισήγαγε την έννοια του *φάσματος των διαταραχών*.

Παρόλα αυτά στην ίδια εργασία η Wing ότι όλες οι συμπεριφορές έχουν ένα κοινό γνώρισμα: την έλλειψη κοινωνικής κατανόησης.

Ας επιστρέψουμε όμως στους Kanner και Asperger, για να δούμε όχι τα κοινά γνωρίσματα που είχαν επισημάνει στα αυτιστικά άτομα, αλλά τις διαφορές στις περιγραφές τους. Η πρώτη διαφορά ήταν στην ομιλία. Ο Kanner περιέγραφε περιπτώσεις παιδιών που δεν χρησιμοποιούσαν καθόλου την γλώσσα ή δεν την χρησιμοποιούσαν για να επικοινωνήσουν. Καταλήγει στο ότι ακόμα και όταν υπάρχει ομιλία, δεν υπάρχει γλώσσα που να εξυπηρετεί στην μεταβίβαση του νοήματος. Από την άλλη ο Asperger περιγράφει περιπτώσεις παιδιών που μιλούν με εξαιρετική ευχέρεια και παρουσιάζουν γρήγορη γλωσσική ανάπτυξη, για να φτάσουν στο διάστημα των 6 με 9 ετών να μιλούν σαν ενήλικες. Στις κινητικές δεξιότητες ο Kanner αναφέρει επιδεξιότητα ακόμα και στον λεπτότερο συντονισμό των μυών, ενώ ο Asperger περιγράφει τα άτομα που παρατηρεί ως αδέξια, άγαρμπα και με δυσκολίες στην γραφή. Στην κοινωνικοποίηση ο Kanner θεωρεί ότι τα άτομα που περιγράφει έχουν καλύτερη σχέση με αντικείμενα απ' όσο με ανθρώπους, ενώ ο Asperger αναφέρει ότι «η ουσιαστική ανωμαλία του αυτισμού είναι μια διαταραχή της φιλικής σχέσης με ολόκληρο το περιβάλλον». Τέλος ο Kanner θεωρεί ότι τα αυτιστικά παιδιά μαθαίνουν πιο εύκολα με απομνημόνευση, ο Asperger θεωρούσε ότι οι δικοί του ασθενείς μάθαιναν πιο εύκολα όταν το θέμα ήταν στα ενδιαφέροντά τους.

Αυτές οι σημαντικές διαφορές στις περιγραφές του αυτισμού οδήγησαν τους μετέπειτα ερευνητές στο συμπέρασμα ότι ο Asperger περιέγραφε μια ομάδα παιδιών διαφορετικών από ότι ο Kanner και πιο συγκεκριμένα μια ειδική υποομάδα. Οι μετέπειτα έρευνες, αν και διαφωνούν για το αν το σύνδρομο Asperger είναι υψηλής λειτουργικότητας αυτισμός, ενισχύουν τις αρχικές διαφορές όπως αυτές είχαν εμφανιστεί από τους Kanner και Asperger. Η ευχέρεια στον λόγο και τον χειρισμό του, η αδεξιότητα και οι άγαρμπες κινήσεις και τα ειδικά ενδιαφέροντα είναι τα κύρια χαρακτηριστικά των ατόμων με το σύνδρομο Asperger. Συγκεκριμένα ο Van Krevelen (1971) επισημαίνει μια διαφορά που αφορά στην κοινωνικοποίηση: τα αυτιστικά παιδιά ενεργούν σαν να μην υπάρχουν άλλοι γύρω τους,

ενώ τα παιδιά με το σύνδρομο Asperger αντιλαμβάνονται τους γύρω τους και απλά τους αποφεύγουν. Σύμφωνα με την Happe:

Το «σύνδρομο Asperger» είναι ένας όρος περισσότερο χρήσιμος για τις πρακτικές ανάγκες του κλινικού παρά τις πειραματικές ανάγκες του ερευνητή. Η ως τώρα πειραματική εργασία φαίνεται να δείχνει ότι η ονομασία του συνδρόμου Asperger χρησιμοποιείται για να επισημαίνει μια επιμέρους ομάδα αυτισμού η οποία βρίσκεται στο άκρο του φάσματος του αυτισμού που ανήκουν οι πιο ικανοί σε ό,τι αφορά κοινωνικά και επικοινωνιακά μειονεκτήματα.

(Happe, 1998, σελ. 186)

Στο επίπεδο της γλώσσας αξίζει να αναφέρουμε την έρευνα στα πλαίσια του ΕΠΕΑΕΚ 2 και το μέρος που αφορά στην χρήση των προσωπικών αντωνυμιών (Βογινδρούκας, 2011) σε τρεις ομάδες παιδιών 4-8 ετών: μία ομάδα αυτιστικών παιδιών, μια ομάδα φυσιολογικών παιδιών και μία με παιδιά με το σύνδρομο Asperger. Σε ερώτηση τεστ που κάνει προσωπικά ο ερευνητής για συμπλήρωση με το κατάλληλο ρήμα: *εγώ θα σε ... (πλύνω)*, οι δύο πρώτες ομάδες συμπλήρωσαν την πρόταση κανονικά. Τα παιδιά όμως της τρίτης ομάδας, με το σύνδρομο Asperger, τροποποίησαν την απάντηση σε μία καταλληλότερη γραμματικά: *εσύ θα με πλύνεις*. Αυτό το παράδειγμα δείχνει από την μια την ικανότητα των παιδιών αυτών στην χρήση της γλώσσας, αλλά από την άλλη την αδυναμία τους στην κατανόηση του επικοινωνιακού πλαισίου.

Στην εργασία αυτή δεν θα επεκταθούμε στα αίτια του αυτισμού, δηλαδή στην βιολογική του βάση. Αναφέρουμε μόνο ότι από τους τρεις αιτιολογικούς παράγοντες (Szatmari & Jones, 1991) οι δύο έχουν κληρονομική βάση, ενώ ο τρίτος συνδέεται με εξωτερικούς παράγοντες όπως προγεννητικά ατυχήματα. Θα επισημάνουμε όμως ότι παρότι τα αίτια του αυτισμού είναι αναγνωρισμένα, αποτελεσματική θεραπεία δεν έχει μέχρι σήμερα βρεθεί. Οι βιολογικές θεραπείες με χρήση φαρμάκων μειώνουν το άγχος και βελτιώνουν την συμπεριφορά χωρίς όμως να θεραπεύουν το άτομο από τον αυτισμό. Οι θεραπείες συμπεριφοράς από την άλλη

προϋποθέτουν προσαρμοσμένο εκπαιδευτικό περιβάλλον, «διορατικούς και αφοσιωμένους δασκάλους», και μπορούν να συμβάλλουν σε μεγάλο βαθμό στην μείωση των ανεπαρκειών (Harpe 1998, σελ.202). Σύμφωνα με τον Β. Παπαγεωργίου (2005):

Η θεραπευτική παρέμβαση σκοπό έχει να προετοιμάσει το άτομο ώστε να παραμείνει και να συμμετέχει πλήρως στην κοινότητα, να έχει ενεργό ρόλο στην οικογένεια, να είναι ανεξάρτητο και παραγωγικό, στο βαθμό που είναι εφικτό. Ο θεραπευτικός σχεδιασμός απαιτεί λεπτομερή αξιολόγηση του επιπέδου λειτουργικότητας, κατανόηση των δυνατοτήτων και των δυσκολιών, θεωρητικό υπόβαθρο για τη μακροχρόνια παροχή υπηρεσιών και ρεαλιστικές υποθέσεις για την πιθανή εξέλιξη. Η θεραπευτική προσέγγιση είναι αποτελεσματική μόνον όταν είναι εξατομικευμένη, ανάλογη της χρονολογικής ηλικίας και του αναπτυξιακού επιπέδου, εστιάζεται στο σύνολο των δυσκολιών, στην αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών και στην προώθηση της ανάπτυξης και της προσαρμογής μακροχρόνια.... Πρωταρχικό θεραπευτικό πλαίσιο είναι η οικογένεια και το σχολείο.... Η επιλογή του εκπαιδευτικού πλαισίου είναι εξατομικευμένη. Πολλά παιδιά αποδίδουν καλύτερα σε μικρές τάξεις, με υψηλά επίπεδα οργάνωσης, ενώ άλλα μπορούν να μάθουν στα πλαίσια της παραδοσιακής τάξης, με κατάλληλη υποστήριξη. Οι τεχνικές τροποποίησης της συμπεριφοράς, η εκπαίδευση σε επικοινωνιακές-κοινωνικές δεξιότητες και στην κατανόηση των σκέψεων, των συναισθημάτων και της πρόθεσης του άλλου, στα πλαίσια της ομάδας, μειώνουν τα προβλήματα συμπεριφοράς. Η συμμετοχή παιδιών με φυσιολογική ανάπτυξη στην ενίσχυση της κοινωνικής αλληλεπίδρασης και του παιχνιδιού των παιδιών με αυτισμό έχει θετικά αποτελέσματα.

Στο σχολείο συναντάμε συχνά παιδιά με σύνδρομο Asperger αφού μπορούν να φοιτήσουν στις κανονικές σχολικές τάξεις. Εξ ορισμού του συνδρόμου αυτού η διδασκαλία δεν μπορεί να στοχεύει στην ενσωμάτωσή τους στο σύνολο της τάξης αλλά στην αναγνώριση των ιδιαιτεροτήτων και δεξιοτήτων των παιδιών αυτών με σκοπό την κατανόηση των αντιλήψεών τους. Αυτό θα σήμαινε μια διδασκαλία

που δεν ομογενοποιεί την σχολική τάξη αλλά αναδεικνύει τις ιδιαιτερότητες των μαθητών όπως η εξατομικευμένη διδασκαλία (Siegel, 1999).

2. Εξατομικευμένη διδασκαλία

Η *εξατομίκευση* είναι όρος εισαγόμενος από την πολιτική κοινωνιολογία και σημαίνει, στην σύγχρονη κοινωνία, την διαδικασία κατά την οποία τα άτομα αναλαμβάνουν την ευθύνη του βίου τους καθώς και σημαντικό μέρος της κοινωνικής ευθύνης, ενώ ταυτόχρονα τους αναγνωρίζεται η δυνατότητα για αυτόνομη έκφραση. Στο πλαίσιο της Κριτικής Εκπαίδευσης και ιδιαίτερα για τα παιδιά με κάποιες μαθησιακές δυσκολίες, ο όρος αυτός δίνει τη θέση του στην εξατομικευμένη διδασκαλία (Thomas, 1992), με απώτερο σκοπό τη χειραφέτηση. Μια τέτοια διδασκαλία απαιτεί από το δάσκαλο έναν πολύ λεπτό ρόλο “διαγνώστη- εμψυχωτή” που χειραφετεί το μαθητή βήμα-βήμα.

Τα τελευταία χρόνια έχει αλλάξει ο ρόλος του δασκάλου, γενικότερα, με βαθμιαία εγκατάλειψη της δασκαλοκεντρικής/μειωπικής διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα των ερευνών συμμερίζονται και οι μάχιμοι εκπαιδευτικοί, αφήνοντας όλο και περισσότερο χώρο στον μαθητή. Η εξατομικευμένη διδασκαλία δεν έχει πάρει όμως τη θέση που της αξίζει στο πλαίσιο της μαθητοκεντρικής διδασκαλίας. Η έννοια της εξατομίκευσης, στο πλαίσιο της μαθητοκεντρικής εκπαίδευσης, κάνει την εμφάνισή της για πρώτη φορά στον Entwistle (1970), ο οποίος αναφέρει ότι η ύπαρξη διαφορών στην τάξη είναι γεγονός και είναι απαραίτητο να οργανωθεί η διδασκαλία με βάση τις διαφορές αυτές.

Στην πράξη η εξατομικευμένη διδασκαλία είναι αρκετά δύσκολη υπόθεση. Οι εκπαιδευτικοί, ακόμα και στις περιπτώσεις όπου συμφωνούν με την ιδέα αυτή και καθοδηγούνται από ερευνητές, δυσκολεύονται να εφαρμόσουν μια τέτοια διδασκαλία στην τάξη (Bennett et al. 1984). Η εκπαιδευτική πραγματικότητα, το αναλυτικό πρόγραμμα, η οργάνωση της εκπαίδευσης δεν αφήνουν πολλά περιθώρια στον εκπαιδευτικό να κάνει πράξη μια τέτοια διδασκαλία. Στην πράξη ο εκπαιδευτικός καταλαβαίνει ότι οι μαθητές σκέφτονται

αρκετά διαφορετικά ο ένας από τον άλλον αλλά δυσκολεύεται να αναγνωρίσει ακριβώς τις διαφορές. Στα μαθηματικά, για παράδειγμα, η αναγνώριση αυτών της διαφορετικότητας απαιτεί προσωπική συνέντευξη πάνω σε ένα πρόβλημα που ο μαθητής έχει λύσει (Hart, 1985). Πώς όμως θα αξιοποιηθούν τα συμπεράσματα αυτά στην οργάνωση της διδασκαλίας; Δύο είναι οι παιδαγωγικές απόψεις που επικρατούν: σύμφωνα με την πρώτη ο εκπαιδευτικός πρέπει να βρίσκει τρόπο να προσαρμόζει την διδασκαλία του σε όλη την τάξη (Francis, 1985). Σύμφωνα με τη δεύτερη άποψη, ο εκπαιδευτικός πρέπει να βρίσκει τρόπους να αλληλεπιδρά ατομικά με κάθε μαθητή (Driver, 1985). Η ατομική αλληλεπίδραση ξεκινά για το παιδί από τα προσχολικά του χρόνια, όταν μαθαίνει μέσα από το παιχνίδι με τον ενήλικα που το φροντίζει. Όταν η μητέρα αναγνωρίζει ότι τα παιδιά της ενδιαφέρονται για διαφορετικά παιχνίδια εκδηλώνοντας διαφορετικές δεξιότητες και αποφασίζει, έτσι, να ασχοληθεί μαζί τους με διαφορετικό τρόπο, αυτή είναι μια πρώτη μορφή εξατομικευμένης παιδαγωγικής έξω από το σχολείο.

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, στην περίπτωση του συνδρόμου Asperger η εξατομικευμένη διδασκαλία είναι επιβεβλημένη. Η παιδαγωγική άποψη που απαιτεί ατομική αλληλεπίδραση του εκπαιδευτικού με τον μαθητή θα μπορούσε εδώ να αποτελέσει ένα είδος *παραδείγματος* για την εξατομικευμένη διδασκαλία.

3. Σκηνές από σχολική τάξη

Στην παράγραφο αυτή θα περιγράψουμε σκηνές από ένα τμήμα της Α' Λυκείου ενός επαρχιακού σχολείου στην Αχαΐα. Ένας από τους μαθητές έχει σύνδρομο Asperger και έχει ήδη φοιτήσει και στις τρεις τάξεις του Γυμνασίου με τους ίδιους συμμαθητές. Τόσο οι μαθητές όσο και οι καθηγητές, σε ένα συνηθισμένο σχολείο, δεν είναι εκπαιδευμένοι να συνυπάρξουν με έναν μαθητή με το σύνδρομο αυτό, καθώς δεν μπορούν να εξηγήσουν τη συμπεριφορά του και ούτε να τον προσεγγίσουν. Για το ίδιο το άτομο όμως αυτή η συναναστροφή είναι μια ενδεχόμενη θεραπευτική παρέμβαση και θα πρέπει όλοι οι συμμετέχοντες να αναλάβουν ένα ρόλο (στο βαθμό που είναι εφικτό).

Ο Χαρίσιος⁹ έχει μεγάλη ευχέρεια στον προφορικό λόγο, έχει διαβάσει πολλά βιβλία και είναι ενημερωμένος για την τρέχουσα επικαιρότητα στον βαθμό που τον ενδιαφέρει. Το ιδιαίτερο ενδιαφέρον του είναι η μουσική και ό,τι σχετίζεται με αυτήν. Γράφει ελάχιστα και τα γράμματά του είναι δυσανάγνωστα. Κάθεται μόνος του στο θρανίο, δεν συνεργάζεται με τους συμμαθητές τους και δεν συναναστρέφεται μαζί τους στα διαλείμματα. Οι συμμαθητές τον έχουν αποδεχθεί και η συμπεριφορά του δεν τους φαίνεται περίεργη. Δυσανασχετούν όμως όταν επιμένει σε μία συζήτηση μακρηγορώντας, καθώς και όταν φαίνεται να γνωρίζει σχεδόν τα πάντα. Δεν προσπαθούν να τον προσεγγίσουν ούτε να συνεργαστούν μαζί του, αλλά και ούτε τον ενοχλούν ή τον κοροϊδεύουν.

Σκηνή 1^η

Η καθηγήτρια δίνει στα παιδιά το παρακάτω κείμενο:

«α. Είμαι μια χαρτοπετσέτα που με διπλώσαν στα δύο μα τετράπλευρο δεν είμαι. Τι είμαι;

β. Με διπλώσανε στα δυο μου όμοια με τον εαυτό μου στη μισή επιφάνειά μου πόσο μήκρυνε η πλευρά μου;

γ. Πάλι μου έκαναν το ίδιο. Με διπλώσανε στα δυο μου όμοια με τον εαυτό μου. Απ' την πρώτη τη φορά πόσο μήκρυνε η πλευρά;»

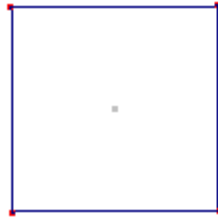
Όλα τα παιδιά χρησιμοποιούν ένα χαρτί και κάποια ζητούν χαρτοπετσέτα. Κάποια παιδιά το ορθογώνιο χαρτί το μετατρέπουν σε τετράγωνο και μετά ξεκινούν τη διαδικασία, ενώ άλλα δουλεύουν με το ορθογώνιο. Τα παιδιά αντιμετωπίζουν πρόβλημα με την μεταβολή της πλευράς και η καθηγήτρια τους προτείνει να δώσουν αρχική πλευρά 1 ή 10 ή όποιον άλλον αριθμό θέλουν. Ο Χαρίσιος δεν κάνει τίποτα, γιατί όπως λέει δεν έχει καταλάβει τι πρέπει να κάνει. Η Καθηγήτρια του προτείνει να του δώσει μια χαρτοπετσέτα αλλά το παιδί δεν θέλει.

Καθηγ.: Θέλεις να σου κάνω ένα σχήμα στο τετράδιο;

Χαρίσιος: Ναι.

⁹ Τα ονόματα των παιδιών δεν είναι τα πραγματικά τους ονόματα.

Η Καθηγήτρια του σχεδιάζει ένα τετράγωνο.



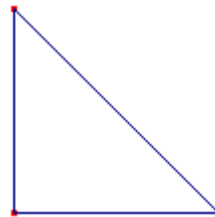
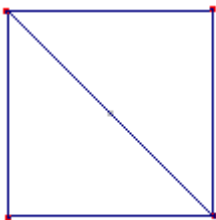
Καθηγ.: Αν τώρα διπλώσουμε αυτό το σχήμα στα δύο, τι σχήμα θα πάρουμε;

Χαρίσιος: Τρίγωνο.

Καθηγ.: Μπορείς να το σχεδιάσεις;

Χαρίσιος: Δεν μπορώ.

Η Καθηγήτρια του κάνει και το επόμενο σχήμα.



Καθηγ.: Τι τρίγωνο είναι αυτό;

Χαρίσιος: Ορθογώνιο.

Καθηγ.: Ποιό είναι το μήκος των πλευρών του τριγώνου αυτού αν η χαρτοπετσέτα έχει πλευρά 1;

Ο Χαρίσιος δείχνει τις κάθετες πλευρές και λέει ότι έχουν μήκος 1 και δείχνει την υποτείνουσα και λέει $\sqrt{2}$.

Καθηγ.: Πώς το βρήκες;

Χαρίσιος: Από το Πυθαγόρειο θεώρημα.

Κάποιο από τα παιδιά, ο Διονύσης, έχει σχεδιάσει τετράγωνο πλευράς 10 και την ακολουθία των σχημάτων, μεταφέροντας τα μήκη που χρειάζεται αφού τα μετρήσει με το υποδεκάμετρο.

Διονύσης: Εγώ μετρώ με τον χάρακα και η πλευρά είναι 14, ή 1.4 αν η αρχική ήταν 1.

Χαρίσιος: Πώς γίνεται αυτό; Το $\sqrt{2}$ είναι άρρητος, είναι $\sqrt{2}$. Δεν μπορεί να είναι 1.4.

Ο Διονύσης σηκώνεται από το θρανίο του και πάει δίπλα στον Χαρίσιο, με το χαρτί και τον χάρακα. Του δείχνει πως μεταφέρει τα μήκη και τα μετράει. Ο Χαρίσιος γνώφει καταφατικά.

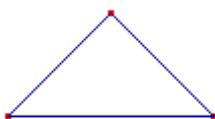
Καθηγ.: Με το επόμενο δίπλωμα τι σχήμα θα δημιουργηθεί;

Χαρίσιος: Πάλι τρίγωνο.

Καθηγ.: Τι τρίγωνο θα είναι αυτό;

Χαρίσιος: Δεν ξέρω.

Η Καθηγήτρια του κάνει το σχήμα τηρώντας όμως τον προσανατολισμό.



Καθηγ.: Το βλέπεις τώρα ότι είναι ορθογώνιο;

Χαρίσιος: Το ορθογώνιο τρίγωνο δεν είναι έτσι. Είναι έτσι (δείχνει με το χέρι του την στροφή που πρέπει να πάρει το τρίγωνο για να έρθει στην θέση που τα παιδιά έχουν συνηθίσει να το βλέπουν).

Σκηνή 2^η

Ο Χαρίσιος τα έχει πάει πολύ καλά στην εις άτοπο απαγωγή. Για την ακρίβεια ήταν ο μοναδικός στην τάξη που από τα πρώτα παραδείγματα έβρισκε το άτοπο και διατύπωνε το συμπέρασμα. Στην συνέχεια διατύπωνε και την υπόθεση. Αυτό μοιάζει να έρχεται σε

αντίθεση με την ανεπάρκεια των παιδιών αυτών για την δημιουργική φαντασία.

Στις κατασκευές επίσης παρακολουθεί όλα τα βήματα και συμμετέχει. Στο βήμα της ανάλυσης που υποθέτουμε ότι το πρόβλημα έχει λυθεί, δεν δυσανασχετεί, αντιθέτως συμμετέχει και λέει την γνώμη του.

Θα δούμε τώρα πως αντιδρά ο Χαρίσιος στις αποδείξεις των κριτηρίων των παραλληλογράμμων. Συγκεκριμένα τα παιδιά ασχολούνται με την απόδειξη του κριτηρίου: *Αν ένα τετράπλευρο έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες τότε είναι παραλληλόγραμμο.*

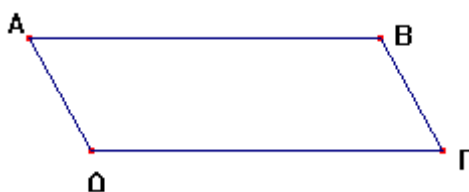
Καθηγ.: Αφού θέλουμε να δείξουμε ότι το σχήμα μας είναι παραλληλόγραμμο τότε να το σχεδιάσουμε έτσι ώστε να μοιάζει με ένα παραλληλόγραμμο.

Τα παιδιά το σχεδιάζουν στο τετράδιό τους.

Χαρίσιος: Μα τότε δεν υπάρχει τίποτα να αποδείξουμε, αφού είναι παραλληλόγραμμο!

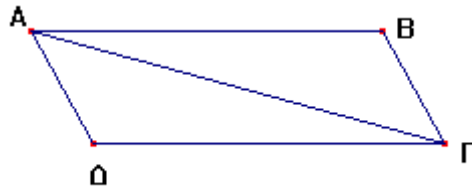
Καθηγ.: Δεν ξέρουμε αν είναι παραλληλόγραμμο, απλώς το σχεδιάζουμε έτσι για να διευκολυνθούμε στην απόδειξη.

Η καθηγήτρια πηγαίνει δίπλα του και του φτιάχνει το σχήμα στο τετράδιό του.



Ξέρουμε ότι οι απέναντι πλευρές είναι ίσες και θέλουμε να δείξουμε ότι το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο. Τι θα κάνουμε;

Χαρίσιος: Θα φέρουμε την διαγώνιο και θα συγκρίνουμε τα τρίγωνα που δημιουργούνται.



Έχουν την ΑΓ κοινή πλευρά και τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες.

Καθηγ.: Γιατί οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες;

Χαρίσιος: Γιατί το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο.

Καθηγ.: Αυτό θέλουμε να αποδείξουμε.

Χαρίσιος: Αφού εσείς μας είπατε να το φτιάξουμε έτσι. Είναι παραλληλόγραμμο!

4. Συζήτηση

Ένα πρώτο συμπέρασμα που βγάζουμε από τις παραπάνω σκηνές, είναι ότι χρειάζεται ένα πλήθος δραστηριοτήτων προσεκτικά επιλεγμένων οι οποίες θα στοχεύουν, από την μια στην αναγνώριση δυσκολιών και από την άλλη στην κατανόηση. Η τελευταία σκηνή φέρνει στην επιφάνεια την αδυναμία του παιδιού να υποκριθεί ότι παρόλο που σχεδιάσαμε ένα παραλληλόγραμμο, αυτό δεν είναι τέτοιο, μέχρι να το αποδείξουμε. Αυτή η αδυναμία σχετίζεται με την ανεπάρκεια της *δημιουργικής φαντασίας* που περιγράψαμε στην πρώτη παράγραφο. Γιατί όμως δεν συμβαίνει το ίδιο με την υπόθεση της απαγωγής σε άτοπο ή με το βήμα της ανάλυσης στις κατασκευές; Ιδιαίτερα στο τελευταίο, το παιδί βλέπει ένα σχήμα π.χ στην κατασκευή της διχοτόμου μιας γωνίας: θεωρούμε ότι έχουμε κατασκευάσει την διχοτόμο και παρατηρώντας το σχήμα παίρνουμε να στοιχεία που χρειαζόμαστε. Σε αυτό ο Χαρίσιος δεν αντιδρά και

συμμετέχει. Επίσης στην πρώτη σκηνή βλέπουμε ότι το παιδί δυσκολεύεται να παρακολουθήσει το πρόβλημα με την μορφή που δίνεται. Με ευκολία όμως βρίσκει την υποτείνουσα του πρώτου ορθογωνίου τριγώνου αλλά δεν δέχεται ότι το δεύτερο τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Η εύρεση δημιουργικών δραστηριοτήτων στα Μαθηματικά, που θα μπορούσαν να βοηθήσουν στην *δημιουργική φαντασία* των παιδιών με αυτισμό ή σύνδρομο Asperger φαίνεται να είναι απαραίτητη. Το πλαίσιο των κατασκευών μπορεί να δώσει κάποια αρχικά παραδείγματα προετοιμάζοντας το έδαφος για δραστηριότητες τέτοιου είδους. Οι δραστηριότητες αυτές θα μπορούσαν να περιλαμβάνουν μια απλή προσποίηση (όπως στην περίπτωση του παραλληλογράμμου) ή σε ένα άλλο επίπεδο, το παίξιμο κάποιου ρόλου για παράδειγμα η συμμετοχή σε debate μέσα στην σχολική αίθουσα.

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο 2, η εξατομικευμένη διδασκαλία χρειάζεται την αλληλεπίδραση του δασκάλου με τον μαθητή γενικά, αλλά και ειδικά στην περίπτωση που μελετάμε. Εξίσου σημαντική όμως είναι και η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών. Μέσω αυτής της αλληλεπίδρασης οι μαθητές προσπαθούν να κατανοήσουν τον διαφορετικό τρόπο σκέψης. Αυτή είναι η κριτική κατανόηση στην οποία ένα παιδί με ανεπάρκεια στην *κοινωνικοποίηση* και *επικοινωνία* είναι δύσκολο να φτάσει.

Πεδίο έρευνας θα μπορούσε να είναι η εύρεση παραδειγμάτων, που από την μια να βοηθούν το παιδί στην δημιουργική φαντασία και από την άλλη να δημιουργούν τις συνθήκες για αλληλεπίδρασή του με άλλα παιδιά. Τέτοιου είδους παραδείγματα δίνουν κοινωνική διάσταση στην δημιουργική φαντασία και αυτήν την διάσταση σκοπεύουμε να ερευνήσουμε περαιτέρω.

Βιβλιογραφία

- Baron-Cohen, (2009): Autism: the Empathizing-Systemizing Theory, *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1156, 68-80.
- Baron-Cohen, S., Knickmeyer, R., Belmonte, M. (2005): Sex Differences in the Brain: Implications for Explain Autism, *Science*, vol.310 pp. 819-823.
- Bennett, N., Desforges, C., Cockburn, A. Wilkinson, B. (1984): *The quality of pupil learning experiences*, Lawrence Erlbaum Associates, London.
- Βογινδρούκας, Γ. (2011): Η χρήση των προσωπικών ανωνυμιών από Ελληνόπουλα με αυτισμό και σύνδρομο Asperger, Δοκίμια, στα πλαίσια του ΕΠΕΑΚ II.
- Driver, R. (1985): Changing perspectives on science lessons, in: N. Bennett and C. Desforges (Eds) *Recent Advances in Classroom Research*, Scottish Academic Press, Edinburgh.
- Entwistle, H. (1970): *Child-Centred Education*, Methuen.
- Francis, H. (1985): Reading development in school, in :N. Bennett and C. Desforges (Eds) *Recent Advances in Classroom Research*, Scottish Academic Press, Edinburgh.
- Happe, F. (1998): *Αυτισμός, ψυχολογική θεώρηση*, Gutenberg.
- Hart, K. (1985): Mathematics education research, in: N. Bennett and C. Desforges (Eds) *Recent Advances in Classroom Research*, Scottish Academic Press, Edinburgh.
- Kanner, L. (1943): Autistic Disturbances of Affective Contact, *Nervous Child*, 2. 217-250
- Lakatos, I. (1978): *Mathematics, Science and Epistemology*, Cambridge University Press.
- Παπαγεωργίου. Β. (2005): Θεραπευτικές προσεγγίσεις των διαταραχών του φάσματος του αυτισμού, *Εγκέφαλος* 42. 4.
- Πυργιωτάκης Ι. (1999): *Εισαγωγή στην Παιδαγωγική Επιστήμη*, Ελληνικά Γράμματα.

- Siegel B. (1999): Autism learning disabilities and individualizing treatment for autistic spectrum disorders, *Infants and young Children*, 12: 27-36.
- Szatmari, P., Jones, M.B. (1991): IQ and the Genetics of Autism. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 32, 897-908.
- Thomas, A. (1992): *Individualised Teaching*, Oxford Review of Education, Vol. 18, No. 1.
- Van Krevelen, D. (1971): Early Infantile Autism and Autistic Psychopathy, *Journal of Autism and Childhood Schizophrenia*, 1, 82-86.
- Wing, L. (1981): Asperger's syndrome: A Clinical Account, *Psychological Medicine*, 11, 115-129.

e-mail: mkaisari@master.math.upatras.gr

[λευκή σελίδα]

ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΣΤΟ ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ. ΜΙΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ.

Κώστας Ζαχάρος & Γεράσιμος Κουστουράκης

Πανεπιστήμιο Πατρών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η κοινωνιολογική έρευνα αποκαλύπτει ότι οι διαφοροποιήσεις στις εφαρμοζόμενες παιδαγωγικές πρακτικές μπορεί να οφείλονται στην κοινωνική προέλευση των μαθητών που φοιτούν σε μια συγκεκριμένη σχολική τάξη (e.g. Dowling 1998, Hoadley 2007, 2008, Holland 1981).

Σκοπός αυτής της ερευνητικής εργασίας είναι η διερεύνηση της επίδρασης του κοινωνικού πλαισίου της σχολικής αίθουσας του ελληνικού νηπιαγωγείου, στη διαμόρφωση των παιδαγωγικών πρακτικών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών. Στην έρευνα αξιοποιούνται οι θεωρίες του B. Bernstein (1990, 2000) για την περιχάραξη του παιδαγωγικού λόγου και του P. Dowling (1996, 1998) για τις στρατηγικές διδασκαλίας της μαθηματικής γνώσης.

Εισαγωγικά

Η διδασκαλία της σχολικής γνώσης επηρεάζεται από τις διδακτικές πρακτικές του εκπαιδευτικού, γι' αυτό και συχνά παρατηρούνται μικρές ή μεγάλες διαφοροποιήσεις μεταξύ του προτεινόμενου και του υλοποιούμενου αναλυτικού προγράμματος (Apple 2002, Mullis, et. al. 2004). Η εκπαιδευτική έρευνα έδειξε ότι οι διαφοροποιήσεις στις εφαρμοζόμενες διδακτικές πρακτικές οφείλονται σε ένα πλήθος ψυχολογικών και κοινωνιολογικών παραγόντων. Οι έρευνες με ψυχολογική προοπτική δίνουν έμφαση στις στάσεις (attitudes) των εκπαιδευτικών απέναντι στα μαθηματικά και ισχυρίζονται ότι οι στάσεις αποτυπώνονται στους ιδιαίτερους τρόπους υλοποίησης του αναλυτικού προγράμματος των μαθηματικών (π.χ. Peterson, et al. 1989, Thompson 1992), καθώς και στις αντιλήψεις αυτο-αποτελεσματικότητας των εκπαιδευτικών (teaching efficacy beliefs) σχετικά με την ικανότητά τους να διδάσκουν μαθηματικά (π.χ. Philippou, & Christou 2003). Επίσης, έρευνες με κοινωνιολογική προοπτική εντοπίζουν διαφοροποιήσεις στις εφαρμοζόμενες παιδαγωγικές πρακτικές, που συχνά τις συσχετίζουν με την κοινωνική προέλευση των μαθητών που φοιτούν σε μια συγκεκριμένη σχολική τάξη (π.χ. Dowling 1998, Hoadley 2007, 2008, Holland 1981, Koustourakis, et al. 2013, Zacharos, et al. 2013).

Σκοπός της παρούσας ερευνητικής εργασίας, στην οποία αξιοποιούνται η έννοια της περιχάραξης από τη θεωρία του B. Bernstein και των στρατηγικών διδασκαλίας της μαθηματικής γνώσης από τη θεωρία του P. Dowling, είναι η διερεύνηση της επίδρασης του παράγοντα του κοινωνικού πλαισίου στη διαμόρφωση των παιδαγωγικών πρακτικών για τη διδασκαλία των μαθηματικών στην περίπτωση ελληνικών νηπιαγωγείων. Επίσης, μέσα από την εργασία αυτή διαφαίνεται ένα πλαίσιο για τη μελέτη και ανάλυση των παιδαγωγικών πρακτικών, που αφορούν τη διδακτική προσέγγιση των μαθηματικών.

Το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών στην ελληνική προσχολική εκπαίδευση

Η μεταρρύθμιση του αναλυτικού προγράμματος στο ελληνικό νηπιαγωγείο πραγματοποιήθηκε το 2003 στα πλαίσια της εκπαιδευτικής μεταρρύθμισης στον τομέα της σχολικής γνώσης στην υποχρεωτική εκπαίδευση με τη θέσπιση του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγραμμάτων Σπουδών (Εφημερίς της Κυβερνήσεως 2003). Το αναλυτικό πρόγραμμα, που διαμορφώθηκε για την προσχολική εκπαίδευση, ακολουθεί τη εποικοδομιστική (constructivist) λογική και επιδιώκει την ενεργό συμμετοχή των νηπίων για την ανακάλυψη και την οικοδόμηση της σχολικής γνώσης. Η προτεινόμενη διδακτική μεθοδολογία δίνει έμφαση στην αποκαλούμενη 'διαθεματική' προσέγγιση της γνώσης, δηλαδή, ζητείται από τους νηπιαγωγούς να διαμορφώσουν το ημερήσιο πρόγραμμα των διδακτικών τους δραστηριοτήτων με το συνδυασμό γνώσεων από διαφορετικά σχολικά γνωστικά αντικείμενα.

Θεωρητικό πλαίσιο

Η κοινωνιολογική έρευνα έδειξε ότι οι γονείς που ανήκουν σε μεσαία κοινωνικο-οικονομικά στρώματα βοηθούν τα παιδιά τους ν' αναπτύξουν έννοιες ανεξάρτητες από συγκεκριμένα πλαίσια, γι' αυτό και μπορούν ευκολότερα να οικειοποιούνται την αφηρημένη μαθηματική γνώση (Sadovnik, & Semel 2010, Cooper, & Harries 2005). Αντίθετα, οι μαθητές που προέρχονται από χαμηλά κοινωνικο-οικονομικά στρώματα προσανατολίζονται, συνήθως, σε νοήματα και έννοιες που σχετίζονται με συγκεκριμένα πλαίσια αναφοράς και προσεγγίζουν τη μαθηματική σχολική γνώση μέσα από παραδείγματα της καθημερινής τους εμπειρίας (Dowling 1998, 2002). Επομένως, οι μαθητές της τελευταίας περίπτωσης φαίνεται ότι δυσκολεύονται αρκετά να κατανοήσουν την εξειδικευμένη γνώση και τα αφηρημένα νοήματα των σχολικών μαθηματικών (Hoadley 2007, 2008, Holland 1981, Lerman 2010).

- *Η έννοια της περικάραξης*

Η διαμόρφωση των διδακτικών πρακτικών στο αλληλεπιδραστικό πλαίσιο της σχολικής τάξης συνεπάγεται μια σειρά επιλογών και ενεργειών από την πλευρά του διδάσκοντα, οι οποίες μπορούν να αναλυθούν κοινωνιολογικά με τη χρήση της έννοιας της περικάραξης (framing), που αντλείται από τη θεωρία του Bernstein (1990, 1991, 2000). Η έννοια της περικάραξης αναφέρεται στις εξής παραμέτρους:

- Πρώτον, στους *ιεραρχικούς κανόνες* που εφαρμόζονται κατά την αλληλεπίδραση διδάσκοντα – διδασκόμενων στο μικροεπίπεδο της σχολικής τάξης. Ειδικότερα, αν η διδασκαλία είναι επικεντρωμένη στον εκπαιδευτικό και η αυτονομία του μαθητή είναι περιορισμένη, τότε έχουμε ισχυρή περικάραξη των ιεραρχικών κανόνων (F⁺). Αντίθετα, στην περίπτωση της ασθενούς περικάραξης ιεραρχικών κανόνων (F⁻) η διδασκαλία είναι επικεντρωμένη στον αποδέκτη/μαθητή και αφήνεται σε αυτόν μεγάλος βαθμός αυτονομίας για να προσεγγίσει και να κατακτήσει τη σχολική γνώση.

- Δεύτερον, στις *διδακτικές επιλογές* για τη διδασκαλία της σχολικής γνώσης. Παράμετροι των διδακτικών επιλογών που θα μελετηθούν είναι οι εξής:

- Ο *ρυθμός διδασκαλίας* (pacing), που προσδιορίζεται από τις διδακτικές ενέργειες του εκπαιδευτικού. Στις περιπτώσεις που είναι γρήγορος και ακολουθούνται αυστηρά χρονικά περιθώρια στη διδασκαλία έχουμε ισχυρή περικάραξη ως προς το ρυθμό (F⁺), ενώ όταν διατίθεται όσος χρόνος χρειάζεται στα νήπια για να κατανοήσουν τη σχολική μαθηματική γνώση, έχουμε ασθενή περικάραξη (F⁻).

- Οι *κανόνες αξιολόγησης* (evaluative rules) χαρακτηρίζονται ως ισχυροί (F⁺) στην περίπτωση που κοινοποιούνται με σαφήνεια τα κριτήρια αξιολόγησης της μαθηματικής γνώσης στο μαθητή. Στην αντίθετη περίπτωση, όπου τα κριτήρια αξιολόγησης είναι ασαφή και ενδεχομένως άγνωστα για το μαθητή έχουμε ασθενή περικάραξη κριτηρίων αξιολόγησης (F⁻).

