



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ

ΜΕΡΟΣ Ι

Κωνσταντίνος Ευταξίας

Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ

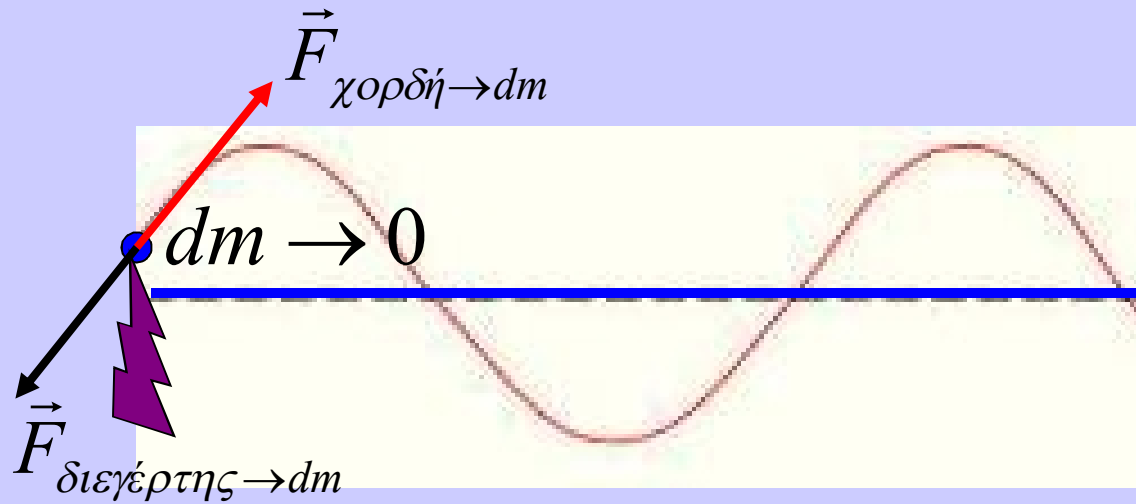
ΣΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ

ΙΔΕΑΤΗΣ

ΤΕΝΤΩΜΕΝΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ

ΧΟΡΔΗΣ

ΑΠΕΙΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ



$$\vec{F}_{\chi\omicron\rho\delta\acute{\eta}\rightarrow dm} + \vec{F}_{\delta\iota\epsilon\gamma\acute{\epsilon}\rho\tau\eta\varsigma\rightarrow dm} = (dm) \frac{\partial^2 \vec{y}(x=0, t)}{\partial^2 t} \rightarrow 0$$

$$\vec{F}_y_{\chi\omicron\rho\delta\acute{\eta}\rightarrow dm} + \vec{F}_y_{\delta\iota\epsilon\gamma\acute{\epsilon}\rho\tau\eta\varsigma\rightarrow dm} = 0$$

$$F_{y \delta i \epsilon \rho \tau \eta \varsigma \rightarrow dm} = -F_{y \chi \omicron \rho \delta \dot{\eta} \rightarrow dm} =$$

$$= -T \left\{ \frac{\partial y(x=0, t)}{\partial x} \right\} =$$

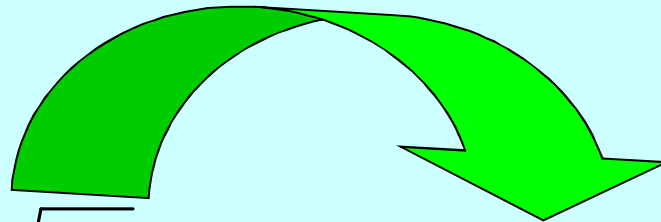
$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = -v \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

$$= -T \left\{ -\frac{1}{v} \frac{\partial y(x=0, t)}{\partial t} \right\} =$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$= T \frac{1}{v} u_y(x=0, t) =$$

$$= T \frac{1}{\sqrt{\frac{T}{\mu}}} u_y(x=0, t) = \sqrt{T\mu} u_y(x=0, t) = Zu_y(x=0, t)$$



$$F_{\text{διεγέρτησης} \rightarrow dm}(x=0, t) = Z(x=0, t) \cdot u_y(x=0, t)$$

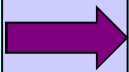
$$Z(x=0, t) = \sqrt{T\mu} = Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}}$$

$$Z(x=0, t) = \sqrt{T \cdot \mu} = \frac{F_{\text{διεγέρτησης} \rightarrow dm}(x=0, t)}{u_y(x=0, t)}$$

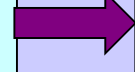
ΣΥΖΗΤΑΜΕ ΜΕ ΤΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ.

$$F_{\text{διεγέρτης} \rightarrow \text{dm}}(x=0, t) = Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} \cdot u_y(x=0, t)$$

ΑΙΤΙΟ



ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ

$$Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} = \sqrt{T\mu}$$

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ Η ΦΥΣΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ;

$$Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} = \sqrt{T\mu}$$

$$Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} = f(\text{Ελαστικότητα}, \text{Αδράνειας})$$

$$Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} \neq f(\text{Διεγέρτης})$$

ΠΡΟΣΟΧΗ!

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΟΤΕ Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ ΣΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ
ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΗ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ ΤΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ.

ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΚΡΟΥ
ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ
ΠΟΥ ΑΣΚΕΙ Ο ΔΙΕΓΕΡΤΗΣ ΠΑΝΩ ΤΟΥ
ΜΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗ
ΣΤΑΘΕΡΑ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ;

Η ΔΥΝΑΜΗ ΠΟΥ ΑΣΚΕΙ Ο ΔΙΕΓΕΡΤΗΣ
ΣΥΝΕΧΕΙΑ
ΕΙΝΑΙ ΣΥΜΦΑΣΙΚΗ, ΕΧΕΙ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΦΟΡΑ,
ΜΕ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΟΥ ΑΠΟΚΤΑ ΤΟ ΑΚΡΟ (ΕΙΣΟΔΟΣ)
ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{διεγέρτης} \rightarrow dm} \cdot \vec{u}_y(x=0, t) = \\ = P_{\text{ΠΡΟΣΦΕΡΟΜΕΝΗ}}(x=0, t) > 0 \end{aligned}$$

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΕΜΠΕΔΗΣΗ:

Ο ΔΙΕΓΕΡΤΗΣ **ΣΥΝΕΧΩΣ** ΠΡΟΣΦΕΡΕΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΟΥ ΔΙΕΓΕΙΡΕΙ
ΚΑΙ Η ΠΡΟΣΦΟΡΑ ΓΙΝΕΤΑΙ ΑΠΟΔΕΚΤΗ.
ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΧΡΟΝΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ
ΕΠΙΣΤΡΟΦΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΣΤΟΝ ΔΙΕΓΕΡΤΗ.

ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΥΜΒΑΤΟΤΗΤΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ
ΜΕΤΑΞΥ
ΔΙΕΓΕΡΤΗ
ΚΑΙ
ΔΙΕΓΕΙΡΟΜΕΝΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
ΠΟΥ ΑΠΟΡΡΟΦΑ ΠΛΗΡΩΣ ΤΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΠΟΥ ΤΟΥ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ.

ΜΙΑ ΑΛΛΗ ΕΚΦΡΑΣΗ

$$F_{\text{διεγέρτησης} \rightarrow dm}(x=0, t) = Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} u_y(x=0, t)$$

$$P(x=0, t) = F_{\text{διεγέρτησης} \rightarrow dm}(x=0, t) \cdot u_y(x=0, t) =$$

$$= Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} \cdot u_y(x=0, t) \cdot u_y(x=0, t) =$$

$$= Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} \cdot \left\{ \frac{\partial y(x=0, t)}{\partial t} \right\}^2 > 0$$


ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ

ΑΣ ΥΠΟΘΕΣΟΥΜΕ ΟΤΙ Ο ΔΙΕΓΕΡΤΗΣ
ΑΝΑΓΚΑΖΕΙ ΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΣΕ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ
ΠΛΑΤΟΥΣ A
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ω

$$y(x = 0, t) = A \eta \mu \omega t$$

$$P(x = 0, t) = F_{\text{διεγέρτησης} \rightarrow dm}(x = 0, t) \cdot u_y(x = 0, t) =$$

$$= Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} \cdot \left\{ \frac{\partial y(x = 0, t)}{\partial t} \right\}^2 = Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} (A \omega)^2 \sigma \nu \nu^2 \omega t$$

$$\bar{P}_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}}(x = 0) = \frac{1}{2} (A \omega)^2 Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} = \frac{1}{2} (A \omega)^2 \sqrt{T \mu}$$

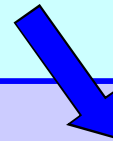
$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T\mu} \right\}$$

ΑΠΟΔΟΜΕΙΣΤΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟ:

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T\mu} \right\}$$



Χαρακτηριστικά
Διεγέρτη



Χαρακτηριστικά
Γραμμής Μεταφοράς

ΠΡΟΣΕΞΤΕ ΤΗΝ ΕΜΠΛΟΚΗ
ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ – ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ
ΣΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ.
ΟΠΩΣ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ ΚΑΙ ΣΤΗ
ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ.

$$Z = \sqrt{T\mu}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$Z = \sqrt{T\mu} = \mu \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \mu v$$

$$Z = \sqrt{T\mu}$$

ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗ
ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

$$M_{(\lambda)} = \frac{1}{2} (\mu \lambda) (\omega A)^2$$

$$\frac{M_{(\lambda)}}{T} = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\lambda}{T} \right) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu (\lambda v) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu (v) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \mu \left(\sqrt{\frac{T}{\mu}} \right) (\omega A)^2$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \sqrt{T \mu} (\omega A)^2$$

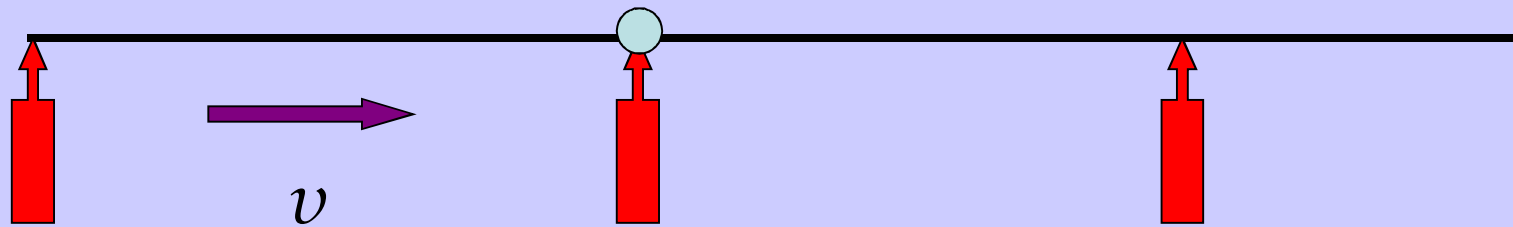
$$v = \omega A$$

$$m = \mu \lambda$$

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T \mu} \right\}$$

$$\bar{P}_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}}(x=0) = \frac{1}{2}(A\omega)^2 Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} = \frac{1}{2}(A\omega)^2 \sqrt{T\mu}$$

$$\bar{P}(\lambda) = \frac{1}{2}(A\omega)^2 Z_{\text{ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ}} = \frac{1}{2}(A\omega)^2 \sqrt{T\mu}$$



$$Z_{\text{ΕΙΣΟΔΟΥ}} = Z_{\text{ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ}} = \sqrt{T\mu}$$

ΚΑΘΕ ΣΗΜΕΙΟ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΑΠΟΚΤΑ
ΤΗΝ ΕΜΠΕΙΡΙΑ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥ ΔΙΕΓΕΡΤΗ.

ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ ΠΑΝΤΑ!