- *Διδακτικές στρατηγικές*

Ο P. Dowling (1998, 2002) αξιοποιεί τη θεωρία του Bernstein στην περίπτωση των σχολικών μαθηματικών και διακρίνει την εφαρμογή δύο βασικών στρατηγικών για τη διδασκαλία τους.

- Πρώτον τις *εστιασμένες στρατηγικές* (localizing strategies), όπου για τη διδασκαλία των μαθηματικών αξιοποιούνται γνώσεις που αντλούνται από τον εμπειρικό κόσμο των μαθητών. Οι εστιασμένες στρατηγικές περιλαμβάνουν τριών ειδών διδακτικές ενέργειες: i) την *ονοματολογία* μαθηματικών συμβόλων ή μαθηματικών αντικείμενων (nominal tasks), ii) τη συμμετοχή των μαθητών σε *τελετουργικού* χαρακτήρα δραστηριότητες όπως είναι για παράδειγμα η επανάληψη από όλη την τάξη με την καθοδήγηση της εκπαιδευτικού της σειράς κατάταξης κάποιων πραγμάτων στο χώρο (ritual tasks), και iii) την πραγματοποίηση *μηχανικού* χαρακτήρα δραστηριοτήτων, όπως είναι η αντιγραφή ενός αριθμού από τον πίνακα ή ο χρωματισμός μιας ζωγραφιάς με μαθηματικό περιεχόμενο (mechanical tasks).

-Δεύτερον, τις *εξειδικευμένες στρατηγικές* (specializing strategies), όπου οι διδασκόμενες γνώσεις αντλούνται από το εσωτερικό πεδίο των μαθηματικών. Εδώ διακρίνονται δύο περιπτώσεις διδακτικών δραστηριοτήτων: i) οι *διαδικαστικές δράσεις* (procedural tasks), όπου οι μαθητές πραγματοποιούν απλές μαθηματικού χαρακτήρα διαδικασίες, όπως είναι οι ταξινομήσεις γεωμετρικών σχημάτων ή η γραφή ενός μαθηματικού συμβόλου, και ii) οι *αξιωματικές δράσεις* (principled tasks), όπου πραγματοποιούνται σύνθετες μαθηματικές δραστηριότητες, που απαιτείται από τους μαθητές να σκεφτούν και να επιλέξουν μεταξύ διαφορετικών εναλλακτικών περιπτώσεων εφαρμόζοντας συγκεκριμένους μαθηματικούς κανόνες, να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους και να επιλύσουν μαθηματικού χαρακτήρα προβλήματα.

Ερευνητικά ερωτήματα

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να διερευνήσει κατά πόσο διαφοροποιούνται οι παιδαγωγικές πρακτικές για τη διδασκαλία των μαθηματικών σε σχολικές τάξεις ελληνικών νηπιαγωγείων, ανάλογα με την κοινωνικο-οικονομική προέλευση των μαθητών τους.

Ειδικότερα, θα επιχειρηθεί να απαντηθούν τα ακόλουθα ερευνητικά ερωτήματα:

- Ποιες είναι οι παιδαγωγικές επιλογές των εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία της σχολικής μαθηματικής γνώσης στο αλληλεπιδραστικό πλαίσιο της σχολικής τάξης;
- Ποιες διδακτικές στρατηγικές εφαρμόζονται από τις νηπιαγωγούς της έρευνάς μας για τη διδασκαλία των μαθηματικών και πως οργάνωσαν τη σχολική τους τάξη για το σκοπό αυτό;

Μεθοδολογία

- *Το δείγμα*

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε δεκάξι σχολικές τάξεις δημόσιων νηπιαγωγείων μεγάλης ελληνικής επαρχιακής πόλης. Η διάκριση των σχολείων στις κατηγορίες του μεσαίου κοινωνικο-οικονομικού επιπέδου και του κατώτερου κοινωνικο-οικονομικού επιπέδου βασίστηκε στο επάγγελμα και το μορφωτικό επίπεδο των γονέων. Αναλυτικότερα, οκτώ τάξεις νηπιαγωγείου εντάχθηκαν στην κατηγορία του μεσαίου κοινωνικο-οικονομικού επιπέδου, ενώ οι άλλες οκτώ στο κατώτερο επίπεδο (Holland 1981). Η οργάνωση του σχολικού χώρου ήταν σε γενικές γραμμές παρόμοια σε όλα τα νηπιαγωγεία. Οι μαθητές στα νηπιαγωγεία της έρευνας είχαν μέσο όρο ηλικίας πέντε ετών περίπου και στην πλειονότητά τους οι γονείς τους ήταν Έλληνες, ενώ οι ελάχιστοι μαθητές που είχαν γονείς αλλοδαπούς, είχαν γεννηθεί στην Ελλάδα και γνώριζαν σε άριστο βαθμό την ελληνική γλώσσα.

Οι νηπιαγωγοί που διδασκαν στα συγκεκριμένα νηπιαγωγεία είχαν πραγματοποιήσει τετραετείς πανεπιστημιακές σπουδές και διέθεταν διδακτική εμπειρία περίπου δεκαπέντε ετών. Ακόμη είχαν παρακολουθήσει πρόγραμμα επιμόρφωσης για το περιεχόμενο και τους στόχους του νέου αναλυτικού προγράμματος που τέθηκε επίσημα σε εφαρμογή το σχολικό έτος 2006-2007.

- *Διαδικασία συλλογής και επεξεργασίας των εμπειρικών δεδομένων*

Η συλλογή των ερευνητικών δεδομένων έγινε με την παρατήρηση κάθε τάξης μια ολόκληρη διδακτική εβδομάδα, στην διάρκεια της οποίας ολοκληρώνεται ένας εβδομαδιαίος κύκλος τυπικής εφαρμογής του αναλυτικού προγράμματος. Οι ερευνητές παρέμεναν στην τάξη και παρατηρούσαν και κατέγραφαν την εκπαιδευτική διαδικασία, από την έναρξη μέχρι τη λήξη της, μαγνητοφωνώντας τις διδακτικές πρακτικές που εφαρμόστηκαν. Δεν δόθηκε καμία διευκρινιστική οδηγία στις νηπιαγωγούς που δίδασκαν, γιατί πρόθεση ήταν να παρατηρηθούν οι πραγματικές καθημερινές παιδαγωγικές πρακτικές που εφαρμόζονταν.

Το ερευνητικό υλικό αναλύθηκε με τη μέθοδο της ανάλυσης περιεχομένου. Ως μονάδα ανάλυσης θεωρήθηκε η μονάδα διδακτικής δραστηριότητας (task-unit) (Hoadley 2007, 2008, Koustourakis, & Zacharos 2011). Αυτή προσδιορίζεται από την ύπαρξη μιας πλήρους διδακτικής δραστηριότητας, η οποία περιλαμβάνει την υλοποίηση ενός συγκεκριμένου διδακτικού στόχου, που σχετίζεται με ένα πολύ συγκεκριμένο θέμα/ζήτημα διδασκαλίας. Τέτοιο θέμα μπορεί να είναι, για παράδειγμα, η παρουσίαση ενός γεωμετρικού σχήματος με τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητές του. Οι μονάδες ανάλυσης που προέκυψαν ταξινομήθηκαν στις κατηγορίες που αναφέρονται στο θεωρητικό μέρος.

Ευρήματα

- *Περιχάραξη*

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζεται η κατανομή κατά κατηγορία σχολείων των μονάδων ανάλυσης με μαθηματικό περιεχόμενο, που φανερώνουν τις διδακτικές επιλογές των νηπιαγωγών στις περιπτώσεις των ιεραρχικών κανόνων, του ρυθμού διδασκαλίας και των κανόνων αξιολόγησης.

Πίνακας 1: Περιχάραξη των μονάδων ανάλυσης
με μαθηματικό περιεχόμενο στις δύο κατηγορίες νηπιαγωγείων

Περιχάραξη		Νηπιαγωγεία από τα μεσαία στρώματα	Νηπιαγωγεία από τα κατώτερα στρώματα
Ιεραρχικοί κανόνες	F+ (%)	71 (67.6)	67 (94.4)
	F- (%)	34 (32.4)	4 (5.6)
Ρυθμός διδασκαλίας	F+ (%)	68 (64.8)	53 (74.6)
	F- (%)	37 (35.2)	18 (25.4)
Κανόνες αξιολόγησης	F+ (%)	95 (90.5)	43 (60.6)
	F- (%)	10 (9.5)	28 (39.4)

Από τη μελέτη των στοιχείων του Πίνακα 1 συμπεραίνουμε τα ακόλουθα για καθεμιά από τις περιπτώσεις της περιχάραξης:

1. *Ιεραρχικοί κανόνες*: Διαφοροποίηση μεταξύ των δύο περιπτώσεων νηπιαγωγείων παρατηρείται όσον αφορά τον τρόπο αλληλεπίδρασης εκπαιδευτικών – μαθητών κατά τη διάρκεια της διδακτικής διαδικασίας ($p \leq 0,01$). Πιο συγκεκριμένα, στην κατηγορία των νηπιαγωγείων που η πλειοψηφία των μαθητών προέρχεται από οικογένειες που ανήκουν στα κατώτερα κοινωνικο-οικονομικά στρώματα οι εκπαιδευτικοί επέλεξαν να διδάξουν μαθηματικά σχεδόν αποκλειστικά με έναν δασκαλοκεντρικό τρόπο (67 μονάδες ανάλυσης, 94.4%), όπως φαίνεται στην περίπτωση της επόμενης στιχομυθίας:

Σπχομυθία 1: F+ ιεραρχικοί κανόνες από σχολείο όπου πλειοψηφούν οι μαθητές οικογενειών που προέρχονται από κατώτερα κοινωνικά στρώματα.

Η νηπιαγωγός μιλάει για τις εποχές. Θέλει τα παιδιά να ομαδοποιήσουν τους μήνες ανά τρεις για να δημιουργήσουν τις τέσσερις εποχές.

N (Νηπιαγωγός) : Τώρα κοιτάξτε, θα βάλουμε τους μήνες μαζί τρεις, τρεις και θα φτιάξουμε εποχές. Αυτό το έχουμε ξαναπεί, το θυμάστε;

Μαθητές: Όχι.

Ένας μαθητής: Δεν καταλαβαίνω.

N: Δεν καταλαβαίνεις; Θα σου το εξηγήσω εγώ.

Η νηπιαγωγός αρχίζει να τοποθετεί τις κάρτες με τους μήνες στη σειρά και να ομαδοποιεί τις κάρτες ανά τρεις.

N: Αυτοί οι μήνες είναι στη σειρά, είναι δώδεκα. Θα τους βάλουμε τρεις τρεις μαζί. Τρεις μήνες μαζί και φτιάχνουμε μια εποχή.

Αντίθετα, παρότι και στην περίπτωση των σχολείων από τα μεσαία στρώματα εφαρμόστηκε σε μεγάλο βαθμό το δασκαλοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας (71 μονάδες ανάλυσης, 67.6%), σημαντικό ήταν το ποσοστό των διδακτικών δραστηριοτήτων στις οποίες δόθηκε μεγάλος βαθμός αυτονομίας στα νήπια για να προσεγγίσουν, να επεξεργαστούν και να κατακτήσουν τη σχολική μαθηματική γνώση (34 μονάδες ανάλυσης, 32.4%).

2. *Ρυθμός διδασκαλίας (pacing):* Οι εκπαιδευτικοί και των δύο κατηγοριών σχολείων επέλεξαν έναν γρήγορο ρυθμό (F+) για τη διδασκαλία των μαθηματικών, αν και το φαινόμενο αυτό ήταν εντονότερο στην περίπτωση των νηπιαγωγείων με πλειοψηφία μαθητών από τα κατώτερα κοινωνικά στρώματα (53 μονάδες ανάλυσης, 74.6% - νηπιαγωγεία με πλειοψηφία μαθητών από τα μεσαία κοινωνικά

στρώματα: 68 μονάδες ανάλυσης, 64.8%). Η επιλογή αυτή φανερώνει ότι στο μεγαλύτερο μέρος των διδακτικών δραστηριοτήτων δεν δόθηκε ο αναγκαίος χρόνος στους μαθητές για να προσεγγίσουν και να κατανοήσουν την προσφερόμενη σ' αυτούς σχολική μαθηματική γνώση.

3. *Κανόνες αξιολόγησης (evaluative rules)*: Υπάρχει διαφοροποίηση μεταξύ των δύο περιπτώσεων νηπιαγωγείων όσον αφορά την εφαρμογή των κανόνων αξιολόγησης κατά τη διάρκεια της διδακτικής διαδικασίας ($p \leq 0,01$). Δηλαδή των κανόνων εκείνων που αναφέρονται στη σαφήνεια ή όχι της καθοδήγησης των νηπίων από τους εκπαιδευτικούς για να κατανοήσουν το τι αναμένεται από αυτά κατά την προσπάθεια προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης. Πιο συγκεκριμένα, στα σχολεία της μεσαίας τάξης, σχεδόν πάντοτε οι νηπιαγωγοί έδιναν την αναγκαία καθοδήγηση στους μαθητές για το ποιες είναι οι ενέργειες που θα πρέπει να γίνουν για να απαντηθούν τα ερωτήματα ή τα ζητήματα που προέκυπταν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας (95 μονάδες ανάλυσης, 90.5%). Αντίθετα, στην περίπτωση των σχολείων των κατώτερων κοινωνικά τάξεων σημαντικό είναι το ποσοστό των διδακτικών δραστηριοτήτων στις οποίες δόθηκαν ασαφή κριτήρια αξιολόγησης στους μαθητές, με αποτέλεσμα η ανατροφοδότησή τους για την προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών να είναι ανεπαρκής (28 μονάδες ανάλυσης, 39.4%).

- *Διδακτικές στρατηγικές*

Στον Πίνακα 2 παρουσιάζεται η κατανομή κατά κατηγορία σχολείων των διδακτικών στρατηγικών που εφαρμόστηκαν από τους εκπαιδευτικούς για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Πίνακας 2: Διδακτικές στρατηγικές για τη διδασκαλία των μαθηματικών

Διδακτικές στρατηγικές		Νηπιαγωγεία με πλειοψηφία μαθητών από:	
		μεσαία κοινωνικά στρώματα	κατώτερα κοινωνικά στρώματα
Εντοπισμένες στρατηγικές	Ονοματολογία (%)	26 (24.8)	31 (43.7)
	Τελετουργικές (%)	25 (23.8)	19 (26.8)
	Μηχανιστικές (%)	4 (3.8)	5 (7.0)
Εξειδικευμένες στρατηγικές	Διαδικαστικές (%)	42 (40.0)	16 (22.5)
	Αξιοματικές (%)	8 (7.6)	0 (0.0)

Από τη μελέτη των στοιχείων του Πίνακα 2 προκύπτει διαφοροποίηση μεταξύ των δύο κατηγοριών σχολείων όσον αφορά τον παράγοντα των διδακτικών στρατηγικών που χρησιμοποίησαν οι νηπιαγωγοί για να διδάξουν μαθηματικά ($p \leq 0,01$). Πιο συγκεκριμένα, στα σχολεία των εργατικών περιοχών επικρατούσαν οι εντοπισμένες στρατηγικές (55 μονάδες ανάλυσης, 77.5%). Δηλαδή εκείνες οι στρατηγικές που δείχνουν ότι οι νηπιαγωγοί επέμεναν στη διδασκαλία απλού και συγκεκριμένου χαρακτήρα μαθηματικών εννοιών. Με την εφαρμογή των εντοπισμένων στρατηγικών αξιοποιείται η εμπειρία των μαθητών και δεν απαιτείται η κατοχή από αυτούς εξειδικευμένων μαθηματικών γνώσεων. Η πλειονότητα των εντοπισμένων στρατηγικών στα σχολεία των εργατικών συνοικιών εντάσσονται στις περιπτώσεις της ονοματολογίας (nominal) και του τελετουργικού χαρακτήρα (ritual) διδακτικών δραστηριοτήτων. Αυτό φανερώνει ότι στα συγκεκριμένα νηπιαγωγεία το περιεχόμενο της διδασκόμενης μαθηματικής γνώσης είναι «φτωχό» και εστιάζεται, κυρίως, στην ονομασία γεωμετρικών σχημάτων ή αριθμών (ονοματολογία: 31 μονάδες ανάλυσης, 43.7%, Στιχομυθία 2) και στην επανάληψη με την καθοδήγηση της

νηπιαγωγού λέξεων ή προτάσεων με μαθηματικό περιεχόμενο (τελετουργική διαδικασία: 19 μονάδες ανάλυσης, 26.8%).

Στιχομυθία 2: Παράδειγμα εντοπισμένης στρατηγικής – τύπου ονοματολογίας, από σχολείο με πλειοψηφία από μαθητές οικογενειών που προέρχονται από κατώτερα κοινωνικά στρώματα.

Η νηπιαγωγός ξεφυλλίζει το ημερολόγιο με τις μέρες και καλεί έναν μαθητή να αναγνωρίσει τις ημερομηνίες.

N: Την Παρασκευή πόσο είχε ο μήνας;

Μαθητής: Πέντε.

N: Το Σάββατο πόσο είχε;

Μαθητής: Έξι.

N: Το Σάββατο είχε έξι. Την Κυριακή πόσο είχε;

Μαθητής: Εφτά.

Στην περίπτωση των σχολείων της μεσαίας τάξης παρατηρούμε ότι στις μισές περίπου μονάδες ανάλυσης εφαρμόστηκαν εξειδικευμένες στρατηγικές για τη διδασκαλία των μαθηματικών (47.6%). Οι περισσότερες από τις στρατηγικές αυτές ήταν διαδικαστικές (proceduralizing) (42 μονάδες ανάλυσης, 40.0%), καθώς πρόκειται για αντιστοιχίσεις, ονομασία γεωμετρικών σχημάτων και αριθμών και γραφή μαθηματικών συμβόλων. Μικρός ήταν ο αριθμός μαθηματικών δραστηριοτήτων στις οποίες εφαρμόστηκαν εξειδικευμένες (specializing) στρατηγικές (8 μονάδες ανάλυσης, 7.6%), όπου για την επίλυσή τους απαιτείται η κατοχή και αξιοποίηση ειδικών μαθηματικών γνώσεων, όπως στην περίπτωση της στιχομυθίας 3. Σημειωτέον, ότι εξειδικευμένες-αξιωματικές στρατηγικές (principling) δεν εφαρμόστηκαν σε κανένα από τα σχολεία με πλειοψηφία μαθητών προερχόμενων από οικογένειες κατώτερων κοινωνικών στρωμάτων.

Στιχομυθία 3: Παράδειγμα εξειδικευμένης στρατηγικής, από σχολείο με πλειοψηφία μαθητών από οικογένειες της μεσαίας κοινωνικής τάξης.

Η νηπιαγωγός θέτει ένα πρόβλημα αφαίρεσης και καλεί τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν τα δάκτυλά τους για να προσδιορίσουν το αποτέλεσμα.

N: Για προσέξτε με τώρα. Αν σ' αυτό το δοχείο (δείχνει ένα δοχείο με δέκα μαρκαδόρους) βγάλω και σας δώσω τέσσερεις, πόσοι μαρκαδόροι θα μείνουν στο δοχείο;

Κάποιοι μαθητές: Δε ξέρουμε κυρία.

N: Δείξτε μου με τα δάκτυλά σας πόσοι μαρκαδόροι είναι μέσα στο δοχείο; Σας είπα ότι είναι δέκα.

Κάποιοι μαθητές: Τόσα κυρία (Δείχνουν τα δάκτυλα των δύο χεριών).

N: Αν κλείσουμε τέσσερα δάκτυλα, πόσα θα μείνουν υψωμένα;

Τα παιδιά κλείνουν τέσσερα δάκτυλα.

N: Πόσα δάκτυλα έμειναν υψωμένα;

Μαθητές: (Μετρούν μεγαλόφωνα τα δάκτυλά τους) Ένα, δύο, ..., έξι. Έξι κυρία!

Συζήτηση και συμπεράσματα

Στον Πίνακα 3 παρουσιάζεται το διδακτικό μοντέλο που επικράτησε σε καθεμιά από τις δύο περιπτώσεις νηπιαγωγείων σύμφωνα με τα ευρήματα της έρευνας αυτής που παρουσιάσαμε παραπάνω.

Πίνακας 3: Επικρατέστερο διδακτικό μοντέλο κατά κατηγορία νηπιαγωγείων για τη διδασκαλία των μαθηματικών

Παράμετροι Παιδαγωγικών Πρακτικών	Νηπιαγωγεία με πλειοψηφία μαθητών από:	
	μεσαία κοινωνικά στρώματα	κατώτερα κοινωνικά στρώματα
Ιεραρχικοί κανόνες	F ⁺ , F ⁻	F ⁺
Ρυθμός διδασκαλίας	F ⁺	F ⁺
Κανόνες αξιολόγησης	F ⁺	F ⁺ , F ⁻
Διδακτικές στρατηγικές	Εξειδικευμένες/διαδικαστικές Εντοπισμένες/ονομαστικές Εντοπισμένες/Τελετουργικές	Εντοπισμένες/ονομαστικές Εντοπισμένες/Τελετουργικές

Από τη μελέτη των στοιχείων του Πίνακα 3 φαίνεται ότι κοινό στοιχείο και στις δύο περιπτώσεις σχολικών περιβαλλόντων αποτελεί η ισχυρή περικάραξη βηματισμού (F⁺), που σημαίνει ότι οι νηπιαγωγοί προσπάθησαν να διδάξουν μαθηματικές έννοιες με γρήγορο ρυθμό και χωρίς να αφιερώσουν τον απαραίτητο χρόνο που χρειάζονταν τα νήπια για να τις επεξεργαστούν και να τις κατανοήσουν. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις φαίνεται ότι διαμορφώνονται δύο διαφορετικά μοντέλα ανάλογα με την κοινωνική προέλευση του μαθητικού τους δυναμικού. Πιο συγκεκριμένα:

Στην περίπτωση των σχολείων της μεσαίας τάξης, των οποίων οι μαθητές προέρχονταν από οικογένειες με γονείς οι οποίοι στην πλειονότητά τους είχαν πτυχίο τριτοβάθμιας εκπαίδευσης και

εργάζονταν ως γιατροί, δικηγόροι, πολιτικοί μηχανικοί, εκπαιδευτικοί, υπάλληλοι γραφείου, δημόσιοι υπάλληλοι και έμποροι, παρατηρούμε ότι διδάσκονται σε μεγάλο βαθμό τα μαθηματικά ως ξεχωριστό γνωστικό αντικείμενο, με την υλοποίηση μικτών ιεραρχικών κανόνων (F^+ , F^-), που αφήνουν κάποια περιθώρια στους μαθητές να αυτενεργήσουν για να κατακτήσουν τη μαθηματική γνώση. Επίσης, η μαθηματική γνώση προσφέρεται με την εφαρμογή εξειδικευμένων διδακτικών στρατηγικών (47.6%) και με την ανακάλυψη σε μεγάλο βαθμό της σχολικής γνώσης μέσα από την ομαδική εργασία των μαθητών. Ακόμη, σε όλη σχεδόν τη διάρκεια της διδακτικής διαδικασίας οι νηπιαγωγοί έδιναν σαφείς οδηγίες και κατεύθυναν τους μαθητές στην αναζήτηση και εύρεση της σωστής απάντησης (F^+ κανόνες αξιολόγησης, 90.5%). Η παρατήρηση της διδασκαλίας στα νηπιαγωγεία της μεσαίας τάξης έδειξε ότι οι συγκεκριμένοι μαθητές είχαν αποκτήσει σε ικανοποιητικό βαθμό τις απαραίτητες πρόωρες εννοιολογικές εμπειρίες (*conceptualizing experiences*, Holland 1981) γεγονός που διευκόλυνε τους εκπαιδευτικούς να προσανατολίζονται σε γνώσεις αφηρημένες και αποδεσμευμένες από συγκεκριμένα πλαίσια (*context independent meanings*, Bernstein 1991; Hoadley 2007).

Επιπλέον, σύμφωνα με τον Bernstein (1991), η ισχυρή περικύραξη βηματισμού, που εφαρμόστηκε στην περίπτωση των σχολείων της μεσαίας τάξης, φαίνεται ότι διευκολύνει τους μαθητές που προέρχονται από ευνοημένα κοινωνικοοικονομικά περιβάλλοντα και είναι εξοικειωμένοι με τις σχολικές πρακτικές.

Στην περίπτωση των σχολείων της εργατικής τάξης, που η πλειονότητα των γονέων εργάζονταν ως ειδικευμένοι ή ανειδίκευτοι εργάτες τα μαθηματικά διδάχθηκαν με δασκαλοκεντρικό τρόπο (F^+ ιεραρχικοί κανόνες) και δεν λήφθηκαν υπόψη οι ιδιαίτεροι ρυθμοί πρόσληψης της γνώσης από τα νήπια, όπως και οι γνωστικές τους ιδιαιτερότητες. Όμως, αυτός ο τρόπος διδασκαλίας δεν ευνοεί τα παιδιά που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (Dowling 1998, Hoadley 2007). Επιπλέον, η μαθηματική γνώση που επιλέχθηκε να διδαχθεί στους μαθητές των εργατικών περιοχών προσφέρθηκε με την εφαρμογή κυρίως εντοπισμένων διδακτικών στρατηγικών (77.5%). Οι στρατηγικές αυτές υποδηλώνουν ότι προσφέρθηκε «φτωχό» περιεχόμενο μαθηματικής γνώσης στους

μαθητές, η οποία σε μεγάλο βαθμό περιορίστηκε σε πρακτικές ονομασίας αριθμών και γεωμετρικών σχημάτων, όπως και σε πρακτικές μίμησης των ενεργειών της νηπιαγωγού. Με τον τρόπο αυτό υπήρξε επιφανειακή προσέγγιση και όχι εμβάθυνση στη σχολική μαθηματική γνώση. Εξάλλου, από την παρατήρηση των διδασκαλιών στα νηπιαγωγεία των εργατικών περιοχών επισημάναμε τη δυσκολία πολλών νηπίων να κατανοήσουν τις διδασκόμενες μαθηματικές έννοιες, γεγονός που οδηγούσε συχνά τις νηπιαγωγούς σε ατελείς προσπάθειες παρουσίασης και αξιολόγησης της γνώσης (F^+ κανόνες αξιολόγησης) και σε γρήγορες εναλλαγές (F^+ ρυθμός διδασκαλίας) στις διδακτικές τους επιλογές.

Αν και τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής δεν μπορούν να γενικευτούν, ωστόσο αποτελούν σαφή ένδειξη ότι οι νηπιαγωγοί του δείγματος αποκλίνουν στις υιοθετούμενες διδακτικές στρατηγικές από τις στοχεύσεις του αναλυτικού προγράμματος. Μάλιστα, σε πολλές περιπτώσεις διδασκαλίας των μαθηματικών έρχεται στο προσκήνιο ένα παραδοσιακό διδακτικό μοντέλο. Συγκεκριμένα, οι εκπαιδευτικοί του δείγματος φαίνεται ότι επιχειρούν σε μεγάλο βαθμό να διδάξουν μαθηματικά με μια παραδοσιακή λογική, που αποτελεί σαφή διαφοροποίηση από την προτεινόμενη κονστрукτιβιστική προσέγγιση που προωθεί το αναλυτικό πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθηματικών. Οι προηγούμενες επισημάνσεις ισχύουν σε μεγαλύτερο βαθμό στις περιπτώσεις των σχολείων των εργατικών περιοχών.

Από την άλλη, οι εκπαιδευτικοί, που εργάζονταν σε νηπιαγωγεία στα οποία πλειοψηφούσαν μαθητές προερχόμενοι από οικογένειες μεσαίων κοινωνικών στρωμάτων, επέλεξαν σε μεγάλο βαθμό τη διδασκαλία των μαθηματικών ως αυτόνομου γνωστικού αντικειμένου και έδωσαν μεγαλύτερη βαρύτητα στην παρουσίαση και επεξεργασία μαθηματικών εννοιών που αποδεσμεύονται σε μεγάλο βαθμό από συγκεκριμένα πλαίσια. Επιπρόσθετα, οι εκπαιδευτικοί των συγκεκριμένων σχολείων, σε πολλές περιπτώσεις διδασκαλίας των μαθηματικών, προσπάθησαν να δώσουν πρωτοβουλίες στους μαθητές και να ενισχύσουν την αυτονομία τους για την κατάκτηση της γνώσης.

Συμπερασματικά, από την ανάλυση και επεξεργασία του ερευνητικού μας υλικού παρατηρούμε ότι ο παράγοντας της κοινωνικής προέλευσης των μαθητών επέδρασε σημαντικά και οδήγησε στη

διαφοροποίηση των παιδαγωγικών πρακτικών των νηπιαγωγών για τη διδασκαλία των μαθηματικών στην περίπτωση ελληνικών νηπιαγωγείων.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Apple, M. W. (2002). Does education have independent power? Bernstein and the question of relative autonomy. *British Journal of Sociology of Education*, 23(4), 607–616.
- Bernstein, B. (1990). *Class, Codes and Control: The Structuring of Pedagogic Discourse*. Vol. 4. London: Routledge.
- Bernstein, B. (1991). *Παιδαγωγικοί Κώδικες και Κοινωνικός Έλεγχος*. Αθήνα: Αλεξάνδρεια.
- Bernstein, B. (2000). *Pedagogy, Symbolic Control and Identity. Theory, Research, Critique, Revised Edition*. Lanham: Rowman & Littlefield Publishers Inc.
- Cooper, B., & Harries, T. (2005). Making sense of realistic word problems: portaying working class 'failure' on a division with a remainder problem. *International Journal of Research and Method in Education*, 28(2), 147-169.
- Dowling, P. (1998). *The Sociology of Mathematics Education. Mathematical Myths/Pedagogic Texts*. London: Falmer Press.
- Dowling, P. (2002). Reading mathematics texts. In P. Gates (Ed.), *Issues in Mathematics Teaching* (pp. 180-196). London: Routledge.
- Εφημερίς της Κυβερνήσεως (2003). *Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ)*, Τεύχος Β', 304, 13-3-2003.
- Hoaldehy, U. (2007). The reproduction of social class inequalities through mathematics pedagogies in South African primary schools. *Journal of Curriculum Studies*, 39(6), 679- 706.
- Hoadley, U (2008). Social class and pedagogy: a model for the investigation of pedagogic variation. *British Journal of Sociology of Education*, 29(1), 63- 78.
- Holland, J. (1981). Social Class and Changes in Orientation to Meaning. *Sociology*, 15(1), 1-18.

- Koustourakis, G., & Zacharos, K. (2011). Changes in School Mathematics Knowledge in Greece: a Bernsteinian analysis. *British Journal of Sociology of Education*, 32(3), 369-387.
- Koustourakis, G., Zacharos, K., & Papadimitriou, K. (2013). Teaching pre-school Mathematics and influences by the kindergarten school social context: A preliminary study. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, no. 8 (accepted for publication-<http://resmicte.lis.upatras.gr/>)
- Lerman, S. (2010). Theories of Mathematics Education: Is Plurality a Problem? In B. Sriraman, and L. English (Eds.), *Theories of Mathematics Education* (pp. 99-109). London, New York.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., & Chrostowski, S.J. (2004). *Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- Peterson, P. L., Fennema, E., Carpenter, T. P., & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and Instruction*, 6(1), 1-40.
- Philippou, G., & Christou, C. (2003). A Study of the Mathematics Teaching Efficacy Beliefs of Primary Teachers. In G. C. Leder, E. Pehkonen, and G. Törner (eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 211-231). New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Sadovnik, A.R., & Semel S.F. (2010). Education and inequality: historical and sociological approaches to schooling and social stratification. *Peadagogica Historica*, 46(1-2), 1-13.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In A. D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.127-146). New York, NY: National Council of Teachers of Mathematics.
- Zacharos, K., Koustourakis, G., & Papadimitriou K. (2013). Analysing the implemented curriculum of Mathematics in Preschool Education. *Mathematics Education Research Journal* (accepted for publication).

email: zacharos@otenet.gr

ΟΙ ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΝΗΠΙΑΓΩΓΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΠΟΙΚΙΛΟΜΟΡΦΙΑ

Στέλιος Παπακωνσταντίνου

Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι κοινωνικές αναπαραστάσεις αποτελούν προϊόν και διαδικασία μιας νοητικής δραστηριότητας του ατόμου ώστε να ανασυντάσσει την πραγματικότητα με όρους ιδιοποίησης, δόμησης και μετασχηματισμού. Οι εκπαιδευτικοί έχουν πεποιθήσεις διαμορφωμένες στο χρόνο, μέσω των οποίων ερμηνεύουν τις κοινωνικές συνθήκες και την εκπαιδευτική πραγματικότητα (τη θέση και το ρόλο τους σε αυτήν, τις δυνατότητες ανάπτυξης παρεμβάσεων, και τις διδακτικές τους επιλογές). Οι προσωπικές πεποιθήσεις καλύπτουν ένα εύρος εκπαιδευτικών παραγόντων : τους διδάσκοντες και τους διδασκόμενους, τη διδασκαλία και τη μάθηση, την εκπαίδευση στο σύνολό της. Επίσης αναδεικνύουν τον κρίσιμο ρόλο της προσχολικής αγωγής στη δόμηση από τους μαθητές της έννοιας των Μαθηματικών ως επιστήμη, σχολικό μάθημα και κοινωνικό κριτήριο. Έτσι, ο σκοπός της έρευνας υπήρξε διττός : από τη μια η στατική (πλην αναγκαία) περιγραφή των μαθηματικών πεποιθήσεων των νηπιαγωγών κι από την άλλη η δυναμική διερεύνηση του ρόλου των προσωπικών αυτών πεποιθήσεων εντός της σχολικής τάξης. Τα νοήματα αυτά προέρχονται από το λόγο των συμμετεχόντων ως μέλη μιας επιστημονικής, συνδικαλιστικής, εκπαιδευτικής, εργασιακής κ.ά. κοινότητας και από ένα είδος λόγου συχνά εναλλακτικό ή αντιφατικό.

Εισαγωγή

Κάθε μελέτη των διδακτικών επιλογών των επαγγελματιών εκπαιδευτικών που διδάσκουν Μαθηματικά δείχνει ότι αυτές είναι διακριτές, διαφοροποιούν τη δομή της γνώσης και αποδίδονται σε κοινωνικά διαμορφωμένους παράγοντες. Στους παράγοντες αυτούς συγκαταλέγεται και ένα ισχυρό πλέγμα προσωπικών πεποιθήσεων του δασκάλου, πεποιθήσεων που δηλώνουν παρόν σε κάθε φάση της διδασκαλίας, συμπεριλαμβάνοντας και αποφάσεις που προηγούνται χρονικά αυτής.

Οι πεποιθήσεις αυτές εκφράζονται ως ατομικές πρακτικές αλλά έχουν ήδη πάρει τη μορφή τους με όρους κοινωνικούς, σε δομές όπου συμμετέχει ως υπάλληλος, συνδικαλιστικό μέλος, επιστημονικός παρατηρητής ή συνεργάτης καθώς και ευρύτερα ως πολίτης.

Η έρευνα και ο στόχος της

Υποστηρίζεται ότι το βιωμένο εκπαιδευτικό περιβάλλον των μαθητικών χρόνων είναι σαφέστατα συντηρητικό και αφήνει τόσο έντονα το αποτύπωμα του ώστε να αναπαράγεται στη διδασκαλία του ενήλικα εκπαιδευτικού στην τάξη.

Ταυτόχρονα, οι πεποιθήσεις του διαφοροποιούνται ανάλογα με την προσέγγιση που επιλέγει σχετικά με τις εσωτερικές αιτιότητες που η μαθηματική επιστήμη προβάλλει. Έτσι, οι εξωγενείς, κοινωνικοί παράγοντες διατρέχουν τη σύνθετη σχέση των μαθηματικών πεποιθήσεων και των διδακτικών επιλογών.

Οι εκπαιδευτικοί διακρίνονται είτε για τις προοδευτικές, κοινωνιο-κονστρουκτιβιστικές απόψεις που προωθούν τη διδασκαλία σε ομάδες για τη διερεύνηση και την παραγωγή της γνώσης, ή για τις συμπεριφοριστικές απόψεις που αρκούνται στην αποστήθιση μιας ιδεαλιστικής ή απόλυτα χρηστικής μαθηματικής γνώσης και την εντατική εξάσκηση σε εργασίες με μία και μοναδική αποδεκτή λύση.

Οι προσωπικές αυτές πεποιθήσεις είναι παρούσες σε κάθε παράγοντα της παρεχόμενης εκπαίδευσης : τη διδασκαλία με τα υποκείμενά της (δασκάλους και μαθητές), τη μάθηση που οι δάσκαλοι στοχεύουν και οι μαθητές οικοδομούν ή προσλαμβάνουν, το εκπαιδευτικό σύστημα ως θεσμό, συμπεριλαμβάνοντας το Αναλυτικό Πρόγραμμα για τους μαθητές και το Πρόγραμμα Σπουδών για τους μελλοντικούς δασκάλους.

Φαίνεται ότι είναι ιδιαίτερα σημαντικός ο ρόλος του θεσμού της προσχολικής αγωγής, που με φορείς τους νηπιαγωγούς συμβάλει στη δόμηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές της και για πρώτη φορά διαχειρίζεται τα ίδια τα Μαθηματικά ως επιστημονικό τομέα και σχολικό μάθημα. Η έρευνα λοιπόν στράφηκε αρχικά στην περιγραφή των μαθηματικών πεποιθήσεων των νηπιαγωγών (στατική προσέγγιση) και στη συνέχεια στο ρόλο των προσωπικών πεποιθήσεων στη λειτουργία της σχολικής τάξης (δυναμική προσέγγιση).

Τα σχολικά Μαθηματικά παρέχουν μια δυνατότητα ερμηνείας της στενότερης εκπαιδευτικής πραγματικότητας και των ευρύτερων κοινωνικών συνθηκών, αφού διαμορφώθηκαν με ιστορικούς όρους. Η μελέτη των πεποιθήσεων των νηπιαγωγών για τη θέση τους και το ρόλο τους, τις δυνατότητες ανάπτυξης εναλλακτικών, κριτικών, διδακτικών παρεμβάσεων, τις αντίστοιχες διδακτικές τους επιλογές, και ο τρόπος που αντιλαμβάνονται τα Μαθηματικά ως επιστήμη και σχολικό μάθημα είναι αναγκαία για μια ερμηνεία που θα περιγράφει και θα αξιολογεί όσα συμβαίνουν εντός της νηπιακής τάξης κατά τη διάρκεια προσέγγισης των πρώτων μαθηματικών εννοιών.

Κύρια ερευνητικά ερωτήματα

Οι παραπάνω επισημάνσεις οδηγούν σε μια σειρά ερευνητικών ερωτημάτων για το περιεχόμενο των πεποιθήσεων των νηπιαγωγών, το ρόλο του εργασιακού, ακαδημαϊκού ή ευρύτερα κοινωνικού περιβάλλοντος στη συγκρότησή τους, τη συμβολή των προγραμμάτων σπουδών, τις πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά ως επιστήμη, σχολικό μάθημα και μάθηση, τις πεποιθήσεις για τις απόψεις των γονέων, την επαγγελματική αξιολόγηση, την προσδοκία μιας αναμενόμενης

μαθητικής συμπεριφοράς και επίδοσης σε σχέση με το φύλο, την υλικοτεχνική υποδομή του σχολείου κ.ά.

Ωστόσο, εδώ θα εστιάσουμε στις πεποιθήσεις που υιοθετούν οι νηπιαγωγοί σχετικά με το ρόλο του φύλου, της κοινωνικής τάξης, των επίκαιρων κοινωνικών ζητημάτων, της φυλής, της κουλτούρας (culture) ή του πολιτισμού (civilization).

Θεωρητικό πλαίσιο

Η ερευνητική πρόταση προτείνει την ανάπτυξη γεφυρών μεταξύ δύο διακριτών ερευνητικών περιοχών : των θεωρητικών συλλήψεων του *Paul Ernest* για τις μαθηματικές πεποιθήσεις των δασκάλων στα πλαίσια της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών και της ψυχολογικής ερευνητικής παράδοσης των κοινωνικών αναπαραστάσεων στα πλαίσια της Κοινωνικής Ψυχολογίας με κύριο εκφραστή τον *Serge Moscovici*.

Μια φιλοσοφία για τη μαθηματική εκπαίδευση : Δεδομένου ότι οι ιδεολογίες ασκούν ισχυρή, σχεδόν καθοριστική επίδραση στη μαθηματική διδακτική πράξη, ο *Ernest* (1991) στόχευσε στην ανάδειξη τόσο των ρητά δηλωμένων ιδεολογιών (ατομικών ή συλλογικών) όσο και των σιωπηρών συστημάτων πεποίθησης των δασκάλων. Οι τρεις βασικές ιδεολογίες του είναι :

- Utilitarian, όπου τα Μαθηματικά έχουν μια ωφελιμιστική, εφαρμοσμένη αντιμετώπιση,
- Purist, όπου στα Μαθηματικά αποδίδεται μια ‘καθαρότητα’ και αναμένεται από αυτά η ανάπτυξη κατάλληλων νοητικών δραστηριοτήτων,
- Social Change, μια ριζοσπαστική οπτική με κοινωνιο-πολιτισμικές αναφορές και στόχους αμφισβήτησης των κυρίαρχων διδακτικών επιλογών.

Ως σύστημα καταγραφής και ταξινόμησης των πεποιθήσεων μπορεί να συμπεριλάβει το σύνολο των εκπαιδευτικών. Ουσιαστικά πρόκειται για ένα μοντέλο που διχοτομεί (και όχι τριχοτομεί) τις πεποιθήσεις, δεδομένου ότι για τις δύο πρώτες κατηγορίες τα Μαθηματικά αναγνωρίζονται ως σώμα απόλυτων αληθειών, χωρίς όμως να λείπουν κάποιες σημαντικές διαφοροποιήσεις ως προς την πολιτική και

κοινωνική ιδεολογία, τη θεωρητική βάση της επιλεγόμενης διδακτικής και αξιολόγησης, τους εκπαιδευτικούς στόχους, τις ηθικές αξίες και μια αναπαράσταση της παιδικής ηλικίας.

Για την τρίτη κατηγορία, δεν αμφισβητείται η διαψευσιμότητα των μαθηματικών εννοιών, η γνώσης στο σύνολό της αποτελεί κοινωνική κατασκευή, ενώ η κοινωνική δικαιοσύνη και η ισότητα των ευκαιριών αποτελούν διδακτικές προτεραιότητες.

Μια προσέγγιση για τις Κοινωνικές Αναπαραστάσεις :

Για την Κοινωνική Ψυχολογία, μια κοινωνική αναπαράσταση διακρίνεται για το δυναμικό της χαρακτήρα, δεδομένου ότι παράγεται εντός της κοινωνικής δράσης και στη συνέχεια αυτή επηρεάζει την κοινωνική δράση. Όμοια, θα λέγαμε ότι η κοινωνική αναπαράσταση της μαθηματικής επιστήμης ως νοητική δραστηριότητα επαναπροσδιορίζει τα ίδια τα Μαθηματικά.

Οι κοινωνικές αναπαραστάσεις αποτελούν το προϊόν αλλά και την ίδια τη νοητική διαδικασία της ανασύνταξης της πραγματικότητας από το άτομο. Ο δυναμισμός τους είναι σε τέτοιο βαθμό, ώστε τα ερμηνευτικά σχήματα του υποκειμένου να προϋπάρχουν της πραγματικότητας. Έτσι, το υποκείμενο δεν αντιδρά στην αναπαριστώμενη - ιδιοποιημένη, δομημένη και μετασχηματισμένη - πραγματικότητα. Συμπεριφέρεται ανάλογα με τις αναπαραστάσεις των καταστάσεων και όχι με τις αντικειμενικές καταστάσεις.

Οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών, με τον δυναμισμό που σ' αυτές αναγνωρίζεται και με συντομία περιγράφηκε παραπάνω, αναλαμβάνουν την ερμηνεία κάθε κοινωνικής συνθήκης, συμπεριλαμβάνοντας τις εκπαιδευτικές, διδακτικές και μαθησιακές δραστηριότητες. Εξάλλου, στα σχολεία, μέσω του λόγου, οι εκπαιδευτικοί οικοδομούν κοινές εικόνες, μοιράζονται σύνολα κοινωνικών αναπαραστάσεων, αξιολογούν συχνά ομοιόμορφα τον κόσμο και επικοινωνούν μεταξύ τους μόνο εάν διαθέτουν κοινές κοινωνικές αναπαραστάσεις.

Στην παρούσα έρευνα, οι μαθηματικές αναπαραστάσεις εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του γνωστικού αντικειμένου (Μαθηματικά), τα χαρακτηριστικά των φορέων μετάδοσης της γνώσης (νηπιαγωγοί), τη μεταξύ τους σχέση και τη σκοπιμότητα της κατάστασης (διδασκαλία).

Μάλιστα, δεν ενδιαφέρει τόσο ο τύπος του έργου που αναλαμβάνουν οι διδάσκοντες, όσο η αναπαράσταση που έχουν για το έργο αυτό. Οι νηπιαγωγοί, λοιπόν, ορίζουν τις κοινωνικές τους αναπαραστάσεις και αυτές με τη σειρά τους θέτουν τα όρια της κοινωνικής-επαγγελματικής τους ομάδας.

Μεθοδολογία

Η μεθοδολογία επιλέγεται στη βάση των εμπειρικών αναζητήσεων και του θεωρητικού πλαισίου που υποστηρίζει την έρευνα. Επιλέχτηκε η πραγματοποίηση ενός τύπου έρευνας κατάλληλου για την παρατήρηση και σύγκριση ατόμων (νηπιαγωγοί) που δρουν στα πλαίσια ομάδων, ιδεολογιών, κοινωνιο-πολιτισμικών αναφορών και νοοτροπιών, δηλαδή σε μια έρευνα του λόγου των υποκειμένων.

Αρχικά διανεμήθηκαν ερωτηματολόγια σε 100 νηπιαγωγούς ώστε να επιτευχθεί μια πρωταρχική ποσοτική καταγραφή της κοινωνικής όψης των αναπαραστάσεων. Η πρόσβαση στο περιεχόμενό τους έγινε με την τεχνική της συνέντευξης, ως κατάλληλης για την ανάδειξη πεποιθήσεων. Ειδικότερα, η οργάνωση ημι-δομημένων και ταυτόχρονα εστιασμένων συνεντεύξεων για τη συλλογή και την ανάλυση του λόγου των νηπιαγωγών (κοινωνιο-ψυχολογικός τύπος έρευνας) θα διαφώτιζε τη σχέση μεταξύ αναπαράστασης, εμπειρίας, συμπεριφοράς και πρακτικής τους. Της αναγνωρίζεται επίσης μια καταλληλότητα όταν το ενδιαφέρον εστιάζεται στις υποκειμενικές απαντήσεις των ερωτώμενων για μια βιωμένη κατάσταση.

Η μεθοδολογία απαιτούσε μια αξιόπιστη σύνδεση των *εκπαιδευτικών ιδεολογιών* του *Ernest* με τη *θεωρία των κοινωνικών αναπαραστάσεων* και αυτό να αποτυπώνεται στην έρευνα. Επιλεγθήκαν 24 ερωτήματα συνέντευξης τα οποία ταξινομήθηκαν στη βάση 11 επιμέρους στοιχείων που κατά τον *Ernest* εμποτίζουν κάθε εκπαιδευτική ιδεολογία (πλην της 'Πολιτικής Ιδεολογίας'). Τα ίδια ερωτήματα ταξινομήθηκαν και στη βάση των τεσσάρων 'συνθετών των αναπαραστάσεων' του *Gilly* (1980). Σύμφωνα με τον *Gilly*, κάθε συμπεριφορά (ατομική ή ομαδική), γνωστική διαδικασία και σχέση (μεταξύ ατόμων ή ομάδων) καθορίζεται από την αναπαράσταση του εαυτού, και των άλλων, της πράξης και του πλαισίου της.

Σύζευξη των δύο δομών

	<i>Εκπαιδευτικές Ιδεολογίες κατά Ernest</i>		<i>Συνθέτες Κοινωνικών Αναπαραστάσεων κατά Gilly</i>
1	Moral Values	A	<i>Αναπαράσταση του εαυτού (νηπιαγωγός)</i>
2	Theory of Learning	B	<i>Αναπαράσταση της πράξης (διδασκαλία)</i>
3	Theory of Teaching Mathematics		
4	Theory of Resources		
5	Theory of Assessment in Maths		
6	Theory of the child	Γ	<i>Αναπαράσταση του άλλου (νήπια, εκπαιδευτικοί, γονείς)</i>
7	Theory of Ability		
8	View of Mathematics	Δ	<i>Αναπαράσταση του πλαισίου (τα Μαθηματικά ως επιστήμη και γνωστικό αντικείμενο)</i>
9	Theory of Society		
10	Mathematical Aims		
11	Theory of Social Diversity		

Ανάλυση ερωτηματολογίων

Το 73% όσων συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο δήλωσε ότι αναγνωρίζει υψηλότερη μαθηματική απόδοση στα αγόρια. Το ίδιο ποσοστό πιστεύει στην εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης κατά το πρότυπο των κοινωνικών μεταβολών.

Ένα σημαντικό ποσοστό συμμετεχόντων (~ 40%) αναγνωρίζει μια υψηλότερη απόδοση των αγοριών και ταυτόχρονα βιώνει κάποια νευρικότητα όταν εμπλέκεται σε μαθηματικές δραστηριότητες. Όταν δεν αναγνωρίζεται η παραπάνω ικανότητα, δε βιώνεται σε υψηλό ποσοστό (~ 70%) και η αντίστοιχη νευρικότητα.

Αντίστοιχα, ένα σημαντικό ποσοστό συμμετεχόντων (~ 50%) αναγνωρίζει ταυτόχρονα μια υψηλότερη απόδοση των αγοριών και ένα υψηλό βαθμό δυσκολίας στα Μαθηματικά. Όταν δεν αναγνωρίζεται η παραπάνω ικανότητα, σε υψηλό ποσοστό (~ 70%) δεν αναγνωρίζεται και η αντίστοιχη δυσκολία.

Ωστόσο, οι νηπιαγωγοί δεν πιστεύουν στη 'μαθηματική ικανότητα' όταν πρόκειται για τους μαθητές τους αλλά αποδέχονται τα Μαθηματικά ως λογική διεργασία προσεγγίσιμη από όλους.

Τέλος, όταν αναγνωρίζεται η διδακτική εκμετάλλευση της παιδικής εμπειρίας, αναγνωρίζεται και η 'εξέλιξη των Μαθηματικών κατά τα πρότυπα εξέλιξης της κοινωνίας'.

Ανάλυση συνεντεύξεων

Γενικό μέρος

Οι δέκα συμμετέχοντες κλήθηκαν να απαντήσουν σε ερωτήματα για την κοινωνική ποικιλομορφία (Theory of social diversity). Όλοι τους (10/10) συμπεριέλαβαν στο λόγο τους την ικανότητα (Theory of ability) εκ των οποίων οι πέντε (5/10) συμπεριέλαβαν τους μαθηματικούς στόχους (Mathematical aims), από τρεις μίλησαν για την παιδικότητα (Theory of the child) και την κοινωνία (Theory of society) και από δύο για τη διδασκαλία (Theory of teaching Mathematics), τις πηγές (Theory of resources) και τα μαθηματικά (View of mathematics). Αναλυτικά :

	Αναπαράσταση της Πράξης		Αναπαράσταση του Άλλου		Αναπαράσταση του Πλαισίου			
πλήθος	Theory of Teaching	Theory of Resources	Theory of the Child	Theory of Ability	View of Mathematics	Theory of Society	Mathematical Aims	Theory of Social Interaction
1				✓		✓		✓
1		✓		✓	✓	✓		✓
1			✓	✓				✓
1		✓		✓			✓	✓
1				✓	✓		✓	✓
1	✓			✓			✓	✓
1			✓	✓			✓	✓
1	✓			✓		✓	✓	✓
1				✓				✓
1			✓	✓				✓

Δεδομένου ότι στο θεωρητικό πλαίσιο, επικοινωνήσαν *Εκπαιδευτικές Ιδεολογίες* με *Κοινωνικές Αναπαραστάσεις*, η κατά *Ernest* 'Θεωρία της Κοινωνικής Ποικιλομορφίας' συνδυάστηκε με την κατά *Gilly* 'Αναπαράσταση του Πλαισίου' (στην περίπτωση μας το πλαίσιο είναι το φύλο, η φυλή, η κοινωνική τάξη και ο πολιτισμός) και όλοι οι συμμετέχοντες νηπιαγωγοί συνδύασαν την 'Αναπαράσταση του Πλαισίου' τουλάχιστο με μία ακόμη αναπαράσταση. Αναλυτικά :

πλήθος	Αναπαράσταση της Πράξης	Αναπαράσταση του Άλλου	Αναπαράσταση του Πλαισίου
6		√	√
4	√	√	√

Όσοι συνδύασαν την κοινωνική ποικιλομορφία με την ικανότητα και την κοινωνία ή ακόμη τις πηγές και τα Μαθηματικά εντάχθηκαν στους Technological Pragmatists (2/10). Όσοι συνδύασαν την κοινωνική ποικιλομορφία με την ικανότητα ή και την παιδικότητα εντάχθηκαν στους Progressive Educators (2/10). Όσοι συνδύασαν την κοινωνική ποικιλομορφία με τους μαθηματικούς στόχους, την ικανότητα και ή τις πηγές ή τα Μαθηματικά ή τη διδασκαλία εντάχθηκαν στους Technological Pragmatists, με την τελευταία να τείνει προς τους Progressive Educators (3/10). Όσοι συνδύασαν την κοινωνική ποικιλομορφία με την ικανότητα και την παιδικότητα ή και την κοινωνία εντάχθηκαν στους Public Educators. (2/10). Τέλος, ο μοναδικός συμμετέχων που συνδύασε την κοινωνική ποικιλομορφία με την ικανότητα, την κοινωνία και τους στόχους εντάχθηκε σε μια κύρια ομάδα εκπαιδευτικών κατά *Ernest* (Public Educators) ενώ έτεινε προς τους Progressive Educators (1/10). Αναλυτικά, οι ομάδες ένταξης (1st) και οι ομάδες τάσης (2nd) ήταν οι εξής :

Πλήθος	Technological Pragmatists	Progressive Educators	Public Educators
4	1 st		
2		1 st	
2			1 st
1	1 st	2 nd	
1		2 nd	1 st

Ειδικό μέρος

Για τους *Technological Pragmatists* η συμβολή του πολιτισμού επικεντρώνεται στα αρχαιοελληνικά γεωμετρικά επιτεύγματα και στον τρόπο που αυτά επιβλήθηκαν στους άλλους πολιτισμούς απουσία οποιασδήποτε αλληλεπίδρασης. Η πεποίθηση της παγκόσμιας προσφοράς επιμερίζεται σε όλους τους Έλληνες (α' πληθυντικό πρόσωπο).

Η ανεργία, η κατανάλωση και η αποταμίευση εξετάζονται αλλά είναι οι επιλογές και η ηθική των ατόμων ο κρίσιμος παράγοντας για την αντιμετώπισή τους. Μάλιστα αναγνωρίζεται η παρουσία διακριτών εννοιών στο λόγο με τον οποίο τα κοινωνικά στρώματα πλαισιώνουν τα Μαθηματικά (π.χ. επένδυση, απόδοση ή αναβολή αγοράς αγαθών κ.ά.).

Αν και δεν αποδίδεται στη φυλή, στις κοινωνικές τάξεις και στον πολιτισμό (πλην του αρχαιοελληνικού και του λαϊκού πολιτισμού) ρόλος για τη μαθηματική ικανότητα και επίδοση, αυτή είναι έμφυτη και από την εμπειρία ή τη στατιστική αποδίδεται στα αγόρια. Αναγνωρίζουν το στερεοτυπικό χαρακτήρα της πεποίθησης και πλαισιώνουν το λόγο τους με γέλια αμηχανίας. Η όποια συστολή δεν ακυρώνει την εξωτερίκευση της πεποίθησης με τροπικότητες βεβαιότητας ή με την επίκληση της στατιστικής-επιστημονικής

τεκμηρίωσης. Τα μαθηματικά είναι θέμα εξυπνάδας σε κάθε φυλή, ιστορική περίοδο ή κοινωνική συνθήκη.

Όποτε αναγνωρίζεται ότι ο παιδικός μαθηματικός προβληματισμός προάγεται από τα κοινωνικά προβλήματα αυτό μάλλον γίνεται σε μια προσπάθεια σύγκλησης με μια αναμενόμενη πεποίθηση του ερευνητή.

Επίσης τα μαθηματικά αποτελούν ιδανικό και αμετάβλητο μέσο επικοινωνίας. Η παγκοσμιότητά τους επιτυγχάνεται μέσω της διάκρισης των Μαθηματικών από τη διδακτική τους. Είναι λοιπόν, η διδακτική που οφείλει να λαμβάνει υπόψη την κουλτούρα των λαών.

Τέλος, κάθε παράγοντας πολιτισμικός, ιστορικός ή και κοινωνικός δεν μπορεί να αλλοιώσει τον ουδέτερο, μονοπολιτισμικό, χρηστικό και τεχνολογικό χαρακτήρα των μαθηματικών. Οι γονείς όμως, ως οι 'άλλοι', ελέγχονται ως μη συνεργάσιμοι ή ακόμη και αδιάφοροι όταν δεν εντάσσουν τα σύγχρονα ζητήματα στην καθημερινότητα του παιδιού.

Για τους *Progressive Educators* η συμβολή του βιοτικού επιπέδου και του συνακόλουθου φτωχού σε ερεθίσματα περιβάλλοντος των μαθητών είναι κρίσιμη. Τα κοινωνικά ζητήματα δε συνδέονται με τα Μαθηματικά καθώς οφείλουμε να οργανώνουμε ένα σχολικό περιβάλλον φροντίδας και προστασίας που δεν εκθέτει τα παιδιά σε κάθε τι ανεξέλεγκτο. Ως τέτοιο μπορεί να είναι ένα ζήτημα κοινωνικό, οικονομικό ή και ιστορικό.

Τα Μαθηματικά συνδέονται με την κουλτούρα των λαϊκών γεωμετρικών κεντημάτων αλλά και με το μέτρο της ποίησης. Και τα δύο βέβαια αποτελούν πειθαρχημένες εκφάνσεις του ευρύτερου πολιτισμού που είναι χωρικά προσδιορισμένες. Έτσι, εκτός από τους ανθρώπους προστατεύεται και η κουλτούρα τους με μια όμως τροπικότητα πιθανότητας.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η αντιστροφή της μαθηματικής ικανότητας η οποία πλέον δίνεται και στα κορίτσια εξαιτίας της συμπεριφοράς τους στο μάθημα ή έστω στα αγόρια αλλά δίκως να αποδίδεται κάποιο χάρισμα. Πρόκειται περισσότερο για μια υποβάθμιση του φύλου σε σχέση με την ατομική επίδοση. Εξάλλου, ο λόγος τους δεν είναι

επεξεργασμένος. Η απάντηση αναζητείται στη στιγμή και δεν εκφράζονται παγιωμένες αντιλήψεις.

Για τους *Public Educators* η φυλή και η κοινωνική τάξη δεν επηρεάζουν σημαντικά τη μαθηματική απόδοση καθώς παράγουν διαφορετικές αλλά τελικά ισότιμες δυνατότητες επίτευξης (τροπικότητες βεβαιότητας), εφόσον εξασφαλίζεται η γλωσσική επικοινωνία. Πρόκειται για μια προσπάθεια προστασίας των παιδιών που προέρχονται από χαμηλότερη κοινωνική τάξη ή από τη μη κυρίαρχη φυλή. Δηλαδή, δεν αμφισβητείται ο ρόλος της κοινωνικής τάξης των παιδιών αλλά η όποια συμβολή μετριάζεται από τα διαφορετικά ποιοτικά χαρακτηριστικά των κοινωνικών συνθηκών. Εδώ, σημαντικός ρόλος ανακαίτισης κάθε υστέρησης αποτελεί το δημόσιο σχολείο.

Στην κατεύθυνση αυτή, τα κοινωνικά ζητήματα είναι όχι μόνο χρήσιμα αλλά απαραίτητα αρκεί να συνοδεύονται από την κατάλληλη διδακτική προσέγγιση για την ανάδειξή τους και την επίτευξη μιας κοινωνικής συνειδητοποίησης.

Κάθε έκφραση του πολιτισμού (λαϊκός ή λόγιος) και κάθε γνήσιο κοινωνικό ζήτημα αποτελούν μέρος της ζωής των ανθρώπων και άρα και των μαθηματικών.

Τέλος, αν και αμφισβητείται κάθε παράγοντας με κληρονομική αφετηρία, η κοινωνική αναπαράσταση της αναγκαιότητας μιας ατομικής ενασχόλησης αντιστέκεται ακόμη και στην ομάδα των *Public Educators*. Αντιστέκεται και η κοινωνική αναπαράσταση μιας παιδαγωγικής φροντίδας και προστασίας. Είναι εδώ και η πεποίθηση της καθολικής παροχής της κατάλληλης διδακτικής προσέγγισης (συντεχνιακός λόγος).

Συμπεράσματα

Στην παρούσα διερεύνηση της κοινωνικής ποικιλομορφίας οι νηπιαγωγοί συμμετέχουν ως εκπαιδευτικοί και εργαζόμενοι, εκφέροντας ένα ανάλογο είδος λόγου κατά τη συνέντευξη. Ο λόγος αυτός είναι επιστημονικός, εκπαιδευτικός ή συντεχνιακός. Εξάλλου, ένας εκπαιδευτικός της προσχολικής αγωγής διατηρεί μια θέση εντός

ασύμβατων θεσμών και έρχεται σε επαφή με κείμενα έως και αντιφατικά.

Η παρούσα έρευνα των πεποιθήσεων νηπιαγωγών για την 'κοινωνική ποικιλομορφία' στα πλαίσια μιας 'αναπαράστασης του πλαισίου' έδειξε ότι οι νηπιαγωγοί εντάσσονται σε μια ομάδα ή μετακινούνται προς μια δεύτερη. Όταν αυτό συμβαίνει, οφείλεται σε μια τάση και όχι σε μια σαφή ένταξη.

Γενικότερα, παρατηρείται ότι οι εντασσόμενοι στους Technological Pragmatists, στους Progressive Educators ή στους Public Educators εκφράζονται οπωσδήποτε για την κοινωνική ποικιλομορφία και τη μαθηματική ικανότητα. Κάθε αναφορά στη διδασκαλία ή τη χρήση πηγών συνήθως εκφέρεται από νηπιαγωγούς εντασσόμενους στους Technological Pragmatists (3/4). Όμοια, κάθε αναφορά στα Μαθηματικά οπωσδήποτε εκφέρεται από νηπιαγωγούς εντασσόμενους στους Technological Pragmatists (2/2). Κάθε αναφορά στην παιδικότητα απομακρύνει από τους Technological Pragmatists (0/3).

Αντίστοιχα, παρατηρείται ότι οι εντασσόμενοι στους Progressive Educators, στους Technological Pragmatists ή στους Public Educators εκφράζονται οπωσδήποτε για την αναπαράσταση της πράξης και την αναπαράσταση του άλλου (10/10). Οι εντασσόμενοι στους Progressive ή Public Educators συνήθως απομακρύνονται από την αναπαράσταση της πράξης (1/5).

Οι ταξινομήσεις αυτές δείχνουν ότι όταν οι νηπιαγωγοί μιλούν για το ρόλο της κοινωνικής ποικιλομορφίας, χρησιμοποιούν κατά βάση έναν παιδοκεντρικό λόγο ανεξάρτητα από την ομάδα ένταξής τους. Στην οικογένεια αποδίδεται μέρος της ευθύνης για την απουσία επαφής των παιδιών με τα κοινωνικά ζητήματα. Η φυλή και ο πολιτισμός δεν επηρεάζουν τα μαθηματικά, αλλά τα αγόρια γενικά υπερτερούν σε απόδοση και κατανόηση από τα κορίτσια. Το κοινωνικό και οικονομικό περιβάλλον που βιώνει κάθε παιδί εντάσσει διακριτές έννοιες οι οποίες διαμορφώνουν τις συνθήκες υποδοχής των μαθηματικών εννοιών. Ωστόσο, η ποικιλία αυτών των εννοιών τελικά επιτρέπει στον καθένα να οικοδομήσει τις μαθηματικές έννοιες. Μ' αυτό τον τρόπο οι νηπιαγωγοί απενοχοποιούν κάθε κοινωνική τάξη και επιτρέπουν στα μαθηματικά τον χαρακτηρισμό των κοινωνικά ουδέτερων.

Βιβλιογραφία

- Beswick, K., “Changes in Preservice Teachers’ Attitudes and Beliefs: The Net Impact of Two Mathematics Education Units and Intervening Experiences”, *School Science and Mathematics* Volume 106(1), January 2006
- Boz, N. (2008), “Turkish Pre-Service Mathematics Teachers’ Beliefs about Mathematics Teaching”, *Australian Journal of Teacher Education*, Vol. 33, No. 5, 66-80
- Edley, N., “Unravelling Social Constructionism” *Theory & Psychology*, Sage Publications, vol. 11(3): 433-441 10959-3543(2001.06)
- Ernest, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education. Studies in Mathematics Education*, Bristol, Falmer Press
- Ernest, P. (1989a) “The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics”, in P. Ernest (ed.) *Mathematics Teaching: The Stage of the Art*, London, Falmer Press, 249-254
- Gomez-Chacon, I. M., “Affective influence in the knowledge of Mathematics” *Educational Studies in Mathematics*, 43: 149–168, 2000.
- Gorgorió, N. & Abreu. G. de (2009) “Social representations as mediators of practice in mathematics classrooms with immigrant students”, *Educ Stud Math*, 72: 61-76
- Handal, B. (2003) “Teachers’ Mathematical Beliefs: A Review”, *The Mathematics Educator*, Vol. 13, No. 2, 47-57
- Joon Sun Lee, “Early childhood teachers’ misconceptions about mathematics education for young children in the United States”, *Australasian Journal of Early Childhood* – Volume 34, No 4, December 2009, pp. 37–45.
- Kress, G., (2003) “Γλωσσικές Διαδικασίες σε Κοινωνιοπολιτισμική Πρακτική”, Αθήνα, Σαββάλας
- Phillips, L. & Jorgensen W. M. (2009), “Ανάλυση Λόγου – Θεωρία και Μέθοδος”, Αθήνα, Παπαζήσης

- Machado, R. & Cesar, M. (2008) "Broccoli and Mathematics: Students' Social Representations about Mathematics", 5th International Conference on Mathematics Education and Society, Albufeira, Portugal.
- Pepin, B., "Epistemologies, Beliefs and Conceptions of Mathematics Teaching and Learning: the Theory, and What is Manifested in Mathematics Teachers' Work in England, France and Germany", TNTEE Lisbon Conference, May 1999
- Zacharos, K., Koliopoulos, D., Dokimaki, M. & Kassoumi, H., "Views of Prospective early childhood education teachers, towards mathematics and its instruction", *European Journal of Teacher Education*, Vol. 30, No. 3, August 2007, pp. 305-318.
- Wetherell, M. (2005) (eds.) "Ταυτότητες, Ομάδες και Κοινωνικά Ζητήματα" Αθήνα, Μεταίχμιο
- Δοξιάδης Κύρκος (2008), "Ανάλυση Λόγου - Κοινωνιο-φιλοσοφική θεμελίωση", Αθήνα, Πλέθρον
- Κατερέλος, Δ. Γιάννης (2003) (ed.) "Δυναμική των Κοινωνικών Αναπαραστάσεων", Αθήνα, Οδυσσέας
- Παπαστάμου, Στ. & Μαντόγλου, Α. (1995) (eds.) "Σύγχρονες Έρευνες στην Κοινωνική Ψυχολογία", Αθήνα, Οδυσσέας

email: pstelcm@otenet.gr

ΣΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΦΥΛΟ

Ιωάννα Φώκου

Πανεπιστήμιο Αθηνών

Γιάννα Κατσιαμπούρα

*Ινστιτούτο Ιστορικών Ερευνών/
Εθνικό Ίδρυμα Ερευνών*

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Παρά τη διαρκή παρουσία των γυναικών στο χώρο των επιστημών (σύμφωνα με τη σύγχρονη έρευνα στην ιστορία των επιστημών, την ανθρωπολογία, την αρχαιολογία, τη μυθολογία ή την ηθογραφία) ακόμα σήμερα, ο λόγος για γυναίκες επιστήμονες περιέχει ελάχιστα εμβληματικά γυναικεία ονόματα (από την Υπατία έως τη Μαρί Κιουρί) ενώ η πλειονότητα των γυναικών επιστημόνων παραμένει αποκλεισμένη από τα εγχειρίδια. Κατά τη Londa Schiebinger το ερώτημα “Γιατί υπάρχουν τόσο λίγες γυναίκες επιστήμονες;” είναι τελικά διαχρονικό, καθώς ενώ από παλιά έχει τεθεί από ιστορικούς, φιλοσόφους και επιστήμονες, η σημερινή κατάσταση δεν φαίνεται να διαφέρει σημαντικά από το παρελθόν. Σε αυτό το πλαίσιο, το ζήτημα φύλο και μαθηματικά εξακολουθεί να χρήζει διερεύνησης, εκκινώντας από τις ανισότητες σε βάρος των γυναικών όσον αφορά τη συμμετοχή τους τόσο σε πανεπιστημιακό όσο και εργασιακό επίπεδο στους τομείς που συνδέονται με τα μαθηματικά.

Σε αυτή την εργασία, θα μελετήσουμε το ζήτημα της επίδρασης της εκπαίδευσης στη διαμόρφωση στάσεων και αντιλήψεων εξετάζοντάς τη από τρεις αλληλοσυνδεόμενες και αλληλοεξαρτώμενες πλευρές: α) τα αναλυτικά προγράμματα, β) τα σχολικά εγχειρίδια και γ) τους εκπαιδευτικούς.

Παρά τη διαρκή παρουσία των γυναικών στο χώρο των επιστημών (σύμφωνα με τη σύγχρονη έρευνα στην ιστορία των επιστημών, την ανθρωπολογία, την αρχαιολογία, τη μυθολογία ή την ηθογραφία), ακόμα σήμερα ο λόγος για γυναίκες επιστήμονες περιέχει ελάχιστα εμβληματικά γυναικεία ονόματα (από την Υπατία έως τη Μαρί Κιουρί) ενώ η πλειονότητα των γυναικών επιστημόνων παραμένει αποκλεισμένη από τα εγχειρίδια.

Το ερώτημα λοιπόν “Γιατί υπάρχουν τόσο λίγες γυναίκες επιστήμονες;” είναι τελικά διαχρονικό, καθώς ενώ από παλιά έχει τεθεί από ιστορικούς, φιλοσόφους και επιστήμονες, η σημερινή κατάσταση δεν φαίνεται να διαφέρει σημαντικά από το παρελθόν.¹⁰

Σε αυτό το πλαίσιο, το ζήτημα φύλο και μαθηματικά εξακολουθεί να χρήζει διερεύνησης, εκκινώντας από τις ανισότητες σε βάρος των γυναικών όσον αφορά τη συμμετοχή τους τόσο σε ακαδημαϊκό όσο και εργασιακό επίπεδο στους τομείς που συνδέονται με τα μαθηματικά.

Έτσι το κεντρικό ερώτημα *‘Μπορούν οι γυναίκες να κάνουν μαθηματικά;’* το οποίο συνηθίζεται να επικεντρώνεται στην ασύμβατη σχέση του *‘θηλυκού νου’* και της *‘λογικής’* αρχίζει να αποτελεί πεδίο προβληματισμού¹¹. Είναι χρήσιμο να ερευνηθεί η κοινωνική οργάνωση και κουλτούρα των μαθηματικών επιστημών, πώς διαμορφώνεται η νεότερη επιστήμη για να κατανοηθούν οι ιδεολογικοί μηχανισμοί αποκλεισμού που αναπτύσσονται σε αυτήν. Οπότε μπορεί να ερμηνευτεί πληρέστερα το γεγονός γιατί υπήρξαν και υπάρχουν τόσο λίγες γυναίκες επιστήμονες¹².

Μέσα από αυτές τις διαφορετικές προσεγγίσεις και τις διαφορετικές μεθόδους, η έρευνα των σπουδών φύλου ανανεώνεται και παρέχει νέα ερευνητικά πεδία. Ωστόσο, στο ζήτημα των έμφυλων προσδιορισμών στον τομέα των επιστημών οι επεξεργασίες ελλείπουν. Ο χώρος των επιστημών, είτε όσον αφορά είτε την έρευνα, είτε τη διδασκαλία, συγκεντρώνει ελάχιστο ενδιαφέρον μέχρι στιγμής στην Ελλάδα – κι όχι μόνο. Δεν παύει ωστόσο να αποτελεί, ως ένας από τους

¹⁰ Rossi 1965: 1196-1202

¹¹ Χρονάκη 2009: 11-12

¹². Κατσιαμπούρα 2009: 65-72

περισσότερο έμφυλα προσδιοριζόμενους χώρους, ένα από τα προνομιακά πεδία μελέτης των έμφυλων διαφορών.

Η ανάδειξη και η μελέτη των έμφυλων διακρίσεων στο χώρο αυτό δεν στοχεύει απλώς σε μια μεγαλύτερη «γυναικεία» συμμετοχή αλλά και στην επαναδιαπραγμάτευση του χαρακτήρα της ίδιας της επιστήμης και των θεσμικών αποτυπώσεών της¹³.

Έρευνες των τελευταίων δεκαετιών έχουν δείξει ότι τα αγόρια και τα κορίτσια παρουσιάζουν διαφορετικά ενδιαφέροντα και συμπεριφορά όσον αφορά τα μαθηματικά, τους μαθηματικούς και τις καριέρες που έχουν να κάνουν με τα μαθηματικά¹⁴. Παρόλο που τα κορίτσια παρουσιάζουν αυξημένη συμμετοχή και εξαιρετικά αποτελέσματα στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης, αυτή η συγκέντρωση παρουσιάζεται στις σχολές θεωρητικής κατεύθυνσης με μικρή συμμετοχή σε σχολές όπως η μαθηματική ή το πολυτεχνείο ή άλλες στις οποίες τα μαθηματικά αποτελούν μάθημα σπουδαίας βαρύτητας. Αυτό μοιραία οδηγεί και στην υποεκπροσώπηση του γυναικείου φύλου σε επαγγέλματα που στηρίζονται σε τέτοιες σχολές. Οικογενειακοί και κοινωνικοί παράγοντες βοηθούν σε αυτή την απομάκρυνση των κοριτσιών από τα μαθηματικά.

Σε άρρηκτη σύνδεση με τα παραπάνω είναι η κατά φύλο κατανομή των εκπαιδευτικών στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης. Επίσης το φύλο καθορίζει την κατανομή των τάξεων στο δημοτικό και την κατανομή των καθηγητών στις διάφορες ειδικότητες στο γυμνάσιο και το λύκειο¹⁵. Οι στάσεις και οι αντιλήψεις, επίσης, των εκπαιδευτικών συντηρούν ή όχι την κατασκευή στερεοτύπων, μεταξύ άλλων, και σε σχέση με το φύλο και τα μαθηματικά όπως θα δούμε εκτενώς στη συνέχεια.

Δεδομένου ότι η σχέση των φύλων με τα μαθηματικά δεν οφείλεται σε γνωστικές και μαθησιακές δεξιότητες, αλλά εντάσσεται στην κοινωνική κατανομή των έμφυλων ρόλων, η παρούσα εργασία θα ασχοληθεί με τους παράγοντες που απομακρύνουν τα κορίτσια από τα

¹³ Katsiampoura-Vogt 2012: 9-10

¹⁴ Jones 2000: 180-192

¹⁵ Ντρενογιάννη 2007: 10-19

μαθηματικά. Θα εστιάσει στο φύλο και μαθηματικά, θα ασχοληθεί με τους οικογενειακούς και κοινωνικούς παράγοντες που απομακρύνουν τα κορίτσια από τα μαθηματικά. Θα αναλύσει πώς το σχολείο (αναλυτικό πρόγραμμα, σχολικά εγχειρίδια, διδακτικό προσωπικό) βοηθάει στη διαιώνιση ή μη αυτής της κατάστασης. Όσον αφορά στους εκπαιδευτικούς θα ασχοληθεί με τις στάσεις και τις πρακτικές τους στη διδασκαλία τους σε σχέση με το φύλο. Σε επαγγελματικό επίπεδο, δεδομένων των προηγούμενων στερεοτύπων που αναπαράγονται, η κατά φύλο κατανομή των εκπαιδευτικών στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης είναι κατά πολύ διαφορετική. Επίσης έμφυλη εμφανίζεται η κατανομή των τάξεων στο δημοτικό και η κατανομή των καθηγητών στις διάφορες ειδικότητες στο γυμνάσιο και το λύκειο όσο και οι στάσεις τους στο θέμα της εργασίας τους και την εξέλιξή τους στην ιεραρχία σε διευθυντικές θέσεις, πάλι σε σχέση με το φύλο.

Στην παρούσα εργασία ερευνώνται οι προαναφερθείσες πτυχές του θέματος βιβλιογραφικά. Η βιβλιογραφία είναι επί το πλείστον ξενόγλωσση, διότι η έρευνα στην Ελλάδα πάνω σε αυτόν τον τομέα δεν είναι ακόμη τόσο διευρυμένη όσο σε άλλες χώρες.

ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ ΦΥΛΟΥ

Οι κύριοι παράγοντες διαμόρφωσης ταυτότητας φύλου είναι: α) η οικογένεια και ο παραδοσιακά διαφοροποιημένος τρόπος ανατροφής των παιδιών ανάλογα με το φύλο τους από την πολύ μικρή τους ηλικία, β) οι συνομήλικοι με τις επιλογές τους στις παρέες, στα παιχνίδια και στις προτιμήσεις τους στα μαθήματα του σχολείου, γ) η κυρίαρχη ιδεολογία όπως προβάλλεται από τα ΜΜΕ (η διαφήμιση- οι ταινίες-οι τηλεοπτικές σειρές), τα παιδικά έντυπα και το Διαδίκτυο (τα διαδραστικά διαδικτυακά παιχνίδια).

Οικογένεια

Η πρώτη ερώτηση όλων για ένα νεογέννητο είναι πάντα η ίδια: «είναι αγόρι ή κορίτσι;». Αυτή η ερώτηση έχει τεράστια σημασία, επειδή η

απάντηση περιλαμβάνει όχι μόνο το φύλο του παιδιού, αλλά την πιθανή κατεύθυνση της ζωής του¹⁶.

Παραδοσιακά, σύντομα μετά τη γέννηση του παιδιού, τα μέλη της οικογένειας καλωσορίζουν τα βρέφη στο «ροζ κόσμο» για τα κορίτσια ή στο «γαλάζιο κόσμο» για τα αγόρια. Οι ίδιοι οι γονείς ακόμα στέλνουν μηνύματα για το φύλο στα μωρά με τον τρόπο που τα αντιμετωπίζουν¹⁷. Το σύστημα αξιών στο πλαίσιο της οικογένειας αναπτύσσει στο παιδί από μικρή ηλικία κοινωνικά στερεότυπα, τα οποία είναι απόλυτα συνδεδεμένα με το φύλο του. Ο διαφορετικός τρόπος που χρησιμοποιούν οι γονείς όταν τους απευθύνουν το λόγο, τα παιχνίδια που επιλέγουν¹⁸ για να παίζουν τα παιδιά τους, άλλα για αγόρια, άλλα για κορίτσια. Για τα κορίτσια έχουμε τη γνωστή κούκλα 'μπάρμπι' σε όλες τις εκφάνσεις της. Πριγκίπισσα, χορεύτρια, τραγουδίστρια, γοργόνα,... ή κούκλες νεραϊδούλες, κουζινικά, κούκλες μωράκια που χρειάζονται τάισμα, αλλαγμα, ταξτάρισμα... κ.ά. που προετοιμάζουν τα κορίτσια από μικρά για το μελλοντικό τους κοινωνικό ρόλο. Για τα αγόρια τα παιχνίδια είναι μπάλες, αυτοκινητάκια, ρομπότ, κούκλες πολεμιστών, όπλα, ξίφη... κ.ά. που προετοιμάζουν τα αγόρια από μικρά για το μελλοντικό τους ρόλο.