Δ
Ι
Ε
Ρ
Τ
Η
Σ

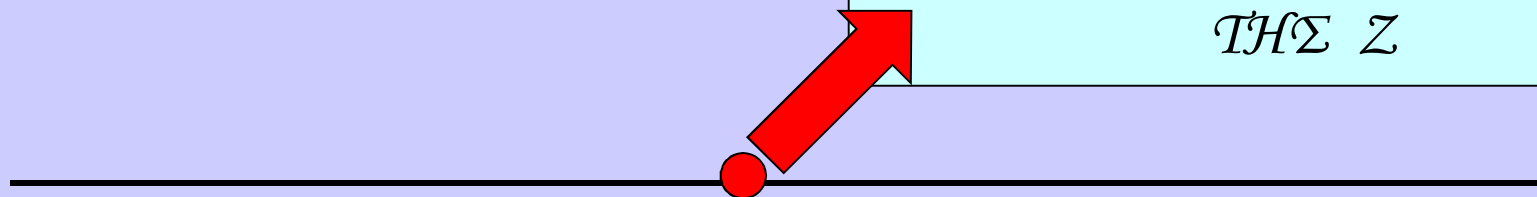
ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ

$$\bar{P} = \left\{ \frac{1}{2} (\omega A)^2 \right\} \left\{ \sqrt{T\mu} \right\}$$

ΤΙ ΘΑ ΣΥΜΒΕΙ ΕΑΝ Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ
(π.χ η μ)
ΜΕΤΑΒΛΗΘΕΙ ΣΕ ΜΙΑ ΘΕΣΗ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ;

Η ΙΣΧΥΣ ΠΟΥ ΦΤΑΝΕΙ ΑΠΟ ΤΑ ΑΡΙΣΤΕΡΑ
ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΓΙΝΕΙ ΟΛΟΚΛΗΡΗ ΑΠΟΔΕΚΤΗ
ΑΠΟ ΤΗ ΧΟΡΔΗ ΠΟΥ ΕΚΤΕΙΝΕΤΑΙ ΔΕΞΙΑ.

ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ
ΤΗΣ z

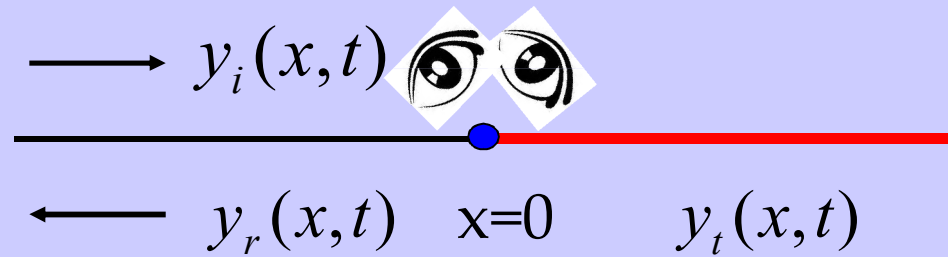


ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ!

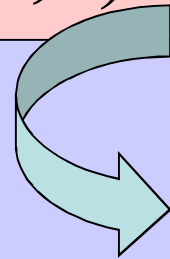
$$y_i(x, t) = A_i \sin(\omega t - k_1 x)$$

$$y_r(x, t) = A_r \sin(\omega t + k_1 x)$$

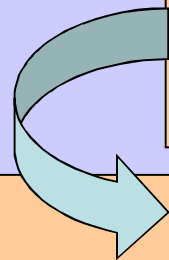
$$y_t(x, t) = A_t \sin(\omega t - k_2 x)$$



$$y_i(x = 0, t) + y_r(x = 0, t) = y_t(x = 0, t)$$



$$A_i + A_r = A_t \quad (1)$$



$$\bar{P} = \frac{1}{2} (A\omega)^2 \sqrt{T\mu}$$

$$\frac{1}{2} A_i^2 \omega^2 Z_1 = \frac{1}{2} A_r^2 \omega^2 Z_1 + \frac{1}{2} A_t^2 \omega^2 Z_2 \quad (2)$$

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = 1 + R$$

ΣΥΖΗΤΑΜΕ

ΜΕ ΤΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ.

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

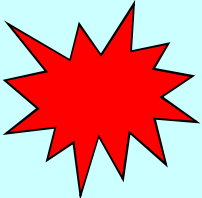
$$T = 1 + R$$

ΕΑΝ ΕΙΝΑΙ
ΙΣΕΣ ΟΙ ΕΜΠΕΔΗΣΕΙΣ

$$R = 0 \quad T = 1.$$

ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ
ΑΝΑΚΛΑΣΗ!

ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ
ΕΑΝ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ
ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ.

 ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΜΗΝ ΥΠΑΡΧΕΙ
ΑΝΑΚΛΑΣΗ – ΔΙΑΘΛΑΣΗ
ΟΤΑΝ ΤΟ ΚΥΜΑ ΠΗΓΑΙΝΕΙ
ΑΠΟ ΕΝΑ ΜΕΣΟ ΣΕ ΑΛΛΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ;

ΝΑΙ!

ΕΑΝ ΤΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ
ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ
ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΣΤΑΘΕΡΟ!

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 - Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

ΑΝ ΜΑΣ ΕΔΙΔΕΤΟ
Η ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΟΤΙ
ΑΥΤΟΙ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΤΥΠΟΙ ΤΩΝ
R ΚΑΙ T
ΘΑ ΜΠΟΡΟΥΣΑΜΕ
ΝΑ ΣΥΜΠΕΡΑΝΟΥΜΕ ΟΤΙ
ΕΙΝΑΙ ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΟΙ;

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΕΙΣΤΕ
ΤΗΝ
ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ
ΤΩΝ R, T
ΑΠΟ
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ.

ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ
ΟΙ
ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ;

$$T = 1 + R$$

ΕΙΝΑΙ ΣΥΜΦΩΝΗ ΜΕ ΤΗ
ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ;
ΜΗΠΩΣ ΠΕΡΙΜΕΝΑΜΕ ΝΑ
ΕΙΝΑΙ $T+R = 1$;

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 > Z_2$$

$$Z_1 < Z_2$$

$$R > 0$$

$$R < 0$$

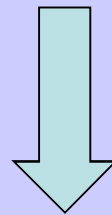
$$T > 0$$

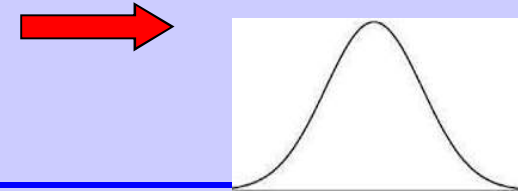
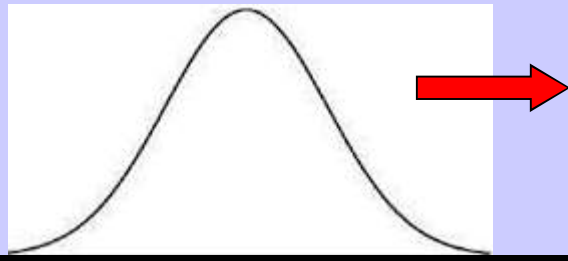
$$T > 0$$

ΤΙ
ΣΗΜΑΙΝΕΙ
ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ
ΠΑΝΤΑ
ΘΕΤΙΚΟΣ Ο
Τ;

ΤΙ
ΣΗΜΑΙΝΕΙ
ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ
ΘΕΤΙΚΟΣ
Ή
ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
Ο
R;

ΤΙ
ΣΗΜΑΙΝΕΙ
ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ
ΠΑΝΤΑ
ΘΕΤΙΚΟΣ Ο
Τ;





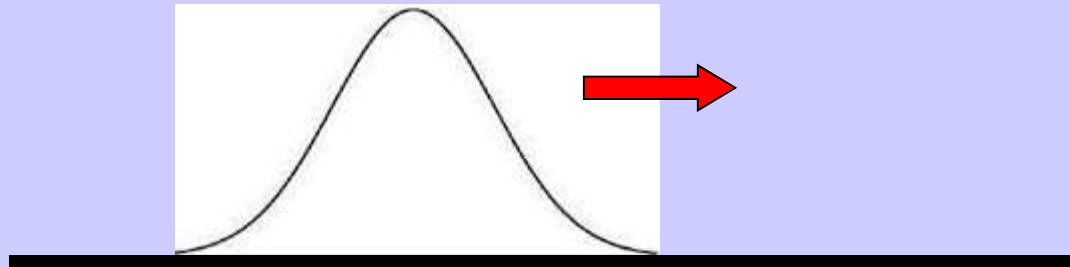
ΟΙ ΑΠΟΜΑ ΡΥΝΣΕΙΣ
ΤΟΥ
ΔΙΘΛΩΜΕΝΟΥ ΠΑΛΜΟΥ
ΔΕΝ ΑΛΛΑΖΟΥΝ ΠΡΟΣΗΜΟ.

$$\Delta\phi=0$$

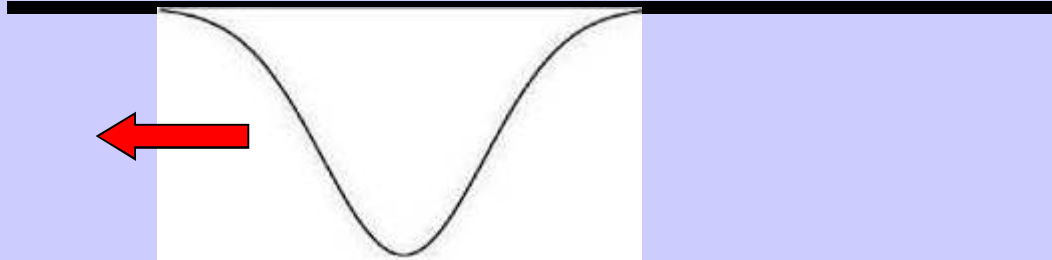
$$Z_1 < Z_2$$

$$Z_1 > Z_2$$

ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ
ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΑ ΘΕΤΙΚΟΣ Ο
T;



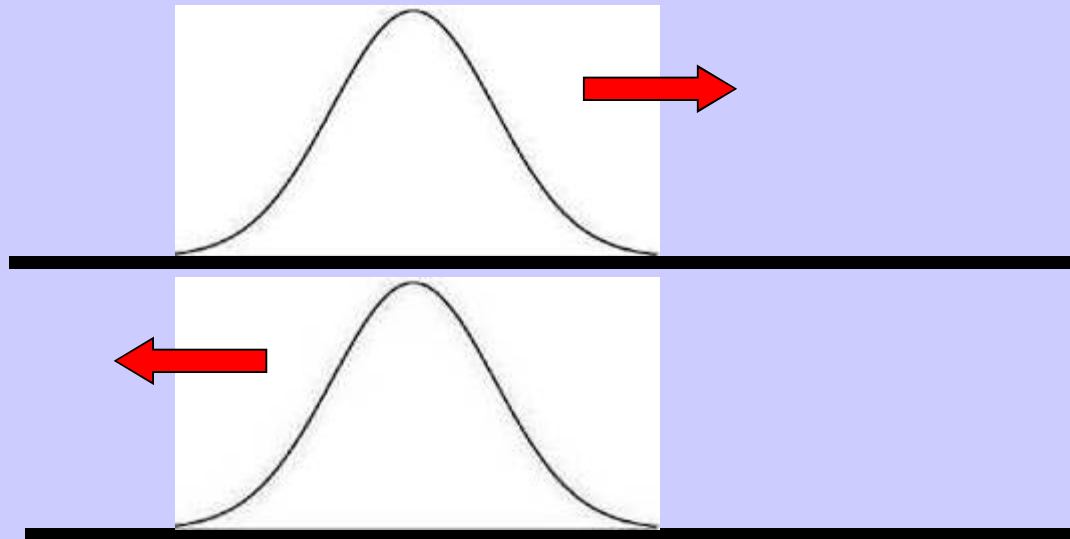
$$Z_1 < Z_2$$



$$R < 0$$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ.
ΟΙ ΑΠΟΜΑ ΡΥΝΣΕΙΣ
ΑΛΛΑΖΟΥΝ ΠΡΟΣΗΜΟ.

$$\Delta\phi$$

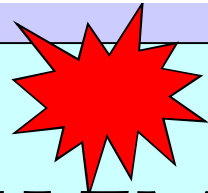


$$Z_1 > Z_2$$

$$R > 0$$

Ο ΑΝΑ ΛΩΜΕΝΟΣ ΠΑΛΜΟΣ
ΔΙΑΤΗΡΕΙ ΤΟ ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΩΝ
ΑΠΟΜΑ ΡΥΝΣΕΩΝ.

$$\Delta\phi = 0$$



ΦΑΙΝΕΤΑΙ
ΟΤΙ Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ
ΔΙΝΕΙ ΚΑΙ ΑΛΛΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ
ΕΚΤΟΣ ΑΠΟ ΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ
ΥΨΟΥΣ.
ΤΗΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΤΗΣ $\Delta\phi$.

Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ

ΕΙΝΑΙ

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ.

ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΗΣ Η ΓΝΩΣΗ
ΤΟΥ ΤΙ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ
ΜΕ ΤΗ ΓΝΩΣΗ ΤΩΝ
R ΚΑΙ T;

$$Z = \sqrt{T\mu}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$v = \lambda\nu$$

ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΚΑΙ ΤΗ
ΔΙΑΜΗΚΗ ΣΥΣΤΟΛΗ – ΔΙΑΣΤΟΛΗ
ΤΩΝ ΠΑΛΜΩΝ.

ΜΕΛΕΤΗ

ΑΚΡΑΙΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_1 \gg Z_2$$

$$R \sim +1$$

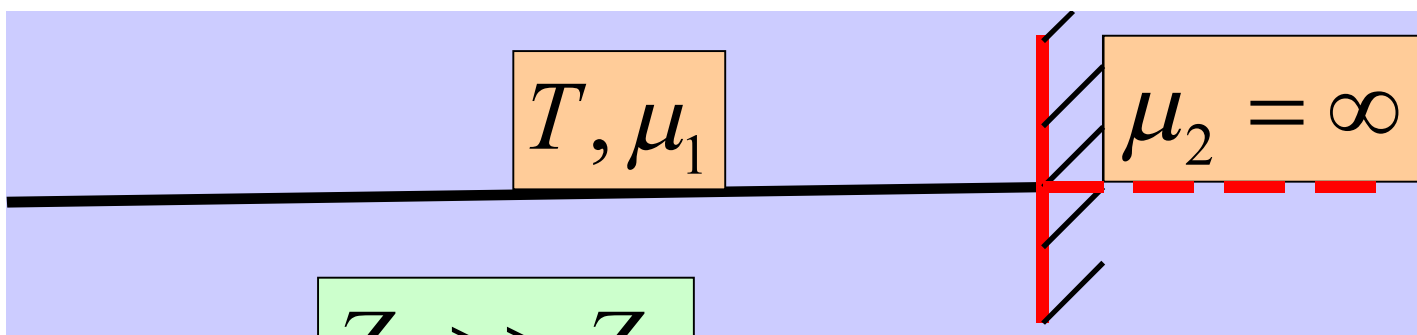
$$T \sim 2$$



$$Z_1 \ll Z_2$$

$$R \sim -1$$

$$T \sim 0$$


$$T, \mu_1$$

$$\mu_2 = \infty$$

$$Z = \sqrt{T\mu}$$

$$Z_1 \gg Z_2$$

$$Z_1 = \sqrt{T\mu_1}$$

$$Z_2 = \sqrt{T\mu_2}$$

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

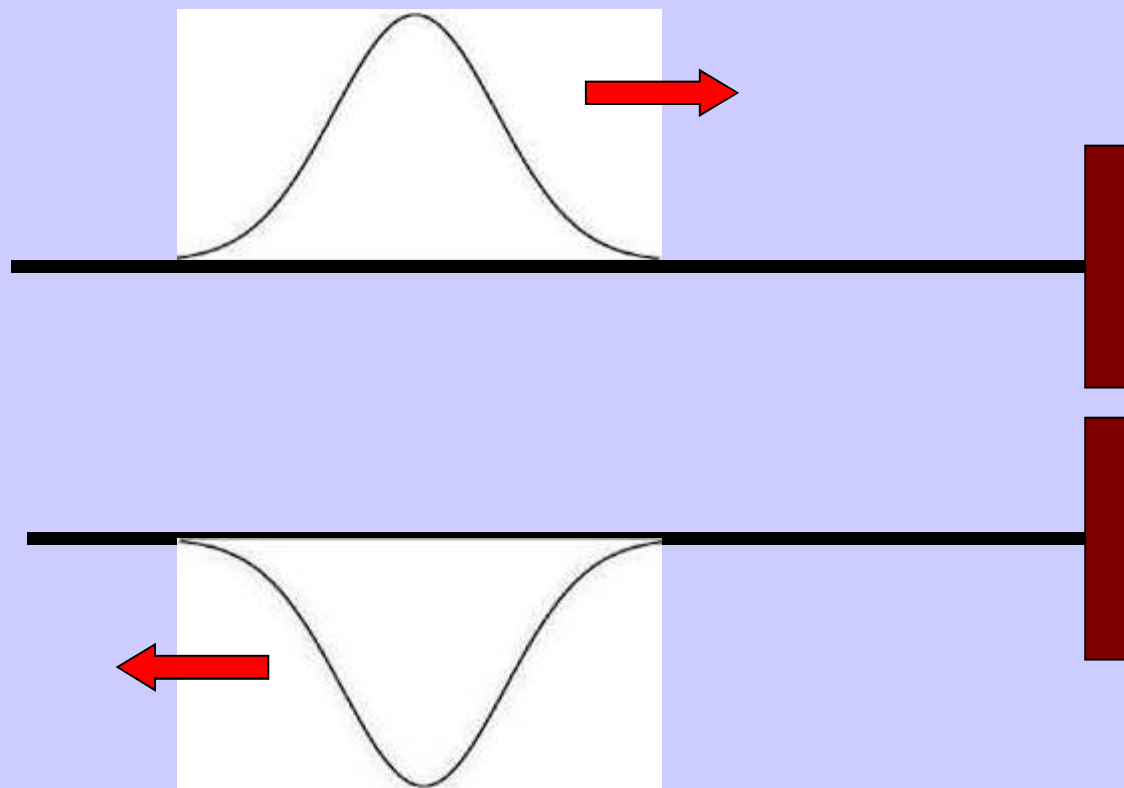
$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{\frac{Z_1}{Z_2} - 1}{\frac{Z_1}{Z_2} + 1} = -1$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{\frac{2Z_1}{Z_2}}{\frac{Z_1}{Z_2} + 1} = 0$$

$$Z_2 = \infty$$

$$A_r = -A_i$$

$$A_t = 0$$



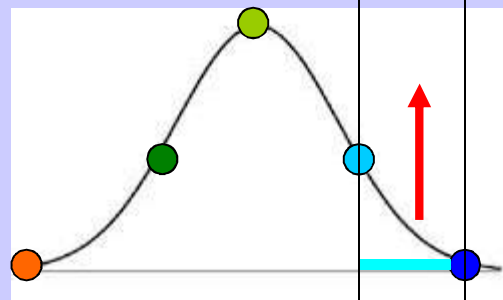
$$A_r = -A_i$$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ

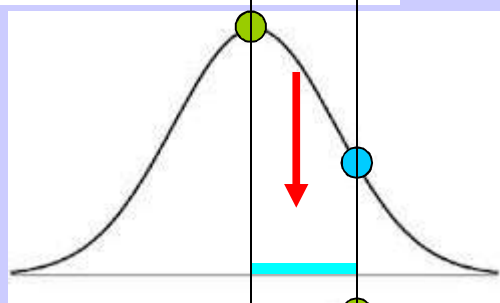
$$\Delta\phi = \pi$$

ΓΙΑΤΙ ΑΝΤΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ

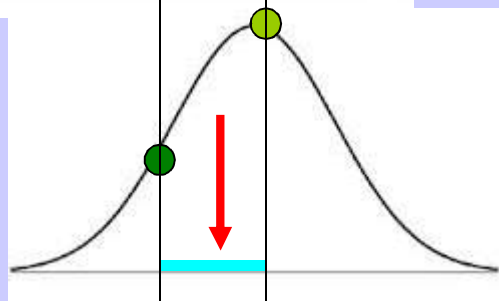
Ο ΠΑΛΜΟΣ;



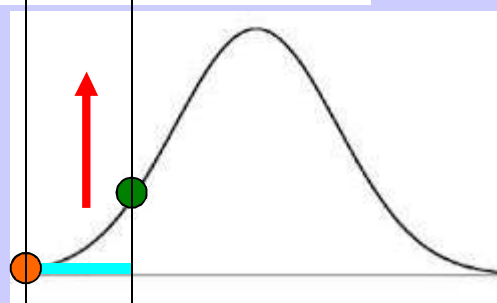
1



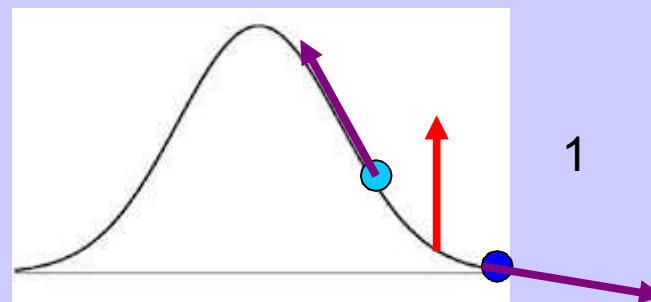
2



3

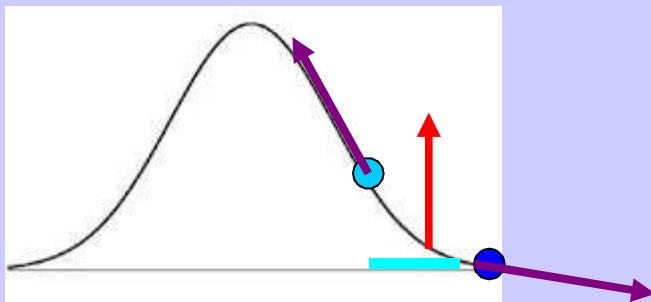
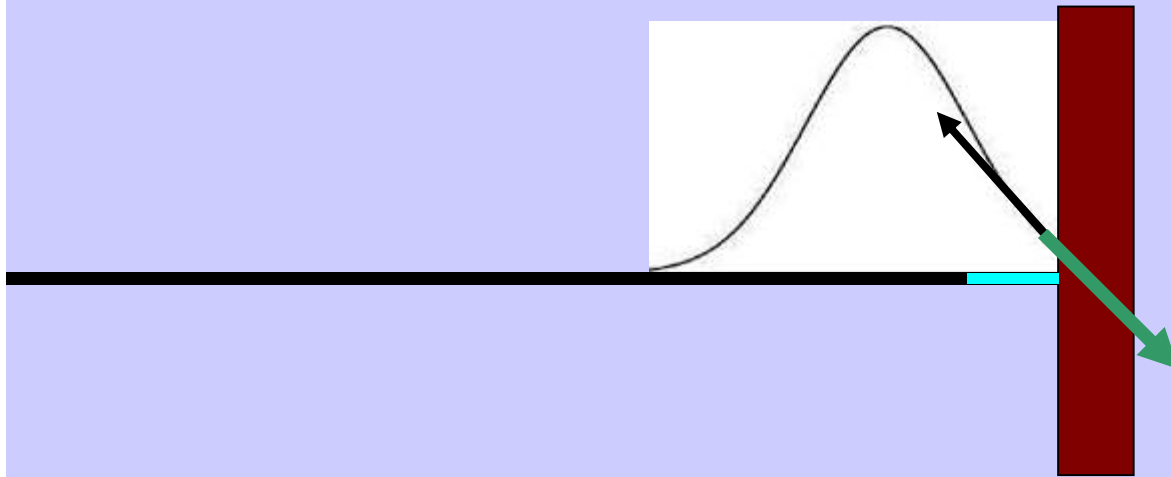


4



1

ΣΕ ΕΝΑ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΕ ΕΠΑΦΗ
ΜΕ ΤΟΝ ΤΟΙΧΟ.