Το ίδιο ισχύει και για τα παραμύθια ή τα βιβλία που οι γονείς ή οι νονοί επιλέγουν για τα μικρά κορίτσια. Οι συνήθεις επιλογές είναι ιστορίες πανέμορφων πριγκιπισσών, που μια κακιά μάγισσα τις έχει μαγέψει και εμφανίζονται οι όμορφοι και δυνατοί άντρες πρίγκιπες τις σώζουν από τις δυσκολίες και τις παντρεύονται. Έτσι τα κορίτσια διαπαιδαγωγούνται ώστε να δίνουν προτεραιότητα στο ρόλο της μητέρας νοικοκυράς και να θεωρούν λιγότερο σημαντικό το ρόλο της δυναμικής εργαζόμενης μητέρας.

Αντίστοιχα τα παραμύθια ή τα βιβλία που επιλέγονται για τα αγόρια, συνήθως είναι βιβλία περιπέτειας ή με άτακτα και ζωηρά αγόρια που κάνουν σκανταλιές ή ήρωες φανταστικοί που σκοτώνουν δράκους ή βιβλία με τον Ηρακλή, το Θησέα, τον Οδυσσέα ή άλλους ήρωες.¹⁹ Το

¹⁶ Bem 1993: 60-62

¹⁷ Bernard 1981: 102-104

⁹ Κατσιαμπούρα 2008: 157

¹⁹ Tavis 2001: 97-99

μήνυμα είναι ξεκάθαρο: ο κόσμος των θηλυκών περιστρέφεται γύρω από τη συνεργασία και το συναίσθημα, ενώ ο κόσμος των αρσενικών περιστρέφεται γύρω από τη δράση, την ανεξαρτησία και τον ανταγωνισμό.

Αυτή η διαφορετική αντιμετώπιση από την πλευρά των γονέων συνεχίζεται και όταν τα παιδιά τους ξεκινούν το σχολείο. Περιμένουν από τα αγόρια να έχουν καλύτερες επιδόσεις στα πρακτικά μαθήματα, ενώ από τα κορίτσια στα θεωρητικά. Οι απόψεις αυτές των γονιών που περνούν στα παιδιά τους μέσα από την καθημερινή τους αλληλεπίδραση καταδεικνύεται στο βιβλίο *Γυναίκες και Μαθηματική Μαγεία*²⁰ όπου οι συγγραφείς του βιβλίου επισημαίνουν τα παρακάτω:

- α) Οι γονείς έχουν μικρότερες προσδοκίες για την εκπαίδευση των κοριτσιών τους, από αυτή των αγοριών.
- β) Οι γονείς δείχνουν μεγαλύτερη ανοχή στη χαμηλή επίδοση των κοριτσιών παρά των αγοριών στα μαθηματικά.
- γ) Οι γονείς θεωρούν ότι η καριέρα στα μαθηματικά και στις θετικές επιστήμες γενικότερα ταιριάζει περισσότερο στα αγόρια παρά στα κορίτσια.
- δ) Ο πατέρας παρά η μητέρα βοηθάει συχνότερα τα παιδιά στην εργασία τους στα μαθηματικά στο σπίτι.
- ε) Πίσω από τις γυναίκες μαθηματικούς-φυσικούς διακρίνουμε την υποστήριξη των γονιών ή της οικογένειας γενικότερα».

Συνομήλικοι

Περίπου στην ηλικία που ξεκινούν το σχολείο, τα παιδιά συναναστρέφονται άλλα παιδιά και κάνουν φιλίες με συνομήλικους. Έρευνες έχουν δείξει ότι τα παιδιά τείνουν να δημιουργούν φιλίες με άτομα του ίδιου φύλου²¹. Η Janet Lever, μετά από παρατηρήσεις παιδιών την ώρα του παιχνιδιού, συμπέρανε ότι τα αγόρια προτιμούν να παίζουν με άλλα αγόρια ομαδικά παιχνίδια με σύνθετους όρους

²⁰ Fox 1980: 164-178

²¹ Martin 2001: 314-315

και ξεκάθαρους στόχους, όπως το να βάλουν γκολ ή να τερματίσουν πρώτοι. Τέτοια παιχνίδια έχουν συχνά κερδισμένους και χαμένους, ενθαρρύνοντας την επιθετικότητα και τον έλεγχο που θεωρούνται αντρικά χαρακτηριστικά. Τα κορίτσια επίσης παίζουν ομαδικά παιχνίδια. Όμως προτιμούν και σκοινάκι, λάστιχο ή τραγουδούν, χορεύουν ή απλά κάθονται και μιλούν. Αυτές οι δραστηριότητες έχουν απλούς κανόνες και σπάνια η νίκη είναι ο στόχος. Μέσω αυτών των δραστηριοτήτων τα κορίτσια μαθαίνουν να είναι ευαίσθητα, χαριτωμένα, όχι διεκδικητικά, χωρίς ανταγωνιστική διάθεση. Αυτή η συναναστροφή με το ίδιο φύλο ενθαρρύνει τα αλληλεπιδραστικά στοιχεία όπως η επικοινωνία και η συνεργασία, που θεωρούνται οι βάσεις για το μελλοντικό ρόλο των κοριτσιών ως σύζυγοι και μητέρες²².

Το ίδιο συμβαίνει και όταν τα παιδιά αρχίζουν να πηγαίνουν σχολείο. Οι επιλογές τους στο ποια μαθήματα τους αρέσουν ή όχι, θεωρητικά ή πρακτικά έχει να κάνει τόσο με τις δραστηριότητες που έχουν εκτός σχολείου όσο και με την αποδοχή ή όχι από τους φίλους τους²³. Τα αγόρια, εκτός σχολείου, καταπιάνονται με διάφορα εργαλεία και αντικείμενα, ηλεκτρικά παιχνίδια, μπαταρίες, μικροσκόπια... κ.ά. Τα κορίτσια, εκτός σχολείου, παίζουν με κούκλες, παριστάνουν τις μαμάδες, βάζονται με τα καλλυντικά της μητέρας τους ή φορούν τα κοσμήματά τους, κεντούν... κ.ά.

Επίσης όταν συνομήλικοι συζητούν μεταξύ τους για τα μαθήματα, έρευνες έχουν δείξει ότι τα κορίτσια που ασχολούνται με τα μαθηματικά ή διάλεξαν τα μαθηματικά ως καριέρα επηρεάστηκαν θετικά από ασχολίες σχετικές με τις επιστήμες από κάποιον αγαπημένο στο σπίτι ή από την αποδοχή ή όχι των φιλενάδων τους²⁴.

Αυτό γιατί τα μαθηματικά θεωρούνται και από τα αγόρια και από τα κορίτσια ως ένα αντρικό πεδίο. Οι μαθηματικές ικανότητες αποτελούν πρωταρχική προϋπόθεση των επαγγελματικών φιλοδοξιών των αγοριών κυρίως²⁵. Με αυτόν τον τρόπο οι πιέσεις, ενσυνείδητες ή μη,

²² Lever 1978: 471-483

²³ Jones 2000: 180-190

²⁴ Στο ίδιο.

²⁵ Tiedemann 2002: 49-62

στρέφονται και στις κυρίαρχες αντιλήψεις για τα μαθηματικά που έχουν υιοθετηθεί από τους συνομηλίκους²⁶.

Διαφήμιση- Ταινίες-Τηλεοπτικές σειρές - Διαδραστικά διαδικτυακά παιχνίδια

Αγόρια και κορίτσια, από πολύ μικρή ηλικία υπόκεινται σε ένα συνεχή βομβαρδισμό μηνυμάτων άμεσων ή έμμεσων, φανερών ή κρυφών μέσα από την τηλεόραση (διαφημίσεις, ταινίες, τηλεοπτικές σειρές), μέσα από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή, τα οποία ενισχύουν τα κοινωνικά στερεότυπα και υποθάλπουν την εικόνα που κάθε φύλο σχηματίζει για τον εαυτό του.

Στις ταινίες, οι επιστήμονες ή οι ειδικοί των υπολογιστών είναι συνήθως άντρες ή πολύ σπάνια σέξυ και όχι ρεαλιστικής ομορφιάς γυναίκες. Τα computer games είναι τυπικά σχεδιασμένα για αγόρια και άντρες και απευθύνονται σε αυτούς. Αν υπάρχει γυναίκα θα έχει αντρικά χαρακτηριστικά στη συμπεριφορά τύπου Lara Croft . Στις τηλεοπτικές σειρές τύπου big bang theory, με μεγάλη τηλεθέαση και στις ΗΠΑ και στις άλλες χώρες που προβάλλεται, που έχει θέμα τις ζωές και πρακτικές κάποιων νεαρών επιστημόνων, αυτοί εμφανίζονται ως ευφυείς μεν, αντικοινωνικοί δε, χωρίς επιτυχίες στο άλλο φύλο, οι δε γυναίκες που εμφανίζονται στη σειρά, η πρωταγωνίστρια είναι ξανθιά που έχει τελειώσει απλώς ένα λύκειο και δεν τους καταλαβαίνει, ενώ όσες είναι συναδέλφισσες επιστήμονες δεν είναι όμορφες και επίσης αντιμετωπίζουν προβλήματα με το άλλο φύλο. Τα στερεότυπα είναι προφανή.

Για παράδειγμα, με μία πολύ επιτυχημένη, από άποψη τηλεθέασης ελληνική σειρά , η οποία παρόλο που έχει ολοκληρώσει τον κύκλο της ακόμη προβάλλεται σε επανάληψη κάθε μεσημέρι, που θεωρείται οικογενειακή, οπότε την παρακολουθούν μικροί και μεγάλοι βρίθει στερεοτύπων.

Ορισμένα από αυτά είναι: Οι δύο εκπαιδευτικοί που παρουσιάζονται να διδάσκουν τους μαθητές του χωριού είναι γυναίκες. Η πρώτη ακολουθεί το στερεότυπο της ανύπαντρης γεροντοκόρης που επιθυμεί

²⁶ Κοταρίνου 2004: 29

διακαώς να παντρευτεί, αλλά δεν την παντρεύονται λόγω της εμφάνισής της (όχι ιδιαίτερα όμορφη, παλαιομοδίτικο ντύσιμο, το μαλλί κότσος, γυαλιά μυωπίας) και τελικά μετά από μία ακόμη απόρριψη τρελαίνεται και την κλείνουν σε ίδρυμα. Η δεύτερη παρουσιάζεται ανύπαντρη επίσης, αλκοολική με τάσεις παιδεραστίας. Και τα στερεότυπα συνεχίζονται. Ο ρόλος των γυναικών στο σήριαλ, είναι να παντρεύονται, να γίνονται μητέρες, να μη σπουδάζουν, να μην εργάζονται, και, αν εργάζονται, βοηθούν τους συζύγους τους στις εργασίες τους.

Αυτή η σειρά προβάλλεται τα τελευταία χρόνια ανελλιπώς κάθε μεσημέρι. Όταν ολοκληρώνεται, το κανάλι που την προβάλλει την ξαναρχίζει από το πρώτο επεισόδιο και είναι από πολλά παραδείγματα φορέας αναπαραγωγής στερεοτύπων.

Η εικόνα επίσης της γυναίκας που δεν ξέρει να χρησιμοποιήσει τις εφαρμογές ενός υπολογιστή ή ενός smartphone ή iphone, η εικόνα μιας γυναίκας με άγνοια που επιβάλλεται η παρουσία του άντρα για να τη βοηθήσει, είναι τυπική στις διαφημίσεις.

Ο Weinstein²⁷ σε μελέτες του συμπέρανε ότι η κατασκευή του ρόλου του φύλου όπως εμφανίζεται στις διαφημίσεις, ενισχύει το στερεότυπο ότι οι άντρες κρατούν τον κυριαρχικό, δυναμικό ρόλο στην κοινωνία. Διαχωρίζεται και η χρήση της τεχνολογίας για τα δύο φύλα. Ο υπολογιστής και οι εφαρμογές του είναι ένα εργαλείο που επαυξάνει τη δύναμη των αντρών, ενώ για τις γυναίκες είναι ένα μηχανήμα που κατέχει τις ικανότητες που τους λείπουν. Το μήνυμα των διαφημίσεων αυτών είναι ότι οι γυναίκες είναι αδύναμες στο πνεύμα και δε γνωρίζουν το τεχνολογικό «know-how». Ο τρόπος απεικόνισης των γυναικών στη διαφήμιση περιθωριοποιεί ακόμη περισσότερο τις γυναίκες από την τεχνολογία. Ακόμη κι όταν στις ίδιες τις γυναίκες απευθύνεται η διαφήμιση, πάλι δεν τις δείχνει να τη χρησιμοποιούν.

Αυτές οι εικόνες που «καταβροχθίζουν» τα παιδιά από τις ώρες που περνούν στην τηλεόραση ή το διαδίκτυο παγιώνουν και αποκρυσταλλώνουν με τα χρόνια την εικόνα που «χτίζει» κάθε φύλο για τον εαυτό του και απομακρύνει τα κορίτσια από τα μαθηματικά,

²⁷ Weinstein 1998: 90-98

εφόσον για τη λειτουργία των τεχνολογικών επιτευγμάτων απαιτούνται τόσο γνώσεις όσο και εφαρμογές μαθηματικών.

Τα κοινωνικά στερεότυπα, λοιπόν, στα οποία όλοι εντρυφούν από την παιδική ηλικία, αποτελούν και αυτά τροχοπέδη στην ενασχόληση των γυναικών με τα μαθηματικά, τις θετικές επιστήμες και την τεχνολογία²⁸.

ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ - ΣΧΟΛΕΙΟ

Το σχολείο ως θεσμός κοινωνικός βοηθάει στη διαμόρφωση στάσεων και αξιών των μαθητών και επηρεάζει, ως ένα βαθμό, την αυτό-εικόνα των μαθητών και τις επιλογές τους στους τομείς των σπουδών και του επαγγελματικού προσανατολισμού. Δηλαδή επηρεάζει την επιλογή του κοινωνικού τους ρόλου ως ενεργοί πολίτες στην κοινωνία. Όταν η συζήτηση στρέφεται γύρω από τις επιδόσεις των κοριτσιών στα μαθηματικά και γιατί τα θεωρεί ανδροκρατούμενο κλάδο είτε σε επίπεδο σπουδών είτε σε επίπεδο επαγγέλματος οφείλουμε να δούμε τι συμβαίνει στο σχολείο όσον αφορά το φύλο και τα μαθηματικά. Για πληρέστερη εικόνα θα μελετήσουμε το ζήτημα εξετάζοντάς το από τρεις αλληλοσυνδεόμενες και αλληλοεξαρτώμενες συνιστώσες: α) τα αναλυτικά προγράμματα, β) τα σχολικά εγχειρίδια και γ) τους εκπαιδευτικούς.

Αναλυτικά προγράμματα

Σύμφωνα με τα αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών και το διαθεματικό ενιαίο πλαίσιο προγραμμάτων σπουδών στη διδασκαλία των μαθηματικών²⁹ στο δημοτικό σχολείο, μερικές από τις βασικότερες αρχές στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι:

- ενεργοποίηση και κινητοποίηση του ενδιαφέροντος όλων των μαθητών οδηγούν σε αποτελεσματικότερη μάθηση³⁰
- εμπλοκή όλων των μαθητών σε μαθηματικές δραστηριότητες με ενεργητικό και βιωματικό τρόπο³¹

²⁸ Fokou 2012: 94-101

²⁹ ΥΠΕΠΘ 2005: 51-54

³⁰ Λεμονίδης 2006: 20-22

³¹ Van de Valle 2007: 48

- ξεκίνημα διδασκαλίας από την παραδοχή ότι *όλα* τα παιδιά είναι ικανά να μάθουν μαθηματικά ανεξάρτητα από το κοινωνικό- πολιτιστικό τους υπόβαθρο και τις προσωπικές τους ιδιαιτερότητες³²
- απαιτείται αναστοχασμός στη διδακτική διαδικασία, ανατροφοδότηση και μεταγνώση (γνώση για το τι έχει διδαχθεί μέχρι τώρα) για τη συνέχεια και την υποστήριξη της διδασκαλίας³³ για *κάθε μαθητή και μαθήτρια*
- δημιουργία θετικής στάσης *κάθε μαθητή* απέναντι στα μαθηματικά³⁴

Άλλωστε το νέο σχολείο θεωρητικά προσβύει το δόγμα «*κανένας μαθητής απ' έξω*»³⁵. Όπως αναφέρεται και στην Unesco (1996), «για να υπάρχουν στην τάξη πρέπει να σε έχουν αναγνωρίσει *ως άτομο*. Για να γίνει αυτό, ο εκπαιδευτικός πρέπει να ακούει και να *σέβεται τους μαθητές*». Στο νέο σχολείο στην ταξινόμια των στόχων τίθενται οι στόχοι των τεσσάρων επιπέδων της Unesco (1996). Αυτά τα τέσσερα επίπεδα είναι:

A) να μάθουμε πώς να μαθαίνουμε (μαθαίνω πώς να αποκτώ τη γνώση, συνδυάζοντας ικανοποιητικά μια πλατιά γενική παιδεία με τη δυνατότητα εμβάθυνσης σε ορισμένα θέματα και μαθαίνω πώς να μαθαίνω για να μπορώ να επωφεληθώ από τις ευκαιρίες, που η εκπαίδευση προσφέρει σε όλη τη διάρκεια της ζωής).

B) να μάθουμε πώς να ενεργούμε (απόκτηση δεξιοτήτων που να καθιστούν τους ανθρώπους ικανούς να αντιμετωπίζουν μια ποικιλία καταστάσεων και να εργάζονται ομαδικά, συμμετοχή σε προγράμματα εργασιακής εμπειρίας ή κοινωνικής εργασίας και εναλλαγή των σπουδών με την εργασία).

³² στο ίδιο, σ. 35

³³ Bishop 2008: 81-83

³⁴ Κολέζα 2009: 196-197

³⁵ Μείζον πρόγραμμα 2011: 1-4

Γ) να μάθουμε πώς να συμβιώνουμε με τους άλλους (ικανότητα κατανόησης των άλλων, σεβασμός της ιστορίας, των παραδόσεων, των πνευματικών αξιών, αναγνώριση της αλληλεξάρτησής μας από τους άλλους και από κοινού ανάλυση των κινδύνων και προκλήσεων του μέλλοντος).

Δ) να μάθουμε πώς να υπάρχουμε (πνευματική ανεξαρτησία και κριτική ικανότητα εναρμονισμένη με μια ισχυρή αίσθηση προσωπικής ευθύνης για επίτευξη των κοινών στόχων)³⁶.

Από τα παραπάνω, φαίνεται ότι υπάρχει κατεύθυνση στην εκπαίδευση να ενσωματωθεί το θέμα της ισότητας των δύο φύλων, άρα και να αντιμετωπίζονται το ίδιο τα αγόρια και τα κορίτσια³⁷. Αυτό όμως είναι αναληθές, επειδή το σχολείο αποτελεί ένα φορέα στον οποίο βρίσκονται και αναπαράγονται έμφυλες διακρίσεις. Η αναπαραγωγή των κοινωνικών νορμών και πεποιθήσεων της κοινωνικής πραγματικότητας συντελείται μέσω του λεγόμενου «παραπρογράμματος» ή «κρυφού αναλυτικού προγράμματος» (hidden curriculum). Το κρυφό αναλυτικό πρόγραμμα δρα παράλληλα με το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα³⁸. Σε αντίθεση με το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα, το παραπρόγραμμα δε σχεδιάζεται και αυτό κάνει την επιρροή του πιο δυνατή, καθώς τόσο οι εκπαιδευτικοί όσο και ο μαθητικός πληθυσμός το αγνοούν και με αυτό τον τρόπο συμμετέχουν στη μεταφορά των ιδεών και των απόψεων μέσω της καθημερινότητας του σχολείου³⁹. Το κρυφό αναλυτικό πρόγραμμα αναφέρεται στον τρόπο που μεταφέρονται αξίες, νόρμες, στερεότυπα, πεποιθήσεις στους μαθητές και στις μαθήτριες μέσω του σχολείου⁴⁰. Ταυτόχρονα το παραπρόγραμμα αναδεικνύει τα έμφυλα στερεότυπα μέσω των σχολικών εγχειριδίων και μέσω του τρόπου με τον οποίο οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν και εκτελούν τη διδασκαλία τους⁴¹. Τα δύο τελευταία αναφέρονται αμέσως παρακάτω:

³⁶ Unesco 2002

³⁷ ΚΕΘΙ, Καλεράντε 2008:31-32

³⁸ ΚΕΘΙ, Κανταράκη 2008: 13

³⁹ Ντρενογιάννη 2007: 422-423

⁴⁰ ΚΕΘΙ 2008: 12-13

⁴¹ Σαββίδου 1996: 35-46

Σχολικά εγχειρίδια

Τα σχολικά εγχειρίδια από το δημοτικό ακόμη συνειδητά ή ασυνειδητά παίζουν το ρόλο τους στη διαμόρφωση στάσεων των κοριτσιών και των αγοριών⁴².

Πολλές έρευνες διεθνείς και μη, έχουν εκπονηθεί ανά τα χρόνια πάνω στα βιβλία των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου. Ενδεικτικά αναφέρονται οι κάτωθι με χρονολογική σειρά για να καταδειχθεί αν με το πέρασμα των χρόνων υπάρχουν διαφορές:

- Ο Federbush ⁴³το 1974, μετά από μελέτη των βιβλίων των μαθηματικών κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι μόνοι επαγγελματικοί ρόλοι που ταίριαζαν στα κορίτσια, μέσα από τα προβλήματα των βιβλίων, ήταν δασκάλα, μάγισσα και βασίλισσα.
- Οι Weitzman και Rizzo ⁴⁴το 1974, ανακάλυψαν ότι τα μόνα προβλήματα των βιβλίων που τις ενέπλεκαν ήταν αυτά που είχαν να κάνουν με ψώνια, μαγειρική και φαγητά.
- Οι Kepner και Kohen⁴⁵ το 1977 μελέτησαν 24 βιβλία μαθηματικών. Σε αυτά ανακάλυψαν ότι οι γυναικεοί ρόλοι είναι παθητικοί και εξαρτημένοι, ενώ τα επαγγέλματα που εμφανίζονταν γυναίκες ήταν αυτά της δασκάλας και της νοσοκόμας.
- Ο Ματσαγγούρας⁴⁶ το 1982 μελετώντας τα βιβλία των μαθηματικών του δημοτικού βρήκε ότι ακόμη και στα βιβλία που γράφτηκαν από γυναίκες, οι γυναίκες είχαν υποδεέστερο ρόλο επαγγελματικά και αναφέρονταν λιγότερο από τους άντρες.
- Ο Abraham⁴⁷ το 1989 μελετώντας 3 βιβλία μαθηματικών, στα οποία απεικονίζονταν οι γυναίκες να ασχολούνται με τα ψώνια, τη μόδα, το μαγείρεμα, ενώ οι άντρες ασχολούνταν με σημαντικά επαγγέλματα.

⁴² Μυλωνά 1983: 105-107

⁴³ Federbush 1974: 178-184

⁴⁴ Weitzman: 1974: 197

⁴⁵ Kepner 1977: 379-385

⁴⁶ Ματσαγγούρας 1982-3: 81-86

⁴⁷ Abraham 1989: 33-51

- Η Walkerdine⁴⁸ το 1989 επίσης σε έρευνά της συμπέρανε ότι οι γυναίκες στα βιβλία ασχολούνται μόνο με οικιακά καθήκοντα.
- Ο Obura⁴⁹ το 1991 μελέτησε τα βιβλία μαθηματικών του δημοτικού στην Κένυα. Το συμπέρασμα ήταν ότι οι γυναίκες δεν υπήρχαν πουθενά μέσα στα βιβλία.
- Ο Parker⁵⁰ το 1999 μελέτησε ένα ευρείας χρήσεως σχολικό εγχειρίδιο το key stage 4. Από τα αποτελέσματά του φάνηκε ότι τα προβλήματα που αναφέρονται στις γυναίκες είναι ελάχιστα. Το μήνυμα που λαμβάνουν τα κορίτσια είναι ότι το βιβλίο αυτό δεν τις αφορά.
- Η Κανταριτζή ⁵¹ σε έρευνα στα βιβλία των μαθηματικών του δημοτικού μέχρι και το 2006, βρήκε ότι τα αντρικά επαγγέλματα καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα, όπως γλύπτης, σκηνοθέτης, έμπορος, γιατρός...κ. ά, ενώ οι γυναίκες ασκούν τα στερεοτυπικά γυναικεία επαγγέλματα, όπως δασκάλα, νοσοκόμα, δασκάλα μπαλέτου, παιδίατρος. Οι άντρες συνήθως εμφανίζονται σε ασχολίες εκτός σπιτιού, ενώ οι γυναίκες είναι οι μητέρες και οι νοικοκυρές. Όταν οι άντρες ασχολούνται με τα οικιακά, πρόκειται για επισκευή ή κατασκευή. Επίσης οι άντρες είναι οι αρχηγοί του σπιτιού και οι διαχειριστές των οικονομικών της οικογένειας. Τα αγόρια αποταμιεύουν, ενώ τα κορίτσια τα βάζουν στον κουμπαρά. Μέσα από τα βιβλία φαίνεται ακόμη ότι η οδήγηση είναι αντρική υπόθεση, τα αγόρια ασχολούνται με τον αθλητισμό, σκαρφαλώνουν στα δέντρα, ενώ τα κορίτσια ασχολούνται με το διάβασμα, τη ζωγραφική, το χορό και το κέντημα. Παρατηρείται ακόμη χρήση υποκοριστικών μόνο στα κορίτσια, ενώ όταν πρόκειται για ζευγάρι ονομάτων προτάσσεται πρώτα το αρσενικό και μετά το θηλυκό. Επίσης η χρήση μόνο αρσενικών αντωνυμιών για να υποδειχθεί ο κτήτορας στα βιβλία των μαθηματικών κυριαρχεί.

⁴⁸ Walkerdine 1989: 237-249

⁴⁹ Obura 1991: 23-24

⁵⁰ Parker 1999: 2-4

⁵¹ Κανταριτζή 2003: 132-140

- Μια άλλη έρευνα του Πολύζου⁵², το 2003, ασχολείται με τα επαγγέλματα που παρουσιάζονται στα βιβλία των μαθηματικών όλων των τάξεων του Δημοτικού. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων εντοπίστηκαν 219 αναφορές σε επαγγέλματα. Από αυτά 200 αφορούν άντρες, ενώ μόλις 19 γυναίκες. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι από τους 10 συγγραφείς των βιβλίων, μόνο μία είναι γυναίκα.

Όσον αφορά στα βιβλία των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου που χρησιμοποιούνται από το 2006 μέχρι και σήμερα έχουν γίνει κάποιες προσπάθειες ώστε το περιεχόμενο των βιβλίων να είναι άφυλο.

Αλλά και πάλι, από παρατηρήσεις στο βιβλίο και στα τετράδια εργασιών των μαθηματικών της Ε' δημοτικού⁵³, σχετικά με την εικονογράφηση τους: η οδήγηση είναι πάλι αντρική υπόθεση (οι οδηγοί λεωφορείων είναι πάντα άντρες), οι γιατροί ή οι τραπεζίτες ή οι επιστήμονες είναι πάντα άντρες, μόνο ένα αγοράκι εμφανίζεται χοντρό φορώντας μια XL (extra large) μπλούζα, ενώ όλα τα κορίτσια είναι αδύνατα, όταν εμφανίζει κορίτσι να γράφει ή να διαβάζει φοράει γυαλιά, ενώ τα αγόρια όχι. Συνήθως στην εκφώνηση προβλημάτων, αναφέρεται μόνο αντρικό όνομα ή όταν υπάρχουν δύο προτάσσεται πάλι πρώτα το αντρικό. Πάλι οι άντρες κάνουν ανάληψη χρημάτων ή κατασκευάζουν διάφορα με το γιο ή τον εγγονό τους, ενώ οι γυναίκες είναι μοδίστρες ή αναφέρονται σε προβλήματα που αφορούν ψώνια ή ρούχα ή κάποιο τηλεοπτικό πρόγραμμα. Παρόμοια η κατάσταση και στο βιβλίο της Δ' τάξης⁵⁴. Στα βιβλία της Α⁵⁵ και Γ⁵⁶ τάξεων υπάρχει στην αρχή του βιβλίου του μαθητή μια μικρή ιστορική αναφορά στην Υπατία, χωρίς αυτή η αναφορά ενός γυναικείου προτύπου στα μαθηματικά να συνεχίζεται σε μεγαλύτερες τάξεις, που οι μαθηματικές έννοιες γίνονται πιο απαιτητικές και τα παιδιά

⁵² Πολύζος 2003: 31-34

⁵³ Μαθηματικά Ε' δημοτικού: 2008

⁵⁴ Μαθηματικά Δ' δημοτικού: 2008

⁵⁵ Μαθηματικά Α' δημοτικού: 2008

⁵⁶ Μαθηματικά Γ' δημοτικού: 2008

αποκρυσταλλώνουν την άποψή τους θετική ή αρνητική για τα μαθηματικά.

Από τα παραπάνω καθίσταται σαφές ότι υπάρχουν στερεότυπα των φύλων στα βιβλία των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου. Σπάνια γυναίκες και άντρες αντιμετωπίζονται με ίσους όρους μέσα στα βιβλία⁵⁷. Τα βιβλία καθρεφτίζουν ένα κόσμο στον οποίο οι γυναίκες έχουν παθητικό κι εξαρτημένο ρόλο και δημιουργούν ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον που τις αποθαρρύνει. Αυτό παίζει σημαντικό ρόλο στη δημιουργία στάσεων από την πλευρά των κοριτσιών για τα μαθηματικά, γιατί τα βιβλία δεν πρέπει μόνο να αποσκοπούν στη μετάδοση μαθηματικών γνώσεων, αλλά και να παρωθούν τη δημιουργία θετικών στάσεων γύρω από τα μαθηματικά.

Εκπαιδευτικοί

Οι εκπαιδευτικοί, μέλη και οι ίδιοι της κοινωνίας, μεγαλωμένοι με συγκεκριμένα κοινωνικά πρότυπα και στερεότυπα με τις αντιλήψεις και τις στάσεις τους βοηθούν συνειδητά ή ασυνείδητα στη διαιώνιση και αναπαραγωγή φυλετιστικών (σεξιστικών) διακρίσεων μέσα στο σχολείο και ενισχύουν τη διαφορετική συμπεριφορά των δύο φύλων⁵⁸.

Οι εκπαιδευτικοί, είναι και οι ίδιοι θύματα της ιδεολογίας των ρόλων των δύο φύλων λόγω της ελλιπούς επιστημονικής κατάρτισης πάνω σε θέματα κοινωνικοποίησης, ανισότητας και κοινωνικής διάκρισης με βάση το φύλο⁵⁹.

Έρευνες ⁶⁰που έχουν γίνει στους εκπαιδευτικούς σχετικά με τις απόψεις τους για τη συμπεριφορά των αγοριών και των κοριτσιών στο σχολείο, τόσο στο εξωτερικό όσο και στην Ελλάδα, έδειξαν ότι δε διαφέρουν (οι απόψεις) από αυτές της κοινής γνώμης.

⁵⁷ Ντρενογιάννη 2007: 433-434

⁵⁸ Σαββίδου 1996: 38

⁵⁹ Γαργαλιάνος 2007: 38-41

⁶⁰ Λαμπροπούλου 1989: 66

Συνοπτικά:

- Οι δάσκαλοι θεωρούν ότι ο μέσος όρος κοριτσιών που τα καταφέρνουν στα μαθηματικά είναι μικρότερος από των αγοριών που τα καταφέρνουν στα μαθηματικά⁶¹.
- Τα κορίτσια θεωρούνται ότι καταβάλλουν περισσότερη προσπάθεια για να έχουν καλά αποτελέσματα στα μαθηματικά από αυτή των αγοριών⁶².
- Οι δάσκαλοι πιστεύουν ότι τα μαθηματικά δυσκολεύουν περισσότερο τα κορίτσια που επιτυγχάνουν στα μαθηματικά από ό,τι τα αγόρια⁶³.
- Όσον αφορά τα κορίτσια, οι δάσκαλοι καταλόγισαν την ξαφνική αποτυχία περισσότερο σε χαμηλή ικανότητα και λιγότερο σε έλλειψη προσπάθειας από ό,τι τα αγόρια⁶⁴.
- Τα μαθηματικά είναι πιο σημαντικά για την εργασία των αγοριών στο μέλλον, παρά για τα κορίτσια⁶⁵.
- Οι δάσκαλοι, ανεξαρτήτως φύλου, παρωθούν πολύ περισσότερο τα αγόρια από τα κορίτσια στα μαθηματικά. Αυτό είναι κοινός τόπος και στην Αμερική και στην Αυστραλία και στην Ευρώπη⁶⁶.
- Διαλέγουν πιο συχνά τα αγόρια να απαντούν σε ερωτήσεις από τα κορίτσια⁶⁷.
- Παραχωρούν στα αγόρια περισσότερο χρόνο να μιλήσουν, τα τροφοδοτούν με περισσότερα στοιχεία για τις απαντήσεις τους⁶⁸.
- Γενικότερα τους δίνουν περισσότερη προσοχή και ενθάρρυνση από τα κορίτσια. Τη μεγαλύτερη προσοχή τη δέχονται τα αγόρια με τη μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση⁶⁹.

⁶¹ Fennema1990: 1-8

⁶² Chionidou-Moskofoglou: 1-4

⁶³ Tiedemann 2007: 191-207

⁶⁴ Fennema, 1990: 55-69.

⁶⁵ Tiedemann 2002: 49-62

⁶⁶ Sadker 1994: 22-29

⁶⁷ Holden 1993: 179-189

⁶⁸ στο ίδιο

- Επιβραβεύουν τα αγόρια για την εξυπνάδά τους και τα κορίτσια για την επιμέλειά τους⁷⁰.
- Θέτουν ερωτήσεις υψηλού γνωστικού επιπέδου στα αγόρια και χαμηλότερου στα κορίτσια⁷¹.
- Σε συνέχεια του προηγούμενου, τείνουν να ρωτούν τα αγόρια ανοιχτές, προκλητικές ερωτήσεις, ενώ τα κορίτσια ρητορικές ή ερωτήσεις απλές τύπου: ναι/ όχι ⁷².
- Έχουν διαφορετικές προσδοκίες για τα αγόρια και για τα κορίτσια⁷³.
- Πολλοί δάσκαλοι τα αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως αντρική αρμοδιότητα, ενισχύοντας στα παιδιά συνειδητά ή ασυνειδητά τα στερεότυπα για τα δύο φύλα ως προς τα μαθηματικά⁷⁴.
- Μέσα στο μαθησιακό περιβάλλον τα αγόρια προιμοδοτούνται στο μάθημα των μαθηματικών, με βάση το φύλο τους και ανεξάρτητα από το επίπεδο των γνώσεων τους (χαμηλό, μέσο, υψηλό), χωρίς να συμβαίνει το ίδιο και για τα κορίτσια⁷⁵.
- Οι δάσκαλοι θεωρούν ότι τα αγόρια υπερέχουν στην επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων, ενώ, όσο αφορά τα κορίτσια, διαφοροποιούνται μόνο για τις άριστες μαθήτρίες τους, για τις οποίες θεωρούν ότι μπορούν να τα καταφέρουν εξίσου καλά με τα αγόρια⁷⁶.
- Όσον αφορά τη συμπεριφορά των δύο φύλων μέσα στην τάξη στο μάθημα των Μαθηματικών, οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών, οι οποίοι διδάσκουν στις μεγάλες τάξεις (Ε' και Στ') θεωρούν ότι τα αγόρια συμμετέχουν πιο ενεργά από τα

⁶⁹ Γαργαλιάνος 2007: 38-41

⁷⁰ Cobb 2002: 91-102

⁷¹ Κοταρίνου 2004: 29

⁷² Holden 1993: 179-189

⁷³ Fennema 1990: 55-69.

⁷⁴ Shuard, 1995: 9-10

⁷⁵ Αννία: 73-79

⁷⁶ στο ίδιο

κορίτσια στο μάθημα των Μαθηματικών και ότι θέτουν περισσότερους προβληματισμούς σε σχέση με τα κορίτσια⁷⁷.

- Οι εκπαιδευτικοί διαχωρίζουν τα μαθήματα που κατά τη γνώμη τους προσφέρουν ευχαρίστηση στα παιδιά και θεωρούν ότι τα Μαθηματικά είναι το μάθημα από το οποίο αντλούν ευχαρίστηση τα αγόρια, ενώ η Γλώσσα είναι το μάθημα από το οποίο σε γενικές γραμμές αντλούν ευχαρίστηση τα κορίτσια⁷⁸.
- Οι εκπαιδευτικοί αποδίδουν διαφορετικά χαρακτηριστικά στα δύο φύλα, δημιουργώντας μία σαφώς διαφορετική εικόνα για το προφίλ των αγοριών και των κοριτσιών από την παιδική τους ηλικία⁷⁹.
- Συγκεκριμένα, η επικρατούσα αντίληψη είναι ότι τα αγόρια είναι ριψοκίνδυνα, τολμηρά, επιθετικά, ενώ τα κορίτσια στο σύνολό τους είναι λογικά και εκφράζουν τα συναισθήματά τους. Επίσης η συνεργασία, η επικοινωνία και η ευαισθησία είναι περισσότερο γυναικεία χαρακτηριστικά, ενώ η ανεξαρτησία, η ανταγωνιστικότητα, η αυτάρκεια είναι, το να στηρίζεται δηλαδή κάποιος στις δικές του δυνάμεις είναι πιο κοντά στα χαρακτηριστικά του άνδρα⁸⁰.
- Αναγνωρίζουν ότι υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα και συγκεκριμένα ότι τα αγόρια είναι, σε σχέση με τα κορίτσια, πιο ζωηρά, θορυβώδη, επιθετικά, απείθαρχα, αμελή, με χαμηλότερες επιδόσεις, λιγότερο συναισθηματικά, πιο αυτόνομα κ.λπ. Αντίθετα, κατά την άποψή τους, τα κορίτσια είναι πιο έξυπνα, πιο μεθοδικά, με καλύτερες επιδόσεις, πιο υπάκουα, πιο επιμελή, πιο πειθαρχικά, πιο συναισθηματικά κ.λ.π⁸¹.
- Τις διαφορές αυτές στη συμπεριφορά τις θεωρούν ως κάτι φυσικό, κληρονομικό και έμφυτο, ενώ στην πραγματικότητα είναι αποτέλεσμα των ρόλων των φύλων, που έχουν αφομοιωθεί

⁷⁷ ΚΕΘΙ 2001: 54-59

⁷⁸ στο ίδιο

⁷⁹ ΚΕΘΙ 2001, σ. 30-32

⁸⁰ στο ίδιο

⁸¹ Γαργαλιάνος 2007: 38-41

από τα παιδιά ήδη από την προσχολική ηλικία. Αποτέλεσμα της παραπάνω άποψης είναι να ενισχύονται αυτές οι διαφορετικές συμπεριφορές των δύο φύλων και να μη γίνονται προσπάθειες να αποδυναμωθούν ή να εξαλειφθούν⁸².

- Διαχωρίζουν τους μαθητές σε δύο ομάδες ανάλογα με το φύλο τους και να διατυπώνουν γενικές κρίσεις για τη μία ή την άλλη ομάδα, όπως, π.χ., «τα κορίτσια ήταν πιο διαβασμένα σήμερα από ό,τι τα αγόρια» ή «πιο φρόνιμα» κ.λπ⁸³.
- Χρησιμοποιούν διαφορετικές λέξεις και επίθετα όταν αναφέρονται στα αγόρια από ό,τι στα κορίτσια⁸⁴.

Οι έρευνες σχετικά με τις στάσεις των εκπαιδευτικών και τις πρακτικές τους στα μαθηματικά σε σχέση με το φύλο, τόσο στο εξωτερικό όσο και εδώ, οδηγούν στο συμπέρασμα ότι οι εκπαιδευτικοί δεν αντιλαμβάνονται ότι αντιμετωπίζουν διαφορετικά τα αγόρια και τα κορίτσια και ότι επιδεικνύουν σεξιστική συμπεριφορά απέναντί τους⁸⁵. Οι αντιλήψεις των δασκάλων, σχετικά με πραγματικές ή μη διαφορές μεταξύ αγοριών και κοριτσιών, έχουν επίπτωση στη διαμόρφωση συναισθήματος αυταξίας και αυτοπεποίθησης που οι μαθητές των δύο φύλων αναπτύσσουν σε σχέση με τα μαθηματικά⁸⁶.

Γενικότερα, η διαφορετική συμπεριφορά προς τα αγόρια και τα κορίτσια προβάλλει φυλετικά στερεότυπα στους μαθητές και των δύο φύλων, διαμορφώνοντας έμμεσα και τις δικές τους αντιλήψεις και απόψεις όσον αφορά τις ικανότητες των δύο φύλων⁸⁷.

⁸² ΚΕΘΙ 2001:73-78

⁸³ Λαμπροπούλου 1989: 68.

⁸⁴ Davis 1988: 5-11

⁸⁵ ΚΕΘΙ Αθήνα 2001: 73-78

⁸⁶ Parker-Price 1996: 66-91

⁸⁷ Alvermann 1996: 183-199

ΚΑΘΕΤΕΣ ΚΑΙ ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ

Το γεγονός ότι γυναίκες στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση είναι περισσότερες από τους άντρες ή σχεδόν ίσες με τους άντρες στη δευτεροβάθμια, δε σημαίνει ότι οι επαγγελματικοί ρόλοι δεν είναι άνισα καταμερισμένοι⁸⁸.

Πιο συγκεκριμένα, είναι συνήθης η πρακτική που ακολουθείται από τους δασκάλους της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης όσον αφορά την κατανομή και την ανάληψη των τάξεων⁸⁹. Παρατηρείται, δηλαδή, το φαινόμενο οι γυναίκες εκπαιδευτικοί να αναλαμβάνουν κατά κανόνα τις μικρότερες τάξεις (Α', Β' ή και Γ'), ενώ οι άνδρες δάσκαλοι τις μεγαλύτερες (Δ', Ε' και ΣΤ'). Η ανάληψη των τάξεων με κριτήριο το φύλο του εκπαιδευτικού, «περνάει» μηνύματα, τόσο προς τους μαθητές όσο και προς τους γονείς και την κοινή γνώμη γενικότερα⁹⁰. Αυτό γίνεται κατανοητό μέσω των διαδικασιών κοινωνικοποίησης που θέλουν στο δημοτικό σχολείο την αποκρυστάλλωση των ρόλων σύμφωνα με τις στερεοτυπικές αντιλήψεις, όπου η γυναίκα – δασκάλα ταυτίζεται με τη μητρική φιγούρα που θα υποκαταστήσει το ρόλο της μητέρας στο σχολείο, θεωρώντας ότι με αυτόν τον τρόπο γίνεται πιο ομαλή η μετάβαση του παιδιού από το σπίτι στο σχολείο⁹¹. Έτσι, τα παιδιά των μικρότερων ηλικιών στερούνται εξωοικογενειακά ανδρικά πρότυπα, που τόσο τα έχουν ανάγκη σε αυτή την ηλικία.

Οι άντρες αναλαμβάνουν τις δύο μεγάλες τάξεις του δημοτικού σχολείου, α) γιατί τα μαθηματικά αυτών των δύο τάξεων είναι πιο απαιτητικά και στερεοτυπικά οι άντρες είναι καλύτεροι από τις γυναίκες στα μαθηματικά και β) γιατί οι άντρες τα καταφέρνουν περισσότερο στα θέματα πειθαρχίας των μεγαλύτερων τάξεων από ό,τι οι γυναίκες συνάδελφοί τους.

Κάτι ανάλογο συμβαίνει και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Οι γυναίκες στα λύκεια είναι αισθητά λιγότερες, παρόλο που δεν υπάρχει

⁸⁸ Glendynning 1996: 43-54

⁸⁹ Beyond the gendered wars 2001:12-15

⁹⁰ Γαργαλιάνος 2007: 41-43

⁹¹ ΚΕΘΙ 2008:25-26

καμιά διαφορά στα τυπικά προσόντα με τους άντρες⁹². Ένας άλλος διαχωρισμός που γίνεται στα σχολεία, είναι αυτός ανά ειδικότητα. Οι γυναίκες φιλόλογοι είναι πολύ περισσότερες από τους άντρες φιλόλογους. Λογικό, γιατί ο ανθρωπιστικός, ιδεολογικός χαρακτήρας της φιλόλογου «ταιριάζει» με την κοινωνικοποίηση που λαμβάνουν οι γυναίκες από μικρές⁹³. Αντίθετα, οι θετικές κατευθύνσεις, στις οποίες οι γυναίκες είναι λιγότερες, απαιτούν επιστημονική γνώση, καθαρό μυαλό και αντικειμενικότητα, χαρακτηριστικά «ταιριαστά» σε άντρες⁹⁴.

Εν κατακλείδι, σημειώνονται διαφοροποιήσεις των εκπαιδευτικών με βάση το φύλο. Οι διαφοροποιήσεις αφορούν την κατανομή αντρών και γυναικών στις διάφορες βαθμίδες της εκπαίδευσης, στη διοικητική ιεραρχία, στις διευθυντικές θέσεις, όπου παρατηρείται άνισος καταμερισμός⁹⁵. Οι γυναίκες εκπαιδευτικοί έχουν μειωμένο γόητρο και οι σχέσεις των δύο φύλων στο σχολικό μηχανισμό είναι ιεραρχικά δομημένες και αντανakλούν τα κοινωνικά στερεότυπα για το ρόλο των δύο φύλων⁹⁶.

Σε μελέτες τόσο στο εξωτερικό όσο και στην Ελλάδα, οι ανισότητες στην επαγγελματική εξέλιξη των γυναικών έχει αποδοθεί τόσο στις παραδοσιακές δομές και τις ριζωμένες νοοτροπίες όσο και στις ίδιες τις γυναίκες που δυσκολεύονται να επιβληθούν στους μαθητές και δεν μπορούν να ανταποκριθούν στις αυξημένες απαιτήσεις της Διεύθυνσης⁹⁷. Ως προς το ζήτημα της ιεραρχίας, οι γυναίκες αποτελούν τη λεγόμενη «αποκλεισμένη πλειοψηφία»⁹⁸. Σε έρευνες⁹⁹ στην Ελλάδα, τα τελευταία χρόνια, οι αριθμοί των γυναικών που κατείχαν θέσεις α) διευθυντριας σχολικής μονάδας, β) προϊσταμένης Διεύθυνσης, γ) προϊσταμένης γραφείου, δ) σχολικής συμβούλου, είναι εξαιρετικά χαμηλότεροι από τους αριθμούς των αντρών στις αντίστοιχες θέσεις.

⁹² Βερβενιώτη 1988: 48-52

⁹³ Φουρναράκη 1987: 16

⁹⁴ Βερβενιώτη 1988: ό.π.

⁹⁵ Μαραγκουδάκη: 258-292

⁹⁶ ΚΕΘΙ 2001: 26-30

⁹⁷ Spencer 1997

⁹⁸ Μαραγκουδάκη 2001: 24-26

⁹⁹ Ntona 2001

ΚΑΙ ΜΕΤΑ;

Συνοψίζοντας, η αρχή της ισότητας των δύο φύλων ως αναφαίρετο δικαίωμα και ως απαραίτητη αρχή λειτουργίας κράτους δικαίου, ορίζεται με σαφήνεια τόσο στο Ευρωπαϊκό Κοινοτικό Δίκαιο όσο και στο αντίστοιχο Εθνικό.

Όμως από τα προαναφερθέντα καθίσταται σαφές ότι εξακολουθεί να υφίσταται ανισότητα σε ποικίλους τομείς της ζωής που εμποδίζουν τις γυναίκες να εμπλακούν σε αυτούς και να αποδείξουν την αξία τους. Ιδιαίτερα όταν οι γυναίκες επιθυμούν να εμπλακούν πιο ενεργά με τις σπουδές, τα επαγγέλματα, την καριέρα που αφορούν τομείς θετικών επιστημών και τεχνολογίας.

Όπως είδαμε παραπάνω το σχολείο αποτελεί χώρο διακίνησης ιδεών διαμόρφωσης προσωπικοτήτων, στάσεων, απόψεων, ρόλων και πρώιμου επαγγελματικού προσανατολισμού. Μέσα από το αναλυτικό πρόγραμμα, επίσημο και κρυφό, το περιεχόμενο των σχολικών εγχειριδίων, την αλληλεπίδραση των εκπαιδευτικών με τους μαθητές και των δύο φύλων, τον καταμερισμό της εργασίας ανάμεσα σε άντρες και γυναίκες εκπαιδευτικούς στο χωρισμό τάξεων και την κατανομή εξουσίας, περνάει έμμεσα μηνύματα στα δύο φύλα για την επιλογή σπουδών τους, την επαγγελματική σταδιοδρομία που θα ακολουθήσουν και, συνεπώς, τη θέση τους στην επαγγελματική και κοινωνική ιεραρχία.

Όσον αφορά τη μαθηματική εκπαίδευση, η Fennema (2000) χρησιμοποιεί τη λέξη «πολυπλοκότητα» για να περιγράψει τις σχέσεις των δύο φύλων στη μαθηματική εκπαίδευση. Για να μπορέσει στην Ελλάδα να επιτευχθεί ισότιμη συμμετοχή στη μαθηματική εκπαίδευση, που είναι πολυδιάστατο και πολύ παραγοντικό φαινόμενο, θα έπρεπε σε ένα πρώτο επίπεδο να εφαρμοστούν μια σειρά «διορθωτικά μέτρα» (πρωτοβουλίες ενημέρωσης και ευαισθητοποίησης όλων των εμπλεκομένων, νέα εγχειρίδια, νέες στρατηγικές μάθησης κ.ο.κ.). Είναι βέβαια προφανές ότι αυτό από μόνο του δεν θα αλλάξει ριζικά τα πράγματα, απλώς θα προσφέρει μια νέα βάση για τη μεγαλύτερη συμμετοχή των γυναικών, άρα και ίσως περισσότερη δυνατότητα επανεξέτασης της ίδιας της φύσης της επιστήμης και των θεσμών της.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ

- Αννίβα, Ε. (2010), *Οι στάσεις των εκπαιδευτικών Δημοτικής Εκπαίδευσης προς το μάθημα των μαθηματικών*, 11ο Συνέδριο Παιδαγωγικής Εταιρείας Κύπρου
- Βερβενιώτη, Τ. & άλλοι. (1988), *Στα λύκεια σας*, Ύψιλον, Αθήνα
- Γαργαλιάνος, Ι. (Ιούνιος 2007), *Η ισότητα των δύο φύλων στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση*, Επιστημονικό Βήμα, τ. 8, Αθήνα
- Κανταριτζή Ε. (2003), *Τα στερεότυπα του ρόλου των φύλων στα σχολικά εγχειρίδια του δημοτικού σχολείου*. Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη
- Κατσιαμπούρα Γ.(2008), *Το φύλο στην ιστορία των επιστημών*, Σκορδούλης Κ. (επιμέλεια) Ζητήματα θεωρίας των επιστημών της φύσης, Φύλο και φυσικές επιστήμες: έμφυλα στερεότυπα και εκπαιδευτικές στρατηγικές υπονόμευσής τους, εκδόσεις Τόπος, Αθήνα
- Κατσιαμπούρα Γ.(2009), *Έμφυλες προσεγγίσεις στην ιστορία των φυσικών επιστημών*», στο Καριώτογλου Π., Σπύρτου Α., Ζουπίδης Α., *Πρακτικά 6ου Πανελληνίου Συνεδρίου Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση-Οι πολλαπλές προσεγγίσεις της διδασκαλίας και της μάθησης των Φυσικών Επιστημών*, Θεσσαλονίκη
- ΚΕΘΙ, (2001), *Εκπαίδευση και φύλο*, Αθήνα
- ΚΕΘΙ, (2001), *Φύλο και σχολική πραγματικότητα στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση*, Θεσσαλονίκη
- ΚΕΘΙ,(2008) Καλεράντε κ.ά., *Οδηγός εισαγωγής αρχών ισότητας των φύλων στην εκπαίδευση*, Αθήνα
- ΚΕΘΙ, Κανταράκη Μ. κ.ά., (2008), *Κατά φύλο επαγγελματικός διαχωρισμός (κάθετος και οριζόντιος). Διακρίσεις και ανισότητες κατά των γυναικών στην εκπαίδευση*, Αθήνα
- ΚΕΘΙ, Μαράτου- Αλιφραγκή Λ., (2008), *Μια προσέγγιση από την πλευρά του φύλου*, Αθήνα
- Κολέζα Ε.,(2009), *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*, Τόπος, Αθήνα
- Κοταρίνου, Π. (2004), *Φύλο και μαθηματικά*, Διπλωματική εργασία στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών, Εθνικό και Καποδιστριακό Παν/μιο Αθηνών, Αθήνα

- Λαμπροπούλου, Β., Γεωργουλέα, Μ., (1989), *Οι ρόλοι των φύλων μέσα από την εκπαίδευση*, Σύγχρονη Εκπαίδευση, 46
- Μαθηματικά Α' δημοτικού, (2008), βιβλίο μαθητή, τετράδιο εργασιών α', β', γ', δ' τεύχη, Αθήνα, ΟΕΔΒ
- Μαθηματικά Γ' δημοτικού, (2008), βιβλίο μαθητή, τετράδιο εργασιών α', β', γ', δ' τεύχη, Αθήνα, ΟΕΔΒ
- Μαθηματικά Δ' δημοτικού, (2008), βιβλίο μαθητή, τετράδιο εργασιών α', β', γ', δ' τεύχη, Αθήνα, ΟΕΔΒ
- Μαθηματικά Ε' δημοτικού, (2008), βιβλίο μαθητή, τετράδιο εργασιών α', β', γ', δ' τεύχη, Αθήνα, ΟΕΔΒ
- Μαραγκουδάκη, Ε., (1997), *Οι γυναίκες διδάσκουν, οι άντρες διοικούν, Φύλο και σχολική πράξη*, Ιωάννινα
- Μαραγκουδάκη, Ε., (2001), *Η σύνθεση του διδακτικού προσωπικού και ο καταμερισμός εργασίας με βάση τον παράγοντα φύλο στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση κατά το χρονικό διάστημα 1974-1997*. Ιωάννινα, Δωδώνη, Επιστημονική Επετηρίδα του Φ.Π.Ψ.,
- Ματσαγγούρας Η. (1982-3), *Η επίδραση των ελληνικών μαθηματικών βιβλίων στην επίδοση των μαθητριών στα μαθηματικά*, Νέα Παιδεία, 22
- Μείζον πρόγραμμα επιμόρφωσης, (Μάιος 2011), *Βασικό επιμορφωτικό υλικό*, Τ. Β', ΠΕ70, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο
- Μυλωνά Ε., (1983), *Αναφορά σε μερικούς παράγοντες που επηρεάζουν τη σχέση και τη στάση των κοριτσιών απέναντι στα μαθηματικά*, Σύγχρονη Εκπαίδευση 13
- Ντρενογιάννη Ε. κ.ά., (2007), *Φύλο και Εκπαίδευση*, Καλειδοσκόπιο, Αθήνα
- Πολύζος, Ν. (2003), *Η αντιμετώπιση των δύο φύλων στα βιβλία των μαθηματικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (η περίπτωση των επαγγελματιών)*, Ανοικτό Σχολείο, 87
- Σαββίδου, Τ., (1996), *Οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών αναφορικά με τη διαφοροποίηση των δύο φύλων ,εμπειρική έρευνα στους εκπαιδευτικούς της Α/βάθμιας εκπαίδευσης στα Δωδεκάνησα*, Σύγχρονη Εκπαίδευση, 86
- Σεν Α. (2004), *Επανεξετάζοντας την ανισότητα*. Αθήνα: Καστανιώτης
- Shuard, H.B. (1995), *Διαφορές μεταξύ κοριτσιών στην επίδοσή τους στα μαθηματικά, στο Ίσες ευκαιρίες στην Εκπαίδευση, Μαθηματικά*,

Τρέσσου- Μυλωνά, (επιμ.), Κέντρο Μελετών για θέματα Ισότητας σε συνεργασία με το ΥΠΕΠΘ

- Σταυρίδου Ε., Σολομωνίδου Χ. και Ν. Σακινίδου (1999),: *Συγκλίσεις και αποκλίσεις στις απόψεις ανδρών και γυναικών εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία και μάθηση των Φυσικών Επιστημών στο Δημοτικό Σχολείο*. Παιδαγωγική Επιθεώρηση 29
- ΥΠΕΠΘ,ΠΙ, (2005), *Επιμόρφωση σχολικών συμβούλων και εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας και προσχολικής εκπαίδευσης στο ΔΕΠΠΣ και στα ΑΠΣ*, Αθήνα
- Φουρναράκη, Ε.,(1987), *Εκπαίδευση και αγωγή των κοριτσιών. Ελληνικοί προβληματισμοί (1830-1910)*. Ένα Ανθολόγιο, Αθήνα, ΙΑΕΝ
- Χρονάκη Ά, Κατσιαμπούρα Γ, Κερμανίδη Θ., (2009) *Γυναίκες στις επιστήμες των μαθηματικών*, Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Βόλος
- Unesco,(2002), *Εκπαίδευση: Έκθεση της Διεθνούς Επιτροπής για την εκπαίδευση στον 21^ο αιώνα υπό την προεδρία του J. Delors, Gutenberg*, Αθήνα
- Van de Valle J.(2007), *Διδάσκοντας μαθηματικά*, Επίκεντρο, Θεσσαλονίκη

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

- Abraham J. (1989), *Teacher ideology and sex roles in curriculum texts*, British journal of sociology of education, 10(1)
- Alvermann, D & others. (1996), *The gendered language of texts and classrooms: Teachers and students exploring multiple perspectives and interpretations*. Instructional Resource no. 23, College Park, ATHENS, Georgia
- Bem S. (1993), *The lenses of gender: Transforming the debate on sexual inequality*. New Haven, Conn. Yale University Press
- Bernard J. (1981), *The female world*, New York: Free Press
- Beyond the gendered wars (2001),: *a conversation about girls, boys and education*, American Association of University Women Educational Foundation,
- Bishop A.(2008), *Teachers; mathematical values for developing mathematical thinking in classrooms: theory, research and policy*, The mathematics educator, Vol. 11, No. ½

- Chionidou-Moskofoglou, M.& Chatzivasiliadou-Lekka K.,(2003), *Teachers' perceptions about gender differences in Greek Primary School Mathematics classrooms*, University of Aegean
- Cobb, P., Nasir, N. (2002), *Diversity, equity and mathematical learning. Mathematical thinking and learning* 4(2&3), Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Courtney, A .E. and Whipple, T. W.,(1984), *Sex, Stereotyping in Advertising*. Lexington Books
- Davis, B. (1988), *Classroom intervention. In gender equity and early childhood*. Curriculum development center, Canberra
- Federbush M.(1974), *The sex problems of school math books*. New York, Dell Publications
- Fennema, E., Peterson, P., Carpenter, T.R. and Lubinski, C.A.: (1990), 'Teachers' attributions and beliefs about girls, boys, and mathematics', *Educational Studies in Mathematics* 21
- Fennema, E. (1990), *Gender equity and science*. National centre for research in mathematical science education
- Fokou I.,(2012) *Equity issues: Factors posing obstacles for women's educational and career aspirations*, Creation and Creativity, Universitatea Tehnica de Constructii Bucuresti, ed. Chirimbu S., SINUC, Bucurest
- Fox,L.H., Brody, L.& Tobin, D. (1980),: *Women and the Mathematical Mystique*, Johns Hopkins University, Baltimore
- Glendynning, A. & Darling, J., (1996), *Gender matters in schools: Pupils and teachers*, London, Cassell
- Holden, B. (1993), *Giving girls a chance: patterns of talk in co-operative group work*, Gender and Education, Vol. 5
- Jones and others, (March 2000), *Gender differences in students' experiences, interests and attitudes toward science and scientists*, Science education, Vol. 84, issue 2
- Katsiampoura, Gianna, Vogt Annette (eds) (2012), *Gender Studies and Science: Problems, Tasks, Perspectives*, Nissos/NHRF, Athens.

- Kepner H., Kohen L. (1977), *Sex roles in mathematics: a study of the status of sex stereotypes in elementary mathematics texts*, The arithmetic teacher, 24(5)
- Lever J. (August 1978), *Sex differences in the complexity of children's play and games*. American sociological review. Vol 43, no 4
- Macionis J., (2011), *Sociology*, Pearson international 13th edition, Prentice Hall
- Martin C. L., Fabes R., (May 2001), *The stability and consequences of young children's same-sex peer interactions*. Developmental psychology. Vol 37, no 3
- Ntona, T., (2001), *Gender, regimes, women and primary teaching in Greece*. Dissertation of the degree of M.Ed, University of Bristol graduate school of education
- Obura A. (1991), *Changing images. Portrayal of girls and women in Kenyan textbooks*, Nairobi: ACTS Press
- Parker, K. (1999), *The impact of the textbook on girls' perception of mathematics* in school, 28(4)
- Parker-Price, S., Claxton, A.F.(1996), *Teachers' perception of gender differences in students*. Annual convention of the national association of school psychologists, Atlanta
- Rossi, A. (1965), *Women in science : why so few?*, Science, vol. 28: 1196-1202
- Sadker, M., Sadker, D.(1994), *How America's schools cheat girls*, Charles Scribner's Sons, New York
- Spencer, A., Podmore D., (1997), *In a man's world: essays on women in male- dominant professions*, London
- Tavris C, Wade C. (2001), *Psychology in perspective*, 3rd ed. Upper Saddle river, N.J.. Prentice Hall
- Tiedemann, J, (2000a), *Gender-related beliefs of teachers in elementary school mathematics*, Educational Studies in Mathematics 41

- Tiedemann, J. (2002) *Teachers' Gender Stereotypes as determinants of teachers perceptions in elementary school mathematics*. Educational Studies in Mathematics 50:. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
- Thomas M., (2010), *Gender Codes: why women are leaving computing*, John Wiley publications, USA
- Walkerdine V. (1989), *Counting girls out*, London: Virago, The education series
- Weitzman L., Rizzo D. (1974), *Images of males and females in elementary school textbooks in five subject areas*, Washington DC. National foundation for the improvement of education

emails:

jofokou@otenet.gr

katsiampoura@gmail.com

[λευκή σελίδα]

ΚΟΙΝΩΝΙΚΟΠΟΛΙΤΙΚΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΔΙΚΤΥΩΝ ΑΛΛΗΛΕΓΓΥΗΣ

Αρετή Ευσταθίου & Νίκος Μακράκης

Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η οικονομική κρίση που επικρατεί στην Ελλάδα και σε όλο τον κόσμο, έχει τα χαρακτηριστικά της υποβάθμισης των μεσαίων και κατώτερων στρωμάτων στο εισόδημα και την πρόσβαση σε εργασία, καθώς και άμεσες συνέπειες την περιορισμένη πρόσβαση των στρωμάτων αυτών σε αγαθά όπως η Υγεία και η Παιδεία. Το μαζικό αίτημα της ελληνικής κοινωνίας για εισαγωγή στην τριτοβάθμια εκπαίδευση σε σύνδεση με τα σοβαρά κενά που αφήνει το εκπαιδευτικό σύστημα στην προετοιμασία των υποψηφίων, δημιουργεί την ανάγκη σε έναν μαθητή να αναζητήσει βοήθεια πέρα από τα μαθήματα του σχολείου. Με την κατάργηση της ενισχυτικής διδασκαλίας στα σχολεία, η μόνη επιλογή των υποψηφίων είναι να ζητήσουν βοήθεια στον ιδιωτικό τομέα. Έτσι η πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση παίρνει ταξικά χαρακτηριστικά, αφού η οικονομική πρόσβαση σε φροντιστήρια και ιδιαίτερα αναπαράγει τις κοινωνικές ανισότητες μέσω της εκπαίδευσης. Η ύφεση και η αίσθηση κοινωνικής αδικίας που προκαλούνται από την κρίση και τα μέτρα λιτότητας, οδηγούν σε μία απομυθοποίηση του τρόπου λήψης αποφάσεων και του τρόπου συναλλαγών και ανταλλαγής προϊόντων και υπηρεσιών. Οι άνθρωποι σε πολλές περιοχές της Ελλάδας οργανώνονται σε δίκτυα αλληλεγγύης για να καλύψουν τις ανάγκες τους. Η αλληλεγγύη είναι η αίσθηση κοινού μέλλοντος και αναφέρεται σε ανθρώπους που έχουν σε έναν βαθμό ρόλους.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο έχουν αναπτυχθεί μαθήματα βοήθειας σε μαθητές που δεν έχουν την οικονομική δυνατότητα πρόσβασης στον ιδιωτικό τομέα. Τα μαθηματικά, ως μάθημα ειδικής βαρύτητας και δυσκολίας έχουν σημαντικό ρόλο σε αυτά. Ερευνητικός μας στόχος είναι να δούμε πως επηρεάζει αυτό το ιδιαίτερο κοινωνικοπολιτικό πλαίσιο τα μαθήματα αυτά.

Υποθέτουμε διαφοροποιήσεις με το υπόδειγμα του σχολείου. Συγκεκριμένα μελετούμε πως επηρεάζουν οι κοινωνικοπολιτικοί παράγοντες την μάθηση των μαθηματικών, τις αντιλήψεις των συμμετεχόντων για τα μαθηματικά και την εκπαίδευση.

Η έρευνα αποτελεί μελέτη περίπτωσης σε δύο τμήματα μαθηματικών από δύο διαφορετικά δίκτυα αλληλεγγύης. Το ένα οργανώθηκε από μία πρωτοβουλία φοιτητών και το άλλο λειτουργεί στα πλαίσια μιας εργατικής λέσχης μιας περιοχής της Αθήνας. Τα δεδομένα συλλέχτηκαν από σημειώσεις πεδίου και μαγνητοφωνημένες παρακολουθήσεις μαθημάτων και συνεντεύξεων της καθηγήτριας στην εργατική λέσχη και δύο μαθητών της.

Εισαγωγή

Από το 2008 στην Ελλάδα και στον κόσμο επικρατεί μια οικονομική κρίση με χαρακτηριστικά που έχουν να κάνουν με την υποβάθμιση των μεσαίων και κατώτερων στρωμάτων όσον αφορά το εισόδημα και την πρόσβαση σε εργασία. Παράλληλα έχουμε και υποβάθμιση αυτών των στρωμάτων σε πρόσβαση σε αγαθά όπως η Υγεία και η Παιδεία. Από τη δεκαετία του '90 αλλά και παλιότερα το εκπαιδευτικό σύστημα της Ελλάδας, κυρίως το κομμάτι του που έχει να κάνει με τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, παρ' όλο που επεκτάθηκε ώστε να καλύψει το παλιότερα μεγαλύτερο κομμάτι του αναλφαριθμητισμού, άφηνε και αφήνει συνειδητά πολύ σοβαρά κενά στο κομμάτι της προετοιμασίας των μαθητών για την τριτοβάθμια εκπαίδευση. Το αίτημα της εισαγωγής στην τριτοβάθμια εκπαίδευση αφορούσε όλο και περισσότερους ανθρώπους των κατώτερων τάξεων οι οποίοι εναπόθεταν στις σπουδές ελπίδες κοινωνικής ανέλιξης για τα παιδιά τους, γεγονός που μετέτρεψε τα Πανεπιστήμια των προηγούμενων δεκαετιών στα σημερινά μαζικά Πανεπιστήμια. Ο τρόπος εισαγωγής γίνεται με εξετάσεις που οργανώνονται από τη δευτεροβάθμια. Η ύλη των μαθημάτων που εξετάζονται καθώς και το επίπεδο των θεμάτων των πανελλαδικών εξετάσεων καθιστά αναγκαίο σε έναν υποψήφιο για την τριτοβάθμια να αναζητήσει βοήθεια πέραν από αυτή των μαθημάτων του σχολείου. Το 2009 επίσης καταργήθηκε η ήδη υποβαθμισμένη Ενισχυτική Διδασκαλία των σχολείων. Όλοι αυτοί οι παράγοντες έκαναν και κάνουν απαραίτητο το να αναζητήσει κάποιος υποψήφιος, που θέλει να έχει καλές πιθανότητες να εισαχθεί στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, βοήθεια στον ιδιωτικό τομέα, κυρίως στα φροντιστήρια και στα ιδιαίτερα μαθήματα. Τα Μαθηματικά παίζουν έναν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο στις πανελλαδικές εξετάσεις για όλους τους υποψηφίους που θέλουν να ασχοληθούν με τριτοβάθμιες σπουδές, εκτός από αυτούς των ανθρωπιστικών επιστημών, έχοντας αυξημένο συντελεστή βαρύτητας στον υπολογισμό των μορίων εισαγωγής σε σχέση με τα υπόλοιπα μαθήματα. Η οικονομική δυνατότητα πρόσβασης σε φροντιστήρια και ιδιαίτερα, είναι ένα ταξικό ζήτημα που αναπαράγει τις κοινωνικές ανισότητες τις τελευταίες δεκαετίες μέσω της εκπαίδευσης.

Με την οικονομική κρίση όμως και τη συμπίεση των μεσαίων και κατώτερων στρωμάτων ακόμα πιο κάτω έχουμε το φαινόμενο της όξυνσης αυτού του φαινομένου, καθώς όλο και περισσότερα κομμάτια του πληθυσμού δεν έχουν την οικονομική δυνατότητα πρόσβασης σε φροντιστήρια και ιδιαίτερα. Όμως η αναγκαιότητα για αυτή τη βοήθεια παραμένει. Επίσης παραμένει, έστω και λίγο απομυθοποιημένο πλέον, το αίτημα για εισαγωγή στην τριτοβάθμια εκπαίδευση.

Η παγκόσμια οικονομική κρίση και οι ιδιαίτερες συνέπειες της στην Ευρώπη, η στοχοποίηση των δημοσιονομικών της Ελλάδας και τα μέτρα αυστηρής λιτότητας, δημιουργούν στην Ελλάδα οξυμένες συνθήκες ύφεσης και ακόμα πιο οξυμένες από πριν, συνθήκες ανισοτήτων, φτώχειας και ανεργίας. Η ύφεση και η αίσθηση κοινωνικής αδικίας οδηγούν σιγά σιγά σε μια απομυθοποίηση του τρόπου λήψης αποφάσεων και του τρόπου συναλλαγών και ανταλλαγής προϊόντων και υπηρεσιών. Έτσι οι άνθρωποι μαζεύονται και συναντώνται στις πλατείες σε πολλές πόλεις και περιοχές της Ελλάδας ξεκινώντας από την αποδοκιμασία για αυτό που βιώνουν και σε αρκετές περιπτώσεις συνεχίζοντας με το να οργανώσουν δίκτυα που έχουν να κάνουν με την κάλυψη των στοιχειωδών αναγκών τους μέσα στην κρίση, τα λεγόμενα δίκτυα αλληλεγγύης. Αυτά τα δίκτυα έχουν να κάνουν με την ανταλλαγή προϊόντων και υπηρεσιών μεταξύ των ανθρώπων μιας γειτονιάς ή μιας περιοχής με σκοπό την κάλυψη των αναγκών τους βοηθώντας ο ένας τον άλλο. Εδώ μπαίνει η έννοια της αλληλεγγύης, που διαχωρίζεται από τη φιλανθρωπία. Η φιλανθρωπία αναφέρεται στη βοήθεια κάποιου που δεν έχει ιδιαίτερη ανάγκη σε κάποιον που έχει, και η άμεση σχέση τους σταματάει εκεί. Αλληλεγγύη είναι η αίσθηση κοινού μέλλοντος και συνεπακόλουθα η ανταλλαγή βοήθειας μεταξύ ανθρώπων που έχουν κοινές σε μεγάλο βαθμό ανάγκες, με όρους ανταλλαγής, αλληλοϋποστήριξης και συμβίωσης (Eduardo Galeano, 2000). Η αλληλεγγύη λοιπόν αναφέρεται σε κοινότητες με ανθρώπους που έχουν σε έναν βαθμό ρόλους. Για παράδειγμα κάποιος που είναι υδραυλικός μπορεί να βοηθήσει έναν άνθρωπο που έχει ένα υδραυλικό πρόβλημα στο σπίτι του και με τη σειρά του αυτός να βοηθήσει τον υδραυλικό σε μια δουλειά του, π.χ. να βάψει το σπίτι του. Σε κάποιες περιοχές τα δίκτυα έχουν εξελιχτεί με τη δημιουργία ανταλλακτικών νομισμάτων.

Σε αυτά τα δίκτυα υπάρχει μια βάση δεδομένων που καταγράφει τις υπηρεσίες ή προϊόντα που έχει προσφέρει κάποιος μέσα στα πλαίσια της αλληλεγγύης, και έτσι καταγράφεται στο λογαριασμό του μια ονομαστική ποσότητα σε φανταστικό νόμισμα. Για παράδειγμα στην Ιεράπετρα Κρήτης το νόμισμα αυτό ονομάζεται караέτι, και είναι ισότιμο σε αξία με αυτή του ευρώ. Έτσι αν κάποιος υδραυλικός έχει προσφέρει υπηρεσίες ισάξίες με 50 ευρώ σε ανθρώπους που έχουν ανάγκη, τότε έχει στο λογαριασμό του 50 караέτια με τα οποία μπορεί να ζητήσει υπηρεσίες ή προϊόντα ισάξια με 50 ευρώ από κάποιον άλλο και όχι απαραίτητα από τον ίδιο που βοήθησε. Μπορούμε να πούμε ότι η έννοια της αλληλεγγύης και τα δίκτυα αλληλεγγύης αμφισβητούν στην πράξη κομμάτια της λογικής του τρόπου που λειτουργεί η σύγχρονη οικονομία.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο έχουν αναπτυχθεί μαθήματα που αναφέρονται ως βοήθεια σε μαθητές που δεν έχουν την οικονομική δυνατότητα πρόσβασης σε φροντιστήρια ή ιδιαίτερα. Λόγω του ιδιαίτερου ρόλου των Μαθηματικών στην διαδικασία εισαγωγής στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, αλλά και της δυσκολίας που τους αποδίδουν συχνά οι μαθητές, πραγματοποιούνται και μαθήματα Μαθηματικών σε δίκτυα αλληλεγγύης. Αυτά δηλαδή διοργανώνονται από δίκτυα αλληλεγγύης μέσα στα πλαίσια της κάλυψης των βασικών αναγκών των κοινοτήτων στις οποίες αναφέρονται. Έχει ενδιαφέρον να δούμε πως επηρεάζει αυτό το ιδιαίτερο κοινωνικοπολιτικό πλαίσιο αυτά τα μαθήματα.

Β) Θεωρητικό πλαίσιο

Κοινωνικοπολιτικοί παράγοντες στη μαθηματική εκπαίδευση

Σημαντικό ρόλο στην έρευνα της Διδακτικής των Μαθηματικών κατέχει η αντίληψη των ερευνητών για τη φύση της μαθηματικής γνώσης και πώς αυτή αποκτιέται ή κατασκευάζεται. Η αναζήτηση των θεωρητικών πλαισίων στη διερεύνηση των διαδικασιών μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών αρχικά επικεντρώνεται στο μαθηματικό περιεχόμενο το οποίο ήταν ανεξάρτητο από τις κοινωνικές συνθήκες μέσα στις οποίες λαμβάνει χώρα το μάθημα των μαθηματικών. Κυρίαρχη θέση στην μελέτη της μαθηματικής

εκπαίδευσης λαμβάνει το διδακτικό τρίγωνο δασκάλου -μαθητή - μαθηματικών (Δ-Μ-Μ). Η προσέγγιση αυτή εξελισσόταν ανά τα χρόνια και οι θεωρητικές και μεθοδολογικές προσεγγίσεις στις έρευνες γύρω από τη Διδακτική των Μαθηματικών καθορίζονταν από τον τομέα της πειραματικής ψυχολογίας. Έτσι καθώς οι σχολές τις ψυχολογίας επεκτείνονταν και διαφοροποιούνταν (Gestalt, μπηχαβιορισμός, κονστρουκτιβισμός) διαμόρφωναν και τις τάσεις στη μαθηματική εκπαίδευση (Valero, 2004).

Τα έργα όμως διαφόρων κοινωνικών επιστημόνων και κοινωνικών ψυχολόγων δημιούργησαν ερωτήματα γύρω από τη προηγούμενη προσέγγιση. Ο Vygotsky αναφέρει ότι εστιάζοντας στον μεμονωμένο μαθητή και στις νοητικές του διεργασίες αγνοούμε ότι αυτός είναι ενταγμένος σε ένα περιβάλλον στο οποίο αναπτύσσονται φαινόμενα επικοινωνίας που τον επηρεάζουν (Δαφέρμος, 2002).

Προχωρώντας πιο πέρα, η παραδοχή ότι η μαθηματική δραστηριότητα είναι κοινωνική κατασκευή και αντανακλά την κοινωνική κατάσταση στην οποία λαμβάνει χώρα, οδηγεί στην παραδοχή ότι η μαθηματική γνώση ως παράγωγο της είναι, αντίστοιχα, μια κοινωνική κατασκευή, υποκείμενη στα ιστορικά καθορισμένα κοινωνικά και πολιτισμικά πλαίσια του σταδίου ανάπτυξής της (Χασάπης, 2005). Η μαθηματική γνώση επομένως όπως και κάθε επιστημονική γνώση, υπόκειται ως παράγωγο μίας κοινωνικής πρακτικής σε διαρκείς διαψεύσεις και αναθεωρήσεις και δεν αποτελεί ένα τελεσίδικα περατωμένο σώμα γνώσης (Lakatos, 1976/1996, από Χασάπης, 2005).

Έτσι έρχεται στο προσκήνιο η λεγόμενη κοινωνικό-πολιτισμική θεώρηση που χαρακτηρίζει το άτομο ως συμμετέχοντα στις εδραιωμένες ιστορικά εξελισσόμενες κοινωνικές πρακτικές και μελετά τη μάθηση των μαθηματικών εστιάζοντας στη διαδικασία με την οποία τα άτομα γίνονται ουσιαστικά μετέχοντες σε πολιτισμικές πρακτικές (Cobb, 2006). Ο τρόπος ερμηνείας των φαινομένων της μάθησης σε αυτό το πλαίσιο αλλάζει και εστιάζει περισσότερο στις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν χώρα στη τάξη.