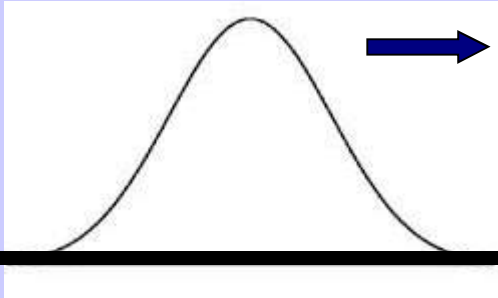
ΤΟ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΣΕ ΕΠΑΦΗ
ΜΕ ΤΟΝ ΤΟΙΧΟ.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ

ΜΕΡΟΣ II

Κωνσταντίνος Ευταξίας



$$Z_1 \ll Z_2$$

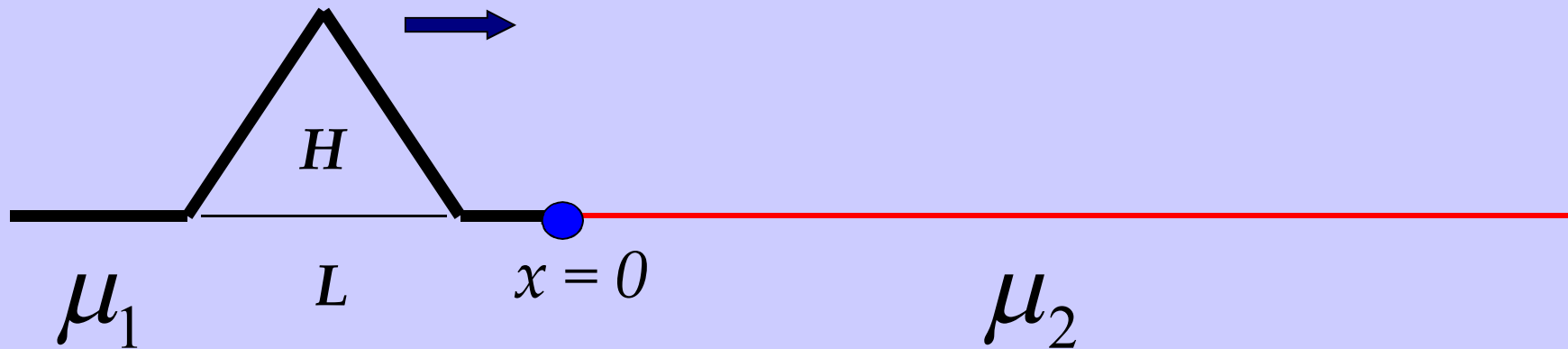
$$Z_2 \rightarrow 0$$

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = 1$$

$$T = 1 + R$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = 2$$

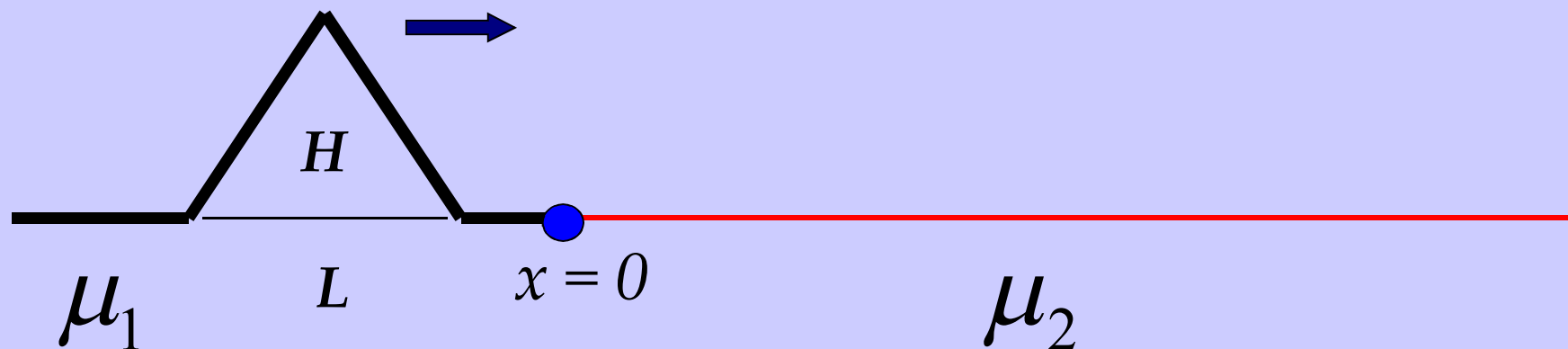
ΠΑΡΑΔΟΞΟ



$$\mu_1 = 9\mu_2$$

Στο σχήμα απεικονίζεται στιγμιότυπο από τη διάδοση τριγωνικού παλμού σε χορδή που τείνεται με δύναμη T και η πυκνότητά της μ διαφοροποιείται στη θέση $x = 0$.

Να γίνει η απεικόνιση της χορδής μετά την αποκατάσταση του ανακλώμενου και διαθλώμενου παλμού.



$$\mu_1 = 9\mu_2$$

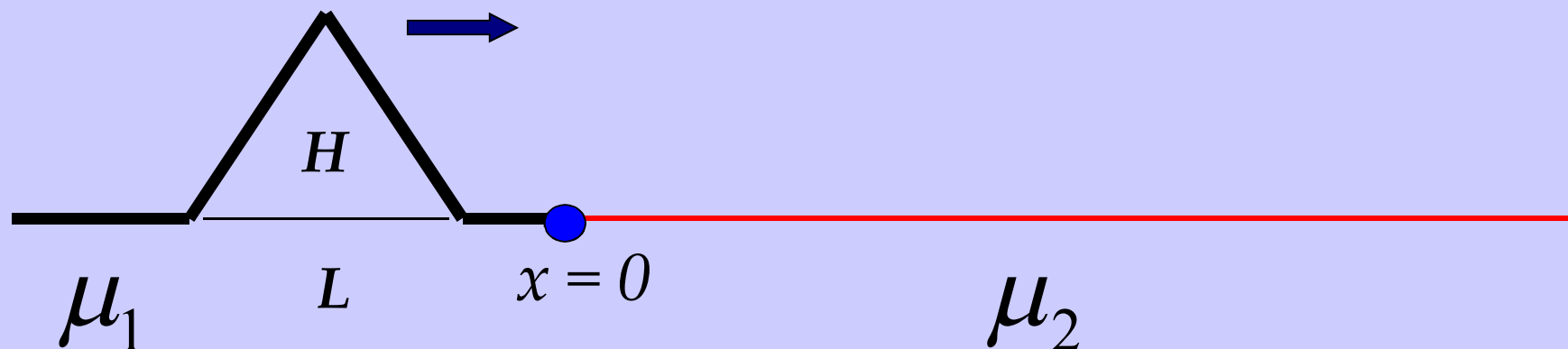
$$Z = \sqrt{T\mu}$$

$$Z_1 = 3Z_2$$

$$\mu_1 = 9\mu_2$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$v_2 = 3v_1$$



ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ
ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ Η ΕΥΡΕΣΗ:

1. ΤΗΣ ΕΓΚΑΡΣΙΑΣ ΣΥΣΤΟΛΗΣ-ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ
ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ.
2. ΤΗΣ ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΣΥΣΤΟΛΗΣ-ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ
ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ.
3. ΤΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ
ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΟΥ-ΔΙΑΘΛΩΜΕΝΟΥ ΠΑΛΜΟΥ
ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ $x = 0$.

1. ΕΥΡΕΣΗ

ΕΓΚΑΡΣΙΑΣ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ

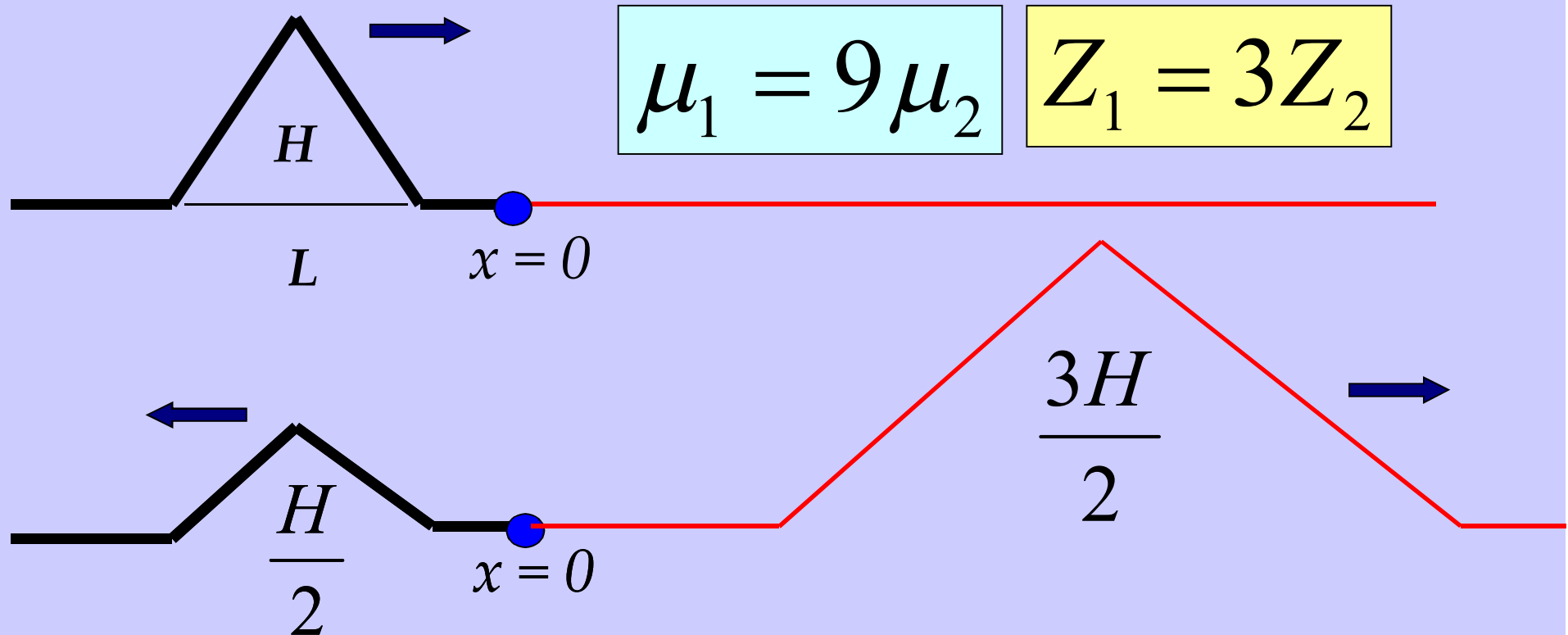
$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΤΩΝ

R ΚΑΙ T

ΑΠΟ ΤΗΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ.



$$\mu_1 = 9\mu_2$$

$$Z_1 = 3Z_2$$

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{3Z_2 - Z_2}{3Z_2 + Z_2} = -\frac{1}{2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{2 \cdot 3Z_2}{3Z_2 + Z_2} = \frac{3}{2}$$

Ο ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΟΣ
ΠΑΛΜΟΣ
ΣΥΣΤΕΛΕΤΑΙ ΕΓΚΑΡΣΙΑ

Ο ΔΙΑΘΛΩΜΕΝΟΣ
ΠΑΛΜΟΣ
ΔΙΑΣΤΕΛΕΤΑΙ ΕΓΚΑΡΣΙΑ

2. ΕΥΡΕΣΗ

ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗΣ

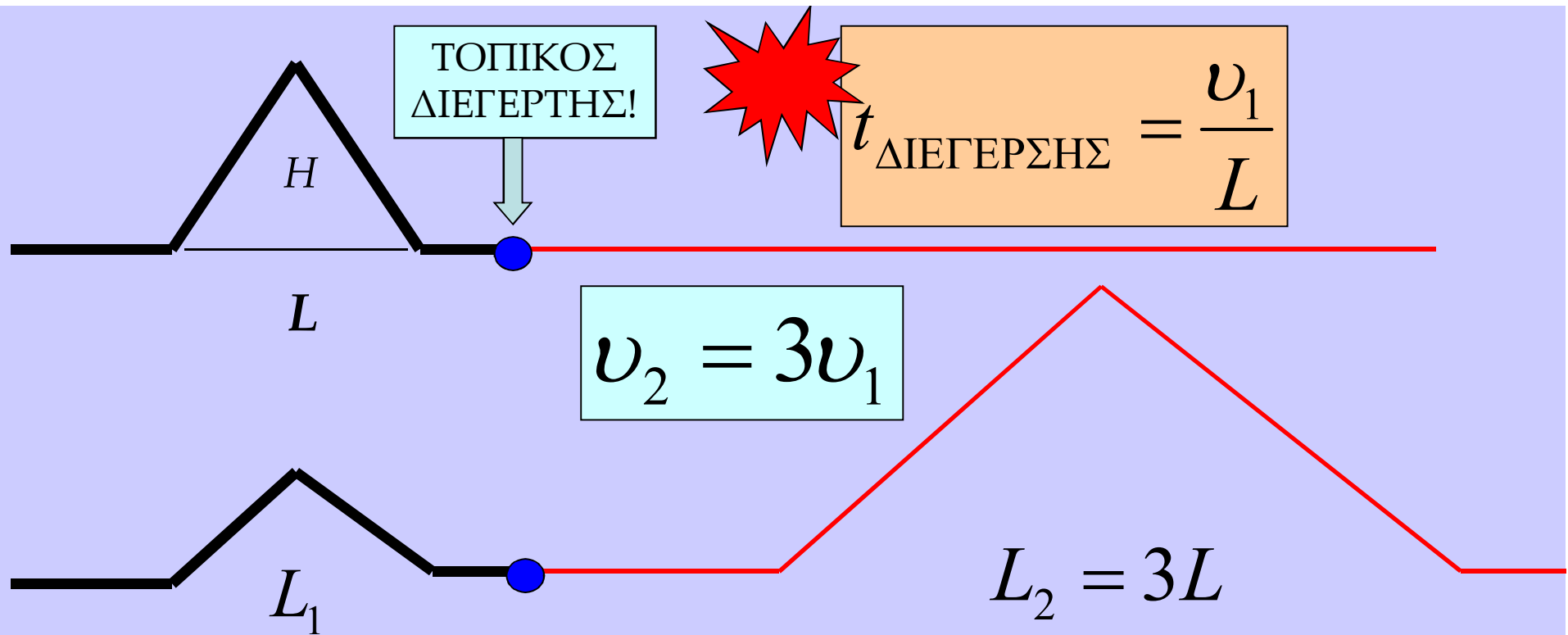
ΟΤΑΝ Η ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ ΦΤΑΣΕΙ ΣΤΗΝ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ $x = 0$

Η ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΕΠΕΧΕΙ ΘΕΣΗ «ΔΙΕΓΕΡΤΗ»

ΠΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙ

ΤΟΝ ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΟ ΚΑΙ ΤΟΝ ΔΙΑΘΛΩΜΕΝΟ

ΠΑΛΜΟ.

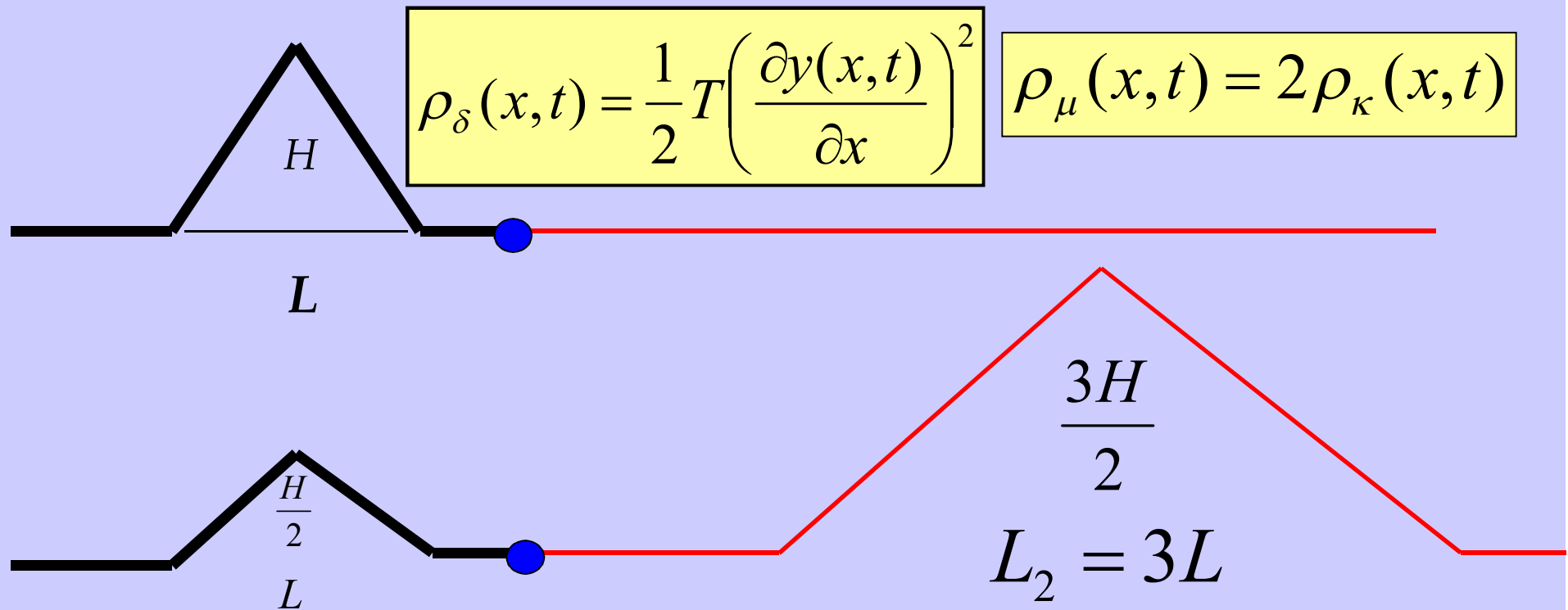


$$L_1 = v_1 \left(\frac{L}{v_1} \right) = L$$

Η ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΙΑΣΤΑΣΗ
ΤΟΥ ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΟΥ ΠΑΛΜΟΥ
ΔΕΝ ΑΛΟΙΩΝΕΤΑΙ.

$$L_2 = v_2 \left(\frac{L}{v_1} \right) = 3L$$

ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗ
ΤΟΥ ΔΙΑΘΛΩΜΕΜΟΥ
ΠΑΛΜΟΥ.



ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΟΣ:

ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΣΥΣΤΟΛΗ 50%.
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ
ΔΙΑΜΗΚΟΥΣ ΜΗΚΟΥΣ .
ΜΕΙΩΣΗ ΚΛΙΣΗΣ
ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟΝ
ΠΡΟΣΠΙΠΤΟΝΤΑ.

ΔΙΑΘΛΩΜΕΝΟΣ:

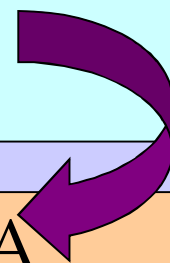
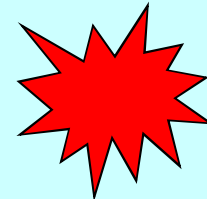
ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΣΤΟΛΗ
ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗ 50%.
ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗ 300%.
ΜΕΙΩΣΗ ΚΛΙΣΗΣ
ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟΝ
ΠΡΟΣΠΙΠΤΟΝΤΑ.

$$L_2 = v_2 \frac{L}{v_1} = 3L = \frac{v_2}{v_1} L = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} L$$

$$\mu_1 > \mu_2$$

$\mu_1 > \mu_2 \rightarrow H_t(\text{ΔΙΑΣΤΟΛΗ}) \rightarrow L_t(\text{ΔΙΑΣΤΟΛΗ})$

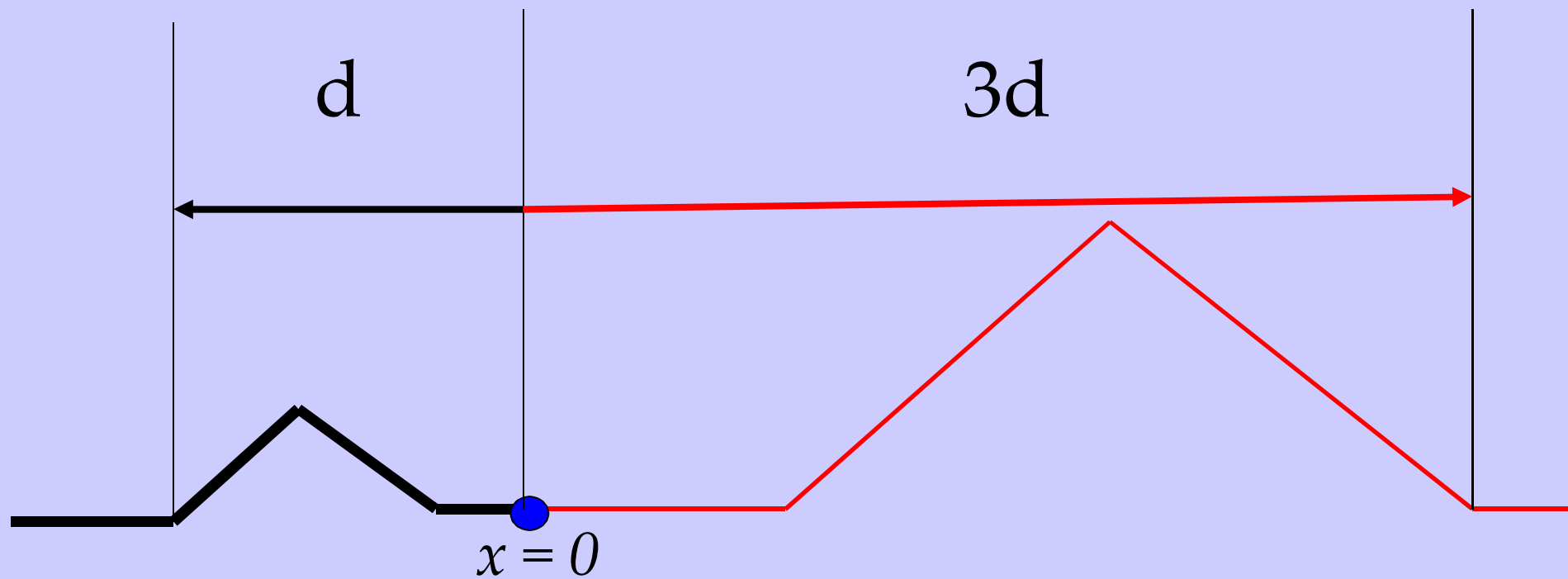
$$\frac{\mu_1}{\mu_2} \rightarrow \infty \rightarrow H_t(\text{max}) = 2 \rightarrow L_t(\text{max}) = \infty$$



Η ΚΛΙΣΗ - ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΤΕΙΝΕΙ ΣΤΟ ΜΗΔΕΝ!