Πληθώρα ερευνών στη περιοχή των Εθνομαθηματικών δείχνουν ότι οι άνθρωποι αναπτύσσουν διαφορετικές μορφές μαθηματικού συλλογισμού καθώς συμμετέχουν σε διαφορετικές πολιτισμικές πρακτικές που περιέχουν τη χρήση διαφορετικών εργαλειακών και συμβολικών συστημάτων και δομούνται από διαφορετικά κίνητρα (Lave, 1988; Scribner, 1984; Nunes et al., 1993; Saxe, 1991; Nasir, 2002; de Abreu, 1995, από Cobb, 2006). Αυτό γεννά την πεποίθηση ότι η διερεύνηση της μάθησης των μαθηματικών δεν μπορεί να σταματήσει στο μικρο-κοινωνιολογικό επίπεδο της τάξης.

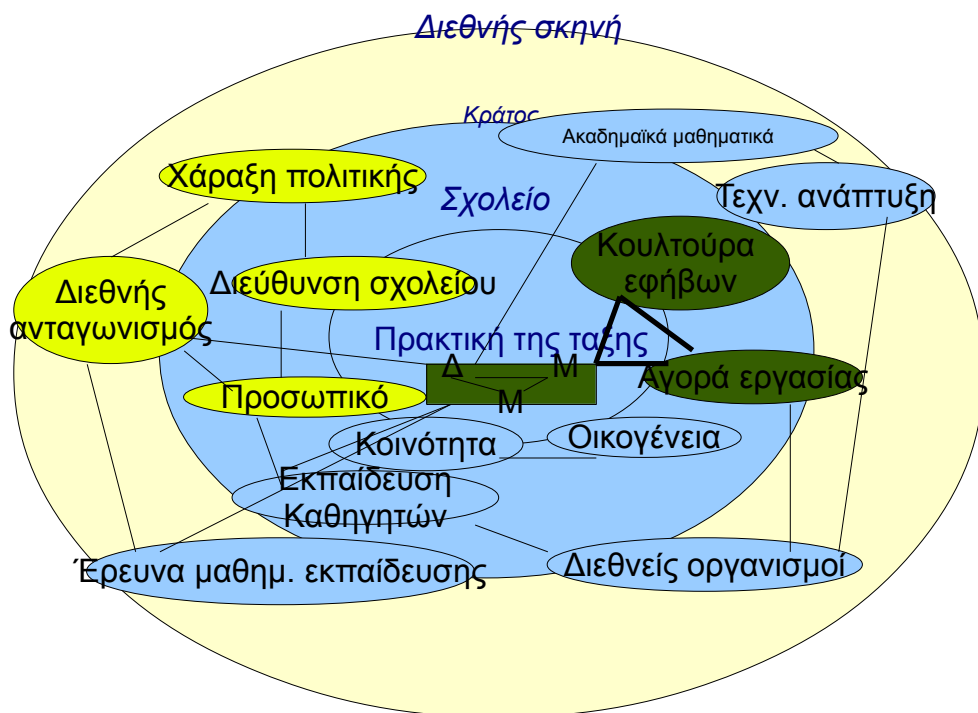
Ο Bishop (1985) μιλάει για την ιδεολογική και πολιτική επιρροή των κοινωνικών θεσμών στη μαθηματική εκπαίδευση και η Keitel (1986) διαπιστώνει ότι “είναι πλάνη ότι η εκπαίδευση δεν πλαισιώνεται από τις κοινωνικές, πολιτικές και οικονομικές αντιθέσεις των κοινωνιών μας” (από Gates, 2006). Η ίδια (2000) υποστηρίζει ότι “τα Μαθηματικά καθαυτά διαμορφώνονται και καθορίζονται από δυνάμεις εξωτερικές προς την ‘καθαρή’ επιστήμη: ποιές κατευθύνσεις θα αναπτύξουμε, τι είναι σημαντικό για την έρευνα, ποιά αποτελέσματα θεωρούνται αξιόλογα;”.

Ο Krainer (2007) σε έρευνές του για την εκπαίδευση των καθηγητών των μαθηματικών υποστηρίζει ότι είναι σημαντική η γνώση, ότι η εκπαίδευση των καθηγητών είναι μια πολύπλοκη διαδικασία και επηρεάζεται από προσωπικούς, πολιτισμικούς και πολιτικούς παράγοντες. Οι Rousseu και Tate (2008) υποστηρίζουν ότι “αν κοιτάμε τα γεγονότα αυστηρά όπως εμφανίζονται στην τάξη, χωρίς να θεωρούμε τις πολύπλοκες δυνάμεις που βοηθούν να σχηματιστούν αυτές οι μαθηματικές καταστάσεις, η κατανόησή μας είναι μόνο μερική” (από Valero, 2009).

Η Valero (1999) αναφέρει ότι ο ορισμός των κοινωνικών πρακτικών της μαθηματικής εκπαίδευσης θα πρέπει να περιλαμβάνει όχι μόνο τις ιδρυματοποιημένες αλληλεπιδράσεις μεταξύ των καθηγητών, μαθητών και μαθηματικών, μέσα και έξω από το εκπαιδευτικό σύστημα, αλλά επίσης τις πρακτικές αυτών που φτιάχνουν τους οδηγούς σπουδών σε εθνικό επίπεδο, το περιεχόμενο των σχολικών εγχειριδίων, την οργανωτική δομή των εκπαιδευτικών ιδρυμάτων και τις σχέσεις μεταξύ των μετεχόντων, το πως αντιλαμβάνεται η κοινωνία τον ρόλο των μαθηματικών σε αυτή κ.α.

Αυτές οι θέσεις καθιστούν απαραίτητη μια κοινωνικοπολιτική προσέγγιση της μαθηματικής εκπαίδευσης. Η προσέγγιση αυτή βλέπει τη μαθηματική εκπαίδευση ως κοινωνικές πρακτικές όπου οι σχέσεις εξουσίας ανάμεσα στους συμμετέχοντες και οι διαλεκτικές σχέσεις που προκύπτουν από τις πρακτικές αυτές αποτελούν σημαντική συστατική διάστασή της. (Valero, 2009).

Μέσα σε αυτή τη κοινωνικοπολιτική προσέγγιση σύμφωνα με τη Valero (2009) η πρακτική της μαθηματικής εκπαίδευσης ορίζεται ως μια σειρά, ένα δίκτυο κοινωνικών πρακτικών που συνεισφέρουν και δίνουν νόημα στις δραστηριότητες των ανθρώπων όταν σκέφτονται, μαθαίνουν και διδάσκουν μαθηματικά. Χαρακτηριστικό είναι το σχήμα που δίνει η ίδια:



Ιδεολογικός και διανεμητικός χαρακτήρας της εκπαίδευσης, σχήμα του Madan Sarup

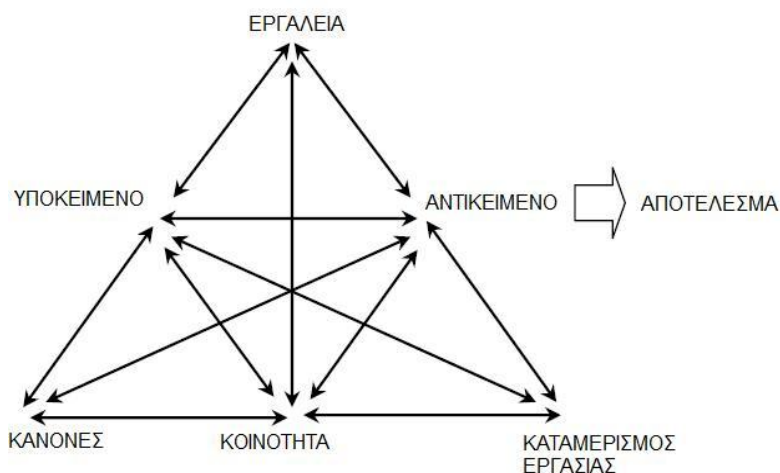
Ο L. Althusser (2000) σχολιάζει τους ιδεολογικούς μηχανισμούς του κράτους και τον μηχανισμό του σχολείου ως τον κυρίαρχο ιδεολογικό μηχανισμό, που έχει να κάνει με την αναπαραγωγή των σχέσεων παραγωγής. Ωστόσο στο θεωρητικό πλαίσιο κάνει πολύ χρήσιμες επισημάνσεις για το ότι κάθε ιδεολογία κρύβει μέσα της και μια πρακτική, αλλά και κάθε πρακτική κρύβει μέσα της μια ιδεολογία. Έτσι κάθε πρακτική δεν μπορεί να εκληφθεί μόνο ως πρακτική αλλά ο τρόπος που λαμβάνει χώρα έχει ορισμένα ιδεολογικά χαρακτηριστικά. Δηλαδή σε κάθε πρακτική εγγράφεται μια ιδεολογία. Μπορούμε έτσι να πούμε χρησιμοποιώντας το σχήμα του Althusser ότι κάθε παιδαγωγική πρακτική ή κάθε διδασκαλία ως πρακτική έχει ορισμένα ιδεολογικά χαρακτηριστικά που εγγράφονται σε αυτήν. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι σε μια τάξη με παραδοσιακή μετωπική διδασκαλία κυριαρχεί η άποψη ότι η γνώση είναι ένα προνόμιο που έχει ο καθηγητής και μεταφέρεται από αυτόν στους μαθητές, των οποίων ο ρόλος είναι παθητικός και δεκτικός. Η γνώση μεταφέρεται μέσω του λόγου στους μαθητές οι οποίοι παρακολουθούν τον καθηγητή, στον οποίο επαφίεται η κρίση της σωστής ή λάθους συμπεριφοράς και η θεσμοποίηση της γνώσης. Επίσης αναγκαστικά συμπεραίνονται η ιδεολογική παραδοχή της σωστής και της λάθους συμπεριφοράς και η ανάγνωση της αλήθειας μέσω της διαφάνειας του λόγου (Althusser, 2003). Επίσης εκτός των άλλων συμπεραίνεται και ένα σχήμα ιεραρχίας μέσα στην τάξη και απόλυτης διάκρισης ρόλων σε μια τεχνοκρατική βάση, δηλαδή υπάρχουν κάποιοι οι οποίοι ξέρουν (οι καθηγητές) και αυτοί που δεν ξέρουν (οι μαθητές) και πρέπει να τους μάθουν αυτοί που ξέρουν (οι καθηγητές) και που ξέρουν και τον τρόπο να τους μάθουν. Από αυτό συμπεραίνονται ιδεολογικές παραδοχές αποδοχής ιεραρχιών και τεχνοκρατικών διακρίσεων συνολικότερα στην κοινωνία. Βλέπουμε έτσι ότι η πρακτική της παραδοσιακής μετωπικής διδασκαλίας συνεπάγεται μια ιδεολογία, δηλαδή απορρέει από αυτήν μια ιδεολογία που έχει πολύ συγκεκριμένα χαρακτηριστικά που έχουν να κάνουν με αυτή την πρακτική και τα δικά της χαρακτηριστικά.

Αν δούμε τώρα την ιδεολογία της αλληλεγγύης ως την αίσθηση κοινού μέλλοντος και την ενότητα μεταξύ ίσων τι είδους πρακτική και συγκεκριμένα τι είδους παιδαγωγική πρακτική συνεπάγεται. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι θα έπρεπε να συνεπάγεται μια παιδαγωγική που αντιλαμβάνεται την τάξη ως κοινότητα μεταξύ ίσων που μέσα από μια σχετική διακριτότητα ρόλων και καταμερισμού εργασίας κάνει μια δραστηριότητα όπου έχει ενεργό συμμετοχή το σύνολο της κοινότητας με βάση κανόνες που καθορίζονται αμοιβαία. Έτσι δηλαδή θα περιμέναμε ίσως από μια διδακτική πρακτική που θα χαρακτηρίζεται από την ιδεολογία της αλληλεγγύης να έχει χαρακτηριστικά μιας οριζόντιας διδασκαλίας και που θα διακρίνεται με ξεκάθαρο τρόπο από την μετωπική παραδοσιακή διδασκαλία.

Στη βάση αυτής της θεώρησης για την εκπαίδευση ο Madan Sarup, μετατρέποντας ένα σχήμα του Terry Eagleton για τη λογοτεχνία, δημιουργεί ένα σχήμα αλληλεπίδρασης δομών στην εκπαίδευση. Οι βασικές του κατηγορίες είναι οι εξής: κατ' αρχήν, ο Γενικός Τρόπος Παραγωγής, δηλαδή ο καπιταλιστικός τρόπος παραγωγής, έπειτα ο Εκπαιδευτικός Τρόπος Παραγωγής, που αφορά τους γενικούς θεσμικούς τρόπους που συμβαίνει η εκπαίδευση, επίσης, η Γενική Ιδεολογία, που έχει σχέση με την κυρίαρχη ιδεολογία σε μια κοινωνία, επιπλέον η Ιδεολογία του Διδάσκοντα, έπειτα η Παιδαγωγική Ιδεολογία, που αφορά τις παιδαγωγικές του απόψεις, και τέλος το “κοινωνικοποιημένο” άτομο, το Μαθητή (Sarup 1983).

Ερμηνευτικό σχήμα για την τάξη των Μαθηματικών

Στη συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουμε και το ερμηνευτικό σχήμα των Engestrom και Cole (1993) στο άρθρο τους “the modeling of human activity as a systemic formation”. Το θεωρούμε πιο δόκιμο για την ανάλυση της κοινωνικής αλληλεπίδρασης στην τάξη και των φαινομένων που αναπτύσσονται κατ' αντιστοιχία με τις κοινωνικές συνθήκες και παράγοντες. Όπως δείχνει και το παρακάτω σχήμα:



και όπως περιγράφουν και οι Engestrom και Cole το επάνω τρίγωνο αναφέρεται στην παραδοσιακή ανάλυση της δραστηριότητας μέσα στην τάξη με τα υποκείμενα, τα εργαλεία και τα αντικείμενα. Όμως αυτή η ανάλυση δεν αρκεί πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν το ρόλο που παίζουν και παράγοντες όπως οι νόρμες της μαθησιακής κοινότητας, η κοινότητα ως σύνολο και ο καταμερισμός εργασίας που έχει θεσμοθετήσει η κοινότητα. Όπως σχολιάζουν και οι Jaworski και Potari (2002) είναι ένα σχήμα που συνδέει την μικρο-ανάλυση που κάνουμε στην τάξη με τη μακρο-ανάλυση. Για εμάς θα είναι ένα σχήμα χρήσιμο για την συσχέτιση των φαινομένων που αναπτύσσονται στην τάξη (μικρο-ανάλυση) με τους κοινωνικοπολιτικούς παράγοντες με τους οποίους συνδέονται (μακρο-ανάλυση).

Γ) Ερευνητικό πρόβλημα

Στην εισαγωγή περιγράφηκαν ποιες ανάγκες και μέσα από ποια ιδεολογία δημιουργήθηκαν τα μαθήματα αλληλεγγύης. Επίσης στο θεωρητικό πλαίσιο περιγράφηκε, εκτός των άλλων, η ανάγκη για μελέτη των παραγόντων που επηρεάζουν τη μαθηματική εκπαίδευση πέρα από το διδακτικό τρίγωνο.

Με αυτήν την αφετηρία θεωρούμε ενδιαφέρον να μελετήσουμε πώς οι κοινωνικοπολιτικοί παράγοντες επηρεάζουν τα μαθήματα αλληλεγγύης στα πλαίσια του μαθήματος των Μαθηματικών. Τα

μαθήματα αυτά αποτελούν ένα διαφορετικό υπόδειγμα από αυτό του σχολείου, οι συμμετέχοντες έχουν διαφορετικούς στόχους και ξεκινούν από διαφορετικές αφετηρίες. Υποθέτουμε λοιπόν διαφοροποιήσεις ανάμεσα στα δύο υποδείγματα. Εστιάζουμε το ενδιαφέρον μας στο πώς επηρεάζουν οι κοινωνικοπολιτικοί παράγοντες τη μάθηση των μαθηματικών, τις αντιλήψεις των μαθητών για τα μαθηματικά και την εκπαίδευση.

Δ) Μεθοδολογία

Επιλέγουμε ως μέθοδο για την έρευνα μας την μελέτη περίπτωσης γιατί κρίνουμε πως είναι κατάλληλη για τη μελέτη ενός φαινομένου όταν σε αυτό επιδρούν πολύμορφοι παράγοντες. Όπως αναφέρει ο J.Hartley (2004) ο στόχος μιας έρευνας που χρησιμοποιεί τη μελέτη περίπτωσης είναι να αναλυθεί το συνολικό πλαίσιο το οποίο απεικονίζει τα θεωρητικά θέματα που ερευνούνται. Το φαινόμενο δεν είναι απομονωμένο από το πλαίσιο στο οποίο λαμβάνει χώρα αλλά στόχος είναι να κατανοηθεί πως η συμπεριφορά και οι πρακτικές επηρεάζουν και επηρεάζονται από το πλαίσιο.

Συμμετέχοντες

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε δύο δίκτυα αλληλεγγύης. Το ένα δημιουργήθηκε από μια πρωτοβουλία φοιτητών τεχνολογικού ιδρύματος και το άλλο λειτουργεί στα πλαίσια της εργατικής λέσχης μιας περιοχής της Αθήνας. Οι συμμετέχοντες ήταν ένα τμήμα από κάθε δίκτυο. Συγκεκριμένα συμμετείχε μια τάξη Γ' Λυκείου από τα μαθήματα που κάνουν οι φοιτητές του τεχνολογικού ιδρύματος και μια τάξη Α' Λυκείου από τα μαθήματα στην εργατική λέσχη. Πιστεύουμε πως είναι σημαντικό να αναφερθεί πως και οι δύο εθελοντές καθηγητές είναι ενεργά μέλη των αντίστοιχων πρωτοβουλιών και συνδιαμορφώνουν τις κινήσεις τους.

Διαδικασία συλλογής δεδομένων

Τα δεδομένα συλλέχθηκαν από παρακολουθήσεις μαθημάτων των δύο τμημάτων όπου κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου, από απομαγνητοφωνημένα μαθήματα και από ημιδομημένες συνεντεύξεις της καθηγήτριας του δευτέρου τμήματος και δύο μαθητών της, της Αγγέλας και του Άρη (ψευδώνυμα).

Οι ερωτήσεις των συνεντεύξεων αποσκοπούσαν στο να διερευνηθεί:

- Τι διαφορετικό παρατηρούν σε αυτά τα μαθήματα σε σχέση με το σχολείο
- Τι τους αρέσει σε αυτά τα μαθήματα
- Ποιά είναι τα κίνητρα για να συμμετέχουν
- Τι τους αρέσει στα μαθηματικά
- Που χρησιμεύουν τα μαθηματικά κατά τη γνώμη τους
- Αν πιστεύουν ότι χρειάζεται βοήθεια εκτός σχολείου
- Τι απορρίπτουν από το θεσμό του σχολείου.

Διαδικασία ανάλυσης δεδομένων

Τα δεδομένα αναλύθηκαν σε τρεις φάσεις όπου ακολουθήθηκε η grounded theory analysis. Αρχικά μελετήθηκαν οι σημειώσεις πεδίου και τα απομαγνητοφωνημένα μαθήματα για να διακριθούν κάποιες πρώτες κατηγορίες αναφορών σχετικές με τον ερευνητικό μας στόχο (μικροσκοπική ανάλυση). Οι κατηγορίες αυτές ήταν ακόμα γενικές και οι ονομασίες τους δεν είχαν πάρει την τελική τους μορφή. Στο δεύτερο στάδιο μελετήθηκαν εκτός από τις σημειώσεις πεδίου και τα απομαγνητοφωνημένα μαθήματα και οι συνεντεύξεις των συμμετεχόντων (ανοικτή κωδικοποίηση). Σ' αυτό το στάδιο οι κατηγορίες πλέον πήραν την τελική τους μορφή και με μια πιο συστηματική μελέτη των δεδομένων διακρίθηκαν και υποκατηγορίες σχετικές με την έρευνά μας. Στο τρίτο και τελευταίο στάδιο αναζητήσαμε σχέσεις μεταξύ των κατηγοριών και υποκατηγοριών που είχαμε διακρίνει στο δεύτερο στάδιο με σκοπό να διακρίνουμε τις

αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους που θα μας βοηθούσαν στην ανάλυση (axial coding) (Strauss A., Corbin J., 1998).

Ας σημειώσουμε ότι κατά την ανάλυση των δεδομένων δεν χρησιμοποιήσαμε ως στοιχεία μόνο ότι έλαβε χώρα κατά την διάρκεια της έρευνας αλλά και υποθέσεις για το τι θα μπορούσε να είχε συμβεί. Χρησιμοποιήσαμε δηλαδή στην έρευνα αυτό που θέτει ως απαραίτητο στοιχείο ο Skovmose (2004): 'Να μελετάται τι δεν έλαβε χώρα και τι δεν ήταν αληθινό, αυτό που θα μπορούσε να είναι'.

Ε) Αποτελέσματα - Ανάλυση

Στα δεδομένα εμφανίστηκαν κάποιες βασικές κατηγορίες αναφορών που συσχετίζονται με τα βασικά ερωτήματα που έχουμε θέσει. Συγκεκριμένα :

1) Οικειότητα

Αναφορές που σχετίζονται με μια περισσότερο στενή σχέση μεταξύ των συμμετεχόντων. Αυτές διακρίνονται σε δύο υποκατηγορίες:

- ♣ Οικειότητα σε προσωπικό επίπεδο: π.χ. Αναφορά της καθηγήτριας προς μια μαθήτρια σε μάθημα: *“Έλα ρε Αγγέλα, τι φάτσα είναι αυτή;”*
- ♣ Οικειότητα λόγω θέσης: Αναφορές που έχουνε να κάνουμε με την οικειότητα που αντανάκλα το πλαίσιο των μαθημάτων
π.χ. *Οι μαθητές παίρνουν τον λόγο χωρίς να σηκώνουν το χέρι τους*

2) Συμμετοχή των μαθητών στη διαμόρφωση των μαθημάτων δικτύων αλληλεγγύης:

1. Συμμετοχή στη διαχείριση του μαθήματος:

π.χ. Αναφορά καθηγήτριας: *“Πάμε να ξεκινήσουμε τώρα;”*. Σταματάει τη συζήτηση για να ρωτήσει πως θέλουν να συνεχίσουν το μάθημα οι μαθητές.

2. Συμμετοχή στη διοργάνωση των μαθημάτων αλληλεγγύης:

Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: *“Ήμουν από πριν βρει χώρο η λέσχη, που κάναμε μαθήματα σ' ένα άλλο κτίριο. Ναι είχαμε δανειστεί ένα κτίριο, στη λέσχη του Πανιωνίου το πρεσ ρουμ και κάναμε μαθήματα και μετά ήρθαμε εδώ πέρα... ήμουν απ' την αρχή.”*

3)Πλεονεκτήματα των μαθημάτων αλληλεγγύης:

- Ως προς τον τύπο διδασκαλίας: Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: *“Στο σχολείο ας πούμε είχα την αντίληψη που βαριόμουν όπως τα περισσότερα παιδιά κι εδώ πέρα είναι και πιο άμεση η επαφή με τον καθηγητή, όχι όπως στο σχολείο οπότε...”*
- Ως προς το πλαίσιο της αλληλεγγύης: Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: *“ Η πρωτοβουλία ξεκίνησε για να στηρίξουν παιδιά που δεν έχουν την οικονομική δυνατότητα να πάνε σε φροντιστήριο γιατί και το σχολείο από μόνο του δε μπορεί να τους βοηθήσει να περάσουν από μόνα τους στο πανεπιστήμιο”*

4) Άλλου τύπου κοινωνικό-μαθηματικές νόρμες.

Αναφορές που έχουν να κάνουν με μια άλλου τύπου θεσμοποίησης της γνώσης:

π.χ. Αναφορά της καθηγήτριας: *“Αν έχεις νούμερα δεν χρησιμοποιείς τον κανόνα. Είναι χαζό”*

5) Επιρροή των ιδεολογικών αφετηριών της καθηγήτριας στο μάθημα:

π.χ. Αναφορά της καθηγήτριας στη συνέντευξη: *“Η πρωτοβουλία είναι κάτι που τους έχουνε στερήσει στο σχολείο και αυτό είναι κάτι που εμείς θέλουμε να το καλλιεργήσουμε.”*

6) Κριτική στο θεσμό του σχολείου.

Διακρίνονται τρεις υποκατηγορίες:

▲ Κριτική στον ρόλο του καθηγητή στο σχολείο.

π.χ. Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: “ *Κάποια φορά καταλαβαίνεις και από τη μεριά του καθηγητή, που δε γίνεται πάντα, μια αδιαφορία, που προκαλεί έτσι και τους μαθητές καμιά φορά να αδιαφορήσουν οι ίδιοι.*”

▲ Κριτική το ίδιο το ίδρυμα.

π.χ. Αναφορά της καθηγήτριας στη συνέντευξη: “ *Αυτό όμως και σε παιδιά που τους έχεις στερήσει γενικά τη πρωτοβουλία να κάνουν πράγματα και το σχολείο είναι έτσι δομημένο ώστε να σου στερούν γενικά την πρωτοβουλία...*”

▲ Κριτική στα μαθηματικά του σχολείου

π.χ. Αναφορά της καθηγήτριας στη συνέντευξη: “ *Και για τα υπόλοιπα παιδιά είναι ένας άθλος. Δυσκολεύονται εξαιρετικά, τους φαίνονται μονόχρωτα, δύσκολα και με δυσκολία επικοινωνείς και μαζί τους.*”

7) Κριτική στην Εκπαίδευση

Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: “ *Αυτό είναι ένα μεγάλο μειονέκτημα του εκπαιδευτικού συστήματος. Που δε μπορεί να εξασφαλίσει ότι χρειάζεται ο μαθητής και πάει σε παράγοντες έξω απ' αυτό. Ντάξει είναι νομίζω προφανές ότι πρέπει να αλλάξει αυτό το σύστημα, δηλαδή με κάποιο τρόπο να βελτιωθεί κι όλα αυτά.*”

8) Χρησιμότητα των Μαθηματικών.

Διακρίνουμε τις εξής υποκατηγορίες:

▲ Στην καθημερινή ζωή: π.χ. Αναφορά της Αγγέλας στη συνέντευξη: “ *Χρησιμεύουν. Παντού, στην καθημερινότητα, γενικά χρησιμεύουν.*”

▲ Επαγγελματικά: π.χ. Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: “ *Όντας τα μαθηματικά ένα μάθημα θετικής κατεύθυνσης φαντάζομαι ότι θα τα*

συναντήσω. Αλλά από κει και πέρα ντάξει η επαγγελματική αποκατάσταση είναι λίγο διαφορετική από το τι μαθαίνεις κι όλα αυτά. Οι σχολές που έχω μελετήσει και με ενδιαφέρουν έχουν μαθηματικά.”

- ♣ Επιστημολογικά: π.χ. “Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: “Ο παραγωγικός τρόπος που σε κάνει να σκέφτεσαι βασικά, δηλαδή να σε βάζει να βάζεις στη σειρά κάποια πράγματα για να λύσεις μια άσκηση όπως στη γεωμετρία, για να βρεις ένα θεώρημα σαν αποτέλεσμα.”
- ♣ Απόλαυση: π.χ. Αναφορά του Άρη στη συνέντευξη: “Γενικά τα θετικά μαθήματα πάντα μου άρεσαν περισσότερο, και τα μαθηματικά. Μ’ αρέσει κι ασκήσεις να λύνω μ’ αρέσει...”

Περαιτέρω ανάλυση

Αναλύοντας περαιτέρω τα δεδομένα μπορούμε να βγάλουμε κάποια αρχικά συμπεράσματα. Αν συνδέσουμε τις υποκατηγορίες των αναφορών οικειότητας προσωπικού επιπέδου με αυτές της κριτικής στο ρόλο του καθηγητή και αυτές των πλεονεκτημάτων των μαθημάτων δικτύων αλληλεγγύης ως προς τον τύπο διδασκαλίας μπορούμε να διαπιστώσουμε τα εξής: Οι βασικές αναφορές των μαθητών στο γιατί προτιμούν τα μαθήματα του δικτύου αλληλεγγύης αφορούν την οικειότητα και την πιο άμεση προσωπική σχέση. Για παράδειγμα μας λέει ο Άρης στην συνέντευξη:

“Η ποιότητα του μαθήματος είναι καλύτερη, λόγω και του αριθμού των παιδιών μέσα στην τάξη, βλέπεις ότι είναι πιο άμεση η επαφή. Έχω την εντύπωση ότι είναι πιο ουσιαστικό το μάθημα, επικεντρώνεται ο καθηγητής στον κάθε μαθητή προσωπικά, είναι πιο άμεση η επαφή. Και μπορεί έτσι να βοηθήσει περισσότερο ο καθηγητής το μαθητή βλέποντας τι χρειάζεται και τέτοια.”

Επίσης η Αγγέλα μας λέει:

“Έ και δεν κάθεται να σου εξηγήσει πράγματα που αυτή μπορεί να τα θεωρεί δεδομένα. Ενώ εδώ μπορείς να ρωτήσεις κάτι, μπορείς και ξανά και ξανά θα το καταλάβεις.”

Η ίδια η καθηγήτρια μας λέει το εξής:

“Δυστυχώς θα έλεγα ότι το μάθημα κυμαίνεται για την ώρα τουλάχιστον, στα ίδια επίπεδα που θα κυμαινόταν σε ένα οποιοδήποτε άλλο πλαίσιο. Δηλαδή δεν διαφοροποιείται το μάθημα σε σχέση με αυτό που θα έκανα, με τι διαφορά όμως ποια, ότι δεν αισθάνομαι πολύ πιεσμένη στο να βγάλω την ύλη.”

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι είναι σαφώς κυρίαρχο το ζήτημα της οικειότητας μαθητών – καθηγητή, αλλά ο μαθητής δεν είναι ουσιαστικά ενεργός στην κατασκευή της γνώσης. Δηλαδή ενώ μπορεί να υποθέταμε ότι το πλαίσιο θα συνεπαγόταν μια παιδαγωγική που θα αναιρούσε το βασικό χαρακτηριστικό της μετωπικής διδασκαλίας δηλαδή τον κυρίαρχο ρόλο του καθηγητή στην παρουσίαση της νέας γνώσης και τον παθητικό ρόλο του μαθητή στο γνωστικό επίπεδο, δηλαδή οι προκαθορισμένοι ρόλοι παραμένουν και ο μαθητής δε συμμετέχει ενεργά στην κατασκευή της γνώσης απλά έχει μια παραπάνω ενθάρρυνση να κάνει ερωτήσεις στον καθηγητή έχοντας αυτή την παραπάνω οικειότητα στην οποία συμβάλει και το πλαίσιο που γίνονται τα μαθήματα.

Συνεχίζοντας, συνδέοντας την υποκατηγορία της οικειότητας λόγω θέσης με αυτές της συμμετοχής στη διαμόρφωση των μαθημάτων και των πλεονεκτημάτων των μαθημάτων αλληλεγγύης ως προς το πλαίσιο αλληλεγγύης μπορούμε να πούμε πως παρατηρούμε έναν πιο χαλαρό και οριζόντιο καταμερισμό εργασίας στην τάξη ως κοινότητα και επίσης να ενισχύσουμε το προηγούμενο συμπέρασμα. Χαρακτηριστικά παραδείγματα:

Η Αγγέλα μας λέει:

...γιατί όχι μόνο αυτή και οι υπόλοιποι που έρχονται εδώ πέρα σημαίνει ότι νοιάζονται για τους συνανθρώπους τους και για τα παιδιά που δεν μπορούνε, είτε δεν έχουν οικονομική άνεση είτε οτιδήποτε, που έρχονται εδώ πέρα, και θέλουνε να προσφέρουν τις γνώσεις τους όσο μπορούνε για να καταλάβουνε κι άλλα παιδιά.

Ένα χαρακτηριστικό περιστατικό από τις παρακολουθήσεις: Η καθηγήτρια βάζει μια άσκηση στους μαθητές και όταν τη λύνουν όλοι ένας μαθητής ζητάει να σηκωθεί να τη λύσει επίμονα και στο τέλος λέει “καλά, καλά σας αφήνω να το λύσετε”

Επίσης οι μαθητές παρεμβαίνουν στη συζήτηση χωρίς να σηκώνουν το χέρι.

Συγκρίνοντας τις υποκατηγορίες: κριτική στο θεσμό του σχολείου σε σχέση με το ίδρυμα, κριτική στην εκπαιδευτική πολιτική και χρησιμότητα των μαθηματικών σε σχέση με το επάγγελμα μπορούμε να βγάλουμε το εξής συμπέρασμα. Ο τρόπος που βλέπουν τα σχολικά μαθηματικά και τα κίνητρα που έχουν για να ασχοληθούν με αυτά με βάση τη κριτική που κάνουν βρίσκεται σε άμεση σύνδεση και αλληλοκαθορισμό με τις προοπτικές επαγγελματικού προσανατολισμού τους. Από τη μία βλέπουμε ότι στον επαγγελματικό προσανατολισμό που έχουν στο μυαλό τους για τον εαυτό τους παίζουν σημαντικό ρόλο το μάθημα των μαθηματικών. Όπως αναφέρει ο P.Gates (2006) τα μαθηματικά ως δύσκολο για τους μαθητές μάθημα παίζουν κυρίαρχο ρόλο στον καθορισμό του επαγγελματικού προσανατολισμού. Έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η μελέτη των μαθηματικών ως ένα μάθημα με τον κυρίαρχο αυτό ρόλο. Από την άλλη και τα κίνητρα που έχουν για την ενασχόληση με τα σχολικά μαθηματικά καθορίζονται σε τελική ανάλυση από τις επαγγελματικές τους βλέψεις. Από αυτό το γεγονός προκύπτουν κίνητρα για τη γνώση που είναι εξωτερικά από τη γνώση.

Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι:

Ο Άρης στη συνέντευξη λέει:

Όντας τα μαθηματικά ένα μάθημα θετικής κατεύθυνσης φαντάζομαι ότι θα τα συναντήσω. Αλλά από κει και πέρα ντάξει η επαγγελματική αποκατάσταση είναι λίγο διαφορετική από το τι μαθαίνεις κι όλα αυτά. Οι σχολές που έχω μελετήσει και με ενδιαφέρουν έχουν μαθηματικά.

Ο ίδιος αναφέρει:

...Και ο ρόλος του φροντιστηρίου είναι καθοριστικός για την εισαγωγή στο πανεπιστήμιο ...

Υπάρχει αυτή η αντίληψη ότι δε μπορεί να σε βοηθήσει το σχολείο από το Λύκειο και μετά και αυτό επηρεάζει πάρα πολύ το μάθημα

Η καθηγήτρια μας λέει:

...Δεύτερον, αντιμετωπίζεται η γνώση εργαλειακά. Δηλαδή υπάρχει μια μόνιμη ερώτηση από πάρα πολλούς μαθητές, η οποία είναι η εξής: “εμένα που μου χρειάζεται αυτό και γιατί πρέπει να το μάθω; αν δε το μάθω πειράζει;”

Έπειτα συγκρίνοντας τις υποκατηγορίες των πλεονεκτημάτων των μαθημάτων δικτύων αλληλεγγύης ως προς τον τύπο διδασκαλίας και ως προς το πλαίσιο της αλληλεγγύης, της χρησιμότητας των μαθηματικών στη ζωή και του άλλου τύπου κοινωνικομαθηματικών νορμών μπορούμε να βγάλουμε το εξής συμπέρασμα. Ότι δε μπορούμε να πούμε πως υπάρχει νέου τύπου νοηματοδότησης των Μαθηματικών στη ζωή, παρά το διαφορετικό πλαίσιο των μαθημάτων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αναφορών είναι:

Η Αγγέλα μας λέει στη συνέντευξη:

Ερευνητής: Τα μαθηματικά σε τι πιστεύεις ότι χρησιμεύουν στη ζωή;

A: Χρησιμεύουν. Παντού, στη καθημερινότητα, γενικά χρησιμεύουν.

E: Στη δικιά σου καθημερινότητα; Ένα παράδειγμα που μπορείς να βρεις που σε βοηθάνε τα μαθηματικά να κάνεις κάτι;

A: Ε να βοηθήσω την αδερφή μου, που είναι μικρότερη τάξη.

E: Να βοηθήσεις την αδερφή σου... Στη ζωή σου έξω από το σχολείο και τα βιβλία;

A: Σίγουρα βοηθάνε. Αλλά δεν ξέρω που.

E: Το πιστεύεις ότι βοηθάνε να...Πιστεύεις ότι θα σου χρησιμεύσουνε στη συνέχεια; Στη ζωή σου;

A: Αφού θα πάρω θεωρητική κατεύθυνση, δεν νομίζω.

Επίσης, ο καθηγητής προσπαθώντας να βοηθήσει τους μαθητές να θυμούνται τις ιδιότητες των τριγωνομετρικών αριθμών το έκανε με την εξής αναφορά:

“Ένας τρόπος που έχω για να το θυμάμαι είναι αυτός:...”

και μετά παραθέτει τους μαθητές τον τριγωνομετρικό κύκλο.

Ο Άρης επίσης μας λέει σε ένα σημείο της συνέντευξης:

E: Ας πούμε ένα μαθηματικό αντικείμενο, ας πιάσουμε μια έννοια μαθηματική που σε ενδιαφέρει... πες κάποια που σου έρχεται στο μυαλό...

A: Η εξίσωση...

E: Η εξίσωση ας πούμε... Εξισώσεις κάνατε εδώ;

A: Κάναμε

E: Πιστεύεις ότι την αντιμετωπίσατε διαφορετικά σαν έννοια απ ότι στο σχολείο;

A: Διαφορετικά; (μεγάλη παύση)

Επικενρωθήκαμε ιδιαίτερα ας πούμε. Σαν αντικείμενο ας πούμε απλά για να τη μάθουμε καλύτερα, να εξοικειωθούμε μ' αυτό. Πιστεύω ότι και αυτό το μάθημα εδώ πέρα έγινε καλύτερα πιστεύω. Τώρα αυτό που μου είπες σαν έννοια με δυσκόλεψε να σου πω την αλήθεια...

Προσπαθώντας να αναζητήσουμε συνδέσεις ανάμεσα στις αναφορές που έχουν να κάνουν με την επιρροή των ιδεολογικών αφετηριών της καθηγήτριας, τον τύπο διδασκαλίας και το μάθημα σε σχέση με το πλαίσιο της αλληλεγγύης μπορούμε να συμπεράνουμε τα εξής. Αν υποθέσουμε ότι η ιδεολογική της αφετηρία συνεπάγεται μια παιδαγωγική πρακτική τότε διαπιστώνουμε ότι αυτή η πρακτική και κάτω από την επιρροή διάφορων παραγόντων όπως το λίγο χρονικό διάστημα που γινότουσαν τα μαθήματα δεν υπήρχε. Για παράδειγμα ας δούμε:

Η καθηγήτρια όταν τη ρωτάμε πόσο έχει επηρεάσει το πλαίσιο της αλληλεγγύης τους μαθητές λέει:

“Δεν έχει δώσει τα αναμενόμενα αποτελέσματα. Με ποια έννοια; Ότι εμείς ας πούμε θα θέλαμε τα παιδιά να συμμετέχουν με ποιο τρόπο; Να λειτουργούν συλλογικά ας πούμε και τα ίδια Δηλαδή για προβλήματα τα οποία έχουν να μαζεύονται και να τα συζητάνε, να θεωρούν ότι έχουν προτάσεις απέναντι σε μας όσον αφορά τον τρόπο διδασκαλίας,

δηλαδή να έρχονται και να λένε ότι σκεφτήκαμε ότι θέλουμε να κάνουμε αυτό το πράγμα και πως σας φαίνεται ως ιδέα; Να μας προτεινάνε και αυτά δραστηριότητες δικές τους και όχι κατ' ανάγκη στα πλαίσια του μαθήματος. Αυτό όμως σε παιδιά που τους έχεις στερήσει γενικά την πρωτοβουλία να κάνουν πράγματα και το σχολείο είναι έτσι δομημένο ότι σου στερούν την πρωτοβουλία, είναι πολύ δύσκολο όταν δεν τι έχουν μάθει ποτέ να το μάθουν αυτόματα από μόνα τους. Οπότε ακόμα αυτό είναι κάτι που θέλουμε να το καλλιεργήσουμε. Να μπορούν να είναι συμμετέχοντες στη διαδικασία. Και σας το είχα πει και την άλλη φορά ότι εμείς φανταζόμαστε ότι η εκπαίδευση δεν είναι κάτι το οποίο μεταφέρεται με ένα βέλος από τον καθηγητή προς το μαθητή αλλά υπάρχει μια αλληλεπίδραση σ' αυτό αλλά ο μαθητής θεωρεί τον εαυτό του ενεργό κομμάτι σε αυτή τη διαδικασία οπότε σου ζητά και να μάθει πράγματα ή σου ζητάει για παράδειγμα ότι θέλω για παράδειγμα να μου πεις κάτι για το οποίο εγώ το βρήκα κάπου και με ενδιέφερε και θέλω να το συζητήσουμε και με τους υπόλοιπους.”