3. ΕΥΡΕΣΗ
ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ
ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑ

$$v_2 = 3v_1$$



$$v_2 = 3v_1$$

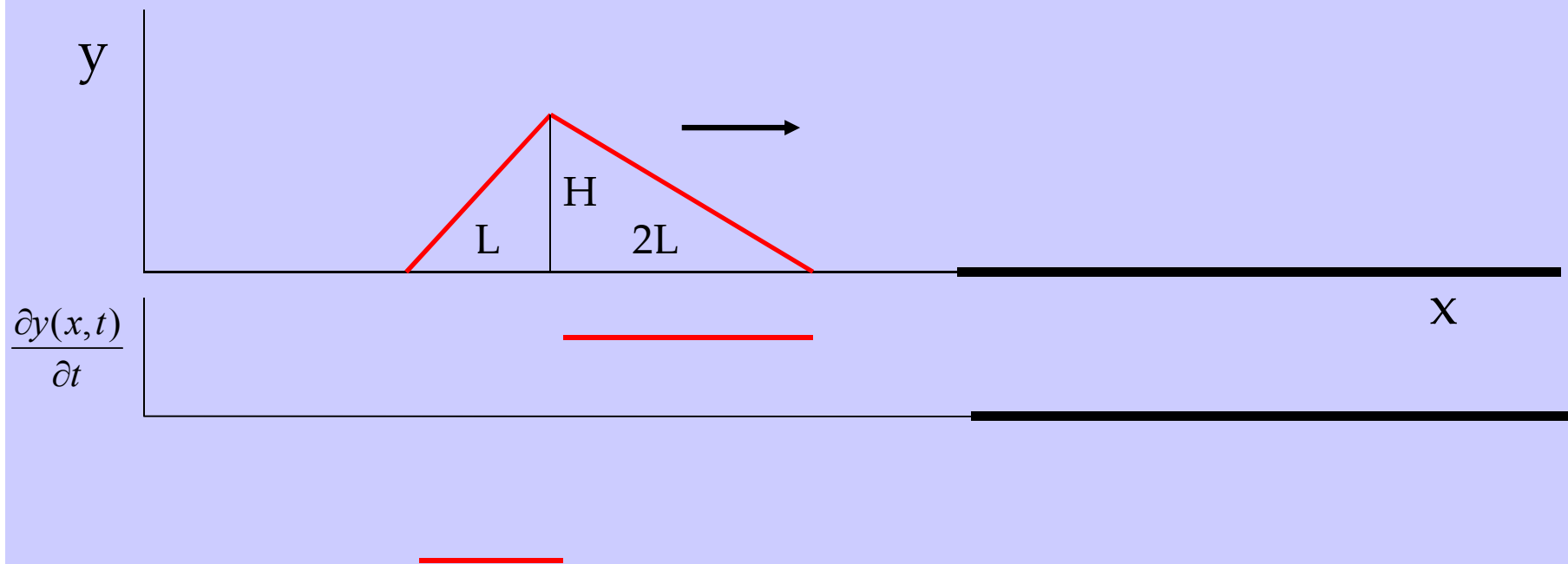
$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

ΜΙΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ ΠΟΥ ΔΙΑΔΙΔΕΤΑΙ ΣΕ ΧΟΡΔΗ
ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ
ΕΚΤΟΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ $y(x,t)$
ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΛΙΣΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

$$s(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$u_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΧΘΕΙ ΟΤΙ ΟΙ ΔΥΟ ΑΥΤΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ
ΙΚΑΝΟΠΟΙΟΥΝ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ.

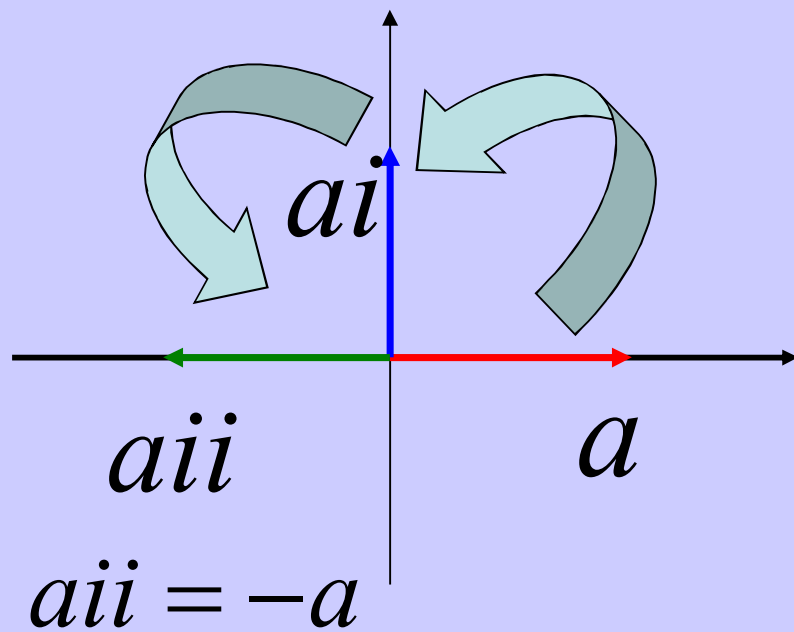
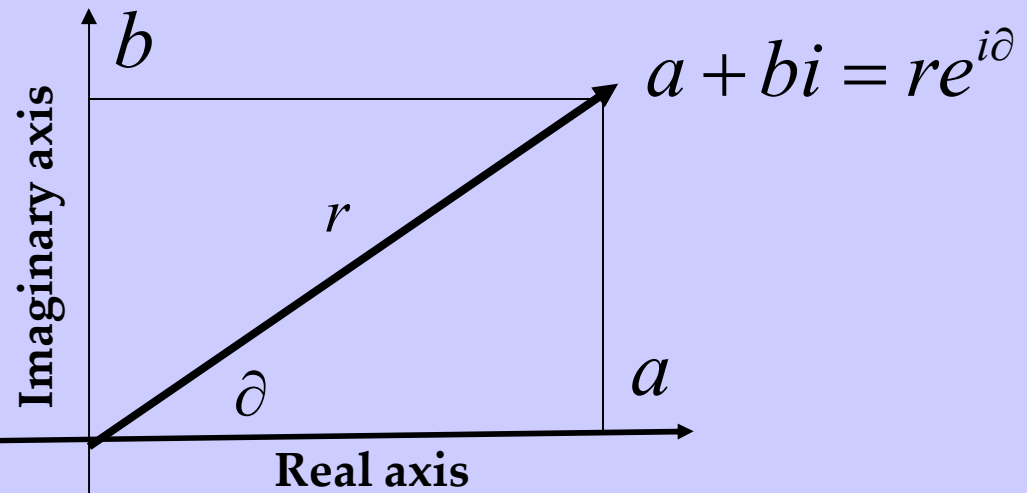


Στο πάνω σχήμα απεικονίζεται στιγμιότυπο παλμού που περιγράφεται με την εγκάρσια απομάκρυνση. Στο κάτω σχήμα απεικονίζεται ο παλμός με την εγκάρσια ταχύτητα. Να δικαιολογηθεί η περιγραφή αυτή. Να αποδοθεί το στιγμιότυπο με την κλίση. Ο παλμός πέφτει σε ασυνέχεια δεξιά της οποίας η γραμμική πυκνότητα είναι μεγαλύτερη 9 φορές. Να περιγραφούν ο ανακλώμενος και διαθλώμενος παλμός με τις ποσότητες $y(x,t)$, $s(x,t)$, $u(x,t)$. Διατηρείται το πρόσημο των R , T και για τις τρεις περιγραφές;

Η ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\hat{\partial} = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$



$$e^{i\hat{\partial}} = \cos \hat{\partial} + i \sin \hat{\partial}$$

$$\begin{aligned} re^{i\hat{\partial}} &= a + bi = \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \hat{\partial} + i \sin \hat{\partial}) \end{aligned}$$

$$ii = i^2 = -1$$

ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ

$$R = -1$$

ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΤΟΥ
ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΟΥ
ΕΙΝΑΙ ΙΣΟ ΜΕ ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ
ΤΟΥ ΠΡΟΣΠΙΠΤΟΝΤΟΣ
ΑΛΛΑ
Η ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΗ
ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΕΧΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ π
ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ
ΠΡΟΣΠΙΠΤΟΥΣΑ
ΑΝΤΙΣΤΡΕΦΕΤΑΙ.

$$R = -1 = re^{i\partial}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = 1$$

$$\sin \partial = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cos \partial = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\partial = \pi$$

ΑΣ
ΥΠΟΘΕΣΟΥΜΕ
ΟΤΙ:

$$T = 1 + i$$

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ
Η ΦΥΣΙΚΗ ΤΟΥ
ΣΗΜΑΣΙΑ;

$$T = 1 + i = re^{i\partial}$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\sin \partial = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \partial = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\partial = \frac{\pi}{4}$$

$$e^{i\partial} = \cos \partial + i \sin \partial$$

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y(x, t) = \operatorname{Re} \{ A e^{i(\omega t - kx)} \}$$

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y(x, t) = \operatorname{Im} \{ A e^{i(\omega t - kx)} \}$$

$$e^{i\partial} = \cos \partial + i \sin \partial$$

$$y(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx)} =$$

$$= A \cos(\omega t - kx) + i \eta \mu(\omega t - kx)$$

Σ !

Λ

A

⊖

⊖

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



m

Σημειακή μάζα m βρίσκεται σε σημείο χορδής που έχει γραμμική πυκνότητα μ και τείνεται με δύναμη T . Εγκάρσιο αρμονικό κύμα προσπίπτει από τα αριστερά στη σημειακή μάζα. Συμβαίνει ανάκλαση- διάθλαση. Η πληροφορία είναι ότι οι συντελεστές R και T δίδονται από τους:

$$\frac{iq}{2 - iq}$$

(1)

$$\frac{2}{2 - iq}$$

(2)

όπου

$$q = \frac{m\omega^2}{kT}$$

δεν γνωρίζουμε όμως την αντιστοιχία των δύο εκφράσεων (1) και (2) στους συντελεστές R και T .

$$\frac{iq}{2 - iq} \quad (1)$$

$$\frac{2}{2 - iq} \quad (2)$$

$$q = \frac{m\omega^2}{kT}$$

1. Να γίνει η αντιστοίχιση των (1) και (2) στους R και T.
Να αναφερθείτε στις οριακές περιπτώσεις:

- (i) Η μάζα m γίνεται πολύ μεγάλη.
- (ii) Η μάζα m τείνει να γίνει μηδενική.
- (iii) Η συχνότητα ω γίνεται πολύ μεγάλη.

2. Τι σημαίνει ότι οι συντελεστές R, T είναι μιγαδικοί;
Ενδιαφέρον έχει ότι το μικρού πλάτους διαθλώμενο κύμα έχει διαφορά φάσης $\pi/2$ ως προς το προσπίπτον κύμα.

$$\frac{iq}{2 - iq} \quad (1) \qquad \frac{2}{2 - iq} \quad (2) \qquad q = \frac{m\omega^2}{kT}$$

1. Να γίνει η αντιστοίχιση των (1) και (2) στους R και T.
 Να αναφερθείτε στις οριακές περιπτώσεις:
 (i) Η μάζα m γίνεται πολύ μεγάλη.

$$T = 0 \quad R = -1.$$

$$\frac{iq}{2 - iq^{(1)}}$$

$$\frac{2}{2 - iq} \quad (2)$$

$$q = \frac{m\omega^2}{kT}$$

1. Να γίνει η αντιστοίχιση των (1) και (2) στους R και T.
Να αναφερθείτε στις οριακές περιπτώσεις:

(ii) Η μάζα m γίνεται πολύ μικρή.

$$T = 1 \quad R = 0.$$

$$\frac{iq}{2 - iq} \quad (1)$$

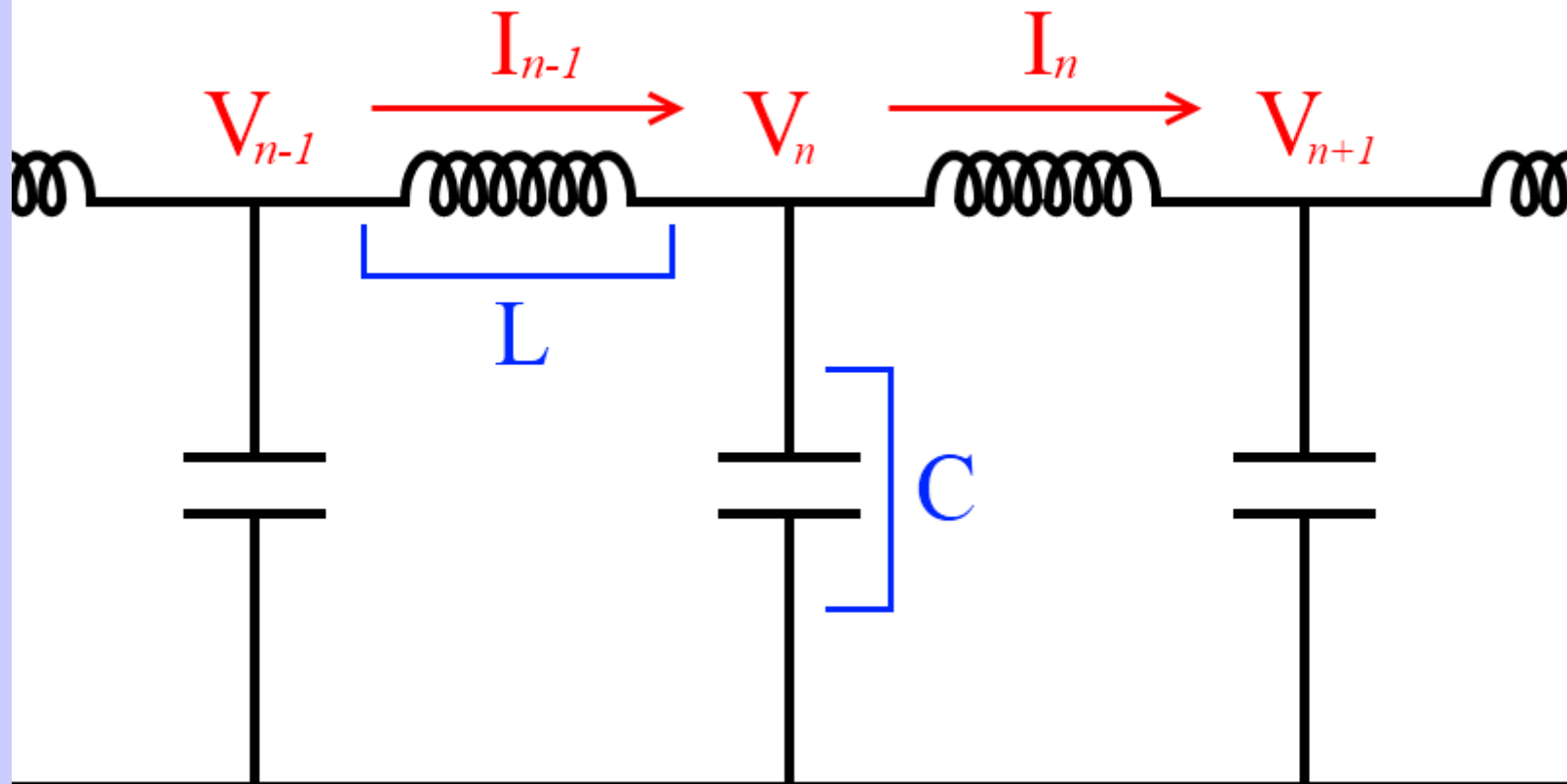
$$\frac{2}{2 - iq} \quad (2)$$

$$q = \frac{m\omega^2}{kT}$$

1. Να γίνει η αντιστοίχιση των (1) και (2) στους R και T.
Να αναφερθείτε στις οριακές περιπτώσεις:

(iii) Η συχνότητα ω γίνεται πολύ μεγάλη.

$$T = 0 \quad R = -1.$$



$D \longrightarrow 1/C$

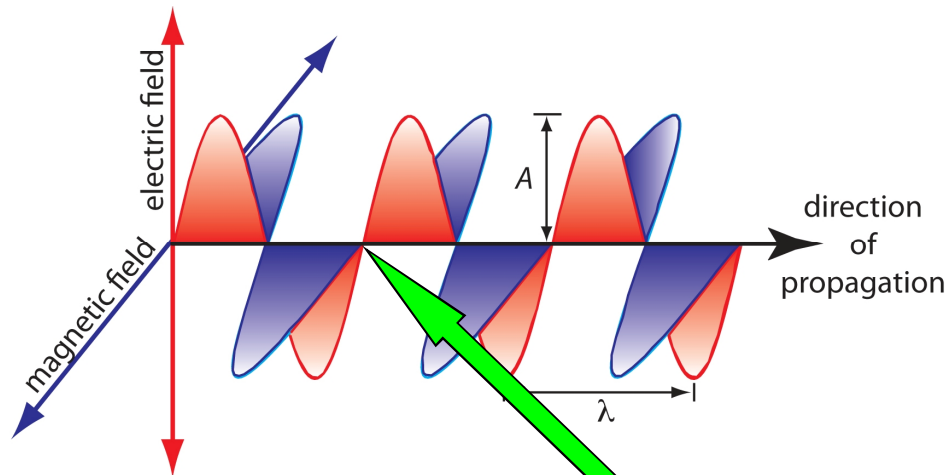
$m \longrightarrow L$

ΣΤΗ ΧΟΡΔΗ

ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΜΟΝΟ ΤΗ ΧΟΡΔΗ;

$$\Delta.E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \Delta.E = \frac{1}{2} D(\Delta x)^2$$

Η ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗ
ΑΠΟΥΣΙΑ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑΣ
ΣΤΗ ΧΩΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ
ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ;



ΔΙΗΛΕΚΤΙΚΟ
 $\mu, \varepsilon, \sigma = 0 \quad \text{ή} \quad \sigma \ll \omega \varepsilon$

$$Z = \frac{E_x(z, t)}{H_y(z, t)} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

$$E_x(z, t) = Z \cdot H_y(z, t)$$

$$Z = \sqrt{\mu \cdot \frac{1}{\varepsilon}} = \sqrt{\text{ΑΔΡΑΝΕΙΑ} \cdot \text{ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ}}$$

$$U = \frac{1}{2} D x^2$$

$$D \rightarrow \frac{1}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

ΑΓΩΓΙΜΟ ΥΛΙΚΟ

$$\sigma \gg \omega \epsilon$$

ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΟΥ
ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΚΥΜΑ ΧΑΝΕΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΤΑΙ ΤΟ ΓΕΓΟΝΟΣ ΑΥΤΟ ΣΤΗΝ

ΕΚΦΡΑΣΗ ΤΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗΣ;

ΑΓΩΓΙΜΟ ΥΛΙΚΟ

$$\sigma \gg \omega \varepsilon$$

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

$$e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{i}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\omega \mu i}{\sigma}}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$$

Η ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ ΕΜΠΕΔΗΣΗ

ΕΙΝΑΙ

ΜΙΓΑΔΙΚΗ!

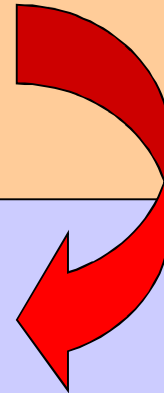
ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΑΥΤΟ;

ΑΠΟΜΥΘΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ!

ΣΕ ΕΝΑ ΣΗΜΕΙΟ:
ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΚΑΘΥΣΤΕΡΕΙ ΝΑ
ΠΑΡΕΙ
ΤΗ ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΣΧΕΤΙΚΑ
ΜΕ ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ.

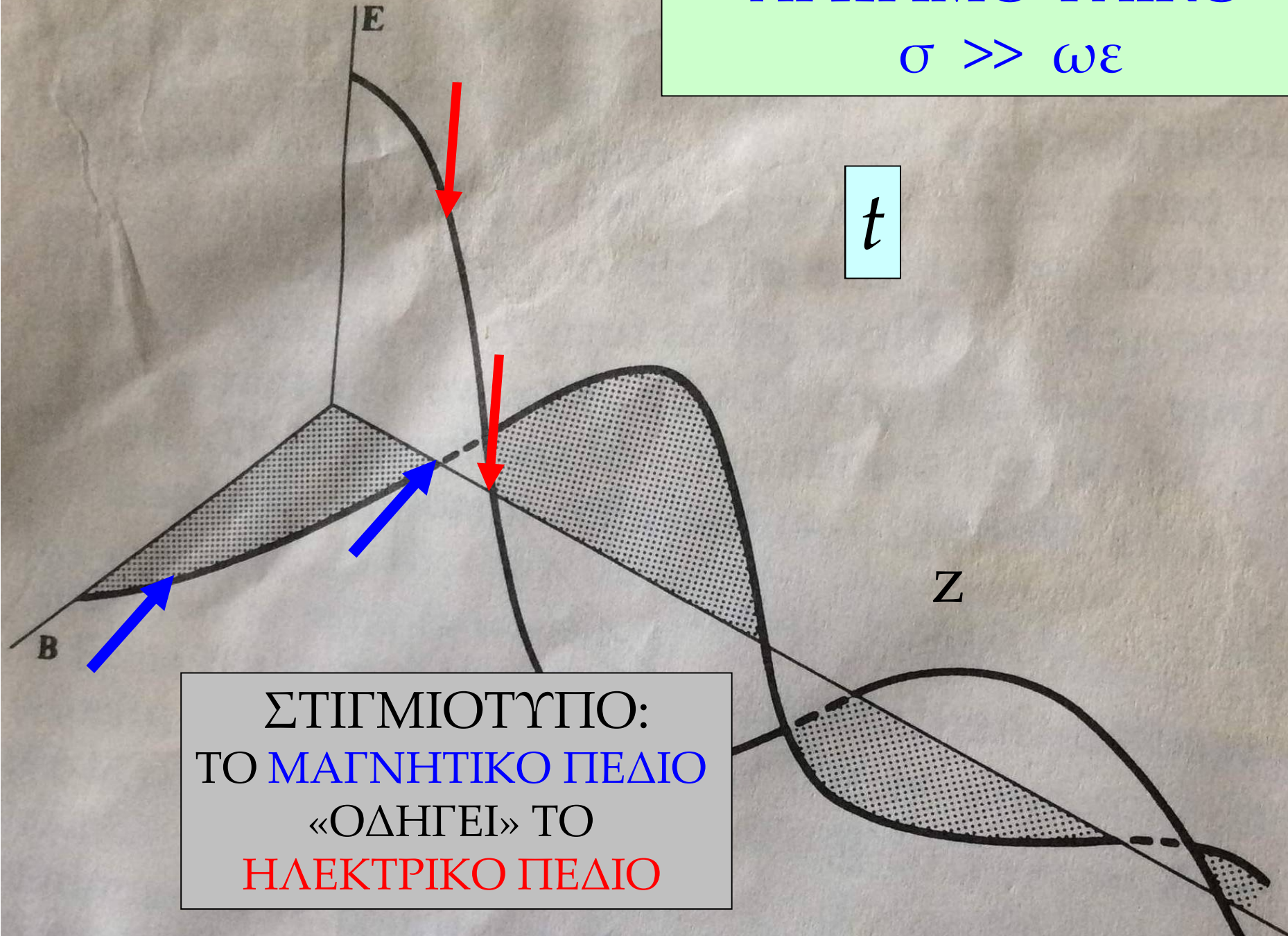
ΣΕ ΕΝΑ ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ:
ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
«ΟΔΗΓΕΙ»
ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ.