Επίσης σε ένα άλλο σημείο της συνέντευξης όταν τη ρωτάμε τι διαφορετικό κάνει στο μάθημά της λέει:

“Ε, πολύ διαφορετικό δεν θα έλεγα ότι είναι. Θα έλεγα ότι μάλλον κινείται στα ίδια πλαίσια δηλαδή ότι τα παιδιά αναμένουνε κι αυτά μια αντίστοιχη συμπεριφορά του καθηγητή που έχουνε, αλλά του καθηγητή όχι του σχολείου, του φροντιστηρίου και τη ίδια συμπεριφορά αναμένουνε.”

Από την άλλη μπορούμε να διακρίνουμε στα δεδομένα κάποια στοιχεία παιδαγωγικής πρακτικής που θα περιμέναμε όπως το ότι οι μαθητές κάθονται σε κύκλο, τους δίνεται η ελευθερία από την καθηγήτρια να επεμβαίνουν στο μάθημα και συζητούνται θέματα που ξεπερνούν τα σχολικά μαθηματικά. Ένα άλλο περιστατικό είναι το εξής:

Σε ένα επαναληπτικό μάθημα σε σχέση με τις απόλυτες τιμές ένας μαθητής έχει μια απορία για το πως υπολογίζονται οι ρίζες πραγματικών αριθμών. Η καθηγήτρια στάθηκε αρκετά στον τρόπο προσέγγισης των ριζών αν και δεν ήταν προγραμματισμένο για το μάθημα.

Μπορούμε όμως χρησιμοποιώντας το σχήμα του Madan Sarup να κάνουμε κάποιες επιπλέον παρατηρήσεις. Ο ίδιος σχολιάζοντας την κατηγορία της Γενικής Ιδεολογίας λέει ότι ακόμα και εναλλακτικές μορφές εκπαίδευσης ίσως σε τελική ανάλυση να είναι κομμάτι της συνολικής αναπαραγωγής της κυρίαρχης ιδεολογίας. Αυτό εξαρτάται από το είδος των αντιφάσεων της κυρίαρχης ιδεολογίας πάνω στις οποίες ισορροπούν αυτές οι μορφές εκπαίδευσης και μπορούμε να πούμε ότι αυτό το ζήτημα είναι ανοικτό για κάθεμία τέτοια μορφή κατά τη διάρκεια της λειτουργίας της. Επίσης, σχολιάζοντας την Προσωπική Ιδεολογία του διδάσκοντα σε σχέση με την Παιδαγωγική του Ιδεολογία αναφέρει ότι είναι δυνατόν να διδάσκονται προοδευτικές ιδέες με συντηρητικό τρόπο ή το ανάποδο. Στις δικές μας περιπτώσεις έχουμε δύο διδάσκοντες με ιδιαίτερα προοδευτική προοδευτική προσωπική ιδεολογία και μάλιστα ιδιαίτερα πολιτικοποιημένα άτομα, ευαίσθητα ακόμα και στο ζήτημα της λειτουργίας της εκπαίδευσης στο σύγχρονο καπιταλισμό. Όμως, η παρατήρηση του Madan Sarup περιγράφει κάτι το οποίο ακουμπάει την πραγματικότητα και στις δικές μας περιπτώσεις, είναι μια παρατήρηση που την αναφέρουν ακόμα και οι ίδιοι οι διδάσκοντες ως κάτι που τους προβληματίζει.

Στ) Συζήτηση

Θέλοντας να ερευνήσουμε πως το ιδιαίτερο κοινωνικοπολιτικό πλαίσιο μέσα στο οποίο λαμβάνουν χώρα τα μαθήματα των δικτύων αλληλεγγύης και το πώς αυτό επηρεάζει τη μάθηση, την αντίληψη των μαθητών για τα μαθηματικά και την εκπαίδευση πρέπει να δώσουμε βάρος στα χαρακτηριστικά αυτού του πλαισίου. Το πλαίσιο της αλληλεγγύης διαμορφώνει τα χαρακτηριστικά μιας ιδεολογίας. Αυτά τα χαρακτηριστικά έχουν να κάνουν με την κοινή δράση ίσων υποκειμένων προς ένα κοινό στόχο μέσα σε ένα συνδιαμορφωμένο πλαίσιο. Αν χρησιμοποιήσουμε το θεωρητικό σχήμα του Althusser που λέει ότι μια ιδεολογία συνεπάγεται μια πρακτική και κάθε πρακτική μια ιδεολογία με ανάλογα χαρακτηριστικά, τότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι η ιδεολογία της αλληλεγγύης συνεπάγεται μια παιδαγωγική πρακτική. Τα χαρακτηριστικά αυτής της παιδαγωγικής πρακτικής θα έπρεπε να είναι μιας οριζόντιας διδασκαλίας και που θα διακρίνεται με ξεκάθαρο τρόπο από την μετωπική παραδοσιακή

διδασκαλία, όπως περιγράφουμε με περισσότερες λεπτομέρειες στο θεωρητικό πλαίσιο.

Επίσης, μέσα από μια τέτοια διδασκαλία οι μαθητές έχουν μια ενεργή συμμετοχή στο μάθημα, και συμμετέχουν ενεργά στην κατασκευή της γνώσης. Αυτό διαμορφώνει μια ενεργή ενασχόληση με τα μαθηματικά διαφορετική από αυτήν που παρατηρείται σε μια μετωπική διδασκαλία όπου τη γνώση την παίρνουν παθητικά οι μαθητές η οποία ευνοεί μια εργαλειακή αντίληψη για τα μαθηματικά. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι περιμένουμε μια νοηματοδότηση των μαθηματικών διαφορετική από την εργαλειακή που να έχει να κάνει με περισσότερα κίνητρα εσωτερικά στη γνώση, την οποία υποθέτουμε ότι κατασκευάζουν πλέον ενεργά οι μαθητές.

Όσον αφορά την πρώτη υπόθεση σύμφωνα με τα αποτελέσματα το μάθημα είχε χαρακτηριστικά μιας περισσότερο μετωπικής διδασκαλίας παρά μιας διδασκαλίας με τα χαρακτηριστικά που περιγράψαμε προηγουμένως αλλά ήταν κάπως επηρεασμένη από αυτά. Συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι η τάξη ήταν μια κοινότητα με πιο χαλαρό καταμερισμό εργασίας από ότι μια τάξη μετωπικής διδασκαλίας και ότι υπήρχε μια αρκετά μεγάλη οικειότητα μεταξύ καθηγητή και μαθητών. Τελικά δεν παρατηρήσαμε μια διδασκαλία με τα χαρακτηριστικά που περιμέναμε αλλά σ' αυτό συντέλεσαν κι άλλοι παράγοντες όπως ο λίγος χρόνος που γίνονται τα μαθήματα.

Όσον αφορά τη δεύτερη υπόθεση παρατηρήσαμε ότι δεν υπάρχει καινούργια νοηματοδότηση των μαθηματικών από τους μαθητές. Αυτό έχει να κάνει και με την πρώτη υπόθεση, δεν υπήρχε διαφορετικό πρότυπο διδασκαλίας οπότε και διαφορετικού τύπου ενασχόληση με τα μαθηματικά που θα συνεπάγονταν μια καινούργια νοηματοδότηση με τα χαρακτηριστικά που περιγράφηκαν παραπάνω. Μπορούμε να πούμε ότι κυριαρχεί η εργαλειακή αντίληψη για τα μαθηματικά, όπως και σε μαθητές που παρακολουθούν μαθήματα μόνο στο σχολείο. Δηλαδή μπορούμε να πούμε ότι τα κίνητρά τους εφόσον έχουν να κάνουν κυρίως με μια αναζήτηση καλύτερης θέσης στον καταμερισμό εργασίας, δε μπορούν παρά να δουν τα Μαθηματικά με τον τρόπο που ο ιδεολογικός και διανεμητικός χαρακτήρας της εκπαίδευσης καθορίζουν, που είναι περίπου ο εργαλειακός, ότι δηλαδή πρέπει να είσαι καλός στα Μαθηματικά για να πετύχεις πράγματα που είναι έξω

από τα Μαθηματικά. Αυτό συμβαίνει παρόλο που μπαίνουν σε ένα πλαίσιο μαθημάτων όπου το υπόδειγμα, δηλαδή η ιδεολογία της αλληλεγγύης, βρίσκεται σε κατεύθυνση ασυμβίβαστη με τον κυρίαρχο ιδεολογικό χαρακτήρα της εκπαίδευσης.

Επίσης πρέπει να πούμε ότι τα μαθήματα αλληλεγγύης είναι ένας χώρος όπου δίνεται περιθώριο στους μαθητές και τους καθηγητές να δουν κριτικά την εκπαίδευση στο σχολείο, να την αμφισβητήσουν και να σκεφτούν πράγματα που μπορούν να αλλάξουν και θεωρητικά να τα δοκιμάσουν και οι ίδιοι. Το ιδιαίτερο πλαίσιο στο οποίο λειτουργούν τα μαθήματα είναι ιδιαίτερα γόνιμο για έναν τέτοιου είδους προβληματισμό.

Προσπαθώντας να σκεφτούμε τη διάσταση ανάμεσα στις υποθέσεις και τα συμπεράσματα μπορούμε να πούμε ότι η σύνδεση ιδεολογίας-πρακτικής εμφανίζεται ως διαλεκτική αλληλεπίδραση. Μπορούμε να πούμε ότι άτομα τα οποία είχαν συνηθίσει σε μια πρακτική για πολλά χρόνια θα ήταν δύσκολο όταν μπουν σε ένα πλαίσιο με άλλη ιδεολογική βάση, θα υιοθετούσαν άμεσα μια αντίστοιχη τελείως διαφορετική πρακτική. Όμως η επιρροή της ιδεολογίας υπάρχει και στην πρακτική τους όπως είπαμε προηγουμένως αλλά βλέπουμε και από τις παρατηρήσεις ότι και η εν τέλει ακολουθούμενη πρακτική επηρεάζει το ιδεολογικό πλαίσιο. Αυτό φαίνεται π.χ. στο ότι μαθητές το έβλεπαν περισσότερο ως φιλανθρωπία, δηλαδή ότι “κάνει κάτι καλό για μας η καθηγήτρια”. Άρα ίσως θα πρέπει να μιλήσουμε για μια διαλεκτική αλληλεπίδραση μεταξύ ιδεολογίας (πλαισίου αλληλεγγύης) και πρακτικής (διδασκικής) που είναι κάτι πιο σύνθετο από το να περιμένουμε απλά απόλυτη και ξεκάθαρη μεταστροφή της διδακτικής πρακτικής που έχουν συνηθίσει τα υποκείμενα όταν βρεθούν σε ένα πλαίσιο με διαφορετικά ιδεολογικά χαρακτηριστικά.

Έτσι μπορούμε να πούμε ότι υπάρχει ένα σύνολο κοινωνικοπολιτικών παραγόντων που επηρεάζουν με διάφορους τρόπους και σε διαφορετικό βαθμό τα μαθήματα, που επηρεάζουν τους ρόλους των συμμετεχόντων, και των καθηγητών και των μαθητών, και εν τέλει επηρεάζουν τη μάθηση, τις αντιλήψεις τους για τα Μαθηματικά και για την εκπαίδευση.

Ευχαριστίες

Οφείλουμε να ευχαριστήσουμε την Ελένη Αποστολάκη για τη συνεισφορά της στα αρχικά στάδια της έρευνας. Επίσης, το Δημήτρη Χασάπη για τη βοήθεια σε βιβλιογραφικό υλικό και τους Δέσποινα Πόταρη και Χαράλαμπο Σακονίδη για τη συνολική βοήθειά τους. Τέλος τα μέλη των δύο δικτύων αλληλεγγύης και τους συμμετέχοντες στην έρευνά μας.

Αναφορές

- Althusser L. (1999), Ιδεολογία και ιδεολογικοί μηχανισμοί του Κράτους, στο *Θέσεις, Αθήνα: Θερμείο*
- Althusser L. (2003), *Να διαβάσουμε το κεφάλαιο*, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα
- Cobb P. (2006) Mathematics Learning as a Social Practice, στο New Mathematics Education Research and Practice: Sense Publishers
- Cole, M., & Engeström, Y. (1993). A cultural-historical approach to distributed cognition. In G. Salomon (Ed.), Distributed cognition: Psychological and educational considerations (pp. 1–46). New York: Cambridge University Press.
- Δαφέρμος Μ. (2002), *Η πολιτισμική-ιστορική θεωρία του Vygotsky*, Αθήνα: Ατραπός
- Galeano E. (2000) *Upside Down: A Primer for the Looking Glass World*,. Picador, 312, ανάκτηση από το διαδίκτυο, 14 Ιουνίου 2012, en.wikipedia.org/wiki/Solidarity
- Gates P. (2006) The case of equity and social justice in the history of PME, in *Handbook of research on the psychology on Mathematics Education Past Present Future*, Rotterdam: Sense Publishers
- Hartley J. (2004), Case study Research, στο Cassell C. and Gillian S., *Essential Guide to Qualitative Methods in Organizational Research*: Sage Publications
- Jaworski B. & Potari D. (2009) Bridging the macro- and micro-divide: using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development, στο *Educational Studies in Mathematics* 72(2), 219–236
- Keitel C. (2000), Διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών σε διεπιστημονικό πλαίσιο: Τα μαθηματικά και η κοινωνική πρακτική

τους μέσα στην τάξη, *Διεπιστημονική προσέγγιση των μαθηματικών και της διδασκαλίας τους*, συλλογικό, Αθήνα: Gutenberg

- Sarup M. (1983), *Marxism / Structuralism / Education*, Sussex: Falmer
- Skovmose O. & Borba M. (2004), Research Methodology and critical mathematics education, στο P. Valero and R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*, 207—226: Kluwer Academic Publishers.
- Strauss A., & Corbin J. (1998), *Basics of qualitative research*, London: Sage
- Valero P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in Latin America. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 99(1), 20-26.
- Valero P. (2004), Socio-political perspectives in mathematics education, στο P. Valero and R. Zevenbergen, *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*, 5—23: Kluwer Academic Publishers
- Valero P. (2009), Mathematics education as a network of social practices, στο Proceedings of CERME 6, France
- Χασάπης Δ. (2005), Κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης: Όψεις και ζητήματα, Πρακτικά 4ου Διημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, 9-23.

emails:

nem1322@yahoo.gr

ma7888th@yahoo.gr

[λευκή σελίδα]

ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΑ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΑ

Dherar BaniFaris & Δημήτρης Χασάπης

Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εισήγηση παρουσιάζονται διαπιστώσεις μιας έρευνας, η οποία επικεντρώνεται στις διαδικασίες μέσω των οποίων τα παιδιά κατακτούν τις γεωμετρικές έννοιες των σχέσεων δύο ευθειών (τεμνόμενες, κάθετες και παράλληλες ευθείες) στο πλαίσιο ενός διδακτικού πειράματος. Το πείραμα διεξάχθηκε σε δύο διαφορετικά πολιτισμικά περιβάλλοντα στην Ελλάδα και στην Ιορδανία. Τέσσερες ομάδες παιδιών που φοιτούσαν στη 4^η τάξη του Δημοτικού σχολείου και στην 1^η τάξη του Γυμνασίου στην Ελλάδα και τέσσερες ομάδες παιδιών που φοιτούσαν σε σχολικές τάξεις αντίστοιχων εκπαιδευτικών βαθμίδων στην Ιορδανία (περίπου 130 παιδιά συνολικά και στις δύο χώρες) παρακολούθησαν μαθήματα γεωμετρίας, τα οποία δίδαξε ο πρώτος των εισηγητών, για τις σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο, με έμφαση στις κάθετες και παράλληλες γραμμές. Από την έρευνα διαπιστώνεται – μεταξύ άλλων – ότι η χρήση των ίδιων μέσων και μεθόδων διδασκαλίας οδηγεί στα ίδια μαθησιακά αποτελέσματα, παρά τις διαφορετικές γλώσσες και τα διαφορετικά πολιτισμικά και εκπαιδευτικά περιβάλλοντα των παιδιών.

Τα όργανα σχεδίασης στη γεωμετρία

Η γεωμετρία ως επιστημονική δραστηριότητα, αλλά και ως πεδίο γνώσης, έχει ιστορικά θεμελιωθεί στη χρήση δύο εμβληματικών οργάνων: του διαβήτη για τη σχεδίαση τόξων και κύκλων και του κανόνα για την χάραξη ευθειών. Τα «Στοιχεία» του Ευκλείδη, κείμενο το οποίο θεμελίωσε τη γεωμετρία ως μαθηματική πρακτική, θεωρητικοποιεί τη χρήση των δύο αυτών οργάνων σχεδίασης για τον ορισμό γεωμετρικών εννοιών και για την επίλυση προβλημάτων γεωμετρικών κατασκευών, παρά το γεγονός ότι ποτέ δεν αναφέρεται ρητά στη χρήση του κανόνα και του διαβήτη.

Ο κανόνας και ο διαβήτης, καθώς και οι κανόνες χρήσης τους, αντιστοιχούν και θεωρητικοποιούνται στα αξιώματα και στα θεωρήματα της Ευκλείδειας γεωμετρίας και για κάθε δεδομένη γεωμετρική κατασκευή υπάρχει ένα θεώρημα στο οποίο διατυπώνονται οι σχέσεις ανάμεσα στα στοιχεία των γεωμετρικών σχημάτων, τα οποία κατασκευάζονται με τη χρήση των δύο αυτών οργάνων (Mariotti et. al, 1997).

Με άλλα λόγια, κάθε γεωμετρική κατασκευή η οποία περιλαμβάνεται στα «Στοιχεία» του Ευκλείδη επικυρώνεται από ένα αντίστοιχο θεώρημα, παρά το γεγονός ότι αυτή η αντιστοίχιση γεωμετρικής κατασκευής και θεωρήματος είναι σύνθετη και σε πολλές περιπτώσεις είναι έμμεση, άρα δυσδιάκριτη (Heath, 1956, σ. 124-31).

Στη βάση αυτή η διδασκαλία και η μάθηση της στοιχειώδους γεωμετρίας, τουλάχιστον σε σχολικό επίπεδο, μπορεί να ιδωθεί ως οικειοποίηση της χρήσης των γεωμετρικών οργάνων σχεδίασης και μέτρησης, οργάνων παραδοσιακών, όπως ο κανόνας, ο γνώμονας ή ο διαβήτης και σύγχρονων, όπως τα προγράμματα δυναμικής γεωμετρίας σε περιβάλλοντα υπολογιστών.

Πέρα από την οπτική της γεωμετρίας, η άποψη αυτή τεκμηριώνεται στην κοινωνικο-πολιτισμική θεωρία μάθησης του Βυγκότσκι και των επιγόνων του, στην οποία αποδίδεται ιδιαίτερη βαρύτητα στη διαμεσολάβηση της ανθρώπινης νοητικής δραστηριότητας από τα πολιτισμικά ανεπτυγμένα, τεχνικά και συμβολικά, εργαλεία (Vygotsky, 1978).

Τα εργαλεία αυτά, τα οποία έχουν αναπτυχθεί κατά τη διάρκεια της ιστορικής εξέλιξης του ανθρώπινου πολιτισμού, αποτελούν αναπόσπαστο στοιχείο της ανθρώπινης πρακτικής και νοητικής δραστηριότητας, την οποία διαμεσολαβούν ως «φορείς» γνώσεων και κοινωνικο-πολιτισμικών πρακτικών (Wertsch, 1994).

Τα τεχνικά και συμβολικά εργαλεία δεν διαμεσολαβούν απλά, αλλά οργανώνουν και διαμορφώνουν την ανθρώπινη νοητική και πρακτική δραστηριότητα, υποκινώντας διαφορετικές κατά περίπτωση νοητικές διεργασίες, οι οποίες ρυθμίζουν και τελικά μετασχηματίζουν κάθε συγκεκριμένη δραστηριότητα. Εργαλεία διαμεσολάβησης, νοητικές διεργασίες και πρακτικές δραστηριότητες διαπλέκονται και αλληλοδιαμορφώνονται σε μια διαλεκτική αλληλεξάρτηση. Άρα, η χρήση διαφορετικών εργαλείων για την επίλυση ενός προβλήματος ή γενικότερα για τη ανάπτυξη μιας δραστηριότητας δομεί με διαφορετικούς τρόπους τις απαιτούμενες πρακτικές διαδικασίες και υποκινεί διαφορετικές νοητικές διεργασίες και τρόπους σκέψης, άρα υποβάλλει και διαφορετικές προσεγγίσεις στις απαιτούμενες γνώσεις και τεχνικές (Chassapis, 1998). Τα τεχνικά και συμβολικά εργαλεία, επομένως, είναι οι κύριοι παράγοντες διαφοροποιήσεων κάθε νοητικής και πρακτικής δραστηριότητας και κατά συνέπεια των ανθρώπων που διεκπεραιώνουν τις διαφοροποιημένες δραστηριότητες.

Κάθετες και παράλληλες ευθείες στο επίπεδο

Στην Ελλάδα και στην Ιορδανία τα παιδιά διδάσκονται στη σχολική γεωμετρία, ότι δύο ευθείες είναι μεταξύ τους κάθετες όταν σχηματίζουν τέσσερες ίσες (ορθές) γωνίες. Η καθετότητα δύο ευθειών, επομένως, μπορεί να ελεγχθεί με τη χρήση ενός γνώμονα ή ενός μοιρογνωμονίου. Διδάσκονται, όμως, και στις δύο χώρες τρεις ισοδύναμους, αλλά πάντως διαφορετικούς, ορισμούς και άρα τρεις διαφορετικές εκδοχές της έννοιας των παραλλήλων ευθειών. Παράλληλες είναι δύο ευθείες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, των οποίων όλα τα σημεία ισαπέχουν, παράλληλες είναι δύο ευθείες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και δεν τέμνονται όσο και αν προεκταθούν προς οιαδήποτε κατεύθυνση και παράλληλες είναι δύο ευθείες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και οι οποίες τεμνόμενες από μια τρίτη ευθεία σχηματίζουν τις εντός-εκτός εναλλάξ ή τις εντός-εκτός και προς το ίδιο

μέρος γωνίες ίσες. Οι τρεις αυτοί διαφορετικοί ορισμοί υποβάλλουν και τρεις διαφορετικές μεθόδους χάραξης παράλληλων ευθειών, βασισμένες σε διαφορετικές ιδιότητες των παράλληλων ευθειών (BaniFaris & Chassapis, 2012).

Το διδακτικό πείραμα

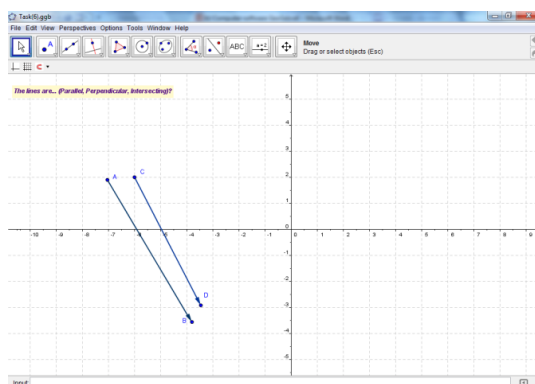
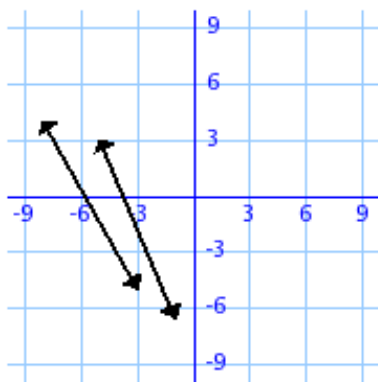
Η έρευνα, διαπιστώσεις της οποίας παρουσιάζονται εδώ, ενδιαφέρθηκε ιδιαίτερα να ανιχνεύσει τις επιπτώσεις δύο διαφορετικού τύπου γεωμετρικών μέσων χάραξης ευθειών στην κατανόηση από τα παιδιά των εννοιών και των ιδιοτήτων των κάθετων και παράλληλων ευθειών, αλλά και των ενδεχόμενων διαφορών, οι οποίες προκύπτουν από τα διαφορετικά πολιτισμικά περιβάλλοντα και τις διαφορετικές γλώσσες των υποκειμένων της έρευνας.

Το πείραμα διεξάχθηκε σε δύο διαφορετικά πολιτισμικά περιβάλλοντα στην Ελλάδα και στην Ιορδανία κατά το σχολικό έτος 2011-12. Τέσσερες ομάδες παιδιών που φοιτούσαν στη 4^η τάξη του Δημοτικού σχολείου και στην 1^η τάξη του Γυμνασίου στην Ελλάδα και τέσσερες ομάδες παιδιών που φοιτούσαν σε σχολικές τάξεις αντίστοιχων εκπαιδευτικών βαθμίδων στην Ιορδανία (περίπου 130 παιδιά συνολικά και στις δύο χώρες) παρακολούθησαν μαθήματα γεωμετρίας, τα οποία δίδαξε ο πρώτος των εισηγητών, για τις σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο, με έμφαση στις κάθετες και παράλληλες γραμμές. Οι μισοί μαθητές και μαθήτριες διδάχθηκαν τις έννοιες των κάθετων και παράλληλων ευθειών με χαρτί, μολύβι και τη χρήση των παραδοσιακών γεωμετρικών οργάνων (κανόνα, γνώμονα και μοιρογνωμονίου), ενώ οι άλλοι μισοί διδάχθηκαν τις έννοιες αυτές σε υπολογιστές, αφού εξοικειώθηκαν με τη χρήση του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Geogebra4.

Το λογισμικό GeoGebra4 επιλέχθηκε μεταξύ άλλων λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας για τους ακόλουθους λόγους. Είναι ένα ελεύθερο λογισμικό διαθέσιμο στην Ελληνική και Αραβική γλώσσα, οπότε μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στα δύο διαφορετικά πολιτισμικά και εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, ενδείκνυται για τις σχολικές τάξεις του Δημοτικού σχολείου και του Γυμνασίου στις οποίες διεξάχθηκε η πειραματική μας παρέμβαση και ως λογισμικό μπορεί εύκολα να

χρησιμοποιηθεί χωρίς να απαιτεί ιδιαίτερες δεξιότητες χειρισμού του (Hohenwarter & Lavicza, 2007).

Κατά το πρώτο στάδιο της έρευνας, διαπιστώσεις της οποίας παρουσιάζονται εδώ, τα πειραματικά έργα απαιτούσαν από τα παιδιά να αναγνωρίσουν, να προσδιορίσουν και να αιτιολογήσουν τους ισχυρισμούς τους για τη σχέση δύο ευθειών στο επίπεδο με ιδιαίτερη αναφορά στις κάθετες και παράλληλες ευθείες γραμμές. Στα έργα αυτά δίνονταν στα παιδιά εικόνες δύο ευθειών σε τετραγωνισμένο χαρτί ή οθόνη (όπως για παράδειγμα στο σχήμα 1) και ζητούνταν ο προσδιορισμός της σχέσης τους (τεμνόμενες, κάθετες, παράλληλες) και η αιτιολόγηση της απάντησης τους.



Σχ. 1 Ευθείες στο επίπεδο

Για την αιτιολόγηση της απάντησης τους, τα παιδιά προτρέπονταν να εκθέσουν τα επιχειρήματα και τις σκέψεις τους, ώστε να συναχθούν συμπεράσματα για τις έννοιες και τις ιδιότητες των κάθετων και παράλληλων ευθειών που είχαν συγκροτήσει και εφάρμοζαν στους συλλογισμούς τους. Το ενδιαφέρον των ερευνητών επικεντρώνονταν στις διαφορές που υπέβαλε στη σκέψη των παιδιών η χρήση των διαφορετικού τύπου γεωμετρικών οργάνων και η ενδεχόμενη επίδραση των διαφορών αυτών στη οικειοποίηση των γεωμετρικών εννοιών των κάθετων και παράλληλων ευθειών. Τα δεδομένα της έρευνας συγκροτήθηκαν από τις απαντήσεις των παιδιών στα ερευνητικά έργα, τους διαλόγους τους με τον πρώτο από τους συγγραφείς κατά την εκτέλεση των έργων και τις σημειώσεις του. Τα δεδομένα αυτά αναλύθηκαν με βάση ένα πλαίσιο ανάλυσης βασισμένο στα επίπεδα ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης της θεωρίας των Van Hiele (Burger & Shaughnessy, 1986) σε συνδυασμό με την επίκληση των γεωμετρικών οργάνων από τα παιδιά κατά τη διατύπωση και υποστήριξη των ισχυρισμών τους για τις σχέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο.

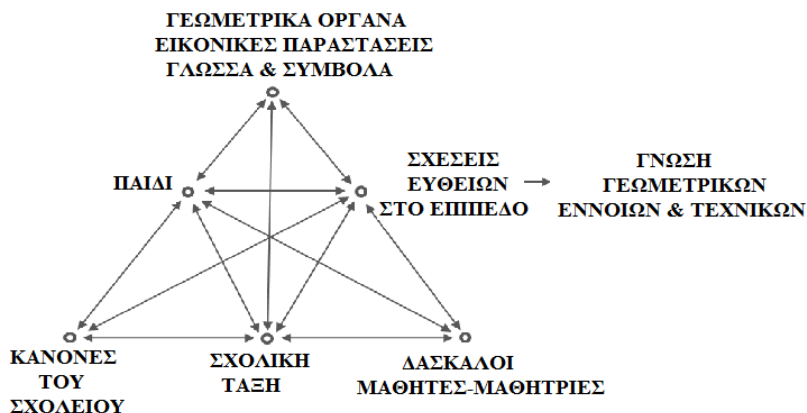
Από την ανάλυση αυτή διαπιστώνεται, ότι η χρήση των γεωμετρικών οργάνων έχει μια θετική συσχέτιση με την ιδιοποίηση των εννοιών και των ιδιοτήτων των κάθετων και παράλληλων ευθειών από τα παιδιά και στις δύο χώρες. Σημαντικός αριθμός παιδιών επικαλέστηκε τα γεωμετρικά όργανα για να εντοπίσει ιδιότητες και να υποστηρίξει ότι δύο ευθείες τέμνονται υπό γωνία, είναι κάθετες ή παράλληλες στις συζητήσεις που αποτελούσαν συστατικό στοιχείο του διδακτικού πειράματος. Παράλληλα, όμως, η εφαρμογή του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας, παρά τις λειτουργικές του δυνατότητες δεν διαπιστώθηκε να επιδρά σημαντικά διαφορετικά σε σχέση με τα γεωμετρικά όργανα (κανόνας, γνώμονας, μοιρογνωμόνιο, χαρτί και μολύβι) στις νοητικές διαδικασίες αναγνώρισης και χάραξης κάθετων και παράλληλων ευθειών. Αυτό σημαίνει ότι κάθε τέχνημα, όπως είναι ο υπολογιστής και το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας δεν καθίσταται αυτόματα και εργαλείο πράξης και σκέψης. Η θεωρητική ανάλυση των Verillon και Rabardel για τη διάκριση των τεχνημάτων από τα όργανα

φαίνεται να επικυρώνεται στο εύρημα αυτό της έρευνας μας. Σύμφωνα με τους Verillon και Rabardel (1995) ένα τέχνημα είναι ένα υλικό ή εννοιολογικό αντικείμενο, προϊόν της ανθρώπινης δραστηριότητας, το οποίο χρησιμοποιείται σε μια νέα δραστηριότητα για την εκτέλεση μιας εργασίας. Για παράδειγμα ένας χάρακας για τη χάραξη μιας ευθείας γραμμής ή ένας αλγόριθμος για την επίλυση μιας εξίσωσης. Ένα τέχνημα, επομένως, είναι διαθέσιμο στο χρήστη, ο οποίος το μεταβάλλει σε όργανο εκτέλεσης μιας συγκεκριμένης εργασίας. Άρα ένα όργανο, υλικό ή εννοιολογικό, είναι πρωτίστως υποκειμενικό, συναρτημένο με μια συγκεκριμένη δραστηριότητα ενός ανθρώπου και διαμορφωμένο από τον άνθρωπο αυτό για την εκτέλεση μιας δοσμένης εργασίας. Ο μετασχηματισμός ενός τεχνήματος σε όργανο εκτέλεσης μιας εργασίας είναι μια σύνθετη διαδικασία, η οποία συναρτάται με τα χαρακτηριστικά του τεχνήματος, τη μορφή της δραστηριότητας, καθώς και με τις γνώσεις και τις πρότερες μεθόδους εργασίας του ανθρώπου που αναπτύσσει μια δραστηριότητα. Αυτή η διαδικασία έχει δύο συνιστώσες. Η μια αφορά στο τέχνημα, το οποίο διαμορφώνεται από τον άνθρωπο για την εκτέλεση μιας εργασίας και η άλλη στον άνθρωπο, του οποίου η δραστηριότητα διαμορφώνεται από το τέχνημα. Ο άνθρωπος, δηλαδή, προκειμένου να εκτελέσει μια εργασία κατασκευάζει ένα όργανο, το οποίο συντίθεται από ένα τέχνημα σε συνδυασμό με τα διαθέσιμα σχέδια αξιοποίησης του, τα οποία του επιτρέπουν να εκτελέσει την εργασία και να ελέγξει τη δραστηριότητα του (Verillon & Rabardel, 1995). Από τα ευρήματα της έρευνας μας φαίνεται ότι τα παιδιά στην Ελλάδα και στην Ιορδανία δεν είχαν μετασχηματίσει εννοιολογικά τα διαθέσιμα, υλικά και ψηφιακά, εργαλεία σε γεωμετρικά όργανα, τα οποία θα τους επέτρεπαν να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις των πειραματικών έργων. Μια εξήγηση για τη διαπίστωση αυτή θα πρέπει να αναζητηθεί στις πρακτικές με τις οποίες εισάγονται και χρησιμοποιούνται τα γεωμετρικά όργανα στη διδασκαλία της γεωμετρίας στα σχολεία των δύο χωρών.

Ένα συμπέρασμα: Γιατί δεν εντοπίζουμε διαφορές στη σκέψη των παιδιών?

Μαθαίνω μαθηματικά σημαίνει εισάγομαι σε μια κοινωνικά καθιερωμένη μαθηματική πρακτική και παράλληλα αποκτώ μια γνώση, η οποία είναι διάχυτη στο κοινωνικό περιβάλλον και ταυτόχρονα οργανωμένη με συγκεκριμένες αρχές σε εννοιολογικά συστήματα και εκφρασμένη σε μια δική της γλώσσα. Η εισαγωγή των παιδιών σ' αυτή τη μαθηματική πρακτική και η απόκτηση της μαθηματικής γνώσης και γλώσσας γίνεται μέσα από τη συμμετοχή τους σε μαθησιακές δραστηριότητες. Κάθε δραστηριότητα, όμως, οποιουδήποτε περιεχομένου και αντικειμένου, διαμεσολαβείται και διαμορφώνεται από συμβολικά και τεχνικά εργαλεία και γενικότερα από τεχνήματα του ανθρώπινου πολιτισμού, τα οποία οι άνθρωποι μετασχηματίζουν σε όργανα εκτέλεσης πράξεων, ενώ αναπτύσσεται μέσα σε ένα συγκεκριμένο κάθε φορά κοινωνικό πλαίσιο, το οποίο επίσης την συνδιαμορφώνει (Vygotsky, 1997). Το κοινωνικό πλαίσιο ορίζεται από την κοινωνική ομάδα στην οποία συμμετέχει το δρών υποκείμενο, τους κοινωνικούς ρόλους και τις ιεραρχίες, οι οποίες δομούν την κοινωνική ομάδα και τους καθιερωμένους κανόνες για τις σχέσεις μεταξύ των μελών της ομάδας και για την ανάπτυξη κάθε συγκεκριμένης δραστηριότητας (Engeström, 1987).

Μια μαθησιακή δραστηριότητα η οποία έχει ως αντικείμενο της την ιδιοποίηση γεωμετρικών εννοιών διαμεσολαβείται από τις εικονικές παραστάσεις (σχήματα και εικόνες), τη συμβολική και γλωσσική έκφραση των εννοιών, καθώς και από τα απαιτούμενα γεωμετρικά όργανα για τη γραφική παράσταση των εννοιών, από μια σειρά τεχνημάτων δηλαδή τα οποία αξιοποιούνται στη γεωμετρία. Εάν αυτή η δραστηριότητα μάθησης αναπτύσσεται στο σχολείο, τότε το κοινωνικό πλαίσιο ορίζεται από το σχολείο και τη σχολική τάξη, τους ρόλους και τις ιεραρχίες των δασκάλων και των μαθητών, καθώς και τους κανόνες λειτουργίας του σχολείου και διεξαγωγής των μαθημάτων (σχ. 2)



Σχ. 2: Μάθηση γεωμετρικών εννοιών

Εάν όλες αυτές οι συνιστώσες μιας δραστηριότητας μάθησης δεν διαφοροποιούνται και παραμένουν ως προς τα καθοριστικά τους στοιχεία ίδιες, τότε ανεξάρτητα από τα διαφορετικά πολιτισμικά ή εκπαιδευτικά περιβάλλοντα μέσα στα οποία εντάσσονται, δεν διαφοροποιούν τη σκέψη και τη δράση των παιδιών στη διεκπεραίωση αυτής της δραστηριότητας. Υπό τον όρο, βέβαια, ότι οι διαφορετικές γλωσσικές εκφράσεις των εννοιών και γενικότερα οι διαφορετικές γλώσσες επικοινωνίας των συμμετοχών στην ίδια δραστηριότητα δεν υποβάλλουν διαφορετικούς εννοιολογικούς προσανατολισμούς και τρόπους σκέψης και στην περίπτωση μας, η γλώσσα της γεωμετρίας, ελληνική και αραβική, δεν υπέβαλε καμία ουσιαστική εννοιολογική διαφοροποίηση. Στο κοινωνικό πλαίσιο και στις ιεραρχίες του θα πρέπει, επομένως, να αναζητήσουμε παράγοντες διαφοροποίησης της σκέψης των παιδιών και αιτίες ανισοτήτων στη μάθηση των μαθητικών.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- BaniFaris D. & Chassapis D. (2012), The mediation of hand-held instruments vs. dynamic geometry software in the formation of geometric concepts of perpendicular and parallel lines by children in two different cultures, *Proceedings of the International Scientific Conference eRA-7*, Athens, Greece, 2013
- Burger, W. and Shaughnessy J. (1986), Characterizing the van Hiele levels of development in geometry, *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 31–48,.
- Chassapis D. (1998/99), The mediation of tools in the development of formal mathematical concepts: The compass and the circle as an example, *Educational Studies in Mathematics*, 37 (3), 275 –293.
- Engeström, Y. (1987), *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit.
- Heath T. (ed.) (1956), *The thirteen books of Euclid's Elements*, vol. 1, NY: Dover.
- Hohenwarter, M. and Lavicza, Z. (2007), Mathematics teacher development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute. Στο D. Köchemann (ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, University of Northampton, UK, BSRLM, 27, 49-54
- Mariotti M. A., Bartolini Bussi M. G., Boero P., Franca Ferri F., Rossella Garuti M. R., “Approaching geometry theorems in contexts: From history and epistemology to cognition”, *PME XXI Proceedings*, pp. 180-195, Lahti (Finland), 1997.
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995), Cognition and artefacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77–101.
- Vygotsky L.S., (1997) *Νους στην κοινωνία*, (μτφ. Μπίμπου Α. & Βοσνιάδου Σ.), Αθήνα: Gutenberg.
- Wertsch J.V. (1994), Mediated action in socio-cultural studies, *Mind, Culture and Activity*, 1, 2

emails: D.Bani-Faris@ecd.uoa.gr

dchasapis@ecd.uoa.gr

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΩΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ΤΗΣ ΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΤΩΝ ΕΝΗΛΙΚΩΝ

Ελένη Γιαννακοπούλου

Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα μαθηματικά αποτελούν σήμερα ένα από τα βασικά μέσα διακυβέρνησης και διαμόρφωσης της κοινής γνώμης και της στάσης των πολιτών απέναντι σε κοινωνικές, οικονομικές και πολιτικές επιλογές. Από την οπτική αυτή το επίπεδο μαθηματικών γνώσεων και αριθμητικών δεξιοτήτων καθώς και η ευχέρεια αξιοποίησης τους για την κατανόηση της πραγματικότητας και την κριτική αντιμετώπιση του πολιτικού λόγου λειτουργεί ως διαιρέτης της κοινωνίας των ενηλίκων. Ως αποτέλεσμα της διαίρεσης αυτής δημιουργούνται ομάδες ενηλίκων, οι οποίες είναι σε θέση να κατανοούν νοητικά αυτοδύναμα τα μαθηματικά του πολιτικού λόγου και ομάδες ενηλίκων, οι οποίοι εξαρτώνται από τις ερμηνείες των άλλων ή παραιτούνται από τη συμμετοχή τους στον πολιτικό διάλογο. Στην εισήγηση σχολιάζεται η κοινωνική αυτή διαίρεση και οι επιπτώσεις της στην πολιτική συμμετοχή.