ΑΓΩΓΙΜΟ ΥΛΙΚΟ

$$\sigma \gg \omega \epsilon$$

t

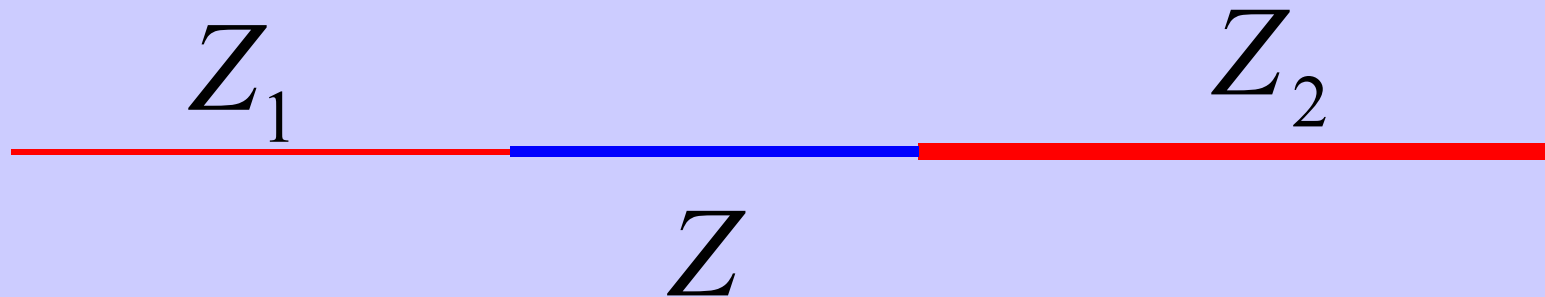


ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΟ:
ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
«ΟΔΗΓΕΙ» ΤΟ
ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

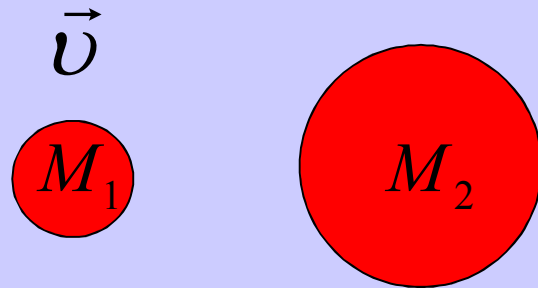
ΑΙΤΗΜΑ:

Η ΜΕΙΩΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ

THE PRINCIPLE OF
IMPEDANCE MATCHING



ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ!



ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ
ΤΑ ΣΩΜΑΤΑ ΑΠΟΚΤΟΥΝ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ

u_1 u_2

ΕΙΝΑΙ:

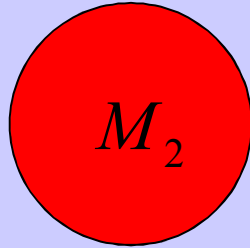
$$R = \frac{u_1}{v} = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}$$

$$T = \frac{u_2}{v} = \frac{2M_1}{M_1 + M_2}$$

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

ΟΙ ΜΑΖΕΣ ΠΑΙΖΟΥΝ ΤΟ ΡΟΛΟ ΤΩΝ ΕΜΠΕΔΗΣΕΩΝ!

$\vec{v}$ 

ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ
ΤΑ ΣΩΜΑΤΑ ΑΠΟΚΤΟΥΝ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ

$$R = \frac{u_1}{v} = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}$$

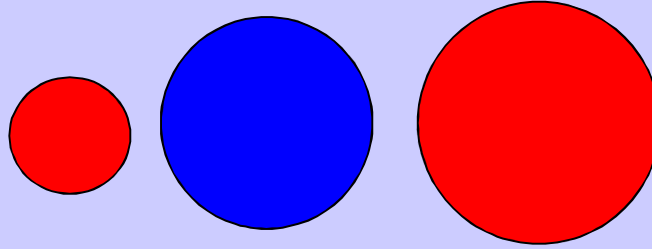
$$T = \frac{u_2}{v} = \frac{2M_1}{M_1 + M_2}$$

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$T = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

ΠΟΤΕ ΜΕΤΑΒΙΒΑΖΕΤΑΙ ΟΛΗ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΦΑΙΡΑ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΗ;
ΠΟΤΕ ΜΕΤΑΦΕΡΕΤΑΙ ΟΛΗ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΑΠΟ ΕΝΑ ΜΕΣΟ ΣΕ ΑΛΛΟ;

$$R = \frac{u_1}{v} = \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}$$

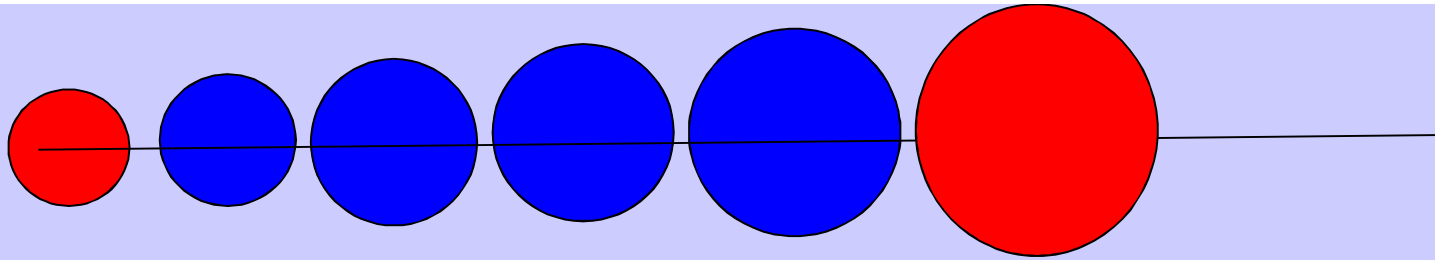


$$T = \frac{u_2}{v} = \frac{2M_1}{M_1 + M_2}$$

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟ ΝΑ ΜΕΤΑΦΕΡΘΕΙ
ΟΛΗ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΑΠΟ ΤΗ ΠΡΩΤΗ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΦΑΙΡΑ
ΑΝ ΟΙ ΜΑΖΕΣ ΤΟΥΣ ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ.

ΑΝ Η ΣΥΝΘΗΚΗ ΑΥΤΗ ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ, Η ΜΕΓΙΣΤΗ
ΜΕΤΑΒΙΒΑΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΡΩΤΗ ΣΦΑΙΡΑ ΣΤΗ
ΔΕΥΤΕΡΗ ΓΙΝΕΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ
ΣΦΑΙΡΩΝ ΤΡΙΤΗΣ ΜΕ ΜΑΖΑ:

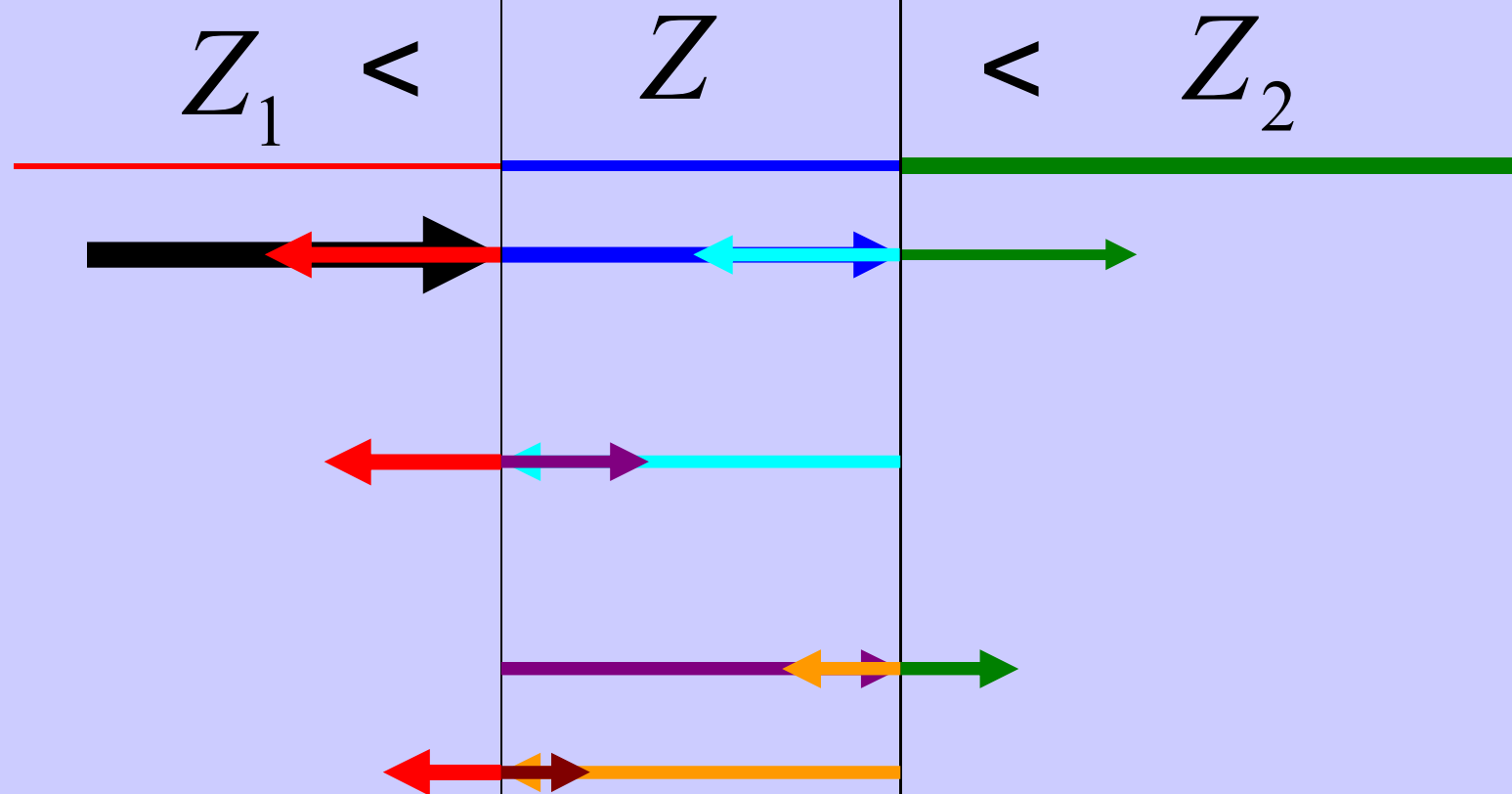
$$M = \sqrt{M_1 \cdot M_2}$$

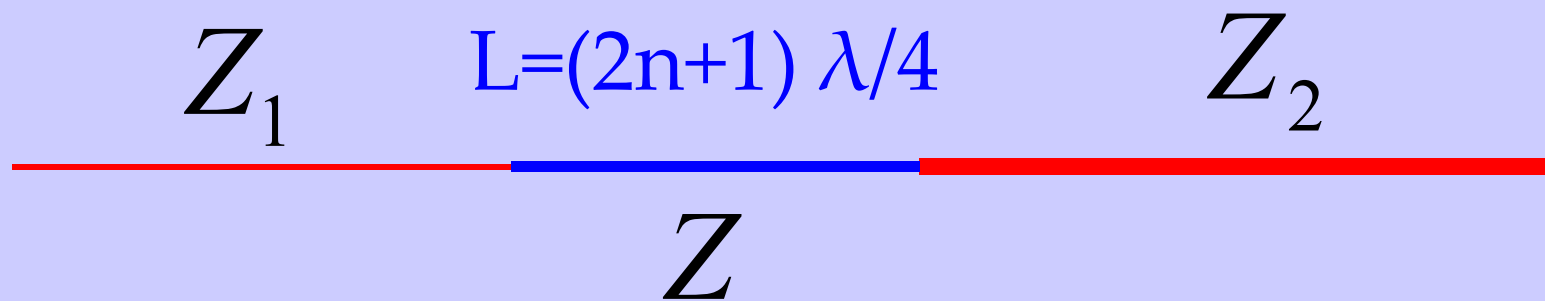


ΤΟ ΙΔΙΟ ΘΑ ΜΠΟΡΟΥΣΕ ΝΑ ΣΥΜΒΕΙ
ΑΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΦΑΙΡΩΝ
ΓΙΝΟΤΑΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ
ΠΛΗΘΟΥΣ ΣΦΑΙΡΩΝ
ΠΟΥ Η ΜΑΖΑ ΤΟΥΣ
ΘΑ ΑΥΞΑΝΟΤΑΝ ΓΡΑΜΜΙΚΑ

$$M_1 \longrightarrow M_2$$

ΣΥΜΦΩΝΕΙΤΑΙ;





$$Z = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2}$$

ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΜΕΓΑΛΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

ΜΕΣΩΝ ΔΙΑΔΟΣΗΣ

ΠΟΥ Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ ΤΟΥΣ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ ΒΑΘΜΙΑΙΑ.