Μαθηματικά και πολιτική

Τα μαθηματικά αποτελούν σήμερα ένα από τα ισχυρότερα και αποτελεσματικότερα μέσα σχεδιασμού, διαχείρισης, έκφρασης και επικοινωνίας των οικονομικών, κοινωνικών και πολιτικών δραστηριοτήτων και δράσεων, οι οποίες αναπτύσσονται από πρόσωπα και φορείς στις σύγχρονες κοινωνίες. Η ανάπτυξη των τεχνολογιών πληροφορικής και επικοινωνιών, η οποία βασιίζεται σε μεγάλο βαθμό στα μαθηματικά, ενίσχυσαν και διεύρυναν αυτό το ρόλο, αλλά κυρίως απέδωσαν στα μαθηματικά μια ιδιόζουσα πολιτική ισχύ. Τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται σήμερα σε όλους τους τομείς της πολιτικής δραστηριότητας και της αντίστοιχης διοικητικής δράσης και δεν υπάρχει σχεδόν καμία πολιτική απόφαση στην οποία να μην επιστρατεύονται τα μαθηματικά ως στοιχείο της «αντικειμενικής» της βάσης και της «ορθολογικής» της επιχειρηματολογίας. Τα μαθηματικά εξασφαλίζουν την αντικειμενική αλήθεια των δεδομένων και την πολιτική ουδετερότητα των αποφάσεων της κυβέρνησης και της διοίκησης στις σύγχρονες δημοκρατίες (Keitel & Vithal, 2008).

Μια ματιά στις εφημερίδες ή μια παρακολούθηση ενός τηλεοπτικού δελτίου ειδήσεων αρκεί για να επισημάνει την πολλαπλή χρήση των αριθμών στο δημόσιο λόγο είτε για την αιτιολόγηση επιλογών, είτε για τη διατύπωση προβλέψεων, είτε για την τεκμηρίωση αποφάσεων των πολιτικών πρωταγωνιστών, φορέων και ατόμων.

Σε μια πρόσφατη έρευνα στα πρωτοσέλιδα των μεγάλης κυκλοφορίας εφημερίδων της πρωτεύουσας διαπιστώθηκε ότι τα τελευταία χρόνια κάθε κυβερνητική απόφαση για την αντιμετώπιση της οικονομικής και κοινωνικής κρίσης που μαστιίζει τη χώρα μας αιτιολογείται με, ή αναφέρεται σε πλήθος αριθμών και αριθμητικών δεδομένων, τα οποία βέβαια προβάλλονται, σχολιάζονται και ερμηνεύονται ανάλογα με τις πολιτικές ανάγκες ή τις επιλογές της πολιτικής σκοπιμότητας (Chassapis & Giannakopoulou, 2012). Ως βασικό συμπέρασμα της έρευνας αυτής προέκυψε ότι οι αριθμοί αποτελούν, τουλάχιστον στη σημερινή συγκυρία στη χώρα μας και όχι μόνο, βασικά μέσα πολιτικών χειρισμών αφού, όπως επισημαίνουν οι Alonso & Starr (1987, σ. 3), οι αριθμητικές εκφράσεις κοινωνικών καταστάσεων είναι «πολιτικοποιημένες» όχι με την έννοια ότι παραχαράζονται τα αριθμητικά δεδομένα – παρόλο που μπορεί να παραχαράζονται –

αλλά επειδή «οι επιλογές του τι να μετρηθεί, πώς να μετρηθεί, πόσο συχνά να μετρηθεί, όπως και πώς να παρουσιαστούν και να ερμηνευτούν τα αποτελέσματα αυτών των μετρήσεων αποτελούν ανομολόγητες πολιτικές επιλογές»

Η χρήση των αριθμών στις πολιτικές αποφάσεις και στις πολιτικές διαδικασίες των Δυτικών δημοκρατιών είναι πολλαπλή και ο Rose ταξινομεί τις χρήσεις αυτές στις ακόλουθες τέσσερες κατηγορίες (ό.π., σ. 673-674).

Πρώτον, στους διάφορους αριθμούς οι οποίοι συναρτώνται με αυτούς που ασκούν την εξουσία και αναφέρονται κυρίως στις εκλογικές διαδικασίες και στην κατανομή των πληθυσμών σε εκλογικές περιφέρειες, στη διαμόρφωση μειοψηφιών και πλειοψηφιών και στις ψηφοφορίες κοινοβουλευτικών αποφάσεων. Οι αριθμοί εδώ αποτελούν συστατικό στοιχείο των μηχανισμών δια των οποίων προσδίδεται νομιμότητα στην πολιτική εξουσία.

Δεύτερον, υπάρχουν οι αριθμοί που συνδέουν την κυβέρνηση με τις ζωές των κυβερνώνμενων, πέρα από τις εκλογικές διαδικασίες. Δημοσκοπήσεις, οι οποίες ποσοτικοποιούν την κοινή γνώμη και βαθμονομούν το δημόσιο αίσθημα, κοινωνικές έρευνες και έρευνες αγοράς οι οποίες μετασχηματίζουν απόψεις και χαρακτηριστικά της ζωής των ατόμων σε αριθμητικές κλίμακες και ποσοστά. Οι αριθμοί εδώ λειτουργούν ως εκφράσεις καταστάσεων και απόψεων, οι οποίες θεωρητικά επηρεάζουν την άσκηση της πολιτικής από τους φορείς της εξουσίας.

Τρίτον, υπάρχουν οι αριθμοί, οι οποίοι εκφράζουν κοινωνικά δεδομένα σε εθνικό επίπεδο και έμμεσα αποτελούν κριτήρια επιτυχίας ή αποτυχίας πολιτικών αποφάσεων και επιλογών. Οι αριθμοί του δημόσιου χρέος, του ακαθάριστου εθνικού προϊόντος, του ισοζυγίου πληρωμών αποτελούν κριτήρια της κατάστασης μιας «οικονομίας» και παράλληλα η ανεργία, η φτώχεια, η εγκληματικότητα, αριθμοποιούνται και μετατρέπονται σε κριτήρια της κοινωνικής κατάστασης μιας χώρας.

Τέταρτον, υπάρχουν όλοι εκείνοι οι αριθμοί οι οποίοι χρησιμοποιούνται για και στους οποίους βασίζεται η άσκηση της διακυβέρνησης και η διοίκηση του κράτους. Οι πληθυσμοί περιοχών

και πόλεων, η γεννητικότητα και η γήρανση του πληθυσμού και παράλληλα το εισόδημα και η φορολογία του, τα επιδόματα και η κοινωνική ασφάλιση μετατρέπονται σε αριθμούς, οι οποίοι βρίσκονται στη βάση διοικητικών αποφάσεων και κυβερνητικών προγραμμάτων.

Από το άλλο μέρος, μπορεί να υποστηριχθεί ότι οι αριθμητικές εκφράσεις και γενικότερα τα μαθηματικά δεν περιγράφουν απλώς μια πραγματικότητα, αλλά και την δημιουργούν. Οι ίδιοι αριθμοί που εκφράζουν πολιτικά, κοινωνικά και οικονομικά δεδομένα αναδεικνύουν συγκεκριμένες όψεις των δεδομένων αυτών επιλέγοντας συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τους. Με τον τρόπο αυτόν δημιουργούν ένα «τόπο», όπως λέμε στα μαθηματικά, ο οποίος περικαρκώνει την οπτική στις αντίστοιχες όψεις της πολιτικής, κοινωνικής και οικονομικής ζωής και προσδιορίζει τη σκέψη και τη δράση για τα ζητήματα αυτά. Όπως έχει χαρακτηριστικά αναλυθεί (Miller & O'Leary, 1987; Rose, 1988; Miller & Rose, 1990), οι αριθμοί οριοθετούν «πλασματικούς χώρους» για την άσκηση της πολιτικής και εγκαθιστούν ένα «επίπεδο πραγματικότητας» καθορισμένο από ένα πλέγμα αριθμητικών δεδομένων, δεικτών και προτύπων, επί του οποίου κατά περίπτωση ασκείται η κυβερνητική εξουσία. Πως λοιπόν οριοθετούν οι αριθμοί «πλασματικούς χώρους» για την άσκηση της πολιτικής;

Πρώτα απ' όλα, οι αριθμοί αποτελούν καθοριστικό στοιχείο της διατύπωσης και άρα της αναγωγής ενός οικονομικού, κοινωνικού ή πολιτικού ζητήματος σε πρόβλημα. Το κάπνισμα ή ο αλκοολισμός, για παράδειγμα, διατυπώνονται ως κοινωνικά προβλήματα στη βάση επιλεγμένων αριθμών και αριθμητικών σχέσεων. Αντίστοιχα, αναγορεύεται σε κοινωνικό πρόβλημα μόνο ότι μπορεί να ποσοτικοποιηθεί και εκφραστεί αριθμητικά, π.χ. φτώχεια ή μετανάστευση και όχι κάθε φαινόμενο το οποίο αποτελεί πηγή δυσκολιών και άρα αποτελεί πρόβλημα, στην ομαλή διαβίωση των ανθρώπων μιας κοινωνίας, όπως π.χ. η βία κατά των γυναικών ή ο εμβολιασμός των παιδιών.

Στη λογική αυτή, η αριθμητική περιγραφή ενός φαινομένου επιτρέπει τη διατύπωση του ως προβλήματος και η επίλυση ενός κοινωνικού προβλήματος προϋποθέτει την αναγνώριση του με όρους αριθμητικής έκφρασης επιλεγμένων χαρακτηριστικών του.

Παράλληλα, οι αριθμοί και οι αριθμητικές σχέσεις οριοθετούν κάθε αξιολόγηση του κυβερνητικού έργου, οπότε και η επιτυχία ή η αποτυχία του συναρτάται από, και εκφράζεται με ποσοτικές μεταβολές και συνάψεις, οι οποίες προσδιορίζουν την επίτευξη στόχων, την εκπλήρωση διακηρύξεων ή την επίλυση προβλημάτων. Π.χ. μείωση ανεργίας ή αύξηση εσόδων.

Τέλος, οι αριθμοί νομιμοποιούν την άσκηση μιας εξουσίας τεκμηριώνοντας την αντιπροσωπευτικότητα της. Η αριθμητική έκφραση των επιλογών του εκλογικού σώματος κατά τις εκλογικές αναμετρήσεις και των απόψεων της λεγόμενης «κοινής» γνώμης μέσα από δημοσκοπήσεις εκφράζει την αντιστοιχία των αποφάσεων της εξουσίας με τις εντολές των πολιτών, στο όνομα των οποίων ασκεί την εξουσία.

Η σχέση των αριθμητικών εκφράσεων και σχέσεων με την άσκηση της πολιτικής είναι φυσικά πολύ πιο σύνθετη από όσα επιγραμματικά προαναφέρθηκαν και έχει αποτελέσει αντικείμενο αναλύσεων από διάφορες οπτικές και θεωρητικές προσεγγίσεις.

Ο Φουκώ είναι ένας από τους σύγχρονους στοχαστές, ο οποίος έχει σε βάθος αναλύσει τις σχέσεις της γνώσης με την άσκηση της εξουσίας εισάγοντας την έννοια της «διακυβέρνησης» ή της λογικής της εξουσίας, η οποία χαρακτηρίζει όλες τις Δυτικού τύπου δημοκρατίες, και στο πλαίσιο αυτής της ανάλυσης του έχει θίξει και το ζήτημα της ποσοτικοποίησης και της χρήσης των αριθμητικών εκφράσεων και σχέσεων στην άσκηση της εξουσίας.

Με μια διευκρινιστική παρένθεση, η οποία είναι εδώ αναγκαία. Όπως έχει αναλύσει ο Φουκώ, η εξουσία δεν αποτελεί ούτε θεσμό ούτε δομή, δεν εντοπίζεται σε συγκεκριμένους θεσμούς και δομές, ούτε αποτελεί πεδίο δραστηριότητας κάποιας οργανωμένης ομάδας ανθρώπων που δρουν έχοντας στόχο την κατάρκτηση εξουσιαστικών θέσεων, αλλά σχέσεις μεταξύ ανθρώπων υποκειμένων (Φουκώ, 1982,1991). Οι σχέσεις εξουσίας διασχιίζουν τους μηχανισμούς και τους θεσμούς, με αποτέλεσμα να μην εξαντλείται η ύπαρξή τους μόνο μέσα σ' αυτούς, αλλά να διαχέεται στην κοινωνία (Φουκώ, 1982). Επομένως για τον Φουκώ, κάθε έννοια κεντρικής εξουσίας δεν μπορεί να υπάρξει και να λειτουργήσει χωρίς την ύπαρξη σχέσεων εξουσίας στο μικρο-επίπεδο, που αποτελούν και το θεμέλιο της κεντρικής

εξουσίας και σ' αυτή τη βάση το κράτος δεν είναι παρά μια μορφή κωδικοποίησης ενός αριθμού σχέσεων εξουσίας, που καθιστούν δυνατή τη λειτουργία του (Φουκώ, 1982, 1987). Η ύπαρξη κεντρικών μηχανισμών εξουσίας είναι το αποτέλεσμα μιας σειράς σχέσεων εξουσίας-επιβολής, οι οποίες ορίζουν διαφορές ανάμεσα σε παιδιά και ενηλίκους, σε μαθητές και δασκάλους, σε υπηκόους ή πολίτες και στη διοίκηση (Φουκώ, 2002). Αφού για τον Φουκώ δεν υπάρχει ένα κέντρο εξουσίας μιας κοινωνίας, αλλά η εξουσία διαχέεται σ' όλες τις ανθρώπινες σχέσεις, η άσκηση της εξουσίας έχει την έννοια της οριοθέτησης των ενδεχόμενων συμπεριφορών και της συγκρότησης ενός πεδίου δράσης των ανθρώπινων υποκειμένων. Ο όρος τον οποίο χρησιμοποιεί ο Φουκώ για να σχηματοποιήσει αυτή τη διαδικασία άσκησης εξουσίας είναι «διακυβέρνηση» (*gouvernementalite*) (Φουκώ, 1991, σ. 92), μια έννοια η οποία δεν πρέπει να ταυτίζεται με την κυβερνητική διαχείριση του κράτους. Η έννοια της διακυβέρνησης προϋποθέτει την ύπαρξη «ελεύθερων υποκειμένων», αφού οι σχέσεις εξουσίας δεν είναι απλά και μόνο βίαιες και καταναγκαστικές, αλλά είναι και δράση η οποία οριοθετεί τη δράση των ανθρώπων (ο.π. σ. 93). Η ποσοτικοποίηση και η αντίστοιχη χρήση αριθμητικών εκφράσεων και σχέσεων αποτελεί συστατικό στοιχείο της οριοθέτησης και επομένως του ελέγχου της δράσης των πολιτών, άρα της «διακυβέρνησης» μιας κοινωνίας, αφού καθορίζει την έννοια της «αλήθειας» κάθε πολιτικού λόγου και αντιλόγου και συμβάλει στην κατασκευή μιας «επικράτειας της αλήθειας» και μιας «πολιτικής της αλήθειας» σε μια κοινωνία, κατά τις εκφράσεις του Φουκώ (Φουκώ, 2000). Η *«αλήθεια πρέπει να κατανοηθεί ως ένα σύστημα διατεταγμένων διαδικασιών παραγωγής, ρύθμισης, διανομής, κυκλοφορίας και λειτουργίας δηλώσεων»* (Φουκώ, 1980, σ. 133) ή με άλλα λόγια, ως ένα σύστημα το οποίο ορίζει τους τύπους του λόγου που είναι αποδεκτοί σε μια κοινωνία και λειτουργούν ως αληθείς, προβάλλοντας και κάνοντας αποδεκτές συγκεκριμένες όψεις της πραγματικότητας. Η ανάλυση των σχέσεων γνώσης και εξουσίας από τον Φουκώ είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και διαφωτιστική για τη διαμόρφωση και τη λειτουργία των σχέσεων εξουσίας σε μια κοινωνία, η έστω και συνοπτική, όμως, έκθεση της ξεπερνά τα όρια της παρούσας εισήγησης.

Οι σχέσεις των ενηλίκων με τα μαθηματικά

Σε μια πρόσφατη εμπειρική έρευνα (Χασάπης & Γιαννακοπούλου, 2012), η οποία στόχευσε στην αποτύπωση των εικόνων για τα μαθηματικά ως επιστημονικής πρακτικής και ως μαθησιακού αντικειμένου, τις οποίες έχουν συγκροτήσει ενήλικα άτομα ως προϊόν συναφών εμπειριών, γνώσεων, στάσεων και συναισθημάτων και στην οποία συμμετείχαν 202 ενήλικα άτομα από διάφορες εργασιακές ομάδες και χώρους αποτυπώθηκε μια αξιοσημείωτη εκτίμηση των ενηλίκων για την αξία των μαθηματικών ως κοινωνικής γνώσης και για τη χρησιμότητα τους στον χειρισμό καταστάσεων της πραγματικότητας. Σε ποσοστό 90,6% οι ενήλικες της έρευνας αυτές θεωρούν ότι «τα μαθηματικά είναι πολύ χρήσιμα στη ζωή μας», σε ποσοστό 83,2% πιστεύουν ότι «τα μαθηματικά είναι μια απαραίτητη σε κάθε άνθρωπο γνώση» και σε ποσοστό 79,2% εκτιμούν ότι «τα μαθηματικά μας βοηθούν να λύνουμε πολλά προβλήματα της καθημερινότητας μας».

Παράλληλα όμως, από την ανάλυση των στοιχείων της ίδιας έρευνας προέκυψαν ενδιαφέροντα (υπό δημοσίευση) συμπεράσματα για τις μνήμες των ενηλίκων από τα μαθηματικά του σχολείου, αλλά και για τις τωρινές τους σχέσεις με μαθηματικές δραστηριότητες της καθημερινής τους ζωής.

Οι ενήλικες που συμμετείχαν στην έρευνα σε πολύ υψηλά ποσοστά δηλώνουν ότι έχουν αρνητικές μνήμες από τα μαθηματικά των σχολικών τους χρόνων, τα μαθήματα των οποίων δηλώνουν ότι τους προκαλούσαν δυσκολίες. Είναι χαρακτηριστικό ότι, σε ποσοστό της τάξης του 45% θυμούνται ότι δυσκολεύονταν πολύ να παρακολουθήσουν τις παραδόσεις στα μαθήματα των μαθηματικών και σε σημαντικό ποσοστό (42%) εκτιμούν ότι σπάνια κατανοούσαν τα μαθηματικά από τα μαθήματα που παρακολουθούσαν στη σχολική τάξη, με αποτέλεσμα να έχουν πολλές δυσκολίες ή και αδυναμία να κατανοήσουν πολλές από τις μαθηματικές έννοιες που διδάσκονταν (55%). Οι ενήλικες που συμμετείχαν στην έρευνα αυτή θυμούνται με αρνητικά συναισθήματα, ότι πολύ συχνά οι δάσκαλοι των μαθηματικών τους έβαζαν πολλά προβλήματα και ασκήσεις για λύση το σπίτι (70%), ενώ έχουν καταγράψει στη μνήμη τους ένα σημαντικό ποσοστό ενηλίκων (51%) ότι εργάζονταν πολύ σκληρά για να τις λύσει,

αλλά και ένα εξίσου σημαντικό ποσοστό (45%) ότι όταν συναντούσε δυσκολίες εγκατέλειπε κάθε προσπάθεια.

Στην ίδια έρευνα καταγράφηκαν επίσης ενδιαφέρουσες μνήμες των ενηλίκων από τους διδάσκοντες μαθηματικά στο σχολείο. Ένα αξιοσημείωτο ποσοστό (60%) έχει καταγράψει στη μνήμη του ότι οι δάσκαλοι των μαθηματικών σπάνια διέθεταν τον απαιτούμενο χρόνο για να τους βοηθήσουν να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες που δίδασκαν, σπάνια τους ενθάρρυναν στη προσπάθειά τους να μάθουν μαθηματικά (50%) και οι ίδιοι σπάνια τολμούσαν να ρωτήσουν τους δασκάλους των μαθηματικών όταν είχαν απορίες, ιδίως εκτός του μαθήματος (52%).

Οι ίδιοι ενήλικες δηλώνουν σε ποσοστά που ποικίλουν από 20% έως και 70% ότι στην καθημερινότητα τους αγχώνονται όταν πρέπει να επιλύσουν αριθμητικά προβλήματα ή να εκτελέσουν υπολογισμούς σε διάφορες δραστηριότητες τους. Για παράδειγμα, σημαντικά ποσοστά ενηλίκων δηλώνουν δυσαρέσκεια στην ανάγκη να διαβάσουν αναλυτικά και να κατανοήσουν αριθμητικά δεδομένα, όπως αυτά που αναγράφονται σε λογαριασμούς του ηλεκτρισμού ή της ύδρευσης (50%) και εξίσου σημαντικά ποσοστά ενηλίκων δηλώνουν άρνηση να εκτελέσουν αριθμητικούς υπολογισμούς, όπως αυτοί που περιλαμβάνονται σε αποδείξεις αγοράς προϊόντων ή υπηρεσιών (40%). Σημαντικά ποσοστά ενηλίκων δηλώνουν, επίσης, δυσκολία να υπολογίσουν ή να συγκρίνουν αριθμητικά δεδομένα, όπως τα αποτελέσματα δύο δημοσκοπήσεων, προσφορές συνδρομής κινητής τηλεφωνίας ή ακόμα και τα ετήσια οικιακά τους έξοδα. Αντίθετα, οι ίδιοι ενήλικες δεν δηλώνουν πρόβλημα, με τους αριθμητικούς υπολογισμούς που πρέπει να κάνουν παίζοντας χαρτιά (70%), αθροίζοντας τα έξοδα των αγορών τους (70%) ή υπολογίζοντας την ηλικία ενός ανθρώπου από τη ημερομηνία γέννησης του (74%). Τα δεδομένα αυτά δηλώνουν, ότι οι αριθμοί και οι αριθμητικές πράξεις αποκτούν διαφορετικά νοήματα σε διαφορετικά πλαίσια της καθημερινότητας και η κάθε φορά σημασία τους συναρτάται άμεσα με τις προσωπικές ή οικογενειακές δραστηριότητες των ενηλίκων και τη σημασία που αποδίδεται στις δραστηριότητες αυτές.

Οι διαπιστώσεις αυτές, μεταξύ άλλων που προέκυψαν από την έρευνα αυτή, μας επιτρέπουν να διατυπώσουμε τον ισχυρισμό ότι η αρνητική στάση των ενηλίκων απέναντι στα μαθηματικά διαμορφώνεται σημαντικά από τις κακές εμπειρίες που έχουν αποκομίσει από τα σχολικά μαθηματικά με αποτέλεσμα να βιώνουν ως ενήλικες δυσκολίες ανάγνωσης και κατανόησης μαθηματικών δεδομένων, να αισθάνονται ανασφάλεια όταν αναγκάζονται να χειριστούν αριθμητικά δεδομένα και να εκτελέσουν υπολογισμούς και να υιοθετούν μια πεποίθηση ότι γενικά δεν τα καταφέρνουν με τα μαθηματικά, ακόμα και εκείνα που περιλαμβάνουν απλά αριθμητικά δεδομένα.

Με δύο λόγια, οι αρνητικές σχέσεις των ενηλίκων με τα μαθηματικά, όπως διαγνώστηκαν στην έρευνα επιλεγμένα στοιχεία της οποίας προαναφέρθηκαν, είναι παράγωγο του σχολείου, των περιεχομένων και των τρόπων διδασκαλίας των σχολικών μαθηματικών.

Ισότητα, ανισότητα και πολιτική συμμετοχή από την οπτική των μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων

Παρά τα διαφορετικά νοήματα που αποδίδονται στον όρο «δημοκρατία», η δημοκρατία όπως λειτουργεί στις Δυτικού τύπου, αναπτυγμένες καπιταλιστικά, δημοκρατίες δεν είναι απλά ένα σύνολο πολιτικών ιδεών, ούτε ένα σύνολο μηχανισμών ανάδειξης αντιπροσωπευτικών ηγεσιών, οι οποίες λογοδοτούν και αξιολογούνται πολιτικά σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα.

Όπως έχει επισημανθεί σε πολλές αναλύσεις, μεταξύ των οποίων οι αναλύσεις του Φουκώ κατέχουν ιδιαίτερη θέση, η δημοκρατία ως ένας τρόπος σκέψης και δράσης για την άσκηση και τη νομιμοποίηση της εξουσίας εξαρτάται από, και βασίζεται σε ένα σύνθετο πλέγμα τεχνολογιών, οι οποίες διασυνδέουν την κυβέρνηση με τις πολιτικές οντότητες στις οποίες στηρίζεται η άσκηση της εξουσίας της, όπως την κοινωνία των πολιτών, τα διάφορα κέντρα εξουσίας, τα ατομικά συμφέροντα κ.λ.π. Η ποσοτικοποίηση και η χρήση αριθμητικών εκφράσεων και σχέσεων αποτέλεσαν και αποτελούν αναγκαία συστατικά αυτών των τεχνολογιών δημοκρατικής κυβέρνησης.

Η δημοκρατία, επομένως, βασίζεται σε έναν συνδυασμό από το ένα μέρος της χρήσης αριθμητικών δεδομένων και σχέσεων από τους φορείς και τους μηχανισμούς άσκησης της εξουσίας και από το άλλο της γνώσης, κατανόησης και ευχέρειας χειρισμού των αριθμητικών αυτών δεδομένων και σχέσεων από τους πολίτες. Έναν συνδυασμό ο οποίος επιτρέπει «σε μια κυβέρνηση η οποία είναι υποκείμενη σε αριθμητικούς υπολογισμούς και συγκρόνως προβάλλει αριθμητικούς υπολογισμούς να κυβερνά τα υποκείμενα στην εξουσία της, πρόσωπα και γεγονότα» (Rose, 1991, σ. 691).

Γι' αυτό και η δημοκρατία στις σύγχρονες εκδοχές της απαιτεί από τους πολίτες την κατοχή βασικών μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων και παράλληλα προωθεί την καθιέρωση και τη χρήση ποσοτικών σχέσεων και αριθμητικών δεδομένων σε όλες τις όψεις της πολιτικής, αλλά και κάθε κοινωνικής, δραστηριότητας, ενώ παράλληλα επιδιώκει να καταστήσει τις αριθμητικές εκφράσεις κυρίαρχο στοιχείο του δημόσιου λόγου. Με δυο λόγια, η λογική της «διακυβέρνησης» κατασκευάζει και συντηρεί μια σχέση ανάμεσα σε πολίτες οι οποίοι κατέχουν και μπορούν να χειρίζονται βασικές μαθηματικές γνώσεις, σε έναν δημόσιο λόγο δομημένο σε ποσοτικά δεδομένα και αριθμητικές σχέσεις και σε μια αξιολόγηση της κυβερνητικής εξουσίας βασισμένη σε αριθμητικά δεδομένα.

Με άλλα λόγια, τα μαθηματικά αποτελούν σήμερα ένα από τα βασικά μέσα διακυβέρνησης και διαμόρφωσης της κοινής γνώμης και της στάσης των πολιτών απέναντι σε κοινωνικές, οικονομικές και πολιτικές επιλογές. Από την οπτική αυτή το επίπεδο μαθηματικών γνώσεων και αριθμητικών δεξιοτήτων καθώς και η ευχέρεια αξιοποίησης τους για την κατανόηση της πραγματικότητας και την κριτική αντιμετώπιση του πολιτικού λόγου λειτουργεί ως διαίρετης της κοινωνίας των ενηλίκων. Ως αποτέλεσμα της διαίρεσης αυτής δημιουργούνται ομάδες ενηλίκων, οι οποίες είναι σε θέση να κατανοούν νοητικά αυτοδύναμα τα μαθηματικά του πολιτικού λόγου και ομάδες ενηλίκων, οι οποίοι εξαρτώνται από τις ερμηνείες των άλλων ή παραιτούνται από τη συμμετοχή τους στον πολιτικό διάλογο.

Η επιθυμητή σχέση ανάμεσα στη συμμετοχική δημοκρατία και στην εκπαίδευση των ενηλίκων μπορεί να διατυπωθεί ως «εκπαίδευση για την πολιτική συμμετοχή», συμπεριλαμβανομένης της μαθηματικής

εκπαίδευσης, στο πλαίσιο της οποίας εντάσσεται η υποστήριξη των ενηλίκων, ατόμων ή ομάδων, ώστε να είναι σε θέση να συμμετέχουν ενεργητικά και αποτελεσματικά στις κοινωνικές διεργασίες ή στις κοινωνικές αλλαγές. Με δεδομένο ως γεγονός, ότι η αποτελεσματική συμμετοχή στις δραστηριότητες εκπαίδευσης ενηλίκων καθορίζεται από μια σειρά παραγόντων, στους οποίους συμπεριλαμβάνονται οι κατεστημένες κοινωνικές εικόνες των ίδιων των μαθηματικών και ο δυνητικά αλλοτριωτικός χαρακτήρας του μαθηματικού λόγου. Σε συνδυασμό, βέβαια, με τον κεντρικό ρόλο, τον οποίο διαδραματίζει στη συμμετοχή των ενηλίκων ατόμων στις δραστηριότητες μάθησης των μαθηματικών το φύλο, η φυλή και η κοινωνική τους τάξη (Benn, 1997, σ. 18-19).

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Alonso, W. & Starr, P. (eds.) (1987), *The Politics of Numbers*, New York: Russell Sage Foundation.
- Benn, R. (1997), *Adults count too. Mathematics for empowerment*, Leicester: National Institute of Adult Continuing Education.
- Chassapis, D. & Giannakopoulou, E., (2012), Numbers in the front page: Mathematics in the news. In S.Kafousi, C. Skoumpourdi & F. Kalavasis (eds.) *Proceedings CIEAEM 64 International Conference "Mathematics Education and Democracy: learning and teaching practices"*, Rhodes, Greece, 481-485.
- Keitel C. & Vithal R., (2008), Mathematical Power as Political Power – The Politics of Mathematics Education. Στο P. Clarkson & N. Presmeg (eds.), *Critical Issues in Mathematics Education*, Dordrecht: Springer Science + Business Media, 167-188.
- Miller, P. & O'Leary, T., (1987) Accounting and the Construction of the Governable Person, *Accounting Organizations and Society*, 12 (3), 235-265.
- Miller, P. & Rose, N., (1990) Governing Economic Life, *Economy and Society*, 19, 1-31.
- Rose, N. (1991), Governing by numbers: Figuring out democracy, *Accounting Organizations and Society*, 16 (7), 673-692.

- Rose, N. (1988), *Calculable Minds and Manageable Individuals*, *History of the Human Sciences*, 1, 179-200.
- Φουκώ Μ., (2002), Για την υπεράσπιση της κοινωνίας, Αθήνα: Ψυχογιός.
- Foucault, M. (2000). Truth and power. Στο J.B. Faubion (ed.) *Essential Works of Foucault 1954–1984*. Vol. 3, New York: The New Press, 111–133
- Φουκώ Μ., 1991 Η μικροφυσική της εξουσίας, Αθήνα: Εκδόσεις Ύψιλον.
- Φουκώ Μ., (1987), Εξουσία, γνώση και ηθική, Ύψιλον, Αθήνα
- Φουκώ Μ., (1982) Ιστορία της Σεξουαλικότητας, Τόμος 1, Η δίψα της Γνώσης, Αθήνα: Εκδόσεις Ράππα
- Foucault, M., (1980). *Power/knowledge*, New York: Pantheon Books
- Χασάπης Δ. & Γιαννακοπούλου, Ε. (2012), Εικόνες ενηλίκων για τα μαθηματικά, *Πρακτικά 29ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, Καλαμάτα, 968-982.

email: egian@tutors.eap.gr

Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΩΣ ΜΕΣΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΚΑΙ ΣΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ
Επιμέλεια

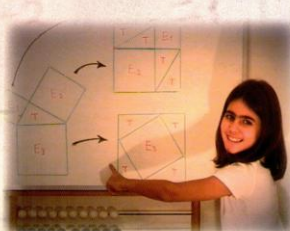


1^ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
Εκπαιδευτική, 8 & 9 Μαρτίου 2002

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Διδακταλίο Δημοτικής Εκπαίδευσης "Δημήτρης Γληνός"

ΤΟ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑ ΚΑΙ Η ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ
Επιμέλεια

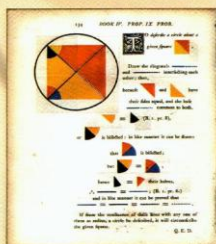


2^ο Διήμερο Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
15 & 16 Μαρτίου 2003

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Διδακταλίο Δημοτικής Εκπαίδευσης "Δημήτρης Γληνός"

ΕΙΚΟΝΑ, ΣΧΗΜΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ
Επιμέλεια



3^ο Διήμερο Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
12 & 13 Μαρτίου 2004

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Διδακταλίο Δημοτικής Εκπαίδευσης "Δημήτρης Γληνός"

ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ & ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΕΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

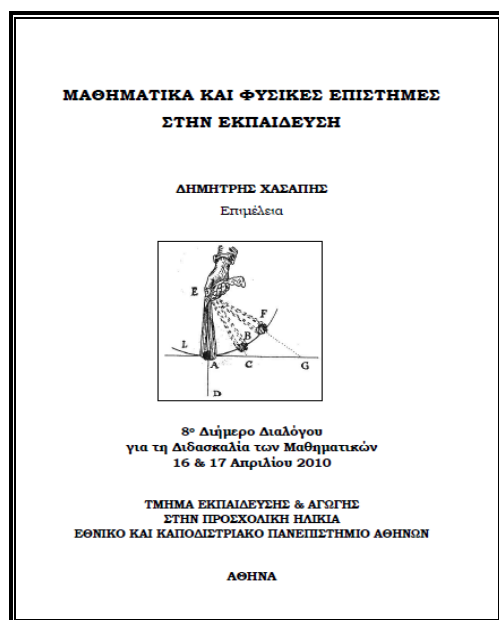
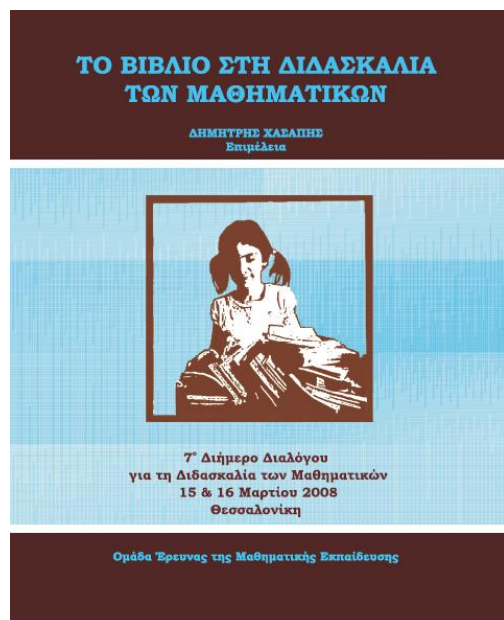
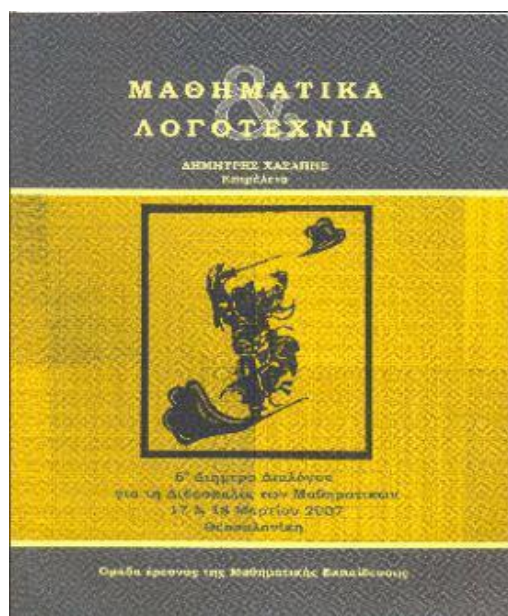
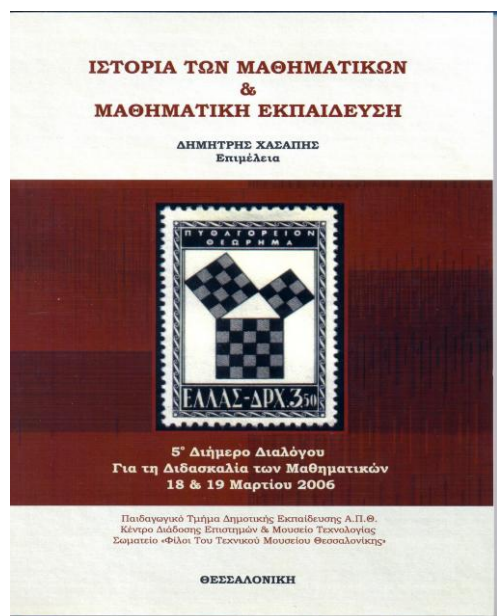
ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ
Επιμέλεια



4^ο Διήμερο Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
19 & 20 Μαρτίου 2005

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης
Διδακταλίο Δημοτικής Εκπαίδευσης "Δημήτρης Γληνός"

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ



**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΤΕΧΝΕΣ
ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ**

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



Πρακτικά 9^{ου} Δημέριου Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
15 & 16 Απριλίου 2011

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΩΓΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ**

ΑΘΗΝΑ

**ΤΟ ΠΑΙΧΝΙΔΙ
ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ

Επιμέλεια



Πρακτικά 10^{ου} Δημέριου Διαλόγου
για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών
15 & 16 Ιουνίου 2012

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΓΩΓΗΣ
ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ**

ΑΘΗΝΑ

ΓΛΩΣΣΑ, ΦΥΛΗ, ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΤΑΞΗ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ
ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΧΑΣΑΠΗΣ (Επιμέλεια)

Τμήμα Εκπαίδευσης & Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία
Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Ναυαρίνου 13^α, 106 80 Αθήνα

ΑΘΗΝΑ 2013

ISBN 978-618-80640-0-3